Министерство образования и науки РФ

*Уральский государственный экономический университет*

Ю. Б. Мельников

# Отображения. Функции и графики

Раздел **электронного пособия** «Элементарная математика»

e-mail: melnikov@k66.ru, UriiMelnikov58@gmail.com
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург

2014

# I. Инструкция к пособию

# I. Инструкция к пособию

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

# I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

# I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

В других программах встроенные скрипты могут не работать или работать некорректно.

# I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

Вернуться из презентации любой лекции и практического занятия к файлу 0000Spisok.pdf можно двумя способами:
во-первых, с титульного листа с помощью гиперссылки, отмеченной словосочетанием «электронного учебника» во фразе «Раздел электронного учебника»;
во-вторых, с последней страницы, по гиперссылке «Вернуться к списку презентаций».

# I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш `Ctrl+L` (т.е. одновременным нажатием клавиш «`Ctrl`» и «`L`»).

# I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш `Ctrl+L` (т.е. одновременным нажатием клавиш «`Ctrl`» и «`L`»).

Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «`Page Up`» или «`Page Down`».

# I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш `Ctrl+L` (т.е. одновременным нажатием клавиш «`Ctrl`» и «`L`»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

# I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш `Ctrl+L` (т.е. одновременным нажатием клавиш «`Ctrl`» и «`L`»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

«Откат», т. е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш `Alt` и $\leftarrow$.

# I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11 или `DC`.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш `Ctrl+L` (т.е. одновременным нажатием клавиш «`Ctrl`» и «`L`»).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

# II. Отображение. Функция

Какие ассоциации вызывает у вас слово «отображение»?

# II. Отображение. Функция

Основные ассоциации, имеющие отношение к математике, связаны с двумя трактовками термина «отображение»:

— отображение как процесс (осуществляет отображение...);

# II. Отображение. Функция

Основные ассоциации, имеющие отношение к математике, связаны с двумя трактовками термина «отображение»:

— отображение как процесс (осуществляет отображение...);

— отображение как результат (это есть отображение...).

## II. Отображение. Функция

Основные ассоциации, имеющие отношение к математике, связаны с двумя трактовками термина «отображение»:

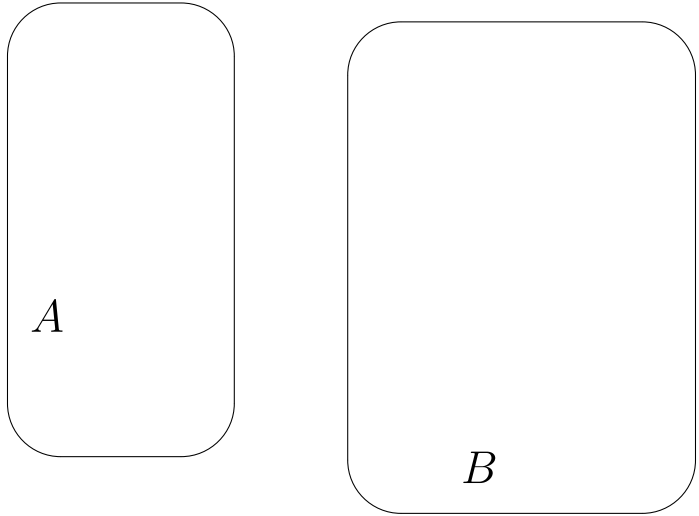
— отображение как процесс (осуществляет отображение...);

— отображение как результат (это есть отображение...).

Мы будем ориентироваться на второе понимание термина «отображение»: отображение как результат.

# II. Отображение. Функция

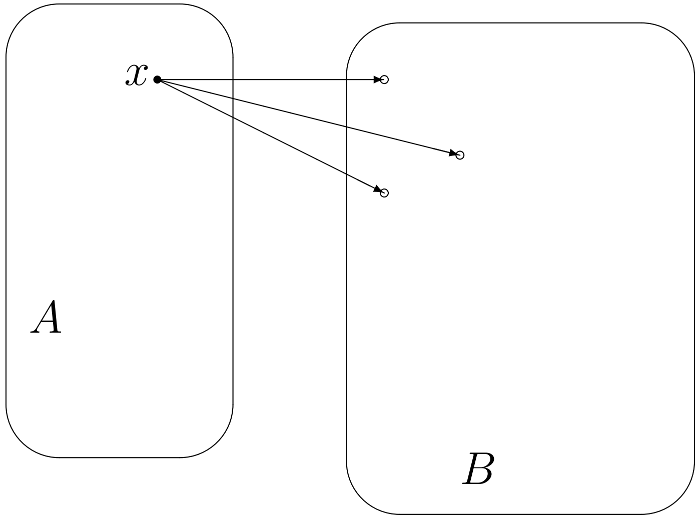
Пусть каждому элементу множества $A$ сопоставлен один или несколько элементов из множества $B$.



# II. Отображение. Функция

Пусть каждому элементу множества $A$ сопоставлен один или несколько элементов из множества $B$.

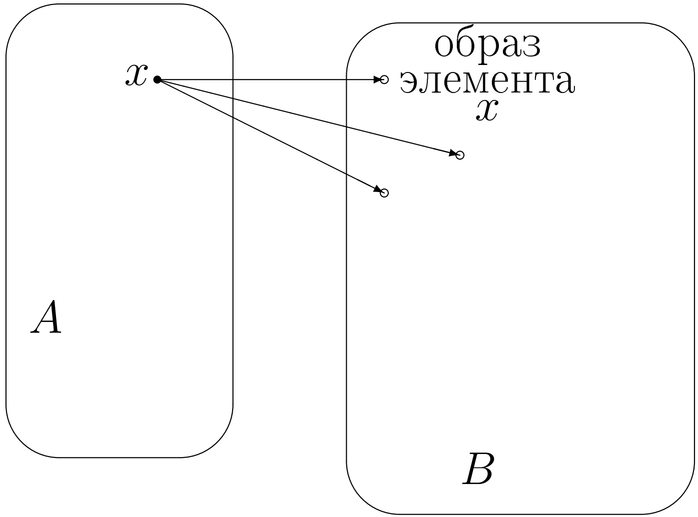
Например, элементу $x$ из $A$ соответствует несколько элементов из $B$.



# II. Отображение. Функция

Пусть каждому элементу множества $A$ сопоставлен один или несколько элементов из множества $B$.

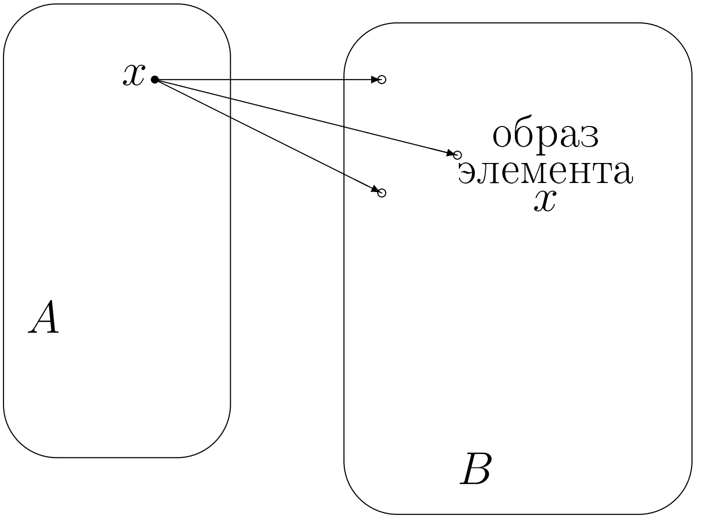
Любой элемент из множества $B$, который отображением $f$ сопоставлен элементу $x$, называется **образом** элемента $x$ относительно действия $f$.



# II. Отображение. Функция

Пусть каждому элементу множества $A$ сопоставлен один или несколько элементов из множества $B$.

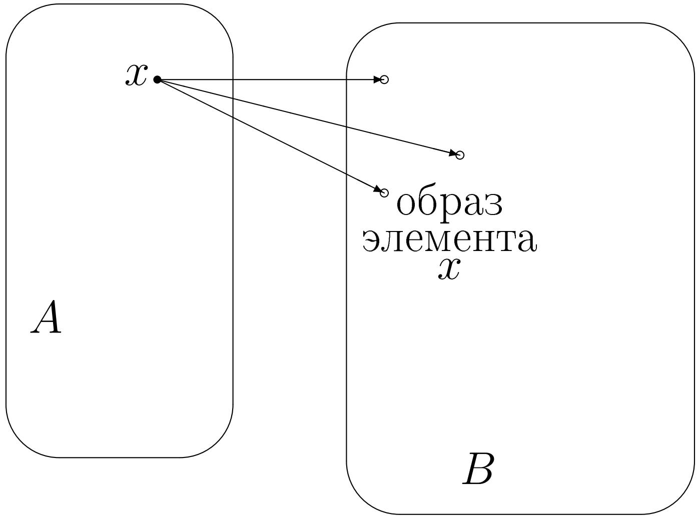
Любой элемент из множества $B$, который отображением $f$ сопоставлен элементу $x$, называется **образом** элемента $x$ относительно действия $f$.



# II. Отображение. Функция

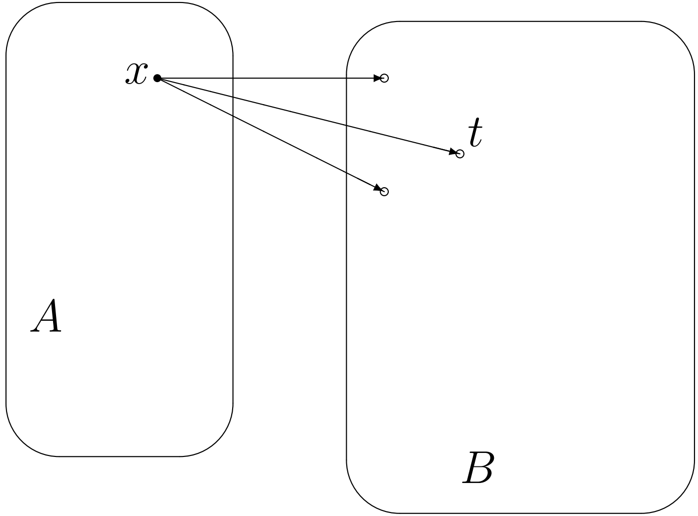
Пусть каждому элементу множества $A$ сопоставлен один или несколько элементов из множества $B$.

Любой элемент из множества $B$, который отображением $f$ сопоставлен элементу $x$, называется **образом** элемента $x$ относительно действия $f$.



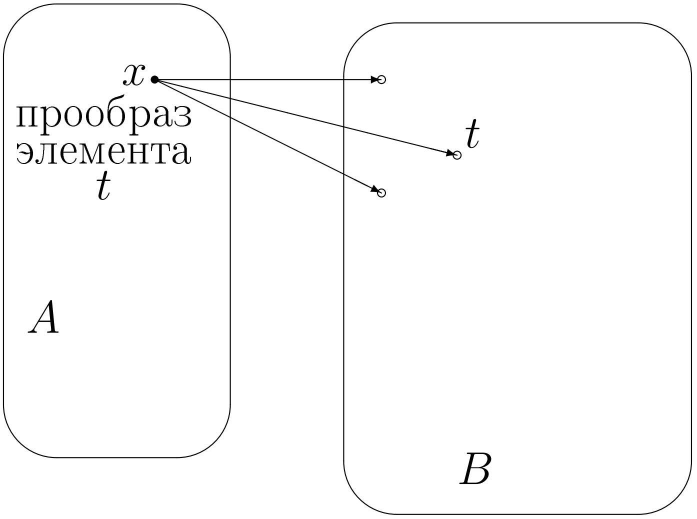
# II. Отображение. Функция

Пусть каждому элементу множества $A$ сопоставлен один или несколько элементов из множества $B$.



# II. Отображение. Функция

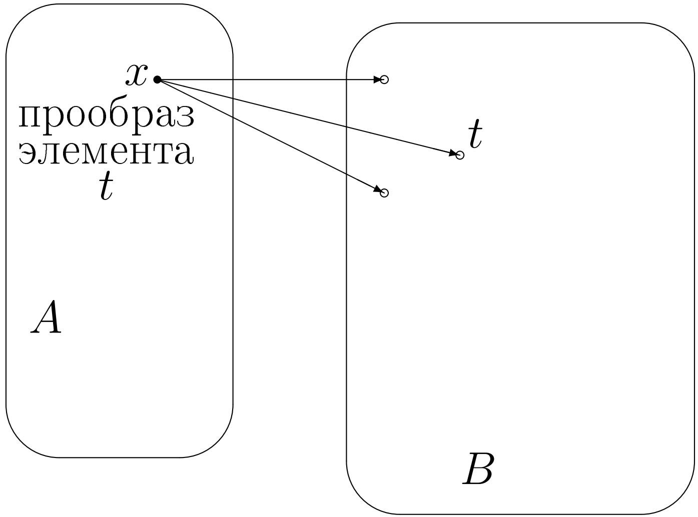
Пусть каждому элементу множества $A$ сопоставлен один или несколько элементов из множества $B$.



# II. Отображение. Функция

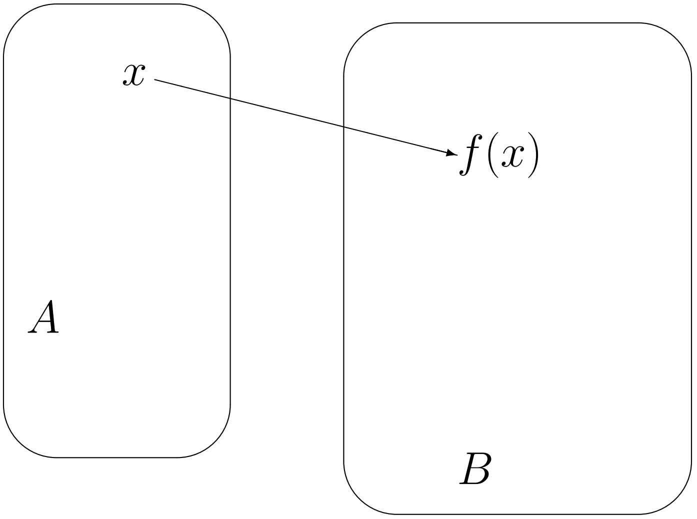
Пусть каждому элементу множества $A$ сопоставлен один или несколько элементов из множества $B$.

Элемент $x$, образом которого является элемент $t$ из $B$, называется **прообразом** элемента $t$.



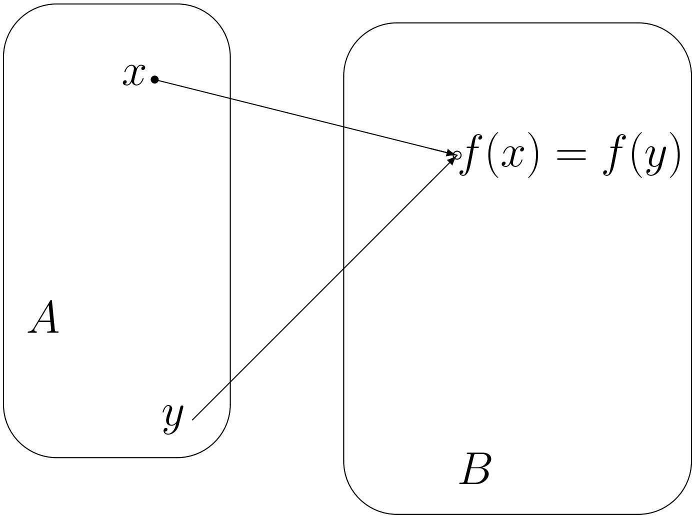
# II. Отображение. Функция

Образ элемента $x$ относительно отображения $f$ обозначается через $f(x)$.



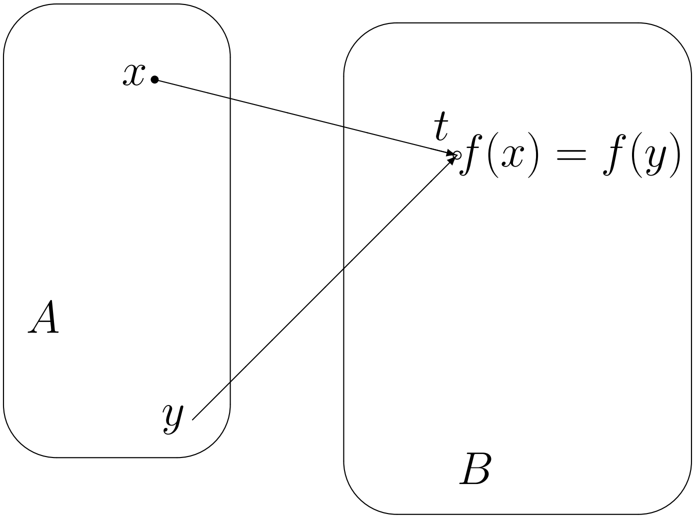
# II. Отображение. Функция

Вообще говоря, один и тот же элемент может быть образом разных элементов из $A$.



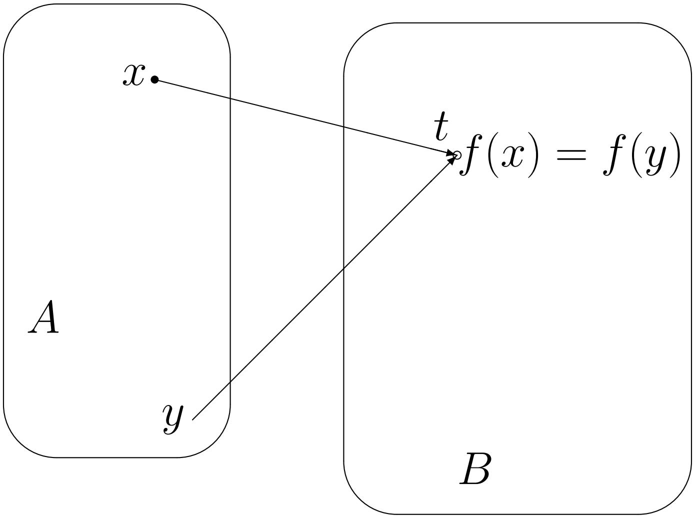
# II. Отображение. Функция

Вообще говоря, один и тот же элемент может быть образом разных элементов из $A$.



# II. Отображение. Функция

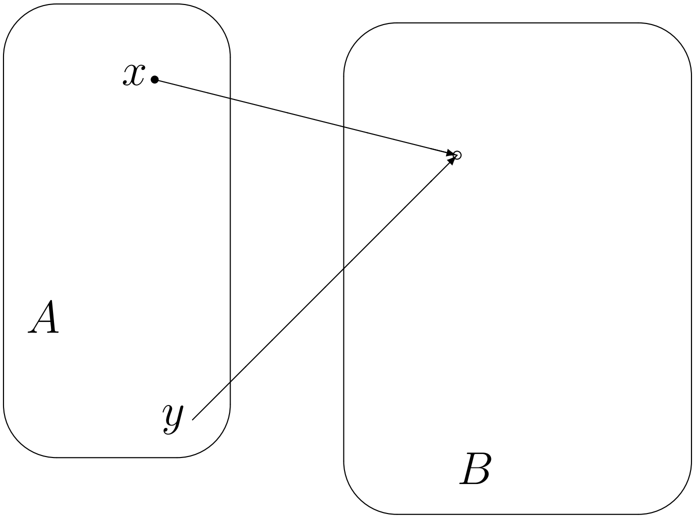
Вообще говоря, один и тот же элемент может быть образом разных элементов из $A$.




В данном случае прообразами элемента $t$ будут и элемент $x$, и элемент $y$.

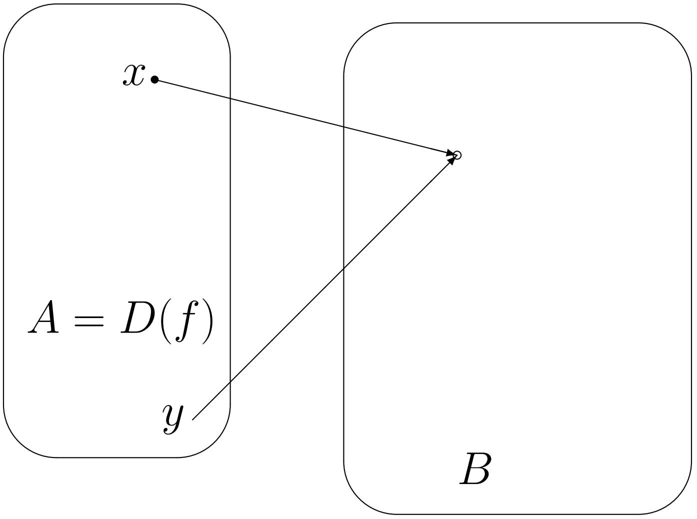
# II. Отображение. Функция

Множество $A$ называется **областью определения отображения** $f$, обозначаемой через $D(f)$.



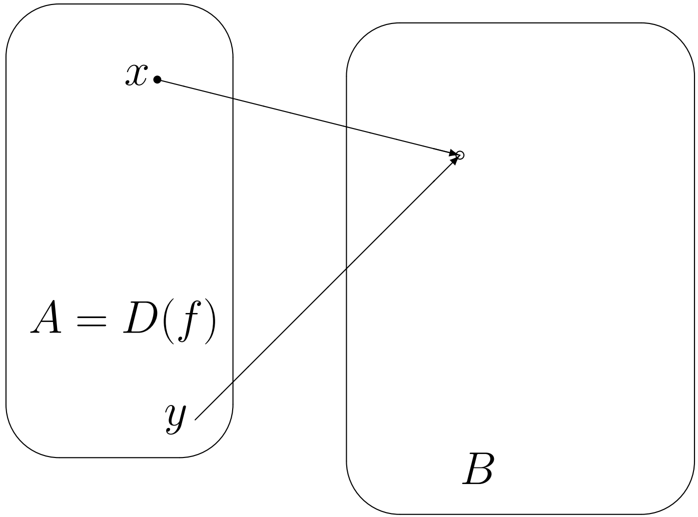
# II. Отображение. Функция

Множество $A$ называется **областью определения отображения** $f$, обозначаемой через $D(f)$.



# II. Отображение. Функция

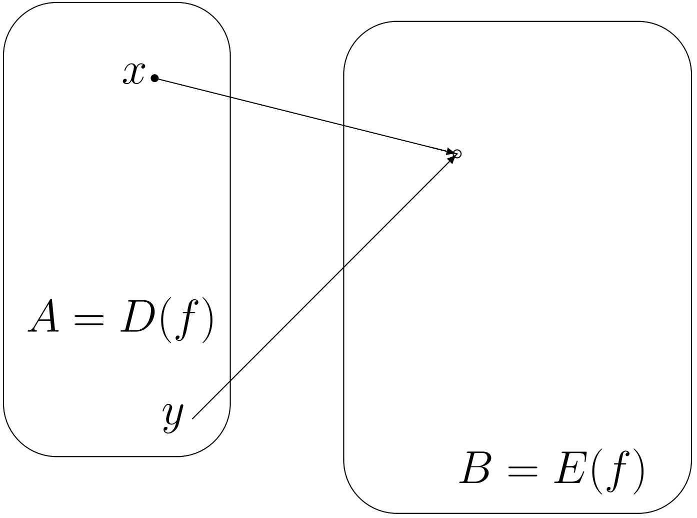
Множество $A$ называется **областью определения отображения** $f$, обозначаемой через $D(f)$.




Множество всех значений отображения $f$ образует **область значений отображения** $f$ и обозначается как $E(f)$ или ОЗ$(f)$.

# II. Отображение. Функция

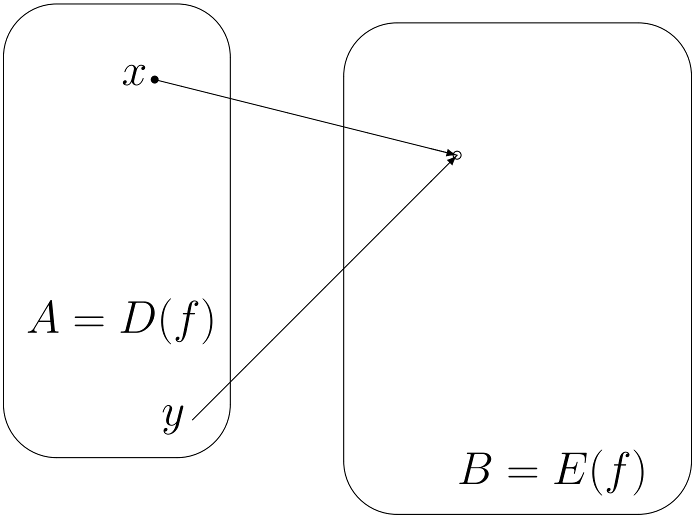
Множество $A$ называется **областью определения отображения** $f$, обозначаемой через $D(f)$.




Множество всех значений отображения $f$ образует **область значений отображения** $f$ и обозначается как $E(f)$ или ОЗ$(f)$.

# II. Отображение. Функция

Множество $A$ называется **областью определения отображения** $f$, обозначаемой через $D(f)$.

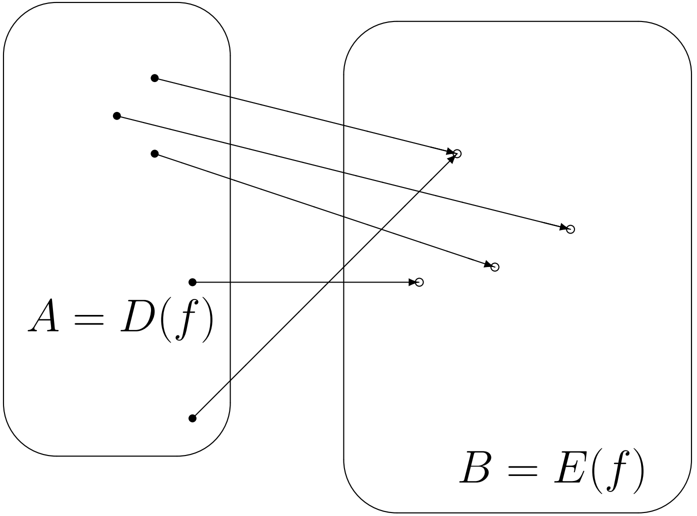



Множество всех значений отображения $f$ образует **область значений отображения** $f$ и обозначается как $E(f)$ или ОЗ$(f)$.

Обычно тот факт, что $f$ отображает $A = D(f)$ во множество $B$, записывается как $f : A \mapsto B$.

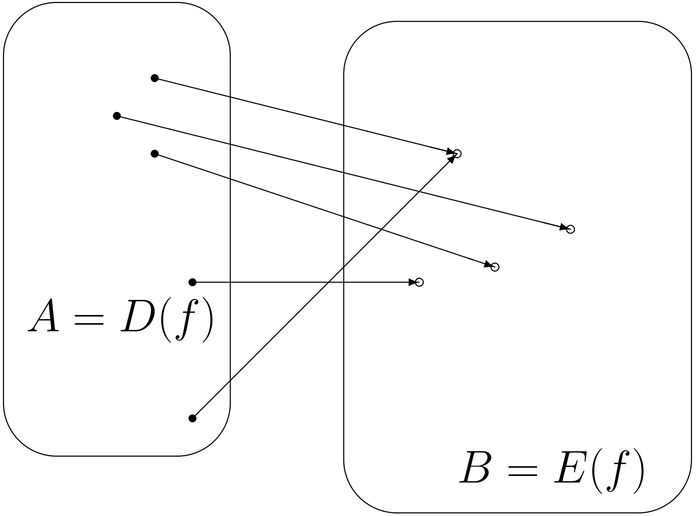
# II. Отображение. Функция

Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.



# II. Отображение. Функция

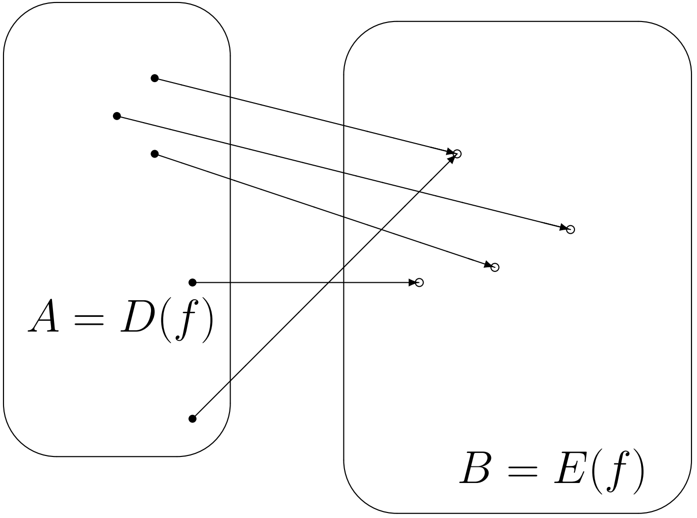
Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.




Иногда термины *отображение* и *функция* отождествляются, но мы будем считать функцией только однозначное отображение.

# II. Отображение. Функция

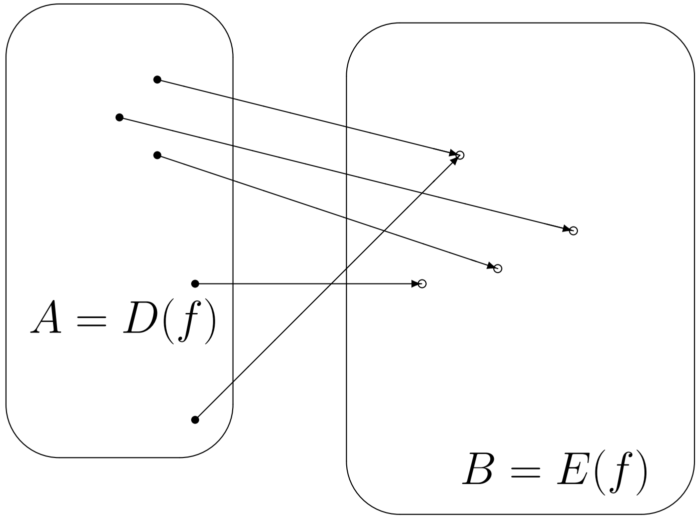
Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.




Что плохо в этом описании понятия функции?

# II. Отображение. Функция

Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.

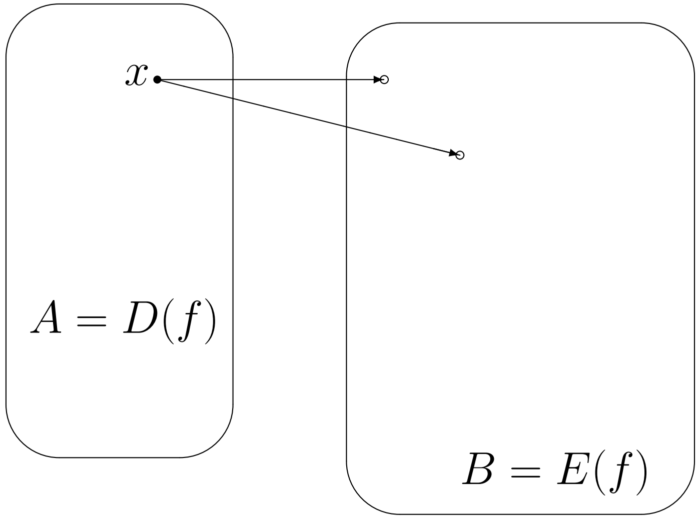



Что плохо в этом описании понятия функции?

Главный недостаток состоит в том, что оно сформулировано не на «языке равенств и неравенств».

# II. Отображение. Функция

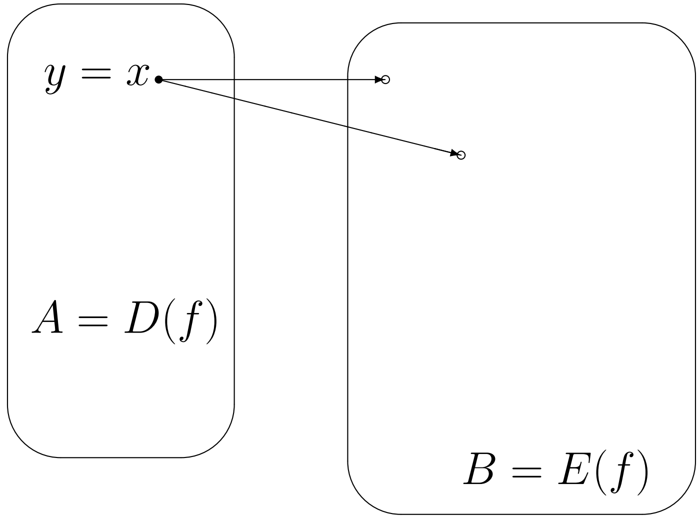
Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.




Как записать на «языке равенств» невозможность изображенной ситуации?

# II. Отображение. Функция

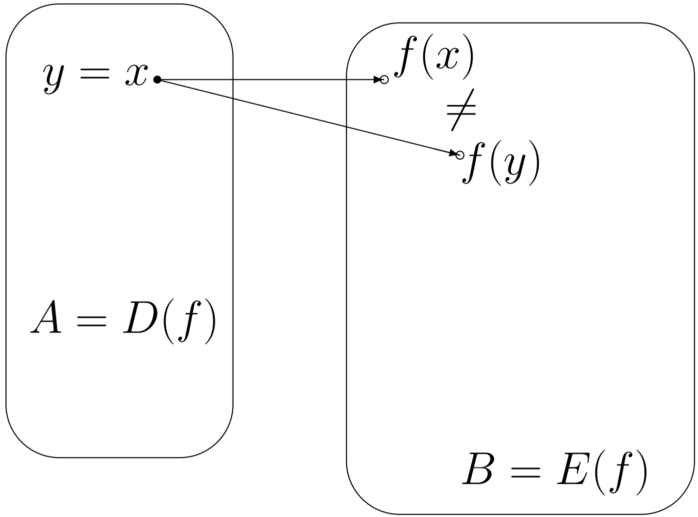
Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.




Как записать на «языке равенств» невозможность изображенной ситуации?

# II. Отображение. Функция

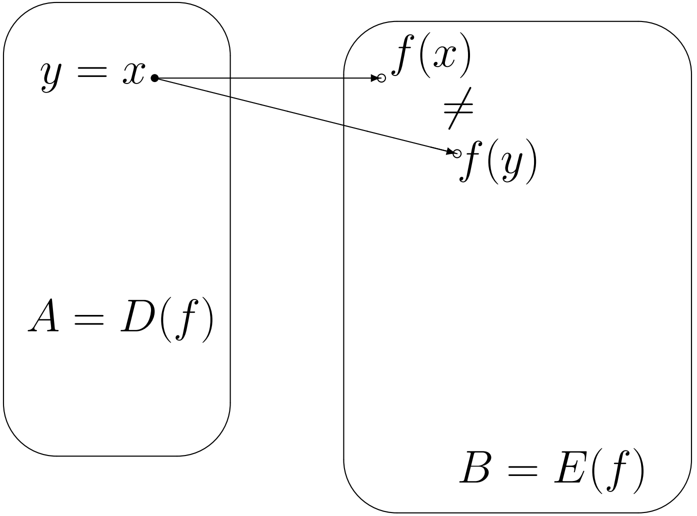
Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.




Как записать на «языке равенств» невозможность изображенной ситуации?

# II. Отображение. Функция

Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.

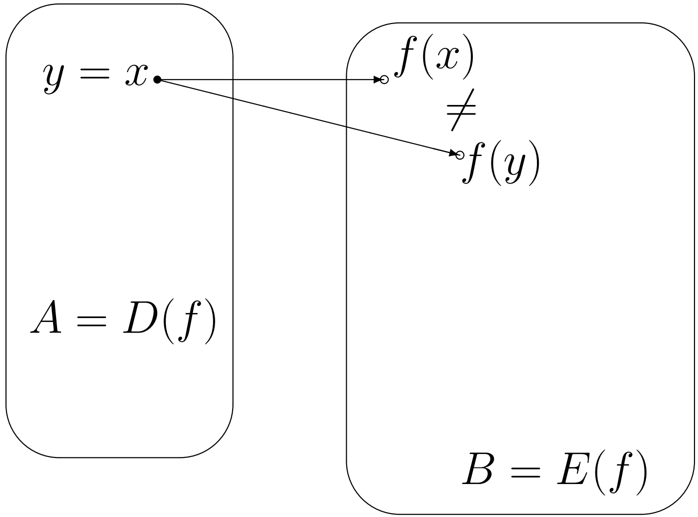



Как записать на «языке равенств» невозможность изображенной ситуации?

$$x = y \;\Rightarrow\; f(x) = f(y). \tag{1}$$

# II. Отображение. Функция

Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.



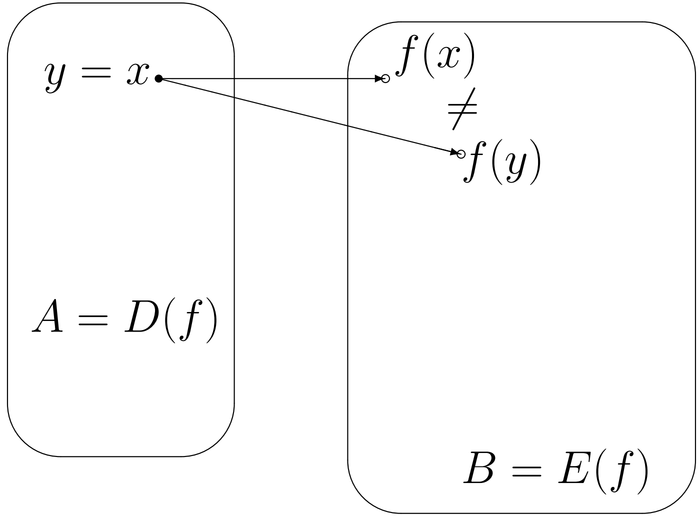

Как записать на «языке равенств» невозможность изображенной ситуации?

$$x = y \;\Rightarrow\; f(x) = f(y). \qquad (1)$$

Мы получили формулу. Что надо сделать в первую очередь?

# II. Отображение. Функция

Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.



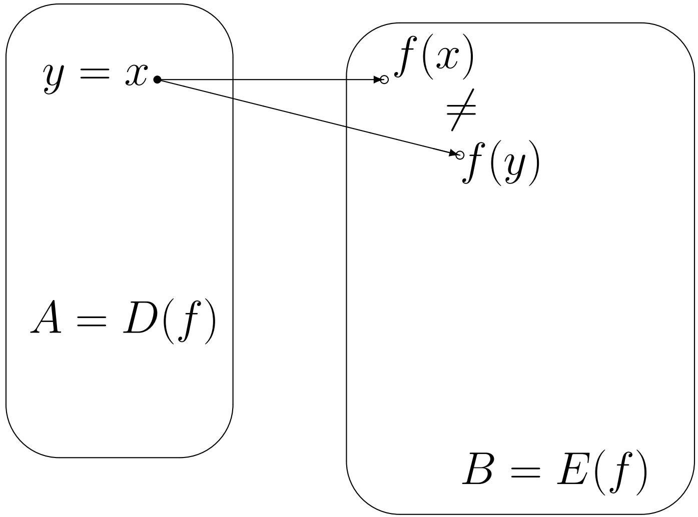

Как записать на «языке равенств» невозможность изображенной ситуации?

$$x = y \;\Rightarrow\; f(x) = f(y). \tag{1}$$

Надо проверить правильность этой формулы. Что плохо в этой формуле?

# II. Отображение. Функция

Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.



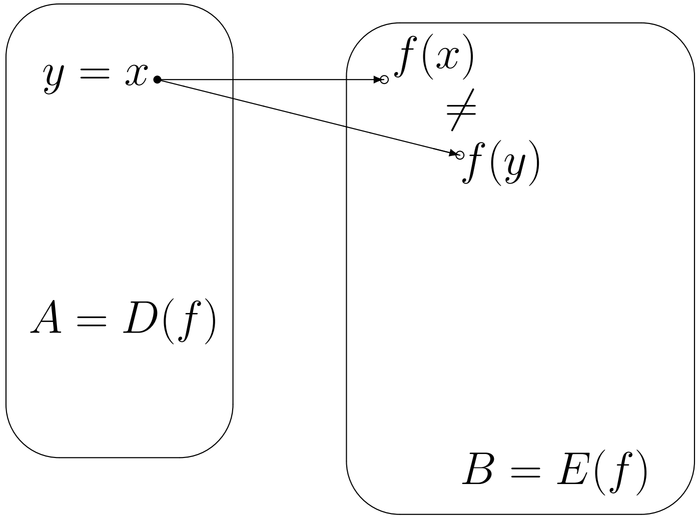

Как записать на «языке равенств» невозможность изображенной ситуации?

$$x = y \ \Rightarrow \ f(x) = f(y). \tag{1}$$

Не указано явно, что $x$ и $y$ берутся из области определения функции $f$.

# II. Отображение. Функция

Если каждому элементу из $A$ сопоставлен *только один* элемент из $B$, то отображение $f$ назовем **функцией**.




$$\begin{cases} x \in D(f) \\ y \in D(f) \end{cases} \Rightarrow \ \big(x = y \ \Rightarrow \ f(x) = f(y)\big)\,.$$

## II.1. Однозначность отображения на «языке равенств и неравенств»

Если $f$ — однозначное отображение, то

$$\begin{cases} x \in D(f) \\ y \in D(f) \end{cases} \Rightarrow \ \big(x = y \ \Rightarrow \ f(x) = f(y)\big)\,, \tag{2}$$

что равносильно

$$\begin{cases} x \in D(f) \\ y \in D(f) \\ x = y \end{cases} \Rightarrow f(x) = f(y), \tag{3}$$

## II.1. Однозначность отображения на «языке равенств и неравенств»

Если $f$ — однозначное отображение, то

$$\begin{cases} x \in D(f) \\ y \in D(f) \end{cases} \Rightarrow \ \bigl(x = y \ \Rightarrow \ f(x) = f(y)\bigr)\,, \tag{2}$$

что равносильно

$$\begin{cases} x \in D(f) \\ y \in D(f) \\ x = y \end{cases} \Rightarrow f(x) = f(y), \tag{3}$$

Можно привести формулировку на языке неравенств: *отображение является однозначным тогда и только тогда, когда*

$$\begin{cases} x \in D(f) \\ y \in D(f) \end{cases} \Rightarrow \ \bigl(f(x) \neq f(y) \ \Rightarrow \ x \neq y\bigr)\,.$$

## II.2. «Стандартные» способы задания функции

Наука работает, в основном, с информацией, имеющей стандартный, типовой вид. Поэтому начнём с

# II.2. «Стандартные» способы задания функции

Наука работает, в основном, с информацией, имеющей стандартный, типовой вид. Поэтому начнём с

выделения **стандартных форм задания функции**.

## II.2. «Стандартные» способы задания функции

Наука работает, в основном, с информацией, имеющей стандартный, типовой вид. Поэтому начнём с

выделения **стандартных форм задания функции**.

Обычно применяются следующие типовые способы задания функции.

## II.2.1. Задание функции: таблица значений

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

Таблица значений функции одного аргумента состоит, как правило, из двух строк. В первой строке перечисляются *все (!)* элементы области определения, а во второй строке — соответствующие им значения функции, при этом соответствующее значение записывается непосредственно под значением аргумента.

## II.2.1. Задание функции: таблица значений

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

Таблица значений функции одного аргумента состоит, как правило, из двух строк. В первой строке перечисляются *все (!)* элементы области определения, а во второй строке — соответствующие им значения функции, при этом соответствующее значение записывается непосредственно под значением аргумента.

Например, если функция $f$ задана таблицей

| $x$ | $-3$ | $4$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ | $-1$ | $1$ |

, то

$f(-3) =\quad$ , $\quad f(4) =\quad$ , $\quad f(2) =\quad$ ,
$D(f) =\qquad\qquad$ , $\quad E(f) =\qquad\qquad$ .

## II.2.1. Задание функции: таблица значений

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

Таблица значений функции одного аргумента состоит, как правило, из двух строк. В первой строке перечисляются *все (!)* элементы области определения, а во второй строке — соответствующие им значения функции, при этом соответствующее значение записывается непосредственно под значением аргумента.

Например, если функция $f$ задана таблицей

| $x$ | $-3$ | $4$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ | $-1$ | $1$ |

, то

$f(-3) = 0, \quad f(4) = \quad , \quad f(2) = \quad ,$

$D(f) = \qquad , \quad E(f) = \qquad .$

# II.2.1. Задание функции: таблица значений

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

Таблица значений функции одного аргумента состоит, как правило, из двух строк. В первой строке перечисляются *все (!)* элементы области определения, а во второй строке — соответствующие им значения функции, при этом соответствующее значение записывается непосредственно под значением аргумента.

Например, если функция $f$ задана таблицей

| $x$ | $-3$ | $4$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ | $-1$ | $1$ |

, то

$f(-3) = 0, \quad f(4) = -1, \quad f(2) = \quad ,$

$D(f) = \qquad\qquad , \quad E(f) = \qquad\qquad .$

## II.2.1. Задание функции: таблица значений

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

Таблица значений функции одного аргумента состоит, как правило, из двух строк. В первой строке перечисляются *все (!)* элементы области определения, а во второй строке — соответствующие им значения функции, при этом соответствующее значение записывается непосредственно под значением аргумента.

Например, если функция $f$ задана таблицей

| $x$ | $-3$ | $4$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ | $-1$ | $1$ |

, то

$f(-3) = 0, \quad f(4) = -1, \quad f(2) = 1,$

$D(f) =$ , $\quad E(f) =$ .

## II.2.1. Задание функции: таблица значений

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

Таблица значений функции одного аргумента состоит, как правило, из двух строк. В первой строке перечисляются *все (!)* элементы области определения, а во второй строке — соответствующие им значения функции, при этом соответствующее значение записывается непосредственно под значением аргумента.

Например, если функция $f$ задана таблицей

| $x$ | $-3$ | $4$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ | $-1$ | $1$ |

, то

$f(-3) = 0, \quad f(4) = -1, \quad f(2) = 1,$
$D(f) = \{-3, 4, 2\}, \quad E(f) = \qquad\qquad .$

## II.2.1. Задание функции: таблица значений

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

Таблица значений функции одного аргумента состоит, как правило, из двух строк. В первой строке перечисляются *все (!)* элементы области определения, а во второй строке — соответствующие им значения функции, при этом соответствующее значение записывается непосредственно под значением аргумента.

Например, если функция $f$ задана таблицей

| $x$ | $-3$ | $4$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ | $-1$ | $1$ |

, то

$f(-3) = 0, \quad f(4) = -1, \quad f(2) = 1,$

$D(f) = \{-3, 4, 2\}, \quad E(f) = \{0, -1, 1\}.$

## II.2.1. Задание функции: таблица значений

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

Следует отметить, что таблица не всегда имеет такой вид. У Вас, наверное, есть или была тетрадка, на задней обложке которой приведена таблица умножения. Она задана иначе. Отметим, что таблицей умножения задается функция $f(x, y) = x \cdot y$ от двух переменных, ее область определения состоит из *пар чисел*. Обычно при задании таблицей значений функции двух переменных (то есть функции $f$ такой, что $D(f) = A \times B$) эта таблица значений имеет следующий вид:

$$\begin{array}{|c|ccc|}
\hline
y \backslash x & \ldots & x_i & \ldots \\
\hline
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
y_j & \ldots & f(x_i, y_j) & \ldots \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\hline
\end{array}.$$

# II.2.1. Задание функции: таблица значений

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

Например, для функции $f(x, y) = x \cdot y$, где $D(f) = \{-1, 0, 1\} \times \{-1, 0, 1\}$ таблицу значений можно записать в виде

| $y\backslash x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $-1$ | $1$ | $0$ | $-1$ |
| $0$ | $0$ | $0$ | $0$ |
| $1$ | $-1$ | $0$ | $1$ |

. Такой вид таблицы значений для функции двух переменных обычно удобнее таблицы из двух строчек:

| $(x, y)$ | $(-1; -1)$ | $(-1; 0)$ | $(-1; 1)$ | $(0; -1)$ | $(0; 0)$ | $(0; 1)$ | $(1; -1)$ | $(1; 0)$ | $(1; 1)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x, y)$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $0$ | $0$ | $0$ | $-1$ | $0$ | $1$ |

## II.2.1. Задание функции: таблица значений

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

Отметим один важный факт: *таблицей, как правило, нельзя задавать функцию с бесконечной областью определения*, за исключением случая, когда

## II.2.1. Задание функции: таблица значений

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

Отметим один важный факт: *таблицей, как правило, нельзя задавать функцию с бесконечной областью определения*, за исключением случая, когда

функция имеет «регулярный вид», т.е. по фрагменту таблицы её значений можно понять соответствующую закономерность, как, например, для **арифметической** и **геометрической** прогрессий.

## II.2.2. Задание функции: график

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

**ГРАФИК.**

Вы знаете, что такое «график функции»?

## II.2.2. Задание функции: график

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

**ГРАФИК.**

Вы знаете, что такое «график функции»?

Сможете сформулировать определение?

# II.2.2. Задание функции: график

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

**ГРАФИК.**

Вы знаете, что такое «график функции»?

Сможете сформулировать определение?

Если вы знаете определение графика функции, можете проверить себя, «кликнув» на гиперссылку «**ГРАФИК**».

Но мы советуем рассмотреть процесс получения этого определения. Для этого перейдите к следующему слайду.

## II.2.2. Задание функции: график

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

**ГРАФИК.**

Вы знаете, что такое «график функции»?

Сможете сформулировать определение?

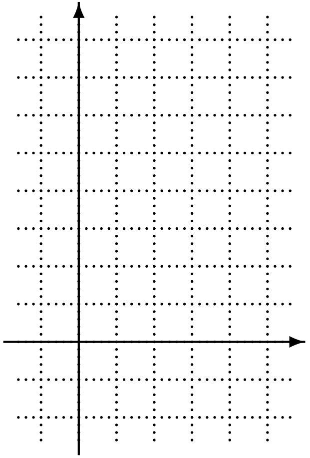
Получим определение графика функции с помощью приёма конкретизации.

## II.2.2. Задание функции: график

Применим прием *конкретизации*.

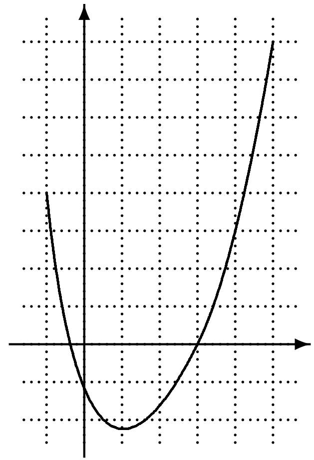
# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это...



# II.2.2. Задание функции: график

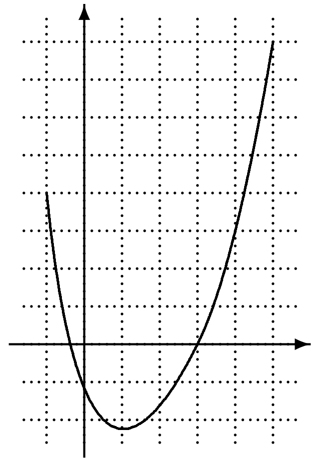
График функции $\alpha$ — это...



# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это

множество точек.

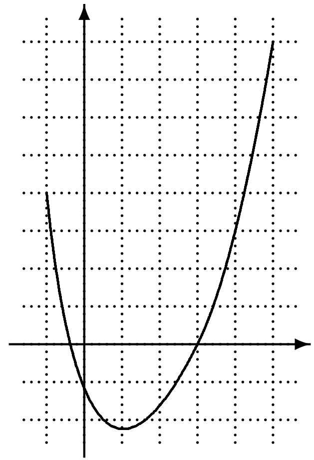


# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку на графике.

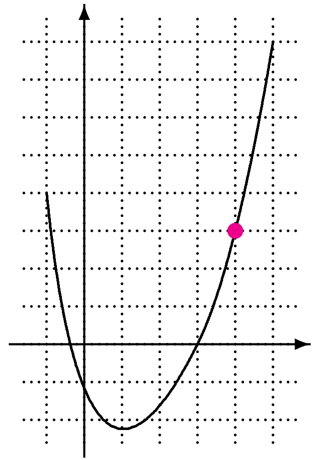


# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку  на графике.



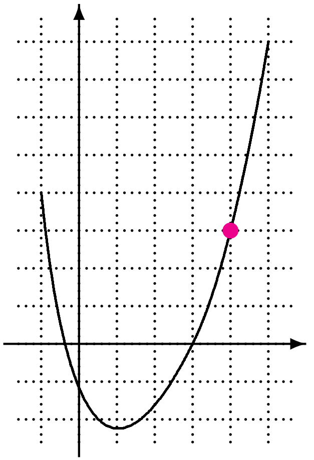
# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку      на графике.

Надо как-то обозначить точку...



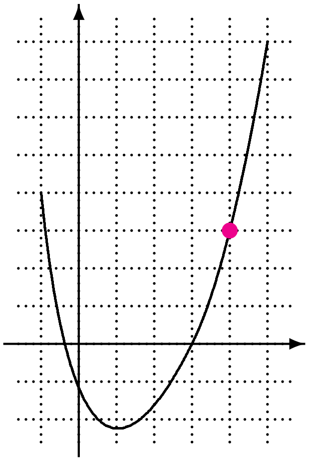
# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Надо как-то обозначить точку...



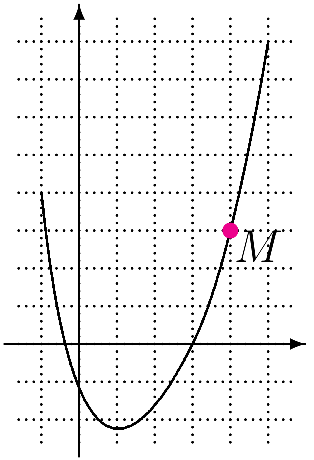
# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это

множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Надо как-то обозначить точку...

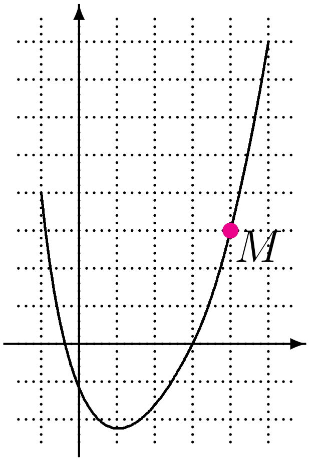


# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется...

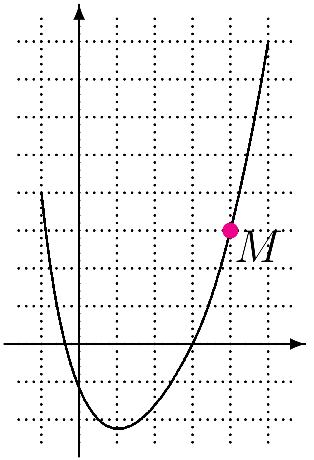


# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.

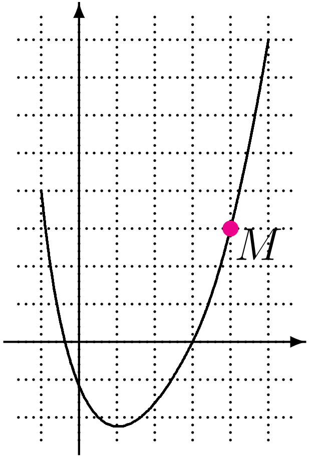
Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.



## II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.




Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$,

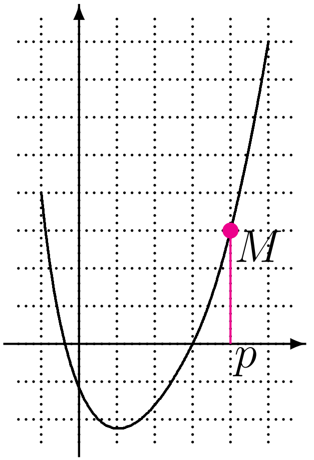
## II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$,



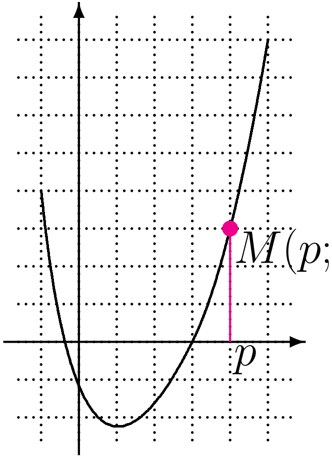
## II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$,



# II.2.2. Задание функции: график

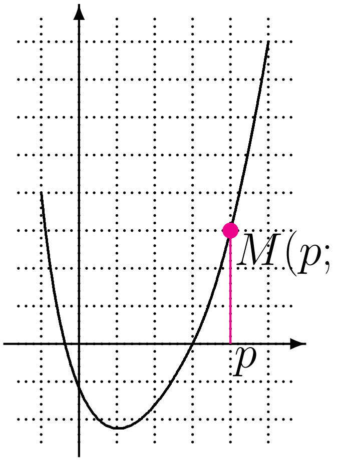
График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$,

то её ордината равна...



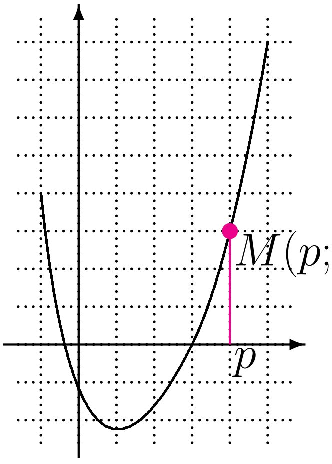
# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$, то её ордината равна $\alpha(p)$.



## II.2.2. Задание функции: график

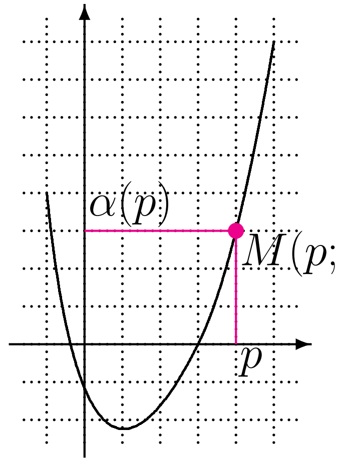
График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$,

то её ордината равна $\alpha(p)$.



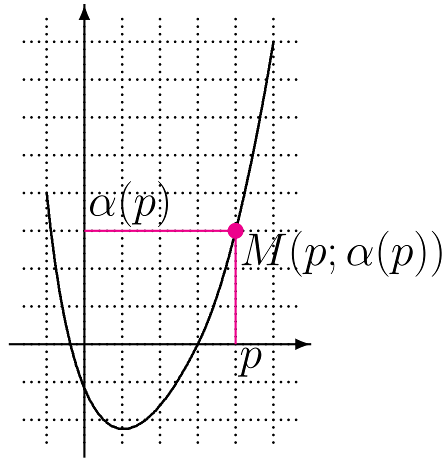
# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$, то её ордината равна $\alpha(p)$.



# II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это

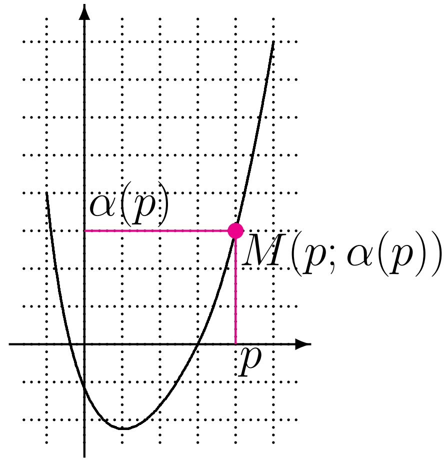
множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$,

то её ордината равна $\alpha(p)$.




Значит, график функции $\alpha$ — это

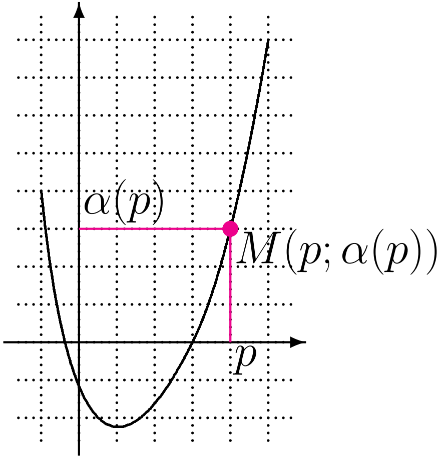
## II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$, то её ордината равна $\alpha(p)$.




Значит, график функции $\alpha$ — это **множество точек плоскости**

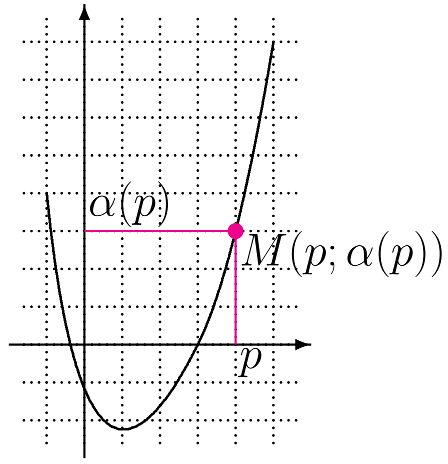
## II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$, то её ордината равна $\alpha(p)$.




Значит, график функции $\alpha$ — это множество точек плоскости **с координатами**

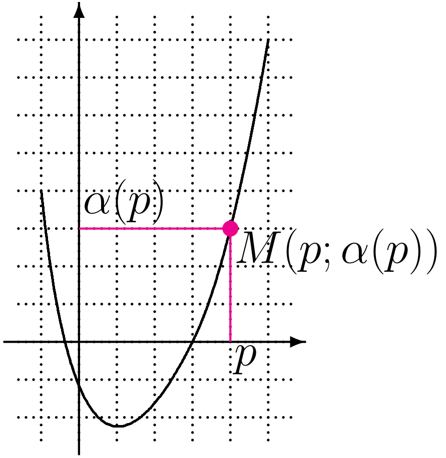
## II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$, то её ордината равна $\alpha(p)$.




Значит, график функции $\alpha$ — это множество точек плоскости с координатами $(p;\alpha(p))$.

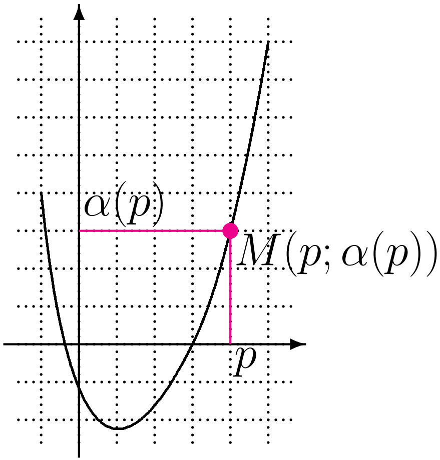
## II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$, то её ордината равна $\alpha(p)$.




Значит, график функции $\alpha$ — это множество точек плоскости с координатами $(p;\alpha(p))$.

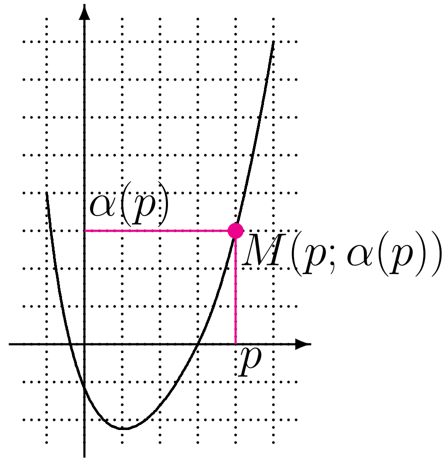
Следует обратить внимание на отличительную черту построения определения —

## II.2.2. Задание функции: график

График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике. Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$, то её ордината равна $\alpha(p)$.




Значит, график функции $\alpha$ — это множество точек плоскости с координатами $(p;\alpha(p))$.

Следует обратить внимание на отличительную черту построения определения — необходимость введения букв для обозначения рассматриваемых объектов:

## II.2.2. Задание функции: график

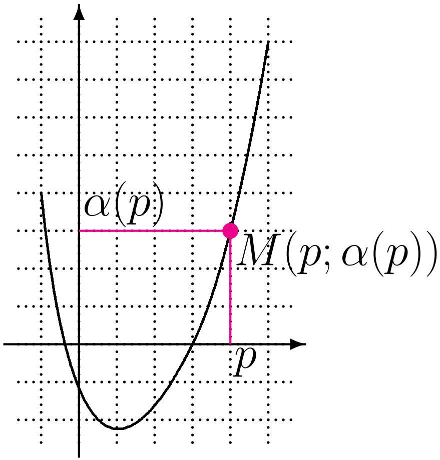



График функции $\alpha$ — это множество точек.

Возьмём конкретную точку $M$ на графике.

Положение точки на плоскости характеризуется её **координатами**.

Если абсцисса точки $M$ равна $p$, то её ордината равна $\alpha(p)$.

Значит, график функции $\alpha$ — это множество точек плоскости с координатами $(p;\alpha(p))$.

Следует обратить внимание на отличительную черту построения определения — необходимость введения букв для обозначения рассматриваемых объектов: обозначение функции ($\alpha$), абсцисса ($p$).

## II.2.2. Задание функции: график

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

**ГРАФИК.**

**Определение 1. Графиком** *функции $f$ называется множество точек плоскости с координатами* $\big(x, f(x)\big)$.

## II.2.3. Задание функции: формула

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

**ГРАФИК.**

**ВЫРАЖЕНИЕ или ФОРМУЛА.** Это наиболее часто встречающийся математике способ задания функции.

## II.2.3. Задание функции: формула

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

**ГРАФИК.**

**ВЫРАЖЕНИЕ или ФОРМУЛА.** Например, формула $f(x) = \sin^2 x$ представляет собой именно такой способ задания функции. Переменная, вместо которой надо подставлять элемент из области определения функции (в данном примере это $x$), называется **аргументом функции**. При этом явно указывается процедура *вычисления* значения $f(x)$ функции $f$ на аргументе $x$, точнее, при любом *значении аргумента*. Фактически этим способом мы указываем *правило* вычисления значения функции $f$ при произвольном значении аргумента $x$.

## II.2.3. Задание функции: формула

Часто в учебниках, сборниках задач и экзаменационных билетах можно прочитать фразы типа «функция $\sin x$...» или «функция $f(x) = x^2$...» На самом деле в этих случаях следовало бы написать что-нибудь типа «функция sin» или соответственно «функция $f$, заданная *выражением* $f(x) = x^2$...», или «функция $f$, заданная *формулой* $f(x) = x^2$...».

## II.2.3. Задание функции: формула

Что означает в последнем случае термин *выражение*?

## II.2.3. Задание функции: формула

Что означает в последнем случае термин *выражение*?

Под выражением понимается некоторое «слово», построенное в соответствии с правилами соответствующей грамматики.

### II.2.3. Задание функции: формула

Под выражением понимается некоторое «слово», построенное в соответствии с правилами соответствующей грамматики.

Предполагается, что мы имеем дело с некоторым «алфавитом» и совокупностью грамматических правил, в соответствии с которыми некоторые «слова», составленные из «букв» этого алфавита, считаются грамматически правильными, а некоторые — «неправильными», то есть нарушающими правила используемой грамматики.

## II.2.3. Задание функции: формула

Под выражением понимается некоторое «слово», построенное в соответствии с правилами соответствующей грамматики.

*Грамматически правильно построенные слова называются* **выражениями**.

Например, если речь идет о русском языке, то выражения — это слова, фразы, предложения и последовательности предложений, построенные с соблюдением формальных правил русского языка: орфографии, пунктуации и т.п.

## II.2.3. Задание функции: формула

Под выражением понимается некоторое «слово», построенное в соответствии с правилами соответствующей грамматики.

*Грамматически правильно построенные слова называются* **выражениями**.

Нас сейчас не интересует *смысл* высказывания, в данный момент важна *формальная, грамматическая* правильность.

## II.2.3. Задание функции: формула

Под выражением понимается некоторое «слово», построенное в соответствии с правилами соответствующей грамматики.

*Грамматически правильно построенные слова называются* **выражениями**.

Нас сейчас не интересует *смысл* высказывания, в данный момент важна *формальная, грамматическая* правильность.

*У воробьев по шесть ног* — грамматически правильное «слово» (пробел между словами считается «буквой»), то есть эта фраза является выражением. Но это выражение является неверным по *смыслу*, то есть неверным с точки зрения *семантики*.

## II.2.3. Задание функции: формула

Под выражением понимается некоторое «слово», построенное в соответствии с правилами соответствующей грамматики.

*Грамматически правильно построенные слова называются* **выражениями**.

Нас сейчас не интересует *смысл* высказывания, в данный момент важна *формальная, грамматическая* правильность.

*У воробьев по шесть ног* — грамматически правильное «слово» (пробел между словами считается «буквой»), то есть эта фраза является выражением. Но это выражение является неверным по *смыслу*, то есть неверным с точки зрения *семантики*.

А слово *варобей* выражением не является, как и фраза *воробей, похожая на птички*, так как в последнем случае не согласуется род существительного (воробей — мужского рода) и прилагательного (окончание -ая в слове *похожая*).

## II.2.3. Задание функции: формула

Под выражением понимается некоторое «слово», построенное в соответствии с правилами соответствующей грамматики.

*Грамматически правильно построенные слова называются* **выражениями***.*

Есть свои грамматические правила для геометрических (а особенно технических) чертежей. Если речь идет о языке школьной математики, то выражения имеют вид $2\sin^2 x$, $1-\cos 2x$, $\log_{x-3}\left(x^2-1\right)+5\cos^3\sqrt{2x+3}<x-2$ и т.п. Слово $\sin(x]\cdot -2$ выражением не является.

## II.2.3. Задание функции: формула

Рассмотрим подробнее математические выражения (в рамках школьной математики). Некоторые «слова», то есть последовательности букв, могут иметь специальный смысл. Например, последовательность букв $\sin$ обычно обозначает отдельное слово. Для того чтобы отличить его от слова $sin$ в ситуации, когда оно обозначает *произведение* переменных $s, i, n$, точку, обозначающую умножение, лучше не опускать, и писать $s \cdot i \cdot n$.

## II.2.3. Задание функции: формула

В математике среди выражений, кроме высказываний, особо выделяют еще **арифметические выражения** (это выражения типа $1 + 2 \cdot 3, \quad (5 - 1) : 2, \quad \dfrac{7+2}{4}$ и т.п.) и **алгебраические выражения** (это выражения типа $x - y^2, \quad \dfrac{x\left(x^2 - \log_3 x\right)}{5^x}$ и т.п.).

## II.2.3. Задание функции: формула

В математике среди выражений, кроме высказываний, особо выделяют еще **арифметические выражения** (это выражения типа $1 + 2 \cdot 3$, $(5 - 1) : 2$, $\dfrac{7+2}{4}$ и т.п.) и **алгебраические выражения** (это выражения типа $x - y^2$, $\dfrac{x\left(x^2 - \log_3 x\right)}{5^x}$ и т.п.).

Арифметические и алгебраические выражения представляют собой частный случай **термов**.

**Терм** — термин из *математической логики*.

## II.2.3. Задание функции: формула

В математике среди выражений, кроме высказываний, особо выделяют еще **арифметические выражения** (это выражения типа $1+2\cdot 3$, $(5-1):2$, $\frac{7+2}{4}$ и т.п.) и **алгебраические выражения** (это выражения типа $x-y^2$, $\frac{x\left(x^2-\log_3 x\right)}{5^x}$ и т.п.).

После подстановки арифметических выражений вместо переменных в алгебраические выражения получаются арифметические выражения.

## II.2.3. Задание функции: формула

В математике среди выражений, кроме высказываний, особо выделяют еще **арифметические выражения** (это выражения типа $1 + 2 \cdot 3$, $(5 - 1) : 2$, $\dfrac{7+2}{4}$ и т.п.) и **алгебраические выражения** (это выражения типа $x - y^2$, $\dfrac{x\left(x^2 - \log_3 x\right)}{5^x}$ и т.п.).

Наконец, важным типом математических выражений являются **логические выражения**. Например, $x - 2 \leq x^2$ — это логическое выражение.

## II.2.3. Задание функции: формула

В математике среди выражений, кроме высказываний, особо выделяют еще **арифметические выражения** (это выражения типа $1+2\cdot 3$, $(5-1):2$, $\dfrac{7+2}{4}$ и т.п.) и **алгебраические выражения** (это выражения типа $x-y^2$, $\dfrac{x\left(x^2-\log_3 x\right)}{5^x}$ и т.п.).

Наконец, важным типом математических выражений являются **логические выражения**. Например, $x-2 \leq x^2$ — это логическое выражение.

Отличительной чертой логических выражений является тот факт, что при подстановке арифметических выражений вместо переменных получатся высказывания, т.е. фразы, относительно которых осмысленным является вопрос, верна эта фраза или нет.

## II.2.3. Задание функции: формула

В математике среди выражений, кроме высказываний, особо выделяют еще **арифметические выражения** (это выражения типа $1+2\cdot 3, \quad (5-1):2, \quad \dfrac{7+2}{4}$ и т.п.) и **алгебраические выражения** (это выражения типа $x-y^2, \quad \dfrac{x\left(x^2-\log_3 x\right)}{5^x}$ и т.п.).

Наконец, важным типом математических выражений являются **логические выражения**. Например, $x-2 \leq x^2$ — это логическое выражение.

Среди логических выражений особо отметим равенство и неравенство. **Левой частью** неравенства или равенства называется алгебраическое выражение, стоящее *слева* от соответствующего знака отношения: $\leq, <, >, \geq, =, \neq$. Соответственно **правой частью** неравенства или равенства называется алгебраическое выражение, стоящее *справа* от соответствующего знака отношения: $\leq, <, >, \geq, =, \neq$.

## II.2.3. Задание функции: формула

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

**ГРАФИК.**

**ВЫРАЖЕНИЕ или ФОРМУЛА.**

Фраза *функция* $f$ *задана выражением* $f(x) = x^2 - x$ означает, что мы явно указываем способ вычисления *значения функции* $f$ на произвольном элементе области определения: надо этот элемент подставить вместо аргумента функции, в данном примере — вместо буквы $x$.

## II.2.3. Задание функции: формула

**ТАБЛИЦА.** Ее еще называют **таблицей значений**.

**ГРАФИК.**

**ВЫРАЖЕНИЕ или ФОРМУЛА.**

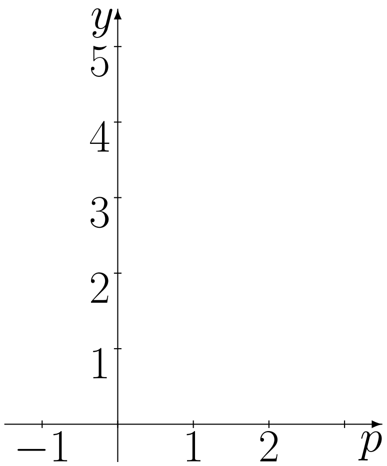
Ясно, что выражения $f(x) = x^2 - x$ и $f(t) = t^2 - t$ задают одну и ту же функцию, просто в первом случае в качестве аргумента функции используется символ $x$, а во втором — $t$. На результате *вычисления значения* функции это не отразится. И в том, и в другом случае получим $f(3) = 3^2 - 3 = 6$, просто в первом случае мы числом 3 заменили букву $x$, а во втором — букву $t$. Из этого примера следует, что обозначение аргумента может быть практически любым (кроме естественных исключений: $0, 1, \ldots, \cos, \ldots$), при этом функция не изменится. То есть формулы $f(x) = x^2 - x$, $\quad f(t) = t^2 - t$, $\quad f(s) = s^2 - s$ и т.п. задают *одну и ту же функцию* $f$.

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |



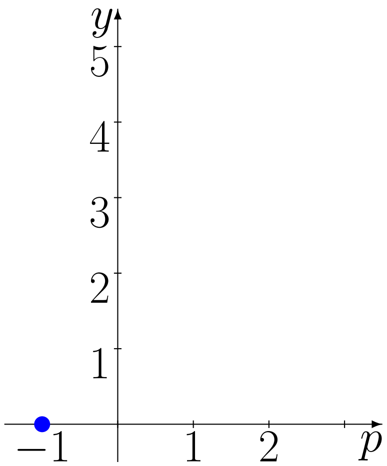

**Решение.** Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) =$

$$A = \{M'(-1;\ \ );\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |



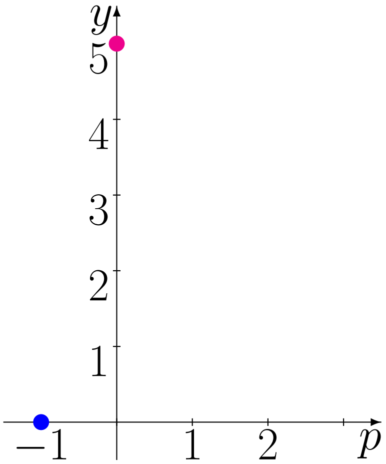
**Решение.** Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) =$

$$A = \{M'(-1;\ );\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |



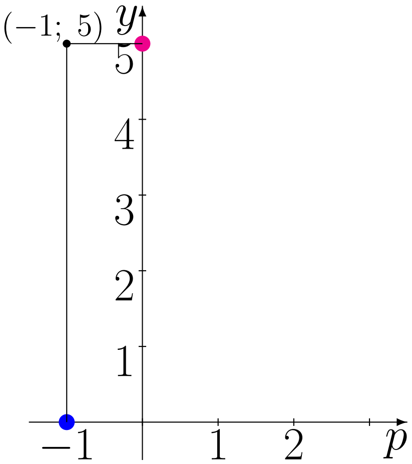

**Решение.** Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) = 5.$

$$A = \{ M'(-1; 5); \qquad\qquad\qquad\qquad \}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |



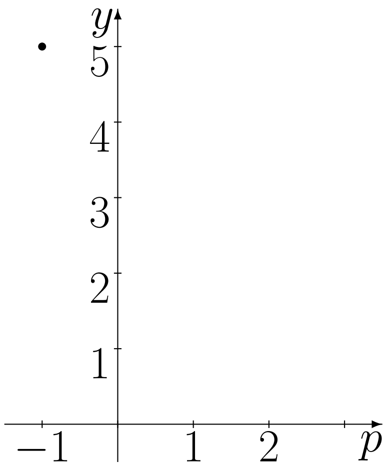

**Решение.** Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) = 5.$

$$A = \{M'(-1;5); \qquad \qquad \}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |



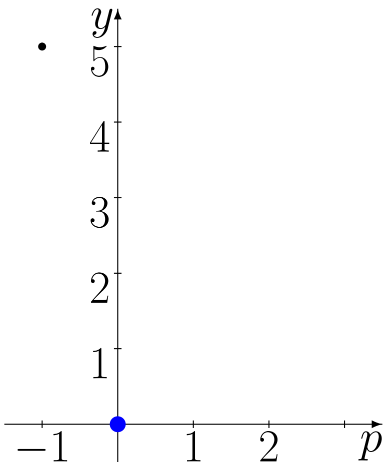

**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

$$A = \left\{ M'(-1; 5); \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

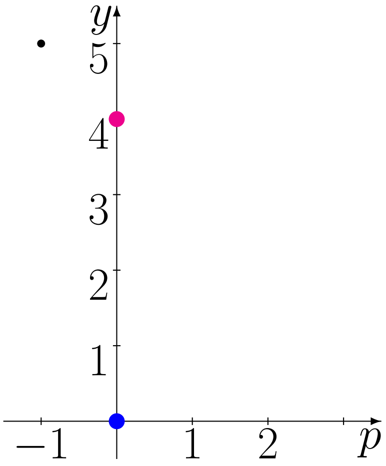
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) =$

$$A = \{M'(-1; 5);\ M''(0;\ \ );\qquad\qquad \}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

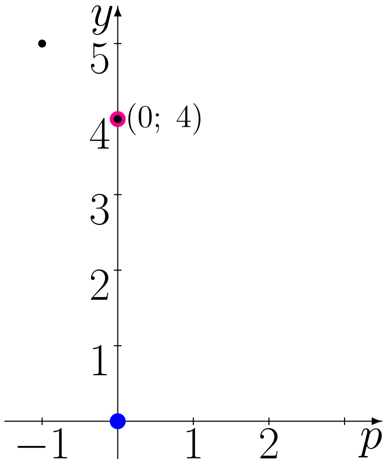
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

$$A = \{M'(-1; 5);\ M''(0;\ \ );\qquad\qquad\qquad\qquad \}.$$

**Пример 1.** *Постройте график* $A$ *функции* $\alpha$, *заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

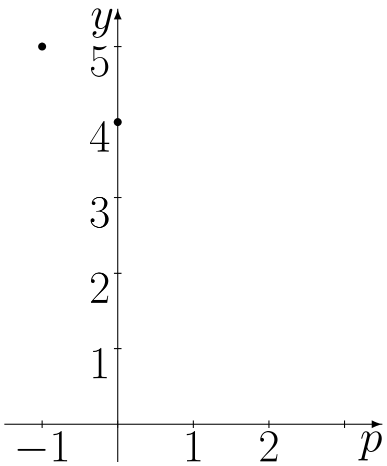
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

$$A = \{M'(-1; 5);\ M''(0; 4); \qquad \}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

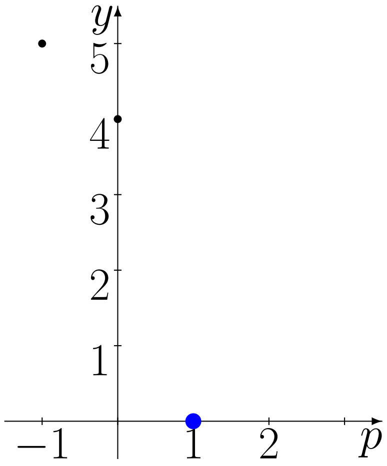
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

$$A = \{M'(-1;5);\ M''(0;4); \qquad\qquad\qquad\qquad \}.$$

**Пример 1.** *Постройте график A функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

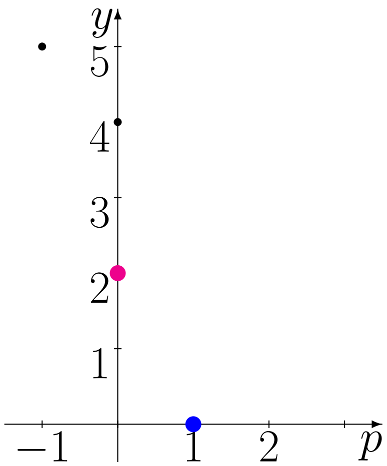
$\alpha(0) = 4,$

$\alpha(1) =$

$$A = \{M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;\ \ );\qquad\qquad \}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

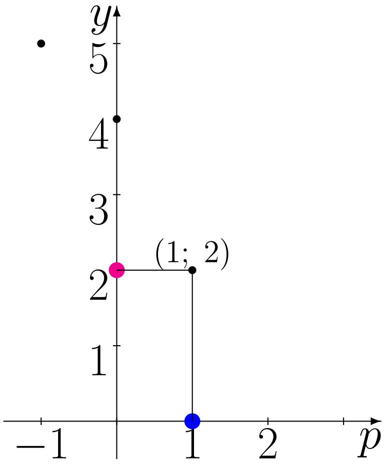
$\alpha(0) = 4,$

$\alpha(1) = 2,$

$$A = \left\{ M'(-1; 5);\ M''(0; 4);\ M'''(1;\ \ );\qquad\qquad \right\}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

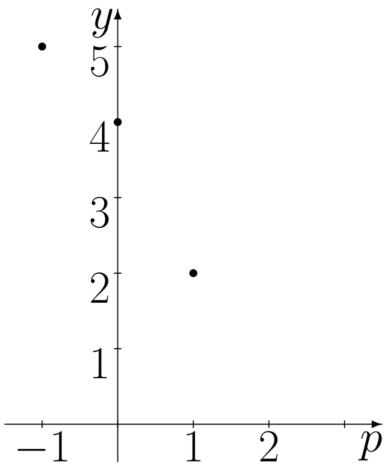
$\alpha(0) = 4,$

$\alpha(1) = 2,$

$$A = \{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2); \qquad\qquad \}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

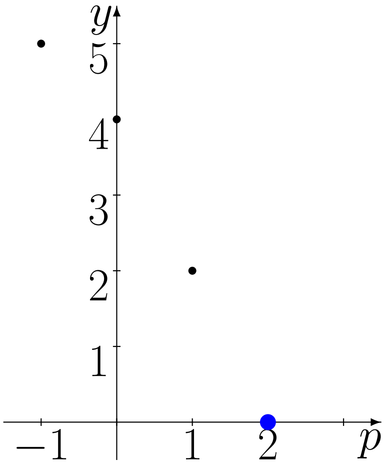
$\alpha(0) = 4,$

$\alpha(1) = 2,$

$$A = \left\{ M'(-1; 5);\ M''(0; 4);\ M'''(1; 2); \qquad\qquad\qquad \right\}.$$

**Пример 1.** *Постройте график* $A$ *функции* $\alpha$, *заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

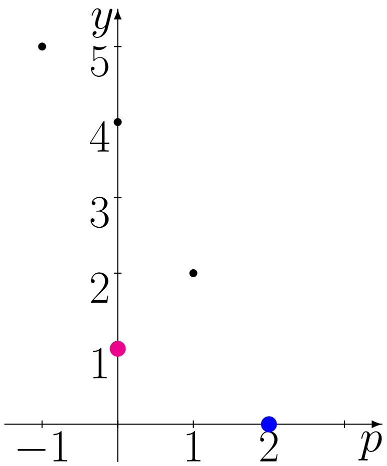
$\alpha(1) = 2,$

$\alpha(2) =$

$$A = \left\{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2);\ M^{(IV)}(2;\ \ ) \right\}.$$

**Пример 1.** *Постройте график* $A$ *функции* $\alpha$, *заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

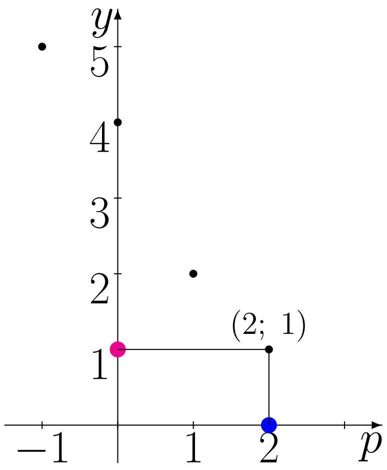
$\alpha(1) = 2,$

$\alpha(2) = 1.$

$$A = \left\{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2);\ M^{(IV)}(2;\ \ ) \right\}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

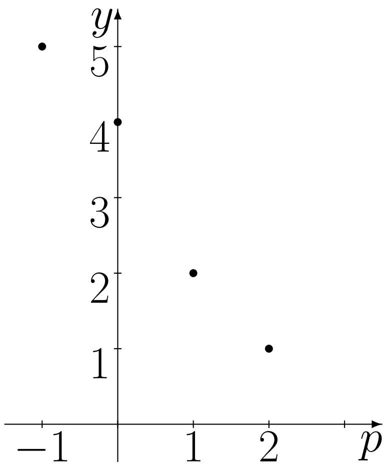
$\alpha(1) = 2,$

$\alpha(2) = 1.$

$$A = \left\{M'(-1; 5);\ M''(0; 4);\ M'''(1; 2);\ M^{(IV)}(2; 1)\right\}.$$

**Пример 1.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5$,

$\alpha(0) = 4$,

$\alpha(1) = 2$,

$\alpha(2) = 1$.

Итак, график функции $\alpha$ представляет собой множество из четырёх точек.

$$A = \left\{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2);\ M^{(IV)}(2;1) \right\}.$$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.**

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(\mathbf{3}) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(\mathbf{3}) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,
$f(\mathbf{3}) = \mathbf{3}^2 - \mathbf{3}$,

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(\mathbf{t}) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(\mathbf{t}) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(\mathbf{t}) = \mathbf{t}^2 - \mathbf{t},$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(\mathbf{p} + \mathbf{1}) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x)=x^2-x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x})=\mathbf{x}^2-\mathbf{x}$,

$f(3)=3^2-3, \quad f(3)=6,$

$f(t)=t^2-t,$

$f(\mathbf{p}+\mathbf{1})=$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(\mathbf{p+1}) = (\mathbf{p+1})^2 - (\mathbf{p+1}),$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(\mathbf{2n}) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(\mathbf{2n}) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(\mathbf{2n}) = (\mathbf{2n})^2 - (\mathbf{2n}),$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6$,

$f(t) = t^2 - t$,

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1)$,

$f(2n) = (2n)^2 - (2n)$,

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$
$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$
$f(x+y) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(\mathbf{x} + \mathbf{y}) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(\mathbf{x} + \mathbf{y}) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(\mathbf{x}+\mathbf{y}) = (\mathbf{x}+\mathbf{y})^2 - (\mathbf{x}+\mathbf{y}),$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

$f(2(\alpha - 1)) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$
$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$
$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$
$f(2(\alpha-1)) = (2(\alpha-1))^2 - (2(\alpha-1)), \quad f(2(\alpha-1)) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x)=x^2-x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x)=x^2-x$,

$f(3)=3^2-3, \quad f(3)=6,$

$f(t)=t^2-t,$

$f(p+1)=(p+1)^2-(p+1),$

$f(2n)=(2n)^2-(2n),$

$f(x+y)=(x+y)^2-(x+y),$

$f(2(\alpha-1))=(2(\alpha-1))^2-(2(\alpha-1)), \quad f(2(\alpha-1))=4\alpha^2-4\alpha+6,$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

$f(2(\alpha-1)) = (2(\alpha-1))^2 - (2(\alpha-1)), \quad f(2(\alpha-1)) = 4\alpha^2 - 4\alpha + 6,$

$f(3(a-x)+1) =$

**Пример 2.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$
$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$
$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$
$f(2(\alpha-1)) = (2(\alpha-1))^2 - (2(\alpha-1)), \quad f(2(\alpha-1)) = 4\alpha^2 - 4\alpha + 6,$
$f(3(a-x)+1) = (3(a-x)+1)^2 - (3(a-x)+1).$

**Задача II.1.** (Ответ приведен на стр.1293.) Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$;
**4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Задача II.2.** (Ответ приведен на стр.1386.) Известно, что $D(f) = \{-1, 0, 1\}$, причем $f(-1) = 2$, $f(1) = 2 \cdot f(-1)$, $f(0) = f(1) + f(-1)$. Задайте функцию $f$ таблицей значений.

**Задача II.3.** (Ответ приведен на стр.1388.) Функции $f$ и $g$ заданы таблицами значений:

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-2$ |

,

| $s$ | $-1$ | $1$ | $0$ |
|---|---|---|---|
| $g(s)$ | $2$ | $-2$ | $1$ |

.

Выясните, равны ли функции $f$ и $g$, постройте их графики. Перебором всех вариантов решите уравнение $f(x) = -2x$.

**Задача II.4.** (Ответ приведен на стр.1390.) Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $D(g) = D(k) = \{-1, 0, 1\}$ и в своей области определения функции $f, g$ и $k$ заданы формулами $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = x^2 + x$, $k(t) = t^2 + t$. Найдите таблицы значений функций $f$, $g$ и $k$. Выясните, какие из функций $f, g, h, k$ равны, если $h$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(t)$ | $0$ | $0$ | $2$ |

.

[1] Функция $g$ называется **ограничением** функции $f$ на множество $\{-1, 0, 1\}$.

## II.3. Тождественные преобразования

Заметим, что для $f(x) = x^2 - x$ при вычислении $f(3) = 3^2 - 3 = 6$ мы не оставили в ответе «слово» $3^2 - 3$, а преобразовали его в соответствии с правилами арифметики (эти правила носят грамматический характер). Но многие из таких преобразований можно проделать не только *после* подстановки числа вместо аргумента, но и *до* этого, «в общем виде».

## II.3. Тождественные преобразования

Ясно, что выражение $x(x-1)$ задает ту же функцию, что и выражение $x^2-x$, потому что при каждом значении переменной $x$ значение выражения $x(x-1)$ равно значению выражения $x^2-x$. Таким образом, к выражению, задающему функцию, можно применять некоторые преобразования. Такими преобразованиями, например, являются: вынесение за скобку общего множителя, применение формул сокращенного умножения, формул типа $\sin^2 x = 1-\cos^2 x$ и т.п. Поставим вопрос в общем виде: какие именно преобразования допустимы?

## II.3. Тождественные преобразования

Ясно, что выражение $x(x-1)$ задает ту же функцию, что и выражение $x^2 - x$, потому что при каждом значении переменной $x$ значение выражения $x(x-1)$ равно значению выражения $x^2 - x$. Таким образом, к выражению, задающему функцию, можно применять некоторые преобразования. Такими преобразованиями, например, являются: вынесение за скобку общего множителя, применение формул сокращенного умножения, формул типа $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ и т.п. Поставим вопрос в общем виде: какие именно преобразования допустимы?

Ответ таков: только такие, применение которых приводит к выражению, задающему ту же функцию.

## II.3. Тождественные преобразования

**Определение 2.** *Преобразование алгебраического выражения назовем* **тождественным***, если преобразованное алгебраическое выражение задает ту же функцию, что и исходное алгебраическое выражение.*

## II.3. Тождественные преобразования

**Определение 2.** *Преобразование алгебраического выражения назовем* **тождественным**, *если преобразованное алгебраическое выражение задает ту же функцию, что и исходное алгебраическое выражение.*

Чем богаче доступный «арсенал» тождественных преобразований, тем проще решать уравнения, неравенства и другие задачи. Именно поэтому так много внимания в школе уделяется формальным правилам алгебры чисел и алгебры числовых функций, в частности, формулам сокращенного умножения, а также тригонометрическим тождествам.

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(x) = 4x^2 - x$. Тогда

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(x) = 4x^2 - x$. Тогда

$f(-2) =$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(\mathbf{x}) = 4\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$. Тогда

$f(-2) =$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(\mathbf{x}) = 4\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$. Тогда
$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(x) = 4x^2 - x$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2);$

$f(t) =$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(\mathbf{x}) = 4\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$. Тогда
$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2);$
$f(t) =$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(\mathbf{x}) = 4\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$. Тогда
$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;
$f(t) = 4t^2 - t$;

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(x) = 4x^2 - x$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;

$f(t) = 4t^2 - t$;

$f(2y) =$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(\mathbf{x}) = 4\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2);$

$f(t) = 4t^2 - t;$

$f(2y) =$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(\mathbf{x}) = 4\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2);$

$f(t) = 4t^2 - t;$

$f(2y) = 4 \cdot (\quad)^2 - (\quad);$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

### Замена аргумента функции.

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(\mathbf{x}) = 4\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;

$f(t) = 4t^2 - t$;

$f(2y) = 4 \cdot (2y)^2 - (2y)$;

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(x) = 4x^2 - x$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;

$f(t) = 4t^2 - t$;

$f(2y) = 4 \cdot (2y)^2 - (2y)$;

$f(abcd) =$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(\mathbf{x}) = 4\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;

$f(t) = 4t^2 - t$;

$f(2y) = 4 \cdot (2y)^2 - (2y)$;

$f(abcd) =$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

### Замена аргумента функции.

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(\mathbf{x}) = 4\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2);$

$f(t) = 4t^2 - t;$

$f(2y) = 4 \cdot (2y)^2 - (2y);$

$f(abcd) = 4(\qquad)^2 - (\qquad).$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(\mathbf{x}) = 4\mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;

$f(t) = 4t^2 - t$;

$f(2y) = 4 \cdot (2y)^2 - (2y)$;

$f(abcd) = 4(abcd)^2 - (abcd)$.

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(x) = 4x^2 - x$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;

$f(t) = 4t^2 - t$;

$f(2y) = 4 \cdot (2y)^2 - (2y)$;

$f(abcd) = 4(abcd)^2 - (abcd)$.

Другой пример: пусть $\varphi(s) = (s + 4)^2$ и надо «избавиться от $\varphi$» в выражении $\varphi(t - 1)$.

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(x) = 4x^2 - x$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;

$f(t) = 4t^2 - t$;

$f(2y) = 4 \cdot (2y)^2 - (2y)$;

$f(abcd) = 4(abcd)^2 - (abcd)$.

Другой пример: пусть $\varphi(s) = (s+4)^2$ и надо «избавиться от $\varphi$» в выражении $\varphi(t-1)$.

Тогда, полагая $s = t - 1$, получаем $\varphi(t-1) =$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

### Замена аргумента функции.

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(x) = 4x^2 - x$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;

$f(t) = 4t^2 - t$;

$f(2y) = 4 \cdot (2y)^2 - (2y)$;

$f(abcd) = 4(abcd)^2 - (abcd)$.

Другой пример: пусть $\varphi(s) = (s+4)^2$ и надо «избавиться от $\varphi$» в выражении $\varphi(t-1)$.

Тогда, полагая $s = t - 1$, получаем $\varphi(t-1) = ((\qquad\quad) + 4)^2 =$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(x) = 4x^2 - x$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;

$f(t) = 4t^2 - t$;

$f(2y) = 4 \cdot (2y)^2 - (2y)$;

$f(abcd) = 4(abcd)^2 - (abcd)$.

Другой пример: пусть $\varphi(s) = (s+4)^2$ и надо «избавиться от $\varphi$» в выражении $\varphi(t-1)$.

Тогда, полагая $s = t - 1$, получаем $\varphi(t-1) = ((t-1)+4)^2 =$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$ и $t$ — некоторое арифметическое или алгебраическое выражение, то для того, чтобы вычислить значение $f(t)$, надо в этом выражении «слово» $x$ заменить на «слово» $t$. Например, пусть $f(x) = 4x^2 - x$. Тогда

$f(-2) = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)$;

$f(t) = 4t^2 - t$;

$f(2y) = 4 \cdot (2y)^2 - (2y)$;

$f(abcd) = 4(abcd)^2 - (abcd)$.

Другой пример: пусть $\varphi(s) = (s+4)^2$ и надо «избавиться от $\varphi$» в выражении $\varphi(t-1)$.

Тогда, полагая $s = t - 1$, получаем $\varphi(t-1) = ((t-1)+4)^2 = (t+3)^2$.

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

**Замена значения функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$, то в алгебраических выражениях можно «избавляться от символа $f$». Например, пусть $f(x) = 2x^2 - 1$, тогда в алгебраическом выражении $3f(t) - f^2(t)$ можно «избавиться» от символа $f$ следующим образом:

$$3f(t) - f^2(t) =$$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

### Замена аргумента функции.

### Замена значения функции.

Если функция задана выражением $f(x)$, то в алгебраических выражениях можно «избавляться от символа $f$». Например, пусть $f(x) = 2x^2 - 1$, тогда в алгебраическом выражении $3f(t) - f^2(t)$ можно «избавиться» от символа $f$ следующим образом:

$$3f(t) - f^2(t) = 3 \cdot \left( \qquad\qquad \right) - \left( \qquad\qquad \right)^2.$$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

**Замена значения функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$, то в алгебраических выражениях можно «избавляться от символа $f$». Например, пусть $f(x) = 2x^2 - 1$, тогда в алгебраическом выражении $3f(t) - f^2(t)$ можно «избавиться» от символа $f$ следующим образом:

$$3f(t) - f^2(t) = 3 \cdot \left(2\underline{?}^2 - 1\right) - \left(2\underline{?}^2 - 1\right)^2 .$$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

**Замена значения функции.**

Если функция задана выражением $f(x)$, то в алгебраических выражениях можно «избавляться от символа $f$». Например, пусть $f(x) = 2x^2 - 1$, тогда в алгебраическом выражении $3f(t) - f^2(t)$ можно «избавиться» от символа $f$ следующим образом:

$$3f(t) - f^2(t) = 3 \cdot \left(2t^2 - 1\right) - \left(2t^2 - 1\right)^2.$$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

### Замена аргумента функции.

### Замена значения функции.

Аналогично получаем:

если $\quad \varphi(x) = (x+4)^2, \quad$ то $\quad \varphi(t-1)+1 =$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

**Замена значения функции.**

Аналогично получаем:

если $\quad \varphi(x)=(x+4)^2, \quad$ то $\quad \varphi(t-1)+1=((t-1)+4)^2+1;$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

**Замена значения функции.**

Аналогично получаем:

если $\quad \varphi(x) = (x+4)^2, \quad$ то $\quad \varphi(t-1)+1 = ((t-1)+4)^2+1;$

если $\quad \tau(t) = 2t-1, \quad$ то $\quad F(\tau(x)-4) =$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

**Замена значения функции.**

Аналогично получаем:

если $\varphi(x) = (x+4)^2$, то $\varphi(t-1)+1 = ((t-1)+4)^2 + 1$;

если $\tau(t) = 2t-1$, то $F(\tau(x)-4) = F((2t-1)-4) =$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

**Замена значения функции.**

Аналогично получаем:

если $\varphi(x) = (x+4)^2$, то $\varphi(t-1)+1 = ((t-1)+4)^2 + 1$;

если $\tau(t) = 2t-1$, то $F(\tau(x)-4) = F((2t-1)-4) = F(2t-5)$;

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

**Замена значения функции.**

Аналогично получаем:

если $\quad \varphi(x) = (x+4)^2, \quad$ то $\quad \varphi(t-1)+1 = ((t-1)+4)^2+1;$

если $\quad \tau(t) = 2t-1, \quad$ то $\quad F(\tau(x)-4) = F((2t-1)-4) = F(2t-5);$

если $\quad f(t) = 4-2t \quad$ и $\quad g(s) = 3f(s)-s, \quad$ то

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

**Замена значения функции.**

Аналогично получаем:

если $\varphi(x)=(x+4)^2$, то $\varphi(t-1)+1=((t-1)+4)^2+1$;

если $\tau(t)=2t-1$, то $F(\tau(x)-4)=F((2t-1)-4)=F(2t-5)$;

если $f(t)=4-2t$ и $g(s)=3f(s)-s$, то

$g^2(x)+f(x)-3x=$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

**Замена аргумента функции.**

**Замена значения функции.**

Аналогично получаем:

если $\varphi(x) = (x+4)^2$, то $\varphi(t-1)+1 = ((t-1)+4)^2+1$;

если $\tau(t) = 2t-1$, то $F(\tau(x)-4) = F((2t-1)-4) = F(2t-5)$;

если $f(t) = 4-2t$ и $g(s) = 3f(s)-s$, то

$$g^2(x)+f(x)-3x = (3f(x)-x)^2+f(x)-3x =$$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

### Замена аргумента функции.

### Замена значения функции.

Аналогично получаем:

если $\varphi(x)=(x+4)^2$, то $\varphi(t-1)+1=((t-1)+4)^2+1$;

если $\tau(t)=2t-1$, то $F(\tau(x)-4)=F((2t-1)-4)=F(2t-5)$;

если $f(t)=4-2t$ и $g(s)=3f(s)-s$, то

$$g^2(x)+f(x)-3x=(3f(x)-x)^2+f(x)-3x=(3(4-2x)-x)^2+(4-2x)-3x.$$

# II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

## Замена аргумента функции.

## Замена значения функции.

Аналогично получаем:

если $\varphi(x) = (x+4)^2$, то $\varphi(t-1)+1 = ((t-1)+4)^2+1$;

если $\tau(t) = 2t-1$, то $F(\tau(x)-4) = F((2t-1)-4) = F(2t-5)$;

если $f(t) = 4-2t$ и $g(s) = 3f(s)-s$, то

$$g^2(x)+f(x)-3x = (3f(x)-x)^2+f(x)-3x = (3(4-2x)-x)^2+(4-2x)-3x.$$

В последнем случае ответ можно было получить иначе:

$$g(s) = 3\cdot(4-2s)-s = \qquad\qquad \Rightarrow$$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

### Замена аргумента функции.

### Замена значения функции.

Аналогично получаем:

если $\varphi(x) = (x+4)^2$, то $\varphi(t-1)+1 = ((t-1)+4)^2+1$;

если $\tau(t) = 2t-1$, то $F(\tau(x)-4) = F((2t-1)-4) = F(2t-5)$;

если $f(t) = 4-2t$ и $g(s) = 3f(s)-s$, то

$$g^2(x)+f(x)-3x = (3f(x)-x)^2+f(x)-3x = (3(4-2x)-x)^2+(4-2x)-3x.$$

В последнем случае ответ можно было получить иначе:

$$g(s) = 3\cdot(4-2s)-s = 12-7s \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow$$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

### Замена аргумента функции.

### Замена значения функции.

Аналогично получаем:

если $\varphi(x) = (x+4)^2$, то $\varphi(t-1)+1 = ((t-1)+4)^2 + 1$;

если $\tau(t) = 2t-1$, то $F(\tau(x)-4) = F((2t-1)-4) = F(2t-5)$;

если $f(t) = 4-2t$ и $g(s) = 3f(s)-s$, то

$$g^2(x)+f(x)-3x = (3f(x)-x)^2+f(x)-3x = (3(4-2x)-x)^2+(4-2x)-3x.$$

В последнем случае ответ можно было получить иначе:

$$g(s) = 3\cdot(4-2s)-s = 12-7s \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad g^2(x)+f(x)-3x =$$

## II.4. Некоторые преобразования функций, заданных формулами

### Замена аргумента функции.

### Замена значения функции.

Аналогично получаем:

если $\varphi(x)=(x+4)^2$, то $\varphi(t-1)+1=((t-1)+4)^2+1$;

если $\tau(t)=2t-1$, то $F(\tau(x)-4)=F((2t-1)-4)=F(2t-5)$;

если $f(t)=4-2t$ и $g(s)=3f(s)-s$, то

$$g^2(x)+f(x)-3x=(3f(x)-x)^2+f(x)-3x=(3(4-2x)-x)^2+(4-2x)-3x.$$

В последнем случае ответ можно было получить иначе:

$$g(s)=3\cdot(4-2s)-s=12-7s \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad g^2(x)+f(x)-3x=(12-7x)^2+(4-2x)-3x.$$

## II.5. Статические и динамические модели функции

При изучении этой главы до этого момента основная нагрузка приходилась, в основном, на левую половину мозга, отвечающую за логическое мышление. Для того чтобы усвоить материал, необходимо, чтобы подключилась правая половина мозга — образное мышление, интуиция и т.п. Надо, чтобы у Вас сформировалась система моделей изучаемого понятия. Мы предлагаем два типа «моделей» понятия функции.

## II.5. Статические и динамические модели функции

В **динамических** моделях функция $f$ представляется «черным ящиком», на вход которого подается $x$, а на выходе получаем $f(x)$.

## II.5. Статические и динамические модели функции

В **динамических** моделях функция $f$ представляется «черным ящиком», на вход которого подается $x$, а на выходе получаем $f(x)$.

Пример — задание функции выражением. Кроме привычных выражений типа $x^2 - 2x$, могут быть выражения других типов. Например, можно задать некоторую функцию такой *словесной* формулой: «отображение $h$ каждой цифре ставит в соответствие количество букв в русском слове, обозначающем эту цифру».

## II.5. Статические и динамические модели функции

В **динамических** моделях функция $f$ представляется «черным ящиком», на вход которого подается $x$, а на выходе получаем $f(x)$.

Пример — задание функции выражением. Кроме привычных выражений типа $x^2 - 2x$, могут быть выражения других типов. Например, можно задать некоторую функцию такой *словесной* формулой: «отображение $h$ каждой цифре ставит в соответствие количество букв в русском слове, обозначающем эту цифру».

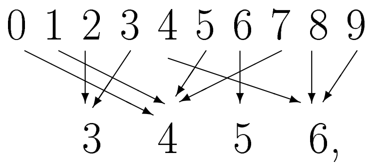
Отличительная черта «динамических моделей»: четко выделено, куда надо подставлять элемент из области определения (например, при задании функции выражением этот элемент надо подставлять вместо аргумента функции), и где получим значение функции.

## II.5. Статические и динамические модели функции

В **статических** моделях каким-либо образом изображаем множества $D(f)$ и $E(f)$ и каким-либо образом указываем, как осуществляется отображение. Рассмотренной выше функции $h$ можно поставить в соответствие

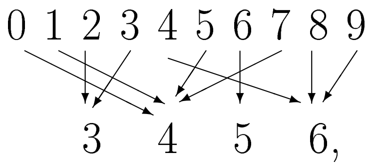
## II.5. Статические и динамические модели функции

В **статических** моделях каким-либо образом изображаем множества $D(f)$ и $E(f)$ и каким-либо образом указываем, как осуществляется отображение. Рассмотренной выше функции $h$ можно поставить в соответствие

схему: 

## II.5. Статические и динамические модели функции

В **статических** моделях каким-либо образом изображаем множества $D(f)$ и $E(f)$ и каким-либо образом указываем, как осуществляется отображение. Рассмотренной выше функции $h$ можно поставить в соответствие

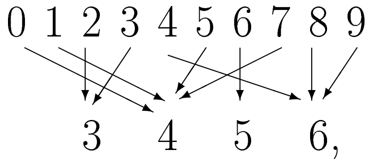
схему: 


таблицу

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | 4 | 4 | 3 | 3 | 6 | 4 | 5 | 4 | 6 | 6 |

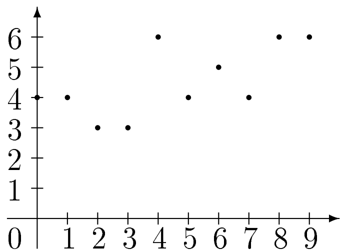
## II.5. Статические и динамические модели функции

В **статических** моделях каким-либо образом изображаем множества $D(f)$ и $E(f)$ и каким-либо образом указываем, как осуществляется отображение. Рассмотренной выше функции $h$ можно поставить в соответствие

схему: 

таблицу

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h(x)$ | 4 | 4 | 3 | 3 | 6 | 4 | 5 | 4 | 6 | 6 |

или график 

Таким образом, в статических моделях и значения аргумента, и значения отображения «размазаны», то есть не выделено «место, куда подставлять элемент» из области определения.

Чтобы найти $h(2)$ по вышеприведенной таблице, надо *найти* в первой строке число 2, и тогда в соответствующем столбце во второй строке находим значение функции — число 3. Если функция $h$ задана формулой (например: «цифре ставится в соответствие количество букв в русском слове, обозначающем эту цифру»), ситуация принципиально другая: к цифре «2» применяем эту процедуру, не требующую поиска цифры 2 в «объекте», соответствующем области определения функции (например, строке таблицы). Получаем, что числу 2 соответствует слово «два», вычисляем количество букв в нем: 3 и получаем значение $h(2)$.

## II.5. Статические и динамические модели функции

Таким образом, в статических моделях и значения аргумента, и значения отображения «размазаны», то есть не выделено «место, куда подставлять элемент» из области определения.

Еще пример статической модели — график функции. Напомним, что **график функции** $h$ — *это множество точек плоскости с координатами* $(x, h(x))$.

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.**

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** В данном примере используется переход от **динамической** модели функции к ее **статической** модели.

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) =$

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{\qquad\qquad\}$,

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$E(g) =$

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$E(g) = \{ \qquad\qquad\qquad\qquad \} =$

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} =$

**Пример 3.** *Функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = 3x^2 - 1$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \Big\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \Big\} =$$

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \{3 \cdot (-1)^2 - 1, \qquad\qquad \} =$$

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, \qquad \right\} =$$

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

**Пример 3.** *Функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = 3x^2 - 1$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$*. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \{2, -1\}.$$

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \left\{2, -1\right\}.$$

Таблица значений функции $g$ имеет вид:

| $x$ | | | |
|---|---|---|---|
| $3x^2 - 1$ | | | |

.

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \left\{2, -1\right\}.$$

Таблица значений функции $g$ имеет вид:

| $x$ | $-1$ | | |
|---|---|---|---|
| $3x^2 - 1$ | | | |

.

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \left\{2, -1\right\}.$$

Таблица значений функции $g$ имеет вид:

| $x$ | $-1$ | $0$ | |
|---|---|---|---|
| $3x^2 - 1$ | | | |

.

**Пример 3.** *Функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = 3x^2 - 1$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \left\{2, -1\right\}.$$

Таблица значений функции $g$ имеет вид:

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $3x^2 - 1$ | | | |

.

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \{2, -1\}\,.$$

Таблица значений функции $g$ имеет вид:

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $3x^2 - 1$ | $2$ | | |

.

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \{2, -1\}\,.$$

Таблица значений функции $g$ имеет вид:

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $3x^2 - 1$ | $2$ | $-1$ | |

.

**Пример 3.** *Функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = 3x^2 - 1$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции.*

**Решение.** По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1),\ g(0),\ g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \left\{2, -1\right\}.$$

Таблица значений функции $g$ имеет вид:

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $3x^2 - 1$ | $2$ | $-1$ | $2$ |

.

# III. Частные виды функций: общий случай

В соответствии со стратегий приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций, рассмотрим некоторые частные виды функций.

# III.1. Отображение <u>на множество</u>

**Определение 3.** *Говорят, что функция* $f : A \to B$ *отображает множество* $A$ <u>***на множество*** $B$</u> *или* $f$ *— это* **сюръекция**, *если у каждого элемента из* $B$ *есть* ***прообраз*** *в* $U$.

Слишком много слов и нет равенств...

## III.1. Отображение <u>на множество</u>

**Определение 3.** *Говорят, что функция* $f : A \to B$ *отображает множество* $A$ ***<u>на множество</u>*** $B$ *или* $f$ *— это* **сюръекция***, если у каждого элемента из* $B$ *есть* ***прообраз*** *в* $U$*, т.е.*

$$\textit{для любого } b \in B \quad \textit{существует } a \in A \quad \textit{такой, что} \quad b = f(a).$$

Вот теперь хорошо!

## III.2. Взаимно однозначные функции

Итак, мы рассмотрели ситуацию, когда у каждого элемента из области определения имеется только один **образ**.

Естественно рассмотреть ситуацию, когда

## III.2. Взаимно однозначные функции

Итак, мы рассмотрели ситуацию, когда у каждого элемента из области определения имеется только один **образ**.

Естественно рассмотреть ситуацию, когда у каждого элемента из $E(f)$ имеется только один **прообраз**.

## III.2. Взаимно однозначные функции

Итак, мы рассмотрели ситуацию, когда у каждого элемента из области определения имеется только один **образ**.

Естественно рассмотреть ситуацию, когда у каждого элемента из $E(f)$ имеется только один **прообраз**.

Такая функция называется взаимно однозначной.

## III.2. Взаимно однозначные функции

**Определение 4.** *Функция $f$ называется* **взаимно однозначной функцией**, *если*

$$\begin{cases} x \in D(f) \\ y \in D(f) \end{cases} \Rightarrow \Big(x = y \Leftrightarrow f(x) = f(y)\Big). \tag{4}$$

## III.2. Взаимно однозначные функции

**Определение 4.** *Функция $f$ называется* **взаимно однозначной функцией**, *если*

$$\begin{cases} x \in D(f) \\ y \in D(f) \end{cases} \Rightarrow \Big( x = y \ \Leftrightarrow \ f(x) = f(y) \Big) . \tag{4}$$

Характеристическое свойство на языке неравенств можно записать, например, в виде:

$$\begin{cases} x \in D(f) \\ y \in D(f) \end{cases} \Rightarrow \Big( x \neq y \ \Leftrightarrow \ f(x) \neq f(y) \Big) . \tag{5}$$

**Задача III.5.** (Ответ приведен на стр.1392.) Пусть $D(f) = \{0, 1, 2, 3\}$ и в области определения функции $f$ выполняется равенство $f(x) = 1 - x^2$. Задайте функцию $f$ таблицей. Найдите $E(f)$. Является ли функция $f$ *взаимно* однозначной?

**Задача III.6.** (Ответ приведен на стр.1394.) Пусть функция $f$ каждому слову из списка $\{$сорока, грач, жук, акула$\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция $g$ — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции $f$ и $g$ (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию $h$, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции $f$ и $g$ *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

## III.3. Критерий взаимной однозначности

**Теорема 1.** *Функция $f$ является взаимно однозначной тогда и только тогда, когда для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.*

**Доказательство**

## III.3. Критерий взаимной однозначности

**Теорема 1.** *Функция $f$ является взаимно однозначной тогда и только тогда, когда для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.*

**Доказательство** этой теоремы следует непосредственно из определения и расшифровки с помощью правил перевода на **«язык равенств и неравенств»**.

## III.3. Критерий взаимной однозначности

**Теорема 1.** *Функция $f$ является взаимно однозначной тогда и только тогда, когда для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.*

**Доказательство необходимости.** Пусть для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.

## III.3. Критерий взаимной однозначности

**Теорема 1.** *Функция $f$ является взаимно однозначной тогда и только тогда, когда для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.*

**Доказательство необходимости.** Пусть для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.

Словосочетание *единственное* решение означает, что

## III.3. Критерий взаимной однозначности

**Теорема 1.** *Функция $f$ является взаимно однозначной тогда и только тогда, когда для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.*

**Доказательство необходимости.** Пусть для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.

Словосочетание *единственное* решение означает, что

$$\begin{cases} f(a) = y \\ f(b) = y \end{cases} \Rightarrow \ a = b,$$

откуда

## III.3. Критерий взаимной однозначности

**Теорема 1.** *Функция $f$ является взаимно однозначной тогда и только тогда, когда для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.*

**Доказательство необходимости.** Пусть для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.

Словосочетание *единственное* решение означает, что

$$\begin{cases} f(a) = y \\ f(b) = y \end{cases} \Rightarrow \ a = b,$$

откуда

$$f(a) = f(b) \ \Rightarrow \ a = b,$$

то есть $f$ — взаимно однозначная функция.

# III.3. Критерий взаимной однозначности

**Теорема 1.** *Функция $f$ является взаимно однозначной тогда и только тогда, когда для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.*

**Доказательство необходимости.** Пусть для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.

Словосочетание *единственное* решение означает, что

$$\begin{cases} f(a) = y \\ f(b) = y \end{cases} \Rightarrow \; a = b,$$

откуда

$$f(a) = f(b) \; \Rightarrow \; a = b,$$

то есть $f$ — взаимно однозначная функция.

Достаточность доказывается аналогично.

**Задача III.7.** (Ответ приведен на стр.1397.) Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{0, 1, 3\}$. Найдите функцию $f$, если для любого $x$ из области ее определения имеет место неравенство $2 - x < f(x)$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача III.8.** (Ответ приведен на стр.1399.) Пусть функция $f$ каждому подмножеству $X$ множества $\{1, 2\}$ ставит в соответствие множество $X \cap \{2, 3, 4\}$, а функция $g$ — множество $X \cup \{2, 3, 4\}$. Задайте функции $f$ и $g$ таблицами. Непосредственной проверкой выясните, для любого ли $X \subseteq \{1, 2\}$ выполняется включение $f(X) \subseteq g(X)$. Являются ли функции $f$ и $g$ взаимно однозначными?

**Задача III.9.** (Ответ приведен на стр.1401.) Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{2, 6, 10\}$, $f(1) = 6$ и $f(2) < 5$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача III.10.** (Ответ приведен на стр.1403.) Пусть $D(f) = \{0, 1, 2\}$, $E(f) = \{0, -1, 2\}$ и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $x - 2 < f(x) < x^2$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача III.11.** (Ответ приведен на стр.1405.) Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $E(f) = \{-2, 0, 2, 4\}$, функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $-3$ | $-1$ | $2$ | $1$ | $3$ |

и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $g(x) < f(x) < g(x) + 3$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

# IV. Некоторые функции натурального аргумента

Рассмотрим несколько основных функций с областью определения $\mathbb{N}$ или $\mathbb{N} \cup \{0\}$.

# IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$, *т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. *По определению полагают, что* $0! = 1$.

# IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$, *т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. *По определению полагают, что* $0! = 1$.

Например, $3! =$

# IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$, *т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. *По определению полагают, что* $0! = 1$.

Например, $3! = 1 \cdot$

## IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$*, т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$*. По определению полагают, что* $0! = 1$.

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot$

## IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$, *т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. *По определению полагают, что* $0! = 1$.

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 =$

## IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$*, т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$*. По определению полагают, что* $0! = 1$*.*

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$,

## IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа $n$ называется произведение $n!$ всех натуральных чисел от 1 до $n$, т.е. $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. По определению полагают, что $0! = 1$.*

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$,

$4! =$

## IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$, *т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. *По определению полагают, что* $0! = 1$.

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$,

$4! = 1 \cdot$

## IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$, *т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. *По определению полагают, что* $0! = 1$.

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$,

$4! = 1 \cdot 2 \cdot$

# IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$, *т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. *По определению полагают, что* $0! = 1$.

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$,

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot$

# IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$, *т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. *По определению полагают, что* $0! = 1$.

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$,

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 =$

## IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$, *т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. *По определению полагают, что* $0! = 1$.

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$,

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$,

# IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$, *т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. *По определению полагают, что* $0! = 1$.

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$,

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$,

$5! =$

## IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа* $n$ *называется произведение* $n!$ *всех натуральных чисел от 1 до* $n$, *т.е.* $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. *По определению полагают, что* $0! = 1$.

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$,

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$,

$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 =$

# IV.1. Факториал

**Определение 5. Факториалом** *натурального числа $n$ называется произведение $n!$ всех натуральных чисел от 1 до $n$, т.е. $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$. По определению полагают, что $0! = 1$.*

Например, $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$,

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$,

$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$.

## IV.2. Двойной факториал

**Определение 6. Двойной факториал** *определяется формулой* $n!! = n \cdot (n-2) \cdot (n-4) \cdot \ldots \cdot k$, *где* $k$ *— это 1 или 2.*

## IV.2. Двойной факториал

**Определение 6. Двойной факториал** *определяется формулой* $n!! = n \cdot (n-2) \cdot (n-4) \cdot \ldots \cdot k$, *где* $k$ *— это 1 или 2.*

Например, $(2n-1)!! =$

## IV.2. Двойной факториал

**Определение 6. Двойной факториал** *определяется формулой* $n!! = n \cdot (n-2) \cdot (n-4) \cdot \ldots \cdot k$, *где* $k$ *— это 1 или 2.*

Например, $(2n-1)!! = (-1) \cdot$

## IV.2. Двойной факториал

**Определение 6. Двойной факториал** *определяется формулой* $n!! = n \cdot (n-2) \cdot (n-4) \cdot \ldots \cdot k$, *где* $k$ *— это 1 или 2.*

Например, $(2n-1)!! = (-1) \cdot 1 \cdot$

## IV.2. Двойной факториал

**Определение 6. Двойной факториал** *определяется формулой* $n!! = n \cdot (n-2) \cdot (n-4) \cdot \ldots \cdot k$, *где* $k$ *— это 1 или 2.*

Например, $(2n-1)!! = (-1) \cdot 1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot$

## IV.2. Двойной факториал

**Определение 6. Двойной факториал** *определяется формулой* $n!! = n \cdot (n-2) \cdot (n-4) \cdot \ldots \cdot k$, *где* $k$ *— это 1 или 2.*

Например, $(2n-1)!! = (-1) \cdot 1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2(n-1)-1) \cdot$

## IV.2. Двойной факториал

**Определение 6. Двойной факториал** *определяется формулой* $n!! = n \cdot (n-2) \cdot (n-4) \cdot \ldots \cdot k$, *где* $k$ *— это 1 или 2.*

Например, $(2n-1)!! = (-1) \cdot 1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2(n-1)-1) \cdot (2n-1)$,

# V. Последовательность

## V.1. Что такое «последовательность»

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Цепочка чисел это не математическое понятие.

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Цепочка чисел это не математическое понятие.

Как можно определить математически этот упорядоченный набор чисел?

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Цепочка чисел это не математическое понятие.

Как можно определить математически этот упорядоченный набор чисел?

Один из вариантов поиска ответа: посмотрим на ситуацию «со стороны».

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Цепочка чисел это не математическое понятие.

Как можно определить математически этот упорядоченный набор чисел?

Один из вариантов поиска ответа: посмотрим на ситуацию «со стороны».

Например, зададимся вопросом:

*зачем записывать числа в цепочку?*

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

На первом месте находится число

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$\mathbf{2}, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

На первом месте находится число

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$\mathbf{2}, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

На первом месте находится число 2.

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

На шестом месте находится число

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}, \ldots$$

На шестом месте находится число

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{2}}, \ldots$$

На шестом месте находится число $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

На втором месте находится число

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad \mathbf{5}, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

На втором месте находится число

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad \mathbf{5}, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

На втором месте находится число 5.

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

На четвертом месте находится число

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \boldsymbol{\sqrt{3}}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

На четвертом месте находится число

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \boldsymbol{\sqrt{3}}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

На четвертом месте находится число $\sqrt{3}$.

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

На четвертом месте находится число $\sqrt{3}$, и т.д.

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Ситуация, когда одному числу ставится в соответствие другое, обычно в математике моделируется с помощью понятия **функция.**

Итак, ***последовательностью*** *называется...*

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Ситуация, когда одному числу ставится в соответствие другое, обычно в математике моделируется с помощью понятия **функция.**

Итак, ***последовательностью*** *называется функция...*

Каковы особенности этой функции?

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Ситуация, когда одному числу ставится в соответствие другое, обычно в математике моделируется с помощью понятия **функция.**

Итак, ***последовательностью*** *называется функция...*

Каковы особенности этой функции?

Чему равен член последовательности с номером $\sqrt{2}$?

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Ситуация, когда одному числу ставится в соответствие другое, обычно в математике моделируется с помощью понятия **функция.**

Итак, ***последовательностью*** *называется функция...*

Каковы особенности этой функции?

Чему равен член последовательности с номером $(-5)$?

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Ситуация, когда одному числу ставится в соответствие другое, обычно в математике моделируется с помощью понятия **функция.**

Итак, ***последовательностью*** *называется функция...*

Каковы особенности этой функции?

Мы можем задавать только числа 1, 2, 3, 4 и т.д.

Эти числа называются...

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Ситуация, когда одному числу ставится в соответствие другое, обычно в математике моделируется с помощью понятия **функция.**

Итак, ***последовательностью*** *называется функция...*

Каковы особенности этой функции?

Мы можем задавать только числа 1, 2, 3, 4 и т.д.

Эти числа называются натуральными, и обозначаются как

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Ситуация, когда одному числу ставится в соответствие другое, обычно в математике моделируется с помощью понятия **функция.**

Итак, ***последовательностью*** *называется функция...*

Каковы особенности этой функции?

Мы можем задавать только числа 1, 2, 3, 4 и т.д.

Эти числа называются натуральными, и обозначаются как $\mathbb{N}$.

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Ситуация, когда одному числу ставится в соответствие другое, обычно в математике моделируется с помощью понятия **функция.**

Итак, ***последовательностью*** *называется функция...*

Каковы особенности этой функции?

Мы можем задавать только числа 1, 2, 3, 4 и т.д.

Эти числа называются натуральными, и обозначаются как $\mathbb{N}$.

Для рассматриваемой функции совокупность задаваемых нами номеров членов последовательности образует...

# V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Ситуация, когда одному числу ставится в соответствие другое, обычно в математике моделируется с помощью понятия **функция.**

Итак, ***последовательностью*** *называется функция...*

Каковы особенности этой функции?

Мы можем задавать только числа 1, 2, 3, 4 и т.д.

Эти числа называются натуральными, и обозначаются как $\mathbb{N}$.

Для рассматриваемой функции совокупность задаваемых нами номеров членов последовательности образует её область определения.

## V.1. Последовательность

Нередко в разных областях деятельности приходится иметь дело с «цепочками чисел», например,

$$2, \quad 5, \quad 4, \quad \sqrt{3}, \quad -3, \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, \ldots$$

Ситуация, когда одному числу ставится в соответствие другое, обычно в математике моделируется с помощью понятия **функция.**

Итак, ***последовательностью*** *называется функция...*

Каковы особенности этой функции?

Мы можем задавать только числа 1, 2, 3, 4 и т.д.

Эти числа называются натуральными, и обозначаются как $\mathbb{N}$. Итак, $\mathbb{N}$ — область определения последовательности. Получаем следующее определение...

## V.1. Последовательность

**Определение 7.** *Назовём* **последовательностью** ***функцию***, *область определения которой совпадает со множеством натуральных чисел.*

Как-то некрасиво звучит.

## V.1. Последовательность

**Определение 7.** *Назовём* **последовательностью** ***функцию*** *с областью определения* $\mathbb{N}$.

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это

# V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;**

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;** 2) **график;**

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;** 2) **график;** 3) **формула.**

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;** 2) **график;** 3) **формула.**

Задание таблицей значений для последовательности обычно несколько модифицируется. Допустим, заданы последовательности:

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\ldots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi(n)$ | 15 | $-1$ | 7 | 22 | 11 | $\ldots$ |

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;** 2) **график;** 3) **формула.**

Задание таблицей значений для последовательности обычно несколько модифицируется. Допустим, заданы последовательности:

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi(n)$ | 15 | $-1$ | 7 | 22 | 11 | ... |

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(n)$ | $-8$ | $-3$ | $-2$ | 1 | 34 | ... |

и т.п.

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;** 2) **график;** 3) **формула.**

Задание таблицей значений для последовательности обычно несколько модифицируется. Допустим, заданы последовательности:

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\dots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi(n)$ | 15 | $-1$ | 7 | 22 | 11 | $\dots$ |

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\dots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(n)$ | $-8$ | $-3$ | $-2$ | 1 | 34 | $\dots$ |

и т.п.

У любой последовательности первая строка таблицы значений одинакова.

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;** 2) **график;** 3) **формула.**

Задание таблицей значений для последовательности обычно несколько модифицируется. Допустим, заданы последовательности:

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\ldots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi(n)$ | 15 | $-1$ | 7 | 22 | 11 | $\ldots$ |

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\ldots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(n)$ | $-8$ | $-3$ | $-2$ | 1 | 34 | $\ldots$ |

и т.п.

У любой последовательности первая строка таблицы значений одинакова.

Поэтому напрашивается идея не записывать эту первую строку.

# V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;** 2) **график;** 3) **формула.**

Задание таблицей значений для последовательности обычно несколько модифицируется. Допустим, заданы последовательности:

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi(n)$ | 15 | $-1$ | 7 | 22 | 11 | ... |

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(n)$ | $-8$ | $-3$ | $-2$ | 1 | 34 | ... |

и т.п.

У любой последовательности первая строка таблицы значений одинакова.

Поэтому напрашивается идея не записывать эту первую строку.

Элементы второй строки обычно в этом случае разделяют запятыми или символом «;».

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;** 2) **график;** 3) **формула.**

Задание таблицей значений для последовательности обычно несколько модифицируется. Допустим, заданы последовательности:

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\ldots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi(n)$ | 15 | $-1$ | 7 | 22 | 11 | $\ldots$ |

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\ldots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(n)$ | $-8$ | $-3$ | $-2$ | 1 | 34 | $\ldots$ |

и т.п.

В итоге получаем задание последовательностей...

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;** 2) **график;** 3) **формула.**

Задание таблицей значений для последовательности обычно несколько модифицируется. Допустим, заданы последовательности:

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\ldots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi(n)$ | 15 | $-1$ | 7 | 22 | 11 | $\ldots$ |

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | $\ldots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(n)$ | $-8$ | $-3$ | $-2$ | 1 | 34 | $\ldots$ |

и т.п.

В итоге получаем задание последовательностей

$$15,\ -1,\ 7,\ 22,\ 11,\ \ldots \qquad -8,\ -3,\ -2,\ 1,\ 34,\ \ldots$$

цепочкой чисел, разделённых запятой.

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;** 2) **график;** 3) **формула.**

Задание таблицей значений для последовательности обычно несколько модифицируется.

Вместо «последовательность $f$», где $f(1) = a_1$, $f(2) = a_2, \ldots$, обычно пишут «последовательность $a_1, a_2, \ldots$», причем $a_n$ называют $n$**-м членом** этой последовательности, а если эта последовательность является прогрессией (см. ниже), то $n$**-м членом** этой прогрессии.

## V.2. Типовые способы задания последовательности

Последовательность — это **функция.**

Поэтому последовательность может быть задана любым **типовым для функции** образом:

1) **таблица значений;** 2) **график;** 3) **формула.**

Для задания последовательности формулой нередко применяется **рекуррентная форма**:

выражение для $a_{n+1}$ через $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_0$.

# VI. Прогрессии

Рассмотрим некоторые частные случаи последовательностей.

## VI.1. Прогрессия как частный случай последовательности

Какие последовательности наиболее интересны для изучения?

## VI.1. Прогрессия как частный случай последовательности

Какие последовательности наиболее интересны для изучения?

Начать изучение последовательностей естественно с самых простых нетривиальных случаев.

## VI.1. Прогрессия как частный случай последовательности

Какие последовательности наиболее интересны для изучения?

Начать изучение последовательностей естественно с самых простых нетривиальных случаев.

Если задавать последовательность **рекуррентной формулой**, то наиболее простой случай состоит в том, что $a_{n+1}$ выражается через $a_n$, причём самым простым образом:

## VI.1. Прогрессия как частный случай последовательности

Какие последовательности наиболее интересны для изучения?

Начать изучение последовательностей естественно с самых простых нетривиальных случаев.

Если задавать последовательность **рекуррентной формулой**, то наиболее простой случай состоит в том, что $a_{n+1}$ выражается через $a_n$, причём самым простым образом:

— $a_{n+1}$ отличается от $a_n$ на одно и то же число

## VI.1. Прогрессия как частный случай последовательности

Какие последовательности наиболее интересны для изучения?

Начать изучение последовательностей естественно с самых простых нетривиальных случаев.

Если задавать последовательность **рекуррентной формулой**, то наиболее простой случай состоит в том, что $a_{n+1}$ выражается через $a_n$, причём самым простым образом:

— $a_{n+1}$ отличается от $a_n$ на одно и то же число

— $a_{n+1}$ получается из $a_n$ умножением на одно и то же число

## VI.1. Прогрессия как частный случай последовательности

Какие последовательности наиболее интересны для изучения?

Начать изучение последовательностей естественно с самых простых нетривиальных случаев.

Если задавать последовательность **рекуррентной формулой**, то наиболее простой случай состоит в том, что $a_{n+1}$ выражается через $a_n$, причём самым простым образом:

| | |
|---|---|
| — $a_{n+1}$ отличается от $a_n$ на одно и то же число | арифметическая прогрессия |
| — $a_{n+1}$ получается из $a_n$ умножением на одно и то же число | |

## VI.1. Прогрессия как частный случай последовательности

Какие последовательности наиболее интересны для изучения?

Начать изучение последовательностей естественно с самых простых нетривиальных случаев.

Если задавать последовательность **рекуррентной формулой**, то наиболее простой случай состоит в том, что $a_{n+1}$ выражается через $a_n$, причём самым простым образом:

| | |
|---|---|
| — $a_{n+1}$ отличается от $a_n$ на одно и то же число | арифметическая прогрессия |
| — $a_{n+1}$ получается из $a_n$ умножением на одно и то же число | геометрическая прогрессия |

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем***.*

**Пример 4.** *Представьте числа* $\dfrac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} =$$

**Пример 4.** *Представьте числа* $\frac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots =$$

**Пример 4.** *Представьте числа* $\dfrac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots = 13,63(63) =$$

**Пример 4.** *Представьте числа* $\dfrac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots = 13,63(63) = 13+63\cdot 10^{-2}+\ldots$$

**Пример 4.** *Представьте числа* $\dfrac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots = 13,63(63) = 13+63\cdot10^{-2}+63\cdot10^{-4}+\ldots$$

**Пример 4.** *Представьте числа* $\frac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots = 13,63(63) = 13+63\cdot10^{-2}+63\cdot10^{-4}+63\cdot10^{-6}+\ldots$$

**Пример 4.** *Представьте числа* $\frac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots = 13,63(63) = 13+63\cdot10^{-2}+63\cdot10^{-4}+63\cdot10^{-6}+\ldots$

Начиная со второго каждое последующее слагаемое меньше предыдущего в ...

**Пример 4.** *Представьте числа* $\frac{150}{11}$ *и в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots = 13,63(63) = 13+63\cdot 10^{-2}+63\cdot 10^{-4}+63\cdot 10^{-6}+\ldots$$

Начиная со второго каждое последующее слагаемое меньше предыдущего в $10^{-2}$ раза.

**Пример 4.** *Представьте числа* $\dfrac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots = 13,63(63) = 13+63\cdot10^{-2}+63\cdot10^{-4}+63\cdot10^{-6}+\ldots$$

Начиная со второго каждое последующее слагаемое меньше предыдущего в $10^{-2}$ раза.

Значит, $63\cdot10^{-2}, 63\cdot10^{-4}, 63\cdot10^{-6}\ldots$ — ________________ прогрессия

**Пример 4.** *Представьте числа* $\dfrac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots = 13,63(63) = 13+63\cdot10^{-2}+63\cdot10^{-4}+63\cdot10^{-6}+\ldots$$

Начиная со второго каждое последующее слагаемое меньше предыдущего в $10^{-2}$ раза.

Значит, $63 \cdot 10^{-2}, 63 \cdot 10^{-4}, 63 \cdot 10^{-6} \ldots$ — геометрическая прогрессия

**Пример 4.** *Представьте числа* $\frac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots = 13,63(63) = 13+63\cdot10^{-2}+63\cdot10^{-4}+63\cdot10^{-6}+\ldots$$

Начиная со второго каждое последующее слагаемое меньше предыдущего в $10^{-2}$ раза.

Значит, $63 \cdot 10^{-2}, 63 \cdot 10^{-4}, 63 \cdot 10^{-6} \ldots$ — геометрическая прогрессия со знаменателем прогрессии...

**Пример 4.** *Представьте числа* $\dfrac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots = 13,63(63) = 13+63\cdot10^{-2}+63\cdot10^{-4}+63\cdot10^{-6}+\ldots$$

Начиная со второго каждое последующее слагаемое меньше предыдущего в $10^{-2}$ раза.

Значит, $63\cdot10^{-2}, 63\cdot10^{-4}, 63\cdot10^{-6}\ldots$ — геометрическая прогрессия со знаменателем прогрессии $10^{-2}$ и первым ее членом...

**Пример 4.** *Представьте числа* $\dfrac{150}{11}$ *и  в виде суммы членов геометрической прогрессии.*

**Решение.**

$$\frac{150}{11} = 13,636363\ldots = 13,63(63) = 13+63\cdot 10^{-2}+63\cdot 10^{-4}+63\cdot 10^{-6}+\ldots$$

Начиная со второго каждое последующее слагаемое меньше предыдущего в $10^{-2}$ раза.
Значит, $63 \cdot 10^{-2}, 63 \cdot 10^{-4}, 63 \cdot 10^{-6} \ldots$ — геометрическая прогрессия со знаменателем прогрессии $10^{-2}$ и первым ее членом $63 \cdot 10^{-2}$.

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$
???

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 =$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d,$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d,$

$a_3 =$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \dots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \dots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d,$

$a_3 = a_2 + d =$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d,$

$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d =$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая **последовательность** $a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая **последовательность** $b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d,$

$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d,$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d,$

$a_4 =$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** $a_1, a_2, \ldots,$ *что* $a_n = a_{n-1} + d$ *для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** $b_1, b_2, \ldots,$ *что* $b_n = b_{n-1} \cdot q$ *для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d,$

$a_4 = a_3 + d =$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем***.*

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d,$

$a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d =$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d,$

$a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d,$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d, \quad a_4 = a_1 + 3d,$

$a_5 =$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d, \quad a_4 = a_1 + 3d,$$

$$a_5 = a_4 + d =$$

# VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d, \quad a_4 = a_1 + 3d,$

$a_5 = a_4 + d = a_1 + 3d + d =$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n =$

???

$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d, \quad a_4 = a_1 + 3d,$

$a_5 = a_4 + d = a_1 + 3d + d = a_1 + 4d\ldots$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n = a_1 + ???\quad d$.

???

$$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d, \quad a_4 = a_1 + 3d, \quad a_5 = a_1 + 4d.$$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n = a_1 + ???\ d$.

???

$$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + \mathbf{2}d, \quad a_4 = a_1 + 3d, \quad a_5 = a_1 + 4d.$$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n = a_1 + ???\quad d$.

???

$$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d, \quad a_4 = a_1 + \mathbf{3}d, \quad a_5 = a_1 + 4d.$$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n = a_1 + ???\quad d$.

???

$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d, \quad a_4 = a_1 + 3d, \quad a_5 = a_1 + 4d.$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n = a_1 + (n-1)d$.

$$a_2 = a_1 + d, \quad a_3 = a_1 + 2d, \quad a_4 = a_1 + 3d, \quad a_5 = a_1 + 4d.$$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n = a_1 + (n-1)d$.

У геометрической прогрессии с первым членом $b_1$ и знаменателем $q$ имеем $b_n =$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем***.*

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n = a_1 + (n-1)d$.

У геометрической прогрессии с первым членом $b_1$ и знаменателем $q$ имеем $b_n =$

$b_2 = b_1 q,$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем***.*

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n = a_1 + (n-1)d$.

У геометрической прогрессии с первым членом $b_1$ и знаменателем $q$ имеем $b_n =$

$b_2 = b_1 q, \quad b_3 = b_1 q^2.$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** *— это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем***.*

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $a_n = a_1 + (n-1)d$.

У геометрической прогрессии с первым членом $b_1$ и знаменателем $q$ имеем $b_n = b_1 q^{n-1}$.

$b_2 = b_1 q, \quad b_3 = b_1 q^2.$

## VI.2. Арифметическая и геометрическая прогрессии

**Определение 8.** *Пусть $d$ — фиксированное число.* **Арифметическая прогрессия** — *это такая* ***последовательность*** *$a_1, a_2, \ldots,$ что $a_n = a_{n-1} + d$ для любого номера $n$. Число $d$ называется* **разностью** *этой арифметической прогрессии.*

**Определение 9.** *Пусть $q$ — фиксированное число.* **Геометрическая прогрессия** — *это такая* ***последовательность*** *$b_1, b_2, \ldots,$ что $b_n = b_{n-1} \cdot q$ для любого номера $n$. Число $q$ называется ее* **знаменателем**.

Очевидно, что для арифметической прогрессии с первым членом $a_1$ и разностью $d$ имеем $\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d.}$

У геометрической прогрессии с первым членом $b_1$ и знаменателем $q$ имеем $\boxed{b_n = b_1 q^{n-1}.}$

# VI.3. Критерии арифметической и геометрической прогрессий

В математике наиболее мощный аналитический аппарат разработан для преобразования равенств. Поэтому для успешного применения математики важно уметь переводить различные утверждения «на язык равенств и неравенств».

## VI.3. Критерии арифметической и геометрической прогрессий

В математике наиболее мощный аналитический аппарат разработан для преобразования равенств. Поэтому для успешного применения математики важно уметь переводить различные утверждения «на язык равенств и неравенств».

Поэтому так важно уметь представлять в виде равенства утверждения

*«последовательность является арифметической прогрессией»*

и

*«последовательность является геометрической прогрессией».*

## VI.3. Критерии арифметической и геометрической прогрессий

**Теорема 2.** *Последовательность* $x_1, x_2, x_3, \ldots$ *является* ***арифметической прогрессией*** *тогда и только тогда, когда*

$$x_n - x_{n-1} = x_2 - x_1. \tag{6}$$

## VI.3. Критерии арифметической и геометрической прогрессий

**Теорема 2.** *Последовательность* $x_1, x_2, x_3, \ldots$ *является* ***арифметической прогрессией*** *тогда и только тогда, когда*

$$x_n - x_{n-1} = x_2 - x_1. \tag{7}$$

**Теорема 3.** *Последовательность* $x_1, x_2, x_3, \ldots$ *является* ***геометрической прогрессией*** *с ненулевым знаменателем тогда и только тогда, когда*

$$\frac{x_n}{x_{n-1}} = \frac{x_2}{x_1}. \tag{8}$$

# VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \tag{9}$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Bigl(a_1 + (n-1)d\Bigr) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \tag{9}$$

**Доказательство.** Пусть $n$ — нечетное число: $n = 2k - 1$. Тогда

$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \ldots + \Bigl(a_1 + (n-2)d\Bigr) + \Bigl(a_1 + (n-1)d\Bigr) =$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \tag{9}$$

**Доказательство.** Пусть $n$ — нечетное число: $n = 2k - 1$. Тогда

$$a_1 + (a_1 + \mathbf{d}) + (a_1 + 2d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-2)d\Big) + \Big(a_1 + (\mathbf{n} - \mathbf{1})\mathbf{d}\Big) =$$

$$= n\, a_1 + nd +$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \qquad (9)$$

**Доказательство.** Пусть $n$ — нечетное число: $n = 2k - 1$. Тогда

$$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + \mathbf{2d}) + \ldots + \Big(a_1 + (\mathbf{n} - \mathbf{2})\mathbf{d}\Big) + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$$

$$= n\,a_1 + nd + nd +$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2} d, \qquad (9)$$

**Доказательство.** Пусть $n$ — нечетное число: $n = 2k - 1$. Тогда

$$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + \mathbf{2d}) + \ldots + \Big(a_1 + (\mathbf{n} - \mathbf{2})\mathbf{d}\Big) + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$$

$$= n\, a_1 + \underbrace{nd + nd + nd + \ldots}_{(n-1)/2 \text{ слагаемых}} =$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \tag{9}$$

**Доказательство.** Пусть $n$ — нечетное число: $n = 2k - 1$. Тогда

$$a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-2)d\Big) + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$$

$$= n\,a_1 + \underbrace{nd + nd + nd + \ldots}_{(n-1)/2 \text{ слагаемых}} = n\,a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d,$$

т.е. формула (9).

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \tag{9}$$

**Доказательство.** Если $n$ — четное число: $n = 2k$. Тогда

$$a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-2)d\Big) + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Bigl(a_1 + (n-1)d\Bigr) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \tag{9}$$

**Доказательство.** Если $n$ — четное число: $n = 2k$. Тогда

$$(a_1 + 0d) + (a_1 + d) + \ldots + \Bigl(a_1 + (n-2)d\Bigr) + \Bigl(a_1 + (n-1)d\Bigr) =$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Bigl(a_1 + (n-1)d\Bigr) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \qquad (9)$$

**Доказательство.** Если $n$ — четное число: $n = 2k$. Тогда

$$(a_1 + 0d) + (a_1 + d) + \ldots + \Bigl(a_1 + (n-2)d\Bigr) + \Bigl(a_1 + (n-1)d\Bigr) =$$

$$= n\, a_1 +$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \qquad (9)$$

**Доказательство.** Если $n$ — четное число: $n = 2k$. Тогда

$$(a_1 + \mathbf{0d}) + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-2)d\Big) + \Big(a_1 + (\mathbf{n-1})\mathbf{d}\Big) =$$

$$= n\,a_1 +$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \qquad (9)$$

**Доказательство.** Если $n$ — четное число: $n = 2k$. Тогда

$$(a_1 + \mathbf{0d}) + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-2)d\Big) + \Big(a_1 + \mathbf{(n-1)d}\Big) =$$

$$= n\,a_1 + (n-1)d +$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \qquad (9)$$

**Доказательство.** Если $n$ — четное число: $n = 2k$. Тогда

$$(a_1 + 0d) + (a_1 + \mathbf{d}) + \ldots + \Big(a_1 + (\mathbf{n} - \mathbf{2})\mathbf{d}\Big) + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$$

$$= n\, a_1 + (n-1)d +$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \tag{9}$$

**Доказательство.** Если $n$ — четное число: $n = 2k$. Тогда

$$(a_1 + 0d) + (a_1 + \mathbf{d}) + \ldots + \Big(a_1 + (\mathbf{n} - \mathbf{2})\mathbf{d}\Big) + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$$

$$= n\, a_1 + (n-1)d + (n-1)d +$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \tag{9}$$

**Доказательство.** Если $n$ — четное число: $n = 2k$. Тогда

$$(a_1 + 0d) + (a_1 + d) + \ldots + \Big(a_1 + (n-2)d\Big) + \Big(a_1 + (n-1)d\Big) =$$

$$= n\, a_1 + \underbrace{(n-1)d + (n-1)d + \ldots}_{n/2 \text{ слагаемых}} =$$

## VI.4. Теорема о сумме членов арифметической прогрессии

**Теорема 4.** *Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии равна* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = a_1 + (a_1 + d) + \ldots + \Bigl(a_1 + (n-1)d\Bigr) =$

$$= \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \tag{9}$$

**Доказательство.** Если $n$ — четное число: $n = 2k$. Тогда

$$(a_1 + 0d) + (a_1 + d) + \ldots + \Bigl(a_1 + (n-2)d\Bigr) + \Bigl(a_1 + (n-1)d\Bigr) =$$

$$= n\,a_1 + \underbrace{(n-1)d + (n-1)d + \ldots}_{n/2 \text{ слагаемых}} = n\,a_1 + \frac{n(n-1)}{2}d,$$

т.е. формула (9). Теорема доказана.

## VI.5. Теорема о сумме членов геометрической прогрессии

**Теорема 5.** *Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии равна*

$$b_1 + b_1 + \ldots + b_n = b_1\left(1 + q + \ldots + q^{n-1}\right) = b_1\frac{q^n - 1}{q - 1} = b_1\frac{1 - q^n}{1 - q}. \quad (10)$$

## VI.6. Сумма всех членов геометрической прогрессии

**Теорема 5.** *Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии равна*

$$b_1 + b_1 + \ldots + b_n = b_1 \left(1 + q + \ldots + q^{n-1}\right) = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}. \quad (10)$$

В случае, когда $-1 < q < 1$, при $n$, стремящемся к бесконечности, $q^n$ становится все более близким к 0, то есть $q^n$ стремится к 0. Таким образом, при $-1 < q < 1$ сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии со знаменателем $q$ и первым членом $b_1$ стремится к $\dfrac{b_1}{1 - q}$. Поэтому при $|q| < 1$ принимают, что «сумма бесконечного числа» членов геометрической прогрессии равна

## VI.6. Сумма всех членов геометрической прогрессии

**Теорема 5.** *Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии равна*

$$b_1 + b_1 + \ldots + b_n = b_1\left(1 + q + \ldots + q^{n-1}\right) = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}. \quad (10)$$

В случае, когда $-1 < q < 1$, при $n$, стремящемся к бесконечности, $q^n$ становится все более близким к 0, то есть $q^n$ стремится к 0. Таким образом, при $-1 < q < 1$ сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии со знаменателем $q$ и первым членом $b_1$ стремится к $\dfrac{b_1}{1-q}$. Поэтому при $|q| < 1$ принимают, что «сумма бесконечного числа» членов геометрической прогрессии равна

$$b_1 + b_1 + \ldots + b_n + \ldots = b_1\left(1 + q + \ldots + q^{n-1} + \ldots\right) = b_1 \frac{1}{1 - q}. \quad (11)$$

## VI.7. Применение к преобразованию рациональных чисел

**Определение 10. Рациональным числом** *называется число, представимое в виде* $\frac{m}{n}$, *где* $m$ *— целое число,* $n$ *— натуральное число.*

Для любого натурального числа $k$ рациональное число $x$ можно представить в виде **позиционной дроби** по основанию $k$, то есть записать в виде $x = a_s a_{s-1} \dots a_0, a_{-1} a_{-2} \dots_{(k)}$ или, в «западной версии», $x = a_s a_{s-1} \dots a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots_{(k)}$ (точка вместо запятой), что фактически является сокращенной записью формулы

$$x = a_s k^s + a_{s-1} k^{s-1} + \ldots + a_0 k^0 + a_{-1} k^{-1} + a_{-2} k^{-2} + \ldots$$

## VI.7. Применение к преобразованию рациональных чисел

**Определение 10. Рациональным числом** *называется число, представимое в виде* $\dfrac{m}{n}$, *где* $m$ *— целое число,* $n$ *— натуральное число.*

Наиболее часто применяются позиционные дроби по основанию 10, в этом случае основание 10 обычно не указывают:

$$x = a_s 10^s + a_{s-1} 10^{s-1} + \ldots + a_0 10^0 + a_{-1} 10^{-1} + a_{-2} 10^{-2} + \ldots$$

Число $0, a_{-1} a_{-2} \ldots_{(k)}$ называется **мантиссой** числа $x$.

Если, начиная с некоторого номера $w$, часть мантиссы $a_{-w} a_{-w-1} a_{-w-2} \ldots$ представляет собой бесконечное число раз повторяющуюся группу цифр, то эта группа цифр называется **периодом позиционной дроби**.

## VI.7. Применение к преобразованию рациональных чисел

**Определение 10. Рациональным числом** *называется число, представимое в виде* $\frac{m}{n}$, *где* $m$ *— целое число,* $n$ *— натуральное число.*

Наиболее часто применяются позиционные дроби по основанию 10, в этом случае основание 10 обычно не указывают:

$$x = a_s 10^s + a_{s-1} 10^{s-1} + \ldots + a_0 10^0 + a_{-1} 10^{-1} + a_{-2} 10^{-2} + \ldots$$

Число $0, a_{-1} a_{-2} \ldots_{(k)}$ называется **мантиссой** числа $x$.

Если, начиная с некоторого номера $w$, часть мантиссы $a_{-w} a_{-w-1} a_{-w-2} \ldots$ представляет собой бесконечное число раз повторяющуюся группу цифр, то эта группа цифр называется **периодом позиционной дроби**.

Период записывают только один раз, но в скобках, например, $23.4213413413413 4\ldots = 23.42(134)$.

## VI. Критерий рациональности действительного числа

**Теорема 6.** *Действительное число $x$ представимо в виде периодической дроби по основанию $k$ тогда и только тогда, когда $x$ является рациональным числом.*

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.**

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $12,2431431431\ldots =$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $12,2431431431\ldots = 12,2(431) = 12,24(314) =$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $12,2431431431\ldots = 12,2(431) = 12,24(314) = 12,243(143)$.

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $12,2431431431\ldots = 12,2(431) = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + \ldots$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + \ldots$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + \ldots$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots = \ldots$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$

$= \mathbf{\dfrac{122}{10}} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots =$

$= \mathbf{\dfrac{122}{10}} +$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$

$$= \frac{122}{10} + \mathbf{0,0431} + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots =$$

$$= \frac{122}{10} + \mathbf{431 \cdot 10^{-4}} +$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$

$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + \mathbf{0,0000431} + 0,0000000431\ldots =$$

$$= \frac{122}{10} + 431 \cdot 10^{-4} + \mathbf{431 \cdot 10^{-7}} +$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + \mathbf{0,0000000431}\ldots =$$
$$= \frac{122}{10} + 431 \cdot 10^{-4} + 431 \cdot 10^{-7} + \mathbf{431 \cdot 10^{-10}}\ldots$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots =$$
$$= \frac{122}{10} + 431 \cdot 10^{-4} + 431 \cdot 10^{-7} + 431 \cdot 10^{-10}\ldots \qquad \text{и т.д.}$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots = \ldots$$
$$= \frac{122}{10} + 431 \cdot 10^{-4} + 431 \cdot 10^{-7} + 431 \cdot 10^{-10}\ldots$$

Числа $431 \cdot 10^{-4}, 431 \cdot 10^{-7}, 431 \cdot 10^{-10}, \ldots$

образуют ________________ **прогрессию**

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots = \ldots$$
$$= \frac{122}{10} + 431 \cdot 10^{-4} + 431 \cdot 10^{-7} + 431 \cdot 10^{-10}\ldots$$

Числа $431 \cdot 10^{-4}, 431 \cdot 10^{-7}, 431 \cdot 10^{-10}, \ldots$

образуют геометрическую **прогрессию** со знаменателем

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots = \ldots$$
$$= \frac{122}{10} + 431 \cdot 10^{-4} + 431 \cdot 10^{-7} + 431 \cdot 10^{-10}\ldots$$

Числа $431 \cdot 10^{-4}, 431 \cdot 10^{-7}, 431 \cdot 10^{-10}, \ldots$

образуют геометрическую **прогрессию** со знаменателем $10^{-3}$

и первым членом

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots = \ldots$$
$$= \frac{122}{10} + 431 \cdot 10^{-4} + 431 \cdot 10^{-7} + 431 \cdot 10^{-10}\ldots$$

Числа $431 \cdot 10^{-4}, 431 \cdot 10^{-7}, 431 \cdot 10^{-10}, \ldots$
образуют геометрическую **прогрессию** со знаменателем $10^{-3}$
и первым членом $431 \cdot 10^{-4}$.

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots = \ldots$$
$$= \frac{122}{10} + 431\cdot 10^{-4} + 431\cdot 10^{-7} + 431\cdot 10^{-10}\ldots$$

Числа $431\cdot 10^{-4}, 431\cdot 10^{-7}, 431\cdot 10^{-10}, \ldots$

образуют геометрическую **прогрессию** со знаменателем $10^{-3}$

и первым членом $431\cdot 10^{-4}$.

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots = \ldots$$
$$= \frac{122}{10} + 431 \cdot 10^{-4} + 431 \cdot 10^{-7} + 431 \cdot 10^{-10}\ldots$$

По формуле **суммы всех членов геометрической прогрессии** имеем...

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots = \ldots$$
$$= \frac{122}{10} + 431 \cdot 10^{-4} + 431 \cdot 10^{-7}\ldots = \frac{122}{10} + \frac{431 \cdot 10^{-4}}{1 - 10^{-3}} =$$

По формуле **суммы всех членов геометрической прогрессии** имеем...

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots = \ldots$$
$$= \frac{122}{10} + 431 \cdot 10^{-4} + 431 \cdot 10^{-7}\ldots = \frac{122}{10} + \frac{431 \cdot 10^{-4}}{1 - 10^{-3}} =$$
$$= \frac{122}{10} + \frac{431}{10(1000-1)} =$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots = \ldots$$
$$= \frac{122}{10} + 431 \cdot 10^{-4} + 431 \cdot 10^{-7}\ldots = \frac{122}{10} + \frac{431 \cdot 10^{-4}}{1 - 10^{-3}} =$$
$$= \frac{122}{10} + \frac{431}{10(1000-1)} = \frac{122}{10} + \frac{431}{9990} =$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots = 12,2(431)} = 12,24(314) = 12,243(143)$.

Рассмотрим первое представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,2(431) =$$
$$= \frac{122}{10} + 0,0431 + 0,0000431 + 0,0000000431\ldots = \ldots$$
$$= \frac{122}{10} + 431\cdot 10^{-4} + 431\cdot 10^{-7}\ldots = \frac{122}{10} + \frac{431\cdot 10^{-4}}{1-10^{-3}} =$$
$$= \frac{122}{10} + \frac{431}{10(1000-1)} = \frac{122}{10} + \frac{431}{9990} = \frac{122309}{9990}.$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = \mathbf{12,24(314)} = 12,243(143) =$
$= \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим второе представление:

$12,2431431431\ldots = 12,24(314) =$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431}\ldots = 12,2(431) = \mathbf{12,24(314)} = 12,243(143) =$
$= \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим второе представление:

$12,2431431431\ldots = 12,24(314) =$
$= \dfrac{1224}{100} + 0,00314 + 0,00000314 + 0,00000000314\ldots = \ldots$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = \mathbf{12,24(314)} = 12,243(143) =$
$= \dfrac{122309}{9990}.$

Рассмотрим второе представление:

$12,2431431431\ldots = 12,24(314) =$
$= \dfrac{1224}{100} + 0,00314 + 0,00000314 + 0,00000000314\ldots = \ldots$
$= \dfrac{1224}{100} + 314 \cdot 10^{-4} + 314 \cdot 10^{-7}\ldots =$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = \mathbf{12,24(314)} = 12,243(143) =$
$= \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим второе представление:

$12,2431431431\ldots = 12,24(314) =$
$= \dfrac{1224}{100} + 0,00314 + 0,00000314 + 0,00000000314\ldots = \ldots$
$= \dfrac{1224}{100} + 314 \cdot 10^{-4} + 314 \cdot 10^{-7}\ldots = \dfrac{1224}{100} + \dfrac{314 \cdot 10^{-5}}{1 - 10^{-3}} =$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = \mathbf{12,24(314)} = 12,243(143) =$
$$= \frac{122309}{9990}.$$

Рассмотрим второе представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,24(314) =$$
$$= \frac{1224}{100} + 0,00314 + 0,00000314 + 0,00000000314\ldots = \ldots$$
$$= \frac{1224}{100} + 314\cdot 10^{-4} + 314\cdot 10^{-7}\ldots = \frac{1224}{100} + \frac{314\cdot 10^{-5}}{1-10^{-3}} =$$
$$= \frac{1224}{100} + \frac{314}{100(1000-1)} =$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = \mathbf{12,24(314)} = 12,243(143) =$

$$= \frac{122309}{9990}.$$

Рассмотрим второе представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,24(314) =$$

$$= \frac{1224}{100} + 0,00314 + 0,00000314 + 0,0000000314\ldots = \ldots$$

$$= \frac{1224}{100} + 314 \cdot 10^{-4} + 314 \cdot 10^{-7}\ldots = \frac{1224}{100} + \frac{314 \cdot 10^{-5}}{1 - 10^{-3}} =$$

$$= \frac{1224}{100} + \frac{314}{100(1000-1)} = \frac{1224}{100} + \frac{314}{99900} =$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = \mathbf{12,24(314)} = 12,243(143) = = \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим второе представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,24(314) =$$
$$= \frac{1224}{100} + 0,00314 + 0,00000314 + 0,0000000314\ldots = \ldots$$
$$= \frac{1224}{100} + 314 \cdot 10^{-4} + 314 \cdot 10^{-7}\ldots = \frac{1224}{100} + \frac{314 \cdot 10^{-5}}{1 - 10^{-3}} =$$
$$= \frac{1224}{100} + \frac{314}{100(1000 - 1)} = \frac{1224}{100} + \frac{314}{99900} = \frac{122309}{9990}.$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = 12,24(314) = \mathbf{12,243(143)} =$
$= \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим третье представление:

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = 12,24(314) = \mathbf{12,243(143)} =$
$= \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим третье представление:

$12,2431431431\ldots = 12,243(143) =$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = 12,24(314) = \mathbf{12,243(143)} = $
$= \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим третье представление:

$12,2431431431\ldots = 12,243(143) =$
$= \dfrac{12243}{1000} + 0,000143 + 0,000000143 + 0,000000000143\ldots = \ldots$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = 12,24(314) = \mathbf{12,243(143)} =$
$= \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим третье представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,243(143) =$$
$$= \frac{12243}{1000} + 0,000143 + 0,000000143 + 0,000000000143\ldots = \ldots$$
$$= \frac{12243}{1000} + 143 \cdot 10^{-5} + 143 \cdot 10^{-8}\ldots =$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = 12,24(314) = \mathbf{12,243(143)} =$
$= \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим третье представление:

$12,2431431431\ldots = 12,243(143) =$
$= \dfrac{12243}{1000} + 0,000143 + 0,000000143 + 0,000000000143\ldots = \ldots$
$= \dfrac{12243}{1000} + 143\cdot 10^{-5} + 143\cdot 10^{-8}\ldots = \dfrac{12243}{1000} + \dfrac{143\cdot 10^{-6}}{1-10^{-3}} =$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = 12,24(314) = \mathbf{12,243(143)} =$
$= \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим третье представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,243(143) =$$
$$= \frac{12243}{1000} + 0,000143 + 0,000000143 + 0,000000000143\ldots = \ldots$$
$$= \frac{12243}{1000} + 143\cdot 10^{-5} + 143\cdot 10^{-8}\ldots = \frac{12243}{1000} + \frac{143\cdot 10^{-6}}{1-10^{-3}} =$$
$$= \frac{12243}{1000} + \frac{143}{1000(1000-1)} =$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = 12,24(314) = \mathbf{12,243(143)} =$
$= \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим третье представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,243(143) =$$
$$= \frac{12243}{1000} + 0,000143 + 0,000000143 + 0,000000000143\ldots = \ldots$$
$$= \frac{12243}{1000} + 143 \cdot 10^{-5} + 143 \cdot 10^{-8}\ldots = \frac{12243}{1000} + \frac{143 \cdot 10^{-6}}{1 - 10^{-3}} =$$
$$= \frac{12243}{1000} + \frac{143}{1000(1000-1)} = \frac{12243}{1000} + \frac{143}{999000} =$$

**Пример 5.** *Представьте в виде обыкновенной дроби число* $12,2431431431\ldots$.

**Решение.** $\mathbf{12,2431431\ldots} = 12,2(431) = 12,24(314) = \mathbf{12,243(143)} =$
$= \dfrac{122309}{9990}$.

Рассмотрим третье представление:

$$12,2431431431\ldots = 12,243(143) =$$
$$= \frac{12243}{1000} + 0,000143 + 0,000000143 + 0,000000000143\ldots = \ldots$$
$$= \frac{12243}{1000} + 143 \cdot 10^{-5} + 143 \cdot 10^{-8}\ldots = \frac{12243}{1000} + \frac{143 \cdot 10^{-6}}{1 - 10^{-3}} =$$
$$= \frac{12243}{1000} + \frac{143}{1000(1000-1)} = \frac{12243}{1000} + \frac{143}{999000} = \frac{122309}{9990}.$$

**Пример 6.** *Представьте рациональное число*

$$a_s \dots a_0, a_{-1} a_{-2} \dots a_{-t} (b_0 b_1 \dots b_r)$$

*в виде* $\frac{m}{n}$, *где* $(b_0 b_1 \dots b_r)$ — *периодическая часть числа* $x$.

**Решение.**

**Пример 6.** *Представьте рациональное число*

$$a_s \dots a_0, a_{-1}a_{-2} \dots a_{-t}(b_0 b_1 \dots b_r)$$

*в виде* $\frac{m}{n}$, *где* $(b_0 b_1 \dots b_r)$ — *периодическая часть числа* $x$.

**Решение.** $\dfrac{m}{n} = a_s \dots a_0, a_{-1}a_{-2} \dots a_{-t}(b_0 b_1 \dots b_r) =$

**Пример 6.** *Представьте рациональное число*

$$a_s \dots a_0, a_{-1}a_{-2} \dots a_{-t}(b_0 b_1 \dots b_r)$$

*в виде* $\frac{m}{n}$, *где* $(b_0 b_1 \dots b_r)$ *— периодическая часть числа* $x$.

**Решение.** $\dfrac{m}{n} = a_s \dots a_0, a_{-1}a_{-2} \dots a_{-t}(b_0 b_1 \dots b_r) =$
$= \dfrac{a_s \dots a_0 a_{-1} a_{-2} \dots a_{-t}}{10^t} + \dfrac{b_0 b_1 \dots b_r}{10^{r+t}} + \dfrac{b_0 \dots b_r}{10^{2r+t}} + \dots = \dots.$

**Пример 6.** *Представьте рациональное число*

$$a_s \ldots a_0, a_{-1}a_{-2} \ldots a_{-t}(b_0b_1 \ldots b_r)$$

*в виде* $\frac{m}{n}$, *где* $(b_0b_1 \ldots b_r)$ — *периодическая часть числа* $x$.

**Решение.** $\dfrac{m}{n} = a_s \ldots a_0, a_{-1}a_{-2} \ldots a_{-t}(b_0b_1 \ldots b_r) =$

$$= \frac{a_s \ldots a_0a_{-1}a_{-2} \ldots a_{-t}}{10^t} + \frac{b_0b_1 \ldots b_r}{10^{r+t}} + \frac{b_0 \ldots b_r}{10^{2r+t}} + \ldots =$$

$$= \frac{a_s \ldots a_0a_{-1} \ldots a_{-t}}{10^t} + b_0 \ldots b_r \cdot 10^{-r-t} + b_0 \ldots b_r \cdot 10^{-2r-t} + \ldots =$$

**Пример 6.** *Представьте рациональное число*

$$a_s \dots a_0, a_{-1}a_{-2} \dots a_{-t}(b_0b_1 \dots b_r)$$

*в виде* $\frac{m}{n}$*, где* $(b_0b_1 \dots b_r)$ *— периодическая часть числа* $x$*.*

**Решение.** $\dfrac{m}{n} = a_s \dots a_0, a_{-1}a_{-2} \dots a_{-t}(b_0b_1 \dots b_r) =$

$$= \frac{a_s \dots a_0a_{-1}a_{-2} \dots a_{-t}}{10^t} + \frac{b_0b_1 \dots b_r}{10^{r+t}} + \frac{b_0 \dots b_r}{10^{2r+t}} + \dots =$$

$$= \frac{a_s \dots a_0a_{-1} \dots a_{-t}}{10^t} + b_0 \dots b_r \cdot 10^{-r-t} + b_0 \dots b_r \cdot 10^{-2r-t} + \dots =$$

$$= \frac{a_s \dots a_0a_{-1} \dots a_{-t}}{10^t} + \frac{b_0 \dots b_r \cdot 10^{-r-t}}{1 - 10^{-r}} =$$

**Пример 6.** *Представьте рациональное число*

$$a_s \dots a_0, a_{-1}a_{-2}\dots a_{-t}(b_0b_1\dots b_r)$$

*в виде* $\dfrac{m}{n}$, *где* $(b_0b_1\dots b_r)$ — *периодическая часть числа* $x$.

**Решение.** $\dfrac{m}{n} = a_s \dots a_0, a_{-1}a_{-2}\dots a_{-t}(b_0b_1\dots b_r) =$

$$= \frac{a_s \dots a_0a_{-1}a_{-2}\dots a_{-t}}{10^t} + \frac{b_0b_1\dots b_r}{10^{r+t}} + \frac{b_0\dots b_r}{10^{2r+t}} + \dots =$$

$$= \frac{a_s \dots a_0a_{-1}\dots a_{-t}}{10^t} + b_0\dots b_r \cdot 10^{-r-t} + b_0\dots b_r \cdot 10^{-2r-t} + \dots =$$

$$= \frac{a_s \dots a_0a_{-1}\dots a_{-t}}{10^t} + \frac{b_0\dots b_r \cdot 10^{-r-t}}{1-10^{-r}} =$$

$$= \frac{a_s \dots a_0a_{-1}\dots a_{-t}}{10^t} + \frac{b_0\dots b_r}{10^t\left(10^r-1\right)}.$$

**Пример 6.** *Представьте рациональное число*

$$a_s \dots a_0, a_{-1}a_{-2} \dots a_{-t}(b_0b_1 \dots b_r)$$

*в виде* $\dfrac{m}{n}$*, где* $(b_0b_1 \dots b_r)$ *— периодическая часть числа* $x$*.*

**Решение.** $\boxed{\dfrac{m}{n}} = a_s \dots a_0, a_{-1}a_{-2} \dots a_{-t}(b_0b_1 \dots b_r) =$

$$= \frac{a_s \dots a_0a_{-1}a_{-2} \dots a_{-t}}{10^t} + \frac{b_0b_1 \dots b_r}{10^{r+t}} + \frac{b_0 \dots b_r}{10^{2r+t}} + \dots =$$

$$= \frac{a_s \dots a_0a_{-1} \dots a_{-t}}{10^t} + b_0 \dots b_r \cdot 10^{-r-t} + b_0 \dots b_r \cdot 10^{-2r-t} + \dots =$$

$$= \frac{a_s \dots a_0a_{-1} \dots a_{-t}}{10^t} + \frac{b_0 \dots b_r \cdot 10^{-r-t}}{1 - 10^{-r}} =$$

$$= \boxed{\frac{a_s \dots a_0a_{-1} \dots a_{-t}}{10^t} + \frac{b_0 \dots b_r}{10^t\,(10^r - 1)}}.$$

**Задача VII.12.** (Ответ приведен на стр.1407.) Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Задача VII.13.** (Ответ приведен на стр.1422.) Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Задача VII.14.** (Ответ приведен на стр.1440.) Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Задача VII.15.** (Ответ приведен на стр.1453.) Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Задача VII.16.** (Ответ приведен на стр.1470.) В треугольнике с углом $120°$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Задача VII.17.** (Ответ приведен на стр.1484.) Между числами 1 и 256 вставить три числа, которые вместе с данными числами составляли бы геометрическую прогрессию.

**Задача VII.18.** (Ответ приведен на стр.1486.) Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Задача VII.19.** (Ответ приведен на стр.1500.) Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Задача VII.20.** (Ответ приведен на стр.1517.) Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Задача VII.21.** (Ответ приведен на стр.1537.) Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Задача VII.22.** (Ответ приведен на стр.1539.) Произведение первых четырех членов знакопостоянной геометрической прогрессии равно 4, а сумма кубов первых трех членов, деленная на первый ее член, равна $\frac{73}{4}$. Найдите прогрессию.

**Задача VII.23.** (Ответ приведен на стр.1541.) Найдите сороковой член арифметической последовательности, если сумма первых пяти ее членов равна 25, а произведение третьего и четвёртого членов равно 35.

**Задача VII.24.** (Ответ приведен на стр.1543.) Числа $\lg 2,\ \lg\left(2^x-6\right),\ \lg\left(2^x+34\right)$ образуют арифметическую прогрессию. Найдите $x$.

**Задача VII.25.** (Ответ приведен на стр.1545.) Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 30, а сумма квадратов этих чисел равна 318. Найдите эти числа.

**Задача VII.26.** (Ответ приведен на стр.1547.) Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно $40$.

**Задача VII.27.** (Ответ приведен на стр.1560.) Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Задача VII.28.** (Ответ приведен на стр.1577.) Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Задача VII.29.** (Ответ приведен на стр.1586.) Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Задача VII.30.** (Ответ приведен на стр.1603.) Вычислите сумму всех нечетных натуральных чисел, не превышающих 100.

**Задача VII.31.** (Ответ приведен на стр.1607.) Вычислите сумму $2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \ldots + \frac{1}{2^{99}}$.

**Задача VII.32.** (Ответ приведен на стр.1609.) Пусть $S_n$ — сумма членов геометрической прогрессии с первым членом 2 и знаменателем $1/5$. Вычислите $S_2$, $S_{10}$ и сумму всех членов этой геометрической прогрессии.

**Задача VII.33.** (Ответ приведен на стр.1611.) Представьте числа $1,27272727\ldots = 1,(27)$ и $5,25(63)$ в виде $\frac{m}{n}$, где $m$ — целое число, $n$ — натуральное число. Представьте в виде десятичной позиционной дроби число $\frac{2}{7}$.

**Задача VII.34.** (Ответ приведен на стр.1613.) Банк ежегодно начисляет 3 % от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше чем на 10 %? Ответ обоснуйте.

**Задача VII.35.** (Ответ приведен на стр.1619.) На сколько сумма всех членов прогрессии $2, 1, \frac{1}{2}, \ldots$ больше суммы первых пяти ее членов?

**Задача VII.36.** (Ответ приведен на стр.1624.) Найдите сумму $5 + 55 + 555 + \ldots + \underbrace{55\ldots5}_{n-5}$ (в последнем слагаемом $(n-5)$ пятерок).

# VIII. Некоторые виды функций вещественнозначного аргумента

Рассмотрим некоторые виды вещественнозначных функций вещественнозначного аргумента, т.е. функций $f$ таких, что $\mathbf{D(f)} \subseteq \mathbb{R}$ и $\mathbf{E(f)} \subseteq \mathbb{R}$.

## VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \le x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

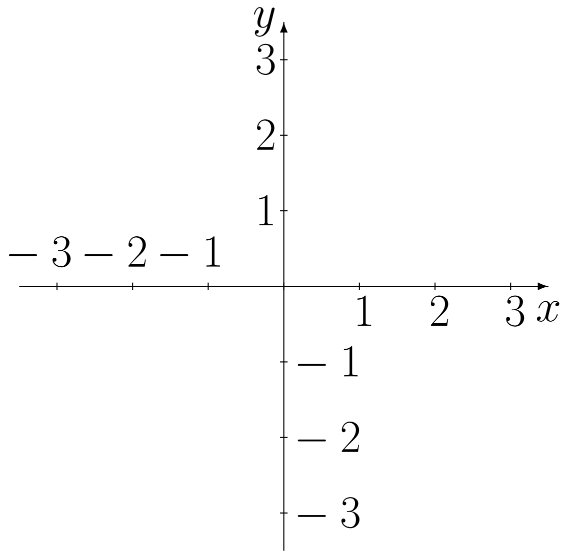
**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \leq x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.



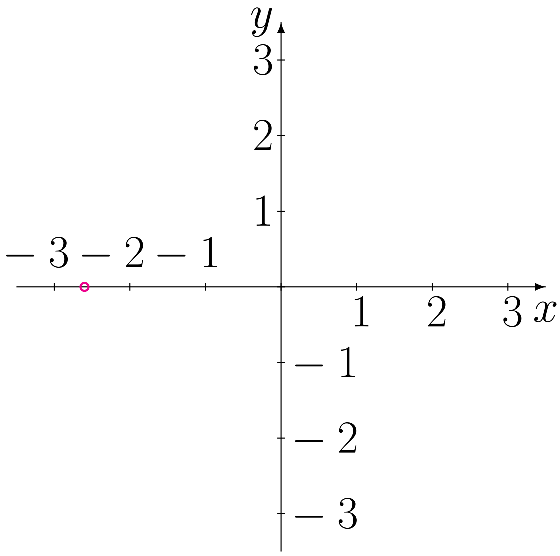
# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \leq x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$[-2,6] =$



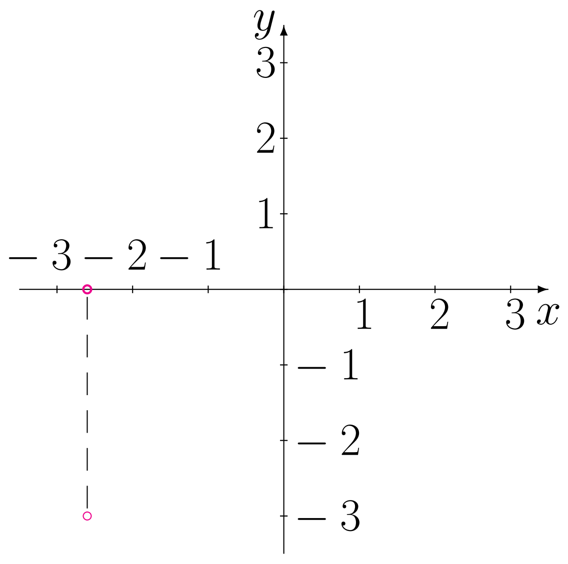
## VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$[-2,6] = -3$;



# VIII.1. Целая и дробная части числа

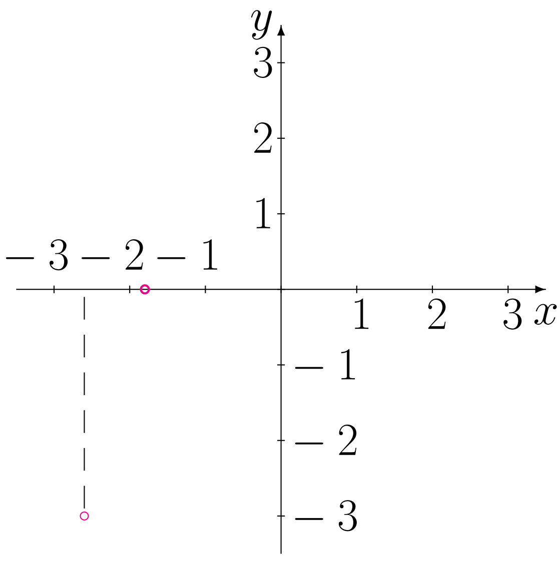
**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \le x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$[-2,6] = -3;$

$[-1,8] =$



# VIII.1. Целая и дробная части числа

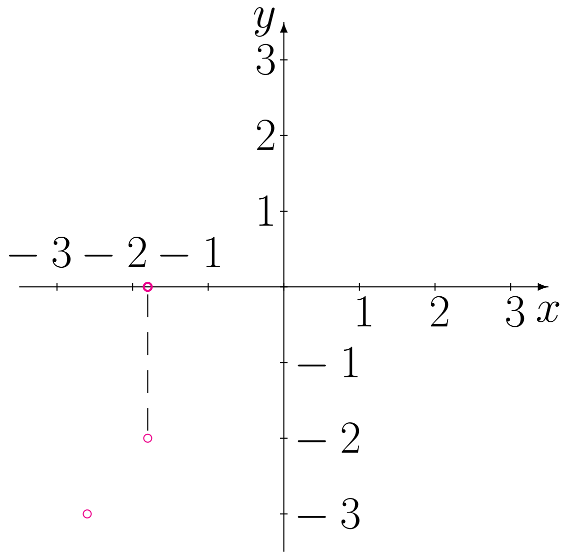
**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$[-2,6] = -3;$

$[-1,8] = -2;$



# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

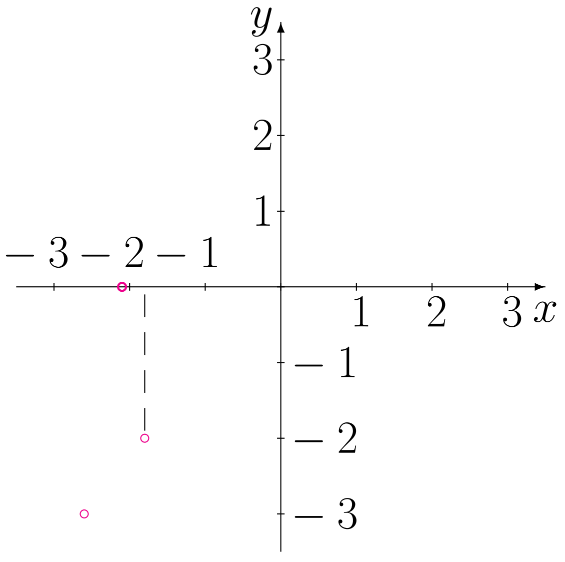
**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$[-2,6] = -3;$

$[-1,8] = -2;$

$[-2,1] =$



# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

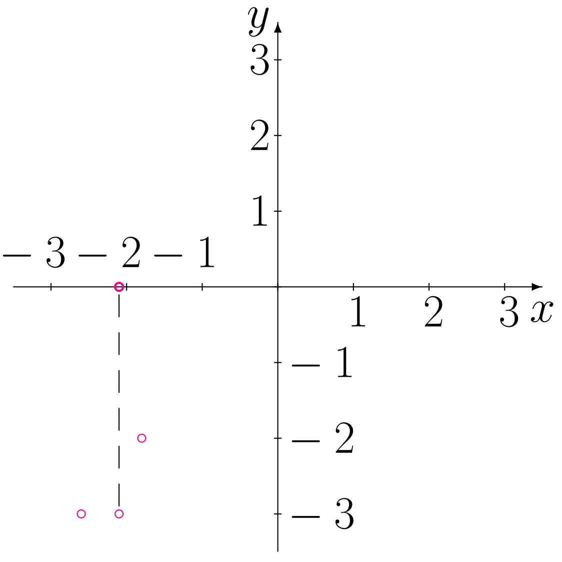
**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$[-2,6] = -3;$

$[-1,8] = -2;$

$[-2,1] = -3;$



# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \leq x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

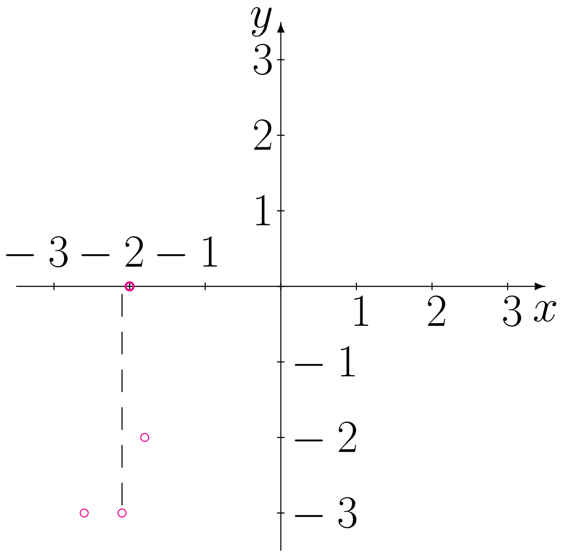
Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$[-2,6] = -3;$

$[-1,8] = -2;$

$[-2,1] = -3;$

$[-2] =$



## VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \leq x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

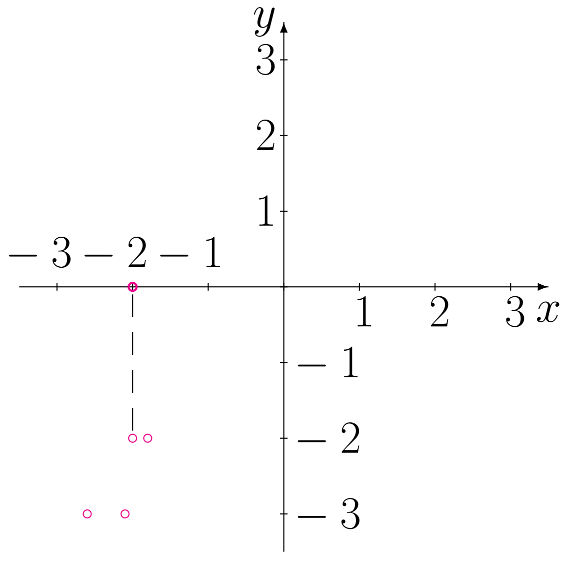
Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$[-2,6] = -3;$

$[-1,8] = -2;$

$[-2,1] = -3;$

$[-2] = -2;$



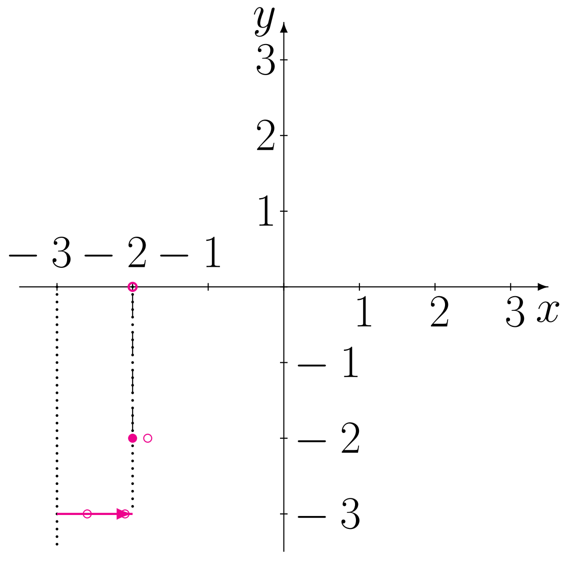
# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \leq x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$$[x] = \begin{cases} \ldots \\ -3, \text{ если } -3 \leq x < -2, \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{cases}$$



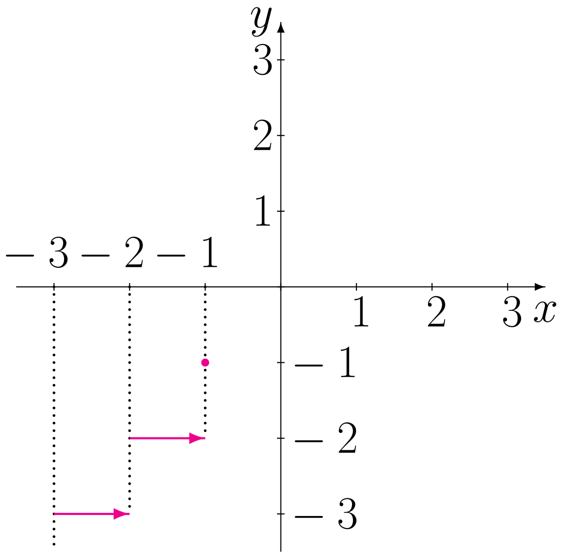
# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$$[x] = \begin{cases} \ldots \\ -3, \text{ если } -3 \leq x < -2, \\ -2, \text{ если } -2 \leq x < -1, \\ \\ \\ \\ \\ \end{cases}$$



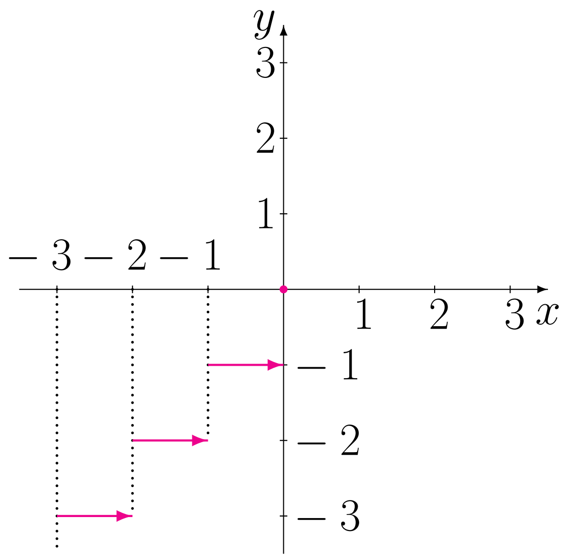
# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \leq x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$$[x] = \begin{cases} \dots \\ -3, \text{ если } -3 \leq x < -2, \\ -2, \text{ если } -2 \leq x < -1, \\ -1, \text{ если } -1 \leq x < 0, \\ \\ \\ \\ \end{cases}$$



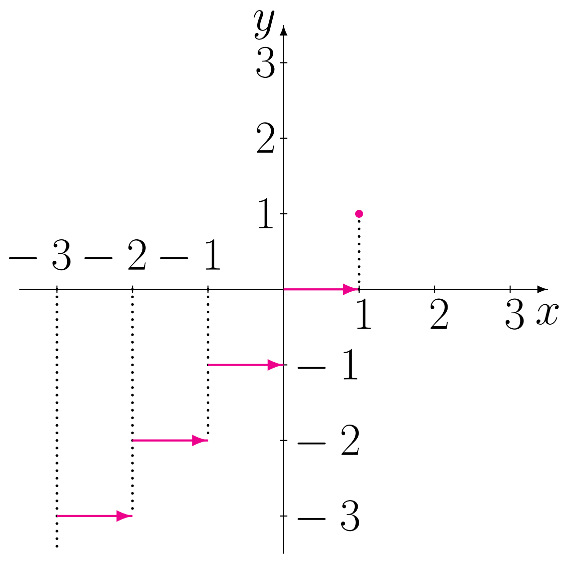
## VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \le x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$$[x] = \begin{cases} \dots \\ -3, \text{ если } -3 \le x < -2, \\ -2, \text{ если } -2 \le x < -1, \\ -1, \text{ если } -1 \le x < 0, \\ 0, \text{ если } 0 \le x < 1, \end{cases}$$



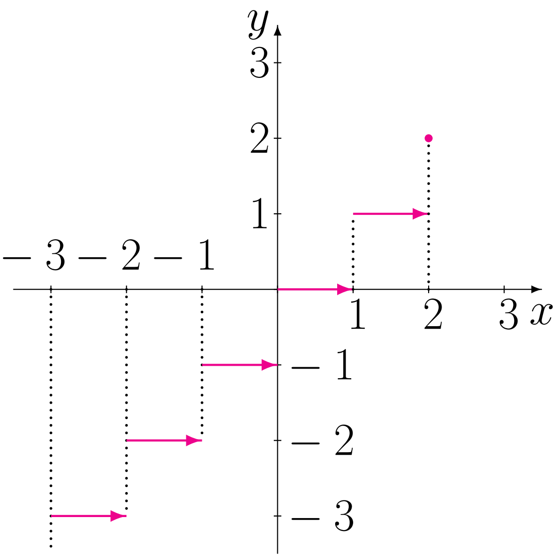
## VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \leq x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$$[x] = \begin{cases} \ldots \\ -3, \text{ если } -3 \leq x < -2, \\ -2, \text{ если } -2 \leq x < -1, \\ -1, \text{ если } -1 \leq x < 0, \\ 0, \text{ если } 0 \leq x < 1, \\ 1, \text{ если } 1 \leq x < 2, \\ \\ \\ \end{cases}$$



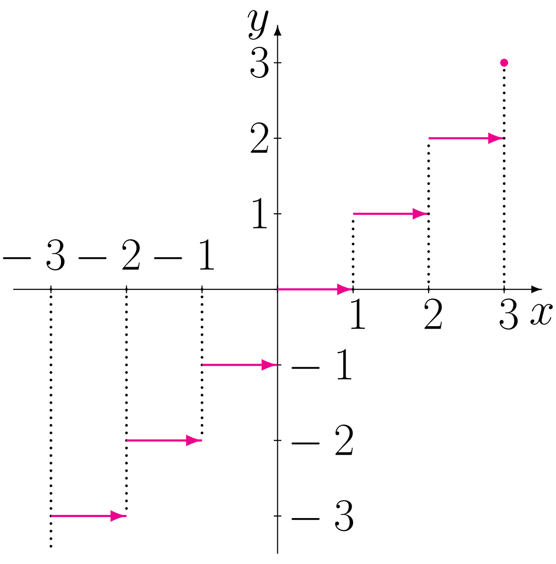
## VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \le x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$$[x] = \begin{cases} \ldots \\ -3, \text{ если } -3 \le x < -2, \\ -2, \text{ если } -2 \le x < -1, \\ -1, \text{ если } -1 \le x < 0, \\ 0, \text{ если } 0 \le x < 1, \\ 1, \text{ если } 1 \le x < 2, \\ 2, \text{ если } 2 \le x < 3, \\ \ldots \end{cases}$$



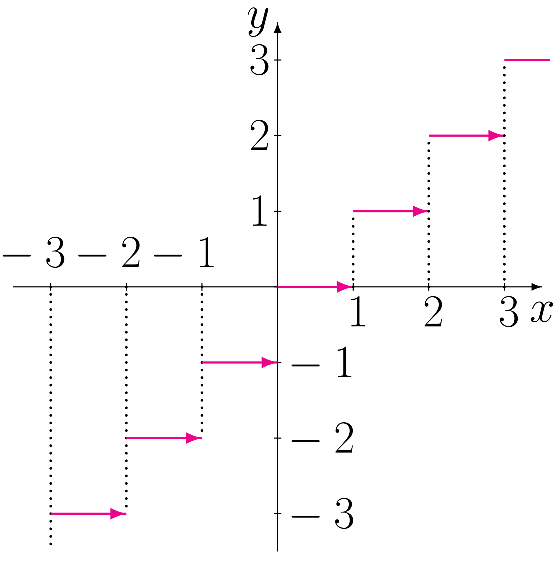
# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \leq x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

Построим график функции $[x] = \lfloor x \rfloor$.

$$[x] = \begin{cases} \dots \\ -3, \text{ если } -3 \leq x < -2, \\ -2, \text{ если } -2 \leq x < -1, \\ -1, \text{ если } -1 \leq x < 0, \\ 0, \text{ если } 0 \leq x < 1, \\ 1, \text{ если } 1 \leq x < 2, \\ 2, \text{ если } 2 \leq x < 3, \\ \dots \end{cases}$$



# VIII.1. Целая и дробная части числа

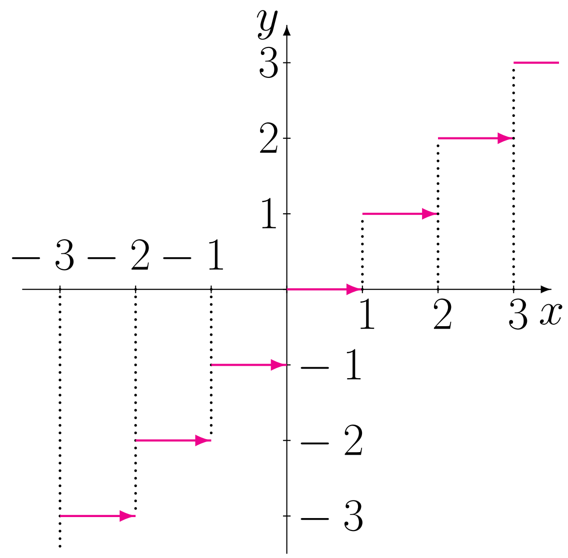
**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \le x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построили график **функции** $[x] = \lfloor x \rfloor$.

Построим график

**функции** $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$.



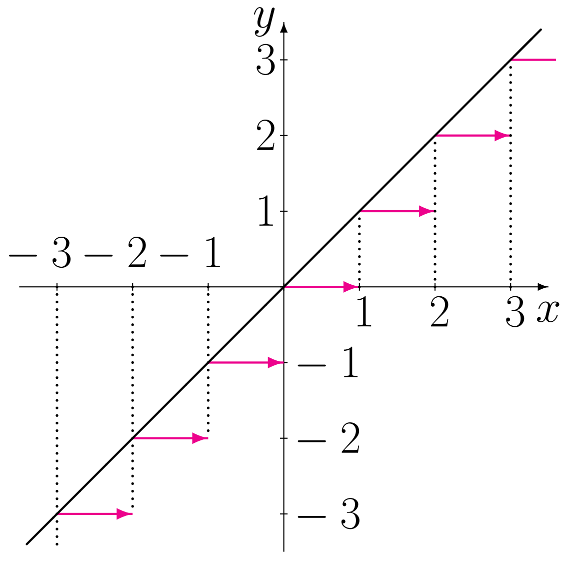
# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построили график **функции** $[x] = \lfloor x \rfloor$.

Построим график **функции** $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$.



# VIII.1. Целая и дробная части числа

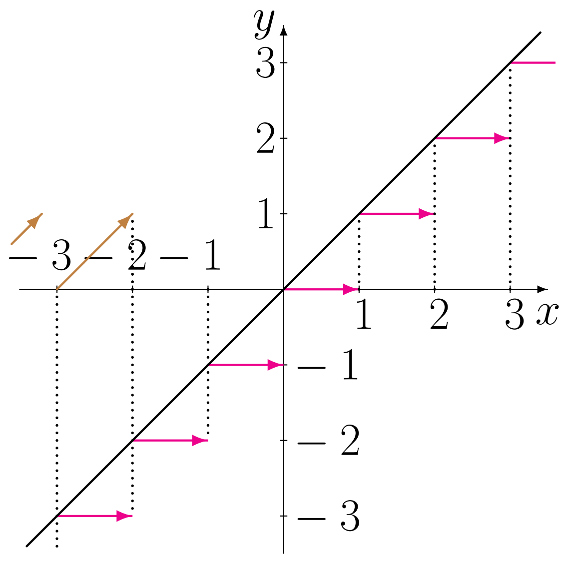
**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построили график **функции** $[x] = \lfloor x \rfloor$.

Построим график

**функции** $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$.



# VIII.1. Целая и дробная части числа

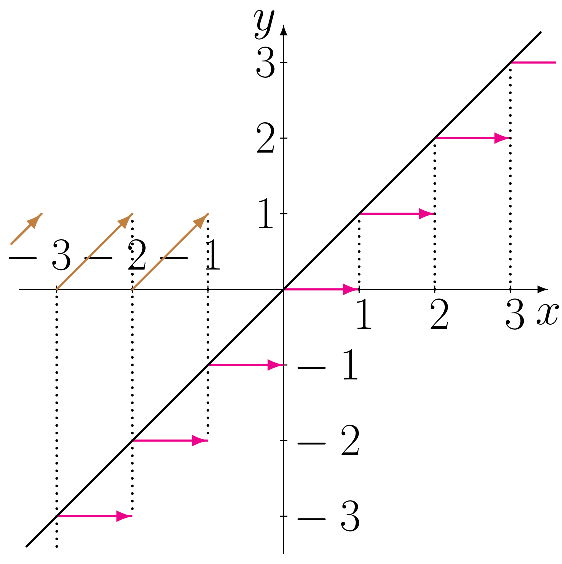
**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построили график **функции** $[x] = \lfloor x \rfloor$.

Построим график

**функции** $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$.



# VIII.1. Целая и дробная части числа

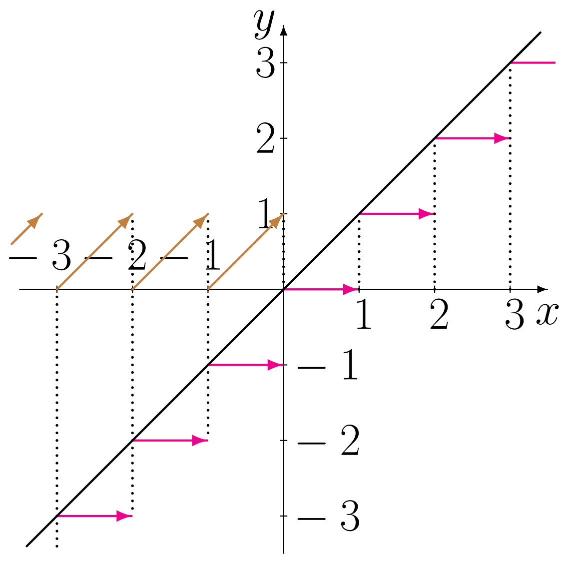
**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построили график **функции** $[x] = \lfloor x \rfloor$.

Построим график

**функции** $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$.



# VIII.1. Целая и дробная части числа

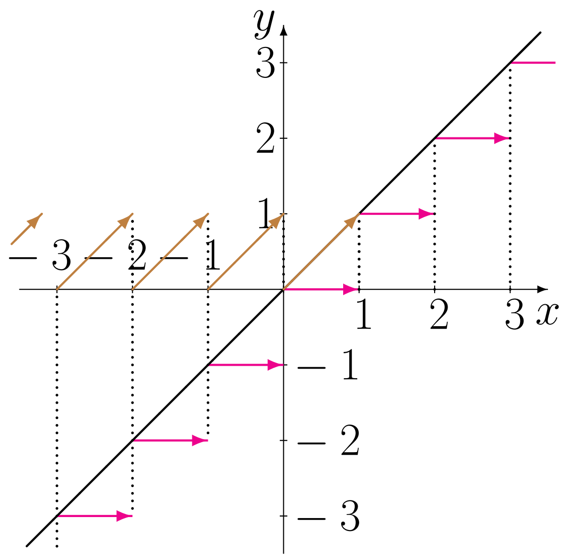
**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построили график **функции** $[x] = \lfloor x \rfloor$.

Построим график

**функции** $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$.



# VIII.1. Целая и дробная части числа

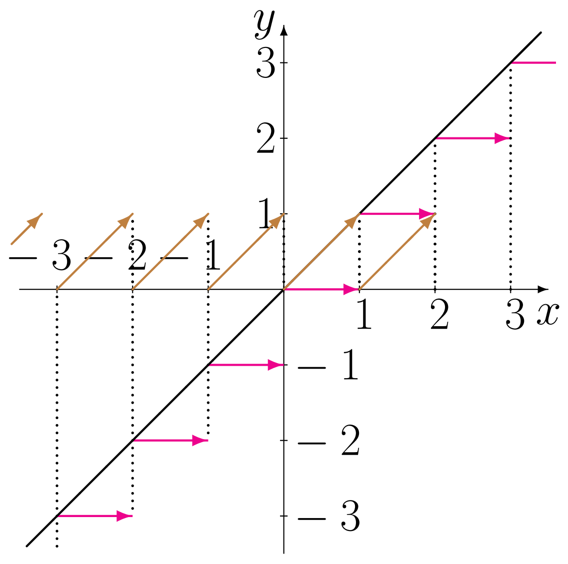
**Определение 11. Целой частью числа** *$x$, называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число $n$ такое, что $n \leq x$. Целая часть числа $x$ обозначается через $[x]$ или $\lfloor x \rfloor$.*

**Определение 12. Дробной частью числа** *$x$ называется число $\{x\} = x - [x]$.*

Построили график **функции** $[x] = \lfloor x \rfloor$.

Построим график

**функции** $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$.



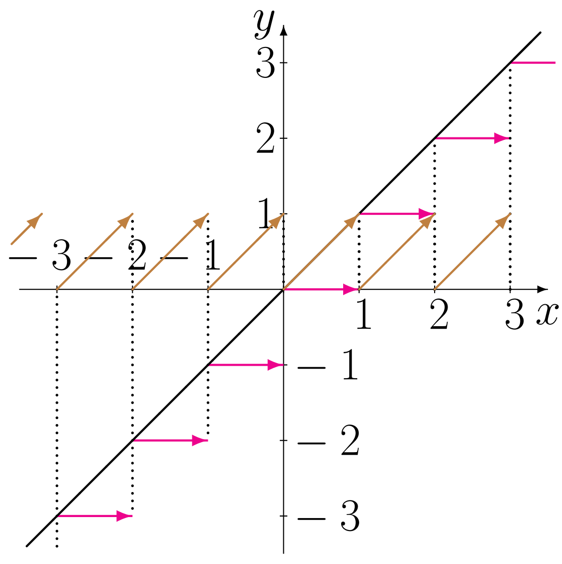
# VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \leq x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

Построили график **функции** $[x] = \lfloor x \rfloor$.

Построим график **функции** $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$.



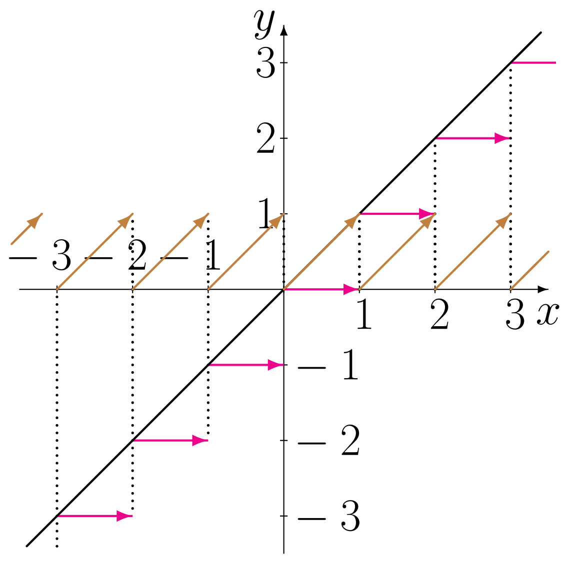
## VIII.1. Целая и дробная части числа

**Определение 11. Целой частью числа** $x$, *называемую также* **антье** *или* **полом** *называется наименьшее целое число* $n$ *такое, что* $n \leq x$. *Целая часть числа* $x$ *обозначается через* $[x]$ *или* $\lfloor x \rfloor$.

**Определение 12. Дробной частью числа** $x$ *называется число* $\{x\} = x - [x]$.

Построили график **функции** $[x] = \lfloor x \rfloor$.

Построим график **функции** $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$.



# VIII.2. Четные и нечетные функции

Рассмотрим вещественнозначные функции, т.е. для рассматриваемой функции $f$ выполняется $\mathbf{E(f)} \subseteq \mathbb{R}$.

**Определение 13.** *Функция $f$ называется* **четной**, *если для любого $x \in \mathbf{D(f)}$ выполняется равенство $f(x) = f(-x)$.*

## VIII.2. Четные и нечетные функции

Рассмотрим вещественнозначные функции, т.е. для рассматриваемой функции $f$ выполняется $\mathbf{E(f)} \subseteq \mathbb{R}$.

**Определение 13.** *Функция $f$ называется* **четной**, *если для любого $x \in \mathbf{D(f)}$ выполняется равенство $f(x) = f(-x)$.*

**Определение 14.** *Функция $f$ называется* **нечетной**, *если для любого $x \in \mathbf{D(f)}$ выполняется равенство $f(x) = -f(-x)$.*

## VIII.3. Ограниченные и неограниченные функции

Рассмотрим вещественнозначные функции, т.е. для рассматриваемой функции $f$ выполняется $\mathbf{E(f)} \subseteq \mathbb{R}$.

**Определение 15.** *Функция $f$ называется* **ограниченной сверху** *на множестве $D \subseteq \mathbf{D(f)}$, если существует такое число $M$, что для любого $x \in D$ выполняется неравенство $f(x) \leq M$.*

## VIII.3. Ограниченные и неограниченные функции

Рассмотрим вещественнозначные функции, т.е. для рассматриваемой функции $f$ выполняется $\mathbf{E(f)} \subseteq \mathbb{R}$.

**Определение 15.** *Функция $f$ называется* **ограниченной сверху** *на множестве $D \subseteq \mathbf{D(f)}$, если существует такое число $M$, что для любого $x \in D$ выполняется неравенство $f(x) \leq M$.*

**Определение 16.** *Функция $f$ называется* **ограниченной снизу** *на множестве $D \subseteq \mathbf{D(f)}$, если существует такое число $M$, что для любого $x \in D$ выполняется неравенство $f(x) \geq M$.*

## VIII.3. Ограниченные и неограниченные функции

Рассмотрим вещественнозначные функции, т.е. для рассматриваемой функции $f$ выполняется $\mathbf{E}(\mathbf{f}) \subseteq \mathbb{R}$.

**Определение 15.** *Функция $f$ называется* **ограниченной сверху** *на множестве $D \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{f})$, если существует такое число $M$, что для любого $x \in D$ выполняется неравенство $f(x) \leq M$.*

**Определение 16.** *Функция $f$ называется* **ограниченной снизу** *на множестве $D \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{f})$, если существует такое число $M$, что для любого $x \in D$ выполняется неравенство $f(x) \geq M$.*

**Определение 17.** *Функция $f$ называется* **ограниченной** *на множестве $D \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{f})$, если существует такое число $M$, что для любого $x \in D$ выполняется неравенство $|f(x)| \leq M$.*

# VIII.4. Периодические функции

Рассмотрим вещественнозначные функции, т.е. для рассматриваемой функции $f$ выполняется $\mathbf{E(f)} \subseteq \mathbb{R}$.

**Определение 18.** *Функция* $f$ *называется* **периодической** *на* $\mathbf{D(f)} \subseteq \mathbb{R}$, *если существует такое положительное число* $T$ *(т.е.* $T > 0$*), что для любого* $x \in D(f)$ *выполняется равенство* $f(x+T) = f(x)$.

## VIII.4. Периодические функции

Рассмотрим вещественнозначные функции, т.е. для рассматриваемой функции $f$ выполняется $\mathbf{E(f)} \subseteq \mathbb{R}$.

**Определение 18.** *Функция $f$ называется* **периодической** *на* $\mathbf{D(f)} \subseteq \mathbb{R}$, *если существует такое положительное число $T$ (т.е. $T > 0$), что для любого $x \in D(f)$ выполняется равенство $f(x + T) = f(x)$.*

**Определение 19.** *Если для периодической функции $f$ существует минимальное такое положительное число $T$, что $f(x + T) = f(x)$, то такое число $T$ называется* **периодом**.

# VIII.5. Монотонные функции

**Определение 20.** *Числовая функция $f$ называется* **монотонно возрастающей** *(соответственно* **монотонно убывающей***) на множестве $D$ тогда и только тогда, когда для любых $x, y$ из $D$ из неравенства $x < y$ следует $f(x) < f(y)$ (соответственно $f(x) > f(y)$).*

Слишком много слов естественного языка...

# VIII.5. Монотонные функции

**Определение 20.** $f$ — **возрастающая** *(***возрастающая***) на $D$:*

$$f \nearrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \;\Rightarrow\; (x < y \;\Rightarrow\; f(x) < f(y)). \tag{12}$$

$$f \searrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \;\Rightarrow\; (x < y \;\Rightarrow\; f(x) > f(y)). \tag{13}$$

# VIII.5. Монотонные функции

**Определение 20.** $f$ — **возрастающая** (**возрастающая**) *на* $D$*:*

$$f\nearrow: \qquad \{x,y\}\subseteq D\ \Rightarrow\ (x<y\ \Rightarrow\ f(x)<f(y))\,. \qquad (12)$$

$$f\searrow: \qquad \{x,y\}\subseteq D\ \Rightarrow\ (x<y\ \Rightarrow\ f(x)>f(y))\,. \qquad (13)$$

**Определение 21.** *Числовая функция $f$ называется* **монотонно неубывающей**) *(соответственно* **монотонно невозрастающей** *на множестве $D$ тогда и только тогда, когда для любых $x,y$ из $D$ из неравенства $x<y$ следует $f(x)\le f(y)$ (соответственно $f(x)\ge f(y)$).*

Опять слишком много слов естественного языка...

# VIII.5. Монотонные функции

**Определение 20.** $f$ — **возрастающая** (**возрастающая**) *на* $D$*:*

$$f \nearrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \Rightarrow (x < y \Rightarrow f(x) < f(y)) . \tag{12}$$

$$f \searrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \Rightarrow (x < y \Rightarrow f(x) > f(y)) . \tag{13}$$

**Определение 21.** $f$ — **невозрастающая** (*соответственно,* **невозрастающая**) *на* $D$*:*

$$f \nearrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \Rightarrow (x < y \Rightarrow f(x) \le f(y)) . \tag{14}$$

$$f \searrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \Rightarrow (x < y \Rightarrow f(x) \ge f(y)) . \tag{15}$$

## VIII.5. Монотонные функции

**Определение 20.** *$f$ —* **возрастающая** *(***возрастающая***) на $D$:*

$$f \nearrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \;\Rightarrow\; (x < y \;\Rightarrow\; f(x) < f(y)) \,. \tag{12}$$

$$f \searrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \;\Rightarrow\; (x < y \;\Rightarrow\; f(x) > f(y)) \,. \tag{13}$$

**Определение 21.** *$f$ —* **невозрастающая** *(соответственно,* **невозрастающая***) на $D$:*

$$f \nearrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \;\Rightarrow\; (x < y \;\Rightarrow\; f(x) \le f(y)) \,. \tag{14}$$

$$f \searrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \;\Rightarrow\; (x < y \;\Rightarrow\; f(x) \ge f(y)) \,. \tag{15}$$

Таким образом, для монотонно возрастающей функции большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

# VIII.5. Монотонные функции

**Определение 20.** $f$ — **возрастающая** (**возрастающая**) *на* $D$*:*

$$f \nearrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \Rightarrow (x < y \Rightarrow f(x) < f(y)) \,. \tag{12}$$

$$f \searrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \Rightarrow (x < y \Rightarrow f(x) > f(y)) \,. \tag{13}$$

**Определение 21.** $f$ — **невозрастающая** (*соответственно,* **невозрастающая**) *на* $D$*:*

$$f \nearrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \Rightarrow (x < y \Rightarrow f(x) \leq f(y)) \,. \tag{14}$$

$$f \searrow: \qquad \{x, y\} \subseteq D \Rightarrow (x < y \Rightarrow f(x) \geq f(y)) \,. \tag{15}$$

Для монотонно неубывающей функции большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

## VIII.5. Монотонные функции

**Определение 22.** ***Неубывающая*** *или* ***невозрастающая*** *функция называется* **монотонной**. *Говорят, что функция $f$ —* **строго монотонная** *тогда и только тогда, когда $f$ —* ***монотонно возрастающая*** *или* ***монотонно убывающая*** *функция.*

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство** проведем в два этапа:
сначала придумаем доказательство (черновик),
потом оформим его (чистовик).

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. Мы доказываем теорему

«если

то »*.*

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. Мы доказываем теорему

«если функция $f$ — строго монотонная,

то »

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. Мы доказываем теорему

«если функция $f$ — строго монотонная,

то она является взаимно-однозначной».

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. Мы доказываем теорему
«если функция $f$ — строго монотонная,
то она является взаимно-однозначной».

Будем пока полагать, для определенности, что $f$ — монотонно возрастающая функция.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** *Строго монотонная на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2. Доказываем *взаимную однозначность* функции.

Этап 3. Никаких теорем о строго монотонных функциях у нас пока не было, специальной информации о методах доказательства взаимной однозначности у нас нет, как использовать условие теоремы — неясно.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** *Строго монотонная на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2. Доказываем *взаимную однозначность* функции.

Этап 3. Мы пока не использовали наш «главный резерв»: определение!

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2. Доказываем *взаимную однозначность* функции.

Этап 3. Если воспользоваться **определениями строгой монотонности**
(мы рассматриваем случай, когда $f$ — монотонно возрастающая функция)

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2. Доказываем *взаимную однозначность* функции.

Этап 3. Если воспользоваться **определениями строгой монотонности**

и **взаимной однозначности,** то получим, следующую формулировку «на языке неравенств»:

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \left( \left( \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right) \Rightarrow \left( \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right) \right).$$

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2. Доказываем *взаимную однозначность* функции.

Этап 3. Если воспользоваться **определениями строгой монотонности**

и **взаимной однозначности,** то получим, следующую формулировку «на языке неравенств»:

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \Big( \big(\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)\big) \Rightarrow \big( \qquad\qquad\qquad\qquad \big) \Big).$$

# VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2. Доказываем *взаимную однозначность* функции.

Этап 3. Если воспользоваться **определениями строгой монотонности**

и **взаимной однозначности,** то получим, следующую формулировку «на языке неравенств»:

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \Big( \big(\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)\big) \Rightarrow \big(f(x) = f(y) \Rightarrow x = y\big) \Big).$$

# VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2.

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \Big( \big(\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)\big) \Rightarrow \big(f(x) = f(y) \Rightarrow x = y\big) \Big).$$

Этап 2'. Доказываем $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ (в предположении, что $\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)$).

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2.

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \Big( \big( \alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta) \big) \Rightarrow \big( f(x) = f(y) \Rightarrow x = y \big) \Big).$$

Этап 2'. Доказываем $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ (в предположении, что $\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)$).

Этап 2". Надо доказать *равенство* $x = y$.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2.

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \Big( \big(\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)\big) \Rightarrow \big(f(x) = f(y) \Rightarrow x = y\big) \Big).$$

Этап 2'. Доказываем $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ (в предположении, что $\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)$).

Этап 2". Надо доказать *равенство* $x = y$.

Этап 3". Как использовать утверждения $\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)$ и $f(x) = f(y)$ для доказательства равенства $x = y$, непонятно.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2.

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \Big( \big( \alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta) \big) \Rightarrow \big( f(x) = f(y) \Rightarrow x = y \big) \Big).$$

Этап 2'. Доказываем $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ (в предположении, что $\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)$).

Этап 2''. Надо доказать *равенство* $x = y$.

Этап 3''. Поэтому попытаемся доказать это равенство методом «от противного».

# VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2.

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \Big( \big(\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)\big) \Rightarrow \big(f(x) = f(y) \Rightarrow x = y\big) \Big).$$

Этап 2'. Доказываем $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ (в предположении, что $\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)$).

Этап 2". Надо доказать *равенство* $x = y$.

Этап 3". Пусть $x \neq y$.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** *Строго монотонная на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow f$ взаимно-однозначная».

Этап 2.

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \Big( \big(\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)\big) \Rightarrow \big(f(x) = f(y) \Rightarrow x = y\big) \Big).$$

Этап 2'. Доказываем $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ (в предположении, что $\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)$).

Этап 2''. Надо доказать *равенство* $x = y$.

Этап 3''. Пусть $x \neq y$. Можно считать, что $x > y$.

# VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2.

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \Big( \big(\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)\big) \Rightarrow \big(f(x) = f(y) \Rightarrow x = y\big) \Big).$$

Этап 2'. Доказываем $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ (в предположении, что $\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)$).

Этап 2". Надо доказать *равенство* $x = y$.

Этап 3".

$x > y \ \Rightarrow$

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2.

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \Big( \big(\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)\big) \Rightarrow \big(f(x) = f(y) \Rightarrow x = y\big) \Big).$$

Этап 2'. Доказываем $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ (в предположении, что $\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)$).

Этап 2". Надо доказать *равенство* $x = y$.

Этап 3".

$x > y \ \Rightarrow \ f(x) > f(y) \ \Rightarrow$

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2.

$$\begin{cases} \alpha \in D, \\ \beta \in D \end{cases} \Rightarrow \Big( \big(\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)\big) \Rightarrow \big(f(x) = f(y) \Rightarrow x = y\big) \Big).$$

Этап 2'. Доказываем $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$ (в предположении, что $\alpha > \beta \Rightarrow f(\alpha) > f(\beta)$).

Этап 2''. Надо доказать *равенство* $x = y$.

Этап 3''.

$$x > y \;\Rightarrow\; f(x) > f(y) \;\Rightarrow\; f(x) \neq f(y),$$

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Генерация» доказательства*

Этап 1. «$f$ — строго монотонная $\Rightarrow$ $f$ взаимно-однозначная».

Этап 2.

$$\left\{\begin{array}{l}\alpha\in D,\\ \beta\in D\end{array}\right. \Rightarrow \Big(\big(\alpha>\beta\Rightarrow f(\alpha)>f(\beta)\big)\Rightarrow\big(f(x)=f(y)\Rightarrow x=y\big)\Big).$$

Этап 2'. Доказываем $f(x)=f(y)\Rightarrow x=y$ (в предположении, что $\alpha>\beta\Rightarrow f(\alpha)>f(\beta)$).

Этап 2''. Надо доказать *равенство* $x=y$.

Этап 3''.

$$x>y\ \Rightarrow\ f(x)>f(y)\ \Rightarrow\ f(x)\neq f(y),$$

вопреки предположению.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Оформление» доказательства*

Пусть $f$ — монотонная функция. Предположим, что для некоторых $x$ и $y$ из $D$ имеем $f(x) = f(y)$.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Оформление» доказательства*

Пусть $f$ — монотонная функция. Предположим, что для некоторых $x$ и $y$ из $D$ имеем $f(x) = f(y)$.

Если $x > y$, то либо $f(x) > f(y)$ (если $f$ — монотонно возрастающая функция), либо $f(x) < f(y)$ (если $f$ — монотонно убывающая функция).

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Оформление» доказательства*

Пусть $f$ — монотонная функция. Предположим, что для некоторых $x$ и $y$ из $D$ имеем $f(x) = f(y)$.

Если $x > y$, то либо $f(x) > f(y)$ (если $f$ — монотонно возрастающая функция), либо $f(x) < f(y)$ (если $f$ — монотонно убывающая функция).

В каждом из этих случаев $f(x) \neq f(y)$ — противоречие.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Оформление» доказательства*

Пусть $f$ — монотонная функция. Предположим, что для некоторых $x$ и $y$ из $D$ имеем $f(x) = f(y)$.

Если $x > y$, то либо $f(x) > f(y)$ (если $f$ — монотонно возрастающая функция), либо $f(x) < f(y)$ (если $f$ — монотонно убывающая функция).

В каждом из этих случаев $f(x) \neq f(y)$ — противоречие.

Значит, $x \leq y$.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Оформление» доказательства*

Пусть $f$ — монотонная функция. Предположим, что для некоторых $x$ и $y$ из $D$ имеем $f(x) = f(y)$.

Если $x > y$, то получили противоречие.

Значит, $x \leq y$.

Если $x < y$, то, меняя местами $x$ и $y$ в предыдущем рассуждении, вновь получим противоречие.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Оформление» доказательства*

Пусть $f$ — монотонная функция. Предположим, что для некоторых $x$ и $y$ из $D$ имеем $f(x) = f(y)$.

Если $x > y$, то получили противоречие.

Значит, $x \leq y$.

Если $x < y$, то, меняя местами $x$ и $y$ в предыдущем рассуждении, вновь получим противоречие.

Следовательно, $x = y$.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Оформление» доказательства*

Пусть $f$ — монотонная функция. Предположим, что для некоторых $x$ и $y$ из $D$ имеем $f(x) = f(y)$.

Если $x > y$ или $x < y$, то получили противоречие.

Следовательно, $x = y$.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Оформление» доказательства*

Пусть $f$ — монотонная функция. Предположим, что для некоторых $x$ и $y$ из $D$ имеем $f(x) = f(y)$.

Если $x > y$ или $x < y$, то получили противоречие.

Следовательно, $x = y$.

Итак, доказано, что для монотонной на множестве $D$ функции для любых $x$ и $y$ из $D$ из равенства $f(x) = f(y)$ следует, что $x = y$.

## VIII.6. Теорема о связи монотонности со взаимной однозначностью

**Теорема 7.** ***Строго монотонная*** *на множестве $D$ функция является взаимно однозначной в области $D$.*

**Доказательство.** *«Оформление» доказательства*

Пусть $f$ — монотонная функция. Предположим, что для некоторых $x$ и $y$ из $D$ имеем $f(x) = f(y)$.

Если $x > y$ или $x < y$, то получили противоречие.

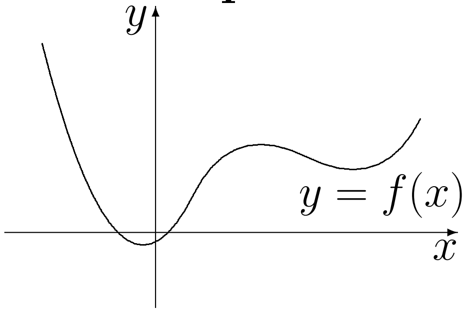
Следовательно, $x = y$.

Это, по определению, означает, что $f$ является взаимно-однозначной на множестве $D$. Теорема доказана.

# IX. Преобразования функций

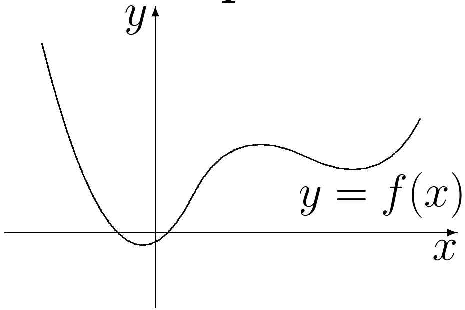
В соответствии **предложенными направлениями исследований** рассмотрим преобразования функций как результат применения **стратегии перехода от изучения отдельного объекта к исследованию системы объектов**.

# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

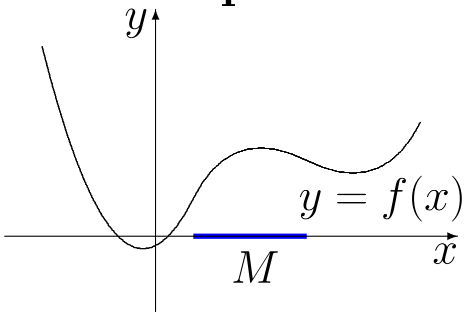
# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

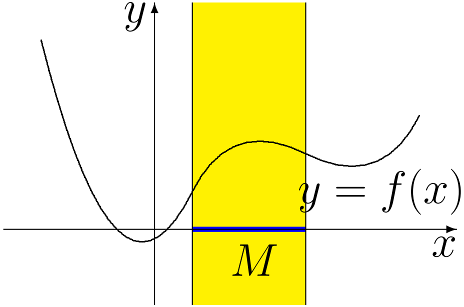
# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

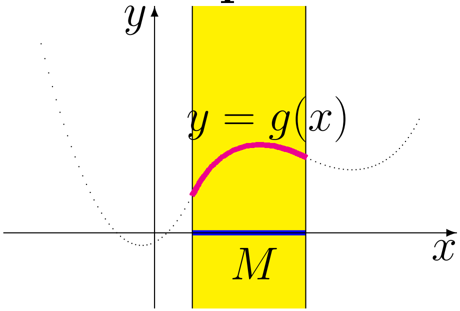
# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

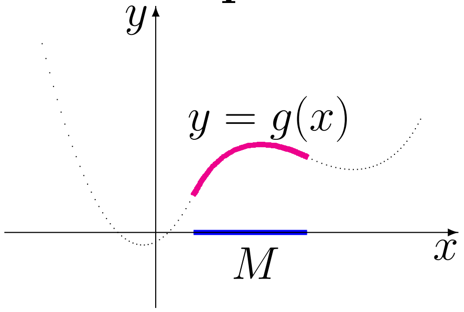
# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

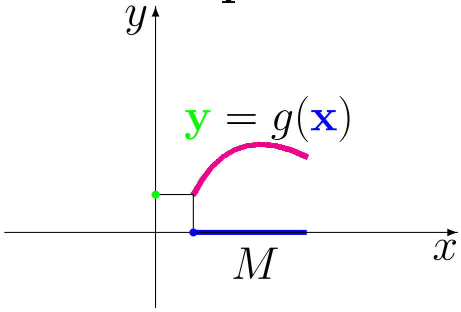
# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

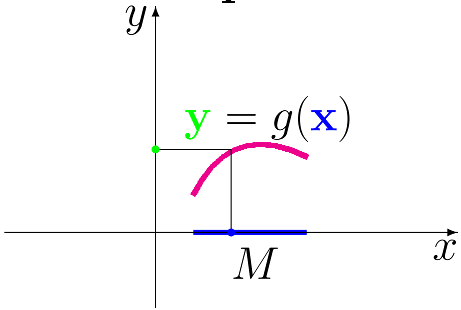
# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{f})$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

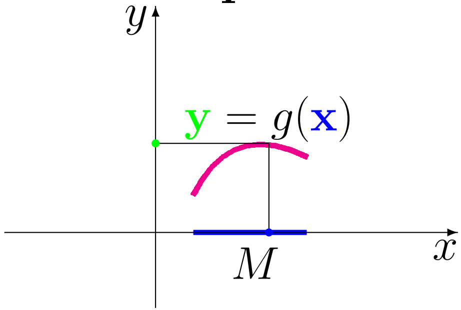
# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{f})$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

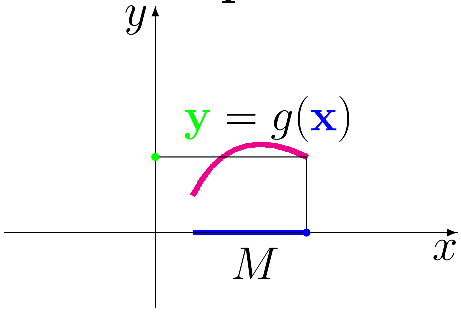
# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

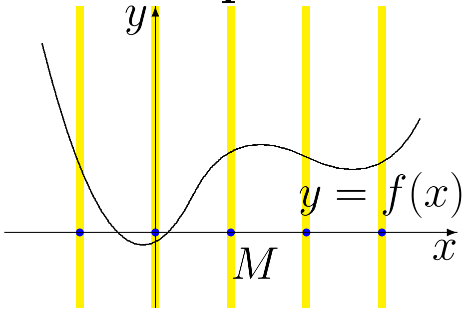
# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{f})$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

# IX.1. Ограничение функции на подмножество

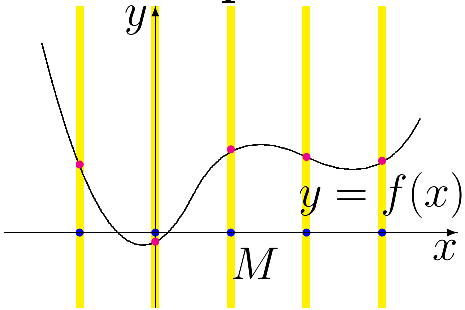



Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

$M$ может быть и «дискретным».

# IX.1. Ограничение функции на подмножество

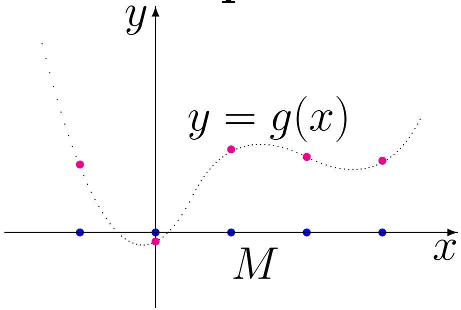



Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

$M$ может быть и «дискретным».

# IX.1. Ограничение функции на подмножество

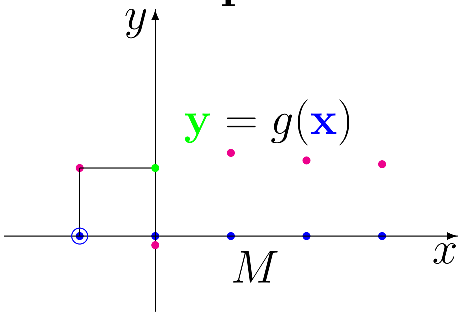



Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

$M$ может быть и «дискретным».

# IX.1. Ограничение функции на подмножество

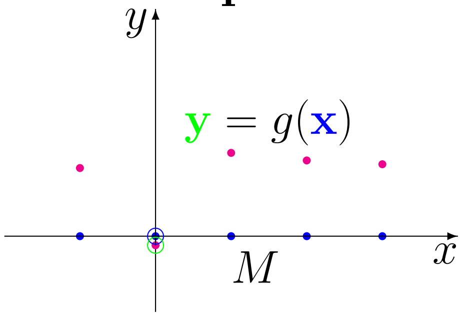



Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{f})$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

$M$ может быть и «дискретным».

# IX.1. Ограничение функции на подмножество

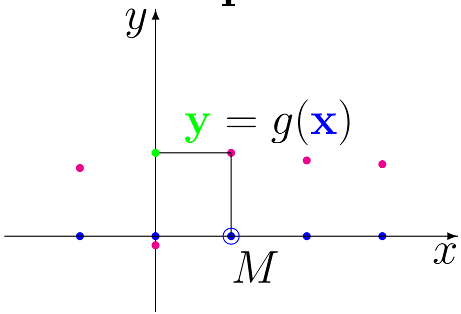



Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{f})$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

$M$ может быть и «дискретным».

# IX.1. Ограничение функции на подмножество

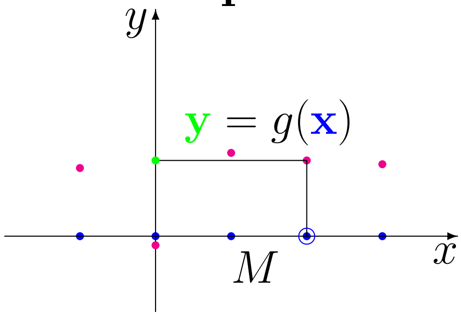



Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{f})$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

$M$ может быть и «дискретным».

# IX.1. Ограничение функции на подмножество

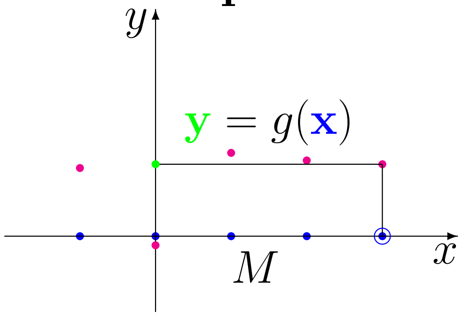



Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

$M$ может быть и «дискретным».

# IX.1. Ограничение функции на подмножество

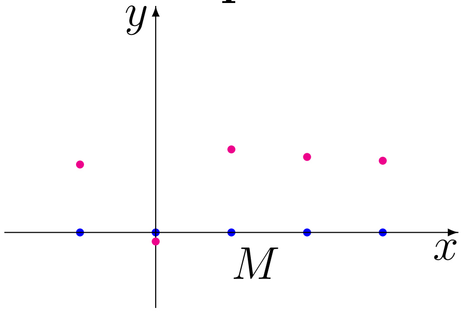



Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{f})$.

Рассмотрим функцию, которая определена на $M$ и принимает на $M$ те же значения, что и функция $f$.

$M$ может быть и «дискретным».

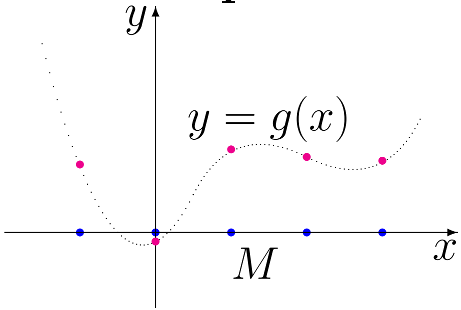
# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Функция $g$ отличается от $f$ только тем, что мы «забываем», как выглядят образы элементов из $\mathbf{D(f)}$, <u>не входящие</u> в $M$.

# IX.1. Ограничение функции на подмножество



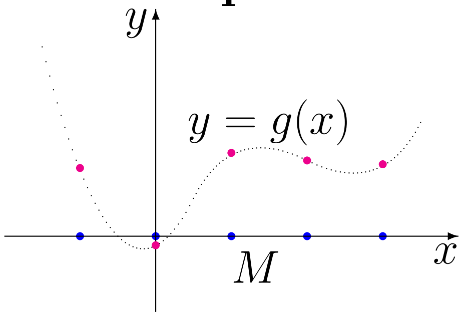

Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Функция $g$ отличается от $f$ только тем, что мы «забываем», как выглядят образы элементов из $\mathbf{D(f)}$, не входящие в $M$.

Такая функция $g$ называется *ограничением функции* $f$ *на множество* $M$.

Сформулируем определение **ограничения функции на множество**.

# IX.1. Ограничение функции на подмножество

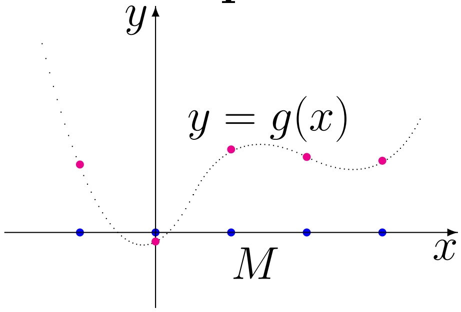



Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Функция $g$ отличается от $f$ только тем, что мы «забываем», как выглядят образы элементов из $\mathbf{D(f)}$, не входящие в $M$.

**Определение 23.** *Пусть $f$ — функция и $M \subseteq D(f)$ (т.е. $M$ — подмножество* ***области определения функции****)...*

# IX.1. Ограничение функции на подмножество

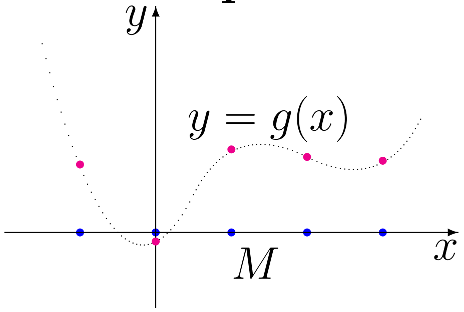



Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D}(\mathbf{f})$.

Функция $g$ отличается от $f$ только тем, что мы «забываем», как выглядят образы элементов из $\mathbf{D}(\mathbf{f})$, не входящие в $M$.

**Определение 23.** *Пусть $f$ — функция и $M \subseteq D(f)$. Функция $g$ называется* **ограничением** *функции $f$ на множество $M$, если...*

# IX.1. Ограничение функции на подмножество



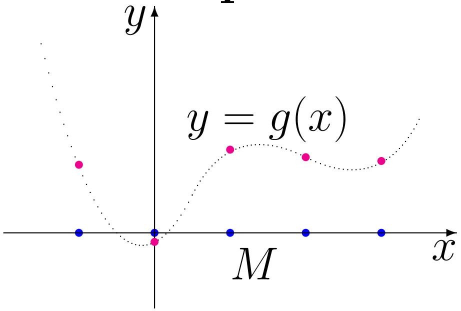

Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Функция $g$ отличается от $f$ только тем, что мы «забываем», как выглядят образы элементов из $\mathbf{D(f)}$, не входящие в $M$.

**Определение 23.** *Пусть $f$ — функция и $M \subseteq D(f)$. Функция $g$ называется* **ограничением** *функции $f$ на множество $M$, если*

$$\begin{cases} D(g) = M, \\ \ldots \end{cases}$$

# IX.1. Ограничение функции на подмножество



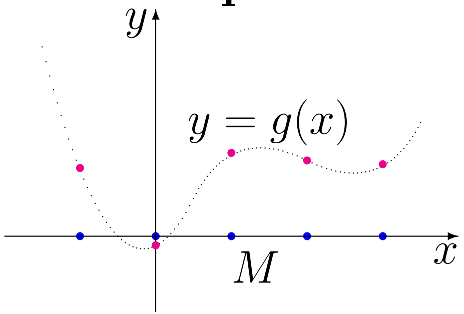

Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Функция $g$ отличается от $f$ только тем, что мы «забываем», как выглядят образы элементов из $\mathbf{D(f)}$, не входящие в $M$.

**Определение 23.** *Пусть $f$ — функция и $M \subseteq D(f)$. Функция $g$ называется* **ограничением** *функции $f$ на множество $M$, если*

$$\begin{cases} D(g) = M, \\ \Big(x \in M \ \Rightarrow \ \ldots \qquad\qquad\qquad \Big). \end{cases}$$

# IX.1. Ограничение функции на подмножество




Допустим, что $M \subseteq \mathbf{D(f)}$.

Функция $g$ отличается от $f$ только тем, что мы «забываем», как выглядят образы элементов из $\mathbf{D(f)}$, не входящие в $M$.

**Определение 23.** *Пусть $f$ — функция и $M \subseteq D(f)$. Функция $g$ называется* **ограничением** *функции $f$ на множество $M$, если*

$$\begin{cases} D(g) = M, \\ \Big(x \in M \;\Rightarrow\; g(x) = f(x)\Big). \end{cases} \tag{15}$$

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

В школьном курсе вместо термина *суперпозиция (композиция) функций* используют термин *сложная функция*. Разберемся, что это такое, и попробуем сформулировать четкое определение. Рассмотрим ситуацию, когда *значение* функции $f$ подставляется в качестве *значения аргумента* в функцию $g$. Например, функция, заданная выражением $5x - 3$, «составлена» из двух функций, первая из которых умножает значение аргумента на 5, а вторая — вычитает из полученного результата число 3.

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Пусть нам заданы функции $f$ и $g$. Можно считать, что это некоторые «механизмы», на которые «надет кожух», чтобы мы не отвлекались на их устройство:

$$x \to \boxed{f} \to f(x), \quad y \to \boxed{g} \to g(y).$$

«Составим» новую функцию $h$, последовательно соединяя $f$ и $g$:

$$\overset{h}{x \longrightarrow \boxed{f} \to f(x) \to \boxed{g} \longrightarrow} g(f(x))$$

# IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Пусть нам заданы функции $f$ и $g$. Можно считать, что это некоторые «механизмы», на которые «надет кожух», чтобы мы не отвлекались на их устройство:

$$x \to \boxed{f} \to f(x), \quad y \to \boxed{g} \to g(y).$$

«Составим» новую функцию $h$, последовательно соединяя $f$ и $g$:

$$\overset{h}{x \longrightarrow \boxed{f} \to f(x) \to \boxed{g} \longrightarrow g(f(x))}$$

«Наденем общий кожух» на полученный «механизм».

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Пусть нам заданы функции $f$ и $g$. Можно считать, что это некоторые «механизмы», на которые «надет кожух», чтобы мы не отвлекались на их устройство:

$$x \to \boxed{f} \to f(x), \quad y \to \boxed{g} \to g(y).$$

«Составим» новую функцию $h$, последовательно соединяя $f$ и $g$:

$$x \longrightarrow \boxed{\;\boxed{f} \to f(x) \to \boxed{g}\;}^{\,h} \longrightarrow g(f(x))$$

«Наденем общий кожух» на полученный «механизм».

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Пусть нам заданы функции $f$ и $g$. Можно считать, что это некоторые «механизмы», на которые «надет кожух», чтобы мы не отвлекались на их устройство:

$$x \to \boxed{f} \to f(x), \quad y \to \boxed{g} \to g(y).$$

«Составим» новую функцию $h$, последовательно соединяя $f$ и $g$:

$$x \longrightarrow \boxed{\;\boxed{f} \to f(x) \to \boxed{g}\;}^{\,h} \longrightarrow g(f(x))$$

«Наденем общий кожух» на полученный «механизм».

Полученная функция $h$ называется *сложной функцией* или *суперпозицией функций* $f$ и $g$, или *композицией функций* $f$ и $g$.

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется* ...

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется ...*

Теперь нужен термин, обозначающий более общее понятие.

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется …*

Из вышесказанного можно сделать вывод, что суперпозиция функций — это

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется ...*

Из вышесказанного можно сделать вывод, что суперпозиция функций — это функция.

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется …*

Из вышесказанного можно сделать вывод, что суперпозиция функций — это функция.

Итак, получаем: *суперпозицией функций называется функция …*

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется функция* ...

Теперь надо задать эту функцию.

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется функция ...*

Теперь надо задать эту функцию. Как задается функция? Выше указаны три наиболее общеупотребительных способа:

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется функция ...*

Теперь надо задать эту функцию. Как задается функция? Выше указаны три наиболее общеупотребительных способа: *выражение*, *таблица* и *график*.

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется функция …*

Теперь надо задать эту функцию. Как задается функция? Выше указаны три наиболее общеупотребительных способа:
*выражение*, *таблица* и *график*.

Два последних способа применимы к довольно узкому набору функций. Поэтому следует попробовать задать функцию $h$ выражением.

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется функция ...*

Теперь надо задать эту функцию. Как задается функция? Выше указаны три наиболее общеупотребительных способа:

*выражение*, *таблица* и *график*.

Два последних способа применимы к довольно узкому набору функций. Поэтому следует попробовать задать функцию $h$ выражением.

Для этого мы должны указать, *как вычислить значение получаемой функции на данном значении аргумента* $x$ *с помощью значений исходных функций.*

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется функция ...*

Для того, чтобы задать эту функцию, мы должны указать, *как вычислить значение получаемой функции на данном значении аргумента $x$ с помощью значений исходных функций.*

Возникает чувство беспомощности, дискомфорт: нам надо работать с тремя функциями, на них надо как-то ссылаться.

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется функция …*

Для того, чтобы задать эту функцию, мы должны указать, *как вычислить значение получаемой функции на данном значении аргумента $x$ с помощью значений исходных функций.*

Возникает чувство беспомощности, дискомфорт: нам надо работать с тремя функциями, на них надо как-то ссылаться.

В математике обычно в качестве названия произвольного объекта используется либо специальный термин, либо буква.

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций называется функция …*

Для того, чтобы задать эту функцию, мы должны указать, *как вычислить значение получаемой функции на данном значении аргумента $x$ с помощью значений исходных функций.*

Возникает чувство беспомощности, дискомфорт: нам надо работать с тремя функциями, на них надо как-то ссылаться.

В математике обычно в качестве названия произвольного объекта используется либо специальный термин, либо буква.

Обозначим исходные функции, например, через $f$ и $g$.

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций $f$ и $g$ называется функция ...*

Для того, чтобы задать эту функцию, мы должны указать, *как вычислить значение получаемой функции на данном значении аргумента $x$ с помощью функций $f$ и $g$.*

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

Теперь попробуем дать определение суперпозиции функций. Итак, в соответствии с **одним из «шаблонов»** пишем, например:

*суперпозицией функций $f$ и $g$ называется функция ...*

Для того, чтобы задать эту функцию, мы должны указать, *как вычислить значение получаемой функции на данном значении аргумента $x$ с помощью функций $f$ и $g$.*

Для этого надо сначала вычислить $f(x)$ и потом то, что получилось, подставить в качестве значения аргумента в функцию $g$. В результате получим $g\left(f(x)\right)$.

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

**Определение 24.** **Суперпозицией** *или* **композицией** *функций $f$ и $g$ называется функция $h$, заданная формулой $h(x) = g(f(x))$.*

## IX.2. Суперпозиция (композиция) функций

**Определение 24. Суперпозицией** *или* **композицией** *функций $f$ и $g$ называется функция $h$, заданная формулой $h(x) = g(f(x))$.*

В данной работе мы, для сокращения записей, будем обозначать суперпозицию функций символом $\circ$, то есть суперпозиция функций $f$ и $g$ — это функция $f \circ g$. Здесь $f \circ g$ надо воспринимать как отдельное слово, подобно тому, как мы воспринимаем обозначения sin, log и т.п. То есть нельзя, например, в выражении $\dfrac{f \circ g}{g}$ «сокращать» на $g$.

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**а)** $s(y) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**а)** $s(y) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3-s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

**Решение.**

**а)** $s(y) = y - 2y^3.$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**б)** $s(n) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**б)** $s(n) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**б)** $s(n) = n - 2n^3$.

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**в**) $s(y+n) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**в**) $s(y+n) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**в)** $s(y+n) = (y+n) - 2(y+n)^3$.

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**г)** $s(2y) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**г)** $s(2y) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**г)** $s(2y) = 2y - 2(2y)^3$.

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

д) $s(2-y) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

д) $s(2-y) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

д) $s(2-y) = (2-y) - 2(2-y)^3$.

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

е) $s(1-y^2) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

е) $s(1-y^2) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

е) $s(1-y^2) = \left(1-y^2\right) - 2\left(1-y^2\right)^3.$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3 - s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

**Решение.**

ё) $s(t(n)) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$...

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

**Решение.**

ё) $s(t(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$...

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$...

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$, осталось «раскрыть» выражение $t$.

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$, осталось «раскрыть» выражение $t$.

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3.$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$, осталось «раскрыть» выражение $t$.

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3$.

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$...

**ё)** $s(t(n)) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3.$

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$...

**ё)** $s(t(n)) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3$.

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$...

**ё)** $s(t(n)) = s\left(2n + \sqrt{n}\right) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3.$

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$, осталось «раскрыть» выражение $s$.

ё) $s(t(n)) = s\left(2n + \sqrt{n}\right) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

ё) $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3$.

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$, осталось «раскрыть» выражение $s$.

ё) $s(t(n)) = s\left(2n + \sqrt{n}\right) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n+\sqrt{n}\right)^3.$

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$, осталось «раскрыть» выражение $s$.

**ё)** $s(t(n)) = s\left(2n+\sqrt{n}\right) = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n+\sqrt{n}\right)^3.$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$...

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$...

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n-2n^3) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$...

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$, осталось «избавиться от $t$».

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$, осталось «избавиться от $t$».

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$, осталось «избавиться от $t$».

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$»,

**ж)** $t(s(n)) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$»,

**ж)** $t(s(n)) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$»,

**ж)** $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}.$

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$»,
осталось подставить выражение для $t$.

**ж)** $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$», осталось подставить выражение для $t$.

**ж)** $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$», осталось подставить выражение для $t$.

**ж)** $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) =$

Допустим, сначала «избавимся от $s$»...

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$

Допустим, сначала «избавимся от $s$»...

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$

$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}$.

Другой вариант:

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Другой вариант:

з) $t(3 - s(n+1)) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Другой вариант:

з) $t(3 - s(n+1)) = 2(3 - s(n+1)) + \sqrt{(3 - s(n+1))} =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x)=x-2x^3$, $t(x)=2x+\sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3-s(n+1))=t\left(3-\left((n+1)-2(n+1)^3\right)\right)=$
$=2\left(3-\left((n+1)-2(n+1)^3\right)\right)+\sqrt{(3-((n+1)-2(n+1)^3))}$.

Другой вариант:

з) $t(3-s(n+1))=2(3-s(n+1))+\sqrt{(3-s(n+1))}=$
$=2\left(3-\left((n+1)-2(n+1)^3\right)\right)+\sqrt{(3-((n+1)-2(n+1)^3))}$.

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3 - s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \big((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\big)^2 =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* *а)* $s(y)$; *б)* $s(n)$; *в)* $s(y+n)$; *г)* $s(2y)$; *д)* $s(2-y)$; *е)* $s(1-y^2)$; *ё)* $s(t(n))$; *ж)* $t(s(n))$; *з)* $t(3 - s(n+1))$; *и)* $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \left((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\right)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \ \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \ \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \left((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\right)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

Другой вариант:

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \left((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\right)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

Другой вариант:

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + s^2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) =$

**Пример 7.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3 - s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \left((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\right)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

Другой вариант:

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + s^2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

Пример решён.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ. Надо задать *функцию*. В математике обычно применяется один из трех способов:

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ. Надо задать *функцию*. В математике обычно применяется один из трех способов: *выражение*, *таблица* и *график*.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ. Надо задать *функцию*. В математике обычно применяется один из трех способов: *выражение*, *таблица* и *график*.

Суперпозиция определялась с помощью выражений, и функции $f$ и $g$ также заданы выражениями, поэтому ответ данной задачи мы представим в виде выражений.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Подробно опишем процесс вычисления функции $f \circ g$, а для остальных случаев просто приведем результат.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\big(f(x)\big)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) =$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении, задающем функцию $g$, то есть в выражении $g(x) = x^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x+1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении, задающем функцию $g$, то есть в выражении $g(x) = x^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$. Если Вас смущает тот факт, что буква $x$ имеет слишком много разных значений (правильно, кстати, смущает), можно в выражении для $g$ сначала заменить букву $x$ на другую букву, например, на $y$. Получим $g(y) =$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении, задающем функцию $g$, то есть в выражении $g(x) = x^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$. Если Вас смущает тот факт, что буква $x$ имеет слишком много разных значений (правильно, кстати, смущает), можно в выражении для $g$ сначала заменить букву $x$ на другую букву, например, на $y$. Получим $g(y) = y^2$.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x+1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x+1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x+1) =$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x+1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x+1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x+1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x+1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x+1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x+1$. Получим $g(x+1) = (x+1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x+1) = (x+1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 = f^2(x) =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 = f^2(x) = (x + 1)^2.$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$h_2(x) =$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$h_2(x) = (x+2)^2+1 =$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 =$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 =$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$

$$= g(f(f(x)) + 1 =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$

$$= g(f(f(x)) + 1 = f(g(f(f(x)))) =$$

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$
$$= g(f(f(x)) + 1 = f(g(f(f(x)))) = f \circ f \circ g \circ f(x).$$

Пример решён.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $2$ |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Сначала найдем таблицы значений функций $h_1$ и $h_2$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Сначала найдем таблицы значений функций $h_1$ и $h_2$.

Так как $h_1(x) = g\big(f(x)\big)$, то для того чтобы можно было найти значение $h_1$ на элементе $x_0$, надо, чтобы можно было вычислить $f(x_0)$, то есть

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Сначала найдем таблицы значений функций $h_1$ и $h_2$.

Так как $h_1(x) = g\left(f(x)\right)$, то для того чтобы можно было найти значение $h_1$ на элементе $x_0$, надо, чтобы можно было вычислить $f(x_0)$, то есть

значение $x_0$ переменной $x$ должно принадлежать множеству $D(f) = \{\qquad\qquad\}$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Сначала найдем таблицы значений функций $h_1$ и $h_2$.

Так как $h_1(x) = g\left(f(x)\right)$, то для того чтобы можно было найти значение $h_1$ на элементе $x_0$, надо, чтобы можно было вычислить $f(x_0)$, то есть
значение $x_0$ переменной $x$ должно принадлежать множеству $D(f) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | | | | | |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | — | | | | |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | $-$ | $1^2$ | | | |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | $-$ | $1^2$ | $0^2$ | | |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $2$ |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $2$ |
| $g(f(x))$ | $-$ | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | $-$ | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | $-$ |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | $-$ | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | $-$ |

, т.е.

| $x$ | | | |
|---|---|---|---|
| $h_1(x)$ | | | |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | $-$ | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | $-$ |

, т.е.

| $x$ | 1 | | |
|---|---|---|---|
| $h_1(x)$ | | | |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | $-$ | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | $-$ |

, т.е.

| $x$ | 1 | 2 | |
|---|---|---|---|
| $h_1(x)$ | | | |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | $-$ | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | $-$ |

, т.е.

| $x$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $h_1(x)$ | | | |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | $-$ | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | $-$ |

, т.е.

| $x$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $h_1(x)$ | 1 | | |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | — | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | — |

, т.е.

| $x$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $h_1(x)$ | 1 | 0 | |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | — | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | — |

, т.е.

| $x$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $h_1(x)$ | 1 | 0 | 1 |

,

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | — | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | — |

, т.е.

| $x$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $h_1(x)$ | 1 | 0 | 1 |

,

Отметим, что $g\big(f(0)\big) = g(2) = g\big(f(4)\big)$ вычислить нельзя, так как, по условию, $2 \notin D(g) = \{-1, 0, 1\}$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $2$ |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

Теперь найдем таблицу значений функции $h_2(x) = f(g(x))$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

Теперь найдем таблицу значений функции $h_2(x) = f(g(x))$.

Можно было бы начать с того, что $D(h_2) \subseteq D(g)$, но мы, ради разнообразия начнем с области допустимых значений функции $h_2$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

Теперь найдем таблицу значений функции $h_2(x) = f(g(x))$.

Можно было бы начать с того, что $D(h_2) \subseteq D(g)$, но мы, ради разнообразия начнем с области допустимых значений функции $h_2$.

Для этого вновь придется заняться функцией $f$, так как $E(h_2) \subseteq E(f)$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

Теперь найдем таблицу значений функции $h_2(x) = f(g(x))$.

Можно было бы начать с того, что $D(h_2) \subseteq D(g)$, но мы, ради разнообразия начнем с области допустимых значений функции $h_2$.

Для этого вновь придется заняться функцией $f$, так как $E(h_2) \subseteq E(f)$.

Таким образом, известно, что во *второй* строке таблицы значений функции стоят только элементы из $E(f) = \{2, 0, -1\}$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.** Для того чтобы получить искомую таблицу значений, надо решить уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Теперь найдем таблицу значений функции $h_2(x) = f(g(x))$.

Можно было бы начать с того, что $D(h_2) \subseteq D(g)$, но мы, ради разнообразия начнем с области допустимых значений функции $h_2$.

Для этого вновь придется заняться функцией $f$, так как $E(h_2) \subseteq E(f)$.

Таким образом, известно, что во *второй* строке таблицы значений функции стоят только элементы из $E(f) = \{2, 0, -1\}$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

Решим уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

Решим уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Начнем с уравнения $f\left(g(x)\right) = 2$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

Решим уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Начнем с уравнения $f\left(g(x)\right) = 2$. Из таблицы значений функции $f$ получаем, что либо $g(x) = 0$, либо $g(x) = 4$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

Решим уравнения $f\big(g(x)\big) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Начнем с уравнения $f\big(g(x)\big) = 2$. Из таблицы значений функции $f$ получаем, что либо $g(x) = 0$, либо $g(x) = 4$.

Так как $g(x) = x^2$, то в первом случае $x = 0$ (все в порядке).

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $2$ |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | |
|---|---|
| $h_2(x)$ | $2$ |

Решим уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Начнем с уравнения $f\left(g(x)\right) = 2$. Из таблицы значений функции $f$ получаем, что либо $g(x) = 0$, либо $g(x) = 4$.

Так как $g(x) = x^2$, то в первом случае $x = 0$ (все в порядке).

Во втором случае $x = 2$ или $x = -2$. Но оба полученных значения не входят в область определения функции $g$.

Дело в том, что по условию примера $D(g) = \{-1, 0, 1\}$).

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

Решим уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Начнем с уравнения $f\left(g(x)\right) = 2$. Из таблицы значений функции $f$ получаем, что либо $g(x) = 0$, либо $g(x) = 4$.

Так как $g(x) = x^2$, то в первом случае $x = 0$ (все в порядке).

Во втором случае $x = 2$ или $x = -2$. Но оба полученных значения не входят в область определения функции $g$.

Значит, значение 2 у функции $h_2$ появляется только на аргументе, равном 0.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | 0 |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

Решим уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Начнем с уравнения $f\left(g(x)\right) = 2$. Из таблицы значений функции $f$ получаем, что либо $g(x) = 0$, либо $g(x) = 4$.

Так как $g(x) = x^2$, то в первом случае $x = 0$ (все в порядке).

Во втором случае $x = 2$ или $x = -2$. Но оба полученных значения не входят в область определения функции $g$.

Значит, значение 2 у функции $h_2$ появляется только на аргументе, равном 0.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | 0 |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

Решим уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Теперь рассмотрим уравнение $h_2(x) = 0$, то есть $f\left(g(x)\right) = 0$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | 0 |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

Решим уравнения $f\big(g(x)\big) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Теперь рассмотрим уравнение $h_2(x) = 0$, то есть $f\big(g(x)\big) = 0$.

Из таблицы значений функции $f$ получаем $g(x) = 2$.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | 0 |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

Решим уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Теперь рассмотрим уравнение $h_2(x) = 0$, то есть $f\left(g(x)\right) = 0$.

Из таблицы значений функции $f$ получаем $g(x) = 2$.

Но числа $\sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$ не входят в область определения функции $g$, поэтому уравнение $h_2(x) = 0$ решений не имеет.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | 0 |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

Решим уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Аналогично рассуждая, получаем, что уравнение $h_2(x) = -1$ не имеет решений.

**Пример 9.** *Найдите таблицы значений функций* $h_1(x) = g(f(x))$ *и* $h_2(x) = f(g(x))$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение.**

| $x$ | 0 |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

Решим уравнения $f\left(g(x)\right) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

Аналогично рассуждая, получаем, что уравнение $h_2(x) = -1$ не имеет решений.

Значит, функция $h_1$ — функция-константа, принимающая только значение 2 на единственном элементе ее области определения, равной $D(h_2) = \{0\}$.

Пример решён.

**Задача IX.37.** (Ответ приведен на стр.1631.) Функция $f$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-1$ | $1$ |

. Найдите таблицы значений функций $p(x) = f(-x)$, $q(x) = -f(x)$, $r(x) = -f(-x)$, $g(x) = f(2x)$, $h(x) = 2f(x)$.

**Задача IX.38.** (Ответ приведен на стр.1633.) Пусть

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(t)$ | $2$ | $0$ | $1$ | $1$ | $-1$ |

,

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $q(p(s))$ | $3$ | $2$ | $2$ | $-1$ |

и $D(q) \subseteq E(p)$. Найдите функцию $q$.

**Задача IX.39.** (Ответ приведен на стр.1635.) Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(x) = q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

,

| $y$ | $1$ | $3$ | $5$ |
|---|---|---|---|
| $q(y)$ | $-1$ | $4$ | $2$ |

и $D(p) = D(h)$. Найдите функцию $p$.

**Задача IX.40.** (Ответ приведен на стр.1637.) Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $p$ задана формулой $p(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $q$.

**Задача IX.41.** (Ответ приведен на стр.1639.) Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $q$ задана формулой $q(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $p$.

**Задача IX.42.** (Ответ приведен на стр.1641.) Пусть

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $1$ | $2$ | $-1$ | $1$ | $-3$ |

,

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $q(x)$ | $1$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $-1$ |

и

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|
| $r(q(p(x)))$ | $5$ | $-2$ | $-2$ | $5$ |

Найдите функцию $r$.

**Задача IX.43.** (Ответ приведен на стр.1643.) Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Задача IX.44.** (Ответ приведен на стр.1654.) Пусть $p(x) = 2x - 1$, $q(p(x)) = 4x^2 - 8x + 5$. Найдите функцию $q$.

**Задача IX.45.** (Ответ приведен на стр.1656.) Пусть известно, что для любого неотрицательного вещественного числа $t$ имеем $p(t) \leq 0, \quad q(t) \geq 0, \quad r(y) = y^2 - 1, \quad r(p(x)) = r(q(x)) = x + 2\sqrt{x}$. Найдите функции $p, q$.

**Задача IX.46.** (Ответ приведен на стр.1658.) Решите уравнение $q(p(x)) = p(q(x))$, если $p(x) = x^2 + 1$ и $q(x) = 2x$.

**Задача IX.47.** (Ответ приведен на стр.1660.) Пусть $f(x) = x + 1$ и $g(f(t)) = t^2 + 2t + 2$. Найдите функцию $g$.

**Задача IX.48.** (Ответ приведен на стр.1662.) Известно, что уравнение $f(x) = x$ имеет два решения. Что можно сказать о количестве решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$?

**Задача IX.49.** (Ответ приведен на стр.1664.) Функция $f$ задана таблицей

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-1$ | $-2$ | $-1$ | 2 | 7 |

. Найдите таблицу функции $g$, заданной формулой $g(1-2x) = f(2+x)$.

**Задача IX.50.** (Ответ приведен на стр.1666.) Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

## IX.3. Обратная функция

До сих пор мы акцентировали внимание на проблеме нахождения *значения* функции на данном *значении аргумента*, то есть на нахождении *образа элемента*. Но, как обычно, при появлении какой-либо задачи появляется обратная, в некотором смысле, задача. В данном случае это задача нахождения *значения аргумента* функции по *значению этой функции*, то есть *прообраза* элемента.

# IX.3. Обратная функция

До сих пор мы акцентировали внимание на проблеме нахождения *значения* функции на данном *значении аргумента*, то есть на нахождении *образа элемента*. Но, как обычно, при появлении какой-либо задачи появляется обратная, в некотором смысле, задача. В данном случае это задача нахождения *значения аргумента* функции по *значению этой функции*, то есть *прообраза* элемента.

Естественно назвать *обратной функцией* функцию, которая каждому элементу $y$ из $E(f)$ ставит в соответствие его прообраз, то есть такой элемент $x \in D(f)$, что $f(x) = y$. Сформулируем строгое определение обратной функции.

## IX.3. Обратная функция

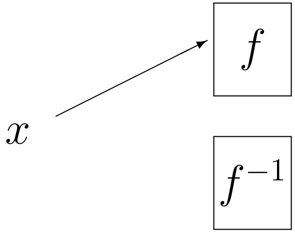
В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда* … Как записать характеристическое условие для функции $f^{-1}$?

## IX.3. Обратная функция

В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда* … Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».

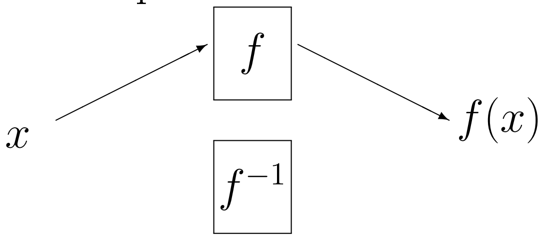
## IX.3. Обратная функция

В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда …* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».



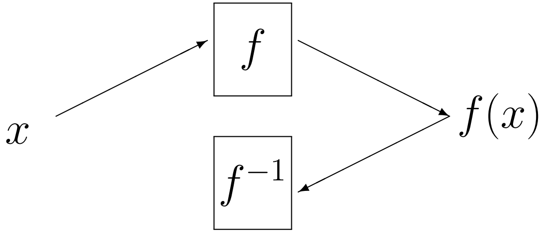
# IX.3. Обратная функция

В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда* ... Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».



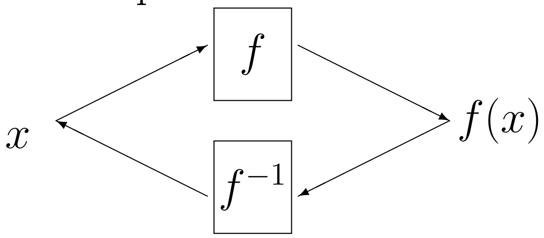
## IX.3. Обратная функция

В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда …* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».



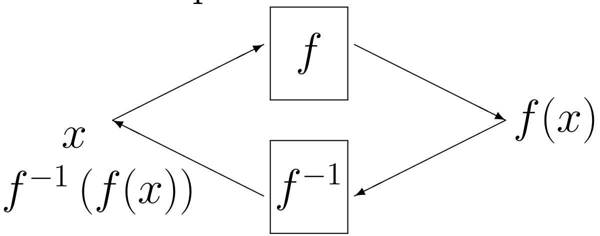
# IX.3. Обратная функция

В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда …* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».



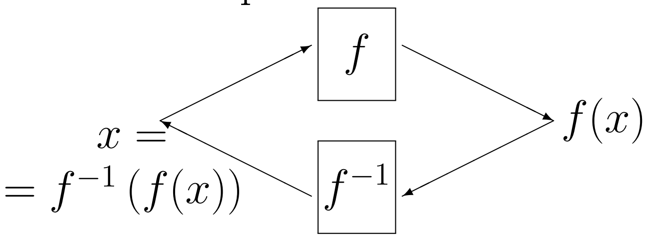
# IX.3. Обратная функция

В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда …* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».



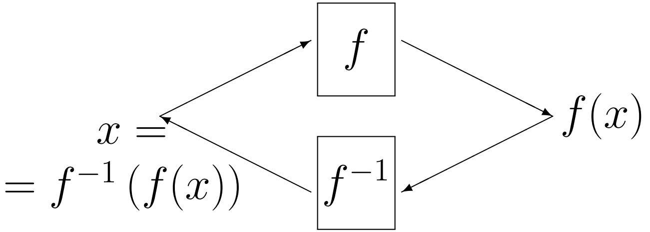
# IX.3. Обратная функция

В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда …* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».



# IX.3. Обратная функция

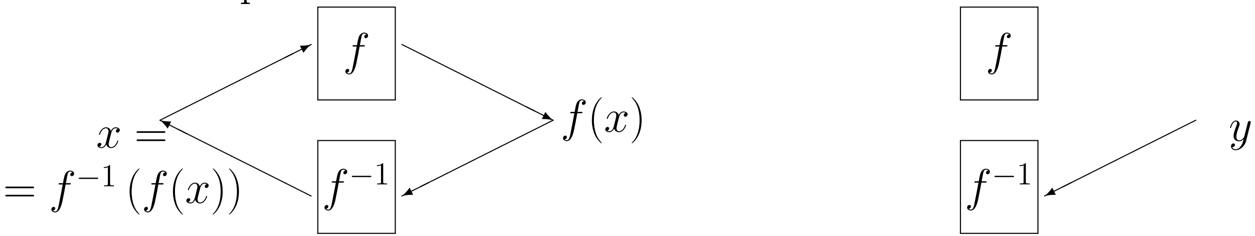
В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда …* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».




Значит, характеристическое свойство можно представить равенством $f^{-1}(f(x)) = x$.

# IX.3. Обратная функция

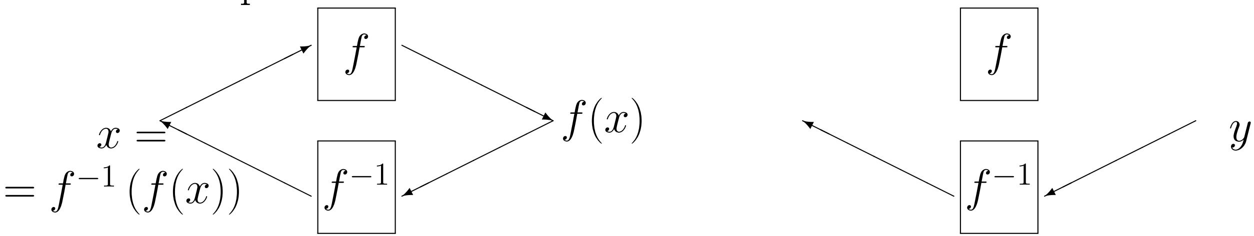
В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда ...* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».




Значит, характеристическое свойство можно представить равенством $f^{-1}(f(x)) = x$.

# IX.3. Обратная функция

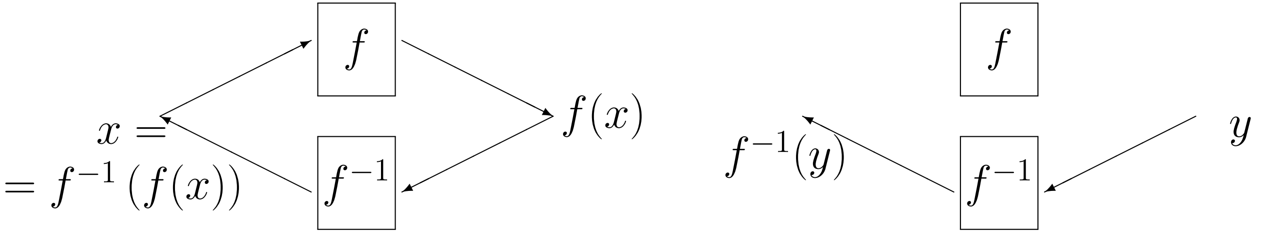
В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда …* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».




Значит, характеристическое свойство можно представить равенством $f^{-1}(f(x)) = x$.

# IX.3. Обратная функция

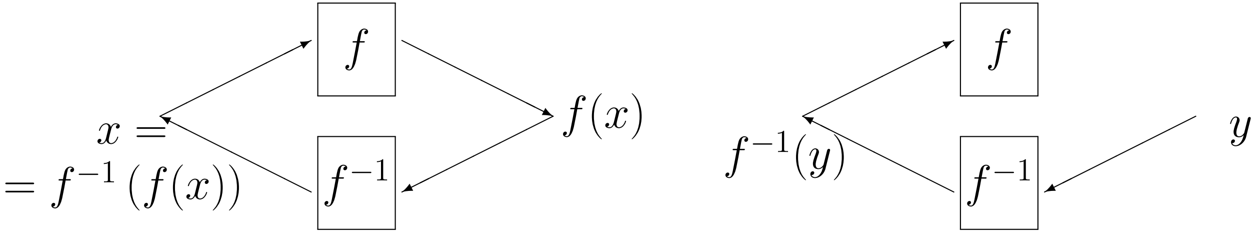
В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда* ... Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».




Значит, характеристическое свойство можно представить равенством $f^{-1}(f(x)) = x$.

# IX.3. Обратная функция

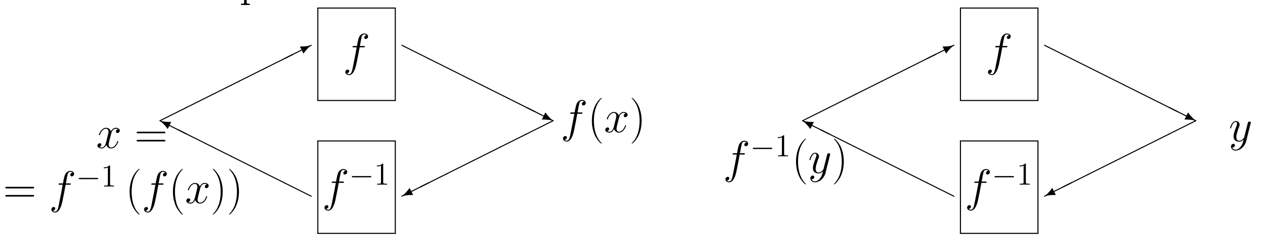
В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда …* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».




Значит, характеристическое свойство можно представить равенством $f^{-1}(f(x)) = x$.

# IX.3. Обратная функция

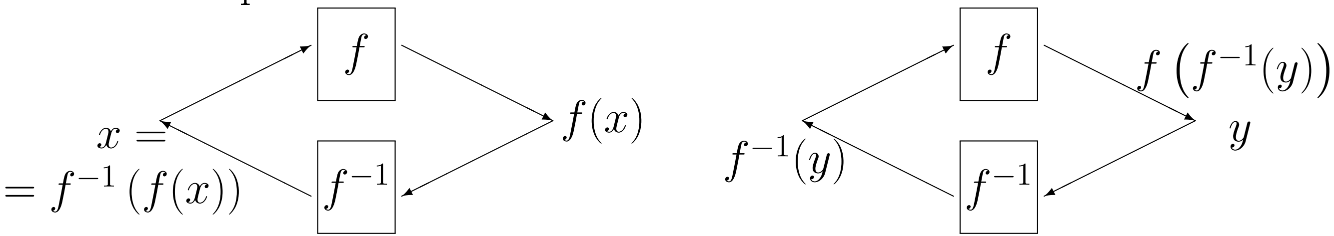
В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда ...* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».




Значит, характеристическое свойство можно представить равенством $f^{-1}(f(x)) = x$.

# IX.3. Обратная функция

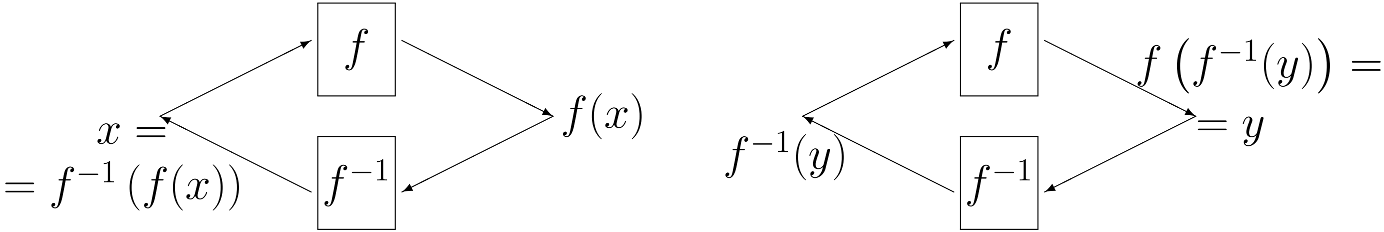
В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда …* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».




Значит, характеристическое свойство можно представить равенством $f^{-1}(f(x)) = x$.

# IX.3. Обратная функция

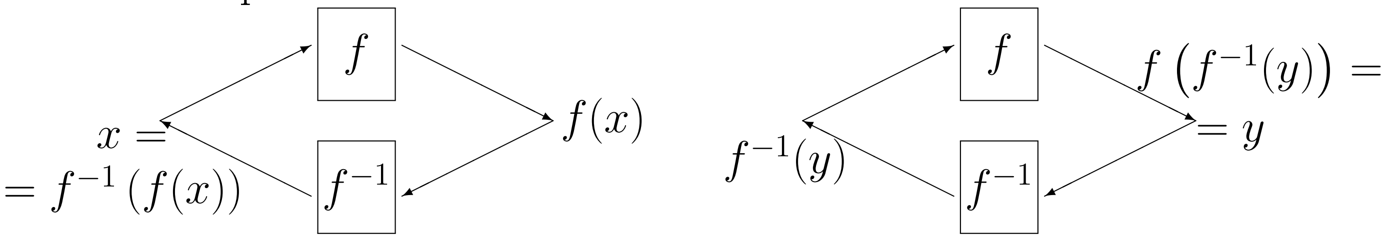
В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда* ... Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».




Значит, характеристическое свойство можно представить равенством $f^{-1}(f(x)) = x$.

# IX.3. Обратная функция

В соответствии с **одним из «шаблонов»**, начинаем: *функция* $f^{-1}$ *называется обратной к функции* $f$ *тогда и только тогда, когда …* Надо сформулировать характеристическое свойство «на языке равенств и неравенств».




Значит, характеристическое свойство можно представить равенством $f^{-1}(f(x)) = x$ и $f\left(f^{-1}(y)\right) = y$.

## IX.3. Обратная функция

Приведенная выше формулировка слишком громоздкая (и к тому же некорректная). Можно предложить более короткую и корректную формулировку:

**Определение 25.** *Функция $g$ называется* **обратной** *к функции $f$ в области $D$, если для любого $x$ из $D$ и любого $y = f(x)$ имеют место тождества $f^{-1}(f(x)) = x$ и $f\left(f^{-1}(y)\right) = y$.*

Здесь $f^{-1}$ — это, вообще говоря, не $\frac{1}{f(x)}$!

**Рассмотреть пример?**

# X. Теоремы об обратной функции

Все теоремы данного раздела легко доказываются с помощью **рекомендаций для поиска доказательства**.

# X.1. Теорема о взаимной обратности

**Теорема 8 (о взаимной обратности).** *Если функция $f$ имеет на множестве $D$ обратную функцию $f^{-1}$, то функция $f^{-1}$ имеет обратную на множестве*[2] $\left\{f(x) \,\middle|\, x \in D\right\}$, *причем* $\left(f^{-1}\right)^{-1} = f$.

---

[2] Точнее, обратная функция имеется у **ограничения** функции $f$ на это множество.

## X.2. Теорема о функции, обратной к суперпозиции

**Теорема 9 (о функции, обратной к суперпозиции).** *Если* $h(x) = f\left(g(x)\right)$, *причем функция* $g$ *имеет на множестве* $D$ *обратную функцию* $g^{-1}$, *и функция* $f$ *имеет обратную на множестве*

$$\left\{g(x) \,\middle|\, x \in D\right\},$$

*то функция* $h$ *имеет обратную* $h^{-1}$ *на множестве* $D$, *причем* $h^{-1}(y) = g^{-1}\left(f^{-1}(y)\right)$.

## X.3. Критерий существования обратной функции

**Теорема 10.** ***Функция*** *$f$ имеет* ***обратную*** *на множестве $D$ тогда и только тогда, когда $f$ является* ***взаимно однозначной*** *на множестве $D$.*

## X.4. Некоторые взаимно обратные функции

Если $a$ — нечетное целое число, то к *степенной функции* $x^a$ обратной является *степенная функция* $x^{1/a}$.

К *показательной функции* $a^x$ обратной является *логарифмическая функция* $\log_a x$.

По теореме о взаимной обратности получаем, что обратной к *логарифмической функции* является *показательная функция*.

# X.4. Некоторые взаимно обратные функции

К тригонометрическим функциям обратные существуют не на всей оси. Можно сформулировать принцип выбора «стандартного участка взаимной однозначности». Этот интервал или отрезок должен удовлетворять следующим требованиям:

1. Его длина должна быть максимально возможной среди всех отрезков (интервалов), на которых у этой тригонометрической функции есть обратная.

2. Он должен быть смещен как можно дальше вправо.

3. Он должен или включать в себя точку $x = 0$, или граничить с этой точкой.

## X.4. Некоторые взаимно обратные функции

Таким образом, получаем следующий набор функций, обратных к тригонометрическим:

$$\sin: \quad \text{обратная функция на } D = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \text{ — это } \arcsin;$$

$$\cos: \quad \text{обратная функция на } D = [0, \pi] \text{ — это } \arccos;$$

$$\mathrm{tg}: \quad \text{обратная функция на } D = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \text{ — это } \mathrm{arctg};$$

$$\mathrm{ctg}: \quad \text{обратная функция на } D = (0, \pi) \text{ — это } \mathrm{arcctg}.$$

## X.4. Некоторые взаимно обратные функции

Таблицу значений обратной функции легко получить из таблицы значений исходной функции. Действительно, то, что было *значением функции* $f$, для функции $f^{-1}$ является *значением аргумента*, и наоборот. Поэтому для получения таблицы значений функции $f^{-1}$ надо, разумеется, просто поменять местами строки таблицы значений функции $f$.

## X.4. Некоторые взаимно обратные функции

Таблицу значений обратной функции легко получить из таблицы значений исходной функции. Действительно, то, что было *значением функции* $f$, для функции $f^{-1}$ является *значением аргумента*, и наоборот. Поэтому для получения таблицы значений функции $f^{-1}$ надо, разумеется, просто поменять местами строки таблицы значений функции $f$.

Не всякая функция имеет обратную во всей области определения. Например, у $x^2$ обратной функции в $\mathbb{R}$ нет: функция $\sqrt{y}$ является обратной к функции $x^2$ в области $x \geq 0$, а функция $-\sqrt{y}$ является обратной к функции $x^2$ в области $x \leq 0$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.**

Так как область $D$, в которой к функции $f$ надо найти обратную, не указана, то либо предполагается, что $D = D(f)$, либо мы должны указать все обратные функции на промежутках, которые еще предстоит найти.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей* $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & 3 & 2 & 0 \\ \hline g(x) & 5 & 9 & 2 \\ \hline \end{array}$. *Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$.

Так как область $D$, в которой к функции $f$ надо найти обратную, не указана, то либо предполагается, что $D = D(f)$, либо мы должны указать все обратные функции на промежутках, которые еще предстоит найти.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение.** Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$.

Знак $\equiv$ применяется для обозначения тождества, то есть равенства, справедливого для любого значения переменной, принадлежащего области определения функции.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | $3$ | $2$ | $0$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $5$ | $9$ | $2$ |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$.

Но, например, $f(-1) = 2 = f(1)$, поэтому *однозначно* определить, чему должна быть равна функция $f^{-1}$ нельзя, то есть обратная функция к $f$ не существует (во *всей* области определения функции $f$).

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей* $\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline x & 3 & 2 & 0 \\ \hline g(x) & 5 & 9 & 2 \\ \hline \end{array}$. *Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$.

Обратная функция к $f$ определена только в каждой из областей $x \leq 0$ и $x \geq 0$. Найдем эти обратные функции. Фактически надо решить уравнение $t \equiv f(f^{-1}(t))$ относительно $f^{-1}(t)$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$.

$t \equiv f(f^{-1}(t)),$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение.** Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$.

$$t \equiv f(f^{-1}(t)), \quad t \equiv (f^{-1}(t))^2 + 1,$$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$.

$$t \equiv f(f^{-1}(t)), \quad t \equiv (f^{-1}(t))^2 + 1,$$

$$t - 1 \equiv (f^{-1}(t))^2$$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей* $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & 3 & 2 & 0 \\ \hline g(x) & 5 & 9 & 2 \\ \hline \end{array}$. *Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$.

$$t \equiv f(f^{-1}(t)), \quad t \equiv (f^{-1}(t))^2 + 1,$$

$$t - 1 \equiv (f^{-1}(t))^2 \quad \left[ \begin{array}{l} \sqrt{t-1} \equiv f^{-1}(t), \\ -\sqrt{t-1} \equiv f^{-1}(t). \end{array} \right.$$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$.

Для $\begin{cases} f(x) = x^2 + 1, \\ x \geqslant 0 \end{cases}$ имеем $f^{-1}(t) = \sqrt{t-1}$,

$$t \equiv f(f^{-1}(t)), \quad t \equiv (f^{-1}(t))^2 + 1,$$

$$t - 1 \equiv (f^{-1}(t))^2 \qquad \left[ \begin{array}{l} \sqrt{t-1} \equiv f^{-1}(t), \\ -\sqrt{t-1} \equiv f^{-1}(t). \end{array} \right.$$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$.

Для $\begin{cases} f(x) = x^2 + 1, \\ x \geqslant 0 \end{cases}$ имеем $f^{-1}(t) = \sqrt{t-1}$,

Для $\begin{cases} f(x) = x^2 + 1, \\ x \leqslant 0 \end{cases}$ имеем $f^{-1}(t) = -\sqrt{t-1}$.

$t \equiv f(f^{-1}(t)), \quad t \equiv (f^{-1}(t))^2 + 1,$

$$t - 1 \equiv (f^{-1}(t))^2 \qquad \left[ \begin{array}{l} \sqrt{t-1} \equiv f^{-1}(t), \\ -\sqrt{t-1} \equiv f^{-1}(t). \end{array} \right.$$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.**

Найдём функцию, обратную к $g$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.**

| $t$ | | | |
|---|---|---|---|
| $g^{-1}(t)$ | | | |

.

Найдём функцию, обратную к $g$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.**

| $t$ | | | |
|---|---|---|---|
| $g^{-1}(t)$ | | | |

.

Найдём функцию, обратную к $g$.

Числа, бывшие для $g$ *значениями функции*, для $g^{-1}$ являются *значениями аргумента*.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.**

| $t$ | | | |
|---|---|---|---|
| $g^{-1}(t)$ | 3 | | |

.

Найдём функцию, обратную к $g$.
Числа, вывшие для $g$ *значениями функции*, для $g^{-1}$ являются *значениями аргумента*.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей* $\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline x & 3 & 2 & 0 \\ \hline g(x) & 5 & 9 & 2 \\ \hline\end{array}$. *Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** $\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline t & 5 & & \\ \hline g^{-1}(t) & 3 & & \\ \hline\end{array}$.

Найдём функцию, обратную к $g$.
Числа, вывшие для $g$ *значениями функции*, для $g^{-1}$ являются *значениями аргумента*.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.**

| $t$ | 5 | | |
|---|---|---|---|
| $g^{-1}(t)$ | 3 | 2 | |

.

Найдём функцию, обратную к $g$.

Числа, вывшие для $g$ *значениями функции*, для $g^{-1}$ являются *значениями аргумента.*

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.**

| $t$ | 5 | 9 | |
|---|---|---|---|
| $g^{-1}(t)$ | 3 | 2 | |

.

Найдём функцию, обратную к $g$.

Числа, вывшие для $g$ *значениями функции*, для $g^{-1}$ являются *значениями аргумента*.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение.**

| $t$ | 5 | 9 | |
|---|---|---|---|
| $g^{-1}(t)$ | 3 | 2 | 0 |

.

Найдём функцию, обратную к $g$.

Числа, бывшие для $g$ *значениями функции*, для $g^{-1}$ являются *значениями аргумента.*

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.**

| $t$ | 5 | 9 | 2 |
|---|---|---|---|
| $g^{-1}(t)$ | 3 | 2 | 0 |

.

Найдём функцию, обратную к $g$.
Числа, вывшие для $g$ *значениями функции*, для $g^{-1}$ являются *значениями аргумента.*

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.
$f(x-1) = g(x)$,

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений: 1)* $h(x) = g(x)$*; 2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x).$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x).$

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = \qquad\qquad = g(3).$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x).$

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5 \qquad = g(3).$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x).$

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5 \quad 5 = g(3).$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.
$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x).$
Переберем все варианты.
$(3-1)^2 + 1 = 5{=}5 = g(3).$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x).$

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5{=}5 = g(3).$

$(2-1)^2 + 1 = \qquad\qquad = g(2).$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

. *Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x)$.

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5 = 5 = g(3)$.

$(2-1)^2 + 1 = 5 \quad = g(2)$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x)$.

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5{=}5 = g(3)$.

$(2-1)^2 + 1 = 5 \quad 9 = g(2)$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x)$.

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5 = 5 = g(3)$.

$(2-1)^2 + 1 = 5 \neq 9 = g(2)$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x)$.

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5 = 5 = g(3)$.

$(2-1)^2 + 1 = 5 \neq 9 = g(2)$.

$(0-1)^2 + 1 = \qquad\qquad = g(0)$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x)$.

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5{=}5 = g(3)$.

$(2-1)^2 + 1 = 5{\neq}9 = g(2)$.

$(0-1)^2 + 1 = 2 \qquad = g(0)$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x)$.

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5{=}5 = g(3)$.

$(2-1)^2 + 1 = 5{\neq}9 = g(2)$.

$(0-1)^2 + 1 = 2 \quad 2 = g(0)$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

. *Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x)$.

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5{=}5 = g(3)$.

$(2-1)^2 + 1 = 5{\neq}9 = g(2)$.

$(0-1)^2 + 1 = 2{=}2 = g(0)$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

. *Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x)$.

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5{=}5 = g(3)$.

$(2-1)^2 + 1 = 5{\neq}9 = g(2)$.

$(0-1)^2 + 1 = 2{=}2 = g(0)$.

$h(x) = g(x) \;\Rightarrow\; x \in$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

. *Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x)$.

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5{=}5 = g(3)$.

$(2-1)^2 + 1 = 5{\neq}9 = g(2)$.

$(0-1)^2 + 1 = 2{=}2 = g(0)$.

$h(x) = g(x) \;\Rightarrow\; x \in \{\qquad\}$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

. *Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений: 1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $h(x) = g(x)$.

$f(x-1) = g(x), \quad (x-1)^2 + 1 = g(x)$.

Переберем все варианты.

$(3-1)^2 + 1 = 5{=}5 = g(3)$.

$(2-1)^2 + 1 = 5{\neq}9 = g(2)$.

$(0-1)^2 + 1 = 2{=}2 = g(0)$.

$h(x) = g(x) \;\Rightarrow\; x \in \{0;\ 3\}$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1$, $\quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* $\quad$ *1)* $h(x) = g(x)$; $\quad$ *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3)$ $\qquad\qquad$ $g(3-2)$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3) = 5 \qquad\qquad g(3-2)$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *за-дана таблицей* 

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3) = 5 \quad g(1) = g(3-2)$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3) = 5 \quad g(1) = g(3-2)$ не определено

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3)= 5 \neq g(1) = g(3-2)$ не определено

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3) = 5 \neq g(1) = g(3-2)$ не определено

$g(2)$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $g(2-2)$,

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3)= 5 \neq g(1) = g(3-2)$ не определено

$g(2)= 9 \qquad\qquad g(2-2)$,

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$*;* 2) $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3)= 5 \neq g(1) = g(3-2)$ не определено

$g(2)= 9 \qquad\qquad g(0) = g(2-2)$,

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x - 1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

. *Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений: 1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x - 2)$.

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x - 2)$.

Переберем все варианты.

$g(3)= 5\neq g(1) =g(3 - 2)$ не определено

$g(2)= 9 \quad 2 = g(0) =g(2 - 2)$,

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3)= 5\neq g(1) =g(3-2)$ не определено

$g(2)= 9\neq 2 = g(0) =g(2-2)$,

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3){=}\ 5{\neq}\ g(1)\ {=}g(3-2)$ не определено

$g(2){=}\ 9{\neq}\ 2 = g(0)\ {=}g(2-2)$,

$g(0) \qquad\qquad\qquad\qquad g(0-2)$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3)= 5\neq g(1) =g(3-2)$ не определено

$g(2)= 9\neq 2 = g(0) =g(2-2)$,

$g(0)= 2 \qquad\qquad g(0-2)$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

. *Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$, *и решения уравнений: 1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3) = 5 \neq g(1) = g(3-2)$ не определено

$g(2) = 9 \neq 2 = g(0) = g(2-2)$,

$g(0) = 2 \quad g(-2) = g(0-2)$

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3) = 5 \neq g(1) = g(3-2)$ не определено

$g(2) = 9 \neq 2 = g(0) = g(2-2)$,

$g(0) = 2 \quad g(-2) = g(0-2)$ не определено

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.

$g(3) = 5 \neq g(1) = g(3-2)$ не определено

$g(2) = 9 \neq 2 = g(0) = g(2-2)$,

$g(0) = 2 \neq g(-2) = g(0-2)$ не определено

**Пример 10.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найдите функции, обратные к* $f$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение.** Решим уравнение $g(x) = g(x-2)$.

Переберем все варианты.
$g(3) = 5 \neq g(1) = g(3-2)$ не определено
$g(2) = 9 \neq 2 = g(0) = g(2-2)$,
$g(0) = 2 \neq g(-2) = g(0-2)$ не определено
Уравнение $h(x) = g(x)$ не имеет решения.

**Задача X.51.** (Ответ приведен на стр.1672.) Найдите обратную к суперпозиции функций $f(t) = 2t - 1$ и $g$, заданной таблицей

| $t$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $g(t)$ | 1 | 2 | 0 |

.

**Задача X.52.** (Ответ приведен на стр.1674.) Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d, \quad g(b) = c, \quad g(c) = b, \quad g(d) = a.$

а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию $g$ таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Задача X.53.** (Ответ приведен на стр.1679.) Проверьте, какая из функций: $f_1(x) = 3 \cdot 10^x - 5$, $f_2(x) = (3x)^{10} + 5$, $f_3(x) = 10^{3x} - 5$ является обратной к функции $g(y) = \frac{1}{3}\lg(y+5)$ на луче $y > -5$.

**Задача X.54.** (Ответ приведен на стр.1681.) Функция $f$ задана таблицей

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(s)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

Найдите обратную к функции $g$, где $g(t) = 2 \cdot f(t-1)$. Постройте графики функций $g$ и $g^{-1}$.

**Задача X.55.** (Ответ приведен на стр.1683.) Функции $f$ и $g$ заданы таблицами

| $p$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(p)$ | $2$ | $3$ | $1$ | $0$ | $-2$ |

,

| $q$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(q)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

.

Найдите таблицы значений функций $(f \circ g)^{-1}$, $(g \circ f)^{-1}$, $f^{-1} \circ g^{-1}$ и $g^{-1} \circ f^{-1}$.

**Задача X.56.** (Ответ приведен на стр.1685.) Проверьте, является ли функция, заданная формулой $f(x) = 2x - 3$, обратной к функции, заданной формулой $g(y) = 0.5y + 1.5$.

**Задача X.57.** (Ответ приведен на стр.1687.) Пусть $E(p) = E(q)$ и

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $2$ | $3$ | $1$ |

,

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q^{-1}\big(p(x)\big)$ | $3$ | $2$ | $0$ |

.

Найдите функцию $q$.

**Задача X.58.** (Ответ приведен на стр.1689.) Найдите обратную к функции $f(x) = 10^{2x} + 10^x + 2$.

**Задача X.59.** (Ответ приведен на стр.1691.) Найдите обратные (с указанием множеств, на которых найдены обратные функции) к функциям: $f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$, $g(x) = \exp(5x^5 - 3)$, $h(x) = \lg^2\left((2x+4)^3 + 2\right)$, $k(x) = 4^x + 2^x - 2$, $m(x) = 10^{x-2} + 10$.

# XI. Степенная функция

В выражении $a^b$ можно считать переменной $a$ или $b$.

# XI. Степенная функция

В выражении $a^b$ можно считать переменной $a$ или $b$.

Если переменной считается $a$, то такая функция называется **степенной**.

# XI. Степенная функция

В выражении $a^b$ можно считать переменной $a$ или $b$.

Если переменной считается $a$, то такая функция называется **степенной**.

**Определение 26.** *Функция, которую можно задать формулой $f(x) = x^\alpha$, называется* **степенной функцией**.

# XI.1. График степенной функции

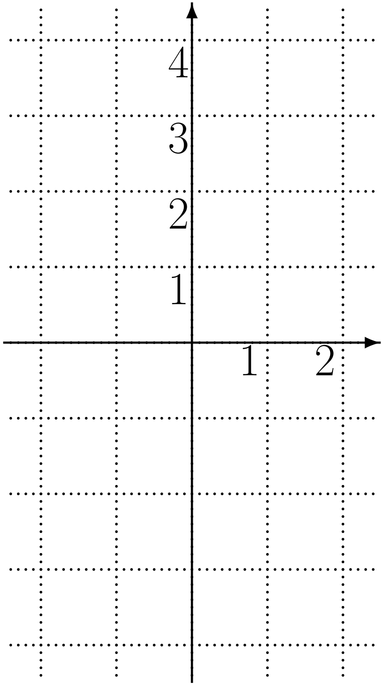



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-2}}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | | | | | | |
| $\dfrac{1}{x^2}$ | | | | | | | |

# XI.1. График степенной функции

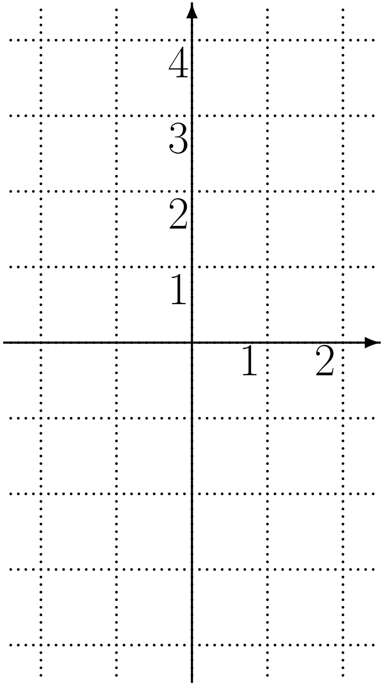



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точками»:

| $x$ | $-2$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2}$ | | | | | | | |

# XI.1. График степенной функции

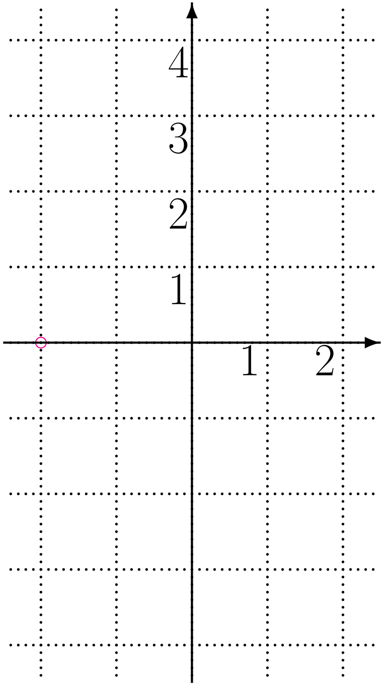



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точками»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | | | | | | |
| $\frac{1}{x^2}$ | | | | | | | |

# XI.1. График степенной функции

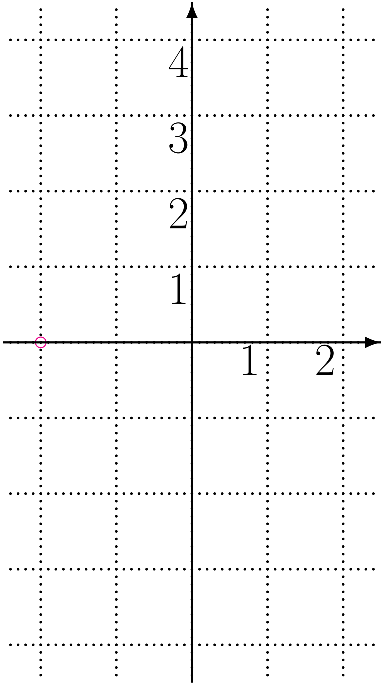



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| $x$ | $-2$ | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | | | | | | |

# XI.1. График степенной функции

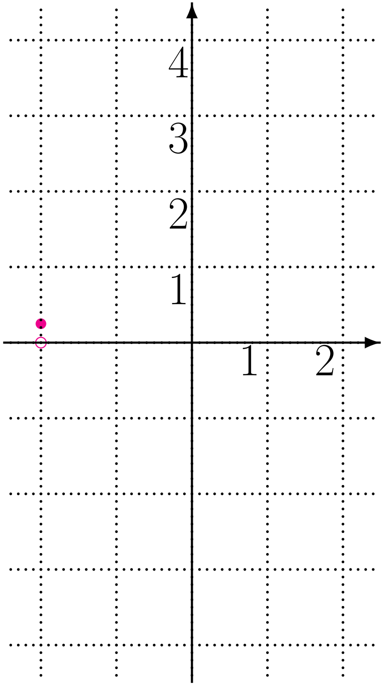



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | | | | | | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | | | | | | |

# XI.1. График степенной функции

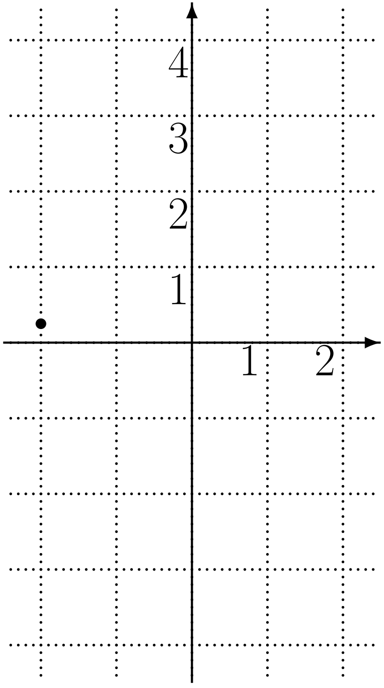



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | | | | | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | | | | | | |

# XI.1. График степенной функции

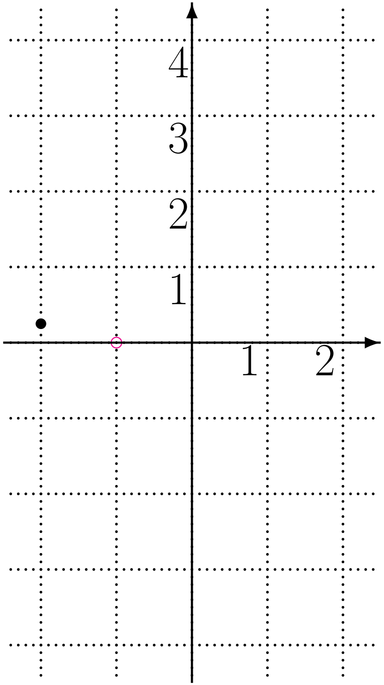



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| $x$ | $-2$ | $-1$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\dfrac{1}{x^2}$ | $\dfrac{1}{4}$ | | | | | | |

# XI.1. График степенной функции

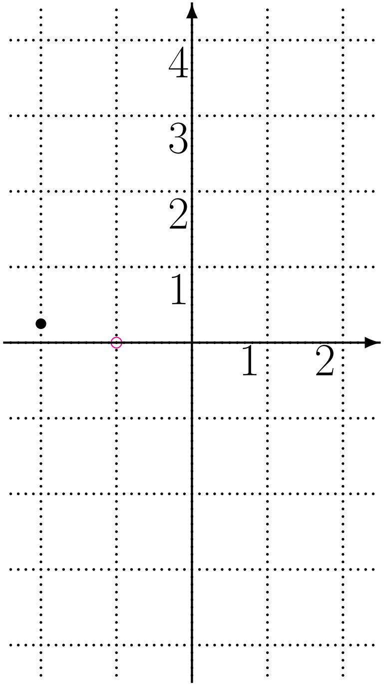



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| $x$ | $-2$ | $-1$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | | | | | |

# XI.1. График степенной функции

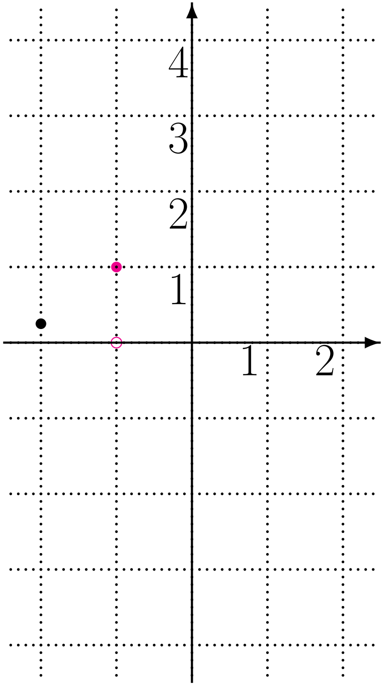



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | | | | | |
| $\dfrac{1}{x^2}$ | $\dfrac{1}{4}$ | $1$ | | | | | |

# XI.1. График степенной функции

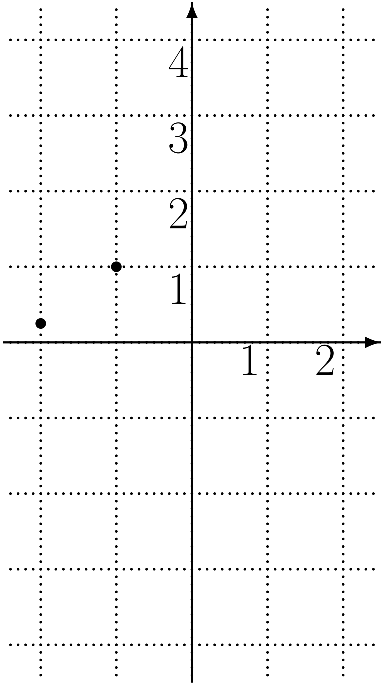



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точками»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | | | | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | | | | | |

# XI.1. График степенной функции

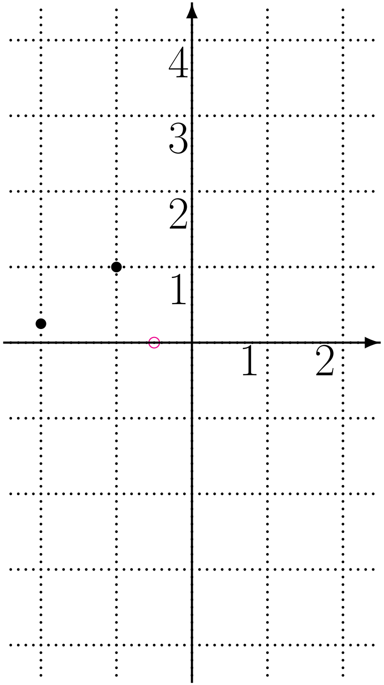



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-2}}$ построим «по точкам»:

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | | | | | |

# XI.1. График степенной функции

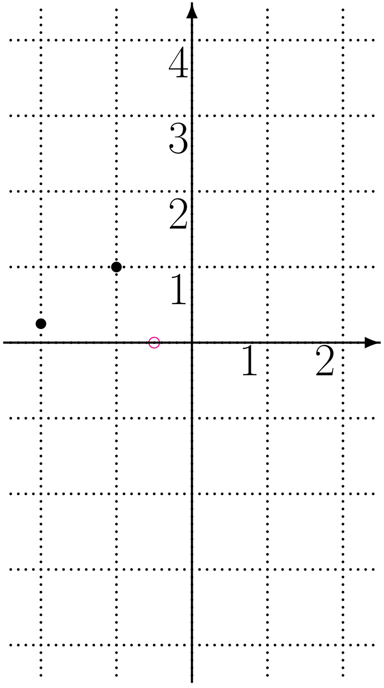



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точками»:

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | | | | |

# XI.1. График степенной функции

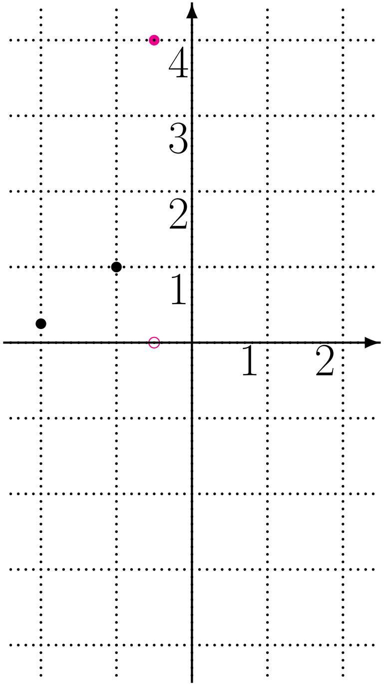



График степенной функции $f(x) = x^{-\mathbf{2}}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | | | | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | | | | |

# XI.1. График степенной функции

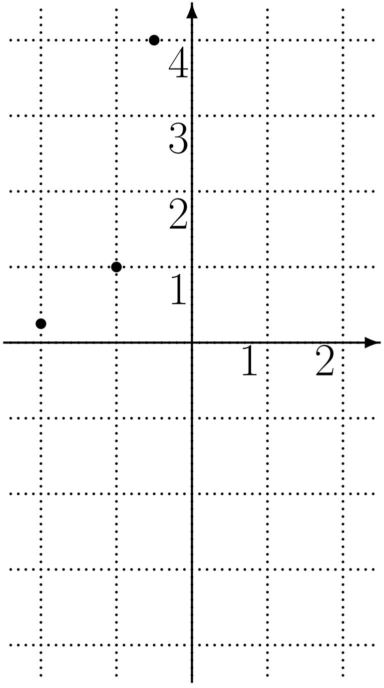



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точками»:

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | | | | |

# XI.1. График степенной функции

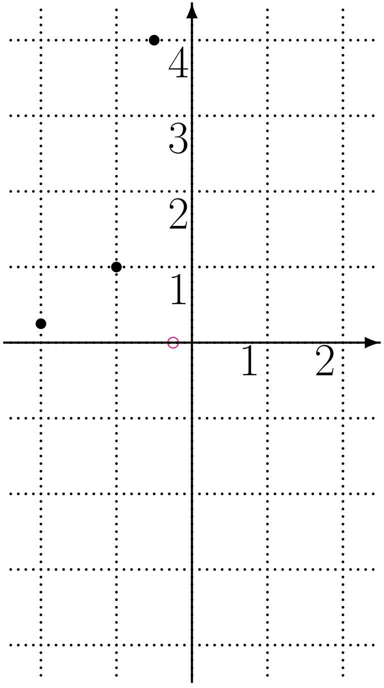



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | | | | |

# XI.1. График степенной функции

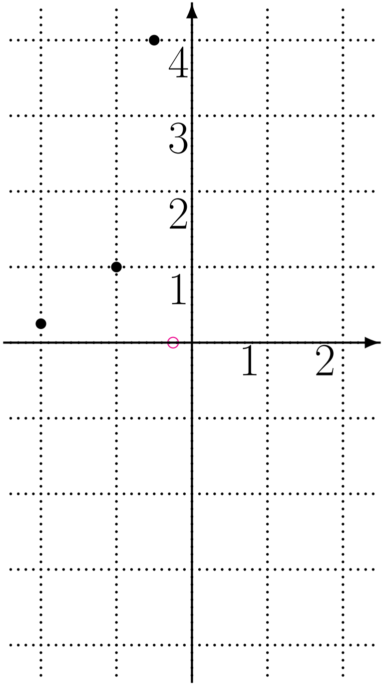



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точками»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | | | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | | | |

# XI.1. График степенной функции

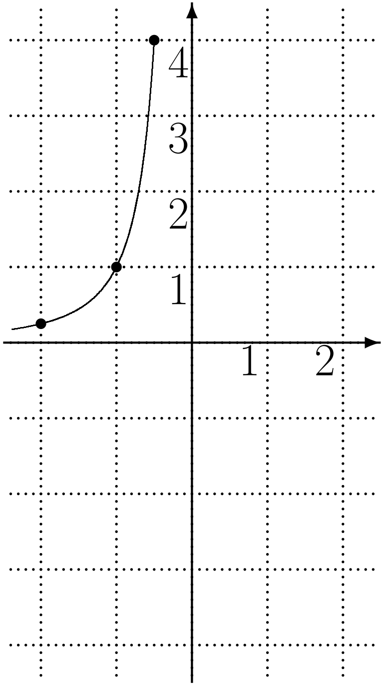



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | | | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | | | |

# XI.1. График степенной функции

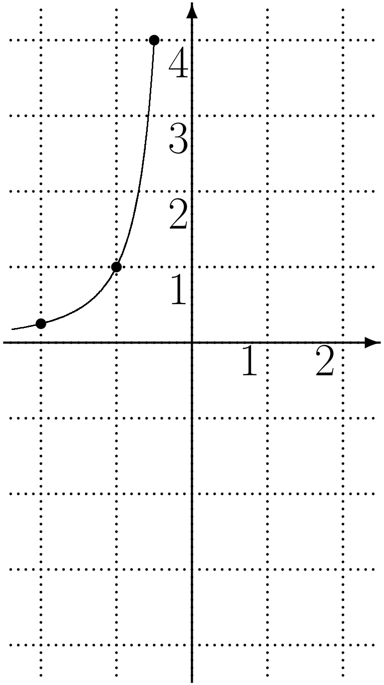



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-2}}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | | | |

# XI.1. График степенной функции

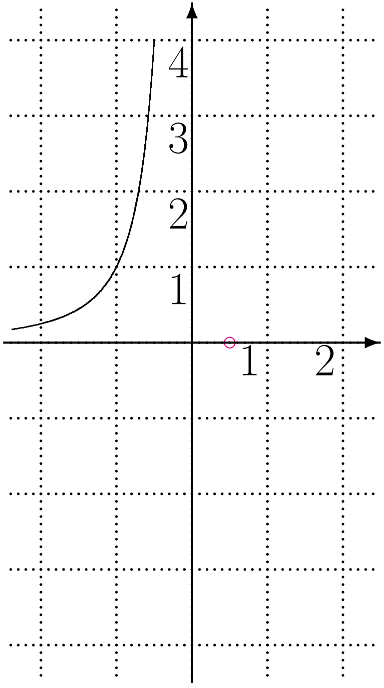



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | | | |

# XI.1. График степенной функции

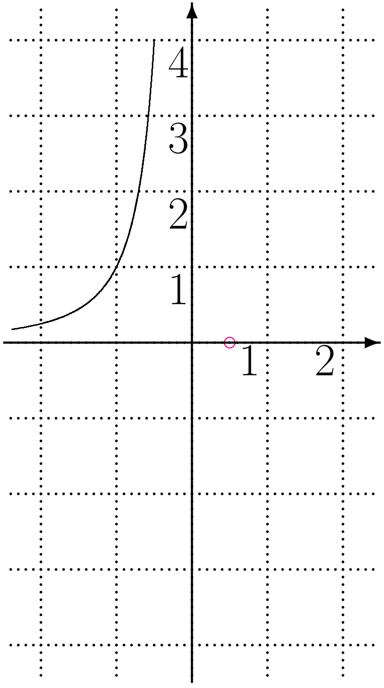



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | $4$ | | |

# XI.1. График степенной функции

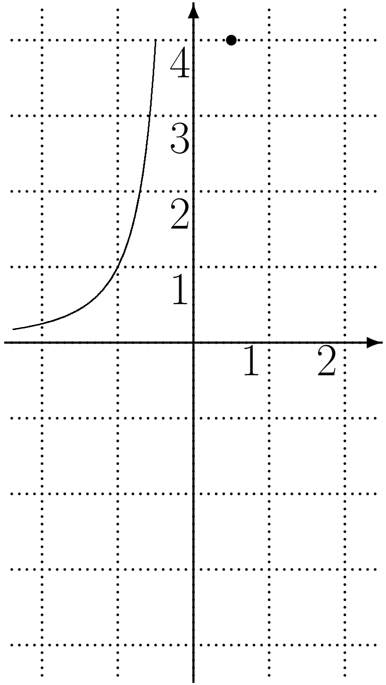



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | $4$ | | |

# XI.1. График степенной функции

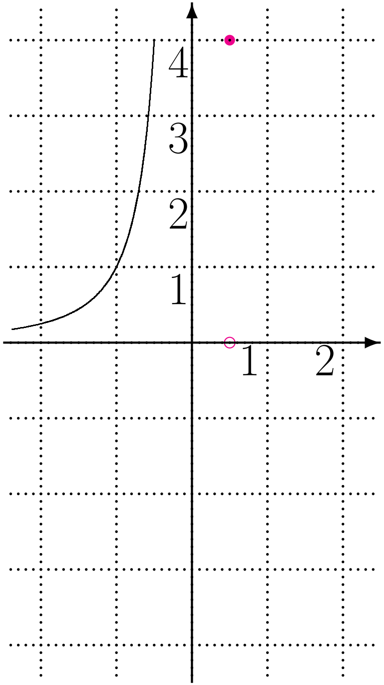



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | $4$ | | |

# XI.1. График степенной функции

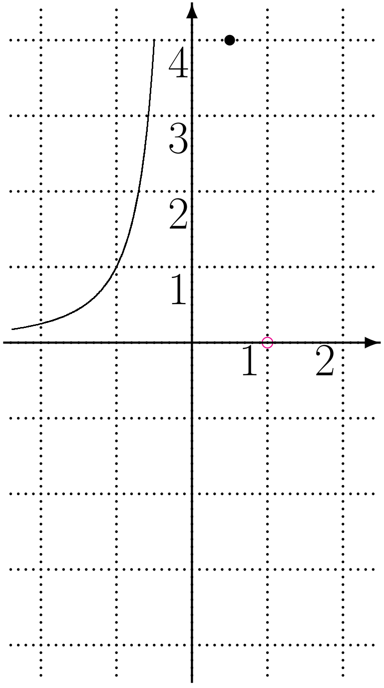



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-2}}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | $4$ | | |

# XI.1. График степенной функции

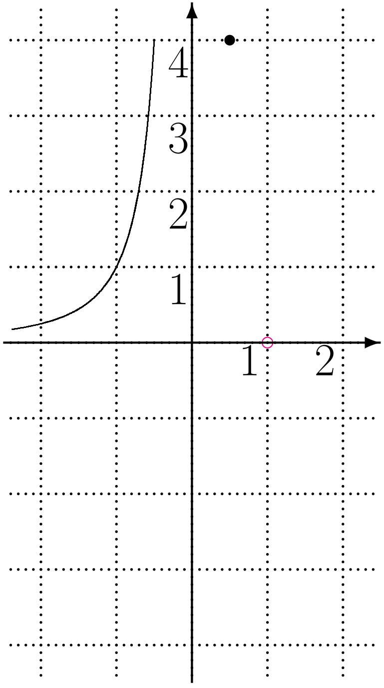



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | $4$ | $1$ | |

# XI.1. График степенной функции

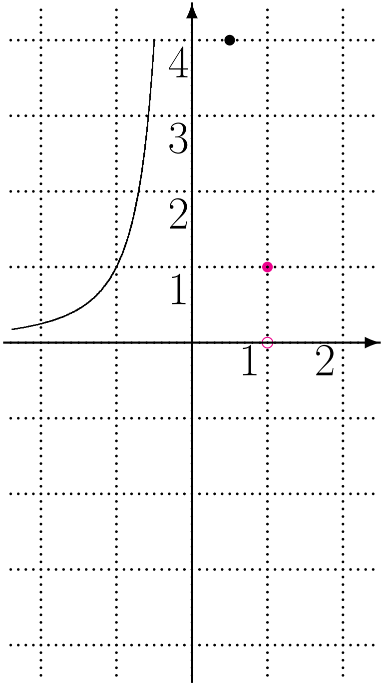



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-2}}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | $4$ | $1$ | |

# XI.1. График степенной функции

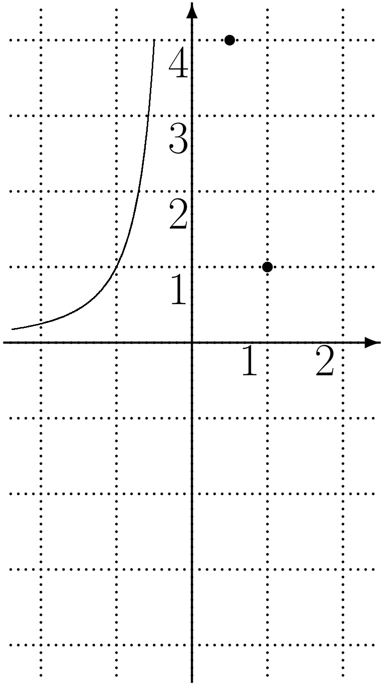



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $2$ |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | $4$ | $1$ | |

# XI.1. График степенной функции

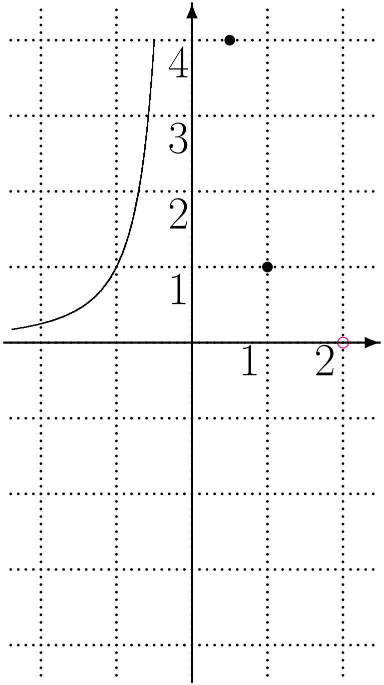



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | $4$ | $1$ | |

# XI.1. График степенной функции

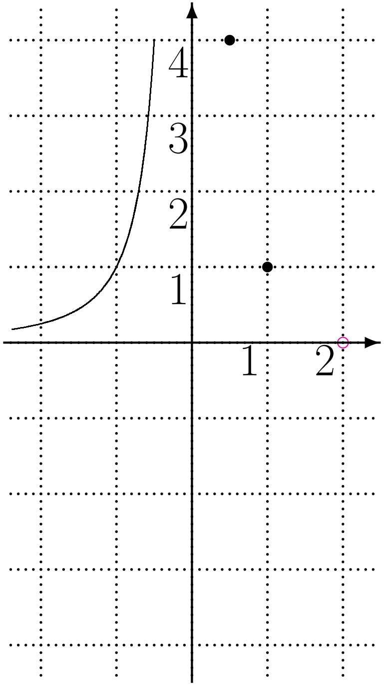



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | $4$ | $1$ | $\frac{1}{4}$ |

# XI.1. График степенной функции

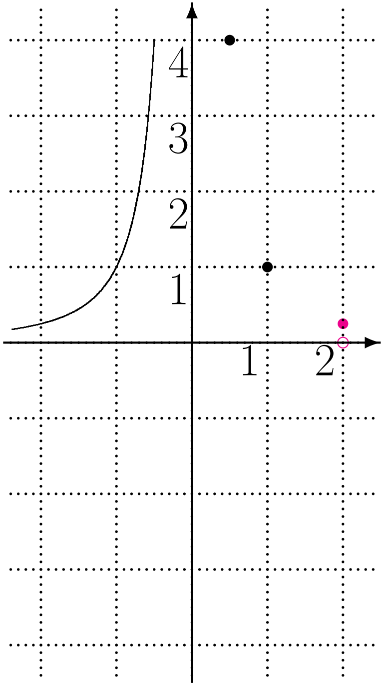



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $2$ |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | $4$ | $1$ | $\frac{1}{4}$ |

# XI.1. График степенной функции

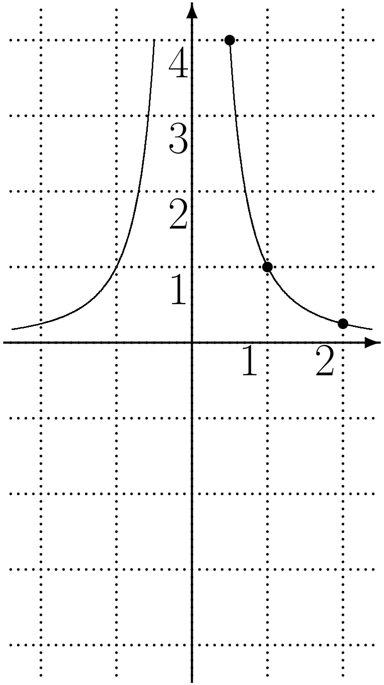



График степенной функции $f(x) = x^{-2}$ построим «по точкам»:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-2$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ | $2$ |
| $\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{4}$ | $1$ | $4$ | $16$ | $4$ | $1$ | $\frac{1}{4}$ |

# XI.1. График степенной функции

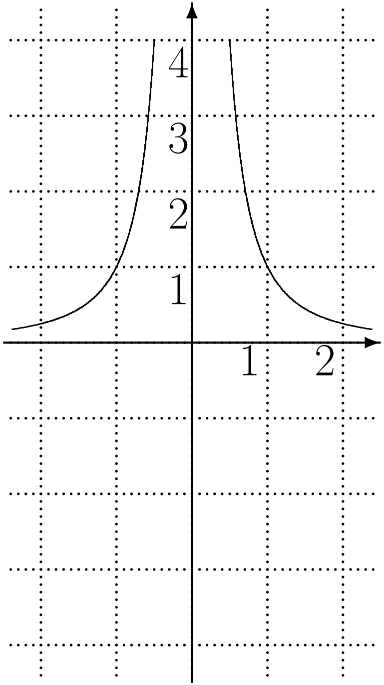



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-2}}$.

Посмотрим, как изменяется график при изменении показателя степени.

Нет ли какой-нибудь явной «странности» в их «поведении»?

# XI.1. График степенной функции

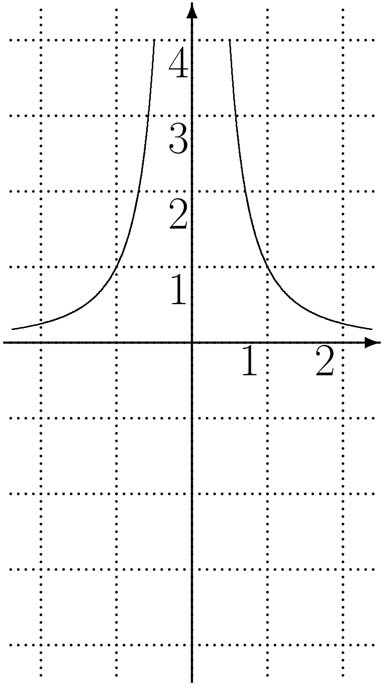



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-2}}$.

# XI.1. График степенной функции

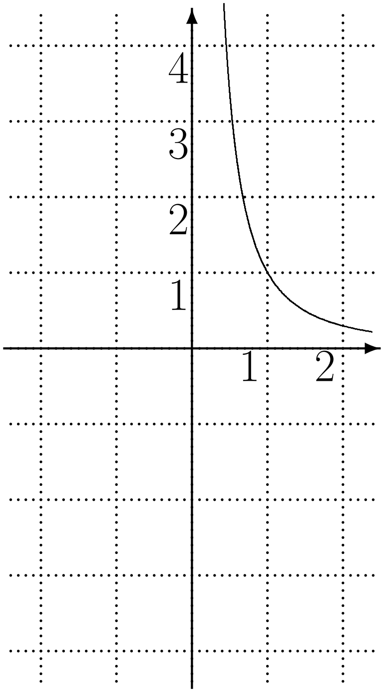



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-1,75}}$.

# XI.1. График степенной функции

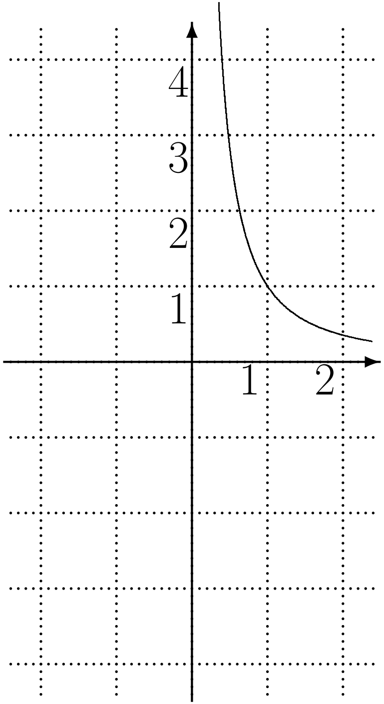



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-1{,}50}}$.

# XI.1. График степенной функции

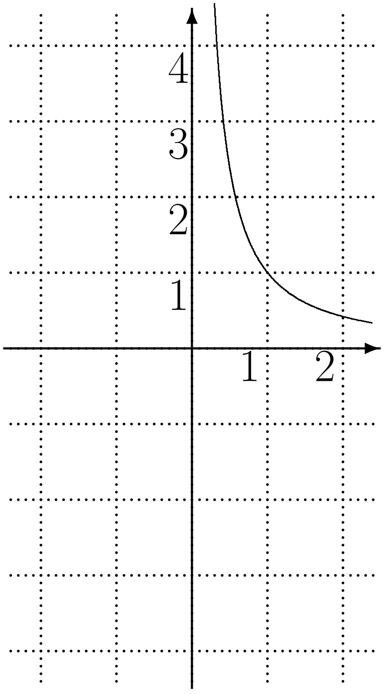



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-1,25}}$.

# XI.1. График степенной функции

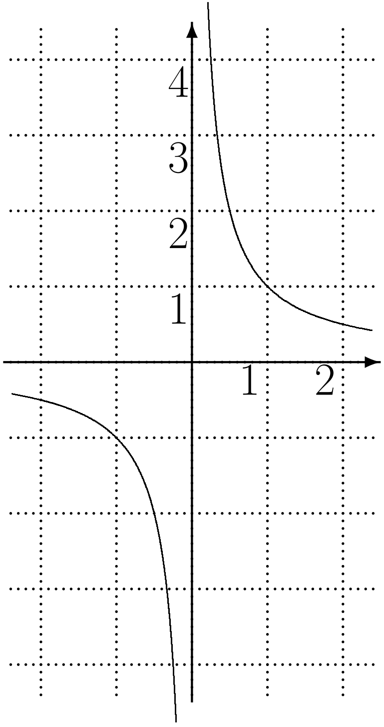



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-1}}$.

# XI.1. График степенной функции

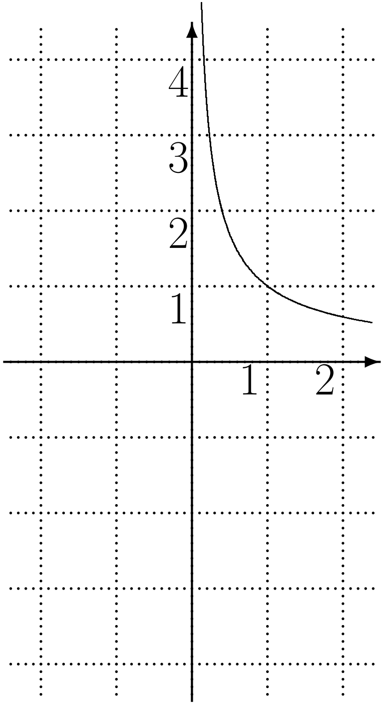



График степенной функции $f(x) = x^{-0,75}$.

# XI.1. График степенной функции

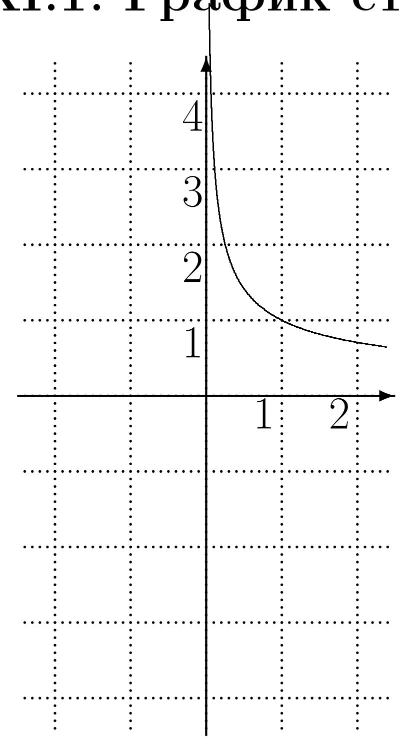



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-0,50}}$.

# XI.1. График степенной функции

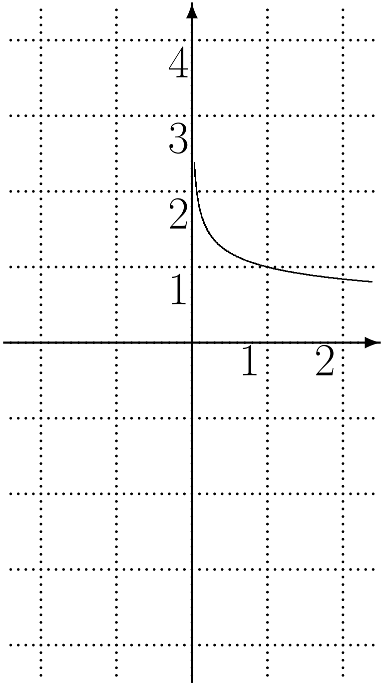



График степенной функции $f(x) = x^{-0,25}$.

# XI.1. График степенной функции

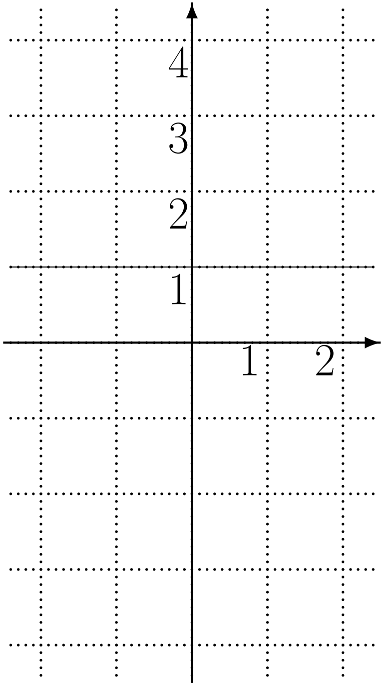



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0}}$.

# XI.1. График степенной функции

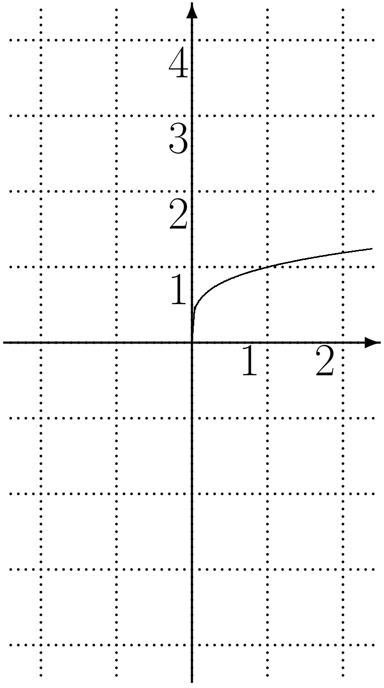



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0{,}25}}$.

# XI.1. График степенной функции

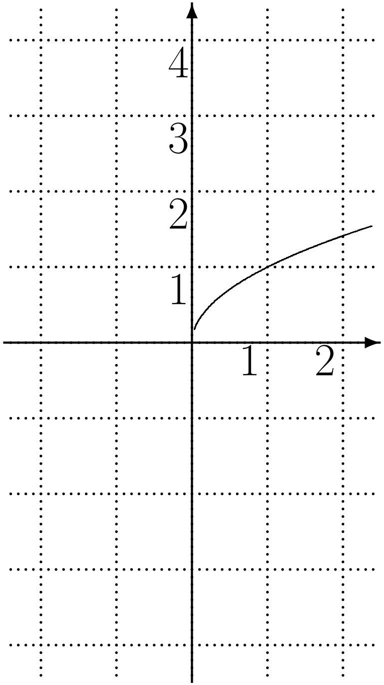



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0{,}50}}$.

# XI.1. График степенной функции

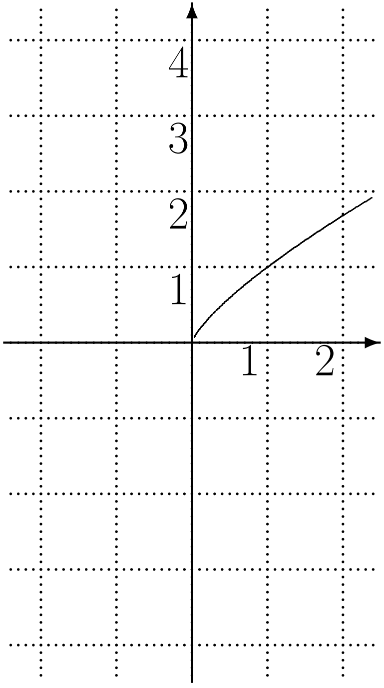



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,75}}$.

# XI.1. График степенной функции

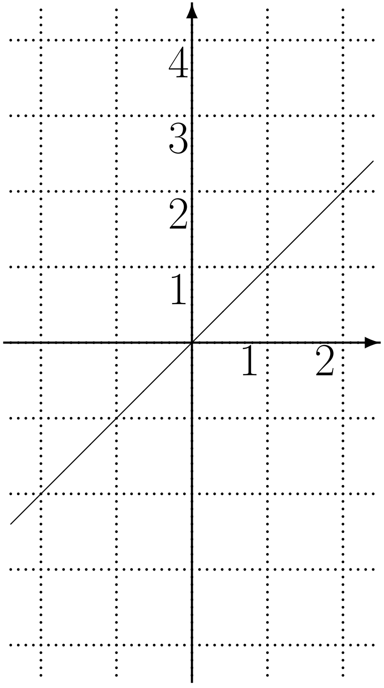



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1}}$.

# XI.1. График степенной функции

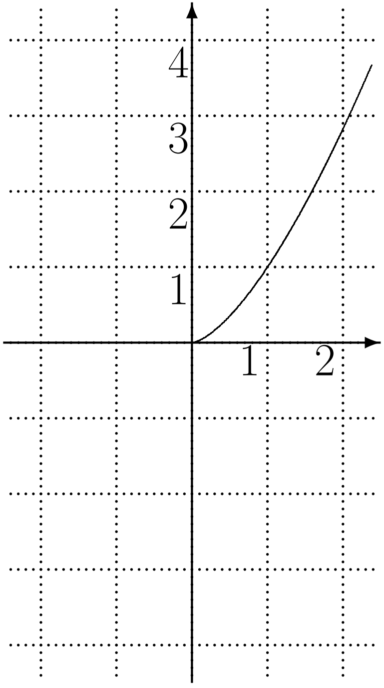



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1{,}5}}$.

# XI.1. График степенной функции

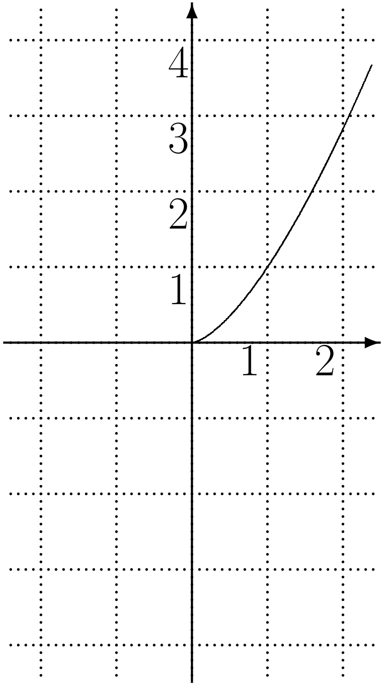



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1{,}5}}$.

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

# XI.1. График степенной функции

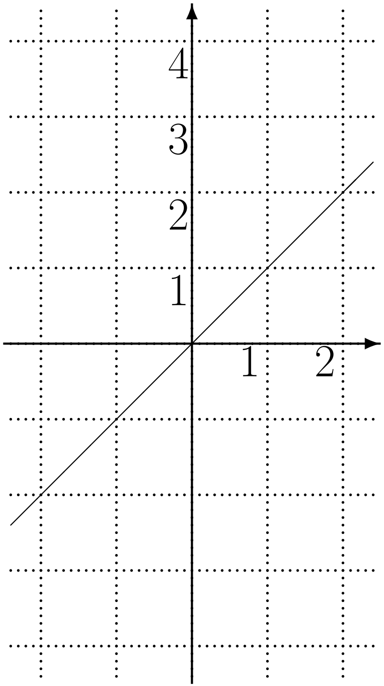



График степенной функции $f(x) = x^{1}$.

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»?

# XI.1. График степенной функции

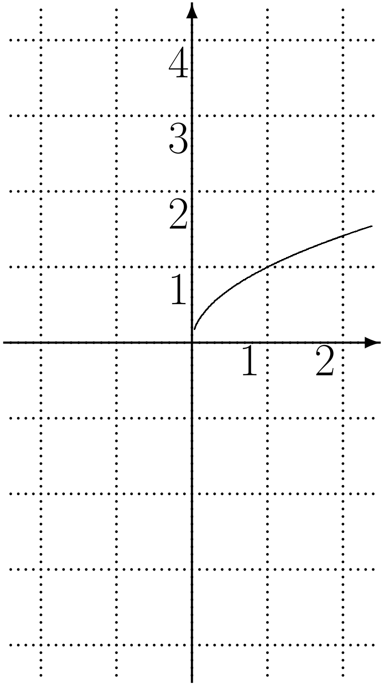



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,5}}$.

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»? Что означает фраза «слева от оси ординат график исчез»?

# XI.1. График степенной функции

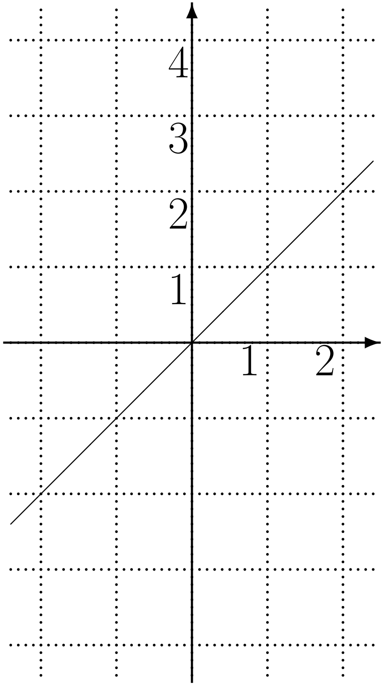



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1}}$.

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»? Что означает фраза «слева от оси ординат график исчез»?

График — это множество точек. Поэтому, во-первых, переведем на «язык равенств и неравенств» утверждение, что *точка* $M(x; y)$ *находится левее оси ординат.*

# XI.1. График степенной функции

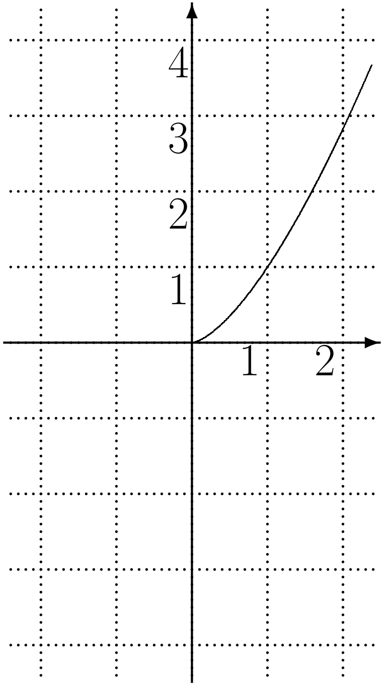



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1,5}}$.

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»? Что означает фраза «слева от оси ординат график исчез»?

График — это множество точек. Поэтому, во-первых, переведем на «язык равенств и неравенств» утверждение, что *точка $M(x; y)$ находится левее оси ординат*. Перевод: $x < 0$.

# XI.1. График степенной функции

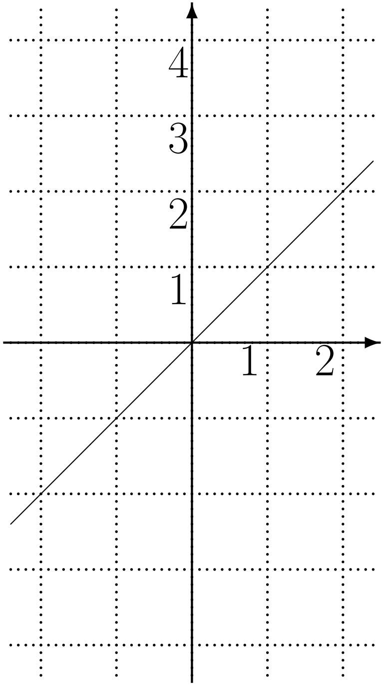



График степенной функции $f(x) = x^{1}$.

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»? Что означает фраза «слева от оси ординат график исчез»?

Во-вторых, что значит, что *точка* $M(x; y)$ *принадлежит графику функции* $f$?

# XI.1. График степенной функции

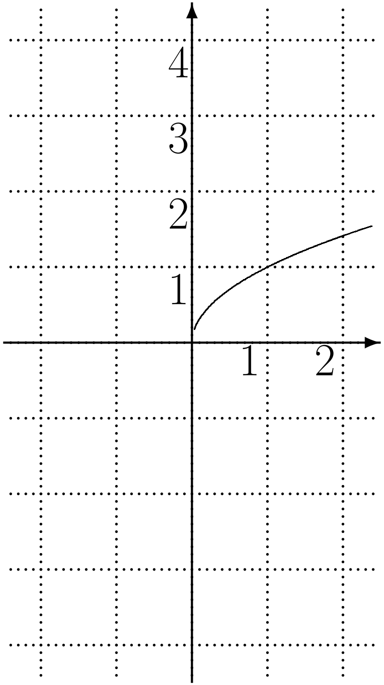



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0{,}5}}$.

*Не кажется ли вам, что в «поведении» этих графиков имеются какие-то странности?*

Почему график слева от оси ординат иногда «исчезает»? Что означает фраза «слева от оси ординат график исчез»?

Во-вторых, что значит, что *точка* $M(x; y)$ *принадлежит графику функции* $f$?

Перевод: $y = f(x)$, т.е. $M(x;\ f(x))$.

# XI.1. График степенной функции

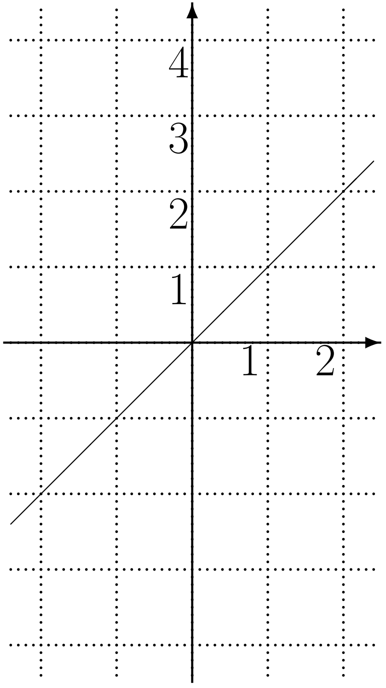



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1}}$.

*Точка* $M(x; y)$ *принадлежит графику функции* $f$ *тогда и только тогда, когда ее координаты имеют вид* $(x;\ f(x))$.

Поэтому фраза «слева от оси ординат график исчез» означает, что *при отрицательных значениях аргумента функция не определена.*

# XI.1. График степенной функции

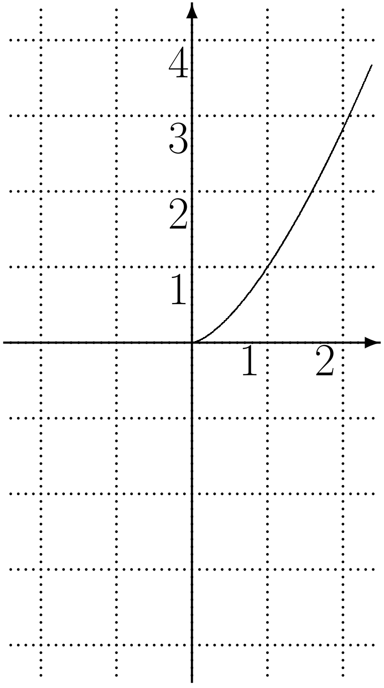



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1{,}5}}$.

Фраза «слева от оси ординат график исчез» означает, что при *отрицательных значениях аргумента функция не определена.*

***Но почему???***

# XI.1. График степенной функции

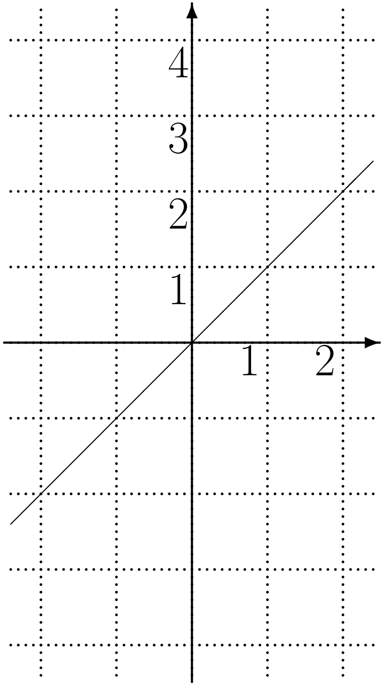



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1}}$.

*Почему при дробных показателях степени a выражение $x^a$ не определено для $x < 0$?*

# XI.1. График степенной функции

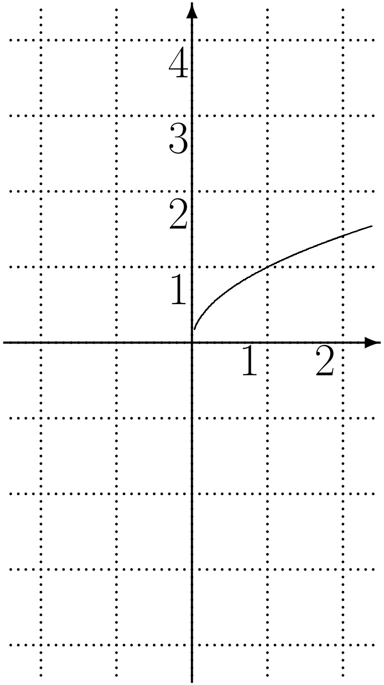



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0{,}5}}$.

*Почему при дробных показателях степени a выражение* $x^a$ *не определено для* $x < 0$*?*

Рассмотрим пример. С одной стороны,

$$= (-8)^{1/3}$$

# XI.1. График степенной функции

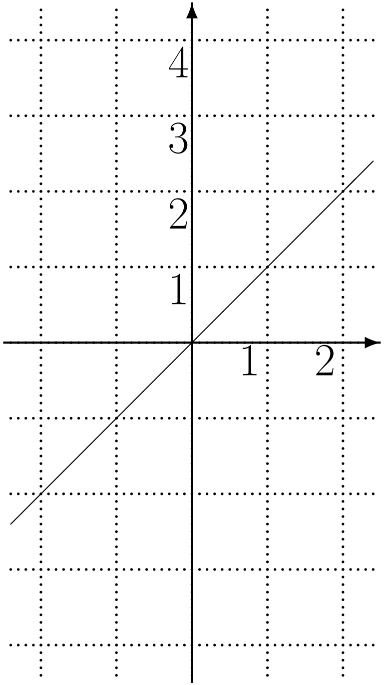



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1}}$.

*Почему при дробных показателях степени a выражение* $x^a$ *не определено для* $x < 0$*?*

Рассмотрим пример. С одной стороны,

$(-2) = (-8)^{1/3}$

# XI.1. График степенной функции

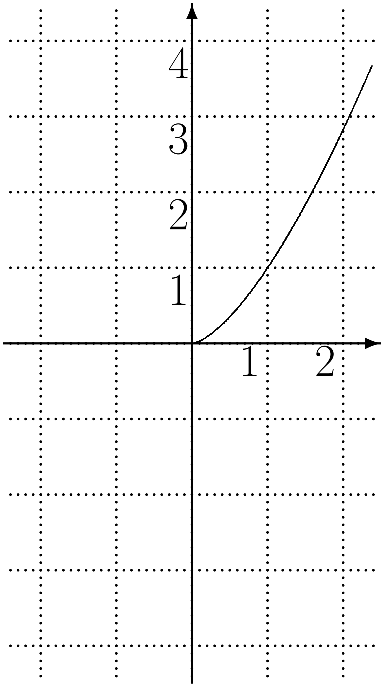



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1,5}}$.

*Почему при дробных показателях степени a выражение $x^a$ не определено для $x < 0$?*

Рассмотрим пример. С другой стороны, $(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} =$

# XI.1. График степенной функции

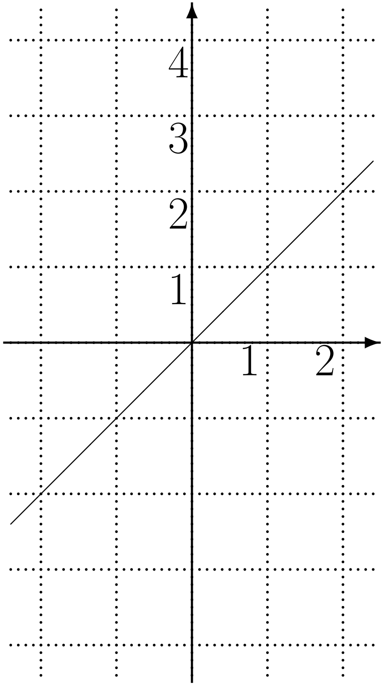



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1}}$.

*Почему при дробных показателях степени а выражение* $x^a$ *не определено для* $x < 0$*?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,

$(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left((-8)^2\right)^{1/6} =$

# XI.1. График степенной функции

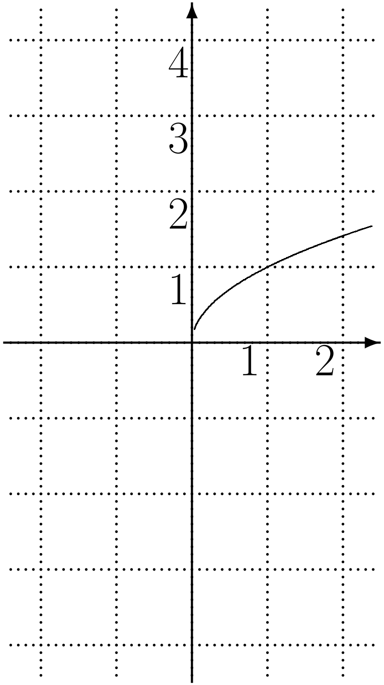



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0{,}5}}$.

*Почему при дробных показателях степени a выражение* $x^a$ *не определено для* $x < 0$*?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,
$(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left((-8)^2\right)^{1/6} = 2.$

# XI.1. График степенной функции

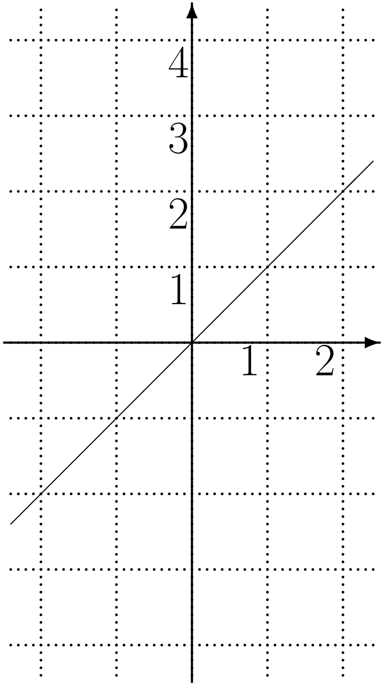



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1}}$.

*Почему при дробных показателях степени $a$ выражение $x^a$ не определено для $x < 0$?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,
$(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left((-8)^2\right)^{1/6} = 2.$
Катастрофа! $(-2) = 2$, караул!

# XI.1. График степенной функции

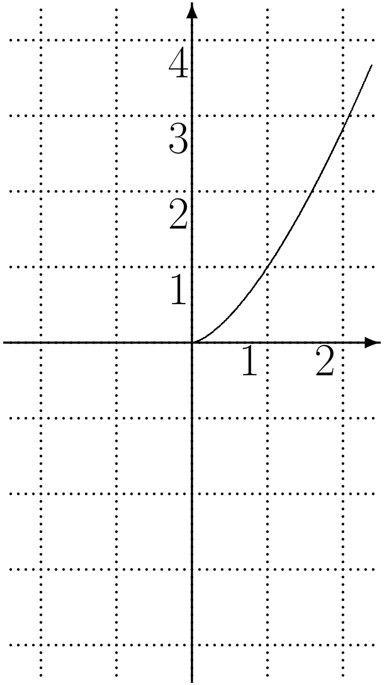



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1,5}}$.

*Почему при дробных показателях степени a выражение $x^a$ не определено для $x < 0$?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,

$$(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left((-8)^2\right)^{1/6} = 2.$$

Катастрофа! $(-2) = 2$, караул!

Надо либо срочно менять математические правила работы с дробями, либо...

# XI.1. График степенной функции

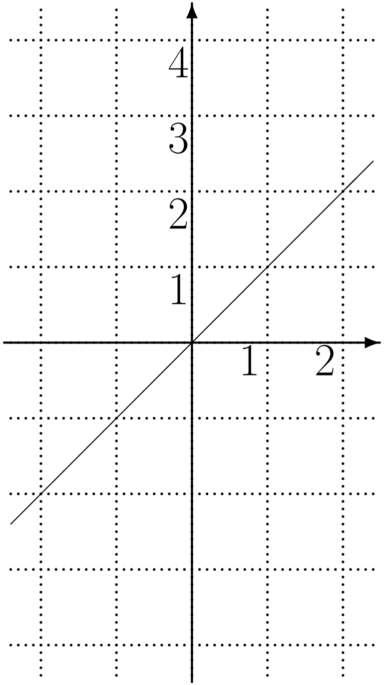



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{1}}$.

*Почему при дробных показателях степени $a$ выражение $x^a$ не определено для $x < 0$?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,

$(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left((-8)^2\right)^{1/6} = 2.$

Катастрофа! $(-2) = 2$, караул!

Именно последнее «либо» и стало общепринятым:

***если** $a$ **— дробное число, то***

# XI.1. График степенной функции

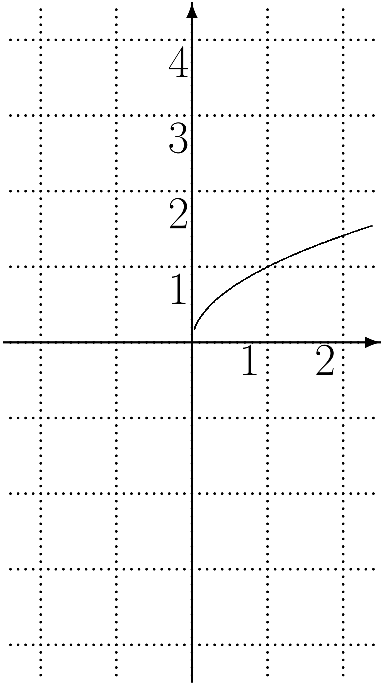



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,5}}$.

*Почему при дробных показателях степени a выражение $x^a$ не определено для $x < 0$?*

Рассмотрим пример. С другой стороны,
$(-2) = (-8)^{1/3} = (-8)^{2/6} = \left((-8)^2\right)^{1/6} = 2.$
Катастрофа! $(-2) = 2$, караул!

Именно последнее «либо» и стало общепринятым:

***если** $a$ **— дробное число, то***
***для отрицательных** $b$ **значение** $b^a$*
***не определено***.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

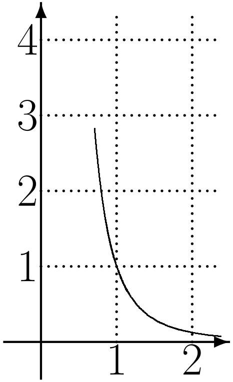



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-3}}$ для $x > 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

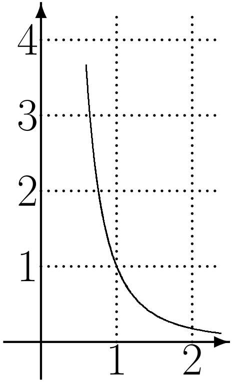



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-2{,}50}}$ для $x > 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

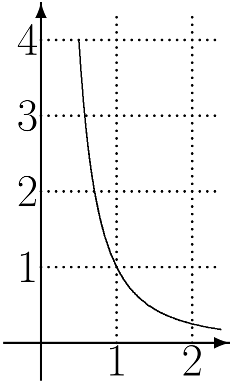



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-2}}$ для $x > 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

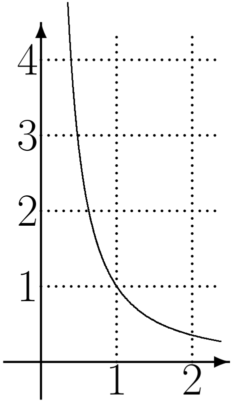



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-1,5}}$ для $x > 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

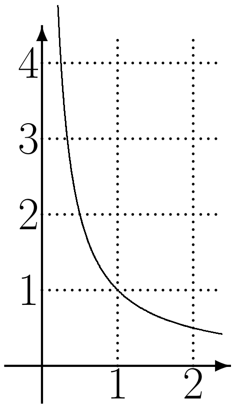



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-1}}$ для $x > 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

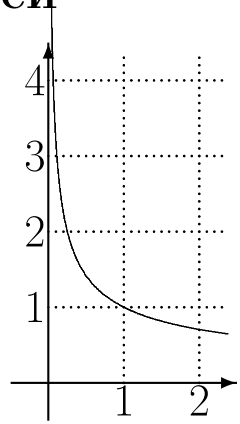



График степенной функции $f(x) = x^{-0{,}5}$ для $x > 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

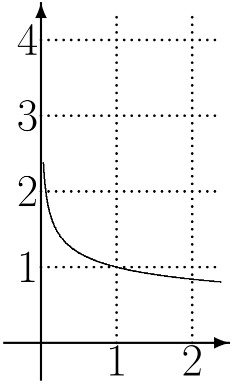



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-0{,}25}}$ для $x > 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

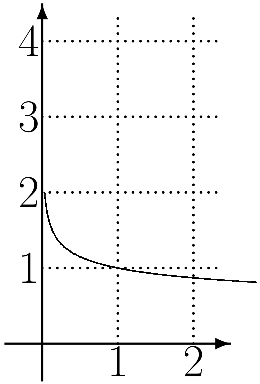



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-0{,}2}}$ для $x > 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

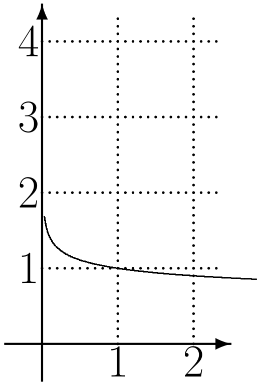



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-0{,}15}}$ для $x > 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

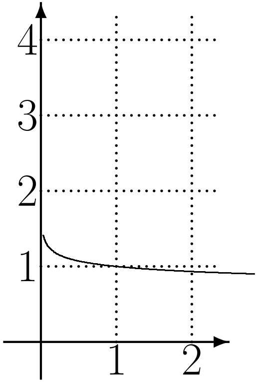



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-0{,}1}}$ для $x > 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

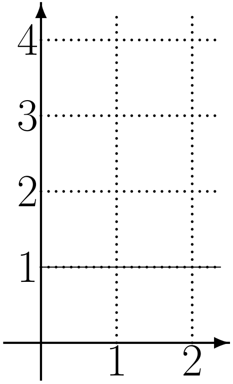


График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0}}$ для $x > 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

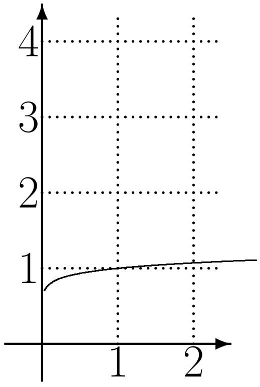



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0{,}10}}$ для $x > 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

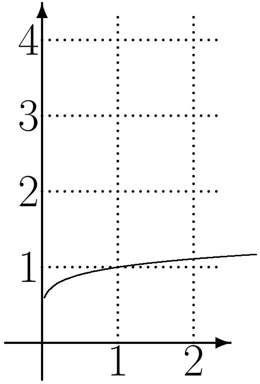


График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,15}}$ для $x > 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

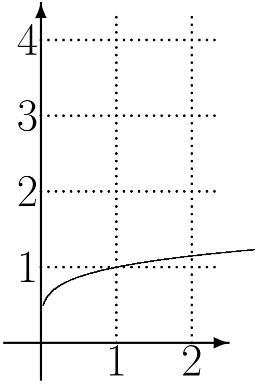


График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,20}}$ для $x > 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

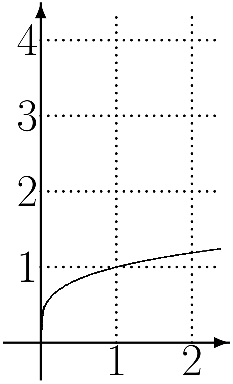



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,25}}$ для $x > 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

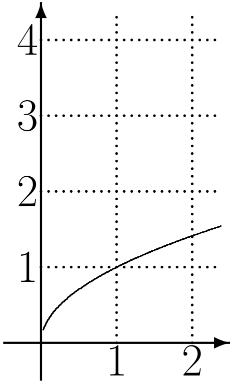



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,5}}$ для $x > 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

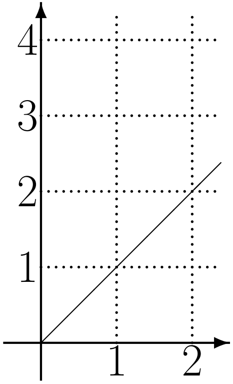



График степенной функции $f(x) = x^{1}$ для $x > 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

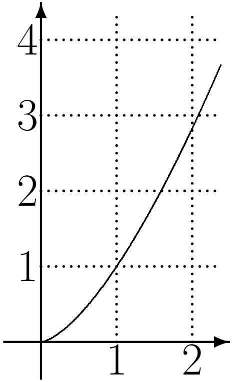



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,5}}$ для $x > 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

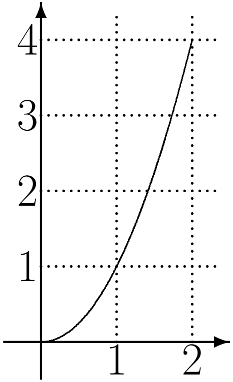



График степенной функции $f(x) = x^{2}$ для $x > 0$.

Не было ли в «поведении» графиков этих функции чего-либо «настораживающего»?

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

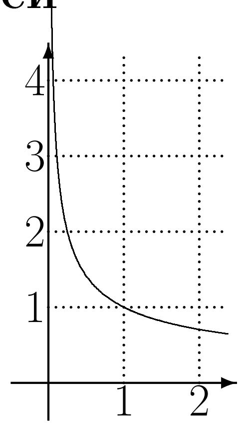



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-0{,}5}}$ для $x > 0$.

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0: $x = 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

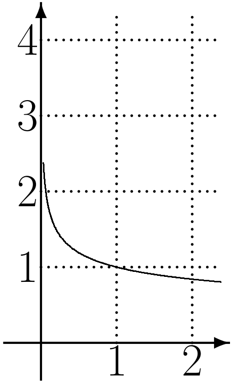



График степенной функции $f(x) = x^{-0{,}25}$ для $x > 0$.

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0: $x = 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

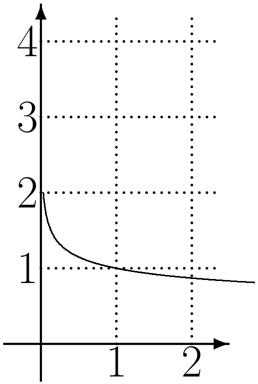



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-0{,}2}}$ для $x > 0$.

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0: $x = 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

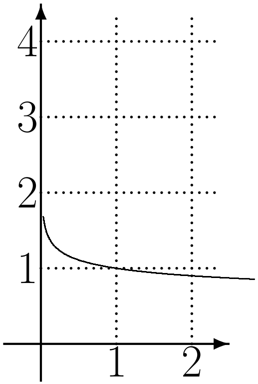



График степенной функции $f(x) = x^{-0,15}$ для $x > 0$.

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0: $x = 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

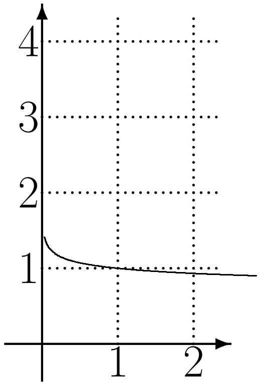



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{-0{,}1}}$ для $x > 0$.

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0: $x = 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

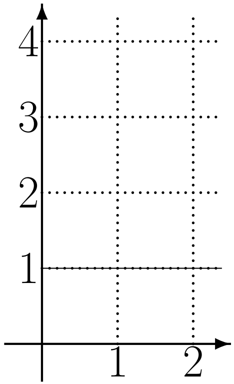



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0}}$ для $x > 0$.

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0: $x = 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

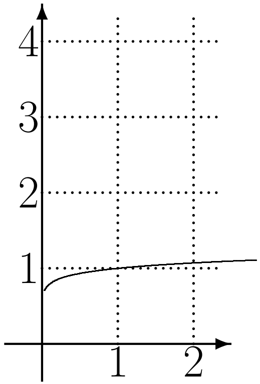



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,1}}$ для $x > 0$.

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0: $x = 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

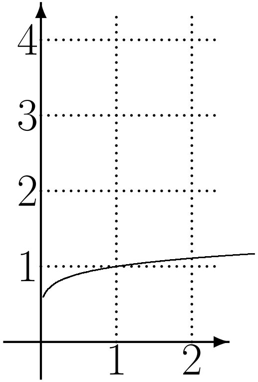



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0{,}15}}$ для $x > 0$.

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0: $x = 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

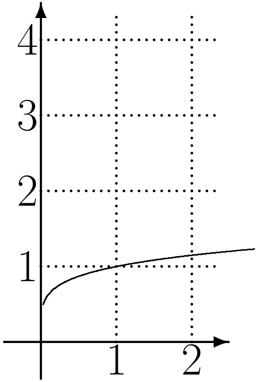



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,2}}$ для $x > 0$.

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0: $x = 0$.

# XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

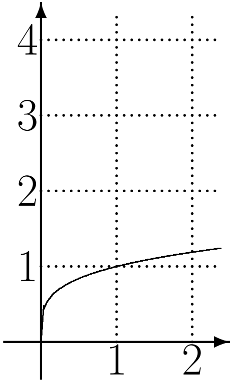



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,25}}$ для $x > 0$.

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0: $x = 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

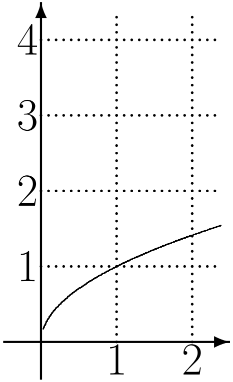



График степенной функции $f(x) = x^{\mathbf{0,5}}$ для $x > 0$.

Как обычно, неприятности поджидают вблизи особых, «экстремальных» значений параметра. Действительно, обратите внимание на поведение графиков вблизи точки с абсциссой 0: $x = 0$.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

При небольшом изменении показателя степени (параметра $a$) значение функции $f(x) = x^a$ вблизи 0 резко изменяется. Эта неустойчивость значений привела к тому, что значение $0^0$ не удалось определить удобным для всех образом, т.е.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

При небольшом изменении показателя степени (параметра $a$) значение функции $f(x) = x^a$ вблизи $0$ резко изменяется. Эта неустойчивость значений привела к тому, что значение $0^0$ не удалось определить удобным для всех образом, т.е.

***значение*** $0^0$ ***не определено***.

## XI.2. Степенная функция на положительной полуоси

При небольшом изменении показателя степени (параметра $a$) значение функции $f(x) = x^a$ вблизи $0$ резко изменяется. Эта неустойчивость значений привела к тому, что значение $0^0$ не удалось определить удобным для всех образом, т.е.
***значение*** $0^0$ ***не определено***.

## XI.3. Некоторые алгебраические соотношения для степенных функций

Некоторые алгебраические соотношения для степенных функций в предположении, что $a, b, x$ не обращаются в 0 одновременно, то есть $a^2 + b^2 + x^2 \neq 0$:

# XI.3. Некоторые алгебраические соотношения для степенных функций

Некоторые алгебраические соотношения для степенных функций в предположении, что $a, b, x$ не обращаются в 0 одновременно, то есть $a^2 + b^2 + x^2 \neq 0$:

1) $x^a x^b = x^{a+b}$ (произведение степенных функций есть степенная функция);

## XI.3. Некоторые алгебраические соотношения для степенных функций

Некоторые алгебраические соотношения для степенных функций в предположении, что $a, b, x$ не обращаются в 0 одновременно, то есть $a^2 + b^2 + x^2 \neq 0$:

1) $x^a x^b = x^{a+b}$ (произведение степенных функций есть степенная функция);

2) $x^a / x^b = x^{a-b}$ (частное степенных функций есть степенная функция);

# XI.3. Некоторые алгебраические соотношения для степенных функций

Некоторые алгебраические соотношения для степенных функций в предположении, что $a, b, x$ не обращаются в 0 одновременно, то есть $a^2 + b^2 + x^2 \neq 0$:

1) $x^a x^b = x^{a+b}$ (произведение степенных функций есть степенная функция);

2) $x^a / x^b = x^{a-b}$ (частное степенных функций есть степенная функция);

3) $(x^a)^b = x^{ab}$ (**суперпозиция** степенных функций есть степенная функция).

# XII. Показательная функция

В выражении $a^b$ можно считать переменной $a$ или $b$.

Если переменной считается $a$, то функция $y = x^b$ называется

# XII. Показательная функция

В выражении $a^b$ можно считать переменной $a$ или $b$.

Если переменной считается $a$, то функция $y = x^b$ называется **степенной**.

# XII. Показательная функция

В выражении $a^b$ можно считать переменной $a$ или $b$.

Если переменной считается $a$, то функция $y = x^b$ называется **степенной**.

А если в качестве переменной рассматривать $b$, то функция $y =$

# XII. Показательная функция

В выражении $a^b$ можно считать переменной $a$ или $b$.

Если переменной считается $a$, то функция $y = x^b$ называется **степенной**.

А если в качестве переменной рассматривать $b$, то функция $y = a^x$ называется **показательной** при $a > 0$.

# XII. Показательная функция

В выражении $a^b$ можно считать переменной $a$ или $b$.

Если переменной считается $a$, то функция $y = x^b$ называется **степенной**.

А если в качестве переменной рассматривать $b$, то функция $y = a^x$ называется **показательной** при $a > 0$.

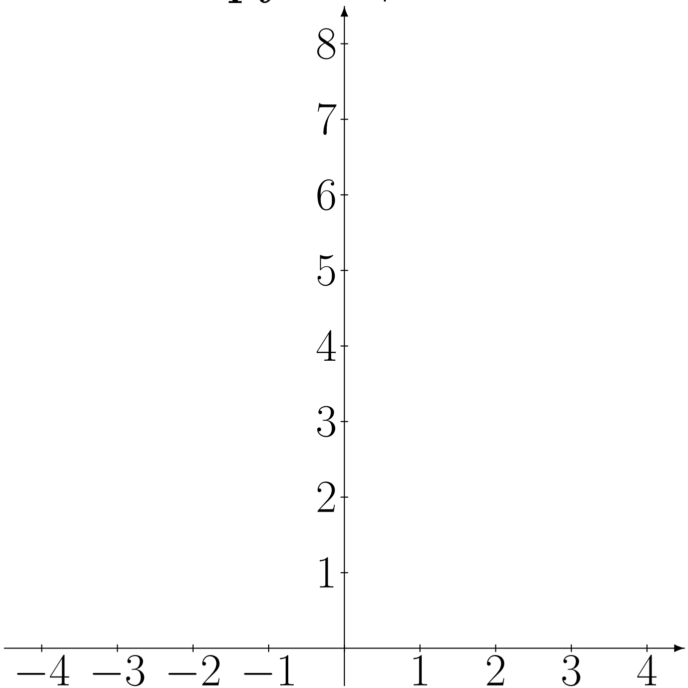
**Определение 27.** *Пусть $a$ — положительно число. Тогда* **показательной** *называется функция $f$, которую можно задать формулой*

$$f(x) = a^x. \tag{16}$$

*Число $a$ называется* **основанием** *показательной функции.*

# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

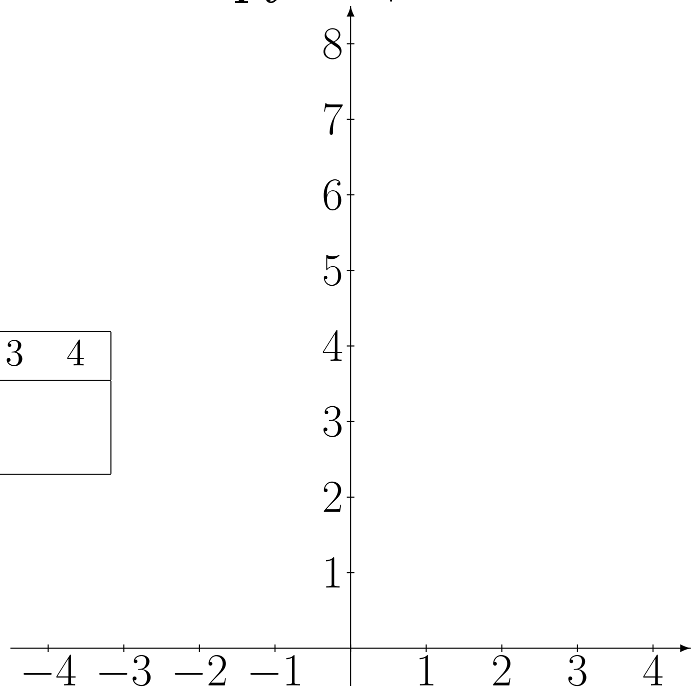


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | | | | | | | | | |

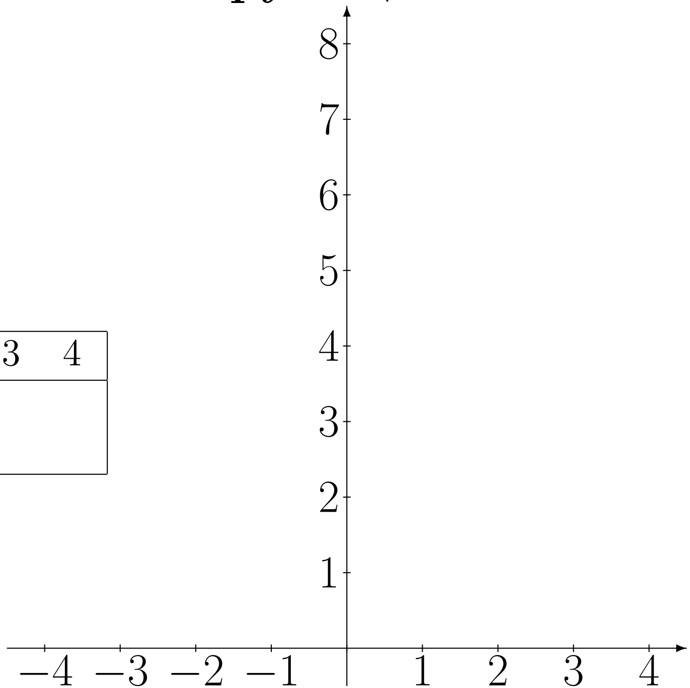


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | 16 | | | | | | | | |



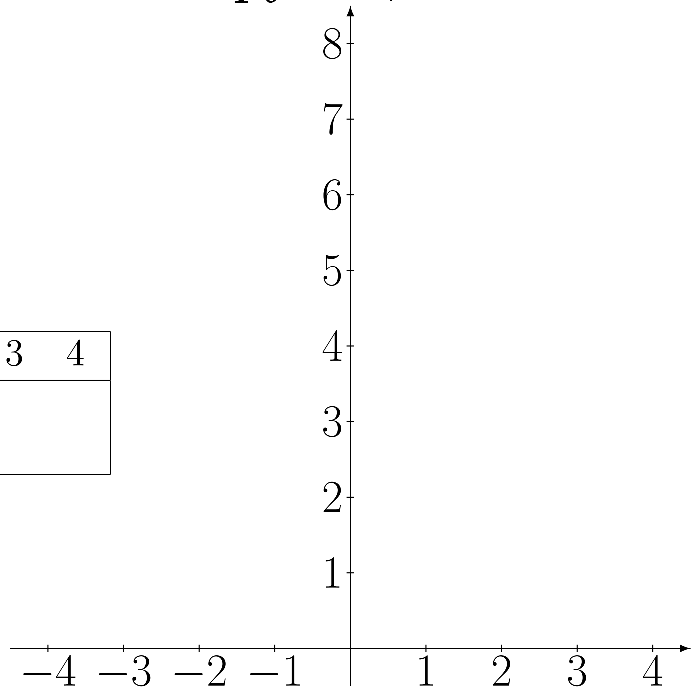
# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | 16 | | | | | | | | |

Слишком большое значение для изображения на нашем графике...

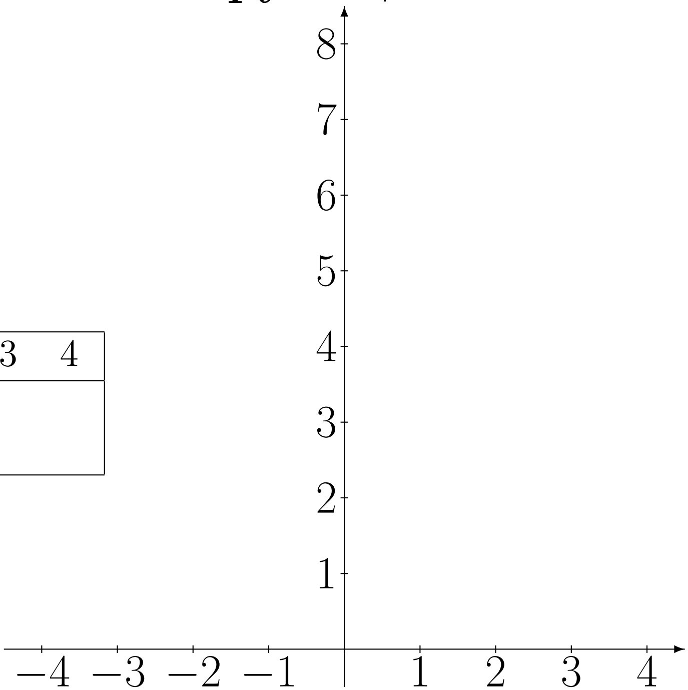


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | | | | | | | |

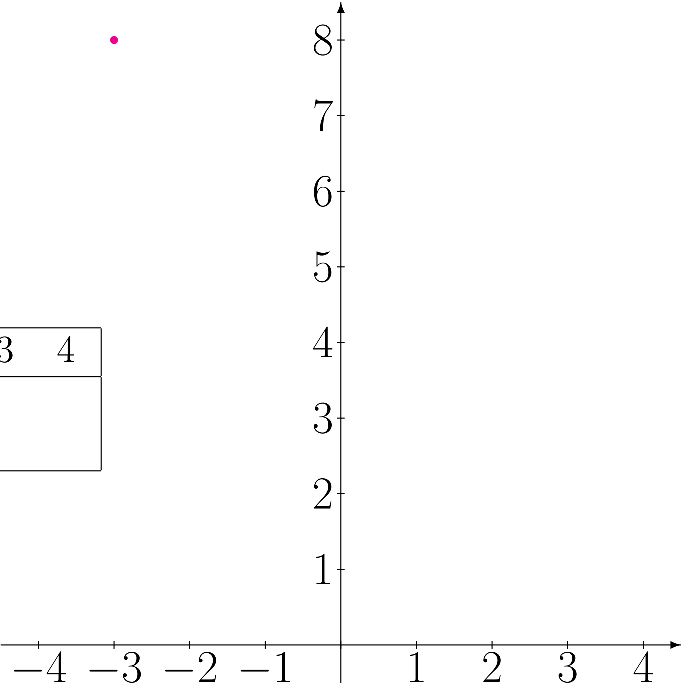


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | | | | | | | |

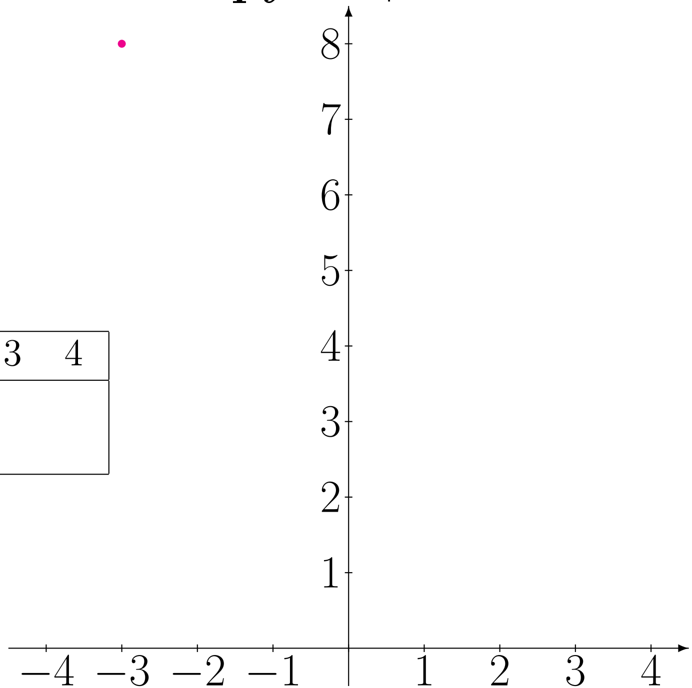


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | 4 | | | | | | |

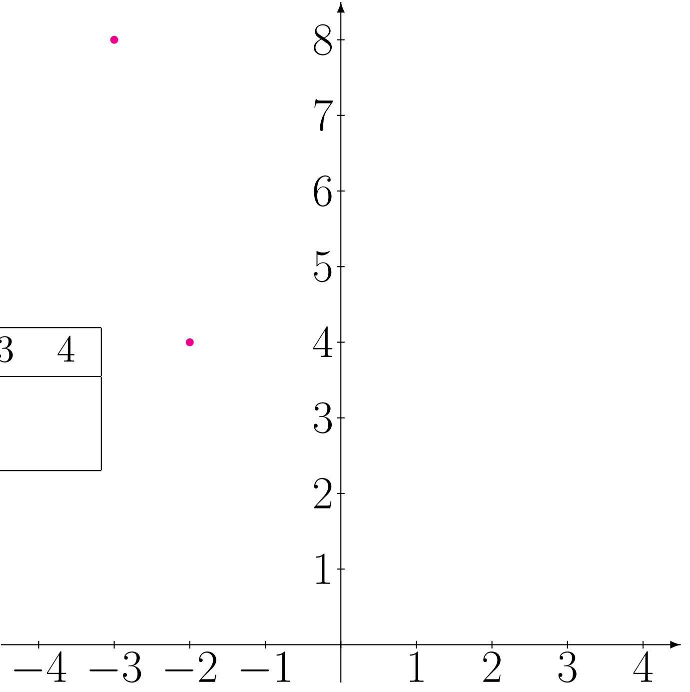


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | 4 | | | | | | |

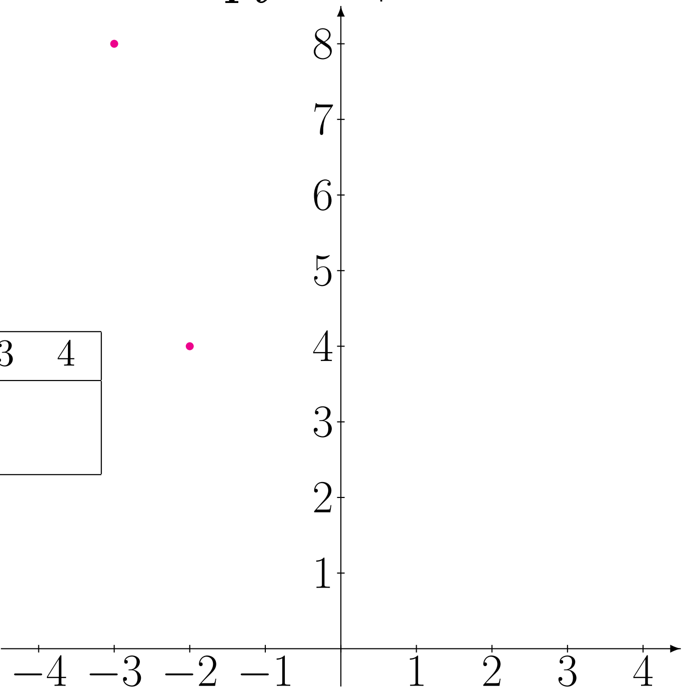


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | 4 | 2 | | | | | |

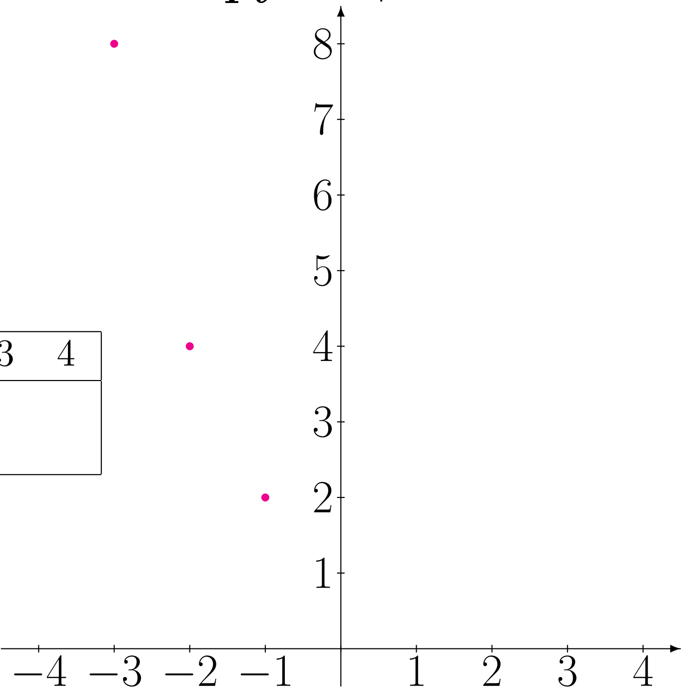


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | 4 | 2 | | | | | |

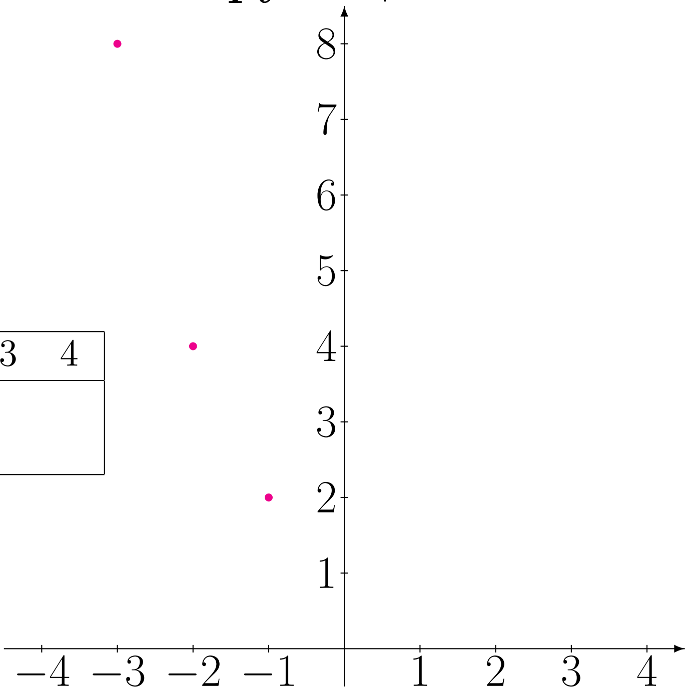


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | | | | |

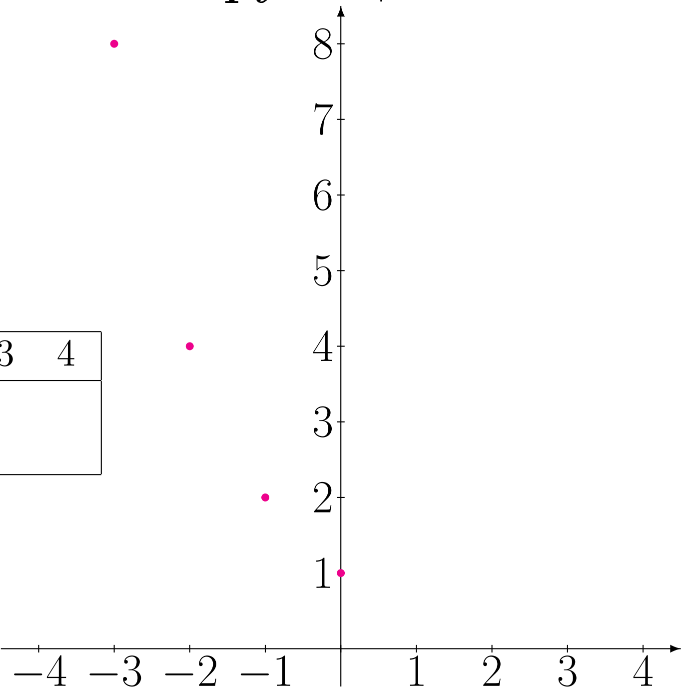


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | | | | |

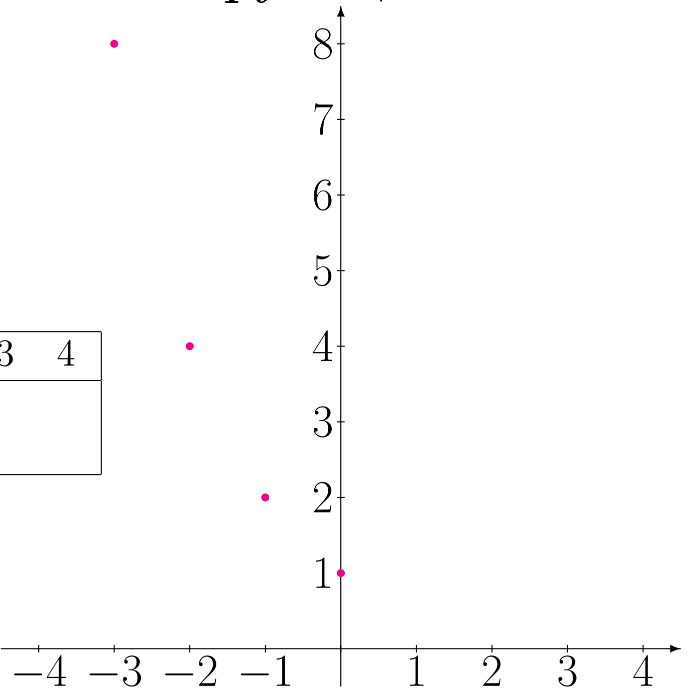


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | $\dfrac{1}{2}$ | | | |

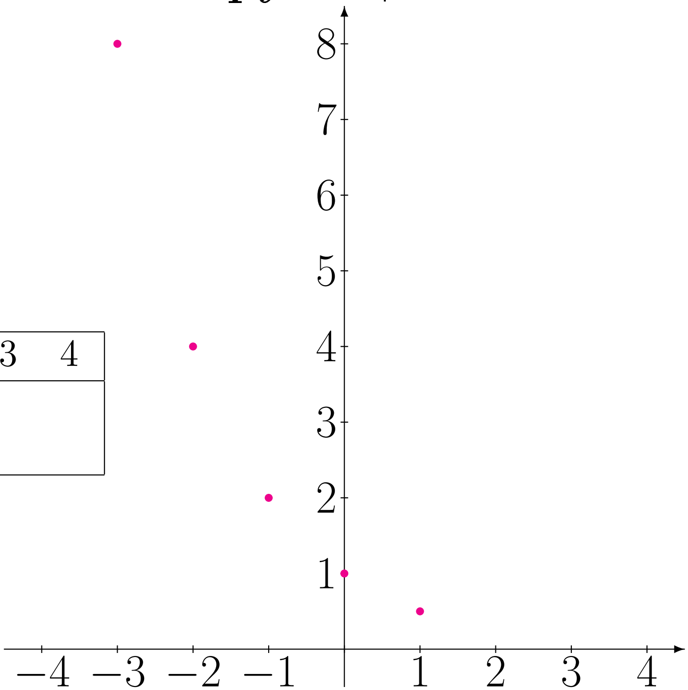


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | $\dfrac{1}{2}$ | | | |

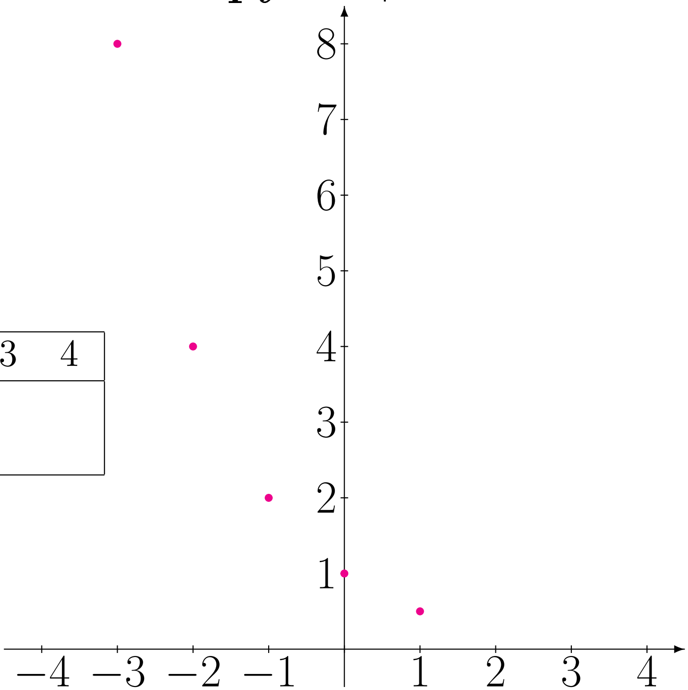


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | $16$ | $8$ | $4$ | $2$ | $1$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | | |

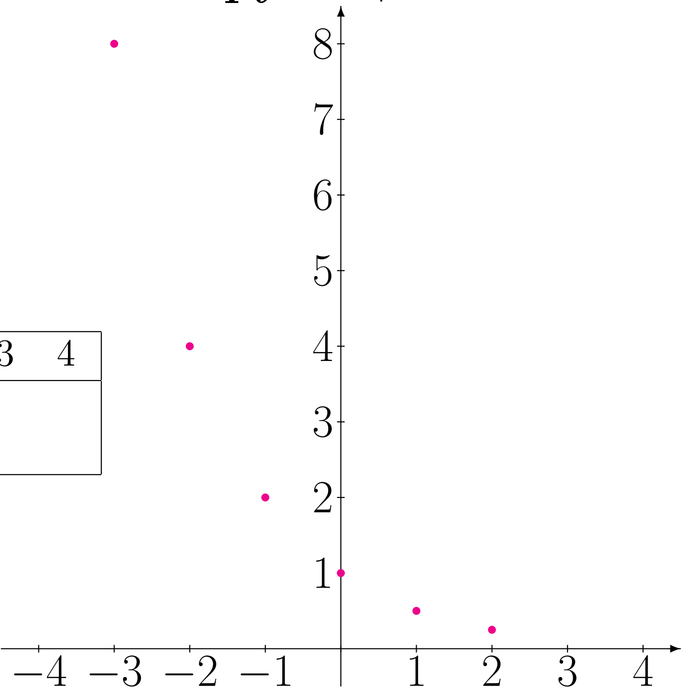


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | | |

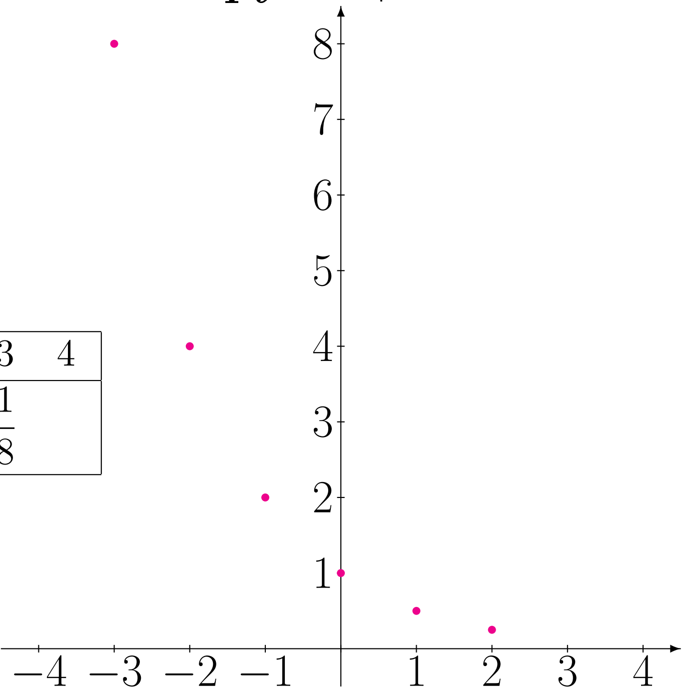


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | $16$ | $8$ | $4$ | $2$ | $1$ | $\dfrac{1}{2}$ | $\dfrac{1}{4}$ | $\dfrac{1}{8}$ | |

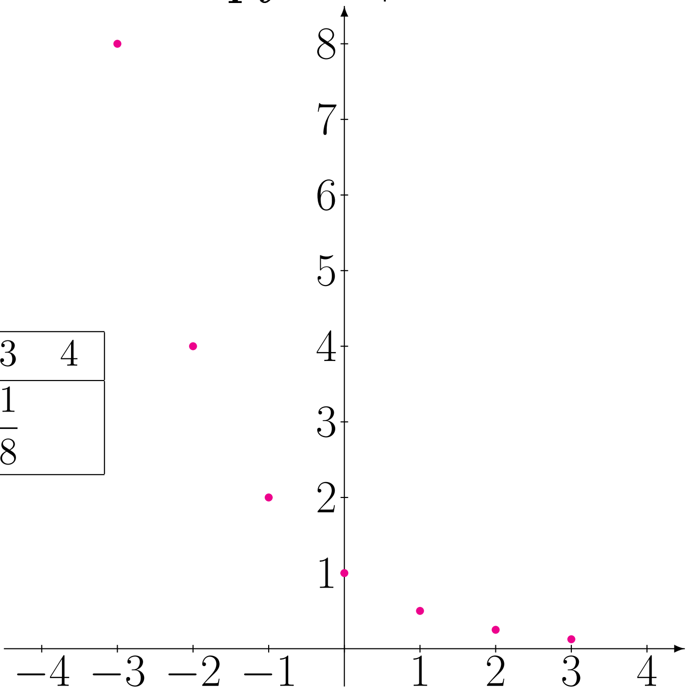


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | $\dfrac{1}{2}$ | $\dfrac{1}{4}$ | $\dfrac{1}{8}$ | |

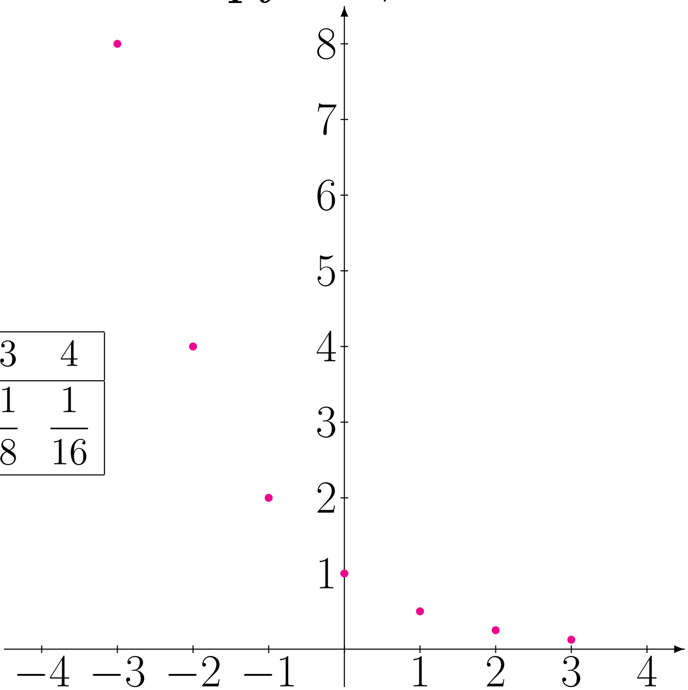


# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

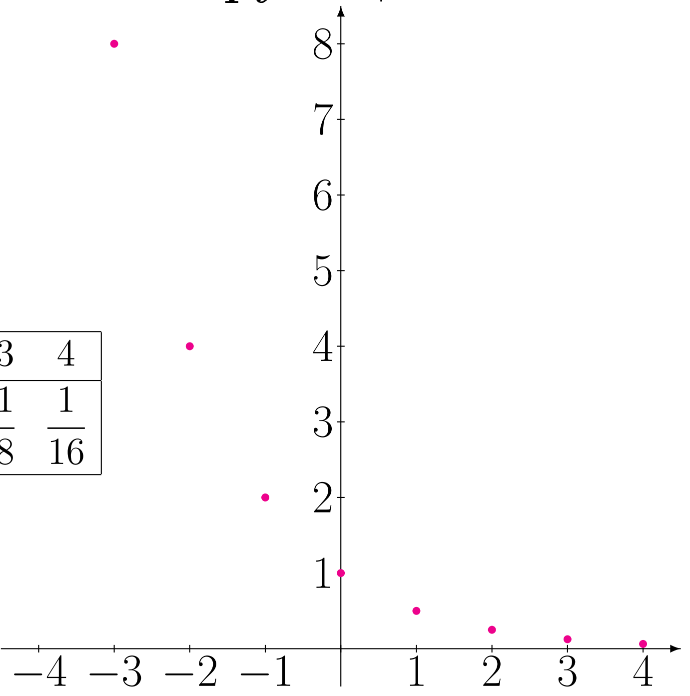
Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | $16$ | $8$ | $4$ | $2$ | $1$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{16}$ |



# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.




Построим частичную таблицу значений:

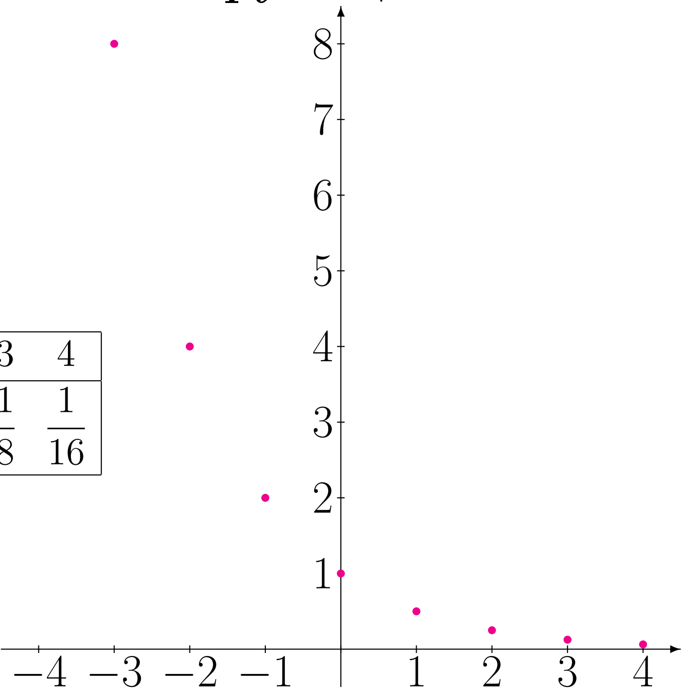
| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | $16$ | $8$ | $4$ | $2$ | $1$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{16}$ |

Показательная функция определена на всей числовой оси.

Значит, в промежутках между выбранными значениями функция определена.

# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.




Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | $16$ | $8$ | $4$ | $2$ | $1$ | $\dfrac{1}{2}$ | $\dfrac{1}{4}$ | $\dfrac{1}{8}$ | $\dfrac{1}{16}$ |

Показательная функция определена на всей числовой оси.

Её изменения носят плавных характер (при небольшом изменении аргумента изменение значения является относительно небольшим).

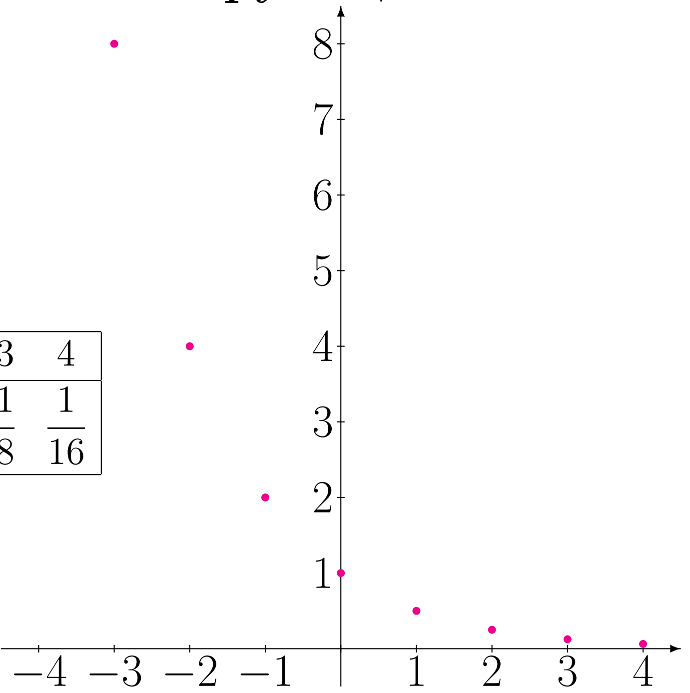
# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Построим частичную таблицу значений:

| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | $16$ | $8$ | $4$ | $2$ | $1$ | $\dfrac{1}{2}$ | $\dfrac{1}{4}$ | $\dfrac{1}{8}$ | $\dfrac{1}{16}$ |

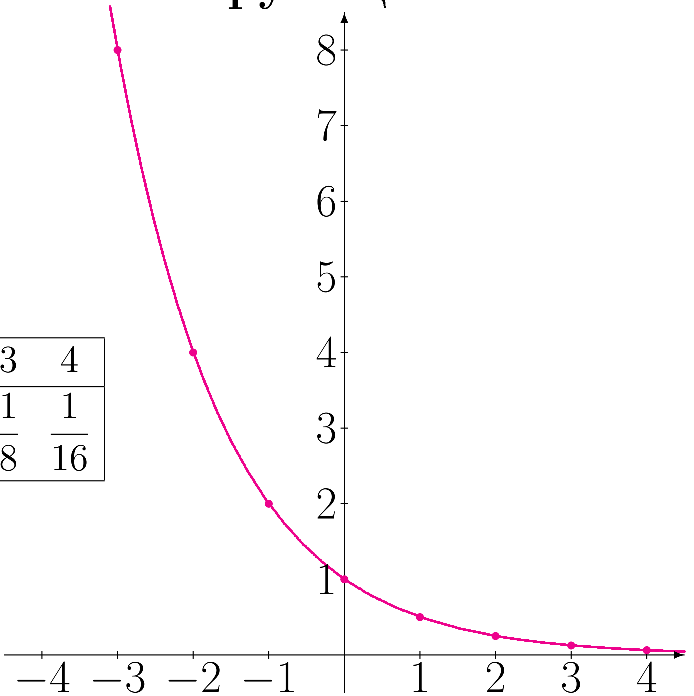
Показательная функция определена на всей числовой оси.




Поэтому соединим точки графика плавной линией.

# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.




Построим частичную таблицу значений:

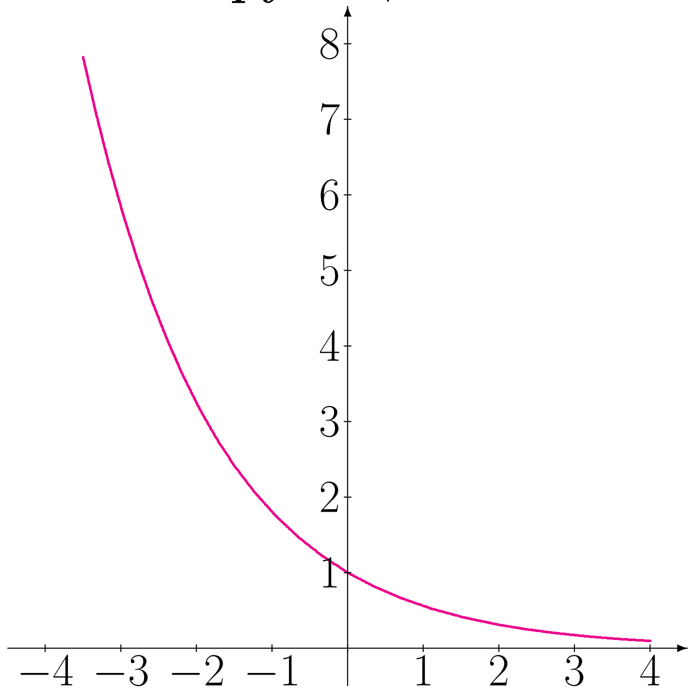
| $x$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ | $16$ | $8$ | $4$ | $2$ | $1$ | $\dfrac{1}{2}$ | $\dfrac{1}{4}$ | $\dfrac{1}{8}$ | $\dfrac{1}{16}$ |

Показательная функция определена на всей числовой оси.

Поэтому соединим точки графика плавной линией.

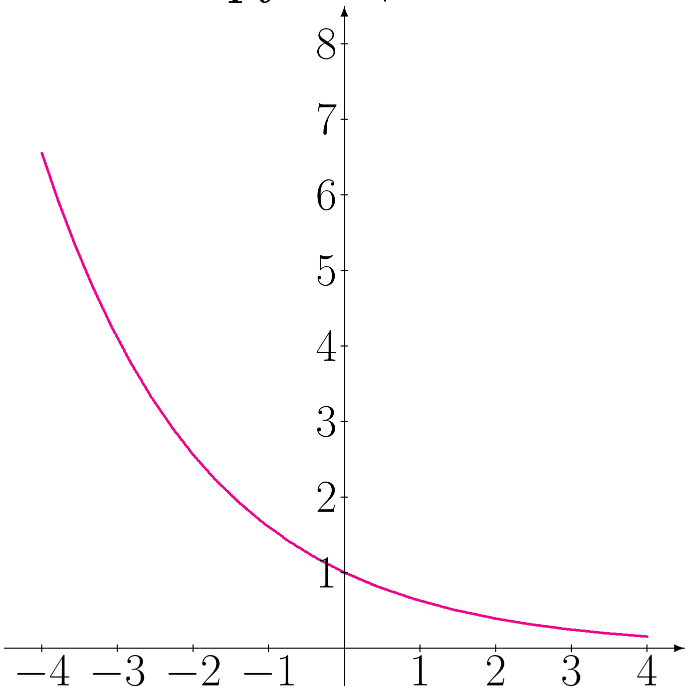
# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{1,8}\right)^x$.



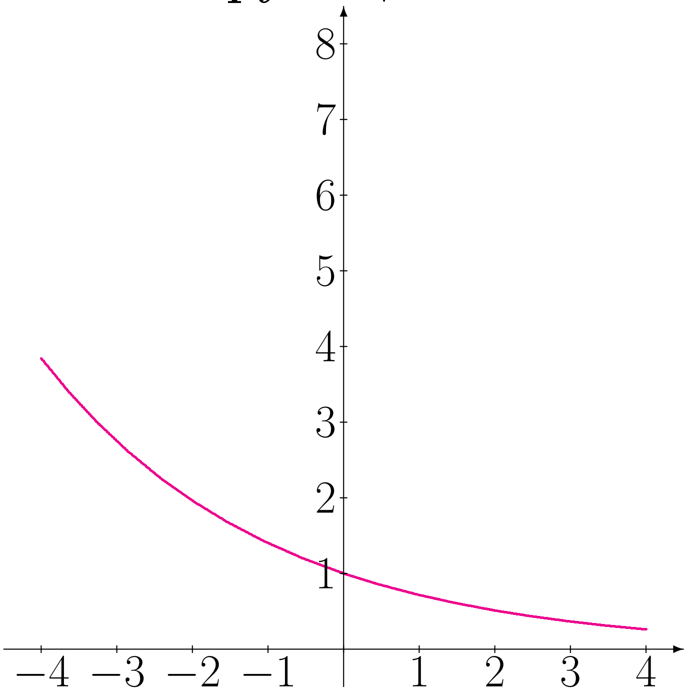
# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{1,6}\right)^x$.



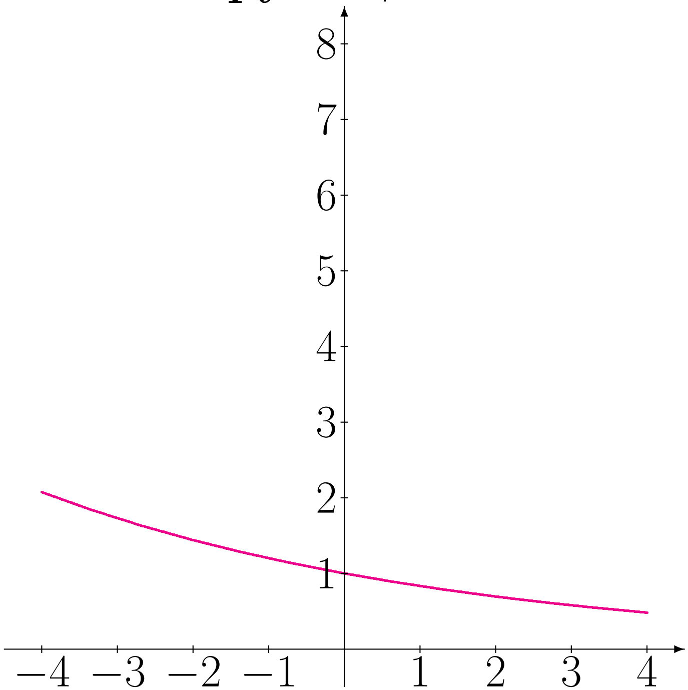
# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{1,4}\right)^x$.



# XII.1. График показательной функции

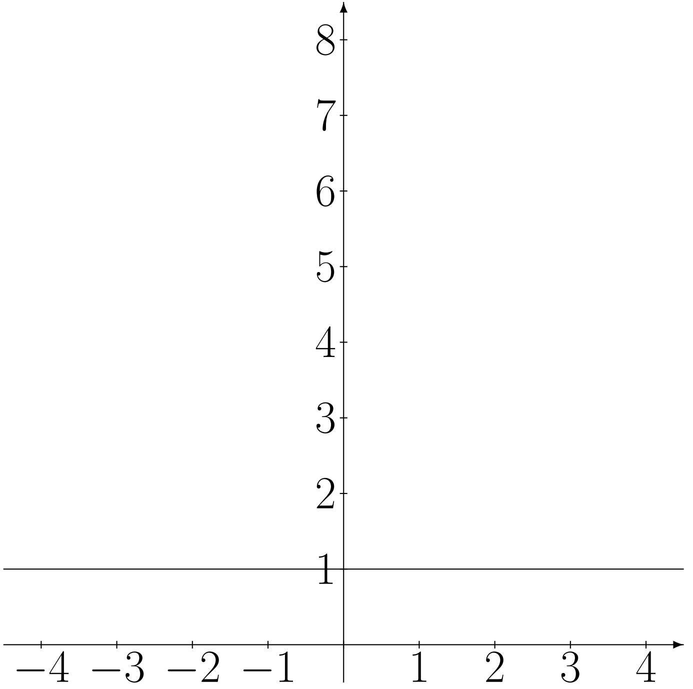
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{1,2}\right)^x$.



## XII.1. График показательной функции

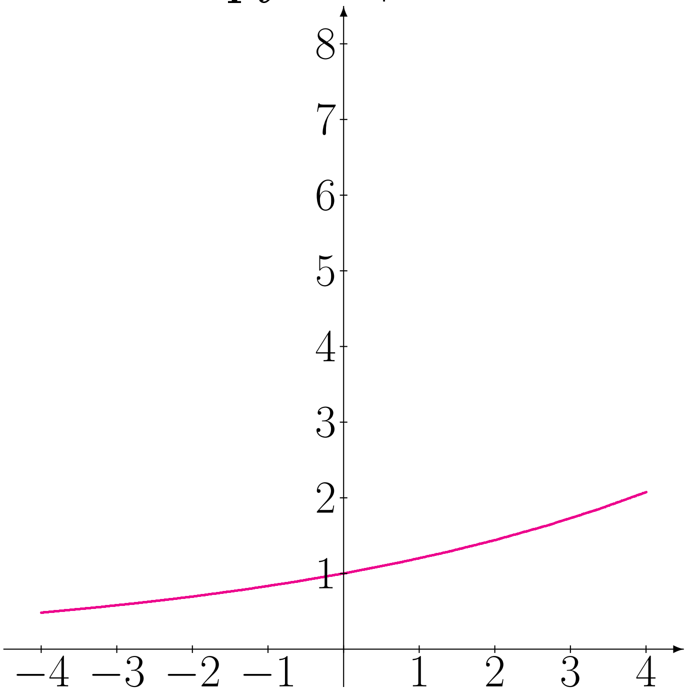
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1^x$... Но это не показательная функция!

**Эта функция обычно не считается показательной!**



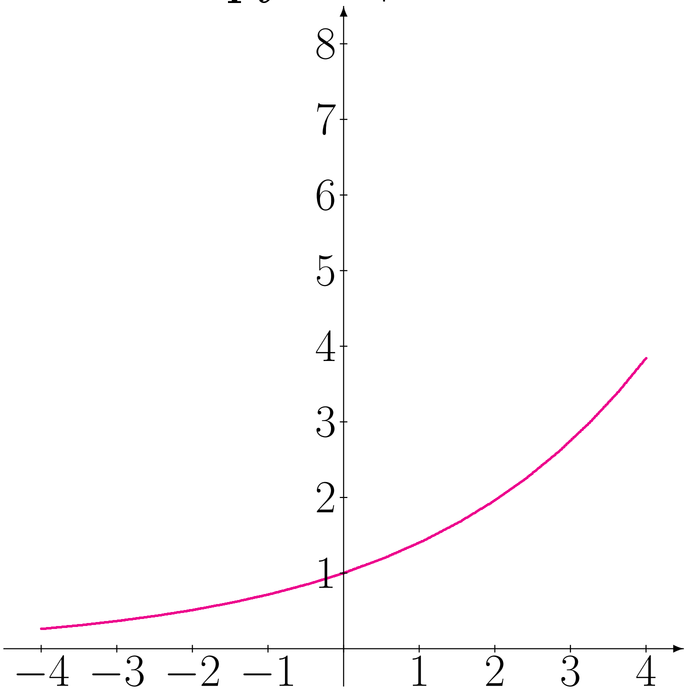
## XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,2^x$.



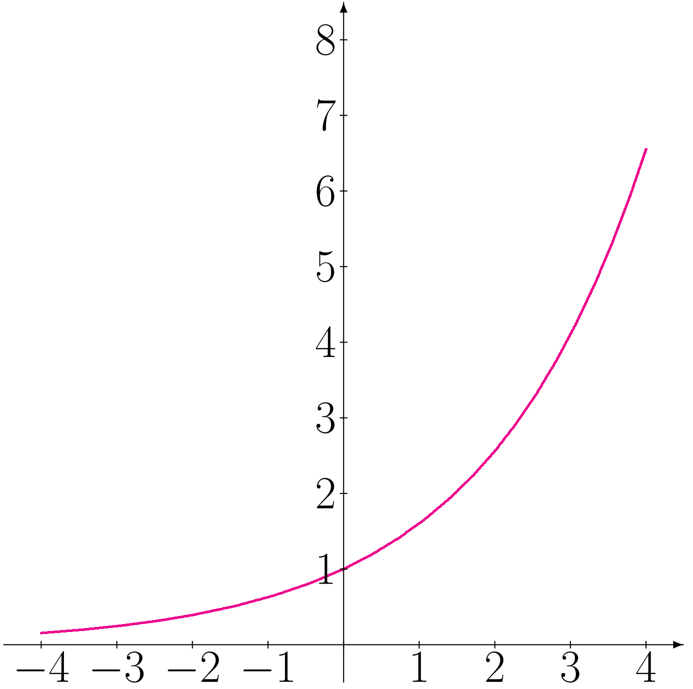
# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,4^x$.



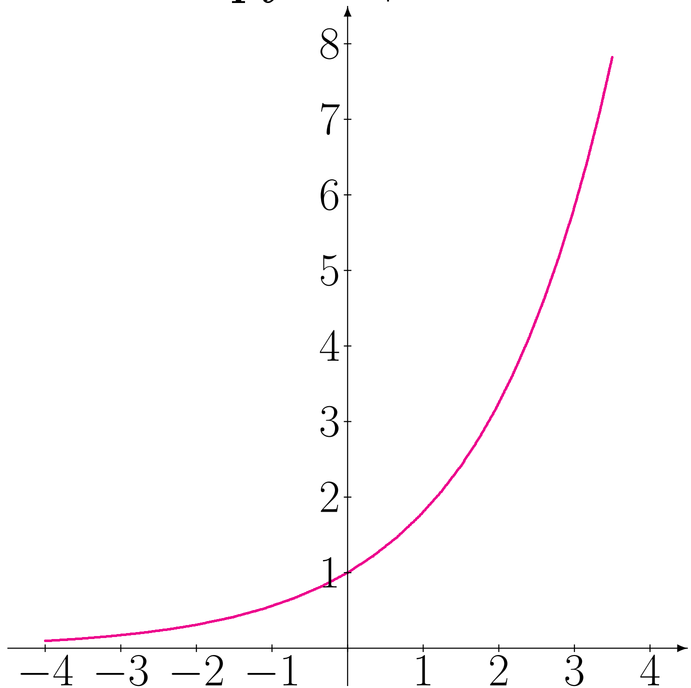
# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,6^x$.



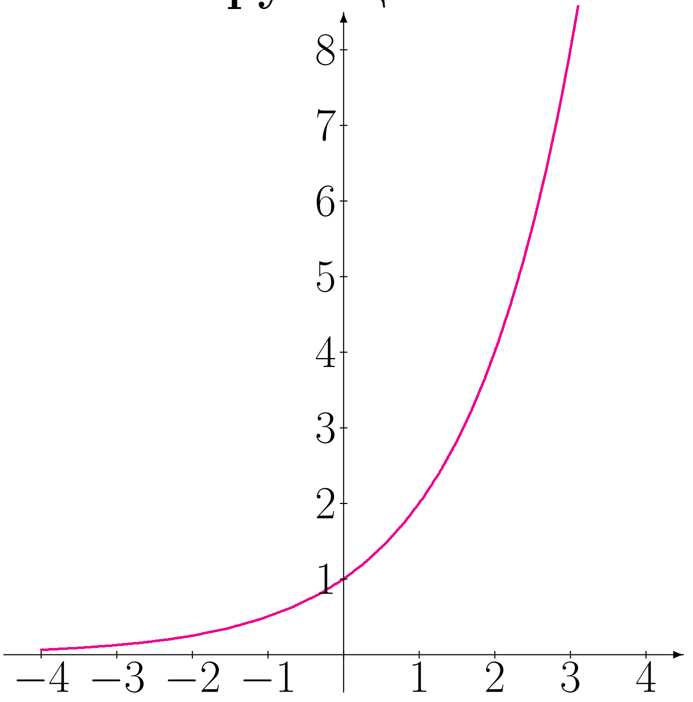
# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,8^x$.



# XII.1. График показательной функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 2^x$.



## XII.2. Свойства показательной функции

Свойства показательной функции $y = a^x$, где $a > 0$:

# XII.2. Свойства показательной функции

Свойства показательной функции $y = a^x$, где $a > 0$:

1) число $a$, называемое **основанием**, положительно;

# XII.2. Свойства показательной функции

Свойства показательной функции $y = a^x$, где $a > 0$:

1) число $a$, называемое **основанием**, положительно;

2) для любого $x$ имеем $a^x > 0$ (с учётом $a > 0$);

# XII.2. Свойства показательной функции

Свойства показательной функции $y = a^x$, где $a > 0$:

1) число $a$, называемое **основанием**, положительно;

2) для любого $x$ имеем $a^x > 0$ (с учётом $a > 0$);

3) характер монотонности:

## XII.2. Свойства показательной функции

Свойства показательной функции $y = a^x$, где $a > 0$:

1) число $a$, называемое **основанием**, положительно;

2) для любого $x$ имеем $a^x > 0$ (с учётом $a > 0$);

3) характер монотонности:

а) если $0 < a < 1$, то $a^x$ монотонно убывает на всей числовой оси, причем с увеличением $x$ значения функции стремятся к 0;

# XII.2. Свойства показательной функции

Свойства показательной функции $y = a^x$, где $a > 0$:

1) число $a$, называемое **основанием**, положительно;

2) для любого $x$ имеем $a^x > 0$ (с учётом $a > 0$);

3) характер монотонности:

а) если $0 < a < 1$, то $a^x$ монотонно убывает на всей числовой оси, причем с увеличением $x$ значения функции стремятся к 0;

б) если $a > 1$, то $a^x$ монотонно возрастает на всей числовой оси, причем при $x$, стремящемся к $-\infty$, функция $a^x$ стремится к 0.

# XII.2. Свойства показательной функции

Свойства показательной функции $y = a^x$, где $a > 0$:

1) число $a$, называемое **основанием**, положительно;

2) для любого $x$ имеем $a^x > 0$ (с учётом $a > 0$);

3) характер монотонности:

а) если $0 < a < 1$, то $a^x$ монотонно убывает на всей числовой оси, причем с увеличением $x$ значения функции стремятся к 0;

б) если $a > 1$, то $a^x$ монотонно возрастает на всей числовой оси, причем при $x$, стремящемся к $-\infty$, функция $a^x$ стремится к 0.

в) если $a = 1$, то $1^x = 1$ для любого $x$.

| |
|---|
| Следовательно, при $0 < a < 1$ и при $a > 1$ функция $a^x$ является взаимно однозначной. |

## XII.2. Свойства показательной функции

Свойства показательной функции $y = a^x$, где $a > 0$:

1) число $a$, называемое **основанием**, положительно;

2) для любого $x$ имеем $a^x > 0$ (с учётом $a > 0$);

3) характер монотонности:

а) если $0 < a < 1$, то $a^x$ монотонно убывает на всей числовой оси, причем с увеличением $x$ значения функции стремятся к 0;

б) если $a > 1$, то $a^x$ монотонно возрастает на всей числовой оси, причем при $x$, стремящемся к $-\infty$, функция $a^x$ стремится к 0.

в) если $a = 1$, то $1^x = 1$ для любого $x$.

| |
|---|
| Следовательно, при $0 < a < 1$ и при $a > 1$ функция $a^x$ является взаимно однозначной. |

4) $a^0 = 1$ для любого положительного $a$;

## XII.2. Свойства показательной функции

Свойства показательной функции $y = a^x$, где $a > 0$:

1) число $a$, называемое **основанием**, положительно;

2) для любого $x$ имеем $a^x > 0$ (с учётом $a > 0$);

3) характер монотонности:

а) если $0 < a < 1$, то $a^x$ монотонно убывает на всей числовой оси, причем с увеличением $x$ значения функции стремятся к 0;

б) если $a > 1$, то $a^x$ монотонно возрастает на всей числовой оси, причем при $x$, стремящемся к $-\infty$, функция $a^x$ стремится к 0.

в) если $a = 1$, то $1^x = 1$ для любого $x$.

| |
|---|
| Следовательно, при $0 < a < 1$ и при $a > 1$ функция $a^x$ является взаимно однозначной. |

4) $a^0 = 1$ для любого положительного $a$;

5) некоторые алгебраические соотношения для $a > 0$:

**а)** $a^x a^y = a^{x+y}$; **б)** $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$; **в)** $(a^x)^y = a^{xy}$.

# XIII. Логарифмическая функция

Рассмотрим ещё один класс функций.

# XIII.1. Логарифмическая функция: введение

Напомним, что **степенная функция** может быть задана формулой

# XIII.1. Логарифмическая функция: введение

Напомним, что **степенная функция** может быть задана формулой $y = x^{\alpha}$,

## XIII.1. Логарифмическая функция: введение

Напомним, что **степенная функция** может быть задана формулой $y = x^{\alpha}$,

а **показательная функция** — формулой

# XIII.1. Логарифмическая функция: введение

Напомним, что **степенная функция** может быть задана формулой $y = x^\alpha$,

а **показательная функция** — формулой $y = a^x$,

где

# XIII.1. Логарифмическая функция: введение

Напомним, что **степенная функция** может быть задана формулой $y = x^\alpha$,

а **показательная функция** — формулой $y = a^x$,

где $a \in (0;\ 1) \cup (1;\ +\infty)$, т.е. (на «языке неравенств»)

# XIII.1. Логарифмическая функция: введение

Напомним, что **степенная функция** может быть задана формулой $y = x^{\alpha}$,

а **показательная функция** — формулой $y = a^{x}$,

где $a \in (0;\ 1) \cup (1;\ +\infty)$, т.е. (на «языке неравенств») $\Bigg[$

# XIII.1. Логарифмическая функция: введение

Напомним, что **степенная функция** может быть задана формулой $y = x^\alpha$,

а **показательная функция** — формулой $y = a^x$,

где $a \in (0;\ 1) \cup (1;\ +\infty)$, т.е. (на «языке неравенств») $\left[\begin{array}{l} 0 < a < 1, \\ \\ \end{array}\right.$

# XIII.1. Логарифмическая функция: введение

Напомним, что **степенная функция** может быть задана формулой $y = x^\alpha$,

а **показательная функция** — формулой $y = a^x$,

где $a \in (0;\ 1) \cup (1;\ +\infty)$, т.е. (на «языке неравенств») $\left[\begin{array}{l} 0 < a < 1, \\ 1 < a. \end{array}\right.$

# XIII.1. Логарифмическая функция: введение

Напомним, что **степенная функция** может быть задана формулой $y = x^\alpha$,

а **показательная функция** — формулой $y = a^x$,

где $a \in (0;\ 1) \cup (1;\ +\infty)$, т.е. (на «языке неравенств») $\left[\begin{array}{l} 0 < a < 1, \\ 1 < a. \end{array}\right.$

**Обратная функция** к степенной функции — это степенная функция.

# XIII.1. Логарифмическая функция: введение

Напомним, что **степенная функция** может быть задана формулой $y = x^\alpha$,

а **показательная функция** — формулой $y = a^x$,

где $a \in (0;\ 1) \cup (1;\ +\infty)$, т.е. (на «языке неравенств») $\left[\begin{array}{l} 0 < a < 1, \\ 1 < a. \end{array}\right.$

**Обратная функция** к степенной функции — это степенная функция.

**Обратная функция** к показательной функции ***не является показательной функцией.***

## XIII.2. Определение логарифмической функции

Напомним, что **степенная функция** может быть задана формулой $y = x^{\alpha}$,

а **показательная функция** — формулой $y = a^x$,

где $a \in (0;\ 1) \cup (1;\ +\infty)$, т.е. (на «языке неравенств») $\left[\begin{array}{l} 0 < a < 1, \\ 1 < a. \end{array}\right.$

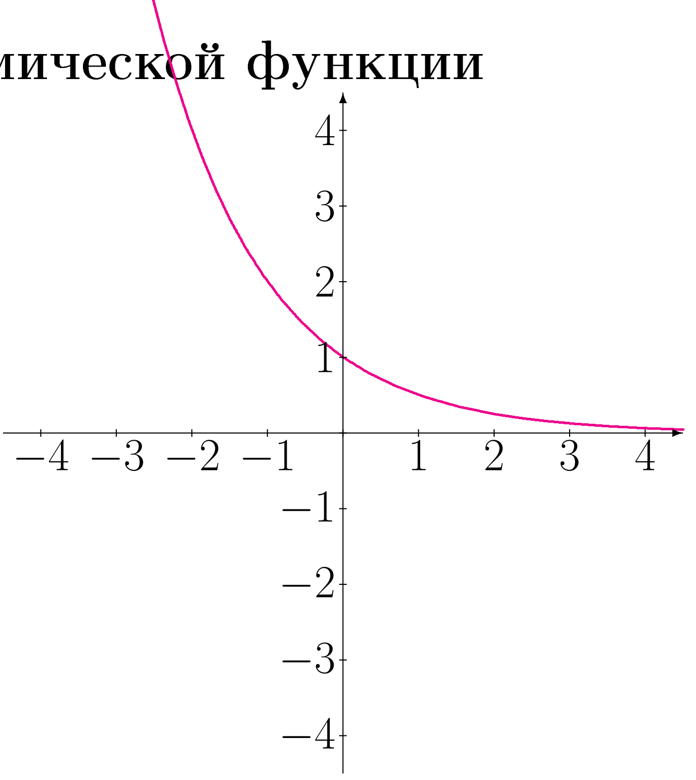
**Обратная функция** к степенной функции — это степенная функция.

**Обратная функция** к показательной функции ***не является показательной функцией.***

**Определение 28.** *Функция,* ***обратная*** *к показательной функции, называется* **логарифмической функцией**.

# XIII.3. График логарифмической функции

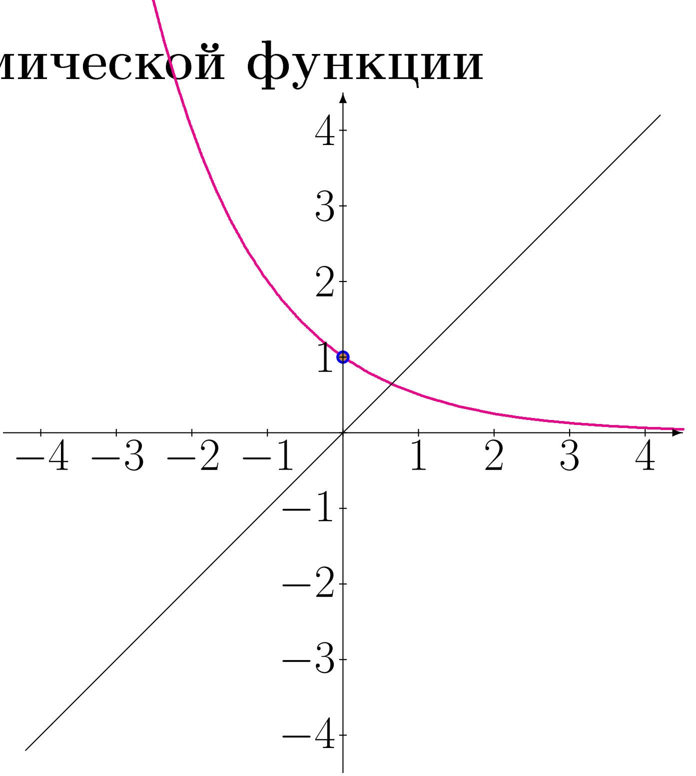
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.




Теперь построим график обратной функции.

# XIII.3. График логарифмической функции

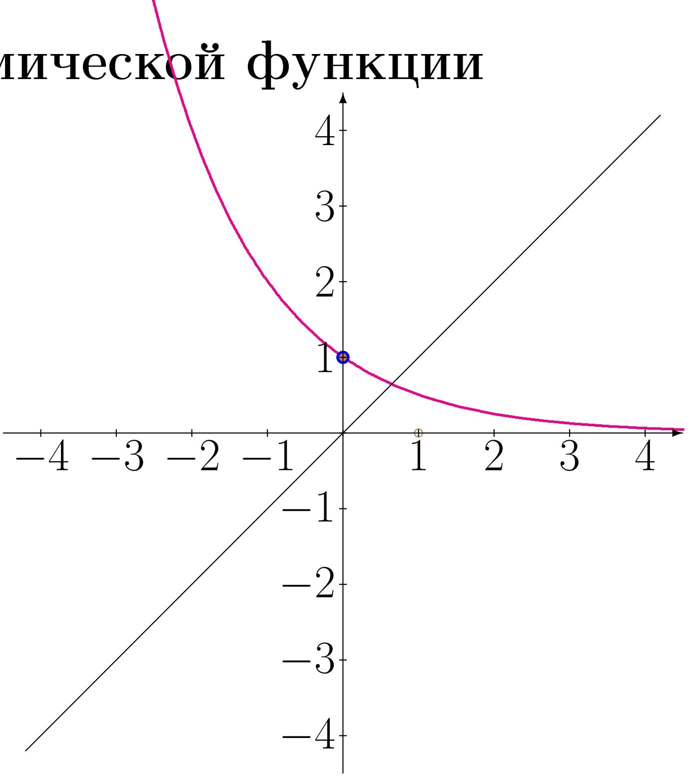
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ .




Теперь построим график обратной функции.

# XIII.3. График логарифмической функции

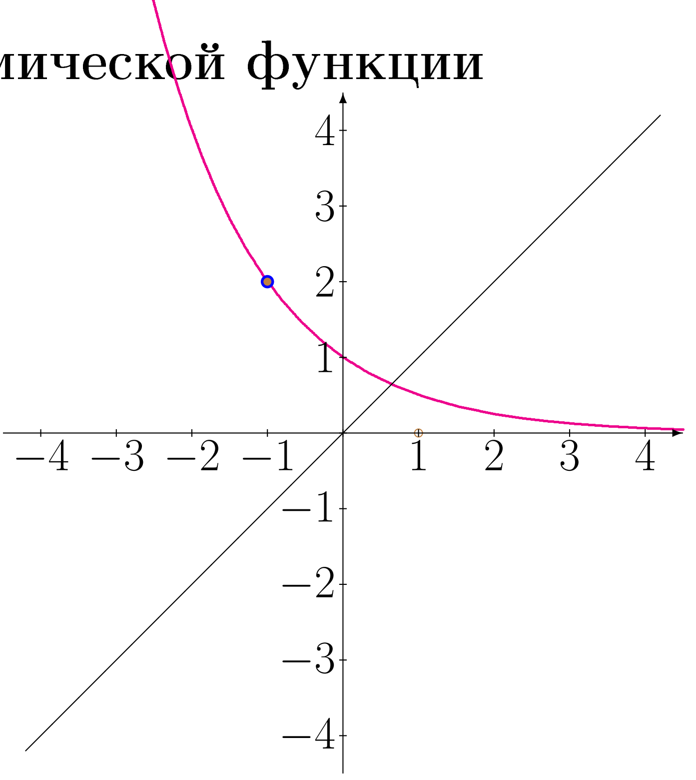
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.




Теперь построим график обратной функции.

# XIII.3. График логарифмической функции

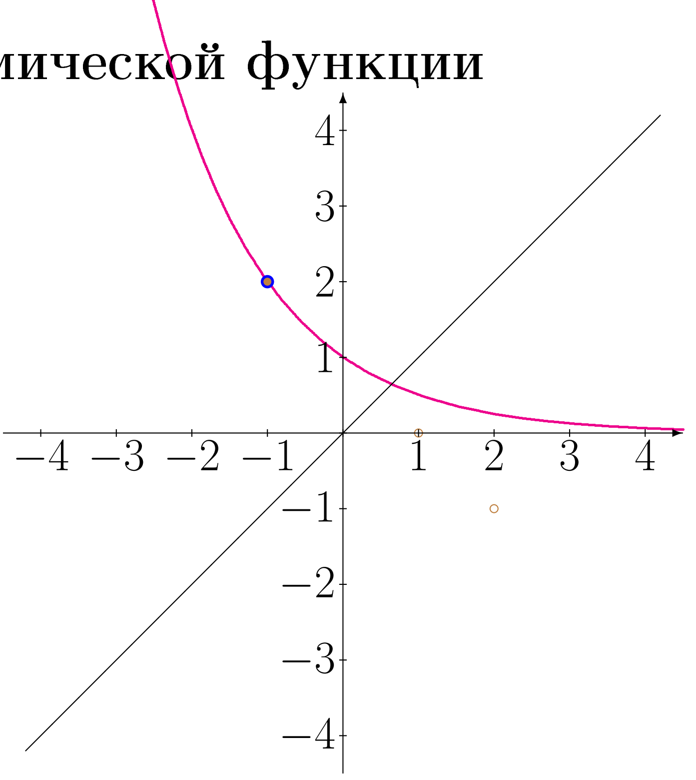
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.




Теперь построим график обратной функции.

# XIII.3. График логарифмической функции

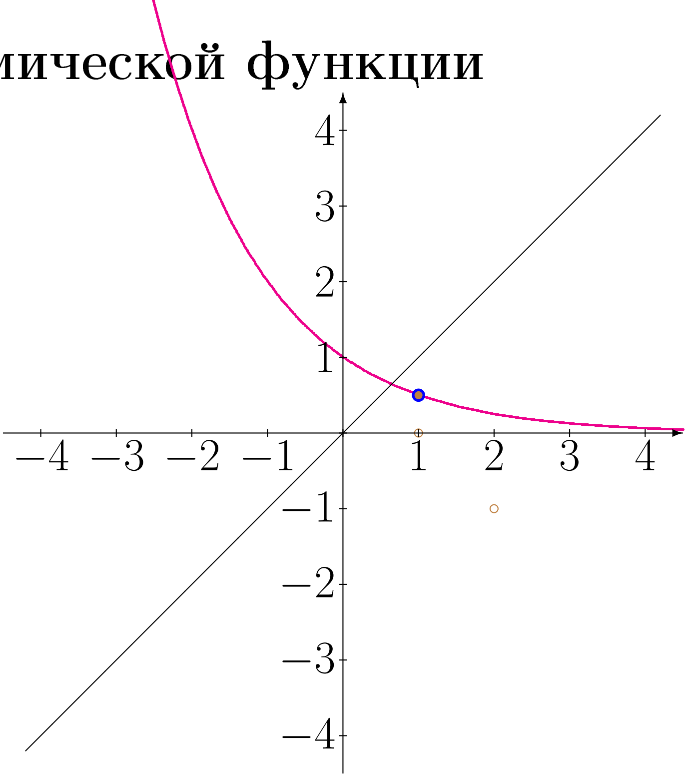
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.




Теперь построим график обратной функции.

# XIII.3. График логарифмической функции

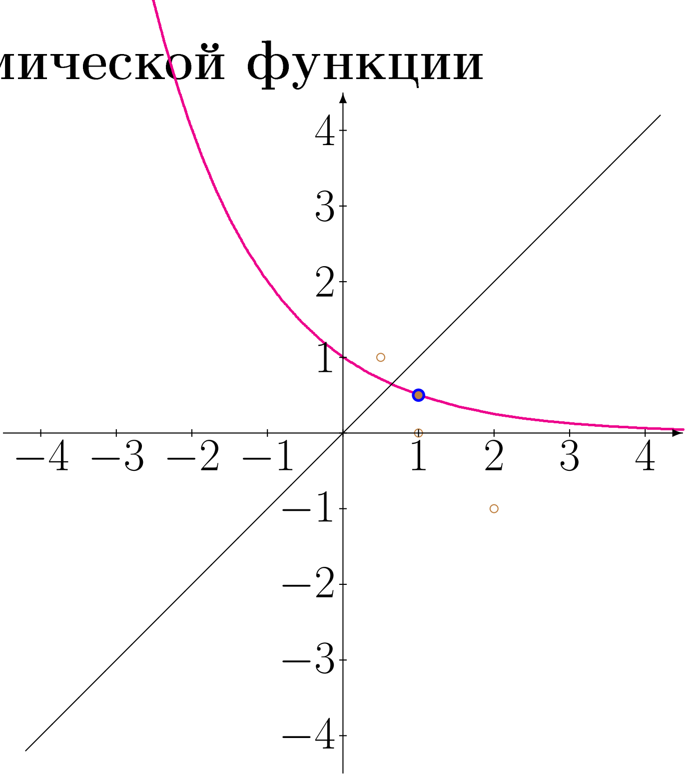
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.




Теперь построим график обратной функции.

# XIII.3. График логарифмической функции

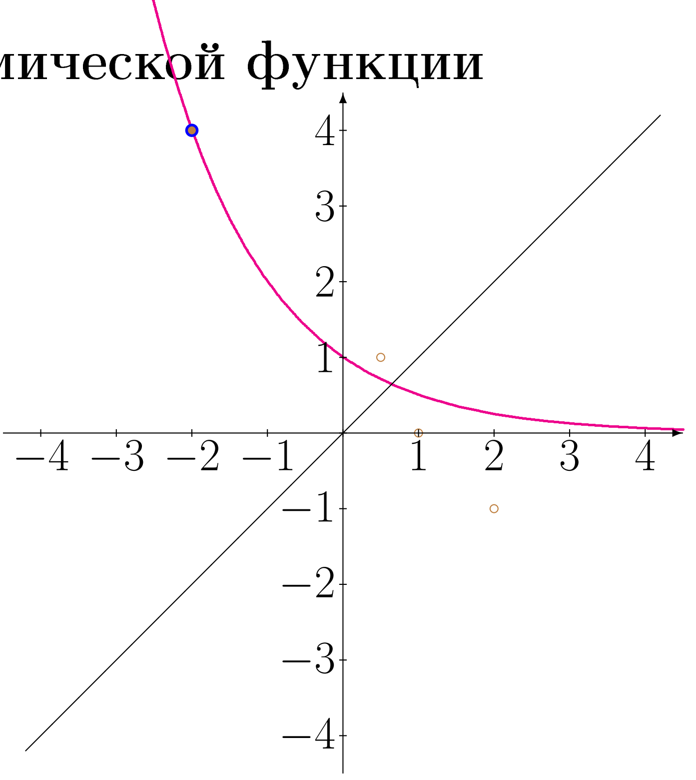
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.




Теперь построим график обратной функции.

# XIII.3. График логарифмической функции

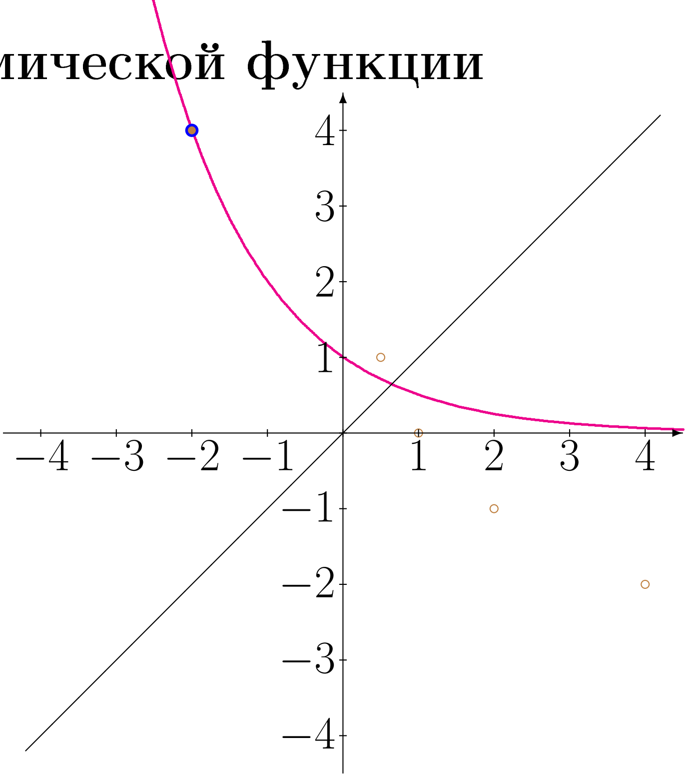
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.




Теперь построим график обратной функции.

# XIII.3. График логарифмической функции

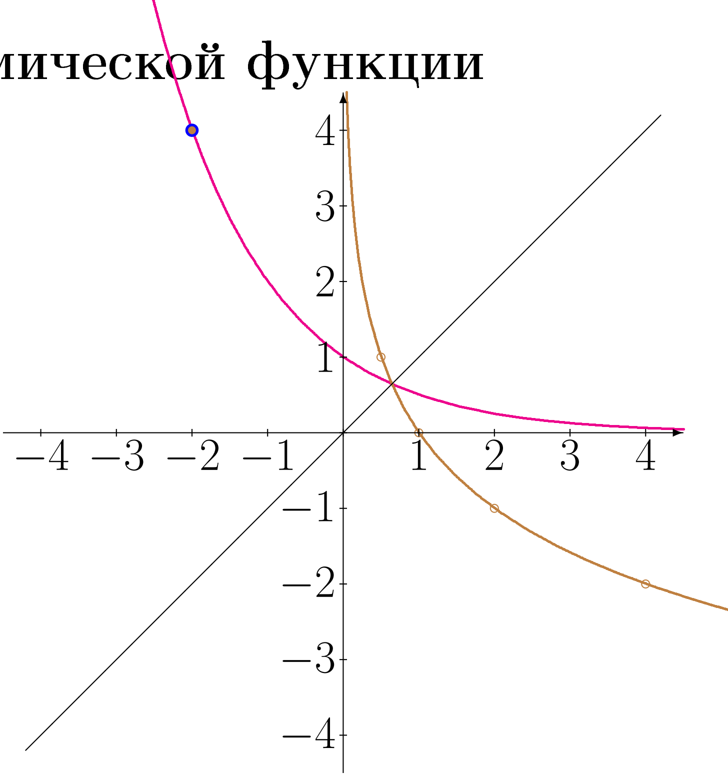
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.




Теперь построим график обратной функции.

# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

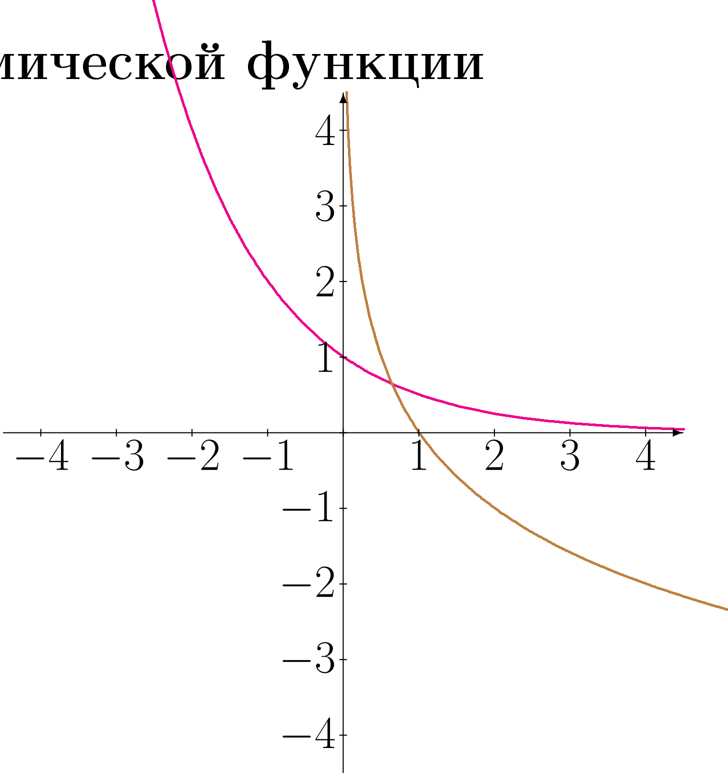



Теперь построим график обратной функции.

# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

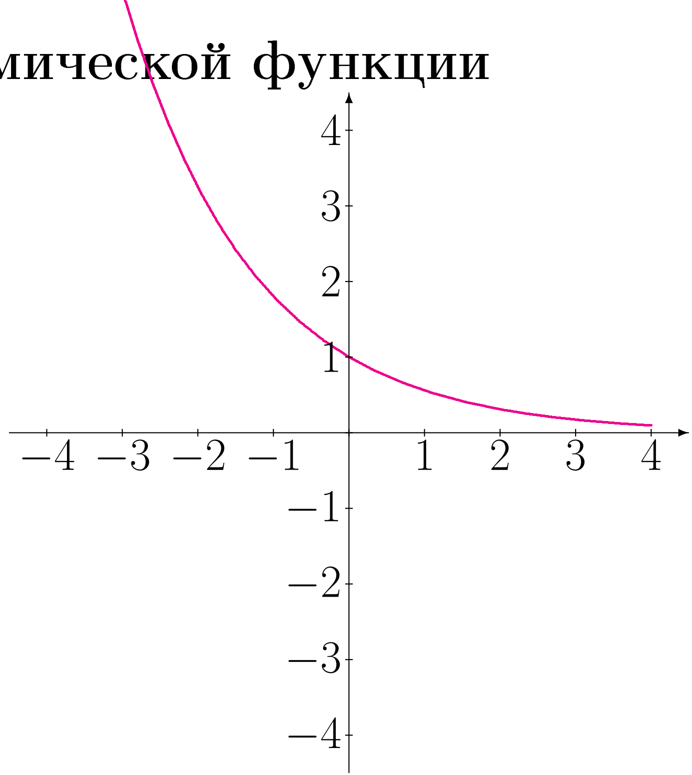
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/2} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{1,8}\right)^x$.

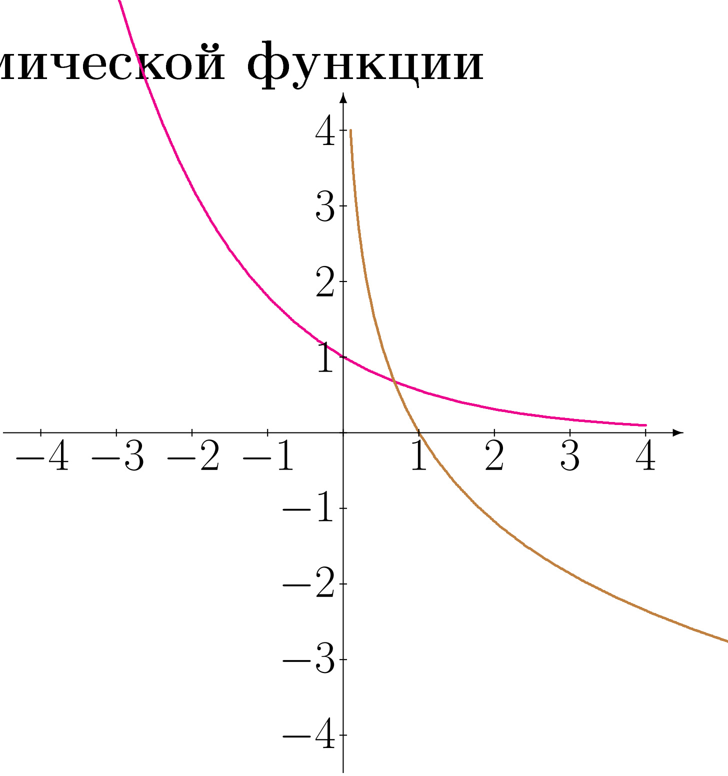
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,8} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{1,8}\right)^x$.

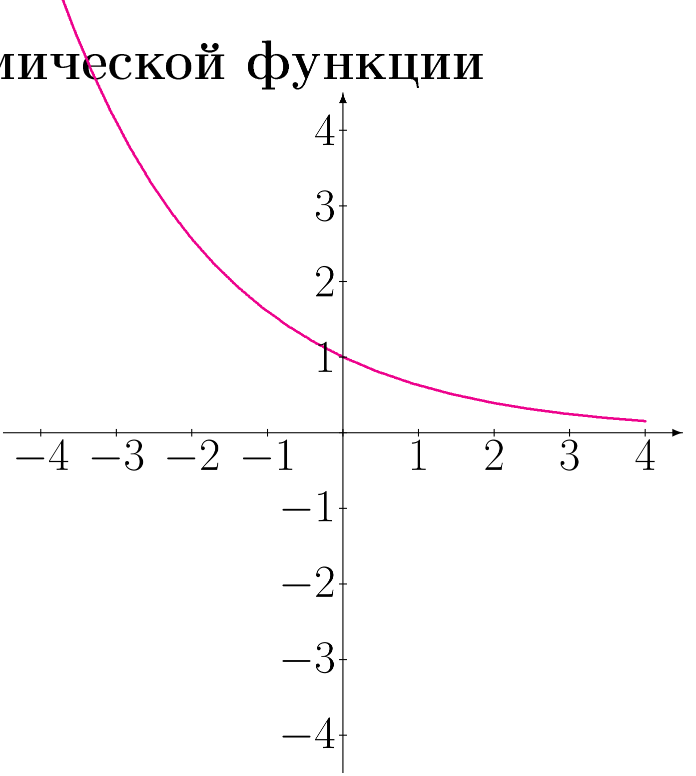
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,8} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{1,6}\right)^x$.

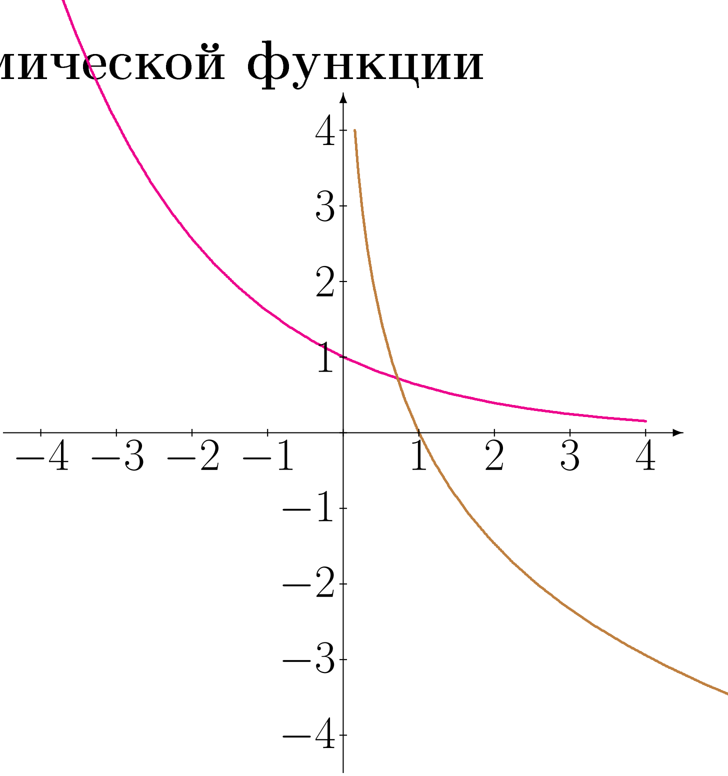
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,6} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{1,6}\right)^x$.

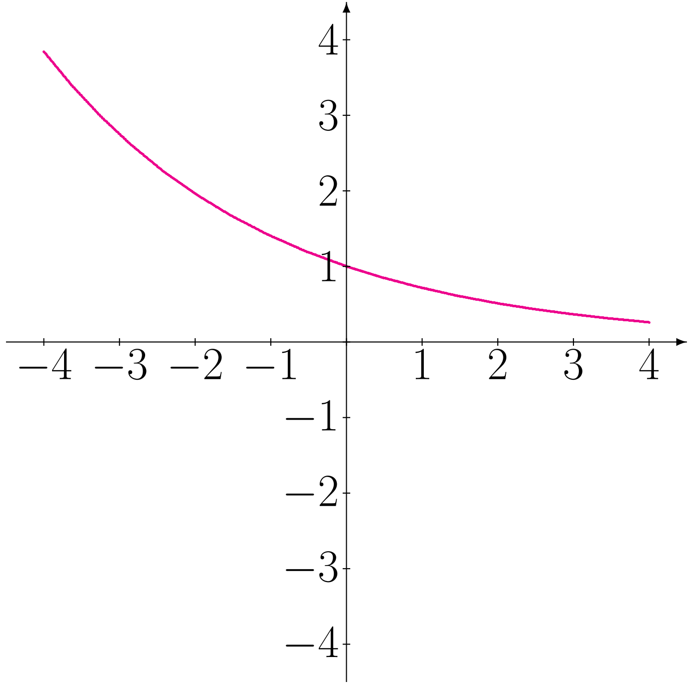
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,6} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{1,4}\right)^x$.

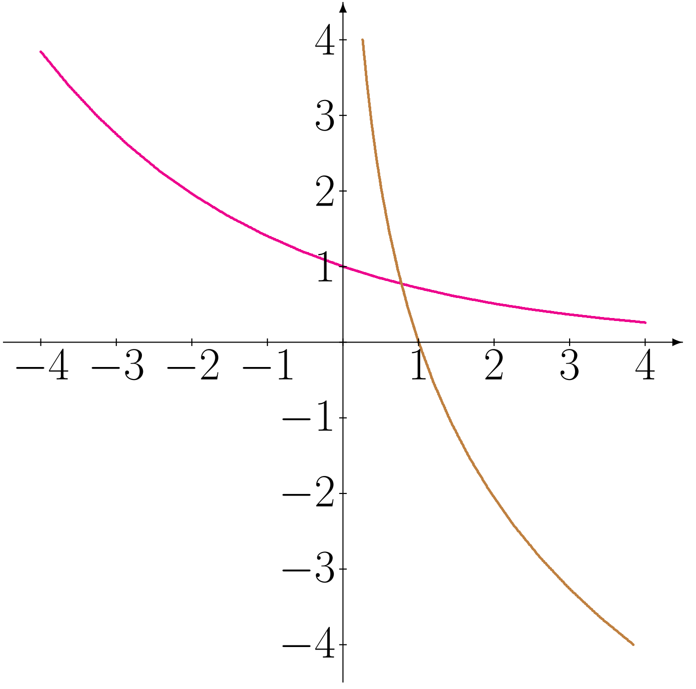
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,4} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\frac{1}{1,4}\right)^x$.

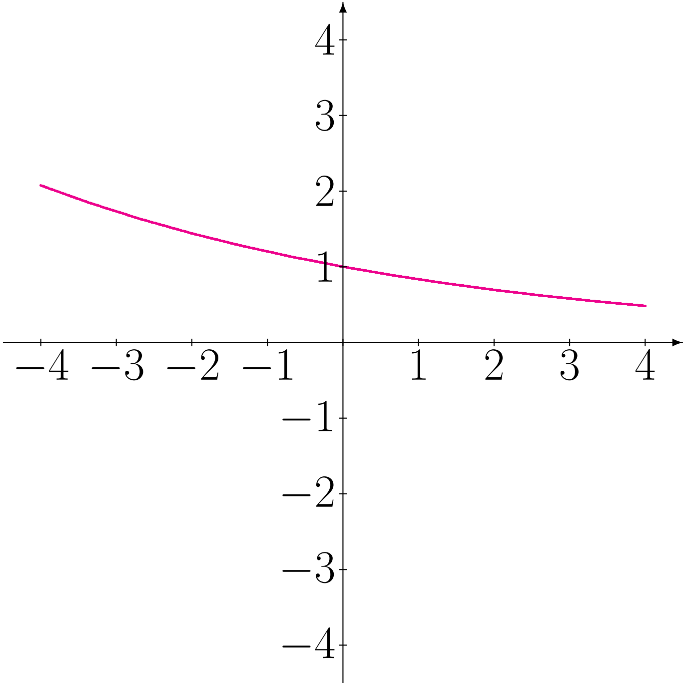
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,4} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{1,2}\right)^x$.

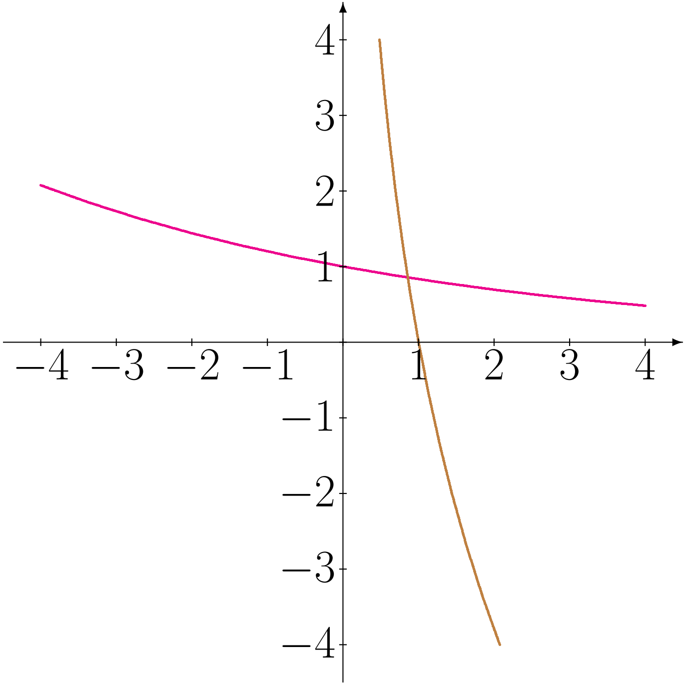
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,2} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = \left(\dfrac{1}{1,2}\right)^x$.

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,2} x$.

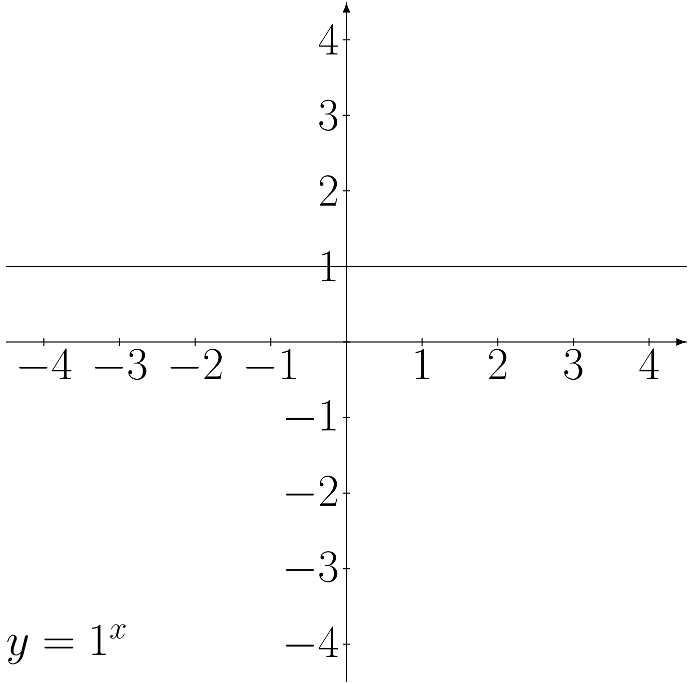


# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1^x$...

Но это не показательная функция!

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_1 x$... Такая функция не определена!

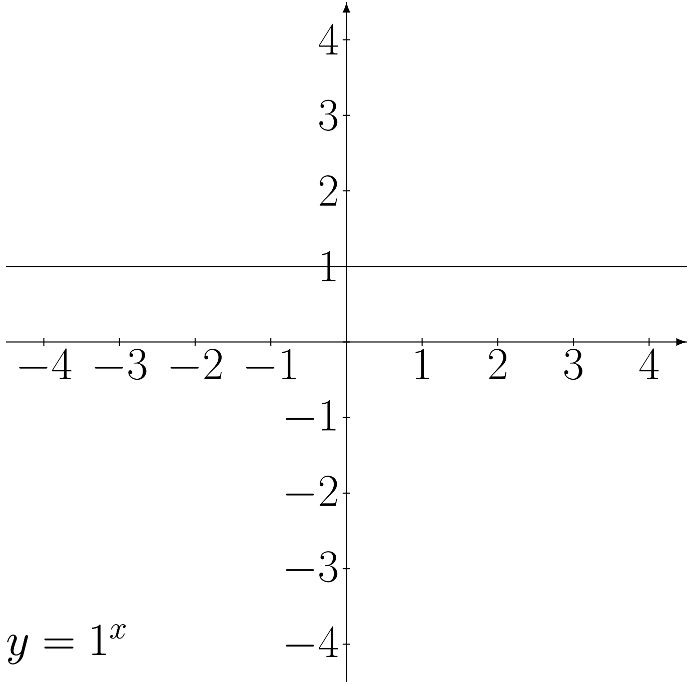


# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1^x$...

Но это не показательная функция!

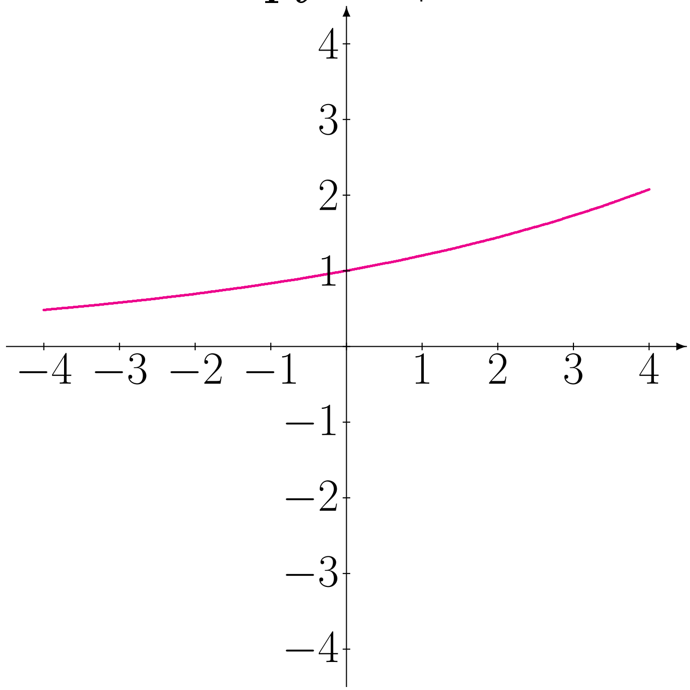
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_1 x$... Такая функция не определена!



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,2^x$.

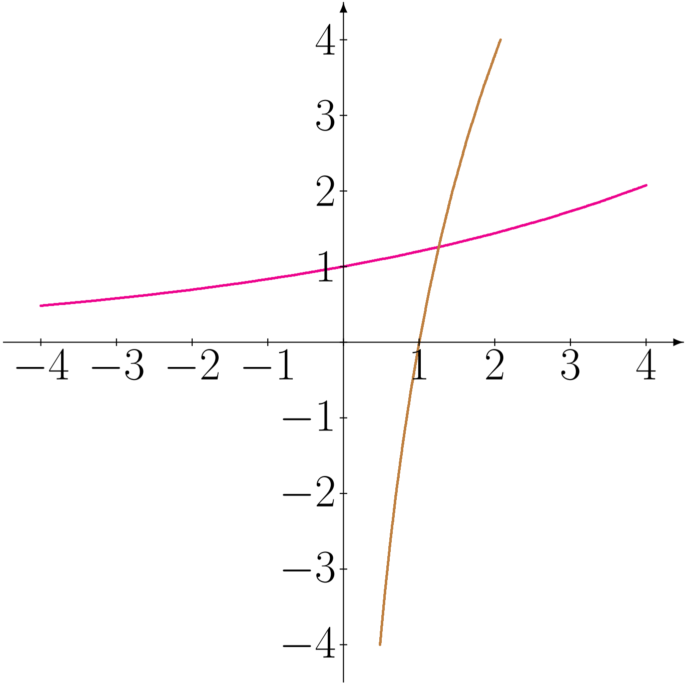
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,2} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,2^x$.

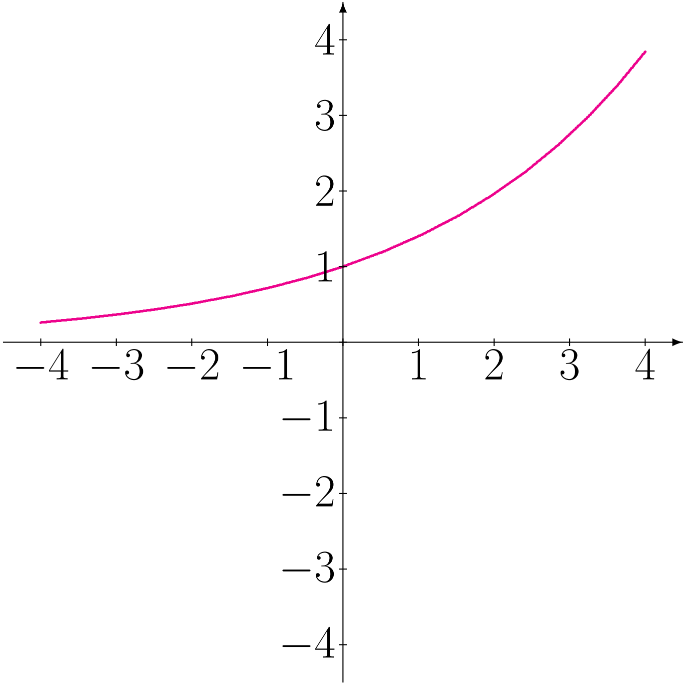
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,2} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,4^x$.

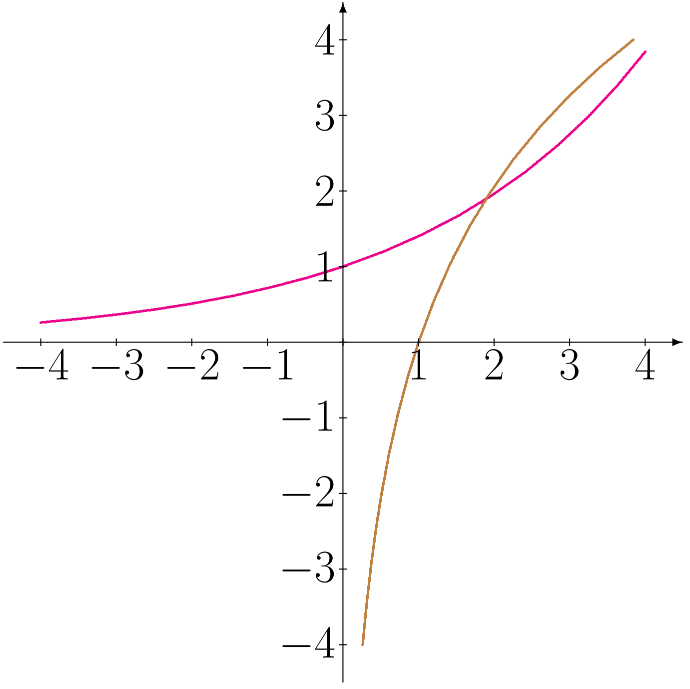
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,4} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,4^x$.

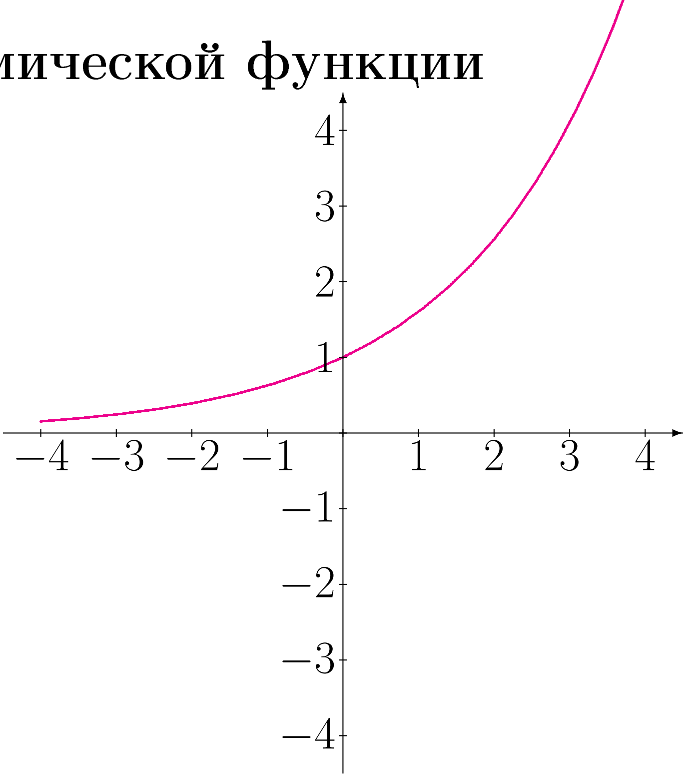
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,4} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,6^x$.

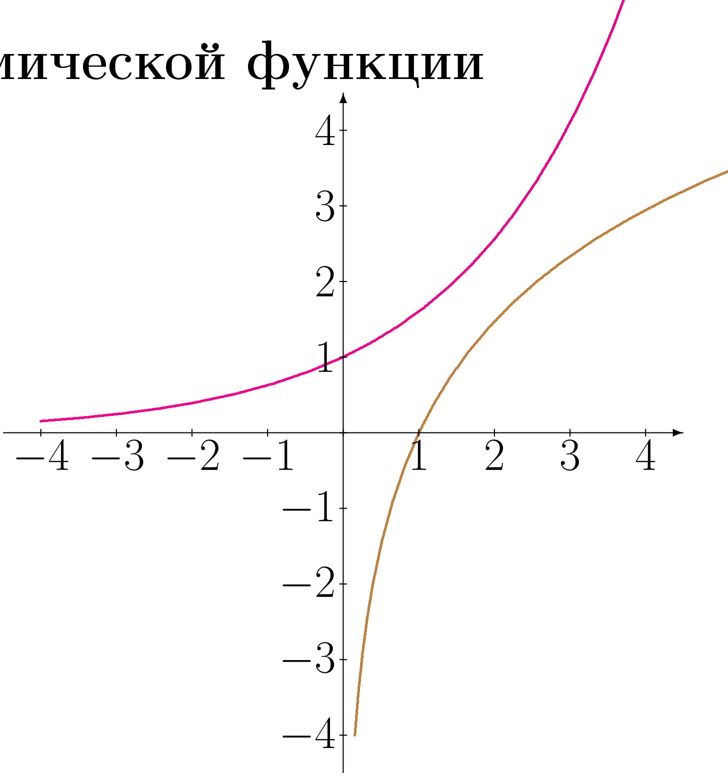
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,6} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,6^x$.

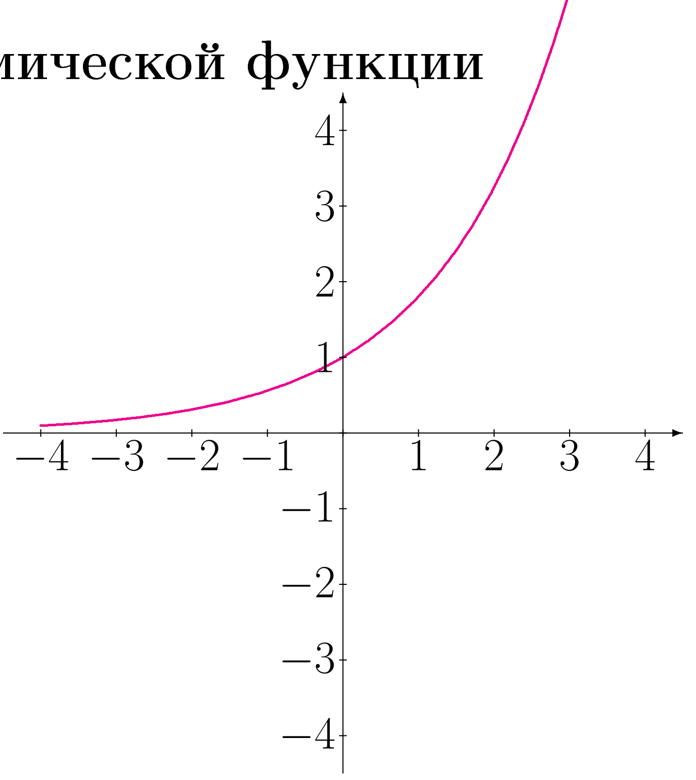
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,6} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,8^x$.

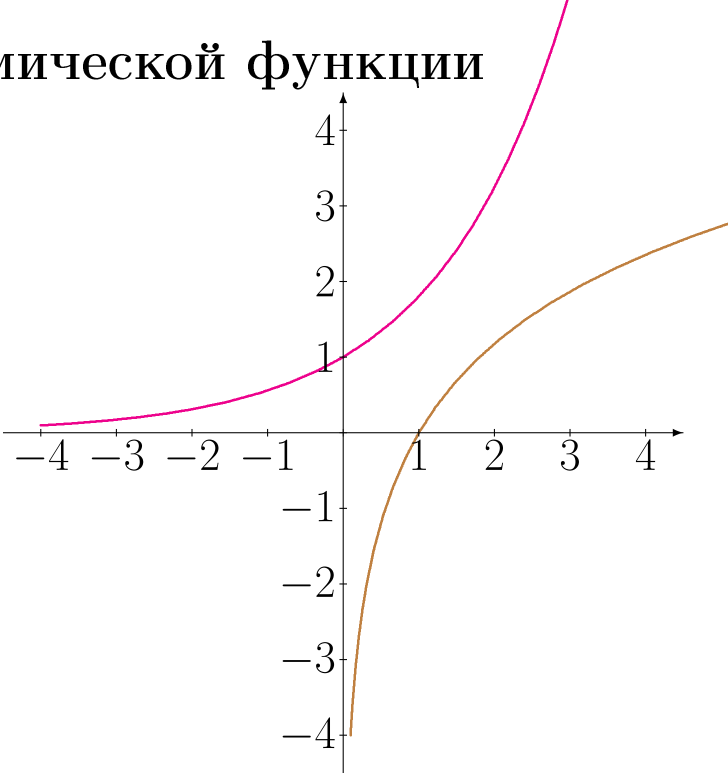
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,8} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 1,8^x$.

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,8} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

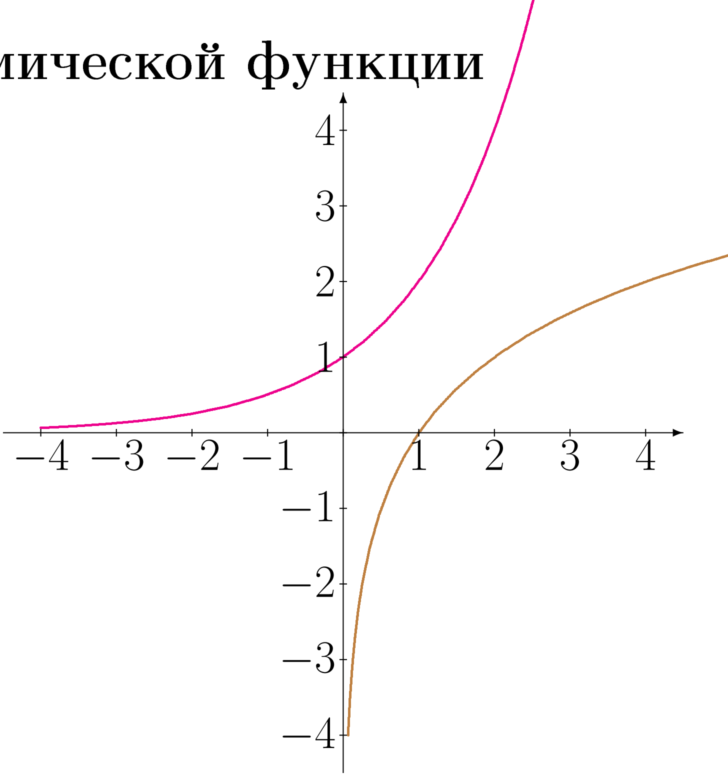
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 2^x$.

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_2 x$.

# XIII.3. График логарифмической функции

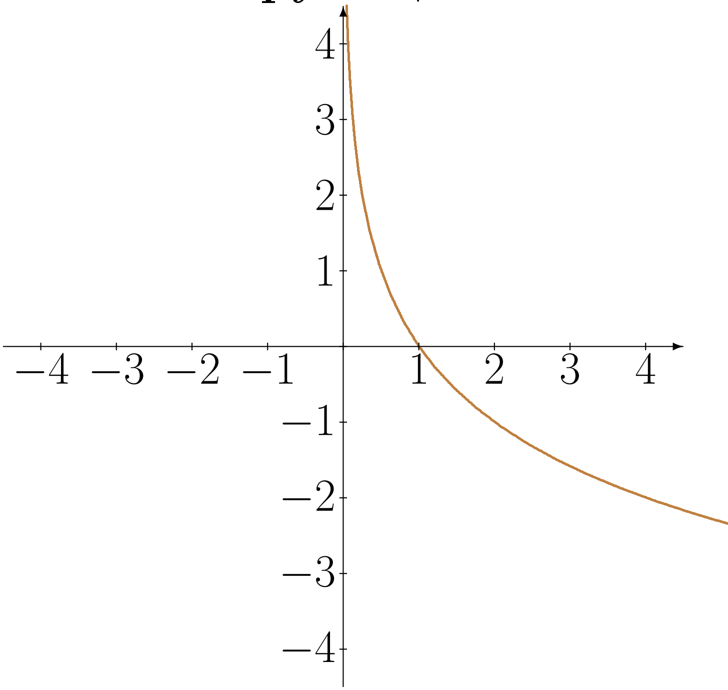
Построим график показательной функции, заданной формулой $y = 2^x$.

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_2 x$.



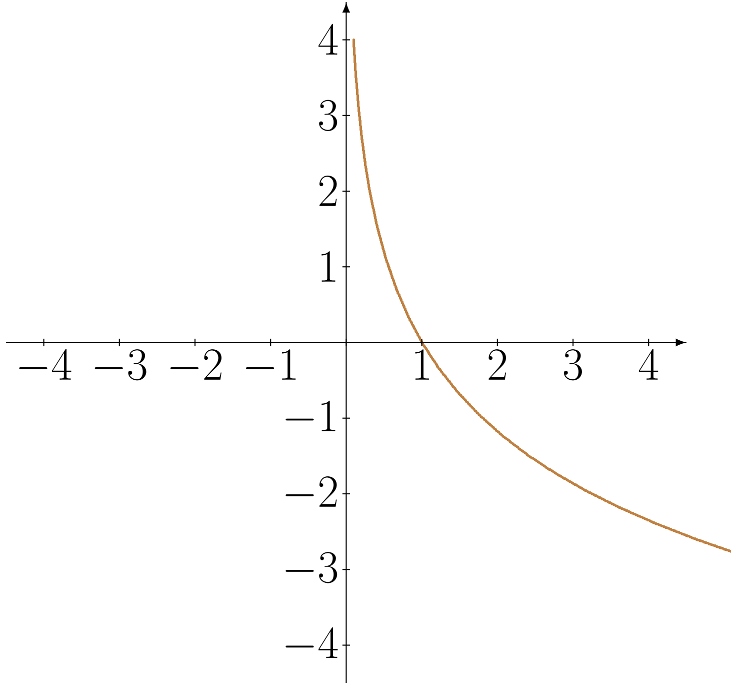
# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/2} x$.



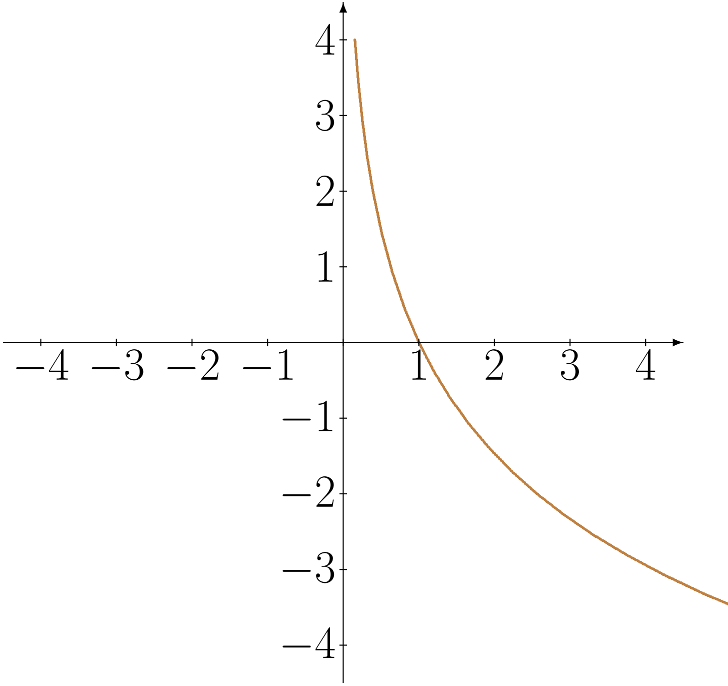
# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,8} x$.



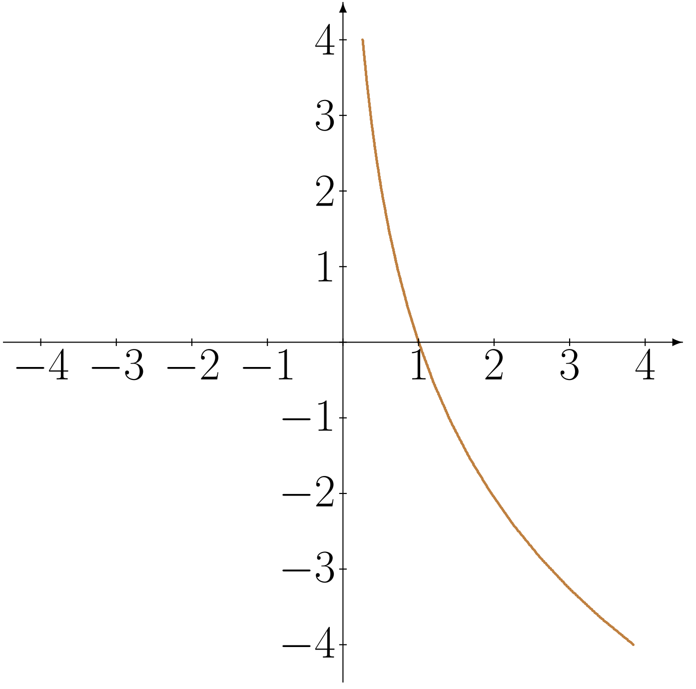
# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,6} x$.



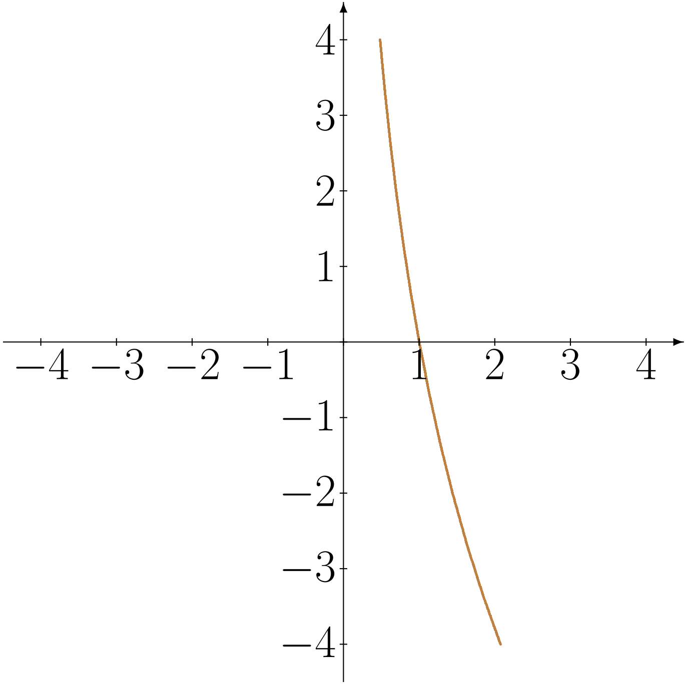
# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1{,}4} x$.



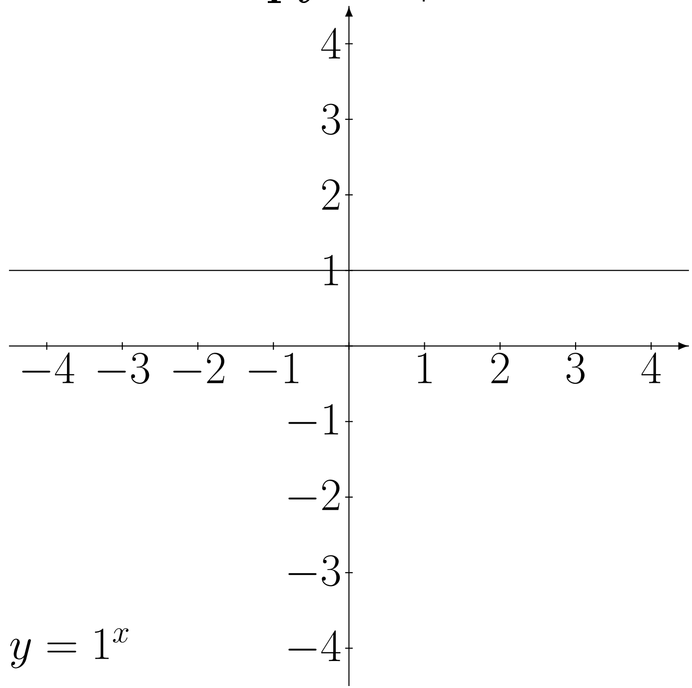
# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1{,}2} x$.



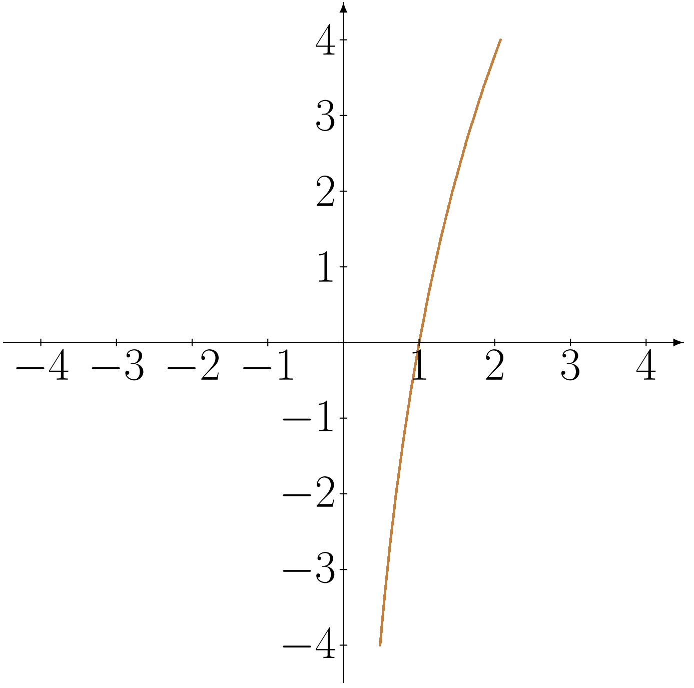
# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_1 x$... Такая функция не определена!



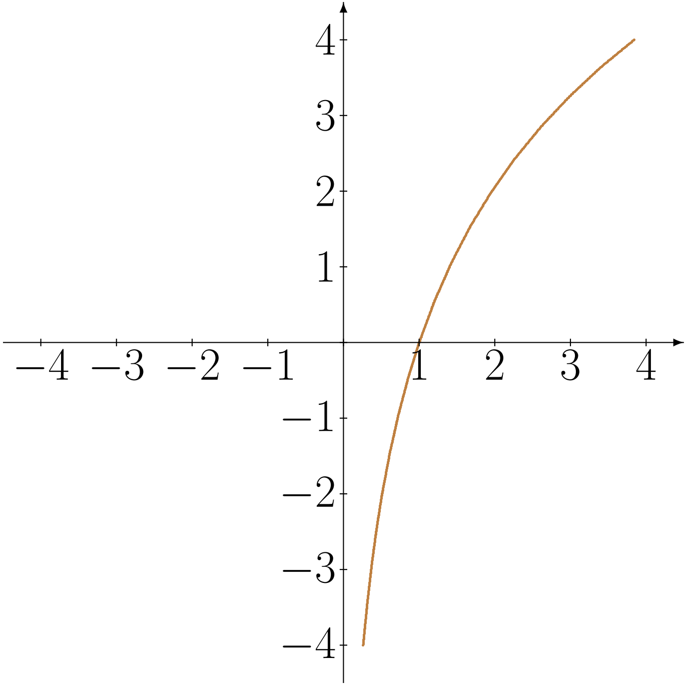
# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,2} x$.



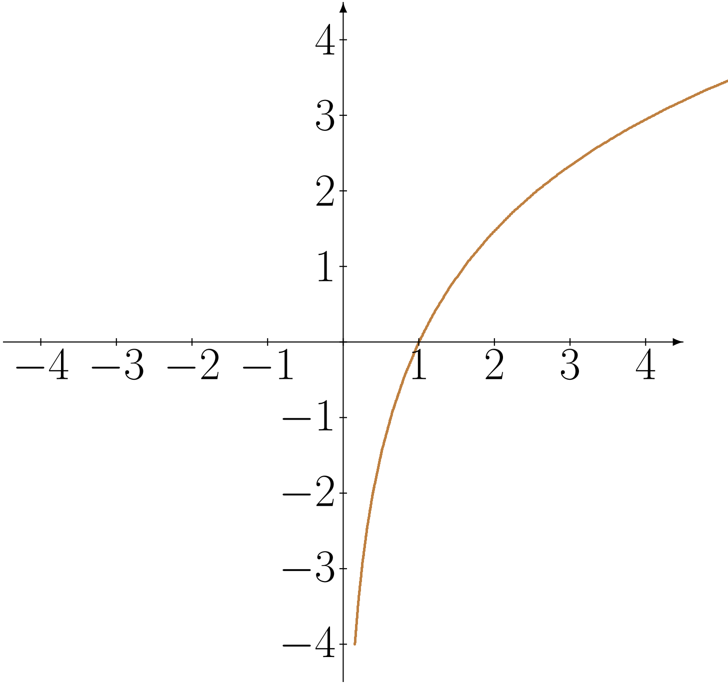
# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,4} x$.



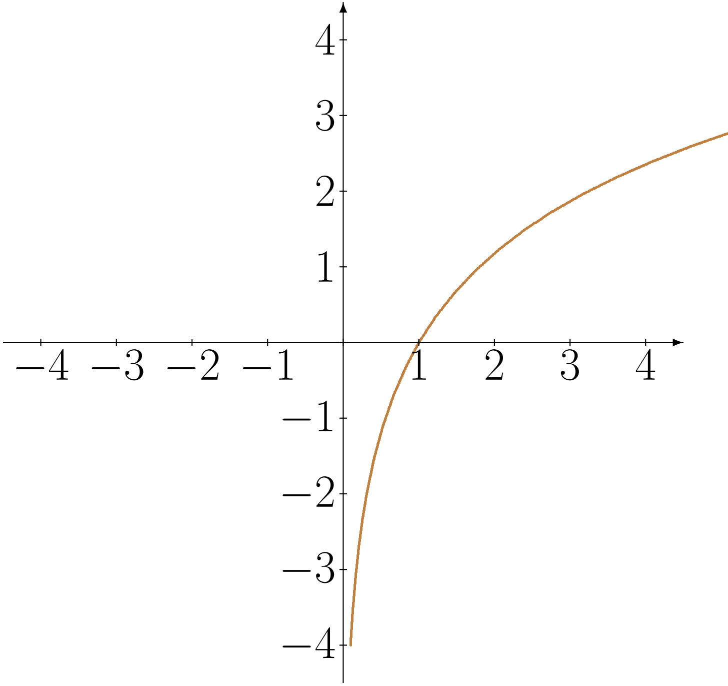
# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,6} x$.



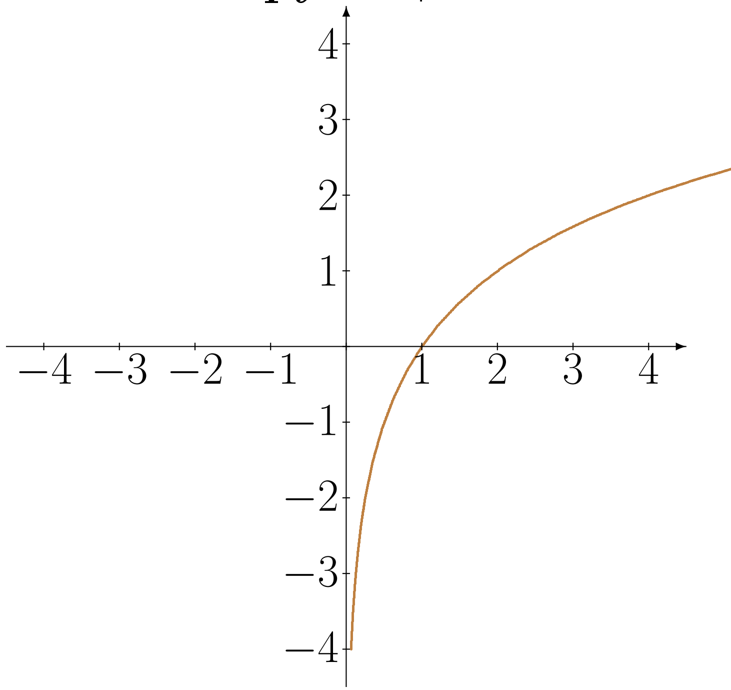
# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,8} x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

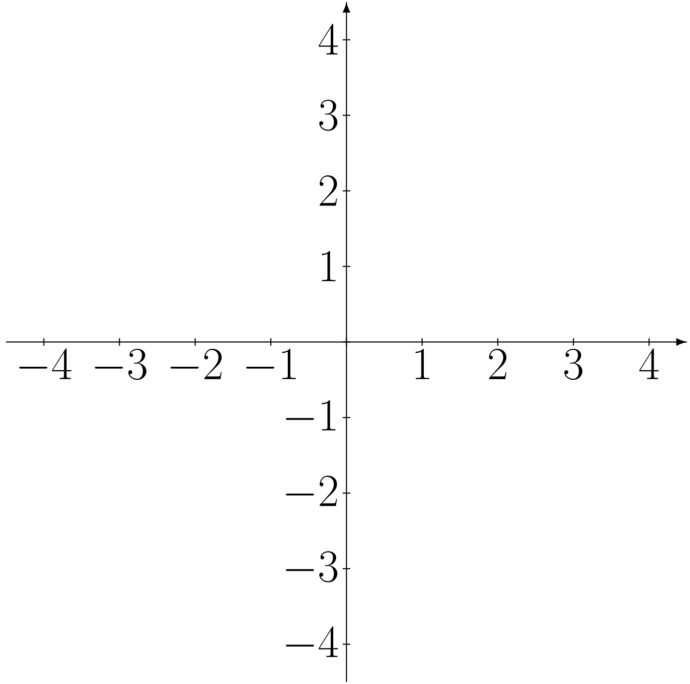
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_2 x$.



# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/2} x$.

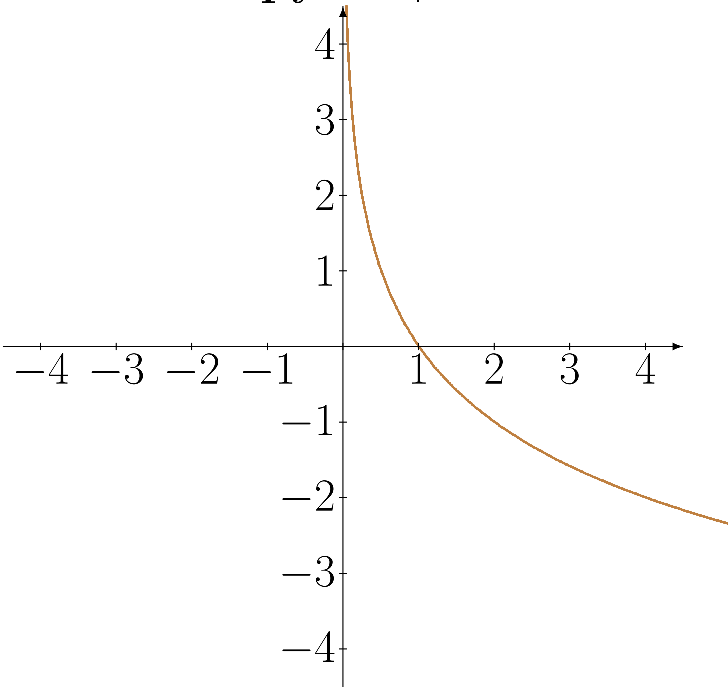
Проверьте себя...



# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/2} x$.

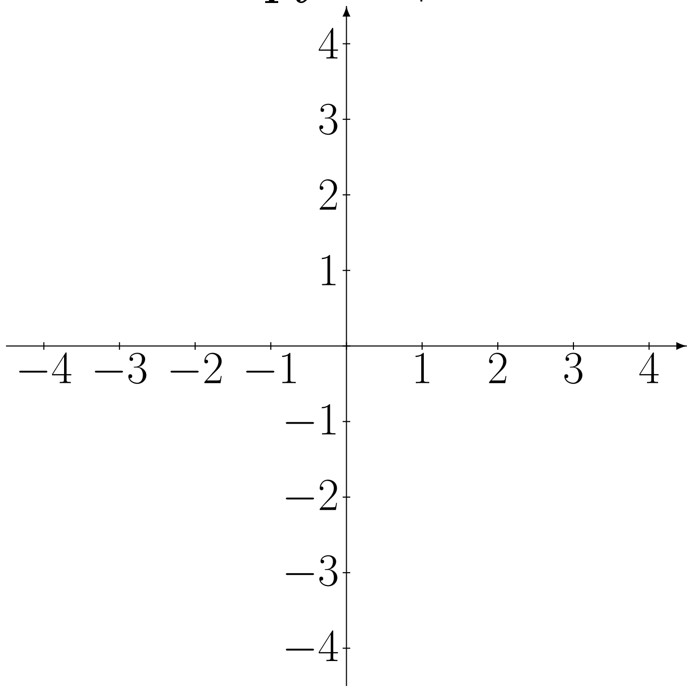
Проверьте себя...



# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_2 x$.

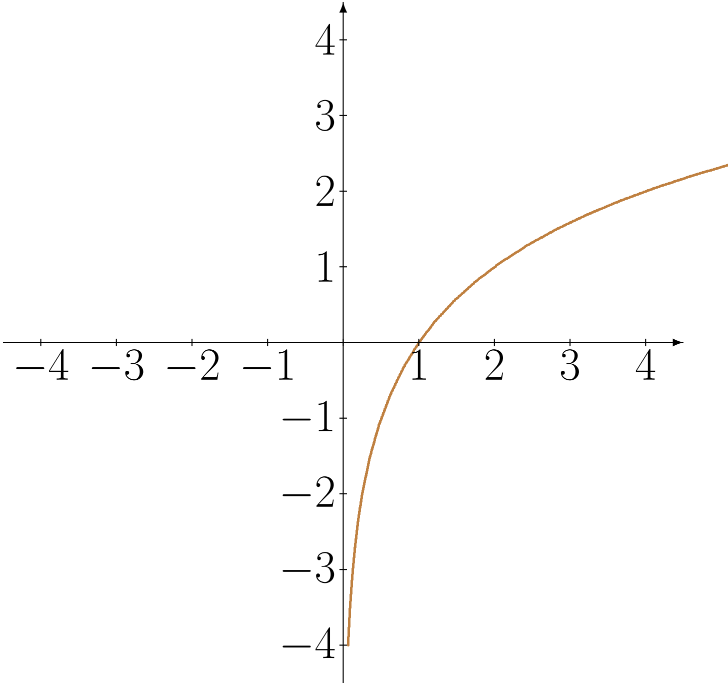
Проверьте себя...



## XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_2 x$.

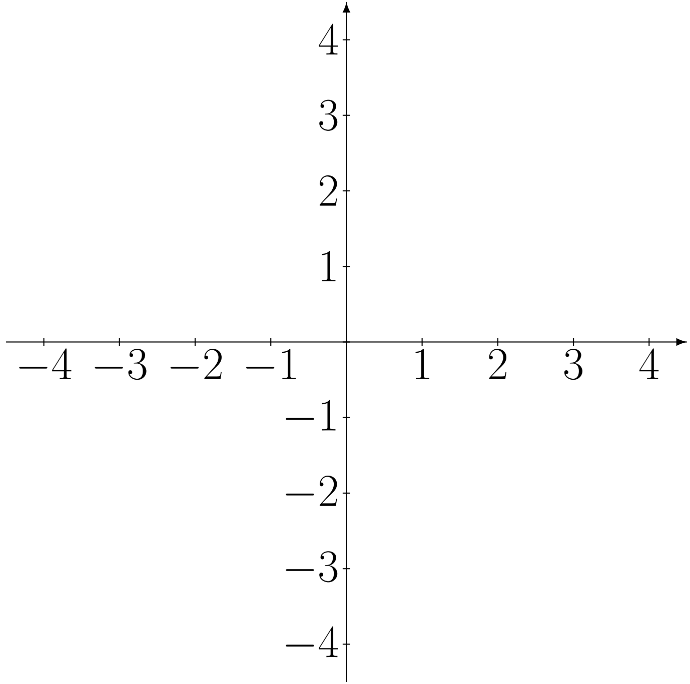
Проверьте себя...



# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,2} x$.

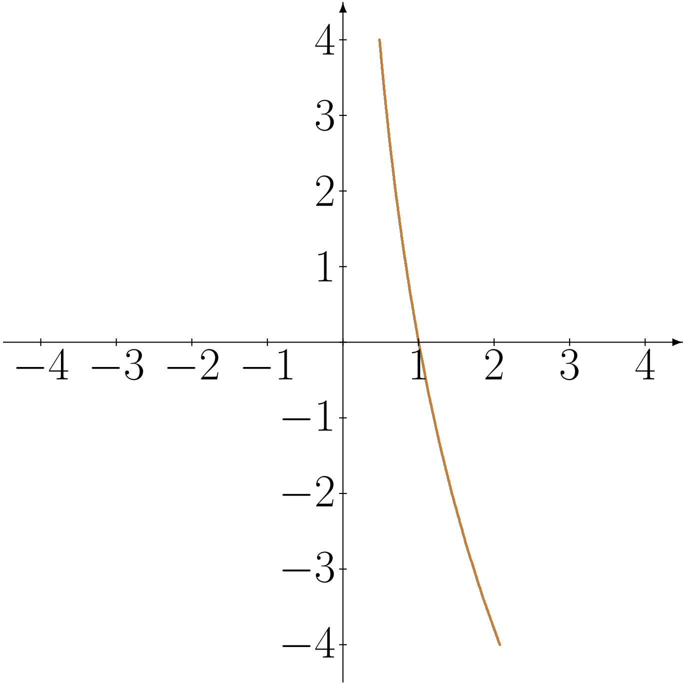
Проверьте себя...



# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,2} x$.

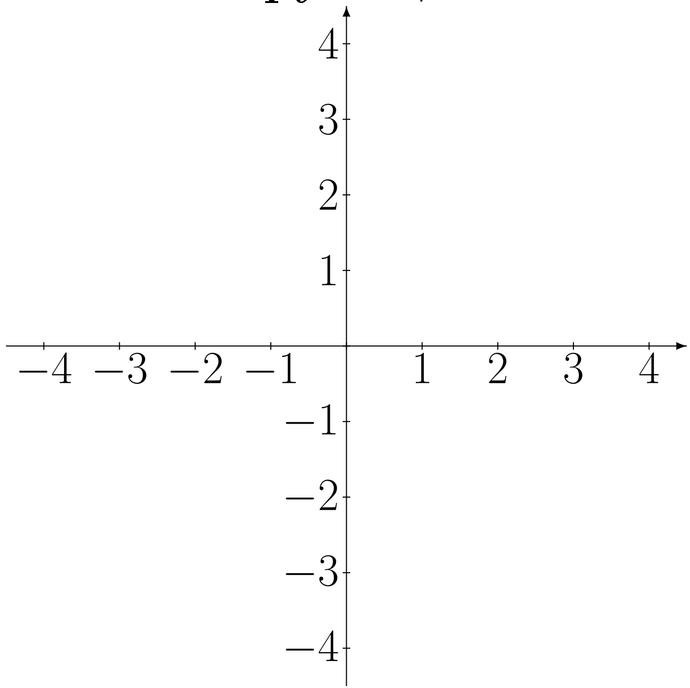
Проверьте себя...



# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_1 x$... Такая функция не определена!

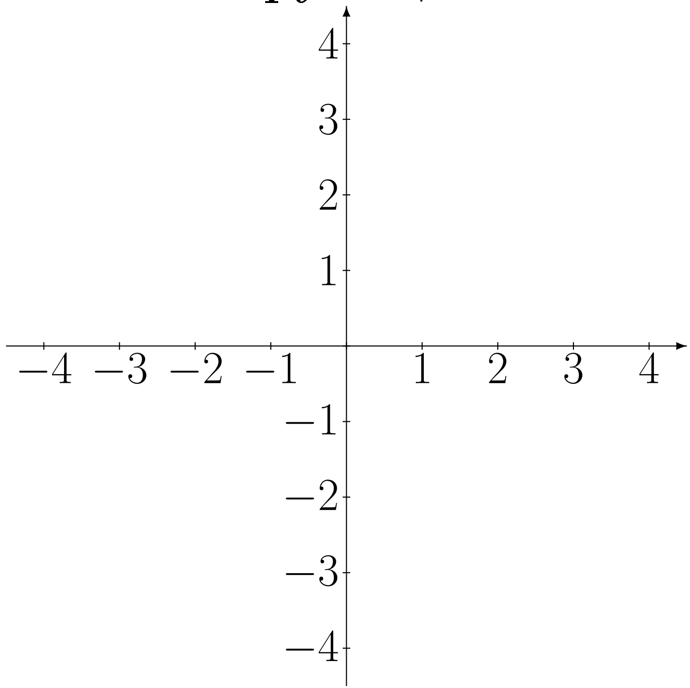
Проверьте себя...



# XIII.3. График логарифмической функции

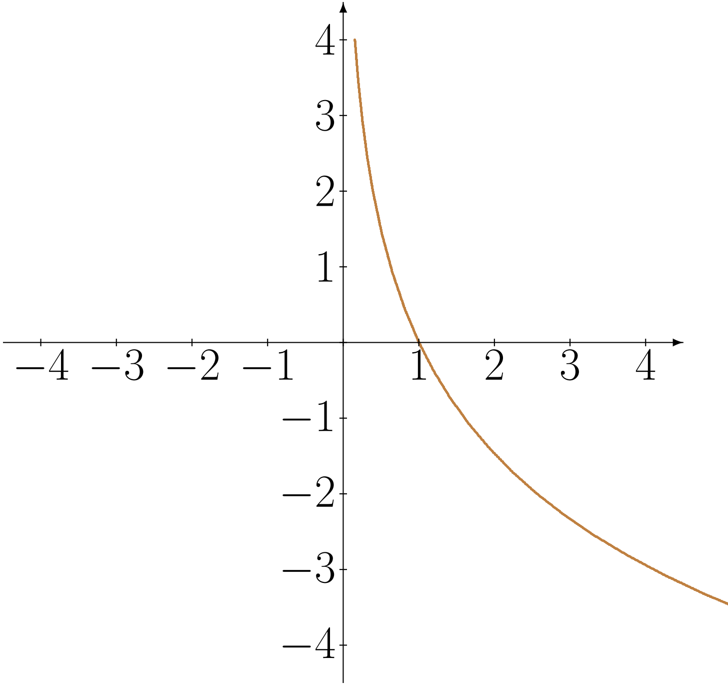
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,6} x$.

Проверьте себя...



# XIII.3. График логарифмической функции

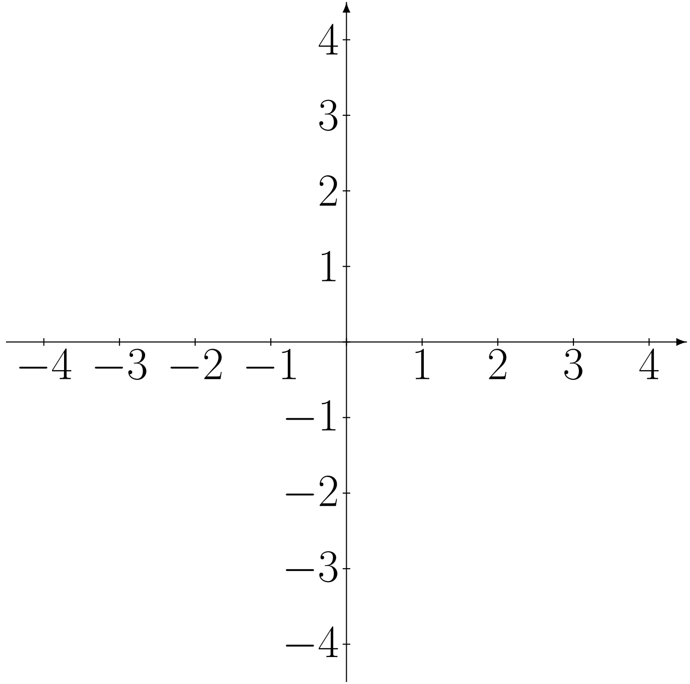
Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1/1,6} x$.




Проверьте себя...

# XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,4} x$.

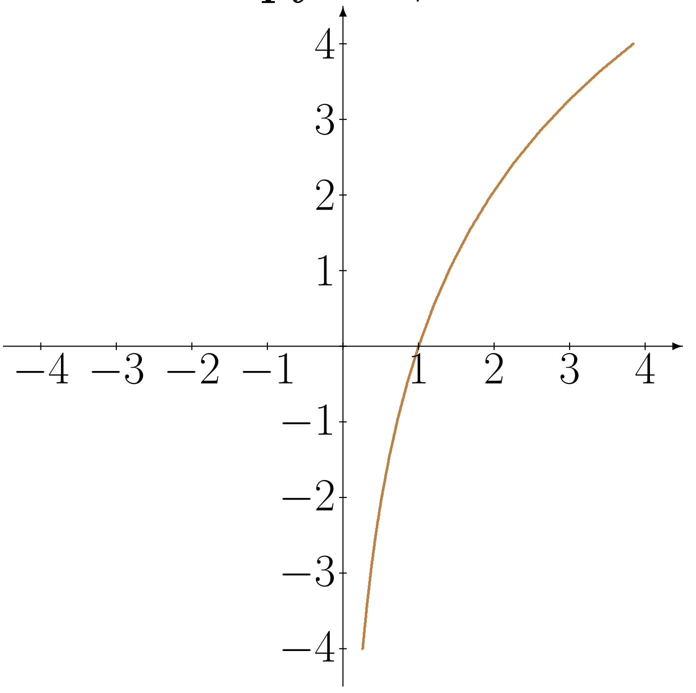



Проверьте себя...

## XIII.3. График логарифмической функции

Получаем график логарифмической функции, заданной формулой $y = \log_{1,4} x$.

Проверьте себя...



## XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

1) **Логарифмом** *числа $x$ по основанию $a$ называется такое число $b$, что $a^b = x$.*

## XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

1) **Логарифмом** *числа* $x$ *по основанию* $a$ *называется такое число* $b$, *что* $a^b = x$.

2) Показательная функция $a^x$ определена только для положительных $a$, поэтому *основание логарифма должно быть положительным числом*, отличным от 1.

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

1) **Логарифмом** *числа* $x$ *по основанию* $a$ *называется такое число* $b$, *что* $a^b = x$.

2) Показательная функция $a^x$ определена только для положительных $a$, поэтому *основание логарифма должно быть положительным числом*, отличным от 1.

3) Так как $a^b > 0$ для любого $b$, то *область определения логарифма — все положительные числа.*

## XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

1) **Логарифмом** *числа* $x$ *по основанию* $a$ *называется такое число* $b$, *что* $a^b = x$.

2) Показательная функция $a^x$ определена только для положительных $a$, поэтому *основание логарифма должно быть положительным числом*, отличным от 1.

3) Так как $a^b > 0$ для любого $b$, то *область определения логарифма — все положительные числа.*

4) При $0 < a < 1$ показательная и логарифмическая функции являются убывающими.

## XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

1) **Логарифмом** *числа* $x$ *по основанию* $a$ *называется такое число* $b$*, что* $a^b = x$.

2) Показательная функция $a^x$ определена только для положительных $a$, поэтому *основание логарифма должно быть положительным числом*, отличным от 1.

3) Так как $a^b > 0$ для любого $b$, то *область определения логарифма — все положительные числа.*

4) При $0 < a < 1$ показательная и логарифмическая функции являются убывающими.

5) При $a > 1$ показательная и логарифмическая функции являются возрастающими.

## XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

$6)$ Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha =$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha =$

$$= x^\alpha =$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha =$

$$a^{\log_a (x^\alpha)} = x^\alpha =$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha =$

$$a^{\log_a (x^\alpha)} = x^\alpha = \left(a^{\log_a x}\right)^\alpha =$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha =$

$$a^{\log_a (x^\alpha)} = x^\alpha = \left(a^{\log_a x}\right)^\alpha = a^{\alpha \log_a x}.$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

$$a^{\log_a (x^\alpha)} = x^\alpha = \left(a^{\log_a x}\right)^\alpha = a^{\alpha \log_a x}.$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) =$

## XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) =$

$$= xy =$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^{\alpha} = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) =$

$$a^{\log_a xy} = xy =$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) =$

$$a^{\log_a xy} = xy = a^{\log_a x} \cdot a^{\log_a y} =$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) =$

$$a^{\log_a xy} = xy = a^{\log_a x} \cdot a^{\log_a y} = a^{\log_a x + \log_a y}.$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

$$a^{\log_a xy} = xy = a^{\log_a x} \cdot a^{\log_a y} = a^{\log_a x + \log_a y}.$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) =$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) =$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) =$$

## XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) =$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a \left(x \cdot y^{-1}\right) =$$

## XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) =$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a \left(x \cdot y^{-1}\right) = \log_a x - \log_a y.$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$;

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a \left(x \cdot y^{-1}\right) = \log_a x - \log_a y.$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$$\boxed{x>0, \quad y>0, \quad 1\neq a>0, \quad 1\neq b>0, \quad 1\neq c>0}.$$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$;

**д)** $\log_a x = \dfrac{\log_c x}{\log_c a}$.

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$;

**д)** $\log_a x = \dfrac{\log_c x}{\log_c a}$. В частности, $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$.

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$;

**д)** $\log_a x = \dfrac{\log_c x}{\log_c a}$. В частности, $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$.

**е)** $\log_{(a^\alpha)} x =$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$;

**д)** $\log_a x = \dfrac{\log_c x}{\log_c a}$. В частности, $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$.

**е)** $\log_{(a^\alpha)} x =$

$$\log_{(a^\alpha)} x =$$

## XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$;

**д)** $\log_a x = \dfrac{\log_c x}{\log_c a}$. В частности, $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$.

**е)** $\log_{(a^\alpha)} x =$

$$\log_{(a^\alpha)} x = \frac{\log_a x}{\log_a a^\alpha} =$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$;

**д)** $\log_a x = \dfrac{\log_c x}{\log_c a}$. В частности, $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$.

**е)** $\log_{(a^\alpha)} x =$

$$\log_{(a^\alpha)} x = \frac{\log_a x}{\log_a a^\alpha} = \frac{\log_a x}{\alpha} =$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$;

**д)** $\log_a x = \dfrac{\log_c x}{\log_c a}$. В частности, $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$.

**е)** $\log_{(a^\alpha)} x =$

$$\log_{(a^\alpha)} x = \frac{\log_a x}{\log_a a^\alpha} = \frac{\log_a x}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} \log_a x.$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}$.

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$;

**д)** $\log_a x = \dfrac{\log_c x}{\log_c a}$. В частности, $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$.

**е)** $\log_{(a^\alpha)} x = \dfrac{1}{\alpha} \log_a x$.

$$\log_{(a^\alpha)} x = \frac{\log_a x}{\log_a a^\alpha} = \frac{\log_a x}{\alpha} = \frac{1}{\alpha} \log_a x.$$

# XIII.4. Свойства логарифма и логарифмической функции

6) Внимание! Эти соотношения справедливы только в предположении, что выполняются следующие условия:

$$\boxed{x > 0, \quad y > 0, \quad 1 \neq a > 0, \quad 1 \neq b > 0, \quad 1 \neq c > 0}.$$

**а)** $a^{\log_a x} \equiv x$ (основное логарифмическое тождество);

**б)** $\log_a x^\alpha = \alpha \cdot \log_a x$;

**в)** $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$;

**г)** $\log_a \left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$;

**д)** $\log_a x = \dfrac{\log_c x}{\log_c a}$. В частности, $\log_a c = \dfrac{1}{\log_c a}$.

**е)** $\log_{(a^\alpha)} x = \dfrac{1}{\alpha} \log_a x$.

Не забудьте про вышеперечисленные условия!

**Пример 11.** *Покажите, что значением выражения* $(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2$ *является натуральное число.*

**Решение.**

**Пример 11.** *Покажите, что значением выражения* $(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2$ *является натуральное число.*

**Решение.** Используем **свойства логарифма:**

$$(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2 =$$

**Пример 11.** *Покажите, что значением выражения* $(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2$ *является натуральное число.*

**Решение.** Используем **свойства логарифма:**

$$(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2 =$$

$$= \left(\log_{(2^2)}\left(3^2\right) + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \log_{(3^2)}\left(2^2\right)\right)^2 =$$

**Пример 11.** *Покажите, что значением выражения* $(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2$ *является натуральное число.*

**Решение.** Используем **свойства логарифма:**

$$(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2 =$$

$$= \left(\log_{(2^2)}\left(3^2\right) + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \log_{(3^2)}\left(2^2\right)\right)^2 =$$

$$= \left(2\log_{(2^2)} 3 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - 2\log_{(3^2)} 2\right)^2 =$$

**Пример 11.** *Покажите, что значением выражения* $(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2$ *является натуральное число.*

**Решение.** Используем **свойства логарифма:**

$$(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2 =$$

$$= \left(\log_{(2^2)}\left(3^2\right) + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \log_{(3^2)}\left(2^2\right)\right)^2 =$$

$$= \left(2\log_{(2^2)} 3 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - 2\log_{(3^2)} 2\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{2}{2}\log_2 3 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \frac{2}{2}\log_3 2\right)^2 =$$

**Пример 11.** *Покажите, что значением выражения* $(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2$ *является натуральное число.*

**Решение.** Используем **свойства логарифма:**

$$(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2 =$$

$$= \left(\log_{(2^2)} \left(3^2\right) + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \log_{(3^2)} \left(2^2\right)\right)^2 =$$

$$= \left(2 \log_{(2^2)} 3 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - 2 \log_{(3^2)} 2\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{2}{2} \log_2 3 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \frac{2}{2} \log_3 2\right)^2 =$$

$$= (\log_2 3 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_3 2)^2 =$$

**Пример 11.** *Покажите, что значением выражения* $(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2$ *является натуральное число.*

**Решение.** Используем **свойства логарифма:**

$$(\log_4 9 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_9 4)^2 =$$

$$= \left(\log_{(2^2)}\left(3^2\right) + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \log_{(3^2)}\left(2^2\right)\right)^2 =$$

$$= \left(2\log_{(2^2)} 3 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - 2\log_{(3^2)} 2\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{2}{2}\log_2 3 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \frac{2}{2}\log_3 2\right)^2 =$$

$$= (\log_2 3 + \log_3 2)^2 - (\log_2 3 - \log_3 2)^2 =$$

$$= (\log_2 3 + \log_3 2 + (\log_2 3 - \log_3 2))\,(\log_2 3 + \log_3 2 - (\log_2 3 - \log_3 2)) =$$

**Пример 11.** *Покажите, что значением выражения* $\left(\log_4 9+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-\log_9 4\right)^2$ *является натуральное число.*

**Решение.** Используем **свойства логарифма:**

$$\left(\log_4 9+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-\log_9 4\right)^2=$$

$$=\left(\log_{(2^2)}\left(3^2\right)+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-\log_{(3^2)}\left(2^2\right)\right)^2=$$

$$=\left(2\log_{(2^2)} 3+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-2\log_{(3^2)} 2\right)^2=$$

$$=\left(\frac{2}{2}\log_2 3+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-\frac{2}{2}\log_3 2\right)^2=$$

$$=\left(\log_2 3+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-\log_3 2\right)^2=$$

$$=\left(\log_2 3+\log_3 2+\left(\log_2 3-\log_3 2\right)\right)\left(\log_2 3+\log_3 2-\left(\log_2 3-\log_3 2\right)\right)=$$

$$=2\log_2 3\cdot 2\log_3 2=$$

**Пример 11.** *Покажите, что значением выражения* $\left(\log_4 9+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-\log_9 4\right)^2$ *является натуральное число.*

**Решение.** Используем **свойства логарифма:**

$$\left(\log_4 9+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-\log_9 4\right)^2=$$

$$=\left(\log_{(2^2)}\left(3^2\right)+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-\log_{(3^2)}\left(2^2\right)\right)^2=$$

$$=\left(2\log_{(2^2)} 3+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-2\log_{(3^2)} 2\right)^2=$$

$$=\left(\frac{2}{2}\log_2 3+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-\frac{2}{2}\log_3 2\right)^2=$$

$$=\left(\log_2 3+\log_3 2\right)^2-\left(\log_2 3-\log_3 2\right)^2=$$

$$=\left(\log_2 3+\log_3 2+\left(\log_2 3-\log_3 2\right)\right)\left(\log_2 3+\log_3 2-\left(\log_2 3-\log_3 2\right)\right)=$$

$$=2\log_2 3\cdot 2\log_3 2=4\log_2 3\cdot\frac{1}{\log_2 3}=$$

**Пример 11.** *Покажите, что значением выражения* $\left(\log_4 9 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \log_9 4\right)^2$ *является натуральное число.*

**Решение.** Используем **свойства логарифма:**

$$\left(\log_4 9 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \log_9 4\right)^2 =$$

$$= \left(\log_{(2^2)}\left(3^2\right) + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \log_{(3^2)}\left(2^2\right)\right)^2 =$$

$$= \left(2\log_{(2^2)} 3 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - 2\log_{(3^2)} 2\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{2}{2}\log_2 3 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \frac{2}{2}\log_3 2\right)^2 =$$

$$= \left(\log_2 3 + \log_3 2\right)^2 - \left(\log_2 3 - \log_3 2\right)^2 =$$

$$= \left(\log_2 3 + \log_3 2 + \left(\log_2 3 - \log_3 2\right)\right)\left(\log_2 3 + \log_3 2 - \left(\log_2 3 - \log_3 2\right)\right) =$$

$$= 2\log_2 3 \cdot 2\log_3 2 = 4\log_2 3 \cdot \frac{1}{\log_2 3} = 4.$$

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является логарифмическая функция.

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является логарифмическая функция.

Обратной к логарифмической функции является

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является логарифмическая функция.

Обратной к логарифмической функции является показательная функция.

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является логарифмическая функция.

Обратной к логарифмической функции является показательная функция.

Поэтому наиболее интересной для экспериментов является степенная функция.

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является логарифмическая функция.

Обратной к логарифмической функции является показательная функция.

Поэтому наиболее интересной для экспериментов является степенная функция.

Произведение степенных функций является

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является логарифмическая функция.

Обратной к логарифмической функции является показательная функция.

Поэтому наиболее интересной для экспериментов является степенная функция.

Произведение степенных функций является степенной функцией.

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является логарифмическая функция.

Обратной к логарифмической функции является показательная функция.

Поэтому наиболее интересной для экспериментов является степенная функция.

Произведение степенных функций является степенной функцией.

Поэтому напрашивается рассмотреть суммы степенных функций, например:

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является логарифмическая функция.

Обратной к логарифмической функции является показательная функция.

Поэтому наиболее интересной для экспериментов является степенная функция.

Произведение степенных функций является степенной функцией.

Поэтому напрашивается рассмотреть суммы степенных функций, например:

$7x - 2x^5$,

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является логарифмическая функция.

Обратной к логарифмической функции является показательная функция.

Поэтому наиболее интересной для экспериментов является степенная функция.

Произведение степенных функций является степенной функцией.

Поэтому напрашивается рассмотреть суммы степенных функций, например:

$7x - 2x^5, \quad 2 - 3x + 5x^2,$

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является логарифмическая функция.

Обратной к логарифмической функции является показательная функция.

Поэтому наиболее интересной для экспериментов является степенная функция.

Произведение степенных функций является степенной функцией.

Поэтому напрашивается рассмотреть суммы степенных функций, например:

$7x - 2x^5, \quad 2 - 3x + 5x^2, \quad 2 - 3x$

# XIV. Многочлены

Какие из рассмотренных функций: **степенной**, **показательной**, **логарифмической**, являются наиболее интересными для экспериментов и исследования?

Обратной к степенной функции является степенная функция.

Обратной к показательной функции является логарифмическая функция.

Обратной к логарифмической функции является показательная функция.

Поэтому наиболее интересной для экспериментов является степенная функция.

Произведение степенных функций является степенной функцией.

Поэтому напрашивается рассмотреть суммы степенных функций, например:

$7x - 2x^5, \quad 2 - 3x + 5x^2, \quad 2 - 3x$ и т.п.

# XIV. Многочлены

**Определение 29.** *Пусть* $a_0, a_1, \ldots, a_n$ *— некоторые числа. Тогда* **многочленом** *от переменной* $x$ *с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$ *называется выражение*

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n. \tag{17}$$

## XIV.1. Выделение полного квадрата

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Интерпретируем его геометрически...

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Интерпретируем его геометрически...

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Какая геометрическая величина естественным образом представляется в виде произведения чисел?

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.
Какая геометрическая величина естественным образом представляется в виде произведения чисел?
Площадь прямоугольника!

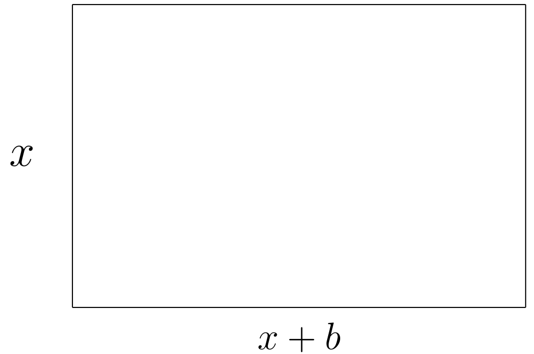
# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Какая геометрическая величина естественным образом представляется в виде произведения чисел?

Площадь прямоугольника!

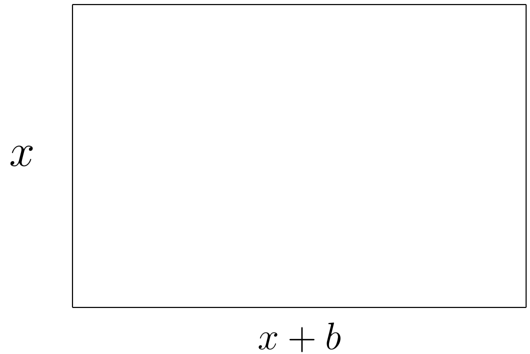


# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...

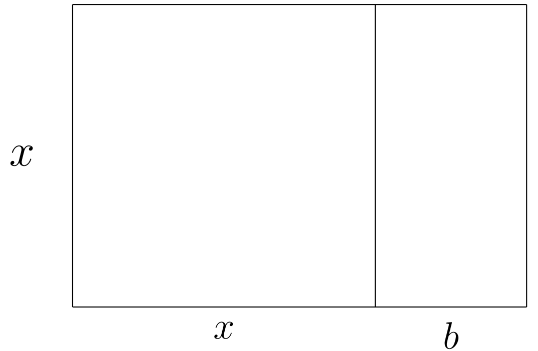


# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...

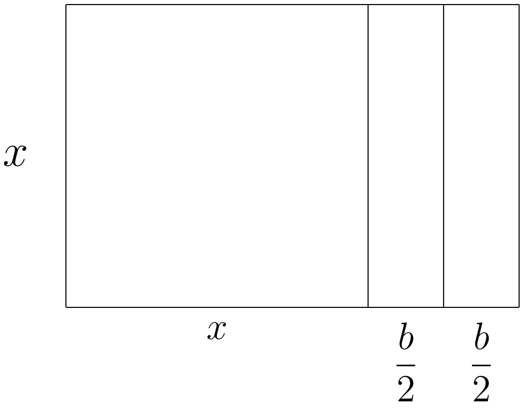


# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...

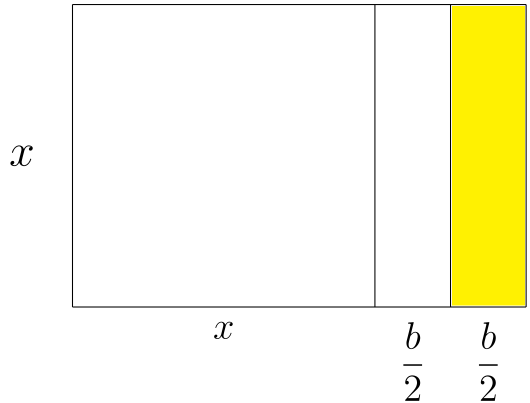


# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...

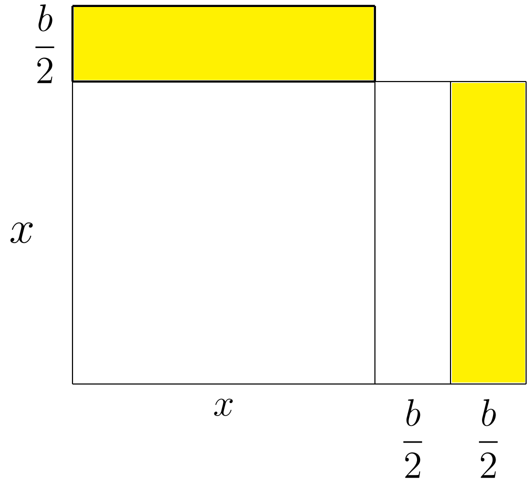


# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...

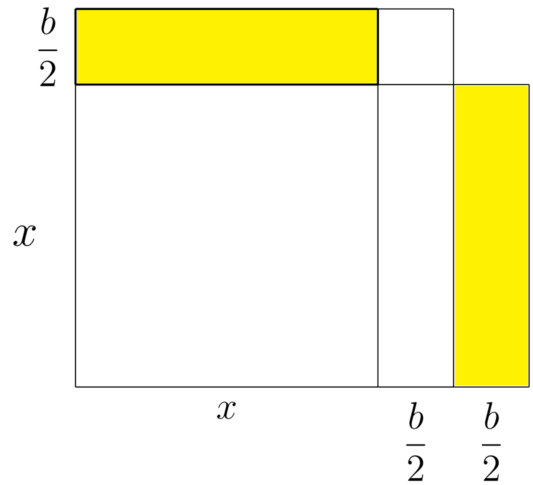


# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...

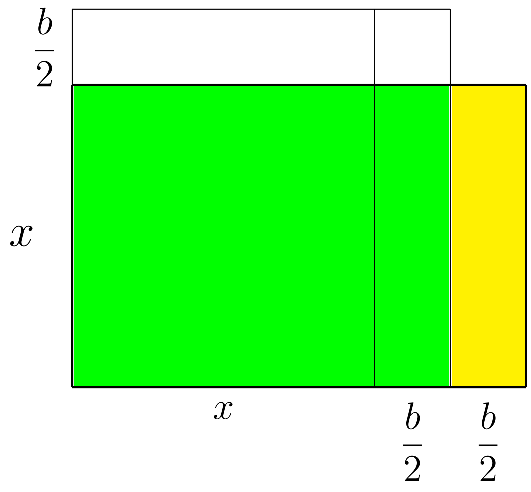


# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...

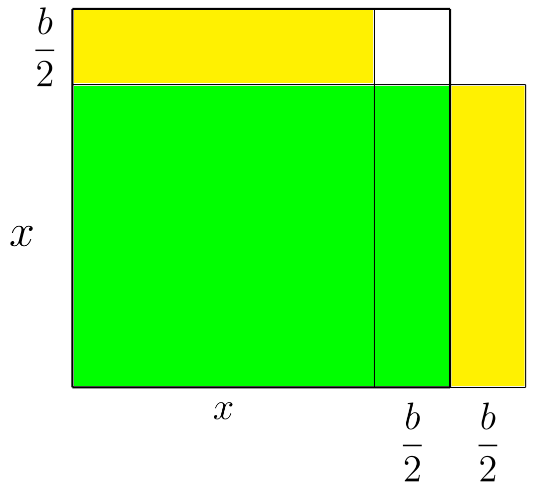


# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...



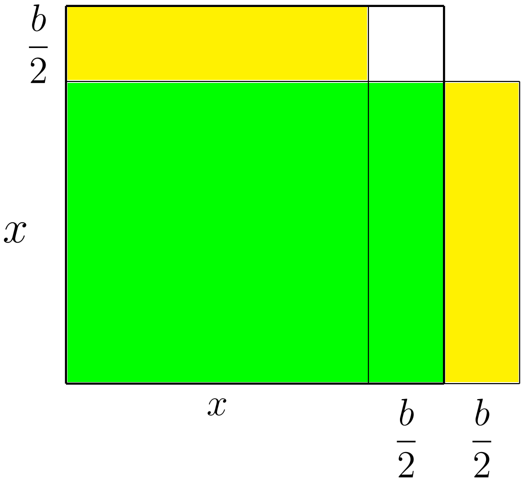
# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...

Правую желтую полоску переместили наверх, жирной границей выделен квадрат, но



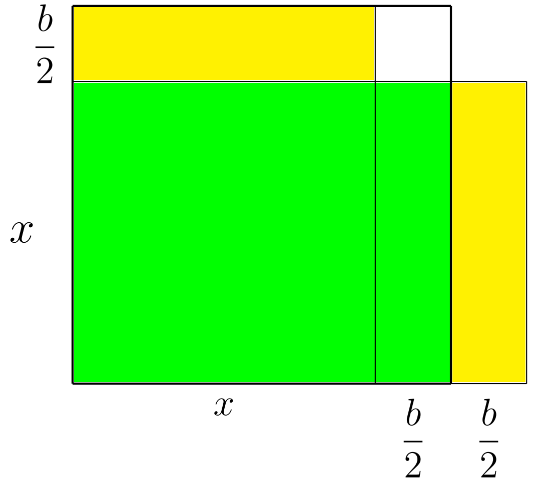
# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...

Правую желтую полоску переместили наверх, жирной границей выделен квадрат, но исходный прямоугольник заполняет не весь этот квадрат:



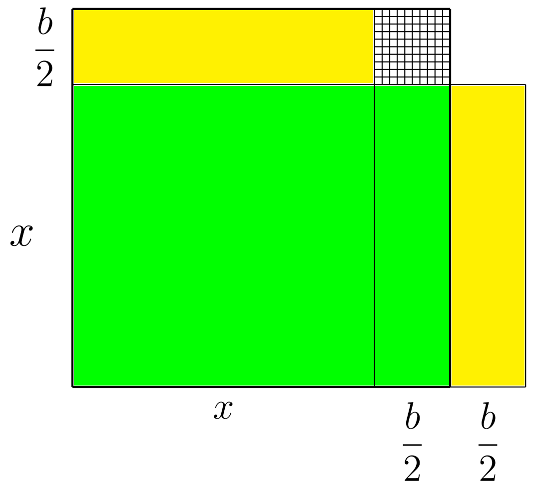
# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...

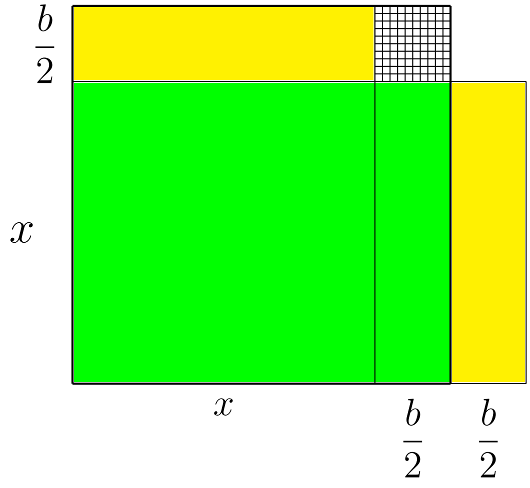
Правую желтую полоску переместили наверх, жирной границей выделен квадрат, но исходный прямоугольник заполняет не весь этот квадрат:



# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.
Попробуем «смастерить» из прямоугольника квадрат...
Правую желтую полоску переместили наверх, жирной границей выделен квадрат, но исходный прямоугольник заполняет не весь этот квадрат:
из него «выкушен» маленький кусочек.

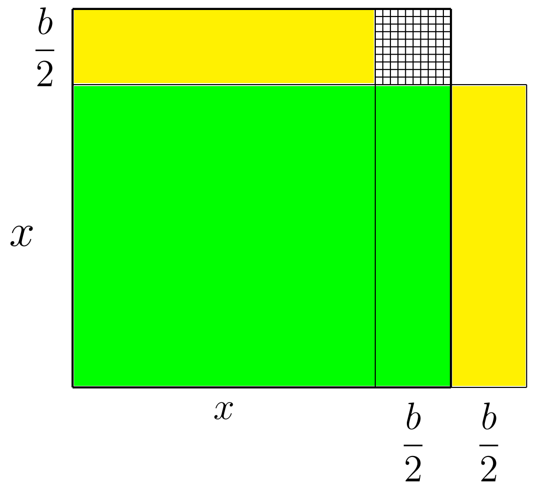


# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) =$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Сравнивая площади исходного прямоугольника с площадью квадрата, выделенного жирной границей, получаем...

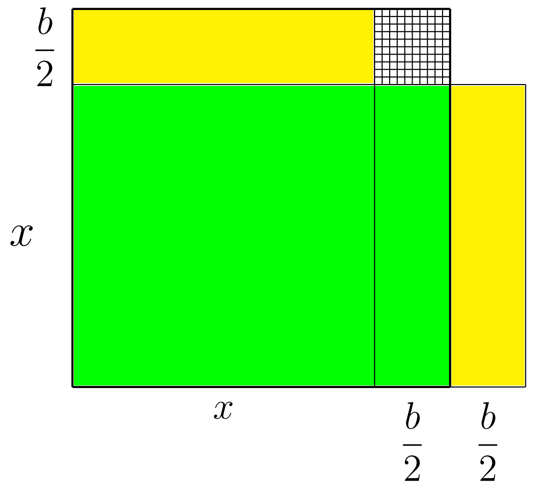


# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 -$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Сравнивая площади исходного прямоугольника с площадью квадрата, выделенного жирной границей, получаем...

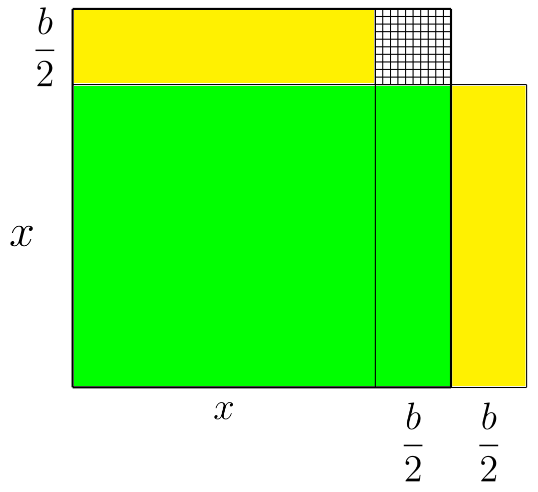


# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

Рассмотрим выражение $x^2 + bx$.

Сравнивая площади исходного прямоугольника с площадью квадрата, выделенного жирной границей, получаем...



# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$ax^2 + bx + c =$

## XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c =$$

## XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c =$$

$$(x-\alpha)^2 =$$

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 -$$

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c =$$

$$(x-\alpha)^2 = x^2 - 2\,\alpha x +$$

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c =$$

$$(x-\alpha)^2 = x^2 - 2\,\alpha x + \alpha^2.$$

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c =$$

$$(x-\alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c = a\left(x^2 + 2\cdot \qquad\qquad\right) + c =$$

$$(x-\alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

## XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c = a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$(x-\alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c = a\left(x^2 + 2\cdot\frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$(x-\alpha)^2 = x^2 - 2\,\alpha x + \alpha^2.$$

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c = a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \qquad\qquad\qquad\right) + c =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\,\alpha x + \alpha^2.$$

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c = a\left(x^2 + 2\cdot\frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2\cdot\frac{b}{2a}x + \qquad\qquad\qquad\right) + c =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\,\alpha x + \alpha^2.$$

# XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x + b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c = a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

## XIV.1. Выделение полного квадрата

$$x^2 + bx = x(x+b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}.$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right)^2 + c = a\left(x^2 + 2\cdot\frac{b}{2a}x\right) + c =$$

$$= a\left(x^2 + 2\cdot\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c.$$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

*а)* $(x-5)^2-16;$

*б)* $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

*в)* $3(x-2)^2-5;$

*г)* $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16;$

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

***в)*** $3(x-2)^2-5;$

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**а)** $(x-5)^2-16=$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16;$

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

***в)*** $3(x-2)^2-5;$

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**а)** $(x-5)^2-16=x^2-10x+25-16=$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16$;

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}$;

***в)*** $3(x-2)^2-5$;

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2$.

**Решение.**

**а)** $(x-5)^2-16=x^2-10x+25-16=x^2-10x+9.$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

*а)* $(x-5)^2-16;$

*б)* $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

*в)* $3(x-2)^2-5;$

*г)* $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**а)** $(x-\mathbf{5})^2-16=x^2-10x+25-16=x^2\,\mathbf{-10}\,x+9.$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16;$

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

***в)*** $3(x-2)^2-5;$

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**б)** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}=$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16$;

***б)*** $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$;

***в)*** $3(x-2)^2-5$;

***г)*** $\frac{7}{9}-4\left(x-\frac{5}{6}\right)^2$.

**Решение.**

**б)** $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}=x^2+3x+\frac{9}{4}+\frac{7}{4}=$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16;$

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

***в)*** $3(x-2)^2-5;$

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**б)** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}=x^2+3x+\dfrac{9}{4}+\dfrac{7}{4}=x^2+3x+4.$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16;$

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

***в)*** $3(x-2)^2-5;$

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

б) $\left(x+\dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\right)^2+\dfrac{7}{4}=x^2+3x+\dfrac{9}{4}+\dfrac{7}{4}=x^2+\mathbf{3}x+4.$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*
*а)* $(x-5)^2-16$;
*б)* $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$;
*в)* $3(x-2)^2-5$;
*г)* $\frac{7}{9}-4\left(x-\frac{5}{6}\right)^2$.

**Решение.**

**в)** $3(x-2)^2-5=$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16;$

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

***в)*** $3(x-2)^2-5;$

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**в)** $3(x-2)^2-5=3\left(x^2-4x+4\right)-5=$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16;$

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

***в)*** $3(x-2)^2-5;$

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**в)** $3(x-2)^2-5=3\left(x^2-4x+4\right)-5=3x^2-12x+12-5=$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16;$

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

***в)*** $3(x-2)^2-5;$

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**в)** $3(x-2)^2-5=3\left(x^2-4x+4\right)-5=3x^2-12x+12-5=$
$=3x^2-12x+7.$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

*а)* $(x-5)^2-16$;

*б)* $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}$;

*в)* $3(x-2)^2-5$;

*г)* $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2$.

**Решение.**

**в)** $\mathbf{3}(x-\mathbf{2})^2-5=3\left(x^2-4x+4\right)-5=3x^2-12x+12-5=$
$=\mathbf{3}x^2-\mathbf{12}x+7$.

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

*а)* $(x-5)^2-16;$

*б)* $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

*в)* $3(x-2)^2-5;$

*г)* $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**г)** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2=$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16;$

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

***в)*** $3(x-2)^2-5;$

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**г)** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2=\dfrac{7}{9}-4\left(x^2-\dfrac{5}{3}x+\dfrac{25}{36}\right)=$

$=$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16;$

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

***в)*** $3(x-2)^2-5;$

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**г)** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2=\dfrac{7}{9}-4\left(x^2-\dfrac{5}{3}x+\dfrac{25}{36}\right)=$

$=\dfrac{7}{9}-4x^2+\dfrac{20}{3}x-\dfrac{25}{9}=$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

*а)* $(x-5)^2-16;$

*б)* $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

*в)* $3(x-2)^2-5;$

*г)* $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**г)** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2=\dfrac{7}{9}-4\left(x^2-\dfrac{5}{3}x+\dfrac{25}{36}\right)=$

$=\dfrac{7}{9}-4x^2+\dfrac{20}{3}x-\dfrac{25}{9}=\dfrac{20}{3}x-4x^2-2.$

**Пример 12.** *Раскройте скобки в выражениях:*

***а)*** $(x-5)^2-16;$

***б)*** $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4};$

***в)*** $3(x-2)^2-5;$

***г)*** $\dfrac{7}{9}-4\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2.$

**Решение.**

**г)** $\dfrac{7}{9}\boldsymbol{-4}\left(x\boldsymbol{-\dfrac{5}{6}}\right)^2=\dfrac{7}{9}-4\left(x^2-\dfrac{5}{3}x+\dfrac{25}{36}\right)=$

$=\dfrac{7}{9}-4x^2+\dfrac{20}{3}x-\dfrac{25}{9}=\boldsymbol{\dfrac{20}{3}}x\boldsymbol{-4}x^2-2.$

**Задача XIV.60.** (Ответ приведен на стр.1693.) Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Задача XIV.61.** (Ответ приведен на стр.1713.) Раскройте скобки в выражениях: а) $(x-\alpha)^2+\beta$; б) $(\alpha x-\beta)^2+\gamma$.

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.**

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.**

**Сначала рассмотрим примеры раскрытия полного квадрата?**

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** а)

$$x^2 + 4x =$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** а)

$$x^2 + 4x =$$

$$(x + \alpha)^2 =$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** а)

$$x^2 + 4x =$$

$$(x + \alpha)^2 = x^2 + 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** а)

$$x^2 + \mathbf{4}x =$$

$$(x + \alpha)^2 = x^2 + \mathbf{2}\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** а)

$$x^2+\mathbf{4}x=$$

$$(x+\alpha)^2=x^2+\underbrace{2\alpha}\,x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** а)

$$x^2 + \mathbf{4}x =$$

$$(x + \alpha)^2 = x^2 + \underbrace{2\alpha}_{4} x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** а)

$$x^2+\mathbf{4}x=x^2+2\cdot 2x=$$

$$(x+\alpha)^2=x^2+\underbrace{2\alpha}_{4}x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** а)

$$x^2+\mathbf{4}x=x^2+2\cdot 2x=\underbrace{(x+2)^2}_{x^2+4x+\mathbf{4}}-$$

$$(x+\alpha)^2=x^2+\underbrace{2\alpha}_{4}x+\alpha^{\mathbf{2}}.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** а)

$$x^2 + \mathbf{4}x = x^2 + 2 \cdot 2x = \underbrace{(x+2)^2}_{x^2+4x+\mathbf{4}} - 2^2.$$

$$(x+\alpha)^2 = x^2 + \underbrace{2\alpha}_{4} x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** а)

$$x^2+4x=(x+2)^2-4.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** б)

$$x^2-6x+2=$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** б)

$$x^2 - 6x + 2 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** б)

$$x^2-6x+2=(x-\quad)^2-\quad+2=$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** б)

$$x^2 - 6x + 2 = (x - \quad)^2 - \quad + 2 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - \mathbf{2}\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** б)

$$x^2 - 6x + 2 = (x-3)^2 - \quad + 2 =$$

$$(x-\alpha)^2 = x^2 - \mathbf{2}\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** б)

$$x^2 - 6x + 2 = (x-3)^2 - \quad + 2 =$$

$$(x-\alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^{\mathbf{2}}.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** б)

$$x^2 - 6x + 2 = (x-3)^2 - 9 + 2 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^{\mathbf{2}}.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** б)

$$x^2 - 6x + 2 = (x - 3)^2 - 9 + 2 = (x - 3)^2 - 7.$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^{\mathbf{2}}.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** в)

$$x^2 - 3x - 1 =$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** в)

$$x^2-3x-1=$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** в)

$$x^2-3x-1=\left(x-\phantom{\frac{3}{2}}\right)^2-\phantom{\frac{9}{4}}-1=$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:*
***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$;
***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$;
***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** в)

$$x^2-3x-1=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\quad-1=$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** в)

$$x^2 - 3x - 1 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 1 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:*
***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$;
***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$;
***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** в)

$$x^2-3x-1=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}-1=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{13}{4}.$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** г)

$3x^2+12x+2 =$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** г)

$3x^2+12x+2=$

$$(x+\alpha)^2=x^2+2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** г)

$$3x^2+12x+2=3\left(x^2+4x\right)+2=$$

$$(x+\alpha)^2=x^2+2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** г)

$$3x^2+12x+2=3\left(x^2+4x\right)+2=3\left(x+\quad\right)^2-\qquad+2=$$

$$(x+\alpha)^2=x^2+2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:*
***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$;
***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$;
***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** г)

$$3x^2 + 12x + 2 = 3\left(x^2 + 4x\right) + 2 = 3\,(x + 2)^2 - \qquad + 2 =$$

$$(x + \alpha)^2 = x^2 + 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** г)

$$3x^2+12x+2=3\left(x^2+4x\right)+2=3\left(x+2\right)^2-3\cdot4+2=$$

$$(x+\alpha)^2=x^2+2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** г)

$$3x^2+12x+2=3\left(x^2+4x\right)+2=3\left(x+2\right)^2-3\cdot 4+2=3\left(x+2\right)^2-10.$$

$$(x+\alpha)^2=x^2+2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** д)

$$5x^2 - x - 2 =$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** д)

$$5x^2 - x - 2 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** д)

$$5x^2 - x - 2 = 5\left(x^2 - \quad x\right) - 2 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** д)

$$5x^2 - x - 2 = 5\left(x^2 - \frac{1}{5}x\right) - 2 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** д)

$$5x^2-x-2=5\left(x^2-\frac{1}{5}x\right)-2=5\left(x-\qquad\right)^2-5\cdot\qquad-2=$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** д)

$$5x^2-x-2=5\left(x^2-\frac{1}{5}x\right)-2=5\left(x-\frac{1}{10}\right)^2-5\cdot\frac{1}{100}-2=$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** д)

$$5x^2-x-2=5\left(x^2-\frac{1}{5}x\right)-2=5\left(x-\frac{1}{10}\right)^2-5\cdot\frac{1}{100}-2=$$

$$=5\left(x-\frac{1}{10}\right)^2-\frac{41}{20}.$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** е)

$$3x - x^2 =$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** е)

$$3x-x^2=$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** е)

$$3x-x^2=-\left(x^2-3x\right)=$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** е)

$$3x - x^2 = -\left(x^2 - 3x\right) = -\left(x - \qquad\right)^2 - (-1)\cdot \qquad =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** е)

$$3x - x^2 = -\left(x^2 - 3x\right) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - (-1) \cdot \frac{9}{4} =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** е)

$$3x - x^2 = -\left(x^2 - 3x\right) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - (-1) \cdot \frac{9}{4} = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}.$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** ё)

$$4x - 5x^2 =$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** ё)

$$4x - 5x^2 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** ё)

$$4x - 5x^2 = -5\left(x^2 - \frac{4}{5}x\right) =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** ё)

$$4x - 5x^2 = -5\left(x^2 - \frac{4}{5}x\right) = -5\left(x - \qquad\right)^2 - (-5)\cdot \qquad =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:*
***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$;
***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$;
***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** ё)

$$4x - 5x^2 = -5\left(x^2 - \frac{4}{5}x\right) = -5\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 - (-5)\cdot\frac{4}{25} =$$

$$=$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** ё)

$$4x-5x^2=-5\left(x^2-\frac{4}{5}x\right)=-5\left(x-\frac{2}{5}\right)^2-(-5)\cdot\frac{4}{25}=$$

$$=-5\left(x-\frac{2}{5}\right)^2+\frac{4}{5}.$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** ж)

$$3x - 5x^2 - 4 =$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** ж)

$$3x-5x^2-4=$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** ж)

$$3x - 5x^2 - 4 = -5\left(x^2 - \frac{3}{5}x\right) - 4 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:*
***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$;
***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$;
***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** ж)

$$3x - 5x^2 - 4 = -5\left(x^2 - \frac{3}{5}x\right) - 4 = -5\left(x - \qquad\right)^2 - (-5) \qquad - 4 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** ж)

$$3x-5x^2-4=-5\left(x^2-\frac{3}{5}x\right)-4=-5\left(x-\frac{3}{10}\right)^2-(-5)\frac{9}{100}-4=$$

$$=$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** ж)

$$3x - 5x^2 - 4 = -5\left(x^2 - \frac{3}{5}x\right) - 4 = -5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - (-5)\frac{9}{100} - 4 =$$

$$= -5\left(x - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{71}{20}.$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** з)

$$6t^2 - t + 3 =$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** з)

$6t^2 - t + 3 =$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$; ***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$; ***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** з)

$$6t^2 - t + 3 = 6\left(t^2 - \frac{1}{6}t\right) + 3 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:*
***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$;
***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$;
***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** з)

$$6t^2 - t + 3 = 6\left(t^2 - \frac{1}{6}t\right) + 3 = 6\left(t - \qquad\right)^2 - \qquad + 3 =$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:* ***а)*** $x^2+4x$; ***б)*** $x^2-6x+2$; ***в)*** $x^2-3x-1$; ***г)*** $3x^2+12x+2$; ***д)*** $5x^2-x-2$; ***е)*** $3x-x^2$; ***ё)*** $4x-5x^2$; ***ж)*** $3x-5x^2-4$; ***з)*** $6t^2-t+3$.

**Решение.** з)

$$6t^2-t+3=6\left(t^2-\frac{1}{6}t\right)+3=6\left(t-\frac{1}{12}\right)^2-\frac{1}{24}+3=$$

$$(x-\alpha)^2=x^2-2\alpha x+\alpha^2.$$

**Пример 13.** *Выделите полный квадрат в выражениях:*
***а)*** $x^2 + 4x$; ***б)*** $x^2 - 6x + 2$; ***в)*** $x^2 - 3x - 1$; ***г)*** $3x^2 + 12x + 2$;
***д)*** $5x^2 - x - 2$; ***е)*** $3x - x^2$; ***ё)*** $4x - 5x^2$; ***ж)*** $3x - 5x^2 - 4$;
***з)*** $6t^2 - t + 3$.

**Решение.** з)

$$6t^2 - t + 3 = 6\left(t^2 - \frac{1}{6}t\right) + 3 = 6\left(t - \frac{1}{12}\right)^2 - \frac{1}{24} + 3 = 6\left(t - \frac{1}{12}\right)^2 + \frac{71}{24}.$$

$$(x - \alpha)^2 = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2.$$

**Задача XIV.62.** (Ответ приведен на стр.1718.) Выделите полный квадрат в выражениях: а) $x^2 + 8x - 1$; б) $x^2 - x - 5$; в) $2x^2 + x - 3$; г) $5x - 2x^2 - 2$; д) $x^2 + ax + a + 3$.

# XIV.2. Корни квадратного трехчлена

$ax^2 + bx + c =$

## XIV.2. Корни квадратного трехчлена

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)^2 =$$

# XIV.2. Корни квадратного трехчлена

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)^2 = a\left(x^2 + 2\cdot \qquad\qquad + \frac{c}{a}\right) =$$

# XIV.2. Корни квадратного трехчлена

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)^2 = a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{c}{a}\right) =$$

# XIV.2. Корни квадратного трехчлена

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)^2 = a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{c}{a}\right) =$$

$$= a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \qquad\qquad\qquad\qquad + \frac{c}{a}\right) =$$

# XIV.2. Корни квадратного трехчлена

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)^2 = a\left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\frac{c}{a}\right)=$$

$$=a\left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=$$

## XIV.2. Корни квадратного трехчлена

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)^2=a\left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\frac{c}{a}\right)=$$

$$=a\left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=$$

# XIV.2. Корни квадратного трехчлена

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)^2=a\left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\frac{c}{a}\right)=$$

$$=a\left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}-\qquad\qquad\qquad\qquad\right)\left(x+\frac{b}{2a}+\qquad\qquad\qquad\qquad\right)=$$

# XIV.2. Корни квадратного трехчлена

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)^2=a\left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\frac{c}{a}\right)=$$

$$=a\left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)=$$

# XIV.2. Корни квадратного трехчлена

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)^2 = a\left(x^2 + 2\cdot\frac{b}{2a}x + \frac{c}{a}\right) =$$

$$= a\left(x^2 + 2\cdot\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) =$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) =$$

$$= a\left(x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right).$$

## XIV.2. Корни квадратного трехчлена

Итак, вы должны запомнить выражение для вычисления корней квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$:

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \tag{18}$$

т.е. корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ находятся по формуле

$$\left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \\ x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \end{array}\right. \tag{19}$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Первое решение.**

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0$.

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

Для $ax^2+bx+c=0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0$.

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

$$\frac{- \quad \pm \sqrt{\quad - 4 \cdot \quad \cdot \quad}}{2 \cdot \quad}.$$

Для $ax^2 + bx + c = 0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $\mathbf{1}\cdot x^2+5x-6=0.$

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

$$\frac{-\quad\pm\sqrt{\quad-4\cdot\quad\cdot\quad}}{2\cdot\quad}.$$

Для $ax^2+bx+c=0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $\mathbf{1}\cdot x^2+5x-6=0.$

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

$$\frac{-\quad \pm\sqrt{\quad - 4\cdot\quad\cdot\quad}}{2\cdot 1}.$$

Для $ax^2+bx+c=0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $\mathbf{1} \cdot x^2 + 5x - 6 = 0.$

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

$$\frac{- \quad \pm \sqrt{\quad - 4 \cdot 1 \cdot \quad}}{2 \cdot 1}.$$

Для $ax^2 + bx + c = 0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+\mathbf{5}x-6=0$.

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

$$\frac{-\quad\pm\sqrt{\quad-4\cdot 1\cdot\quad}}{2\cdot 1}.$$

Для $ax^2+bx+c=0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2 + \mathbf{5}x - 6 = 0.$

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

$$\frac{-5 \pm \sqrt{\qquad - 4 \cdot 1 \cdot \qquad}}{2 \cdot 1}.$$

Для $ax^2 + bx + c = 0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2 + \mathbf{5}x - 6 = 0$.

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

$$\frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot}}{2 \cdot 1}.$$

Для $ax^2 + bx + c = 0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-\mathbf{6}=0.$

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

$$\frac{-5\pm\sqrt{25-4\cdot 1\cdot}}{2\cdot 1}.$$

Для $ax^2+bx+c=0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-\mathbf{6}=0.$

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

$$\frac{-5\pm\sqrt{25-4\cdot 1\cdot(-6)}}{2\cdot 1}.$$

Для $ax^2+bx+c=0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0$.

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

$\dfrac{-5 \pm \sqrt{25-4\cdot 1\cdot(-6)}}{2\cdot 1}$. Значит, $\left[\begin{array}{l} x = \quad , \\ x = \quad . \end{array}\right.$

Для $ax^2+bx+c=0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:

$\dfrac{-5 \pm \sqrt{25-4\cdot 1\cdot(-6)}}{2\cdot 1}$. Значит, $\left[\begin{array}{l} x = -6, \\ x = \quad . \end{array}\right.$

Для $ax^2+bx+c=0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Первое решение.**

Сначала вычислим корни с помощью **выражения (18)**:
$\dfrac{-5 \pm \sqrt{25-4\cdot 1\cdot(-6)}}{2\cdot 1}$. Значит, $\left[\begin{array}{l} x=-6, \\ x=1. \end{array}\right.$

Для $ax^2+bx+c=0$ корни определяются выражением

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Второе решение.** Выделим **полный квадрат.**

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Второе решение.** Выделим **полный квадрат.**

$\left(x^2 + 2 \cdot \frac{5}{2}x\right) - 6 = 0,$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Второе решение.** Выделим **полный квадрат.**

$$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x\right)-6=0,$$

$$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)-6=0,$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Второе решение.** Выделим **полный квадрат.**

$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x\right)-6=0,$

$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)-6=0,$

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{25}{4}\right)-6=0,$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Второе решение.** Выделим **полный квадрат.**

$$\left(x^2+2\cdot\tfrac{5}{2}x\right)-6=0,$$
$$\left(x^2+2\cdot\tfrac{5}{2}x+\left(\tfrac{5}{2}\right)^2-\left(\tfrac{5}{2}\right)^2\right)-6=0,$$
$$\left(x+\tfrac{5}{2}\right)^2-\left(\tfrac{25}{4}\right)-6=0,$$
$$\left(x+\tfrac{5}{2}\right)^2-\left(\tfrac{49}{4}\right)=0,$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0$.

**Второе решение.** Выделим **полный квадрат.**

$$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x\right)-6=0,$$
$$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)-6=0,$$
$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{25}{4}\right)-6=0,$$
$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{49}{4}\right)=0,$$
$$\left(x+\frac{5}{2}-\frac{7}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}+\frac{7}{2}\right)=0,$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Второе решение.** Выделим **полный квадрат.**

$$\left(x^2+2\cdot\tfrac{5}{2}x\right)-6=0,$$
$$\left(x^2+2\cdot\tfrac{5}{2}x+\left(\tfrac{5}{2}\right)^2-\left(\tfrac{5}{2}\right)^2\right)-6=0,$$
$$\left(x+\tfrac{5}{2}\right)^2-\left(\tfrac{25}{4}\right)-6=0,$$
$$\left(x+\tfrac{5}{2}\right)^2-\left(\tfrac{49}{4}\right)=0,$$
$$\left(x+\tfrac{5}{2}-\tfrac{7}{2}\right)\left(x+\tfrac{5}{2}+\tfrac{7}{2}\right)=0,$$
$$(x-1)(x+6)=0,$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Второе решение.** Выделим **полный квадрат.**

$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x\right)-6=0,$

$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)-6=0,$

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{25}{4}\right)-6=0,$

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{49}{4}\right)=0,$

$\left(x+\frac{5}{2}-\frac{7}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}+\frac{7}{2}\right)=0,$

$(x-1)(x+6)=0,$ значит,

$$\left[\begin{array}{l} x= \quad\quad , \\ x= \quad . \end{array}\right.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Второе решение.** Выделим **полный квадрат.**

$$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x\right)-6=0,$$

$$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)-6=0,$$

$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{25}{4}\right)-6=0,$$

$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{49}{4}\right)=0,$$

$$\left(x+\frac{5}{2}-\frac{7}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}+\frac{7}{2}\right)=0,$$

$(x-1)(x+6)=0$, значит,

$$\left[\begin{array}{l} x=-6, \\ x=\quad . \end{array}\right.$$

**Пример 14.** *Найдите корни уравнения* $x^2+5x-6=0.$

**Второе решение.** Выделим **полный квадрат.**

$$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x\right)-6=0,$$
$$\left(x^2+2\cdot\frac{5}{2}x+\left(\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)-6=0,$$
$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{25}{4}\right)-6=0,$$
$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{49}{4}\right)=0,$$
$$\left(x+\frac{5}{2}-\frac{7}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}+\frac{7}{2}\right)=0,$$

$(x-1)(x+6)=0$, значит,

$$\left[\begin{array}{l} x=-6, \\ x=1. \end{array}\right.$$

**Задача XIV.63.** (Ответ приведен на стр.1724.) Выведите формулу для корней многочлена $ax^2 + bx + c$ при $a \neq 0$.

# XV. Тригонометрические функции

**Тригонометрические функции** рассматриваются в учебном пособии, азмещённом в **файле** `00AngleRadian.pdf`.

# Ответы и решения

# Решение задачи 1.

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.**

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy:$

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=$56;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy:$

**1a)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=$56;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=$56;

**1б)** $f(a,b)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy:$

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=56$;

**1б)** $f(a,b)=4\cdot \quad -5\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :
**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=56$;
**1б)** $f(a,b)=4\cdot a^2-5\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=$56;

**1б)** $f(a,b)=4\cdot a^2-5\cdot ab$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=56$;

**1б)** $f(a,b)=4{\cdot}a^2{-}5{\cdot}ab$;

**1в)** $f(y,x)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot2^2-5\cdot2\cdot(-3)=$56;

**1б)** $f(a,b)=4\cdot a^2-5\cdot ab$;

**1в)** $f(y,x)=4\cdot\quad-5\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=$56;

**1б)** $f(a,b)=4{\cdot}a^2{-}5{\cdot}ab$;

**1в)** $f(y,x)=4{\cdot}y^2{-}5{\cdot}$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy:$

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=$56;

**1б)** $f(a,b)=4{\cdot}a^2{-}5{\cdot}ab$;

**1в)** $f(y,x)=4{\cdot}y^2{-}5{\cdot}xy$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=$56;

**1б)** $f(a,b)=4\cdot a^2-5\cdot ab$;

**1в)** $f(y,x)=4\cdot y^2-5\cdot xy$;

**1г)** $f(x,x)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=$56;
**1б)** $f(a,b)=4\cdot a^2-5\cdot ab$;
**1в)** $f(y,x)=4\cdot y^2-5\cdot xy$;
**1г)** $f(x,x)=4\cdot\quad -5\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot2^2-5\cdot2\cdot(-3)=56$;

**1б)** $f(a,b)=4{\cdot}a^2{-}5{\cdot}ab$;

**1в)** $f(y,x)=4{\cdot}y^2{-}5{\cdot}xy$;

**1г)** $f(x,x)=4{\cdot}x^2{-}5\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=56$;

**1б)** $f(a,b)=4\cdot a^2-5\cdot ab$;

**1в)** $f(y,x)=4\cdot y^2-5\cdot xy$;

**1г)** $f(x,x)=4\cdot x^2-5\cdot x\cdot x=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=56$;

**1б)** $f(a,b)=4\cdot a^2-5\cdot ab$;

**1в)** $f(y,x)=4\cdot y^2-5\cdot xy$;

**1г)** $f(x,x)=4\cdot x^2-5\cdot x\cdot x=-x^2$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=56$;

**1б)** $f(a,b)=4\cdot a^2-5\cdot ab$;

**1в)** $f(y,x)=4\cdot y^2-5\cdot xy$;

**1г)** $f(x,x)=4\cdot x^2-5\cdot x\cdot x=-x^2$;

**1д)** $f(x-y,x+y)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy$ :

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=56$;

**1б)** $f(a,b)=4\cdot a^2-5\cdot ab$;

**1в)** $f(y,x)=4\cdot y^2-5\cdot xy$;

**1г)** $f(x,x)=4\cdot x^2-5\cdot x\cdot x=-x^2$;

**1д)** $f(x-y,x+y)=4\cdot \qquad -5\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy:$

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=$56;

**1б)** $f(a,b)=4{\cdot}a^2{-}5{\cdot}ab$;

**1в)** $f(y,x)=4{\cdot}y^2{-}5{\cdot}xy$;

**1г)** $f(x,x)=4{\cdot}x^2{-}5{\cdot}x\cdot x=-x^2$;

**1д)** $f(x-y,x+y)=4{\cdot}(x-y)^2{-}5{\cdot}$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=4x^2-5xy:$

**1а)** $f(2,-3)=4\cdot 2^2-5\cdot 2\cdot(-3)=56$;

**1б)** $f(a,b)=4\cdot a^2-5\cdot ab$;

**1в)** $f(y,x)=4\cdot y^2-5\cdot xy$;

**1г)** $f(x,x)=4\cdot x^2-5\cdot x\cdot x=-x^2$;

**1д)** $f(x-y,x+y)=4\cdot(x-y)^2-5\cdot(x-y)(x+y)$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=$30;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot \quad +2\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot b^2$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot b^2$;

**2в)** $f(y,x)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot b^2$;

**2в)** $f(y,x)=3\cdot \quad +2\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=$30;

**2б)** $f(a,b)=3{\cdot}a^2{+}2{\cdot}b^2$;

**2в)** $f(y,x)=3{\cdot}y^2{+}2{\cdot}$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3{\cdot}a^2{+}2{\cdot}b^2$;

**2в)** $f(y,x)=3{\cdot}y^2{+}2{\cdot}x^2$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot b^2$;

**2в)** $f(y,x)=3\cdot y^2+2\cdot x^2$;

**2г)** $f(x,x)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot b^2$;

**2в)** $f(y,x)=3\cdot y^2+2\cdot x^2$;

**2г)** $f(x,x)=3\cdot\quad+2\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot b^2$;

**2в)** $f(y,x)=3\cdot y^2+2\cdot x^2$;

**2г)** $f(x,x)=3\cdot x^2+2\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=$30;

**2б)** $f(a,b)=3{\cdot}a^2{+}2{\cdot}b^2$;

**2в)** $f(y,x)=3{\cdot}y^2{+}2{\cdot}x^2$;

**2г)** $f(x,x)=3{\cdot}x^2{+}2{\cdot}x^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot b^2$;

**2в)** $f(y,x)=3\cdot y^2+2\cdot x^2$;

**2г)** $f(x,x)=3\cdot x^2+2\cdot x^2=5x^2$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot b^2$;

**2в)** $f(y,x)=3\cdot y^2+2\cdot x^2$;

**2г)** $f(x,x)=3\cdot x^2+2\cdot x^2=5x^2$;

**2д)** $f(x-y,x+y)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;
**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot b^2$;
**2в)** $f(y,x)=3\cdot y^2+2\cdot x^2$;
**2г)** $f(x,x)=3\cdot x^2+2\cdot x^2=5x^2$;
**2д)** $f(x-y,x+y)=3\cdot \qquad +2\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot b^2$;

**2в)** $f(y,x)=3\cdot y^2+2\cdot x^2$;

**2г)** $f(x,x)=3\cdot x^2+2\cdot x^2=5x^2$;

**2д)** $f(x-y,x+y)=3\cdot(x-y)^2+2\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=3x^2+2y^2$ :

**2а)** $f(2,-3)=3\cdot 2^2+2\cdot(-3)^2=30$;

**2б)** $f(a,b)=3\cdot a^2+2\cdot b^2$;

**2в)** $f(y,x)=3\cdot y^2+2\cdot x^2$;

**2г)** $f(x,x)=3\cdot x^2+2\cdot x^2=5x^2$;

**2д)** $f(x-y,x+y)=3\cdot(x-y)^2+2\cdot(x+y)^2$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=6\cdot(-3)^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = 6\cdot(-3)^2 = 54;$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = 6\cdot(-3)^2 = 54$;

**3б)** $f(a,b)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=6\cdot(-3)^2=54$;

**3б)** $f(a,b)=0\cdot \quad +6\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :
**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = 6\cdot(-3)^2 = 54$;
**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=6\cdot(-3)^2=54$;

**3б)** $f(a,b)=0{\cdot}a^2+6{\cdot}b^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = 6\cdot(-3)^2 = 54;$

**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot b^2 = 6b^2;$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = 6\cdot(-3)^2 = 54$;

**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot b^2 = 6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=6\cdot(-3)^2=54$;

**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot b^2=6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0\cdot\quad+6\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\big|_{(x,y)=(2,-3)}=(0x^2+0xy+6y^2)\big|_{(x,y)=(2,-3)}=6\cdot(-3)^2=54$;

**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot b^2=6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0\cdot y^2+6\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\big|_{(x,y)=(2,-3)}=(0x^2+0xy+6y^2)\big|_{(x,y)=(2,-3)}=6\cdot(-3)^2=54$;

**3б)** $f(a,b)=0{\cdot}a^2+6{\cdot}b^2=6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0{\cdot}y^2+6{\cdot}x^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} =(0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} =6\cdot(-3)^2 =54$;

**3б)** $f(a,b)=0{\cdot}a^2{+}6{\cdot}b^2 =6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0{\cdot}y^2{+}6{\cdot}x^2 =6x^2$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = 6\cdot(-3)^2 = 54$;

**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot b^2 = 6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0\cdot y^2+6\cdot x^2 = 6x^2$;

**3г)** $f(x,x)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=6\cdot(-3)^2=54$;

**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot b^2=6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0\cdot y^2+6\cdot x^2=6x^2$;

**3г)** $f(x,x)=0\cdot \quad +6\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = 6\cdot(-3)^2 = 54$;

**3б)** $f(a,b)=0{\cdot}a^2+6{\cdot}b^2=6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0{\cdot}y^2+6{\cdot}x^2=6x^2$;

**3г)** $f(x,x)=0{\cdot}x^2+6\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :
**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=6\cdot(-3)^2=54$;
**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot b^2=6b^2$;
**3в)** $f(y,x)=0\cdot y^2+6\cdot x^2=6x^2$;
**3г)** $f(x,x)=0\cdot x^2+6\cdot x^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y) = 4x^2 - 5xy$; **2)** $f(x,y) = 3x^2 + 2xy$; **3)** $f(x,y) = 6y^2$; **4)** $f(x,y) = -4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y) = 6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3) = 6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (0x^2 + 0xy + 6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = 6 \cdot (-3)^2 = 54$;

**3б)** $f(a,b) = 0 \cdot a^2 + 6 \cdot b^2 = 6b^2$;

**3в)** $f(y,x) = 0 \cdot y^2 + 6 \cdot x^2 = 6x^2$;

**3г)** $f(x,x) = 0 \cdot x^2 + 6 \cdot x^2 = 6x^2$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} =(0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} =6\cdot(-3)^2 =54$;

**3б)** $f(a,b)=0{\cdot}a^2{+}6{\cdot}b^2 =6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0{\cdot}y^2{+}6{\cdot}x^2 =6x^2$;

**3г)** $f(x,x)=0{\cdot}x^2{+}6{\cdot}x^2 =6x^2$;

**3д)** $f(x-y,x+y)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} =(0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} =6\cdot(-3)^2 =54$;

**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot b^2 =6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0\cdot y^2+6\cdot x^2 =6x^2$;

**3г)** $f(x,x)=0\cdot x^2+6\cdot x^2 =6x^2$;

**3д)** $f(x-y,x+y)=0\cdot \qquad +6\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = 6\cdot(-3)^2 = 54$;

**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot b^2 = 6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0\cdot y^2+6\cdot x^2 = 6x^2$;

**3г)** $f(x,x)=0\cdot x^2+6\cdot x^2 = 6x^2$;

**3д)** $f(x-y,x+y)=0\cdot(x-y)^2+6\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(0x^2+0xy+6y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=6\cdot(-3)^2=54$;

**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot b^2=6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0\cdot y^2+6\cdot x^2=6x^2$;

**3г)** $f(x,x)=0\cdot x^2+6\cdot x^2=6x^2$;

**3д)** $f(x-y,x+y)=0\cdot(x-y)^2+6\cdot(x+y)^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=6y^2$ :

**3а)** $f(2,-3)=6y^2\big|_{(x,y)=(2,-3)}=(0x^2+0xy+6y^2)\big|_{(x,y)=(2,-3)}=6\cdot(-3)^2=54$;

**3б)** $f(a,b)=0\cdot a^2+6\cdot b^2=6b^2$;

**3в)** $f(y,x)=0\cdot y^2+6\cdot x^2=6x^2$;

**3г)** $f(x,x)=0\cdot x^2+6\cdot x^2=6x^2$;

**3д)** $f(x-y,x+y)=0\cdot(x-y)^2+6\cdot(x+y)^2=6(x+y)^2$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :
**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = -4\cdot 2^2 = -16.$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y) = 4x^2 - 5xy$; **2)** $f(x,y) = 3x^2 + 2xy$; **3)** $f(x,y) = 6y^2$; **4)** $f(x,y) = -4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y) = -4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3) = -4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (-4x^2 + 0xy + 0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = -4 \cdot 2^2 = -16.$

**4б)** $f(a,b) = -4\cdot \quad +0\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4\cdot a^2+0\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4{\cdot}a^2+0{\cdot}b^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4{\cdot}a^2+0{\cdot}b^2=-4a^2$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4{\cdot}a^2+0{\cdot}b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\big|_{(x,y)=(2,-3)} = (-4x^2+0xy+0y^2)\big|_{(x,y)=(2,-3)} = -4\cdot 2^2 = -16.$

**4б)** $f(a,b)=-4\cdot a^2+0\cdot b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4\cdot \quad +0\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = -4\cdot 2^2 = -16.$

**4б)** $f(a,b)=-4\cdot a^2+0\cdot b^2 = -4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4\cdot y^2+0\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4{\cdot}a^2{+}0{\cdot}b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4{\cdot}y^2{+}0{\cdot}x^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4{\cdot}a^2+0{\cdot}b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4{\cdot}y^2+0{\cdot}x^2=-4y^2$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4\cdot a^2+0\cdot b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4\cdot y^2+0\cdot x^2=-4y^2$;

**4г)** $f(x,x)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4{\cdot}a^2+0{\cdot}b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4{\cdot}y^2+0{\cdot}x^2=-4y^2$;

**4г)** $f(x,x)=-4\cdot\quad+0\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4\cdot a^2+0\cdot b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4\cdot y^2+0\cdot x^2=-4y^2$;

**4г)** $f(x,x)=-4\cdot x^2+0\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = (-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)} = -4\cdot 2^2 = -16.$

**4б)** $f(a,b)=-4{\cdot}a^2{+}0{\cdot}b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4{\cdot}y^2{+}0{\cdot}x^2=-4y^2$;

**4г)** $f(x,x)=-4{\cdot}x^2{+}0{\cdot}x^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4\cdot a^2+0\cdot b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4\cdot y^2+0\cdot x^2=-4y^2$;

**4г)** $f(x,x)=-4\cdot x^2+0\cdot x^2=-4x^2$;

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4{\cdot}a^2{+}0{\cdot}b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4{\cdot}y^2{+}0{\cdot}x^2=-4y^2$;

**4г)** $f(x,x)=-4{\cdot}x^2{+}0{\cdot}x^2=-4x^2$;

**4д)** $f(x-y,x+y)=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4\cdot a^2+0\cdot b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4\cdot y^2+0\cdot x^2=-4y^2$;

**4г)** $f(x,x)=-4\cdot x^2+0\cdot x^2=-4x^2$;

**4д)** $f(x-y,x+y)=-4\cdot \qquad +0\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4\cdot a^2+0\cdot b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4\cdot y^2+0\cdot x^2=-4y^2$;

**4г)** $f(x,x)=-4\cdot x^2+0\cdot x^2=-4x^2$;

**4д)** $f(x-y,x+y)=-4\cdot(x-y)^2+0\cdot$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:
**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4\cdot a^2+0\cdot b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4\cdot y^2+0\cdot x^2=-4y^2$;

**4г)** $f(x,x)=-4\cdot x^2+0\cdot x^2=-4x^2$;

**4д)** $f(x-y,x+y)=-4\cdot(x-y)^2+0\cdot(x+y)^2=$

**Задача 1.** Вычислите а) $f(2,-3)$, б) $f(a,b)$, в) $f(y,x)$, г) $f(x,x)$, д) $f(x-y,x+y)$, е) $f(f(x,y),y)$ для следующих случаев:

**1)** $f(x,y)=4x^2-5xy$; **2)** $f(x,y)=3x^2+2xy$; **3)** $f(x,y)=6y^2$; **4)** $f(x,y)=-4x^2$.

**Ответ.** $f(x,y)=-4x^2$ :

**4а)** $f(2,-3)=-4x^2\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=(-4x^2+0xy+0y^2)\Big|_{(x,y)=(2,-3)}=-4\cdot 2^2=-16.$

**4б)** $f(a,b)=-4{\cdot}a^2+0{\cdot}b^2=-4a^2$;

**4в)** $f(y,x)=-4{\cdot}y^2+0{\cdot}x^2=-4y^2$;

**4г)** $f(x,x)=-4{\cdot}x^2+0{\cdot}x^2=-4x^2$;

**4д)** $f(x-y,x+y)=-4{\cdot}(x-y)^2+0{\cdot}(x+y)^2=-4(x-y)^2$;

# Решение задачи 2.

**Задача 2.** Известно, что $D(f) = \{-1, 0, 1\}$, причем $f(-1) = 2$, $f(1) = 2 \cdot f(-1)$, $f(0) = f(1) + f(-1)$. Задайте функцию $f$ таблицей значений.

**Задача 2.** Известно, что $D(f)=\{-1,0,1\}$, причем $f(-1)=2$, $f(1)=2\cdot f(-1)$, $f(0)=f(1)+f(-1)$. Задайте функцию $f$ таблицей значений.

**Ответ.**

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $6$ | $4$ |

.

# Решение задачи 3.

**Задача 3.** Функции $f$ и $g$ заданы таблицами значений:

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-2$ |

,

| $s$ | $-1$ | $1$ | $0$ |
|---|---|---|---|
| $g(s)$ | $2$ | $-2$ | $1$ |

.

Выясните, равны ли функции $f$ и $g$, постройте их графики. Перебором всех вариантов решите уравнение $f(x) = -2x$.

**Задача 3.** Функции $f$ и $g$ заданы таблицами значений:

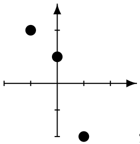
| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-2$ |

,

| $s$ | $-1$ | $1$ | $0$ |
|---|---|---|---|
| $g(s)$ | $2$ | $-2$ | $1$ |

.

Выясните, равны ли функции $f$ и $g$, постройте их графики. Перебором всех вариантов решите уравнение $f(x) = -2x$.

**Ответ.** $f = g$,  , $\left\{x \mid f(x) = -2x\right\} = \{-1, 1\}$.

# Решение задачи 4.

**Задача 4.** Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $D(g) = D(k) = \{-1, 0, 1\}$ и в своей области определения функции $f, g$ и $k$ заданы формулами $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = x^2 + x$, $k(t) = t^2 + t$. Найдите таблицы значений функций $f$, $g$ и $k$. Выясните, какие из функций $f, g, h, k$ равны, если $h$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(t)$ | $0$ | $0$ | $2$ |

.

**Задача 4.** Пусть $D(f)=\{-2,-1,0,1,2\}$, $D(g)=D(k)=\{-1,0,1\}$ и в своей области определения функции $f,g$ и $k$ заданы формулами $f(x)=x^2+x$, $g(x)=x^2+x$, $k(t)=t^2+t$. Найдите таблицы значений функций $f$, $g$ и $k$. Выясните, какие из функций $f,g,h,k$ равны, если $h$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(t)$ | $0$ | $0$ | $2$ |

.

**Ответ.** $g=h=k$,

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $0$ | $0$ | $2$ | $6$ |

.

# Решение задачи 5.

**Задача 5.** Пусть $D(f) = \{0, 1, 2, 3\}$ и в области определения функции $f$ выполняется равенство $f(x) = 1 - x^2$. Задайте функцию $f$ таблицей. Найдите $E(f)$. Является ли функция $f$ *взаимно* однозначной?

**Задача 5.** Пусть $D(f) = \{0, 1, 2, 3\}$ и в области определения функции $f$ выполняется равенство $f(x) = 1 - x^2$. Задайте функцию $f$ таблицей. Найдите $E(f)$. Является ли функция $f$ *взаимно* однозначной?

**Ответ.**

| $t$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | 1 | 0 | $-3$ | $-8$ |

, $E(f) = \{-8, -3, 0, 1\}$. Согласно **критерию**, функция $f$ является взаимно однозначной, так как для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.

# Решение задачи 6.

**Задача 6.** Пусть функция $f$ каждому слову из списка $\{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}, \text{акула}\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция $g$ — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции $f$ и $g$ (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию $h$, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции $f$ и $g$ *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

**Задача 6.** Пусть функция $f$ каждому слову из списка $\{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}, \text{акула}\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция $g$ — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции $f$ и $g$ (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию $h$, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции $f$ и $g$ *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

**Ответ.**

| $t$ | сорока | грач | жук | акула |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | 3 | 3 | 2 | 2 |
| $g(t)$ | 3 | 1 | 1 | 3 |

,

$$D(f) = D(g) = \{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}, \text{акула}\},$$

$$E(f) = \{2, 3\}, \quad E(g) = \{1, 3\}.$$

**Задача 6.** Пусть функция $f$ каждому слову из списка $\{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}, \text{акула}\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция $g$ — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции $f$ и $g$ (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию $h$, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции $f$ и $g$ *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

**Ответ.** $f$ и $g$ — не взаимно однозначные функции, так как, например, $f(\text{сорока}) = f(\text{грач})$ и $g(\text{грач}) = g(\text{жук})$. Решения уравнений и неравенств: $x = \text{акула}$, $y \in \{\text{грач}, \text{жук}\}$, $z \in \{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}\}$, $t = \text{сорока}$.

# Решение задачи 7.

**Задача 7.** Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{0, 1, 3\}$. Найдите функцию $f$, если для любого $x$ из области ее определения имеет место неравенство $2 - x < f(x)$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача 7.** Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{0, 1, 3\}$. Найдите функцию $f$, если для любого $x$ из области ее определения имеет место неравенство $2 - x < f(x)$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Ответ.**

| $t$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $f(t)$ | 3 | 1 | 0 |

. Функция $f$ является взаимно однозначной в силу **критерия**.

# Решение задачи 8.

**Задача 8.** Пусть функция $f$ каждому подмножеству $X$ множества $\{1, 2\}$ ставит в соответствие множество $X \cap \{2, 3, 4\}$, а функция $g$ — множество $X \cup \{2, 3, 4\}$. Задайте функции $f$ и $g$ таблицами. Непосредственной проверкой выясните, для любого ли $X \subseteq \{1, 2\}$ выполняется включение $f(X) \subseteq g(X)$. Являются ли функции $f$ и $g$ взаимно однозначными?

**Задача 8.** Пусть функция $f$ каждому подмножеству $X$ множества $\{1,2\}$ ставит в соответствие множество $X \cap \{2,3,4\}$, а функция $g$ — множество $X \cup \{2,3,4\}$. Задайте функции $f$ и $g$ таблицами. Непосредственной проверкой выясните, для любого ли $X \subseteq \{1,2\}$ выполняется включение $f(X) \subseteq g(X)$. Являются ли функции $f$ и $g$ взаимно однозначными?

**Ответ.**

| $t$ | $\emptyset$ | $\{1\}$ | $\{2\}$ | $\{1,2\}$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\{2\}$ | $\{2\}$ |
| $g(t)$ | $\{2,3,4\}$ | $\{1,2,3,4\}$ | $\{2,3,4\}$ | $\{1,2,3,4\}$ |

. Включение $f(X) \subseteq g(X)$ выполняется для любого $X \subseteq \{1,2\}$. Функции $f$ и $g$ не являются взаимно однозначными, так как, например, $f(\emptyset) = f(\{1\})$ и $g(\emptyset) = g(\{2\})$.

# Решение задачи 9.

**Задача 9.** Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{2, 6, 10\}$, $f(1) = 6$ и $f(2) < 5$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача 9.** Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{2, 6, 10\}$, $f(1) = 6$ и $f(2) < 5$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Ответ.**

| $s$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $f(s)$ | 6 | 2 | 10 |

. Функция $f$ является взаимно однозначной в силу **критерия**.

# Решение задачи 10.

**Задача 10.** Пусть $D(f) = \{0, 1, 2\}$, $E(f) = \{0, -1, 2\}$ и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $x - 2 < f(x) < x^2$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача 10.** Пусть $D(f) = \{0, 1, 2\}$, $E(f) = \{0, -1, 2\}$ и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $x - 2 < f(x) < x^2$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Ответ.**

| $s$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $f(s)$ | $-1$ | 0 | 2 |

. Функция $f$ является взаимно однозначной в силу **критерия**.

# Решение задачи 11.

**Задача 11.** Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $E(f) = \{-2, 0, 2, 4\}$, функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $-3$ | $-1$ | $2$ | $1$ | $3$ |

и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $g(x) < f(x) < g(x) + 3$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача 11.** Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $E(f) = \{-2, 0, 2, 4\}$, функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $-3$ | $-1$ | $2$ | $1$ | $3$ |

и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $g(x) < f(x) < g(x) + 3$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Ответ.**

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-2$ | $0$ | $4$ | $2$ | $4$ |

. Функция $f$ не является взаимно однозначной, так как $f(0) = f(2)$.

# Решение задачи 12.

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.**

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

*Что надо найти?*

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Геометрическую прогрессию.

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

*Что надо найти?* Геометрическую прогрессию.

*В каком виде представим ответ?*

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Геометрическую прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой (выражение общего члена прогрессии через его номер).

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

*Что надо найти?* Геометрическую прогрессию.

*В каком виде представим ответ?* Формулой (выражение общего члена прогрессии через его номер).

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен $4$, и сумма первых трех членов прогрессии равна $7$. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Геометрическую прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой (выражение общего члена прогрессии через его номер).
*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* **Достаточно найти** первый член геометрической прогрессии и ее знаменатель.

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

*Что надо найти?* Геометрическую прогрессию.

*В каком виде представим ответ?* Формулой (выражение общего члена прогрессии через его номер).

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* **Достаточно найти** первый член геометрической прогрессии и ее знаменатель.

Положим, $b_1$ — первый член искомой геометрической прогрессии и $q$ — ее знаменатель.

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Геометрическую прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой (выражение общего члена прогрессии через его номер).
*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* **Достаточно найти** первый член геометрической прогрессии и ее знаменатель.
Положим, $b_1$ — первый член искомой геометрической прогрессии и $q$ — ее знаменатель.
*Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?*

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

*Что надо найти?* Геометрическую прогрессию.

*В каком виде представим ответ?* Формулой (выражение общего члена прогрессии через его номер).

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* **Достаточно найти** первый член геометрической прогрессии и ее знаменатель.

Положим, $b_1$ — первый член искомой геометрической прогрессии и $q$ — ее знаменатель.

*Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?* Переводя «дословно» условие задачи на язык уравнений, получаем систему

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

*Что надо найти?* Геометрическую прогрессию.

*В каком виде представим ответ?* Формулой (выражение общего члена прогрессии через его номер).

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* **Достаточно найти** первый член геометрической прогрессии и ее знаменатель.

Положим, $b_1$ — первый член искомой геометрической прогрессии и $q$ — ее знаменатель.

*Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?* Переводя «дословно» условие задачи на язык уравнений, получаем систему

$$\begin{cases} b_1 = 4, \\ b_1 + b_1 q + b_1 q^2 = 7, \end{cases}$$

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Геометрическую прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой (выражение общего члена прогрессии через его номер).
*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.* **Достаточно найти** первый член геометрической прогрессии и ее знаменатель.
Положим, $b_1$ — первый член искомой геометрической прогрессии и $q$ — ее знаменатель.
*Составим систему уравнений. Какую величину вычислим разными способами?* Переводя «дословно» условие задачи на язык уравнений, получаем систему

$$\begin{cases} b_1 = 4, \\ b_1 + b_1 q + b_1 q^2 = 7, \end{cases}$$

то есть $4q^2 + 4q - 3 = 0$.
Последнее высказывание является истинным тогда и только тогда, когда значения переменной $q$ имеют вид $\dfrac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{4} = \dfrac{-1 \pm 2}{2}$, откуда
$q \in \left\{-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\}$.

**Задача 12.** Известно, что первый член геометрической прогрессии равен 4, и сумма первых трех членов прогрессии равна 7. Найти прогрессию.

**Ответ.** Искомые прогрессии имеют вид $4, -6, 9, -\frac{27}{2}, \ldots$ и $4, 2, 1, \frac{1}{2}, \ldots$.

**Проверка:** Первый член каждой из найденных прогрессий равен 4, и сумма первых трех членов для каждой из прогрессий равна $4 - 6 + 9 = 4 + 2 + 1 = 7$. Таким образом, обе прогрессии действительно удовлетворяют всем условиям задачи.

# Решение задачи 13.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.**

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

*Что надо найти?*

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.
*В каком виде представим ответ?*

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.
*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.
*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.
*Сведем к числовым параметрам и введем переменные.*

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.
*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.
*Сведем к числовым параметрам и введем переменные.* **Достаточно найти** первый член каждой из прогрессий (по условию они совпадают), знаменатель геометрической прогрессии и разность арифметической прогрессии.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.
*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.
*Сведем к числовым параметрам и введем переменные.* **Достаточно найти** первый член каждой из прогрессий (по условию они совпадают), знаменатель геометрической прогрессии и разность арифметической прогрессии.
Теперь надо либо попробовать как-то найти их непосредственным вычислением, либо обозначить их буквами и составить систему уравнений. Положим, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии и $d$ — разность арифметической прогрессии.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.
*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.
*Сведем к числовым параметрам и введем переменные.* Положим, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии и $d$ — разность арифметической прогрессии.

*Составим систему уравнений. Что вычислим разными способами?*

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.
*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.
*Сведем к числовым параметрам и введем переменные.* Положим, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии и $d$ — разность арифметической прогрессии.

*Составим систему уравнений. Что вычислим разными способами?*

Слово «совпадают» означает равенство значений двух величин, что позволяет вычислить второй член, допустим, арифметической прогрессии двумя способами: с одной стороны, по определению арифметической прогрессии он равен $1 + d$, с другой стороны, он совпадает со вторым членом геометрической прогрессии, который, в соответствии с определением геометрической прогрессии, равен $1 \cdot q^{2-1}$. Таким образом, получаем уравнение $1 + d = q$.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.

*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.

*Сведем к числовым параметрам и введем переменные.* Положим, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии и $d$ — разность арифметической прогрессии.

*Составим систему уравнений. Что вычислим разными способами?* $\begin{cases} 1 + d = q, \\ \end{cases}$

Слово «совпадают» означает равенство значений двух величин, что позволяет вычислить второй член, допустим, арифметической прогрессии двумя способами: с одной стороны, по определению арифметической прогрессии он равен $1 + d$, с другой стороны, он совпадает со вторым членом геометрической прогрессии, который, в соответствии с определением геометрической прогрессии, равен $1 \cdot q^{2-1}$. Таким образом, получаем уравнение $1 + d = q$.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.
*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.
*Сведем к числовым параметрам и введем переменные.* Положим, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии и $d$ — разность арифметической прогрессии.

*Составим систему уравнений. Что вычислим разными способами?* $\begin{cases} 1+d=q, \\ \end{cases}$

Условие *сумма первых трех членов геометрической прогрессии* *равна* *утроенному третьему члену арифметической прогрессии* позволяет двумя способами вычислить сумму первых трех членов геометрической прогрессии. С одной стороны, это можно сделать «по-честному»: $1+1\cdot q+1\cdot q^2$. С другой стороны, можно «схитрить» и вычислить эту сумму с помощью арифметической прогрессии, так как эта сумма в 3 раза больше числа $1+(3-1)d$. Таким образом, $1+q+q^2=1+2d$.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.
*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.
*Сведем к числовым параметрам и введем переменные.* Положим, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии и $d$ — разность арифметической прогрессии.
*Составим систему уравнений. Что вычислим разными способами?* $\begin{cases} 1+d=q, \\ 1+q+q^2=3(1+2d) \end{cases}$
Условие *сумма первых трех членов геометрической прогрессии* *равна* *утроенному третьему члену арифметической прогрессии* позволяет двумя способами вычислить сумму первых трех членов геометрической прогрессии. С одной стороны, это можно сделать «по-честному»: $1+1\cdot q+1\cdot q^2$. С другой стороны, можно «схитрить» и вычислить эту сумму с помощью арифметической прогрессии, так как эта сумма в 3 раза больше числа $1+(3-1)d$. Таким образом, $1+q+q^2=1+2d$.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.
*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.
*Сведем к числовым параметрам и введем переменные.* Положим, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии и $d$ — разность арифметической прогрессии.
*Составим систему уравнений. Что вычислим разными способами?* $\begin{cases} 1+d=q, \\ 1+q+q^2=3(1+2d). \end{cases}$
Будьте внимательны! Как ни странно, очень часто при получении уравнений типа второго уравнения данной системы вместо множителя 3 пишут $\frac{1}{3}$. Число $1+2d$ *меньше* числа $1+q+q^2$, поэтому чтобы их «уравнять», надо $1+2d$ *умножить* на 3.
Подставляя полученное из первого уравнения значение $q$ во второе уравнение, получаем $1+(1+d)+(1+d)^2=3(1+2d)$, откуда $d^2-3d=0$, то есть $d \in \{0,3\}$.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.
*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.
*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.
*Сведем к числовым параметрам и введем переменные.* Положим, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии и $d$ — разность арифметической прогрессии.
*Составим систему уравнений. Что вычислим разными способами?* $\begin{cases} 1+d=q, \\ 1+q+q^2=3(1+2d). \end{cases}$
Будьте внимательны! Как ни странно, очень часто при получении уравнений типа второго уравнения данной системы вместо множителя 3 пишут $\frac{1}{3}$. Число $1+2d$ *меньше* числа $1+q+q^2$, поэтому чтобы их «уравнять», надо $1+2d$ *умножить* на 3.
Подставляя полученное из первого уравнения значение $q$ во второе уравнение, получаем $1+(1+d)+(1+d)^2=3(1+2d)$, откуда $d^2-3d=0$, то есть $d\in\{0,3\}$.
**Ответ.** Первый вариант: $a_n=1+3(n-1)$ — арифметическая прогрессия, $b_n=4^{n-1}$ — геометрическая прогрессия. Второй вариант: $a_n=b_n=1$ — арифметическая и геометрическая прогрессии.

**Задача 13.** Первые члены арифметической и геометрической прогрессий равны 1, вторые члены этих арифметической и геометрической прогрессий совпадают, сумма превых трех членов геометрической прогрессии равна утроенному третьему члену арифметической прогрессии. Найти эти прогрессии.

**Ответ.** Применим **стратегию составления уравнений**.

*Что надо найти?* Две прогрессии: геометрическую и арифметическую.

*В каком виде представим ответ?* Выражением для общего члена.

*Сведем к числовым параметрам и введем переменные.* Положим, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии и $d$ — разность арифметической прогрессии.

*Составим систему уравнений. Что вычислим разными способами?* $\begin{cases} 1+d=q, \\ 1+q+q^2=3(1+2d). \end{cases}$

Будьте внимательны! Как ни странно, очень часто при получении уравнений типа второго уравнения данной системы вместо множителя 3 пишут $\frac{1}{3}$. Число $1+2d$ *меньше* числа $1+q+q^2$, поэтому чтобы их «уравнять», надо $1+2d$ *умножить* на 3.

Подставляя полученное из первого уравнения значение $q$ во второе уравнение, получаем $1+(1+d)+(1+d)^2=3(1+2d)$, откуда $d^2-3d=0$, то есть $d \in \{0,3\}$.

**Ответ.** Первый вариант: $a_n=1+3(n-1)$ — арифметическая прогрессия, $b_n=4^{n-1}$ — геометрическая прогрессия. Второй вариант: $a_n=b_n=1$ — арифметическая и геометрическая прогрессии.

**Проверка** третьего условия (остальные условия задачи, очевидно, выполняются): для первого варианта равенство $1+4+16=21=3\cdot 7$ справедливо, для второго варианта $1+1+1=3=3\cdot 1$ также является верным равенством.

# Решение задачи 14.

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.**

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.** *Что надо найти?*

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.** *Что надо найти?* Числа.

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.** *Что надо найти?* Числа.
*В каком виде представим ответ?*

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.** *Что надо найти?* Числа.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.** *Что надо найти?* Числа.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.** *Что надо найти?* Числа.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — второе из исходных чисел, $y$ — третье.

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.** *Что надо найти?* Числа.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — второе из исходных чисел, $y$ — третье.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.** *Что надо найти?* Числа.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — второе из исходных чисел, $y$ — третье.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переписывая на языке равенств** утверждение от том, что числа образуют арифметическую и, соответственно, геометрическую прогрессию, получаем систему уравнений:

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.** *Что надо найти?* Числа.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — второе из исходных чисел, $y$ — третье.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переписывая на языке равенств** утверждение от том, что числа образуют арифметическую и, соответственно, геометрическую прогрессию, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{x}, \\ \end{cases}$$

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.** *Что надо найти?* Числа.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — второе из исходных чисел, $y$ — третье.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переписывая на языке равенств** утверждение от том, что числа образуют арифметическую и, соответственно, геометрическую прогрессию, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{x}, \\ \log_2 x - \log_2 2 = \log_2 y - \log_2 x = 2 \end{cases}$$

**Задача 14.** Три числа, первое из которых равно 2, образуют геометрическую прогрессию. Найдите оставшиеся два числа, если известно, что логарифмы этих трех чисел по основанию 2 образуют арифметическую прогрессию с разностью, также равной 2.

**Ответ.** *Что надо найти?* Числа.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — второе из исходных чисел, $y$ — третье.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переписывая на языке равенств** утверждение от том, что числа образуют арифметическую и, соответственно, геометрическую прогрессию, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{x}, \\ \log_2 x - \log_2 2 = \log_2 y - \log_2 x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8, \\ y = 32. \end{cases}$$

# Решение задачи 15.

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.**

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?*

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?*

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма, $b$ — первый член геометрической прогрессии, $q$ — ее знаменатель.

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма, $b$ — первый член геометрической прогрессии, $q$ — ее знаменатель.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма, $b$ — первый член геометрической прогрессии, $q$ — ее знаменатель.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Вычисляя двумя способами суммы первых 2 членов и десятичных логарифмов первых 5 членов, получаем:

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма, $b$ — первый член геометрической прогрессии, $q$ — ее знаменатель.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Вычисляя двумя способами суммы первых 2 членов и десятичных логарифмов первых 5 членов, получаем

$$\begin{cases} S = \dfrac{b}{1-q}, \\ \\ \end{cases}$$

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма, $b$ — первый член геометрической прогрессии, $q$ — ее знаменатель.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Вычисляя двумя способами суммы первых 2 членов и десятичных логарифмов первых 5 членов, получаем

$$\begin{cases} S = \dfrac{b}{1-q}, \\ 0 < q < 1, \\ \\ \end{cases}$$

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма, $b$ — первый член геометрической прогрессии, $q$ — ее знаменатель.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Вычисляя двумя способами суммы первых 2 членов и десятичных логарифмов первых 5 членов, получаем

$$\begin{cases} S = \dfrac{b}{1-q}, \\ 0 < q < 1, \\ b(1+q) = 60, \\ \end{cases}$$

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма, $b$ — первый член геометрической прогрессии, $q$ — ее знаменатель.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Вычисляя двумя способами суммы первых 2 членов и десятичных логарифмов первых 5 членов, получаем

$$\begin{cases} S = \dfrac{b}{1-q}, \\ 0 < q < 1, \\ b(1+q) = 60, \\ 5\lg b + (1+2+3+4)\lg q = 5 \end{cases}$$

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма, $b$ — первый член геометрической прогрессии, $q$ — ее знаменатель.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Вычисляя двумя способами суммы первых 2 членов и десятичных логарифмов первых 5 членов, получаем

$$\begin{cases} S = \dfrac{b}{1-q}, \\ 0 < q < 1, \\ b(1+q) = 60, \\ 5\lg b + (1+2+3+4)\lg q = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = \dfrac{b}{1-q}, \\ b = \dfrac{60}{1+q}, \\ \lg 60 - \lg(1+q) + 2\lg q = 1, \\ 0 < q < 1 \end{cases}$$

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма, $b$ — первый член геометрической прогрессии, $q$ — ее знаменатель.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Вычисляя двумя способами суммы первых 2 членов и десятичных логарифмов первых 5 членов, получаем

$$\begin{cases} S = \dfrac{b}{1-q}, \\ 0 < q < 1, \\ b(1+q) = 60, \\ 5\lg b + (1+2+3+4)\lg q = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = \dfrac{b}{1-q}, \\ b = \dfrac{60}{1+q}, \\ \lg 60 - \lg(1+q) + 2\lg q = 1, \\ 0 < q < 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = 1/2, \\ b = 40, \\ S = 80. \end{cases}$$

**Задача 15.** Сумма первых двух членов бесконечной положительнозначной убывающей геометрической прогрессии равна 60, сумма десятичных логарифмов первых пяти членов равна 5. Найдите сумму всех членов этой прогрессии.

**Ответ.** *Что надо найти?* Сумму всех членов прогрессии.
*В каком виде представим ответ?* В виде обычновенной или десятичной дроби.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма, $b$ — первый член геометрической прогрессии, $q$ — ее знаменатель.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Вычисляя двумя способами суммы первых 2 членов и десятичных логарифмов первых 5 членов, получаем

$$\begin{cases} S = \dfrac{b}{1-q}, \\ 0 < q < 1, \\ b(1+q) = 60, \\ 5\lg b + (1+2+3+4)\lg q = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = \dfrac{b}{1-q}, \\ b = \dfrac{60}{1+q}, \\ \lg 60 - \lg(1+q) + 2\lg q = 1, \\ 0 < q < 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = 1/2, \\ b = 40, \\ S = 80. \end{cases}$$

**Ответ.** Сумма всех членов прогрессии равна 80.

# Решение задачи 16.

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.**

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120°$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?*

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120°$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?* Стороны треугольника.

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?* Стороны треугольника.

*В каком виде представим ответ?*

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?* Стороны треугольника.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?* Стороны треугольника.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?* Стороны треугольника.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — меньшая из сторон, $y$ — средняя сторона. Обозначим через $d$ разность прогрессии.

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?* Стороны треугольника.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — меньшая из сторон, $y$ — средняя сторона. Обозначим через $d$ разность прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?* Стороны треугольника.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — меньшая из сторон, $y$ — средняя сторона. Обозначим через $d$ разность прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Используя теорему косинусов и **правила перевода на язык математики**, получаем:

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?* Стороны треугольника.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — меньшая из сторон, $y$ — средняя сторона. Обозначим через $d$ разность прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Используя теорему косинусов и **правила перевода на язык математики**, получаем:

$$\begin{cases} y = x + d, \\ \end{cases}$$

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?* Стороны треугольника.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — меньшая из сторон, $y$ — средняя сторона. Обозначим через $d$ разность прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Используя теорему косинусов и **правила перевода на язык математики**, получаем:

$$\begin{cases} y = x + d, \\ 7 = x + 2d, \\ \phantom{7} \end{cases}$$

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?* Стороны треугольника.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — меньшая из сторон, $y$ — средняя сторона. Обозначим через $d$ разность прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Используя теорему косинусов и **правила перевода на язык математики**, получаем:

$$\begin{cases} y = x + d, \\ 7 = x + 2d, \\ 7^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos 120^\circ. \end{cases}$$

**Задача 16.** В треугольнике с углом $120^\circ$ длины сторон образуют арифметическую прогрессию. Найдите длины всех сторон треугольника, если наибольшая из них равна 7.

**Ответ.** *Что надо найти?* Стороны треугольника.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическими выражениями.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — меньшая из сторон, $y$ — средняя сторона. Обозначим через $d$ разность прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Используя теорему косинусов и **правила перевода на язык математики**, получаем:

$$\begin{cases} y = x + d, \\ 7 = x + 2d, \\ 7^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos 120^\circ. \end{cases}$$

В итоге получаем, что меньшая из сторон равна 3, а средняя — 5.

# Решение задачи 17.

**Задача 17.** Между числами 1 и 256 вставить три числа, которые вместе с данными числами составляли бы геометрическую прогрессию.

**Задача 17.** Между числами 1 и 256 вставить три числа, которые вместе с данными числами составляли бы геометрическую прогрессию.

**Ответ.** 4, 16, 64.

# Решение задачи 18.

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.**

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?*

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число лет.

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число лет.

*В каком виде представим ответ?*

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число лет.
*В каком виде представим ответ?* Десятичной позиционной записью числа.

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число лет.
*В каком виде представим ответ?* Десятичной позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число лет.
*В каком виде представим ответ?* Десятичной позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $n$ — искомое число лет, $S$ — первоначальная величина вклада.

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число лет.
*В каком виде представим ответ?* Десятичной позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $n$ — искомое число лет, $S$ — первоначальная величина вклада.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число лет.

*В каком виде представим ответ?* Десятичной позиционной записью числа.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $n$ — искомое число лет, $S$ — первоначальная величина вклада.

*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Оценивая сумму вклада через $n$ лет, получаем

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число лет.
*В каком виде представим ответ?* Десятичной позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $n$ — искомое число лет, $S$ — первоначальная величина вклада.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Оценивая сумму вклада через $n$ лет, получаем $S \cdot (1 + 0.03)^n \; ? \; S \cdot (1 + 0.1)$.

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число лет.
*В каком виде представим ответ?* Десятичной позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $n$ — искомое число лет, $S$ — первоначальная величина вклада.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Оценивая сумму вклада через $n$ лет, получаем $S \cdot (1 + 0.03)^n > S \cdot (1 + 0.1)$.

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число лет.
*В каком виде представим ответ?* Десятичной позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $n$ — искомое число лет, $S$ — первоначальная величина вклада.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Оценивая сумму вклада через $n$ лет, получаем $S \cdot (1 + 0.03)^n > S \cdot (1 + 0.1)$.
**Ответ.** Впервые сумма вклада повысится по сравенению с первоначальным более чем на 10 % через _ года.

**Задача 18.** Банк ежегодно начисляет 3% от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше, чем на 10%? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число лет.
*В каком виде представим ответ?* Десятичной позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $n$ — искомое число лет, $S$ — первоначальная величина вклада.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Оценивая сумму вклада через $n$ лет, получаем $S \cdot (1 + 0.03)^n > S \cdot (1 + 0.1)$.
**Ответ.** Впервые сумма вклада повысится по сравенению с первоначальным более чем на 10 % через 4 года.

# Решение задачи 19.

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.**

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?*

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?*

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — четвёртый член арифметической прогрессии, $y$ — четвёртый член геометрической прогрессии, $a$ — первый член арифметической прогрессии, $d$ — ее разность, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии.

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — четвёртый член арифметической прогрессии, $y$ — четвёртый член геометрической прогрессии, $a$ — первый член арифметической прогрессии, $d$ — ее разность, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — четвёртый член арифметической прогрессии, $y$ — четвёртый член геометрической прогрессии, $a$ — первый член арифметической прогрессии, $d$ — ее разность, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переводя на язык равенств** утверждения о прогрессиях, получаем

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — четвёртый член арифметической прогрессии, $y$ — четвёртый член геометрической прогрессии, $a$ — первый член арифметической прогрессии, $d$ — ее разность, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переводя на язык равенств** утверждения о прогрессиях, получаем

$$\begin{cases} x = a + 3d, \\ y = \\ \\ \\ \end{cases} \Rightarrow$$

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — четвёртый член арифметической прогрессии, $y$ — четвёртый член геометрической прогрессии, $a$ — первый член арифметической прогрессии, $d$ — ее разность, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переводя на язык равенств** утверждения о прогрессиях, получаем

$$\left\{\begin{array}{l} x = a + 3d, \\ y = (a+1)q^3, \\ \\ \\ \end{array}\right. \Rightarrow$$

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — четвёртый член арифметической прогрессии, $y$ — четвёртый член геометрической прогрессии, $a$ — первый член арифметической прогрессии, $d$ — ее разность, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переводя на язык равенств** утверждения о прогрессиях, получаем

$$\begin{cases} x = a + 3d, \\ y = (a+1)q^3, \\ 3a + 3d = 15, \\ \\ \\ \end{cases} \qquad\qquad \Rightarrow$$

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — четвёртый член арифметической прогрессии, $y$ — четвёртый член геометрической прогрессии, $a$ — первый член арифметической прогрессии, $d$ — ее разность, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переводя на язык равенств** утверждения о прогрессиях, получаем

$$\begin{cases} x = a + 3d, \\ y = (a+1)q^3, \\ 3a + 3d = 15, \\ \dfrac{a+d+1}{a+1} = \dfrac{a+2d+4}{a+d+1} = q \end{cases} \Rightarrow$$

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — четвёртый член арифметической прогрессии, $y$ — четвёртый член геометрической прогрессии, $a$ — первый член арифметической прогрессии, $d$ — ее разность, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переводя на язык равенств** утверждения о прогрессиях, получаем

$$\begin{cases} x = a + 3d, \\ y = (a+1)q^3, \\ 3a + 3d = 15, \\ \dfrac{a+d+1}{a+1} = \dfrac{a+2d+4}{a+d+1} = q \end{cases} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} (x;y;a;d;q) = (\qquad\qquad\qquad), \\ (x;y;a;d;q) = (\qquad\qquad\qquad\qquad), \end{array} \right.$$

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — четвёртый член арифметической прогрессии, $y$ — четвёртый член геометрической прогрессии, $a$ — первый член арифметической прогрессии, $d$ — ее разность, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переводя на язык равенств** утверждения о прогрессиях, получаем

$$\begin{cases} x = a + 3d, \\ y = (a+1)q^3, \\ 3a + 3d = 15, \\ \dfrac{a+d+1}{a+1} = \dfrac{a+2d+4}{a+d+1} = q \end{cases} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} (x;y;a;d;q) = (11;24;2;3;2), \\ (x;y;a;d;q) = (-7;3/2;11;-6;1/2), \end{array} \right.$$

**Задача 19.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 15. Если к первому и ко второму ее членам прибавить по 1, а к третьему — прибавить 4, то получится геометрическая прогрессия. Найдите четвёртые члены этих прогрессий.

**Ответ.** *Что надо найти?* Четвертые члены прогрессий.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $x$ — четвёртый член арифметической прогрессии, $y$ — четвёртый член геометрической прогрессии, $a$ — первый член арифметической прогрессии, $d$ — ее разность, $q$ — знаменатель геометрической прогрессии.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* **Переводя на язык равенств** утверждения о прогрессиях, получаем

$$\begin{cases} x = a + 3d, \\ y = (a+1)q^3, \\ 3a + 3d = 15, \\ \dfrac{a+d+1}{a+1} = \dfrac{a+2d+4}{a+d+1} = q \end{cases} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} (x;y;a;d;q) = (11;24;2;3;2), \\ (x;y;a;d;q) = (-7;3/2;11;-6;1/2), \end{array} \right.$$

Либо четвёртый член арифметической прогрессии равен 11, а четвёртый член геометрической прогрессии равен 24,
либо четвёртый член арифметической прогрессии равен $(-1)$, а четвёртый член геометрической прогрессии равен $3/2$.

# Решение задачи 20.

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.**

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?*

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?*

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств** получаем, что суммируемые числа имеют вид $(5m+1)$. Таким образом, суммируемые числа представляют собой члены арифметической прогрессии с разностью 5. Для использования формулы суммы членов арифметической прогрессии необходимо знать

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств** получаем, что суммируемые числа имеют вид $(5m+1)$. Таким образом, суммируемые числа представляют собой члены арифметической прогрессии с разностью 5. Для использования формулы суммы членов арифметической прогрессии необходимо знать

первый член прогрессии и число слагаемых.

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств** получаем, что суммируемые числа имеют вид $(5m+1)$. Таким образом, суммируемые числа представляют собой члены арифметической прогрессии с разностью 5. Для использования формулы суммы членов арифметической прогрессии необходимо знать

первый член прогрессии и число слагаемых.

Так как суммируемые числа — трехначные, то

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств** получаем, что суммируемые числа имеют вид $(5m+1)$. Таким образом, суммируемые числа представляют собой члены арифметической прогрессии с разностью 5. Для использования формулы суммы членов арифметической прогрессии необходимо знать

первый член прогрессии и число слагаемых.

Так как суммируемые числа — трехначные, то
$100 \le 5m+1$, откуда $\dfrac{99}{5} \le m$.

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств** получаем, что суммируемые числа имеют вид $(5m+1)$. Таким образом, суммируемые числа представляют собой члены арифметической прогрессии с разностью 5. Для использования формулы суммы членов арифметической прогрессии необходимо знать

первый член прогрессии и число слагаемых.

Так как суммируемые числа — трехначные, то
$100 \leq 5m+1$, откуда $\dfrac{99}{5} \leq m$.
Учитывая целочисленность $m$ получаем $20 \leq m$. Следовательно, первый член прогрессии равен 101.
Поэтому суммируемые числа имеют вид

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств** получаем, что суммируемые числа имеют вид $(5m+1)$. Таким образом, суммируемые числа представляют собой члены арифметической прогрессии с разностью 5. Для использования формулы суммы членов арифметической прогрессии необходимо знать

первый член прогрессии и число слагаемых.

Так как суммируемые числа — трехначные, то
$100 \le 5m+1$, откуда $\dfrac{99}{5} \le m$.
Учитывая целочисленность $m$ получаем $20 \le m$. Следовательно, первый член прогрессии равен 101.
Поэтому суммируемые числа имеют вид $(101+5(k-1))$.

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств** получаем, что суммируемые числа имеют вид $(5m+1)$. Таким образом, суммируемые числа представляют собой члены арифметической прогрессии с разностью 5. Для использования формулы суммы членов арифметической прогрессии необходимо знать

первый член прогрессии и число слагаемых.

Так как суммируемые числа — трехначные, то
$100 \leq 5m+1$, откуда $\dfrac{99}{5} \leq m$.
Учитывая целочисленность $m$ получаем $20 \leq m$. Следовательно, первый член прогрессии равен 101.
Поэтому суммируемые числа имеют вид $(101+5(k-1))$. Из трезначности суммируемых чисел следует, что

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств** получаем, что суммируемые числа имеют вид $(5m+1)$. Таким образом, суммируемые числа представляют собой члены арифметической прогрессии с разностью 5. Для использования формулы суммы членов арифметической прогрессии необходимо знать

первый член прогрессии и число слагаемых.

Так как суммируемые числа — трехначные, то
$100 \leq 5m+1$, откуда $\frac{99}{5} \leq m$.
Учитывая целочисленность $m$ получаем $20 \leq m$. Следовательно, первый член прогрессии равен 101.
Поэтому суммируемые числа имеют вид $(101+5(k-1))$. Из трезначности суммируемых чисел следует, что $101+5(k-1) \leq 999$,
откуда следует, (учитывая целочисленность $k$), что $k \leq 180$.

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств** получаем, что суммируемые числа имеют вид $(5m+1)$. Таким образом, суммируемые числа представляют собой члены арифметической прогрессии с разностью 5. Для использования формулы суммы членов арифметической прогрессии необходимо знать

первый член прогрессии и число слагаемых.

Так как суммируемые числа — трехначные, то
$100 \leq 5m+1$, откуда $\dfrac{99}{5} \leq m$.
Учитывая целочисленность $m$ получаем $20 \leq m$. Следовательно, первый член прогрессии равен 101.
Поэтому суммируемые числа имеют вид $(101+5(k-1))$. Из трезначности суммируемых чисел следует, что $101+5(k-1) \leq 999$,
откуда следует, (учитывая целочисленность $k$), что $k \leq 180$.
Таким образом, искомая сумма равна

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств** получаем, что суммируемые числа имеют вид $(5m+1)$. Таким образом, суммируемые числа представляют собой члены арифметической прогрессии с разностью 5. Для использования формулы суммы членов арифметической прогрессии необходимо знать

первый член прогрессии и число слагаемых.

Так как суммируемые числа — трехначные, то
$100 \leq 5m+1$, откуда $\dfrac{99}{5} \leq m$.
Учитывая целочисленность $m$ получаем $20 \leq m$. Следовательно, первый член прогрессии равен 101.
Поэтому суммируемые числа имеют вид $(101+5(k-1))$. Из трезначности суммируемых чисел следует, что $101+5(k-1) \leq 999$,
откуда следует, (учитывая целочисленность $k$), что $k \leq 180$.
Таким образом, искомая сумма равна

$$180 \cdot 101 + \frac{179 \cdot 180}{2} \cdot 5 =$$

**Задача 20.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.
*В каком виде представим ответ?* Позиционной записью числа.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $S$ — искомая сумма.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?* Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств** получаем, что суммируемые числа имеют вид $(5m+1)$. Таким образом, суммируемые числа представляют собой члены арифметической прогрессии с разностью 5. Для использования формулы суммы членов арифметической прогрессии необходимо знать

первый член прогрессии и число слагаемых.

Так как суммируемые числа — трехначные, то
$100 \leq 5m+1$, откуда $\frac{99}{5} \leq m$.
Учитывая целочисленность $m$ получаем $20 \leq m$. Следовательно, первый член прогрессии равен 101.
Поэтому суммируемые числа имеют вид $(101+5(k-1))$. Из трезначности суммируемых чисел следует, что $101+5(k-1) \leq 999$,
откуда следует, (учитывая целочисленность $k$), что $k \leq 180$.
Таким образом, искомая сумма равна

$$180 \cdot 101 + \frac{179 \cdot 180}{2} \cdot 5 = 98730.$$

# Решение задачи 21.

**Задача 21.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Задача 21.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.** $a = 4$, $q = 2/3$, $4; 8/3; 16/9; \ldots$, $S = 12$.

# Решение задачи 22.

**Задача 22.** Произведение первых четырех членов знакопостоянной геометрической прогрессии равно 4, а сумма кубов первых трех членов, деленная на первый ее член, равна $\frac{73}{4}$. Найдите прогрессию.

**Задача 22.** Произведение первых четырех членов знакопостоянной геометрической прогрессии равно 4, а сумма кубов первых трех членов, деленная на первый ее член, равна $\frac{73}{4}$. Найдите прогрессию.

**Ответ.** $-1/2; -1; -2, \ldots$

# Решение задачи 23.

**Задача 23.** Найдите сороковой член арифметической последовательности, если сумма первых пяти ее членов равна 25, а произведение третьего и четвёртого членов равно 35.

**Задача 23.** Найдите сороковой член арифметической последовательности, если сумма первых пяти ее членов равна 25, а произведение третьего и четвёртого членов равно 35.

**Ответ.** $a_{40} = 79, \quad$ при этом $a_1 = 1, \quad d = 2.$

# Решение задачи 24.

**Задача 24.** Числа $\lg 2$, $\lg\left(2^x-6\right)$, $\lg\left(2^x+34\right)$ образуют арифметическую прогрессию. Найдите $x$.

**Задача 24.** Числа $\lg 2$, $\lg\left(2^x-6\right)$, $\lg\left(2^x+34\right)$ образуют арифметическую прогрессию. Найдите $x$.

**Ответ.** $x=4$.

# Решение задачи 25.

**Задача 25.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 30, а сумма квадратов этих чисел равна 318. Найдите эти числа.

**Задача 25.** Сумма первых трех членов арифметической прогрессии равна 30, а сумма квадратов этих чисел равна 318. Найдите эти числа.

**Ответ.** 13; 10; 7 или 7; 10; 13.

# Решение задачи 26.

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно $40$.

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно $40$.

**Ответ.**

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно $40$.

**Ответ.** *Что надо найти?*

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно $40$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Прогрессию.

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно $40$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Прогрессию.
*В каком виде представим ответ?*

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно $40$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой общего члена.

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно $40$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой общего члена.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно $40$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой общего члена.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $a_n$ — $n$-й член прогрессии, $d$ — ее разность.

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно 40.

**Ответ.** *Что надо найти?* Прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой общего члена.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $a_n$ — $n$-й член прогрессии, $d$ — ее разность.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно 40.

**Ответ.** *Что надо найти?* Прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой общего члена.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $a_n$ — $n$-й член прогрессии, $d$ — ее разность.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*
Вычисляя двумя способами $n$-й член прогрессии (первое уравнение),

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно 40.

**Ответ.** *Что надо найти?* Прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой общего члена.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $a_n$ — $n$-й член прогрессии, $d$ — ее разность.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*
Вычисляя двумя способами $n$-й член прогрессии (первое уравнение),
сумму первых четырех членов прогрессии (второе уравнение)

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно 40.

**Ответ.** *Что надо найти?* Прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой общего члена.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $a_n$ — $n$-й член прогрессии, $d$ — ее разность.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*
Вычисляя двумя способами $n$-й член прогрессии (первое уравнение),
сумму первых четырех членов прогрессии (второе уравнение)
и произведение этих же членов (третье уравнение),

**Задача 26.** Найти убывающую арифметическую прогрессию, в которой сумма первых четырех членов равна $(-2)$, а произведение этих же членов равно 40.

**Ответ.** *Что надо найти?* Прогрессию.
*В каком виде представим ответ?* Формулой общего члена.
*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.* Пусть $a_n$ — $n$-й член прогрессии, $d$ — ее разность.
*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*
Вычисляя двумя способами $n$-й член прогрессии (первое уравнение),
сумму первых четырех членов прогрессии (второе уравнение)
и произведение этих же членов (третье уравнение), получаем систему

$$\begin{cases} a_n = a_1 + (n-1)\,d, \\ 4a_1 + 6d = -2, \\ a_1\,(a_1+d)\,(a_1+2d)\,(a_1+3d) = 40. \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a_n = -5 + 3n, \\ a_n = 4 - 3n. \end{array}\right.$$

# Решение задачи 27.

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.**

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?*

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?*

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

Пусть $x$ — искомое число, $(2k+1)$ — первый член прогрессии, $d$ — разность прогрессии.

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

Пусть $x$ — искомое число, $(2k+1)$ — первый член прогрессии, $d$ — разность прогрессии.

*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

Пусть $x$ — искомое число, $(2k+1)$ — первый член прогрессии, $d$ — разность прогрессии.

*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

Используя **правила перевода на язык равенств и неравенств,** и **формулу для сумме членов арифметической прогрессии,** получаем

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

Пусть $x$ — искомое число, $(2k+1)$ — первый член прогрессии, $d$ — разность прогрессии.

*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

Используя **правила перевода на язык равенств и неравенств,** и **формулу для сумме членов арифметической прогрессии,** получаем

$$\begin{cases} x = 2k + 1 + (21-1)d, \\ 2k + 1 + 4d > 6, \\ 2k + 1 + 10d < 27, \\ 3(2k+1) + 3d < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \dots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

Пусть $x$ — искомое число, $(2k+1)$ — первый член прогрессии, $d$ — разность прогрессии.

*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

Используя **правила перевода на язык равенств и неравенств,** и **формулу для сумме членов арифметической прогрессии,** получаем

$$\begin{cases} x = 2k + 1 + (21-1)d, \\ 2k + 1 + 4d > 6, \\ 2k + 1 + 10d < 27, \\ 3(2k+1) + 3d < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k + 1 + (21-1)d, \\ k > \dfrac{5-4d}{2}, \\ k < 13 - 5d, \\ k < \dfrac{-1-d}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6,\quad a_{11} < 27,\quad a_1 + a_2 + a_3 < 0,\quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

Пусть $x$ — искомое число, $(2k+1)$ — первый член прогрессии, $d$ — разность прогрессии.

*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

Используя **правила перевода на язык равенств и неравенств,** и **формулу для сумме членов арифметической прогрессии,** получаем

$$\begin{cases} x = 2k+1+(21-1)d, \\ 2k+1+4d > 6, \\ 2k+1+10d < 27, \\ 3(2k+1)+3d < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k+1+(21-1)d, \\ k > \dfrac{5-4d}{2}, \\ k < 13-5d, \\ k < \dfrac{-1-d}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13-5d > \dfrac{5-4d}{2}, \\ \dfrac{-1-d}{2} > \dfrac{5-4d}{2}, \end{cases}$$

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

Пусть $x$ — искомое число, $(2k+1)$ — первый член прогрессии, $d$ — разность прогрессии.

*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

Используя **правила перевода на язык равенств и неравенств,** и **формулу для сумме членов арифметической прогрессии,** получаем

$$\begin{cases} x = 2k + 1 + (21-1)d, \\ 2k + 1 + 4d > 6, \\ 2k + 1 + 10d < 27, \\ 3(2k+1) + 3d < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k + 1 + (21-1)d, \\ k > \dfrac{5-4d}{2}, \\ k < 13 - 5d, \\ k < \dfrac{-1-d}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13 - 5d > \dfrac{5-4d}{2}, \\ \dfrac{-1-d}{2} > \dfrac{5-4d}{2}, \end{cases}$$

Значит, $2 < d \leq 3, \quad$ откуда $d = 3$.

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

Пусть $x$ — искомое число, $(2k+1)$ — первый член прогрессии, $d$ — разность прогрессии.

*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

Используя **правила перевода на язык равенств и неравенств,** и **формулу для сумме членов арифметической прогрессии,** получаем

$$\begin{cases} x = 2k+1+(21-1)d, \\ 2k+1+4d > 6, \\ 2k+1+10d < 27, \\ 3(2k+1)+3d < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k+1+(21-1)d, \\ k > \dfrac{5-4d}{2}, \\ k < 13-5d, \\ k < \dfrac{-1-d}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13-5d > \dfrac{5-4d}{2}, \\ \dfrac{-1-d}{2} > \dfrac{5-4d}{2}, \end{cases}$$

Значит, $2 < d \leq 3, \quad$ откуда $d = 3$. Следовательно,

$$\begin{cases} x = 2k+1+3(21-1), \\ k > -\dfrac{7}{2}, \\ k < -2, \\ k < -2 \end{cases} \Rightarrow$$

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

Пусть $x$ — искомое число, $(2k+1)$ — первый член прогрессии, $d$ — разность прогрессии.

*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

Используя **правила перевода на язык равенств и неравенств,** и **формулу для сумме членов арифметической прогрессии,** получаем

$$\begin{cases} x = 2k + 1 + (21-1)d, \\ 2k + 1 + 4d > 6, \\ 2k + 1 + 10d < 27, \\ 3(2k+1) + 3d < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k + 1 + (21-1)d, \\ k > \dfrac{5-4d}{2}, \\ k < 13 - 5d, \\ k < \dfrac{-1-d}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13 - 5d > \dfrac{5-4d}{2}, \\ \dfrac{-1-d}{2} > \dfrac{5-4d}{2}, \end{cases}$$

Значит, $2 < d \leq 3, \quad$ откуда $d = 3$. Следовательно,

$$\begin{cases} x = 2k + 1 + 3(21-1), \\ k > -\dfrac{7}{2}, \\ k < -2, \\ k < -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 3, \\ k = -3, \\ x = 55. \end{cases}$$

**Задача 27.** Возрастающая целочисленная арифметическая прогрессия $a_1, a_2, \ldots$ обладает свойствами: $a_5 > 6, \quad a_{11} < 27, \quad a_1 + a_2 + a_3 < 0, \quad a_1$ — нечетное число. Найти $a_{21}$.

**Ответ.** *Что надо найти?* Число.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым переменным и введем переменные.*

Пусть $x$ — искомое число, $(2k+1)$ — первый член прогрессии, $d$ — разность прогрессии.

*Составим уравнение. Какую величину вычислим двумя способами?*

Используя **правила перевода на язык равенств и неравенств,** и **формулу для сумме членов арифметической прогрессии,** получаем

$$\begin{cases} x = 2k + 1 + (21-1)d, \\ 2k + 1 + 4d > 6, \\ 2k + 1 + 10d < 27, \\ 3(2k+1) + 3d < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k + 1 + (21-1)d, \\ k > \dfrac{5-4d}{2}, \\ k < 13 - 5d, \\ k < \dfrac{-1-d}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13 - 5d > \dfrac{5-4d}{2}, \\ \dfrac{-1-d}{2} > \dfrac{5-4d}{2}, \end{cases}$$

Значит, $2 < d \leq 3, \quad$ откуда $d = 3$. Следовательно,

$$\begin{cases} x = 2k + 1 + 3(21-1), \\ k > -\dfrac{7}{2}, \\ k < -2, \\ k < -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 3, \\ k = -3, \\ x = 55. \end{cases}$$

**Ответ.** $a_{21} = 55$.

# Решение задачи 28.

**Задача 28.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Задача 28.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.**

**Задача 28.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств,** надо найти сумму всех трехзначных чисел вида $5m + 1$.

**Задача 28.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств,** надо найти сумму всех трехзначных чисел вида $5m + 1$.
Поскольку число трехзначное, то

**Задача 28.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств,** надо найти сумму всех трехзначных чисел вида $5m + 1$.
Поскольку число трехзначное, то
$100 \leq 5m + 1 \leq 999$,

**Задача 28.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств,**
надо найти сумму всех трехзначных чисел вида $5m + 1$.
Поскольку число трехзначное, то
$100 \leq 5m + 1 \leq 999$, откуда $20 \leq m \leq 199$.

**Задача 28.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств,**
надо найти сумму всех трехзначных чисел вида $5m+1$.
Поскольку число трехзначное, то
$100 \le 5m+1 \le 999$, откуда $20 \le m \le 199$.
Согласно **формуле для сумме членов арифметической прогрессии,** получаем, что искомая сумма равна

**Задача 28.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств,**
надо найти сумму всех трехзначных чисел вида $5m + 1$.
Поскольку число трехзначное, то
$100 \leq 5m + 1 \leq 999$, откуда $20 \leq m \leq 199$.
Согласно **формуле для сумме членов арифметической прогрессии,** получаем, что искомая сумма равна

$$(5 \cdot 20 + 1) + (5 \cdot 21 + 1) + (5 \cdot 22 + 1) + \ldots + (5 \cdot 199 + 1) =$$

**Задача 28.** Найдите сумму всех трехзначных натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1.

**Ответ.** Согласно **правилам перевода на язык равенств и неравенств,**
надо найти сумму всех трехзначных чисел вида $5m + 1$.
Поскольку число трехзначное, то
$100 \leq 5m + 1 \leq 999$, откуда $20 \leq m \leq 199$.
Согласно **формуле для сумме членов арифметической прогрессии,** получаем, что искомая сумма равна

$$(5 \cdot 20 + 1) + (5 \cdot 21 + 1) + (5 \cdot 22 + 1) + \ldots + (5 \cdot 199 + 1) = \frac{101 + 996}{2} = \frac{1097}{2} = 548\frac{1}{2}.$$

# Решение задачи 29.

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?*

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?*

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Как известно**, геометрическая прогрессия определяется двумя параметрами:

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Как известно**, геометрическая прогрессия определяется двумя параметрами: первым членом и знаменателем.

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Как известно**, геометрическая прогрессия определяется двумя параметрами: первым членом и знаменателем.

Первый член найти легко:

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Как известно**, геометрическая прогрессия определяется двумя параметрами: первым членом и знаменателем.

Первый член найти легко: $b_1 = S_1 = \dfrac{4 \cdot 3^1 - 2^{1+2}}{3^{1-1}} = 4$.

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Как известно**, геометрическая прогрессия определяется двумя параметрами: первым членом и знаменателем.

Первый член найти легко: $b_1 = S_1 = \dfrac{4 \cdot 3^1 - 2^{1+2}}{3^{1-1}} = 4.$

Для нахождения знаменателя теперь достаточно вычислить второй член прогрессии:

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Как известно**, геометрическая прогрессия определяется двумя параметрами: первым членом и знаменателем.

Первый член найти легко: $b_1 = S_1 = \dfrac{4 \cdot 3^1 - 2^{1+2}}{3^{1-1}} = 4$.

Для нахождения знаменателя теперь достаточно вычислить второй член прогрессии:

$b_2 = S_2 - S_1 = \dfrac{4 \cdot 3^2 - 2^{2+2}}{3^{2-1}} - 4 = \dfrac{8}{3}$.

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4\cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.
*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.
*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Как известно**, геометрическая прогрессия определяется двумя параметрами: первым членом и знаменателем.
Первый член найти легко: $b_1 = S_1 = \dfrac{4\cdot 3^1 - 2^{1+2}}{3^{1-1}} = 4$.
Для нахождения знаменателя теперь достаточно вычислить второй член прогрессии:
$b_2 = S_2 - S_1 = \dfrac{4\cdot 3^2 - 2^{2+2}}{3^{2-1}} - 4 = \dfrac{8}{3}$.

Следовательно, $q =$ .

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \frac{4 \cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Как известно**, геометрическая прогрессия определяется двумя параметрами: первым членом и знаменателем.

Первый член найти легко: $b_1 = S_1 = \frac{4 \cdot 3^1 - 2^{1+2}}{3^{1-1}} = 4$.

Для нахождения знаменателя теперь достаточно вычислить второй член прогрессии:

$b_2 = S_2 - S_1 = \frac{4 \cdot 3^2 - 2^{2+2}}{3^{2-1}} - 4 = \frac{8}{3}$.

Следовательно, $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{8/3}{4} = \frac{2}{3}$.

**Задача 29.** Сумма первых $n$ членов геометрической прогрессии выражается формулой $S_n = \dfrac{4\cdot 3^n - 2^{n+2}}{3^{n-1}}$. Запишите первые три ее члена, вычислите сумму всех ее членов.

**Ответ.**

*Что надо найти?* Первые три члена прогрессии и сумму всех ее членов.

*В каком виде представим ответ?* Арифметическим выражением.

*Сведем задачу к числовым параметрам и введем переменные.*

**Как известно**, геометрическая прогрессия определяется двумя параметрами: первым членом и знаменателем.

Первый член найти легко: $b_1 = S_1 = \dfrac{4\cdot 3^1 - 2^{1+2}}{3^{1-1}} = 4.$

Для нахождения знаменателя теперь достаточно вычислить второй член прогрессии:

$b_2 = S_2 - S_1 = \dfrac{4\cdot 3^2 - 2^{2+2}}{3^{2-1}} - 4 = \dfrac{8}{3}.$

Следовательно, $q = \dfrac{b_2}{b_1} = \dfrac{8/3}{4} = \dfrac{2}{3}.$

**Ответ:** $4; 20/3; 100/9; \ldots,\quad S = \dfrac{4}{1-\dfrac{2}{3}} = 12.$

# Решение задачи 30.

**Задача 30.** Вычислите сумму всех нечетных натуральных чисел, не превышающих 100.

**Задача 30.** Вычислите сумму всех нечетных натуральных чисел, не превышающих 100.
**Ответ.**

**Задача 30.** Вычислите сумму всех нечетных натуральных чисел, не превышающих 100.
**Ответ.**

$1 + 3 + \ldots + 99 =$

**Задача 30.** Вычислите сумму всех нечетных натуральных чисел, не превышающих 100.
**Ответ.**

$$1 + 3 + \ldots + 99 = \sum_{k=1}^{50} (2k - 1) = 50 + 2\frac{49 \cdot 50}{2} = 2500.$$

# Решение задачи 31.

**Задача 31.** Вычислите сумму $2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \ldots + \frac{1}{2^{99}}$.

**Задача 31.** Вычислите сумму $2+\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{2^{99}}$.

**Ответ.** $\dfrac{2\left(1-\dfrac{1}{4^{50}}\right)}{1-\dfrac{1}{4}}=\dfrac{\left(2^{101}-1\right)}{3\cdot 2^{98}}$.

# Решение задачи 32.

**Задача 32.** Пусть $S_n$ — сумма членов геометрической прогрессии с первым членом 2 и знаменателем $1/5$. Вычислите $S_2, S_{10}$ и сумму всех членов этой геометрической прогрессии.

**Задача 32.** Пусть $S_n$ — сумма членов геометрической прогрессии с первым членом 2 и знаменателем $1/5$. Вычислите $S_2, S_{10}$ и сумму всех членов этой геометрической прогрессии.

**Ответ.** $S_2 = 2 + \frac{2}{5} = \frac{12}{5}$, $\quad 2\dfrac{1-\dfrac{1}{5^{10}}}{1-\dfrac{1}{5}} = 5\dfrac{5^{10}-1}{2\cdot 5^{10}}$.

# Решение задачи 33.

**Задача 33.** Представьте числа $1,27272727\ldots = 1,(27)$ и $5,25(63)$ в виде $\frac{m}{n}$, где $m$ — целое число, $n$ — натуральное число. Представьте в виде десятичной позиционной дроби число $\frac{2}{7}$.

**Задача 33.** Представьте числа $1,27272727\ldots = 1,(27)$ и $5,25(63)$ в виде $\frac{m}{n}$, где $m$ — целое число, $n$ — натуральное число. Представьте в виде десятичной позиционной дроби число $\frac{2}{7}$.

**Ответ.** $1.(27) = \frac{14}{11}$, $\quad 5.25(63) = \frac{2891}{550}$, $\quad \frac{2}{7} = 0.(285714)$.

# Решение задачи 34.

**Задача 34.** Банк ежегодно начисляет 3 % от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше чем на 10 %? Ответ обоснуйте.

**Задача 34.** Банк ежегодно начисляет 3 % от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше чем на 10 %? Ответ обоснуйте.

**Ответ.**

**Задача 34.** Банк ежегодно начисляет 3 % от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше чем на 10 %? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** Требуется найти минимальное такое $n \in \mathbb{N}$, что $\left(1 + \frac{3}{100}\right)^n > 1 + \frac{10\ \%}{100\ \%}$, откуда

**Задача 34.** Банк ежегодно начисляет 3 % от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше чем на 10 %? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** Требуется найти минимальное такое $n \in \mathbb{N}$, что $\left(1+\frac{3}{100}\right)^n > 1+\frac{10\ \%}{100\ \%}$, откуда (например, перебором) получаем $n =$

**Задача 34.** Банк ежегодно начисляет 3 % от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше чем на 10 %? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** Требуется найти минимальное такое $n \in \mathbb{N}$, что $\left(1 + \frac{3}{100}\right)^n > 1 + \frac{10\ \%}{100\ \%}$, откуда (например, перебором) получаем $n = 4$.

**Задача 34.** Банк ежегодно начисляет 3 % от суммы вклада. Через какое наименьшее число лет вклад вырастет больше чем на 10 %? Ответ обоснуйте.

**Ответ.** Требуется найти минимальное такое $n \in \mathbb{N}$, что $\left(1 + \frac{3}{100}\right)^n > 1 + \frac{10\ \%}{100\ \%}$, откуда (например, перебором) получаем $n = 4$.
Поэтому потребуется 4 года.

# Решение задачи 35.

**Задача 35.** На сколько сумма всех членов прогрессии $2, 1, \frac{1}{2}, \ldots$ больше суммы первых пяти ее членов?

**Задача 35.** На сколько сумма всех членов прогрессии $2, 1, \frac{1}{2}, \ldots$ больше суммы первых пяти ее членов?

**Ответ.**

**Задача 35.** На сколько сумма всех членов прогрессии $2, 1, \frac{1}{2}, \ldots$ больше суммы первых пяти ее членов?

**Ответ.** Сумму первых пяти членов этой геометрической прогрессии можно, конечно, найти по формуле $S_5 = \dfrac{2\left(1 - 0,5^5\right)}{1 - 0,5}$,

**Задача 35.** На сколько сумма всех членов прогрессии $2, 1, \frac{1}{2}, \ldots$ больше суммы первых пяти ее членов?

**Ответ.** Сумму первых пяти членов этой геометрической прогрессии можно, конечно, найти по формуле $S_5 = \dfrac{2\left(1-0,5^5\right)}{1-0,5}$,
но проще это сделать «в лоб»: $S_5 = 2 + 1 + 0,5 + 0,25 + 0,125 = 3,875$.

**Задача 35.** На сколько сумма всех членов прогрессии $2, 1, \frac{1}{2}, \ldots$ больше суммы первых пяти ее членов?

**Ответ.** Сумму первых пяти членов этой геометрической прогрессии можно, конечно, найти по формуле $S_5 = \dfrac{2\left(1 - 0,5^5\right)}{1 - 0,5}$,
но проще это сделать «в лоб»: $S_5 = 2 + 1 + 0,5 + 0,25 + 0,125 = 3,875$.
Поэтому $S - S_5 = \dfrac{2}{1 - 0,5} - 3,875 = 0,125$.

# Решение задачи 36.

**Задача 36.** Найдите сумму $5 + 55 + 555 + \ldots + \underbrace{55\ldots5}_{n-5}$ (в последнем слагаемом $(n-5)$ пятерок).

**Задача 36.** Найдите сумму $5+55+555+\ldots+\underbrace{55\ldots5}_{n-5}$ (в последнем слагаемом $(n-5)$ пятерок).

**Ответ.**

**Задача 36.** Найдите сумму $5+55+555+\ldots+\underbrace{55\ldots5}_{n-5}$ (в последнем слагаемом $(n-5)$ пятерок).

**Ответ.**

$$5+55+555+\ldots+\underbrace{55\ldots5}_{n-5}=$$

**Задача 36.** Найдите сумму $5+55+555+\ldots+\underbrace{55\ldots5}_{n-5}$ (в последнем слагаемом $(n-5)$ пятерок).

**Ответ.**

$$5+55+555+\ldots+\underbrace{55\ldots5}_{n-5}=5+(5\cdot10+5)+\left(5\cdot10^2+5\cdot10+5\right)+\ldots$$

$$+\left(5\cdot10^{n-6}+\ldots+5\right)=$$

**Задача 36.** Найдите сумму $5+55+555+\ldots+\underbrace{55\ldots5}_{n-5}$ (в последнем слагаемом $(n-5)$ пятерок).

**Ответ.**

$$5+55+555+\ldots+\underbrace{55\ldots5}_{n-5} = 5+(5\cdot10+5)+\left(5\cdot10^2+5\cdot10+5\right)+\ldots$$

$$+\left(5\cdot10^{n-6}+\ldots+5\right) = \frac{5\cdot(10-1)}{10-1}+\frac{5\cdot\left(10^2-1\right)}{10-1}+\ldots+\frac{5\cdot\left(10^{n-5}-1\right)}{10-1} =$$

$$=$$

**Задача 36.** Найдите сумму $5+55+555+\ldots+\underbrace{55\ldots5}_{n-5}$ (в последнем слагаемом $(n-5)$ пятерок).

**Ответ.**

$$5+55+555+\ldots+\underbrace{55\ldots5}_{n-5}=5+(5\cdot 10+5)+\left(5\cdot 10^2+5\cdot 10+5\right)+\ldots$$

$$+\left(5\cdot 10^{n-6}+\ldots+5\right)=\frac{5\cdot(10-1)}{10-1}+\frac{5\cdot\left(10^2-1\right)}{10-1}+\ldots+\frac{5\cdot\left(10^{n-5}-1\right)}{10-1}=$$

$$=\frac{5}{9}\left(\frac{10\cdot\left(10^{n-5}-1\right)}{10-1}-(n-5)\right)$$

**Задача 36.** Найдите сумму $5+55+555+\ldots+\underbrace{55\ldots5}_{n-5}$ (в последнем слагаемом $(n-5)$ пятерок).

**Ответ.**

$$5+55+555+\ldots+\underbrace{55\ldots5}_{n-5}=5+(5\cdot10+5)+\left(5\cdot10^2+5\cdot10+5\right)+\ldots$$

$$+\left(5\cdot10^{n-6}+\ldots+5\right)=\frac{5\cdot(10-1)}{10-1}+\frac{5\cdot\left(10^2-1\right)}{10-1}+\ldots+\frac{5\cdot\left(10^{n-5}-1\right)}{10-1}=$$

$$=\frac{5}{9}\left(\frac{10\cdot\left(10^{n-5}-1\right)}{10-1}-(n-5)\right)=\frac{5}{81}\left(10^{n-4}-9n+35\right).$$

# Решение задачи 37.

**Задача 37.** Функция $f$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-1$ | $1$ |

. Найдите таблицы значений функций $p(x) = f(-x)$, $q(x) = -f(x)$, $r(x) = -f(-x)$, $g(x) = f(2x)$, $h(x) = 2f(x)$.

**Задача 37.** Функция $f$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-1$ | $1$ |

. Найдите таблицы значений функций $p(x) = f(-x)$, $q(x) = -f(x)$, $r(x) = -f(-x)$, $g(x) = f(2x)$, $h(x) = 2f(x)$.

**Ответ.**

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $1$ | $-1$ | $1$ | $2$ | $-$ |
| $q(x)$ | $-$ | $-2$ | $-1$ | $1$ | $-1$ |
| $r(x)$ | $-1$ | $1$ | $-1$ | $-2$ | $-$ |
| $h(x)$ | | $4$ | $2$ | $-2$ | $2$ |

,

| $t$ | $-1/2$ | $0$ | $1/2$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $-1$ | $1$ |

.

# Решение задачи 38.

**Задача 38.** Пусть

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(t)$ | $2$ | $0$ | $1$ | $1$ | $-1$ |

,

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $q(p(s))$ | $3$ | $2$ | $2$ | $-1$ |

и $D(q) \subseteq E(p)$. Найдите функцию $q$.

**Задача 38.** Пусть

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(t)$ | $2$ | $0$ | $1$ | $1$ | $-1$ |

,

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $q(p(s))$ | $3$ | $2$ | $2$ | $-1$ |

и $D(q) \subseteq E(p)$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

| $t$ | $0$ | $1$ | $-1$ |
|---|---|---|---|
| $q(t)$ | $3$ | $2$ | $-1$ |

.

# Решение задачи 39.

**Задача 39.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(x) = q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

,

| $y$ | $1$ | $3$ | $5$ |
|---|---|---|---|
| $q(y)$ | $-1$ | $4$ | $2$ |

и $D(p) = D(h)$. Найдите функцию $p$.

**Задача 39.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(x) = q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

,

| $y$ | $1$ | $3$ | $5$ |
|---|---|---|---|
| $q(y)$ | $-1$ | $4$ | $2$ |

и $D(p) = D(h)$. Найдите функцию $p$.

**Ответ.**

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $p(t)$ | $3$ | $5$ | $1$ |

.

# Решение задачи 40.

**Задача 40.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $p$ задана формулой $p(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $q$.

**Задача 40.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $p$ задана формулой $p(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

| $t$ | $-3$ | $-1$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(t)$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

.

# Решение задачи 41.

**Задача 41.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $q$ задана формулой $q(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $p$.

**Задача 41.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $q$ задана формулой $q(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $p$.

**Ответ.**

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $p(t)$ | $2.5$ | $1.5$ | $0$ |

.

# Решение задачи 42.

**Задача 42.** Пусть

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $1$ | $2$ | $-1$ | $1$ | $-3$ |

,

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $q(x)$ | $1$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $-1$ |

и

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|
| $r(q(p(x)))$ | $5$ | $-2$ | $-2$ | $5$ |

Найдите функцию $r$.

**Задача 42.** Пусть

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $1$ | $2$ | $-1$ | $1$ | $-3$ |

,

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $q(x)$ | $1$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $-1$ |

и

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|
| $r(q(p(x)))$ | $5$ | $-2$ | $-2$ | $5$ |

Найдите функцию $r$.

**Ответ.**

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $r(t)$ | $-2$ | $-2$ | $5$ |

.

# Решение задачи 43.

**Задача 43.** Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Задача 43.** Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.
**Ответ.**

**Задача 43.** Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

$$= q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1 =$$

**Задача 43.** Пусть $p(x)=x^2$, $q(p(x))=2x^4-x^2+1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

$p\left(x^2\right)=q(p(x))=2x^4-x^2+1=$

**Задача 43.** Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

$p\left(\mathbf{x^2}\right) = q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1 =$

**Задача 43.** Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

$p\left(\mathbf{x^2}\right) = q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1 = 2\left(x^2\right)^2 - x^2 + 1.$

**Задача 43.** Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

$p\left(\mathbf{x^2}\right) = q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1 = 2\left(x^2\right)^2 - x^2 + 1.$

**Задача 43.** Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

$$p\left(\mathbf{x^2}\right) = q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1 = 2\left(\mathbf{x^2}\right)^2 - \mathbf{x^2} + 1.$$

**Задача 43.** Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

$p\left(\mathbf{x^2}\right) = q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1 = 2\left(\mathbf{x^2}\right)^2 - \mathbf{x^2} + 1.$

$q(\mathbf{t}) =$

**Задача 43.** Пусть $p(x)=x^2$, $q(p(x))=2x^4-x^2+1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

$p\left(\mathbf{x^2}\right)=q(p(x))=2x^4-x^2+1=2\left(\mathbf{x^2}\right)^2-\mathbf{x^2}+1.$

$q(\mathbf{t})=2\mathbf{t}^2-\mathbf{t}+1.$

**Задача 43.** Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

$$p\left(x^2\right) = q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1 = 2\left(x^2\right)^2 - x^2 + 1.$$

$$\boxed{q(t) = 2t^2 - t + 1.}$$

# Решение задачи 44.

**Задача 44.** Пусть $p(x) = 2x - 1$, $q(p(x)) = 4x^2 - 8x + 5$. Найдите функцию $q$.

**Задача 44.** Пусть $p(x) = 2x - 1$, $q(p(x)) = 4x^2 - 8x + 5$. Найдите функцию $q$.
**Ответ.** $q(y) = y^2 - 2y + 3$.

# Решение задачи 45.

**Задача 45.** Пусть известно, что для любого неотрицательного вещественного числа $t$ имеем $p(t) \leq 0, \quad q(t) \geq 0, \quad r(y) = y^2 - 1, \quad r(p(x)) = r(q(x)) = x + 2\sqrt{x}$. Найдите функции $p, q$.

**Задача 45.** Пусть известно, что для любого неотрицательного вещественного числа $t$ имеем $p(t) \leq 0, \quad q(t) \geq 0, \quad r(y) = y^2 - 1, \quad r(p(x)) = r(q(x)) = x + 2\sqrt{x}$. Найдите функции $p, q$.

**Ответ.** $p(x) = \sqrt{x} + 1$, $q(x) = -\sqrt{x} - 1$.

# Решение задачи 46.

**Задача 46.** Решите уравнение $q(p(x)) = p(q(x))$, если $p(x) = x^2 + 1$ и $q(x) = 2x$.

**Задача 46.** Решите уравнение $q(p(x)) = p(q(x))$, если $p(x) = x^2 + 1$ и $q(x) = 2x$.

**Ответ.** $x \in \left\{-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$.

# Решение задачи 47.

**Задача 47.** Пусть $f(x) = x + 1$ и $g(f(t)) = t^2 + 2t + 2$. Найдите функцию $g$.

**Задача 47.** Пусть $f(x) = x + 1$ и $g(f(t)) = t^2 + 2t + 2$. Найдите функцию $g$.
**Ответ.** $g(y) = y^2 + 1$.

# Решение задачи 48.

**Задача 48.** Известно, что уравнение $f(x) = x$ имеет два решения. Что можно сказать о количестве решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$?

**Задача 48.** Известно, что уравнение $f(x) = x$ имеет два решения. Что можно сказать о количестве решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$?

**Ответ.** Пусть $a$ — решение уравнения $f(f(x)) = f(x)$. Если положить $b = f(a)$, то из $f(f(a)) = f(a)$ получим $f(b) = b$. Таких значений $b$, по условию, ровно два. Но уравнение $f(a) = b$ относительно $a$ может иметь сколько угодно решений. Таким образом, количество решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$ не меньше 2.

# Решение задачи 49.

**Задача 49.** Функция $f$ задана таблицей

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-1$ | $-2$ | $-1$ | 2 | 7 |

. Найдите таблицу функции $g$, заданной формулой $g(1-2x) = f(2+x)$.

**Задача 49.** Функция $f$ задана таблицей

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-1$ | $-2$ | $-1$ | 2 | 7 |

. Найдите таблицу функции $g$, заданной формулой $g(1-2x)=f(2+x)$.

**Ответ.**

| $t$ | 3 | 1 | $-1$ | $-3$ | $-5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $-1$ | $-2$ | $-1$ | 2 | 7 |

.

# Решение задачи 50.

**Задача 50.** Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Задача 50.** Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Ответ. Решение с помощью таблицы значений.**

| $s$ | $-5$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(3+s)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |
| $f(2s) = 1 - 2s$ | $11$ | $9$ | $7$ | $5$ | $3$ |

.

Получаем ответ $\left\{t \,\middle|\, f(2t) = g(3+t)\right\} = \{-2\}$.

**Задача 50.** Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Ответ. Решение с помощью задания функции** $g$ **выражением**: $(3+t)^2 + 2(3+t) + 2 = 1 - 2t$, откуда $t^2 + 10t + 16 = 0$, $t \in \{-2, -8\}$. Так как замена функции $g$ выражением $g(x) = x^2 + 2x + 2$ не являлась эквивалентным преобразованием уравнения (ОДЗ уравнения могла увеличиться), то требуется провести отбор корней.

**Задача 50.** Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Ответ.** При $t = -2:$

$$\begin{cases} g(t+3) = g(-2+3) = g(1) = 5 \\ f(2t) = f(-4) = 1 - (-4) = 5 \end{cases} \Rightarrow g(-2+3) = f(2 \cdot (-2)).$$

**Задача 50.** Решите уравнение $f(2t) = g(3 + t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Ответ.** При $t = -8$ :

$$\begin{cases} g(t+3) = g(-8+3) = g(-5) \text{ — не определено,} \\ f(2t) = f(-16) = 1 - (-16) = 17. \end{cases}$$

**Задача 50.** Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Ответ.** Значит, $-8$ не является решением уравнения $f(2t) = -g(3+t)$. Таким образом, единственным решением этого уравнения является число $-2$.

# Решение задачи 51.

**Задача 51.** Найдите обратную к суперпозиции функций $f(t) = 2t - 1$ и $g$, заданной таблицей

| $t$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $g(t)$ | 1 | 2 | 0 |

.

**Задача 51.** Найдите обратную к суперпозиции функций $f(t) = 2t - 1$ и $g$, заданной таблицей

| $t$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $1$ | $2$ | $0$ |

.

**Ответ.**

| $x$ | $1/2$ | $1$ | $3/2$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ | $1$ | $2$ |
| $h(x) = g(f(x))$ | $1$ | $2$ | $0$ |

, поэтому

| $y$ | $1$ | $2$ | $0$ |
|---|---|---|---|
| $h^{-1}(y)$ | $1/2$ | $1$ | $3/2$ |

.

# Решение задачи 52.

**Задача 52.** Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d, \quad g(b) = c, \quad g(c) = b, \quad g(d) = a$.
а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;
б) задайте функцию $g$ таблицей значений;
в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;
г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Задача 52.** Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d, \quad g(b) = c, \quad g(c) = b, \quad g(d) = a$.

а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию $g$ таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Ответ.** а) $f$ — функция, но обратной у нее нет, так как она не является взаимно однозначной.

**Задача 52.** Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d, \quad g(b) = c, \quad g(c) = b, \quad g(d) = a$.

а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию $g$ таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Ответ.** б)

| $t$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $d$ | $c$ | $b$ | $a$ |

.

**Задача 52.** Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d, \quad g(b) = c, \quad g(c) = b, \quad g(d) = a$.

а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию $g$ таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Ответ.** в)

| $t$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f \circ g(t) = g(f(t))$ | $b$ | $b$ | $d$ | $c$ |

,

| $t$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $g \circ f(t) = f(g(t))$ | $b$ | $a$ | $c$ | $c$ |

.

**Задача 52.** Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d, \quad g(b) = c, \quad g(c) = b, \quad g(d) = a$.

а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию $g$ таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Ответ.** г) $\Big\{x \,\Big|\, f(x) = g(x)\Big\} = \{b\}$.

# Решение задачи 53.

**Задача 53.** Проверьте, какая из функций: $f_1(x) = 3 \cdot 10^x - 5$, $f_2(x) = (3x)^{10} + 5$, $f_3(x) = 10^{3x} - 5$ является обратной к функции $g(y) = \dfrac{1}{3}\lg(y+5)$ на луче $y > -5$.

**Задача 53.** Проверьте, какая из функций: $f_1(x) = 3 \cdot 10^x - 5$, $f_2(x) = (3x)^{10} + 5$, $f_3(x) = 10^{3x} - 5$ является обратной к функции $g(y) = \dfrac{1}{3}\lg(y+5)$ на луче $y > -5$.

**Ответ.** $g^{-1} = f_3$.

# Решение задачи 54.

**Задача 54.** Функция $f$ задана таблицей

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(s)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

Найдите обратную к функции $g$, где $g(t) = 2 \cdot f(t-1)$. Постройте графики функций $g$ и $g^{-1}$.

**Задача 54.** Функция $f$ задана таблицей

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(s)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

Найдите обратную к функции $g$, где $g(t) = 2 \cdot f(t-1)$. Постройте графики функций $g$ и $g^{-1}$.

**Ответ.**

| $t$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $6$ | $-2$ | $2$ | $-4$ |

,

| $t$ | $-4$ | $-2$ | $2$ | $6$ |
|---|---|---|---|---|
| $g^{-1}(t)$ | $3$ | $1$ | $2$ | $0$ |

.

# Решение задачи 55.

**Задача 55.** Функции $f$ и $g$ заданы таблицами

| $p$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(p)$ | $2$ | $3$ | $1$ | $0$ | $-2$ |

,

| $q$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(q)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

.

Найдите таблицы значений функций $(f \circ g)^{-1}$, $(g \circ f)^{-1}$, $f^{-1} \circ g^{-1}$ и $g^{-1} \circ f^{-1}$.

**Задача 55.** Функции $f$ и $g$ заданы таблицами

| $p$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(p)$ | $2$ | $3$ | $1$ | $0$ | $-2$ |

,

| $q$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(q)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

.

Найдите таблицы значений функций $(f \circ g)^{-1}$, $(g \circ f)^{-1}$, $f^{-1} \circ g^{-1}$ и $g^{-1} \circ f^{-1}$.

**Ответ.**

| $p$ | $-2$ | $1$ | $-1$ |
|---|---|---|---|
| $g^{-1} \circ f^{-1}(p) = (f \circ g)^{-1}(p)$ | $-2$ | $0$ | $1$ |

,

| $p$ | $3$ | $0$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $f^{-1} \circ g^{-1}(p) = (g \circ f)^{-1}(p)$ | $0$ | $1$ | $2$ |

.

# Решение задачи 56.

**Задача 56.** Проверьте, является ли функция, заданная формулой $f(x) = 2x - 3$, обратной к функции, заданной формулой $g(y) = 0.5y + 1.5$.

**Задача 56.** Проверьте, является ли функция, заданная формулой $f(x) = 2x - 3$, обратной к функции, заданной формулой $g(y) = 0.5y + 1.5$.

**Ответ.** Является, так как $g(f(x)) = 0.5 \cdot (2x - 3) + 1.5 = x$ и $f(g(y)) = 2 \cdot (0.5y + 1.5) - 3 = y$.

# Решение задачи 57.

**Задача 57.** Пусть $E(p) = E(q)$ и

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $p(x)$ | 2 | 3 | 1 |

,

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q^{-1}\big(p(x)\big)$ | 3 | 2 | 0 |

.

Найдите функцию $q$.

**Задача 57.** Пусть $E(p) = E(q)$ и

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $2$ | $3$ | $1$ |

,

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q^{-1}\big(p(x)\big)$ | $3$ | $2$ | $0$ |

.

Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

| $y$ | $3$ | $2$ | $0$ |
|---|---|---|---|
| $q(y)$ | $2$ | $3$ | $1$ |

.

# Решение задачи 58.

**Задача 58.** Найдите обратную к функции $f(x) = 10^{2x} + 10^{x} + 2$.

**Задача 58.** Найдите обратную к функции $f(x) = 10^{2x} + 10^x + 2$.
**Ответ.** $f^{-1}(t) = \lg\left(\sqrt{4t-7} - 1\right) - \lg 2$.

# Решение задачи 59.

**Задача 59.** Найдите обратные (с указанием множеств, на которых найдены обратные функции) к функциям: $f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$, $\quad g(x) = \exp(5x^5 - 3)$, $\quad h(x) = \lg^2((2x+4)^3 + 2)$, $k(x) = 4^x + 2^x - 2$, $\quad m(x) = 10^{x-2} + 10$.

**Задача 59.** Найдите обратные (с указанием множеств, на которых найдены обратные функции) к функциям: $f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$, $g(x) = \exp(5x^5 - 3)$, $h(x) = \lg^2\left((2x+4)^3 + 2\right)$, $k(x) = 4^x + 2^x - 2$, $m(x) = 10^{x-2} + 10$.

**Ответ.**

| | | |
|---|---|---|
| $f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$ | $x \in \mathbb{R}$ | $f^{-1}(z) = \left(x^5 + 5\right)^{1/3}$ |
| $g(x) = \exp(5x^5 - 3)$ | $x \in \mathbb{R}$ | $g^{-1}(t) = \left(\dfrac{3 + \ln t}{5}\right)^{1/5}$ |
| $h(x) = \lg^2\left((2x+4)^3 + 2\right)$ | $x \geq -1$ | $h^{-1}(y) = \frac{1}{2}\left(10^{\sqrt{y}} - 2\right)^{1/3} - 2$ |
| $h(x) = \lg^2\left((2x+4)^3 + 2\right)$ | $\begin{cases} -2 - \dfrac{1}{\sqrt[3]{4}} < x \\ x \leq -1 \end{cases}$ | $h^{-1}(y) = \frac{1}{2}\left(10^{-\sqrt{y}} - 2\right)^{1/3} - 2$ |
| $k(x) = 4^x + 2^x - 2$ | $x \in \mathbb{R}$ | $k^{-1}(s) =$ $\log_2\left(\sqrt{4s+9} - 1\right) - 1$ |
| $m(x) = 10^{x-2} + 10$ | $x \in \mathbb{R}$ | $m^{-1}(y) = 2 + \lg\left(y - 10\right)$ |

# Решение задачи 60.

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\frac{7}{3}\right)^2$;

д) $\frac{9}{5}-5\left(x-\frac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:
а) $(x+4)^2+9$;
б) $2(x-5)^2-49$;
в) $8-(x-2)^2$;
г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;
д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.
б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

в) $8-(x-2)^2=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

в) $8-(x-2)^2=8-\left(x^2-4x+4\right)=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

в) $8-(x-2)^2=8-\left(x^2-4x+4\right)=8-x^2+4x-4=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

в) $8-(x-2)^2=8-\left(x^2-4x+4\right)=8-x^2+4x-4=4+4x-x^2$.

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:
а) $(x+4)^2+9$;
б) $2(x-5)^2-49$;
в) $8-(x-2)^2$;
г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;
д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.
б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.
в) $8-(x-2)^2=8-\left(x^2-4x+4\right)=8-x^2+4x-4=4+4x-x^2$.
г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

в) $8-(x-2)^2=8-\left(x^2-4x+4\right)=8-x^2+4x-4=4+4x-x^2$.

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2=7-\left(x^2+\dfrac{14}{3}x+\dfrac{49}{9}\right)=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

в) $8-(x-2)^2=8-\left(x^2-4x+4\right)=8-x^2+4x-4=4+4x-x^2$.

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2=7-\left(x^2+\dfrac{14}{3}x+\dfrac{49}{9}\right)=7-x^2-\dfrac{14}{3}x-\dfrac{49}{9}=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

в) $8-(x-2)^2=8-\left(x^2-4x+4\right)=8-x^2+4x-4=4+4x-x^2$.

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2=7-\left(x^2+\dfrac{14}{3}x+\dfrac{49}{9}\right)=7-x^2-\dfrac{14}{3}x-\dfrac{49}{9}=\dfrac{14}{9}-x^2-\dfrac{14}{3}x$.

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

в) $8-(x-2)^2=8-\left(x^2-4x+4\right)=8-x^2+4x-4=4+4x-x^2$.

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2=7-\left(x^2+\dfrac{14}{3}x+\dfrac{49}{9}\right)=7-x^2-\dfrac{14}{3}x-\dfrac{49}{9}=\dfrac{14}{9}-x^2-\dfrac{14}{3}x$.

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

в) $8-(x-2)^2=8-\left(x^2-4x+4\right)=8-x^2+4x-4=4+4x-x^2$.

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2=7-\left(x^2+\dfrac{14}{3}x+\dfrac{49}{9}\right)=7-x^2-\dfrac{14}{3}x-\dfrac{49}{9}=\dfrac{14}{9}-x^2-\dfrac{14}{3}x$.

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2=\dfrac{9}{5}-5\left(x^2-\dfrac{8}{5}x+\dfrac{4}{25}\right)=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

в) $8-(x-2)^2=8-\left(x^2-4x+4\right)=8-x^2+4x-4=4+4x-x^2$.

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2=7-\left(x^2+\dfrac{14}{3}x+\dfrac{49}{9}\right)=7-x^2-\dfrac{14}{3}x-\dfrac{49}{9}=\dfrac{14}{9}-x^2-\dfrac{14}{3}x$.

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2=\dfrac{9}{5}-5\left(x^2-\dfrac{8}{5}x+\dfrac{4}{25}\right)=\dfrac{9}{5}-5x^2+8x-\dfrac{4}{5}=$

**Задача 60.** Раскройте скобки в выражениях:

а) $(x+4)^2+9$;

б) $2(x-5)^2-49$;

в) $8-(x-2)^2$;

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2$;

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2$.

**Ответ.** а) $(x+4)^2+9=x^2+8x+16+9=x^2+8x+25$.

б) $2(x-5)^2-49=2\left(x^2-10x+25\right)-49=2x^2-20x+50-49=2x^2-20x+1$.

в) $8-(x-2)^2=8-\left(x^2-4x+4\right)=8-x^2+4x-4=4+4x-x^2$.

г) $7-\left(x+\dfrac{7}{3}\right)^2=7-\left(x^2+\dfrac{14}{3}x+\dfrac{49}{9}\right)=7-x^2-\dfrac{14}{3}x-\dfrac{49}{9}=\dfrac{14}{9}-x^2-\dfrac{14}{3}x$.

д) $\dfrac{9}{5}-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2=\dfrac{9}{5}-5\left(x^2-\dfrac{8}{5}x+\dfrac{4}{25}\right)=\dfrac{9}{5}-5x^2+8x-\dfrac{4}{5}=1-5x^2+8x$.

# Решение задачи 61.

**Задача 61.** Раскройте скобки в выражениях: а) $(x-\alpha)^2+\beta$; б) $(\alpha x-\beta)^2+\gamma$.

**Задача 61.** Раскройте скобки в выражениях: а) $(x-\alpha)^2+\beta$; б) $(\alpha x-\beta)^2+\gamma$.

**Ответ.** а) $(x-\alpha)^2+\beta=$

**Задача 61.** Раскройте скобки в выражениях: а) $(x-\alpha)^2+\beta$; б) $(\alpha x-\beta)^2+\gamma$.

**Ответ.** а) $(x-\alpha)^2+\beta = x^2-2\alpha x+\alpha^2+\beta$.

**Задача 61.** Раскройте скобки в выражениях: а) $(x-\alpha)^2+\beta$; б) $(\alpha x-\beta)^2+\gamma$.

**Ответ.** а) $(x-\alpha)^2+\beta = x^2-2\alpha x+\alpha^2+\beta$.

б) $(\alpha x-\beta)^2+\gamma =$

**Задача 61.** Раскройте скобки в выражениях: а) $(x-\alpha)^2+\beta$; б) $(\alpha x-\beta)^2+\gamma$.

**Ответ.** а) $(x-\alpha)^2+\beta = x^2-2\alpha x+\alpha^2+\beta$.
б) $(\alpha x-\beta)^2+\gamma = \alpha^2x^2-2\alpha\beta x+\beta^2+\gamma$.

# Решение задачи 62.

**Задача 62.** Выделите полный квадрат в выражениях: а) $x^2 + 8x - 1$; б) $x^2 - x - 5$; в) $2x^2 + x - 3$; г) $5x - 2x^2 - 2$; д) $x^2 + ax + a + 3$.

**Задача 62.** Выделите полный квадрат в выражениях: а) $x^2 + 8x - 1$; б) $x^2 - x - 5$; в) $2x^2 + x - 3$; г) $5x - 2x^2 - 2$; д) $x^2 + ax + a + 3$.

**Ответ.** а) $x^2 + 8x - 1 = (x + 4)^2 - 17$;

**Задача 62.** Выделите полный квадрат в выражениях: а) $x^2+8x-1$; б) $x^2-x-5$; в) $2x^2+x-3$; г) $5x-2x^2-2$; д) $x^2+ax+a+3$.

**Ответ.** а) $x^2+8x-1=(x+4)^2-17$;

б) $x^2-x-5=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{21}{4}$;

**Задача 62.** Выделите полный квадрат в выражениях: а) $x^2+8x-1$; б) $x^2-x-5$; в) $2x^2+x-3$; г) $5x-2x^2-2$; д) $x^2+ax+a+3$.

**Ответ.** а) $x^2+8x-1=(x+4)^2-17$;

б) $x^2-x-5=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{21}{4}$;

в) $2x^2+x-3=2\left(x+\dfrac{1}{4}\right)^2-\dfrac{25}{8}$;

**Задача 62.** Выделите полный квадрат в выражениях: а) $x^2+8x-1$; б) $x^2-x-5$; в) $2x^2+x-3$; г) $5x-2x^2-2$; д) $x^2+ax+a+3$.

**Ответ.** а) $x^2+8x-1=(x+4)^2-17$;

б) $x^2-x-5=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{21}{4}$;

в) $2x^2+x-3=2\left(x+\frac{1}{4}\right)^2-\frac{25}{8}$;

г) $5x-2x^2-2=-2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{21}{2}$;

**Задача 62.** Выделите полный квадрат в выражениях: а) $x^2+8x-1$; б) $x^2-x-5$; в) $2x^2+x-3$; г) $5x-2x^2-2$; д) $x^2+ax+a+3$.

**Ответ.** а) $x^2+8x-1=(x+4)^2-17$;

б) $x^2-x-5=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{21}{4}$;

в) $2x^2+x-3=2\left(x+\dfrac{1}{4}\right)^2-\dfrac{25}{8}$;

г) $5x-2x^2-2=-2\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{21}{2}$;

д) $x^2+ax+a+3=\left(x+\dfrac{a}{2}\right)^2-\dfrac{a^2}{4}+a+3.$

# Решение задачи 63.

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2 + bx + c$ при $a \neq 0$.

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2 + bx + c$ при $a \neq 0$.
**Ответ.** Надо представить выражение $ax^2 + bx + c$ в виде произведения

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2 + bx + c$ при $a \neq 0$.

**Ответ.** Надо представить выражение $ax^2 + bx + c$ в виде произведения многочленов первой степени:

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2 + bx + c$ при $a \neq 0$.

**Ответ.** Надо представить выражение $ax^2 + bx + c$ в виде произведения многочленов первой степени:

$$ax^2 + bx + c = ?(x - ?)(x - ?).$$

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2 + bx + c$ при $a \neq 0$.

**Ответ.** Надо представить выражение $ax^2 + bx + c$ в виде произведения многочленов первой степени:

$$ax^2 + bx + c = ?(x - ?)(x - ?).$$

$ax^2 + bx + c =$

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2 + bx + c$ при $a \neq 0$.

**Ответ.** Надо представить выражение $ax^2 + bx + c$ в виде произведения многочленов первой степени:

$$ax^2 + bx + c = ?(x - ?)(x - ?).$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) =$$

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2+bx+c$ при $a \neq 0$.

**Ответ.** Надо представить выражение $ax^2+bx+c$ в виде произведения многочленов первой степени:

$$ax^2+bx+c = ?(x-?)(x-?).$$

$$ax^2+bx+c = a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right) = a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right) =$$

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2+bx+c$ при $a\neq 0$.

**Ответ.** Надо представить выражение $ax^2+bx+c$ в виде произведения многочленов первой степени:

$$ax^2+bx+c = ?(x-?)(x-?).$$

$$ax^2+bx+c = a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right) = a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right) = a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right) =$$

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2+bx+c$ при $a\neq 0$.

**Ответ.** Надо представить выражение $ax^2+bx+c$ в виде произведения многочленов первой степени:

$$ax^2+bx+c=?(x-?)(x-?).$$

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right)=$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)=$$

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2+bx+c$ при $a \neq 0$.

**Ответ.** Надо представить выражение $ax^2+bx+c$ в виде произведения многочленов первой степени:

$$ax^2+bx+c = ?(x-?)(x-?).$$

$$ax^2+bx+c = a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right) = a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right) = a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right) =$$

$$= a\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right) =$$

$$= a\left(x-\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right).$$

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2+bx+c$ при $a\neq 0$.

**Ответ.** Надо представить выражение $ax^2+bx+c$ в виде произведения многочленов первой степени:

$$ax^2+bx+c=?(x-?)(x-?).$$

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right)=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right)=$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)=$$

$$=a\left(x-\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right).$$

Следовательно,

$$\begin{cases} ax^2+bx+c=0, \\ a\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x= \\ \\ \\ x= \end{array}\right.$$

**Задача 63.** Выведите формулу для корней многочлена $ax^2 + bx + c$ при $a \neq 0$.

**Ответ.** Надо представить выражение $ax^2 + bx + c$ в виде произведения многочленов первой степени:

$$ax^2 + bx + c = ?(x - ?)(x - ?).$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) =$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x + \frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) =$$

$$= a\left(x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(x + \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right).$$

Следовательно,

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c = 0, \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \\ \\ x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \end{array}\right.$$

# XVII. Благодарность

Автор выражает признательность Андрею Игоревичу Романенко за помощь в подготовке раздела **«Последовательность»**.

# XVIII. Лаборатория интерактивного учебно-методического обеспечения

Анна
Богданова
студент ЭМА-11

Артём
Бережной
студент ЭМА-10

Надежда
Круглова
студент ЭМА-10

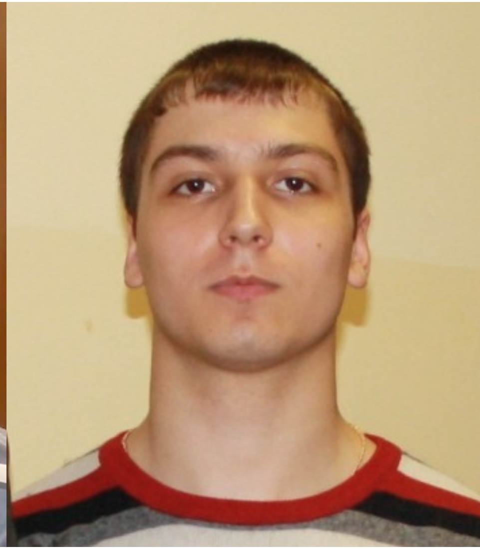
# XVIII. Лаборатория интерактивного учебно-методического обеспечения

Татьяна
Винокурова
студент ЭМА-10

Мария
Нурисламова
студент ЭМА-10

# XVIII. Лаборатория интерактивного учебно-методического обеспечения

Александр
Погарцев
студент ЭМА-10



Дмитрий
Алтунин
студент ЭМА-10

Андрей
Богданов
студент ЭМА-10

# Спасибо

# за

# внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru

сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернуться к списку презентаций?