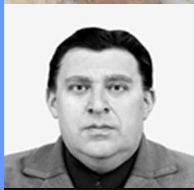
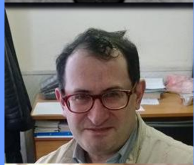
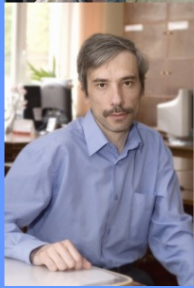





Министерство образования и науки РФ

Уральский государственный экономический университет

Математика (часть 2): математический анализ

Екатеринбург

2018

Электронное учебное пособие «Математика (часть 2): математический анализ» предназначено для студентов, обучающихся по направлениям подготовки «Менеджмент», «Гостиничное дело», «Торговое дело», «Туризм», «Управление качеством», «Сервис», и преподавателей. Оно может быть использовано для проведения учебных занятий и самоподготовки.

В настоящее время в УрГЭУ в Институте менеджмента и информационных технологий внедряется система интерактивных электронных учебников. В силу того, что данный курс изучается в течение двух семестров, необходимо изложение всех разделов курса в одном учебнике. Учебник отличается высоким уровнем интерактивности, как инструментальной (гиперссылки, поля для ввода и др.), так и содержательной.

© Ю. Б. Мельников, М. Д. Боярский, М. Д. Локшин, В. Б. Соловьянов 2018
© Уральский государственный экономический университет, 2018

I. Инструкция к пособию

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Электронный учебник представляет собой систему из двух основных файлов `00MathAn.pdf` (теоретический материал) и `PrimMathAn.pdf` (примеры и задачи), которые следует просматривать с помощью программы `Adobe Reader`.

Кроме того, имеются гиперссылки на пособия [1] **«Алгебра и теория чисел»** и [2] **«Элементарная математика»**.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

В презентациях, предназначенных для проведения практических занятий, имеется два вида учебных заданий: примеры, предназначенные для иллюстрации теоретического материала, демонстрации методов решения задач и т. п., и задачи, предназначенные для самостоятельного решения.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»). Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и $\leftarrow$ (в `Adobe Reader X` может не работать).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

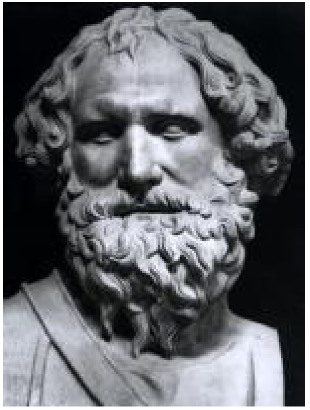
II. Из истории математического анализа

Математический анализ имеет глубокие корни. Его предшественником был метод исчерпывания, разработанный Евдоксом и развитый Архимедом.

II. Из истории математического анализа

Математический анализ имеет глубокие корни. Его предшественником был метод исчерпывания, разработанный Евдоксом и развитый Архимедом.

Евдокс Книдский (ок. 408 г. до н.э. – ок. 355 г. до н.э.) — древнегреческий математик, механик и астроном. Автор одной из первых теорий действительного числа.



Архимед (287 до н. э. – 212 до н. э.) — великий древнегреческий математик, физик и инженер. Первым решил задачи вычисления объема шара и площади сферы. Один из основоположников будущего математического анализа. Первым использовал понятие бесконечно малой величины.

II. Из истории математического анализа

Математический анализ имеет глубокие корни. Его предшественником был метод исчерпывания, разработанный Евдоксом и развитый Архимедом.

Метод исчерпывания в итоге привел к интегральному исчислению. Этот метод позволил вполне строго вывести формулы для объемов и площадей поверхностей некоторых многогранников и тел вращения.

II. Из истории математического анализа

Математический анализ имеет глубокие корни. Его предшественником был метод исчерпывания, разработанный Евдоксом и развитый Архимедом.

Метод исчерпывания в итоге привел к интегральному исчислению. Этот метод позволил вполне строго вывести формулы для объемов и площадей поверхностей некоторых многогранников и тел вращения.

Отметим, что Архимед фактически использовал понятие бесконечно малой величины, все его результаты отличались, как обычно, строгостью и логичностью даже с современных позиций.

II. Из истории математического анализа

Математический анализ имеет глубокие корни. Его предшественником был метод исчерпывания, разработанный Евдоксом и развитый Архимедом.

Метод исчерпывания в итоге привел к интегральному исчислению. Этот метод позволил вполне строго вывести формулы для объемов и площадей поверхностей некоторых многогранников и тел вращения.

Отметим, что Архимед фактически использовал понятие бесконечно малой величины, все его результаты отличались, как обычно, строгостью и логичностью даже с современных позиций.

Недостаток метода исчерпывания состоит в том, что для каждого вычисления требуется свой алгоритм.

II. Из истории математического анализа

Дальнейшее развитие идей математического анализа нашло отражение в методе неделимых, который разработал Б. Кавальери, ученик Г. Галилея.

II. Из истории математического анализа

Дальнейшее развитие идей математического анализа нашло отражение в методе неделимых, который разработал Б. Кавальери, ученик Г. Галилея.

Кавальери, Бонавентура (1598–1647) — итальянский математик. В труде «Геометрия неделимых» (1635) развил новый метод определения площадей и объёмов, так называемый метод неделимых. Неделимыми Кавальери называются параллельные между собой хорды плоской фигуры и параллельные плоские сечения тела.

II. Из истории математического анализа

Дальнейшее развитие идей математического анализа нашло отражение в методе неделимых, который разработал Б. Кавальери, ученик Г. Галилея.

Кавальери, Бонавентура (1598–1647) — итальянский математик. Ввёл понятие «суммы всех» неделимых, проведённых внутри контура фигуры. Отношение двух «сумм всех» неделимых явилось зародышевой формой отношения двух определённых интегралов.

II. Из истории математического анализа

Дальнейшее развитие идей математического анализа нашло отражение в методе неделимых, который разработал Б. Кавальери, ученик Г. Галилея.

Кавальери, Бонавентура (1598–1647) — итальянский математик. Труды Кавальери сыграли большую роль в формировании исчисления бесконечно малых.

II. Из истории математического анализа

С помощью метода неделимых успешно вычислялись площади фигур и объемы тел.

В отличие от метода исчерпывания, метод неделимых носит достаточно общий характер, позволяет по единому алгоритму проводить многократные вычисления.

Метод исчерпывания и метод неделимых реализуют приложение идей, связанных с бесконечно малыми, только в одной области математики — геометрии и касаются лишь интеграционных задач (будущее интегральное исчисление).

II. Из истории математического анализа

Следующий этап в развитии математического анализа характеризуется в первую очередь тем, что превалирующим становится алгебраический подход.

Этот период связан с именами П. Ферма, Б. Паскаля, Р. Декарта, Ф. Дебона, Г. Сен-Венсана, П. Гульдина, А. Таке, Дж. Валлиса, И. Барроу, Дж. Грегори, Х. Гюйгенса и др.

II. Из истории математического анализа

К тому времени усилиями Ф. Виета и Р. Декарта появились удобные алгебраические обозначения, позволяющие проводить и записывать рассуждения и доказательства в общем виде.

II. Из истории математического анализа

К тому времени усилиями Ф. Виета и Р. Декарта появились удобные алгебраические обозначения, позволяющие проводить и записывать рассуждения и доказательства в общем виде.

Декарт, Рене (1596-1650) — французский математик и философ.

II. Из истории математического анализа

К тому времени усилиями Ф. Виета и Р. Декарта появились удобные алгебраические обозначения, позволяющие проводить и записывать рассуждения и доказательства в общем виде.

Декарт, Рене (1596-1650) — французский математик и философ.

Ввёл многие современные алгебраические обозначения. Заложил основы аналитической геометрии: основным достижением явился созданный им метод координат (декартовы координаты).

II. Из истории математического анализа

К тому времени усилиями Ф. Виета и Р. Декарта появились удобные алгебраические обозначения, позволяющие проводить и записывать рассуждения и доказательства в общем виде.

Декарт, Рене (1596-1650) — французский математик и философ.

Нашел способ построения нормалей и касательных к плоским кривым.

II. Из истории математического анализа

К тому времени усилиями Ф. Виета и Р. Декарта появились удобные алгебраические обозначения, позволяющие проводить и записывать рассуждения и доказательства в общем виде.

Декарт, Рене (1596-1650) — французский математик и философ.

Другие его открытия: вычисление площади, ограниченной циклоидой, проведение касательных к циклоиде, определение свойств логарифмической спирали.

II. Из истории математического анализа

Общественно-политическая ситуация в Западной Европе того времени характеризовалась достаточно революционными изменениями.

Соответственно происходила и научно-техническая революция: потребности техники и естествознания требовали нового математического аппарата. И такой аппарат появился за какие-нибудь пятьдесят лет XVII века. Сначала наряду с задачами вычисления площадей и объемов стали рассматривать за другого типа, связанные с касательными и экстремумами будущее дифференциальное исчисление). Так, П. Ферма нашел необходимые условия экстремума (в современной трактовке — равенство нулю производной). Затем возникла идея связи двух типов задач (Ф. Дебон, И. Барроу). В работах Дж. Валлиса в полной реализовался алгебраический подход к указанным задачам. Таким образом, все было подготовлено к созданию нового исчисления.

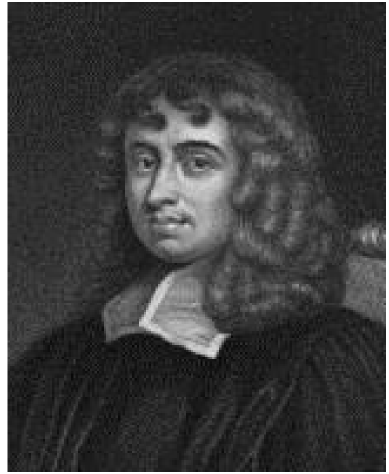
II. Из истории математического анализа

Валлис, Джон (1616–1703) — английский математик.

Его основной труд «Арифметика бесконечного» (1655) сыграл важную роль в предыстории интегрального исчисления. Валлис нашел выражения для числа π в виде бесконечного произведения (формула Валлиса), ввел (1655) общепринятый знак для бесконечности (∞).

II. Из истории математического анализа

Барроу, Исаак (1630–1677) — английский математик, филолог, богослов.

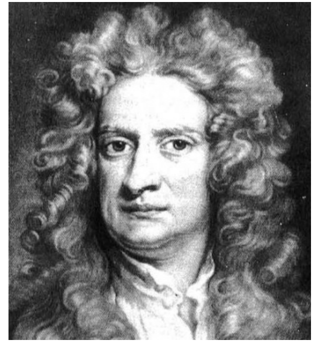


Учитель И. Ньютона. Автор труда «Лекции по оптике и геометрии» (1669–70), в котором выступает как один из предшественников И. Ньютона и Г. Лейбница в разработке исчисления бесконечно малых.

II. Из истории математического анализа

Новое исчисление было окончательно оформлено усилиями двух выдающихся ученых – И. Ньютона и Г. Лейбница. Официальной датой рождения математического анализа считается 1684 год: именно тогда была опубликована знаменитая статья Лейбница «Новый метод для максимумов и минимумов, а также для касательных, для которого не являются препятствием дробные и иррациональные количества, и особый вид исчисления для этого».

II. Из истории математического анализа



Ньютон, Исаак (1643–1727) — великий английский математик, механик, физик. Один из создателей математического анализа.

II. Из истории математического анализа

Ньютон, Исаак (1643–1727) — великий английский математик, механик, физик. Один из создателей математического анализа.

Лейбниц, Готфрид Вильгельм (1646–1716) — великий немецкий математик. Философ, физик, языковед, юрист, историк, изобретатель. Один из создателей математического анализа.

II. Из истории математического анализа

Новое исчисление окончательно объединило два типа задач: задачи дифференциального исчисления и задачи интегрального исчисления. Дальнейшее развитие математического анализа, который долгое время назывался анализом бесконечно малых, связано с именами братьев И. Бернулли и Я. Бернулли, Л. Эйлера, Ж. Лагранжа, О. Коши, К. Вейерштрасса, Р. Дедекинда, Г. Кантора и др.

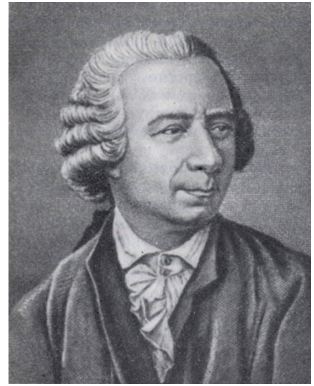
II. Из истории математического анализа

Бернулли, Йоганн (1667–1748) — знаменитый швейцарский математик.

Был деятельным сотрудником Г. Лейбница в разработке дифференциального и интегрального исчислений, в области которых им был сделан ряд открытий.

Иоганн Бернулли дал первое систематическое изложение дифференциального и интегрального исчислений, продвинул разработку методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений, поставил классическую задачу о геодезических линиях и нашёл характерное геометрическое свойство этих линий, а позднее вывел их дифференциальное уравнение.

II. Из истории математического анализа



Эйлер, Леонард (1707–1783) — великий швейцарский и российский математик, механик и физик. Главным делом Эйлера как математика явилась разработка математического анализа, самые рамки которого он значительно расширил по сравнению со своими предшественниками. Он заложил основы нескольких математических дисциплин, которые только в зачаточном виде имелись или вовсе отсутствовали в исчислении бесконечных малых И. Ньютона, Г. Лейбница и братьев Бернулли.

II. Из истории математического анализа

Коши и Вейерштрасс дали современные определения основных понятий математического анализа, ввели современный язык $\varepsilon - \delta$, на котором проводятся рассуждения и оформляются доказательства.

Дедекинд и Кантор окончательно решили вопросы обоснования математического анализа, построив теорию действительного числа и теорию множеств.

II. Из истории математического анализа

Коши, Огюстен Луи (1789–1857) — знаменитый французский математик. Его курсы анализа, основанные на систематическом использовании понятия предела, послужили образцом для большинства курсов позднейшего времени. В них он дал определение понятия непрерывности функции, чёткое построение теории сходящихся рядов (признак Коши, критерий Коши), определение интеграла как предела сумм и др. В области теории дифференциальных уравнений Коши принадлежат: постановка т.н. задачи Коши, основные теоремы существования решений и метод интегрирования уравнений с частными производными 1-го порядка.

II. Из истории математического анализа

Вейерштрасс, Карл Теодор Вильгельм (1815–1897) — знаменитый немецкий математик. Разработал систему логического обоснования математического анализа на основе построенной им теории действительных чисел. Вейерштрасс систематически использовал понятия верхней и нижней грани и предельной точки числовых множеств, дал строгое доказательство основных свойств функций, непрерывных на отрезке, и ввел во всеобщее употребление понятие и признак равномерной сходимости функционального ряда (признак Вейерштрасса). Вейерштрасс построил пример непрерывной функции, не имеющей производной ни в одной точке, доказал возможность сколь угодно точного приближения многочленами произвольной функции, непрерывной на отрезке (теорема Вейерштрасса).

Замечание II.1. (Ответ приведен на стр.5008.) Вы ознакомились с кратким историческим очерком формирования основ математического анализа. Особенностью специалиста является привычка оценивать любую информацию через призму своей профессии. Какие проекты вы могли бы предложить «по мотивам» рассмотренной исторической информации?

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Математический язык является высокоформализованным.

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\_ = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ldots\}$ — множество чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\mathbb{N} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4; \ldots\}$ — множество чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\mathbb{N} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4; \ldots\}$ — множество натуральных чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\mathbb{N} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4; \ldots\}$ — множество натуральных чисел;

_ $= \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}$ — множество чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\mathbb{N} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4; \ldots\}$ — множество натуральных чисел;

$\mathbb{Z} = \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}$ — множество чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\mathbb{N} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4; \ldots\}$ — множество натуральных чисел;

$\mathbb{Z} = \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}$ — множество целых чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\mathbb{N} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4; \ldots\}$ — множество натуральных чисел;

$\mathbb{Z} = \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}$ — множество целых чисел;

$\_ = \left\{ \dfrac{m}{n} \,\middle|\, m \in \mathbb{Z};\ n \in \mathbb{N} \right\}$ — множество ______ чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\mathbb{N} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4; \ldots\}$ — множество натуральных чисел;

$\mathbb{Z} = \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}$ — множество целых чисел;

$\mathbb{Q} = \left\{ \dfrac{m}{n} \,\middle|\, m \in \mathbb{Z};\ n \in \mathbb{N} \right\}$ — множество   чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\mathbb{N} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4; \ldots\}$ — множество натуральных чисел;

$\mathbb{Z} = \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}$ — множество целых чисел;

$\mathbb{Q} = \left\{ \dfrac{m}{n} \,\middle|\, m \in \mathbb{Z};\ n \in \mathbb{N} \right\}$ — множество рациональных чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\mathbb{N} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4; \ldots\}$ — множество натуральных чисел;

$\mathbb{Z} = \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}$ — множество целых чисел;

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \,\middle|\, m \in \mathbb{Z};\ n \in \mathbb{N} \right\}$ — множество рациональных чисел;

$\_ = \mathbb{Q} \cup \left\{\pi;\ \sqrt{2}; \ldots\right\}$ — множество   чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\mathbb{N} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4; \ldots\}$ — множество натуральных чисел;

$\mathbb{Z} = \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}$ — множество целых чисел;

$\mathbb{Q} = \left\{ \dfrac{m}{n} \,\middle|\, m \in \mathbb{Z};\ n \in \mathbb{N} \right\}$ — множество рациональных чисел;

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \left\{\pi;\ \sqrt{2}; \ldots\right\}$ — множество чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

Будем использовать обозначения, знакомые из школьного курса математики:

$\mathbb{N} = \{1;\ 2;\ 3;\ 4; \ldots\}$ — множество натуральных чисел;

$\mathbb{Z} = \{0;\ -1;\ 1;\ -2;\ 2; \ldots\}$ — множество целых чисел;

$\mathbb{Q} = \left\{\dfrac{m}{n} \,\middle|\, m \in \mathbb{Z};\ n \in \mathbb{N}\right\}$ — множество рациональных чисел;

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \left\{\pi;\ \sqrt{2}; \ldots\right\}$ — множество действительных чисел;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

В записях формул мы будем широко пользоваться следующими общепринятыми обозначениями:

III. Язык математики: кванторы и логические связки

В записях формул мы будем широко пользоваться следующими общепринятыми обозначениями:

квантор всеобщности $\forall$, который читается как «для любого», «произвольный» и т.п.;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

В записях формул мы будем широко пользоваться следующими общепринятыми обозначениями:
квантор всеобщности $\forall$, который читается как «для любого», «произвольный» и т.п.;

Обозначение фактически представляет собой перевернутую букву A, от английского слова «**A**ll» (все).

III. Язык математики: кванторы и логические связки

В записях формул мы будем широко пользоваться следующими общепринятыми обозначениями:

квантор всеобщности $\forall$, который читается как «для любого», «произвольный» и т.п.;

квантор существования $\exists$, который читается как «существует», «найдётся», «можно подобрать» и т.п.;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

В записях формул мы будем широко пользоваться следующими общепринятыми обозначениями:
квантор всеобщности $\forall$, который читается как «для любого», «произвольный» и т.п.;
квантор существования $\exists$, который читается как «существует», «найдётся», «можно подобрать» и т.п.;

Обозначение фактически представляет собой перевернутую букву E, от английского глагола «to **E**xist» (существовать).

III. Язык математики: кванторы и логические связки

В записях формул мы будем широко пользоваться следующими общепринятыми обозначениями:

квантор всеобщности $\forall$, который читается как «для любого», «произвольный» и т.п.;

квантор существования $\exists$, который читается как «существует», «найдётся», «можно подобрать» и т.п.;

логическая связка «импликация» $\Rightarrow$, где $A \Rightarrow B$ читается как «из A следует B», «утверждение A влечёт утверждение B», «если A, то B» и т.п.;

III. Язык математики: кванторы и логические связки

В записях формул мы будем широко пользоваться следующими общепринятыми обозначениями:

квантор всеобщности $\forall$, который читается как «для любого», «произвольный» и т.п.;

квантор существования $\exists$, который читается как «существует», «найдётся», «можно подобрать» и т.п.;

логическая связка «импликация» $\Rightarrow$, где $A \Rightarrow B$ читается как «из A следует B», «утверждение A влечёт утверждение B», «если A, то B» и т.п.;

логическая связка «эквиваленция» $\Leftrightarrow$, где $A \Leftrightarrow B$ читается как «A эквивалентно B», «A истинно тогда и только тогда, когда истинно B» и т.д.

Рассмотрим примеры?

IV. Элементы теории пределов

Со времен французского математика Огюстена Луи Коши 1789-1857 понятие предела стало основным в математическом анализе.

`Огюстен Луи Коши` (1789-1857)

IV. Элементы теории пределов

Со времен французского математика Огюстена Луи Коши 1789-1857 понятие предела стало основным в математическом анализе.

Все остальные понятия (непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость) определяются при помощи предела.

IV. Элементы теории пределов

Со времен французского математика Огюстена Луи Коши 1789-1857 понятие предела стало основным в математическом анализе.

Все остальные понятия (непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость) определяются при помощи предела.

Поэтому успех в освоении всего курса математического анализа напрямую зависит от того, насколько хорошо будет усвоено понятие предела.

IV. Элементы теории пределов

Со времен французского математика Огюстена Луи Коши 1789-1857 понятие предела стало основным в математическом анализе.

Попытаемся формализовать понятие предела.

IV. Элементы теории пределов

Со времен французского математика Огюстена Луи Коши 1789-1857 понятие предела стало основным в математическом анализе.

Попытаемся формализовать понятие предела.

Начнём с понятий «окрестность точки» и «предел последовательности».

IV.1. Понятие окрестности точки

Понятие **окрестность точки** математически формализует такие словосочетания как «близкие числа», «точки, находящиеся рядом на числовой оси» и т.п.

IV.1. Понятие окрестности точки

Понятие **окрестность точки** математически формализует такие словосочетания как «близкие числа», «точки, находящиеся рядом на числовой оси» и т.п.

Мы рассмотрим самый низкий, примитивный уровень формализации понятия окрестности.

IV.1. Понятие окрестности точки

Понятие **окрестность точки** математически формализует такие словосочетания как «близкие числа», «точки, находящиеся рядом на числовой оси» и т.п.

Мы рассмотрим самый низкий, примитивный уровень формализации понятия окрестности.

Более абстрактная трактовка рассматривается в разделе математики, называемом «топология».

IV.1. Понятие окрестности точки

Понятие **окрестность точки** математически формализует такие словосочетания как «близкие числа», «точки, находящиеся рядом на числовой оси» и т.п.

Как задать числовое множество?

IV.1. Понятие окрестности точки

Понятие **окрестность точки** математически формализует такие словосочетания как «близкие числа», «точки, находящиеся рядом на числовой оси» и т.п.

Как задать числовое множество?

В данном разделе мы зададим окрестности,

во-первых,

IV.1. Понятие окрестности точки

Понятие **окрестность точки** математически формализует такие словосочетания как «близкие числа», «точки, находящиеся рядом на числовой оси» и т.п.

Как задать числовое множество?

В данном разделе мы зададим окрестности,

во-первых, графически, на числовой оси,

во-вторых,

IV.1. Понятие окрестности точки

Понятие **окрестность точки** математически формализует такие словосочетания как «близкие числа», «точки, находящиеся рядом на числовой оси» и т.п.

Как задать числовое множество?
В данном разделе мы зададим окрестности,
во-первых, графически, на числовой оси,
во-вторых, аналитически: уравнениями, неравенствами или

IV.1. Понятие окрестности точки

Понятие **окрестность точки** математически формализует такие словосочетания как «близкие числа», «точки, находящиеся рядом на числовой оси» и т.п.

Как задать числовое множество?

В данном разделе мы зададим окрестности,
во-первых, графически, на числовой оси,
во-вторых, аналитически: уравнениями, неравенствами или системами уравнений и/или неравенств.

IV.1. Понятие окрестности точки

Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

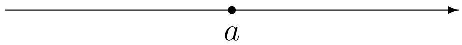
IV.1. Понятие окрестности точки

δ-окрестность числа a

Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

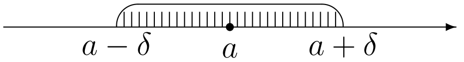
δ-окрестность числа a



Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

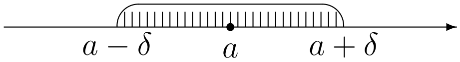
δ-окрестность числа a



Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

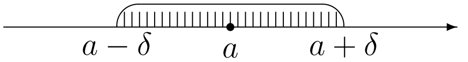
δ-окрестность числа a $\qquad |x-a|<\delta$



Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

δ-окрестность числа a $\qquad |x-a|<\delta$



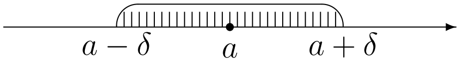
правая

δ-полуокрестность числа a

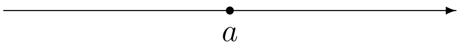
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

δ-окрестность числа a $\qquad |x-a|<\delta$



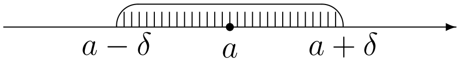
правая
δ-полуокрестность числа a



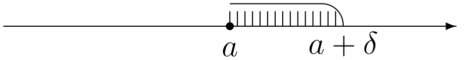
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

δ-окрестность числа a $\quad |x - a| < \delta$



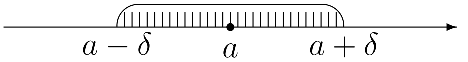
правая
δ-полуокрестность числа a



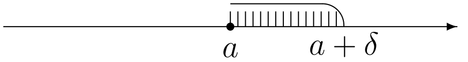
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

δ-окрестность числа a $\quad |x - a| < \delta$



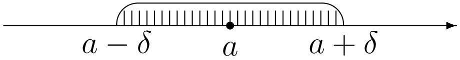
правая
δ-полуокрестность числа a $\quad 0 \leqslant x - a < \delta$



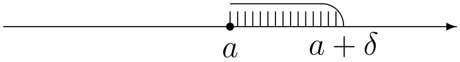
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

δ-окрестность числа a $\qquad |x - a| < \delta$



правая
δ-полуокрестность числа a $\qquad 0 \leqslant x - a < \delta$

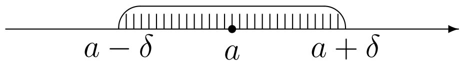


левая
δ-полуокрестность числа a

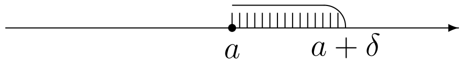
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

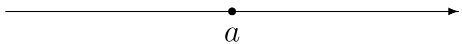
δ-окрестность числа a $\quad |x - a| < \delta$



правая δ-полуокрестность числа a $\quad 0 \leqslant x - a < \delta$



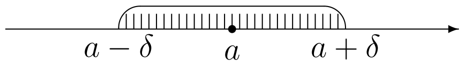
левая δ-полуокрестность числа a



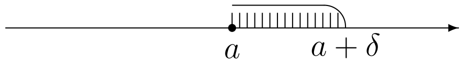
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

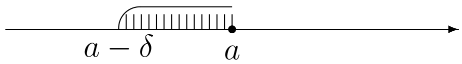
δ-окрестность числа a $\quad |x - a| < \delta$



правая δ-полуокрестность числа a $\quad 0 \leqslant x - a < \delta$



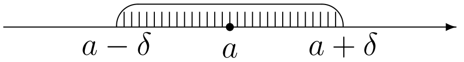
левая δ-полуокрестность числа a



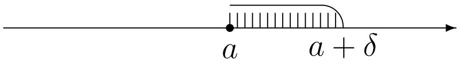
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

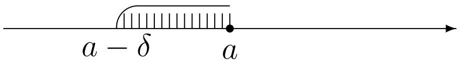
δ-окрестность числа a $\quad |x-a| < \delta$



правая
δ-полуокрестность числа a $\quad 0 \leqslant x-a < \delta$



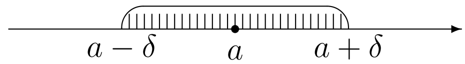
левая
δ-полуокрестность числа a $\quad -\delta < x-a \leqslant 0$



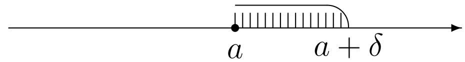
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

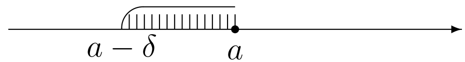
δ-окрестность числа a $\quad |x-a|<\delta$



правая
δ-полуокрестность числа a $\quad 0 \leqslant x-a<\delta$



левая
δ-полуокрестность числа a $\quad -\delta < x-a \leqslant 0$



δ-окрестность точки ∞

Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

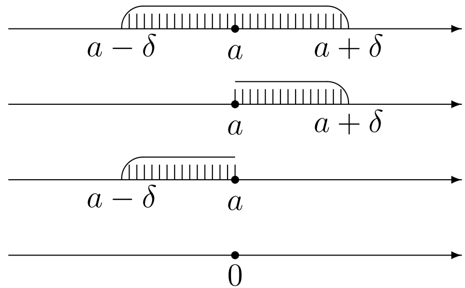
IV.1. Понятие окрестности точки

δ-окрестность числа a $\quad |x - a| < \delta$

правая
δ-полуокрестность числа a $\quad 0 \leqslant x - a < \delta$

левая
δ-полуокрестность числа a $\quad -\delta < x - a \leqslant 0$

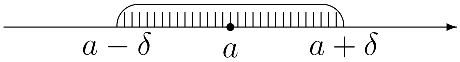
δ-окрестность точки ∞



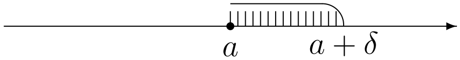
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

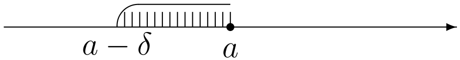
δ-окрестность числа a $\quad |x-a|<\delta$



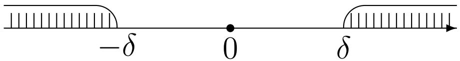
правая δ-полуокрестность числа a $\quad 0 \leqslant x-a<\delta$



левая δ-полуокрестность числа a $\quad -\delta < x-a \leqslant 0$



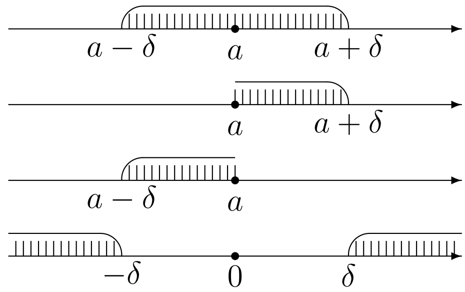
δ-окрестность точки ∞



Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

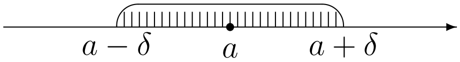
δ-окрестность числа a	$\lvert x-a\rvert<\delta$	
правая δ-полуокрестность числа a	$0\leqslant x-a<\delta$	
левая δ-полуокрестность числа a	$-\delta<x-a\leqslant 0$	
δ-окрестность точки ∞	$\lvert x\rvert>\delta$	



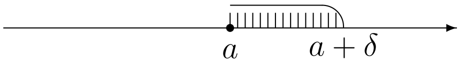
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

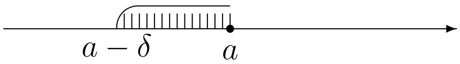
δ-окрестность числа a $\qquad |x-a|<\delta$



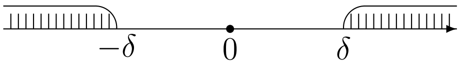
правая
δ-полуокрестность числа a $\qquad 0 \leqslant x-a<\delta$



левая
δ-полуокрестность числа a $\qquad -\delta<x-a \leqslant 0$



δ-окрестность точки ∞ $\qquad |x|>\delta$

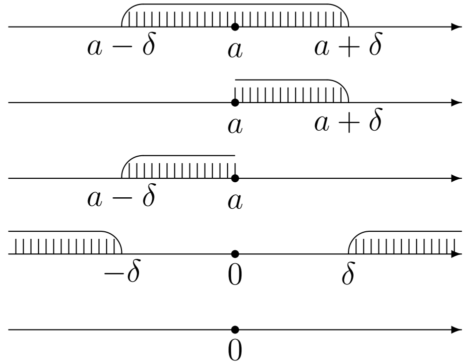


δ-окрестность точки $+\infty$

Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

δ-окрестность числа a	$\lvert x-a\rvert<\delta$
правая δ-полуокрестность числа a	$0\leqslant x-a<\delta$
левая δ-полуокрестность числа a	$-\delta<x-a\leqslant 0$
δ-окрестность точки ∞	$\lvert x\rvert>\delta$
δ-окрестность точки $+\infty$	



Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

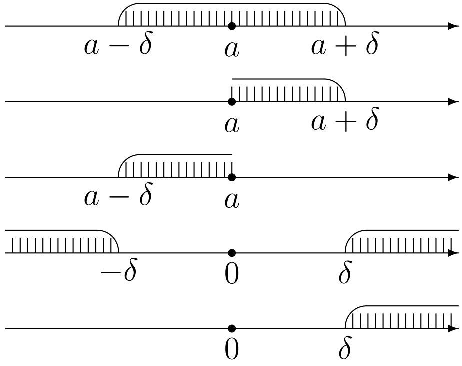
δ-окрестность числа a $\qquad |x-a|<\delta$

правая δ-полуокрестность числа a $\qquad 0 \leqslant x-a<\delta$

левая δ-полуокрестность числа a $\qquad -\delta<x-a \leqslant 0$

δ-окрестность точки ∞ $\qquad |x|>\delta$

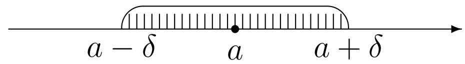
δ-окрестность точки $+\infty$



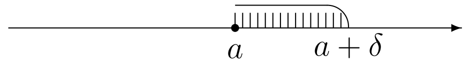
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

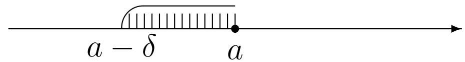
δ-окрестность числа a $\quad |x - a| < \delta$



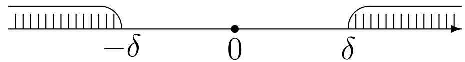
правая
δ-полуокрестность числа a $\quad 0 \leqslant x - a < \delta$



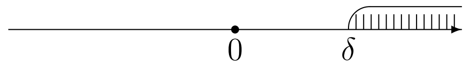
левая
δ-полуокрестность числа a $\quad -\delta < x - a \leqslant 0$



δ-окрестность точки ∞ $\quad |x| > \delta$



δ-окрестность точки $+\infty$ $\quad x > \delta$



Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

δ-окрестность числа a $\quad |x-a|<\delta$

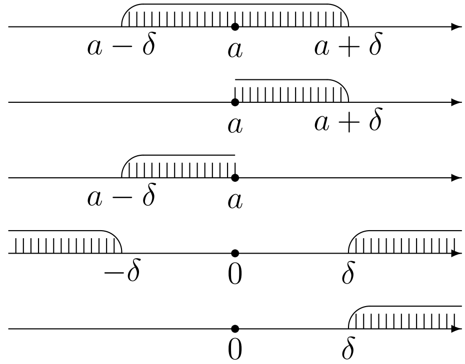
правая δ-полуокрестность числа a $\quad 0 \leqslant x-a<\delta$

левая δ-полуокрестность числа a $\quad -\delta<x-a \leqslant 0$

δ-окрестность точки ∞ $\quad |x|>\delta$

δ-окрестность точки $+\infty$ $\quad x>\delta$

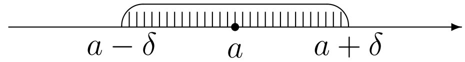
δ-окрестность точки $-\infty$



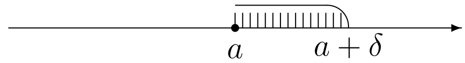
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

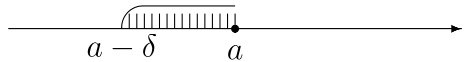
δ-окрестность числа a $\quad |x-a| < \delta$



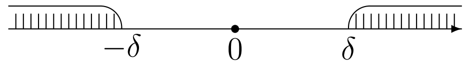
правая δ-полуокрестность числа a $\quad 0 \leqslant x-a < \delta$



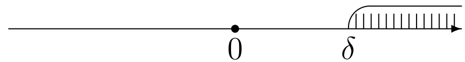
левая δ-полуокрестность числа a $\quad -\delta < x-a \leqslant 0$



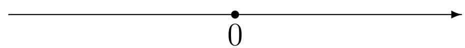
δ-окрестность точки ∞ $\quad |x| > \delta$



δ-окрестность точки $+\infty$ $\quad x > \delta$



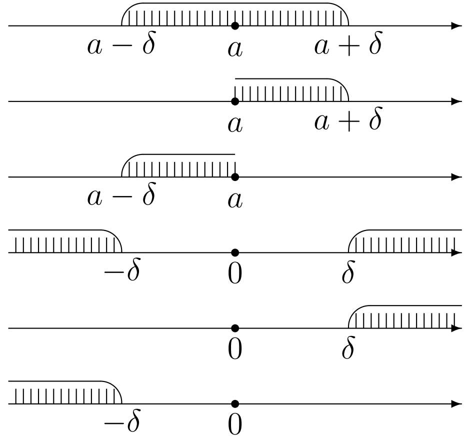
δ-окрестность точки $-\infty$



Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

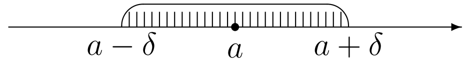
δ-окрестность числа a	$\lvert x-a\rvert<\delta$
правая δ-полуокрестность числа a	$0\leqslant x-a<\delta$
левая δ-полуокрестность числа a	$-\delta<x-a\leqslant 0$
δ-окрестность точки ∞	$\lvert x\rvert>\delta$
δ-окрестность точки $+\infty$	$x>\delta$
δ-окрестность точки $-\infty$	



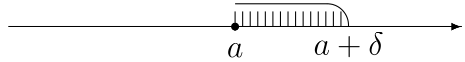
Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.1. Понятие окрестности точки

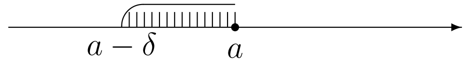
δ-окрестность числа a $\quad |x-a| < \delta$



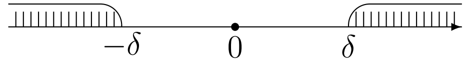
правая δ-полуокрестность числа a $\quad 0 \leqslant x-a < \delta$



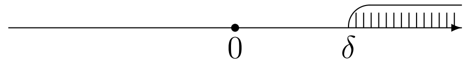
левая δ-полуокрестность числа a $\quad -\delta < x-a \leqslant 0$



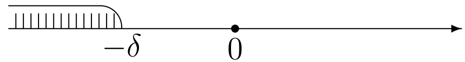
δ-окрестность точки ∞ $\quad |x| > \delta$



δ-окрестность точки $+\infty$ $\quad x > \delta$



δ-окрестность точки $-\infty$ $\quad x < -\delta$



Рассмотрим несколько наиболее важных трактовок окрестности числа и бесконечности.

IV.2. Предел последовательности

Наша цель не ограничивается усвоением основных понятий математического анализа. Не менее, а, быть может, и более важной целью является формирование способности реализовать стратегию формализации информации и других важных универсальных стратегий деятельности.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности

Попробуем сформулировать математически корректное определение предела последовательности.

IV.2. Получение определения предела

Попробуем сформулировать математически корректное определение предела последовательности.

С чего начать?

IV.2. Получение определения предела

Попробуем сформулировать математически корректное определение предела последовательности.

С чего начать?

Применим приём конкретизации.

IV.2. Получение определения предела

Попробуем сформулировать математически корректное определение предела последовательности.

С чего начать?

Применим приём конкретизации.

Возьмём некоторую конкретную последовательность.

IV.2. Получение определения предела

Попробуем сформулировать математически корректное определение предела последовательности.

С чего начать?

Применим приём конкретизации.

Возьмём некоторую конкретную последовательность.

Как её задать?

IV.2. Получение определения предела

Попробуем сформулировать математически корректное определение предела последовательности.

С чего начать?

Применим приём конкретизации.
Возьмём некоторую конкретную последовательность.
Как её задать?

Последовательность — это функция.

IV.2. Получение определения предела

Попробуем сформулировать математически корректное определение предела последовательности.

С чего начать?

Применим приём конкретизации.
Возьмём некоторую конкретную последовательность.
Как её задать?

Последовательность — это функция.
Функцию можно задать

IV.2. Получение определения предела

Попробуем сформулировать математически корректное определение предела последовательности.

С чего начать?

Применим приём конкретизации.
Возьмём некоторую конкретную последовательность.
Как её задать?

Последовательность — это функция.
Функцию можно задать формулой,

IV.2. Получение определения предела

Попробуем сформулировать математически корректное определение предела последовательности.

С чего начать?

Применим приём конкретизации.

Возьмём некоторую конкретную последовательность.

Как её задать?

Последовательность — это функция.

Функцию можно задать формулой, таблицей значений и

IV.2. Получение определения предела

Попробуем сформулировать математически корректное определение предела последовательности.

С чего начать?

Применим приём конкретизации.
Возьмём некоторую конкретную последовательность.
Как её задать?

Последовательность — это функция.
Функцию можно задать формулой, таблицей значений и графиком.

IV.2. Получение определения предела

Попробуем сформулировать математически корректное определение предела последовательности.

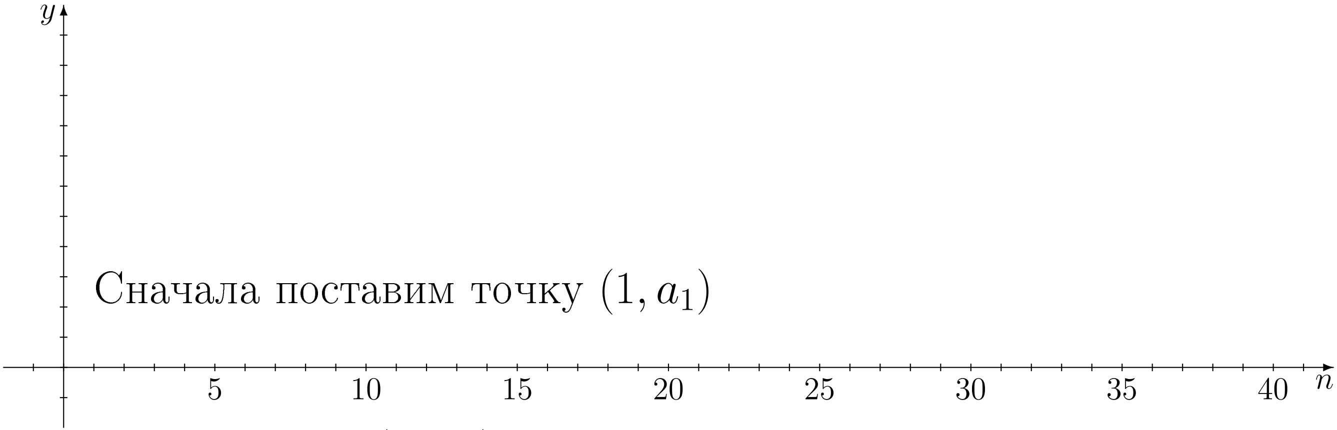
С чего начать?

Применим приём конкретизации.
Возьмём некоторую конкретную последовательность.
Как её задать?

Последовательность — это функция.
Функцию можно задать формулой, таблицей значений и графиком.

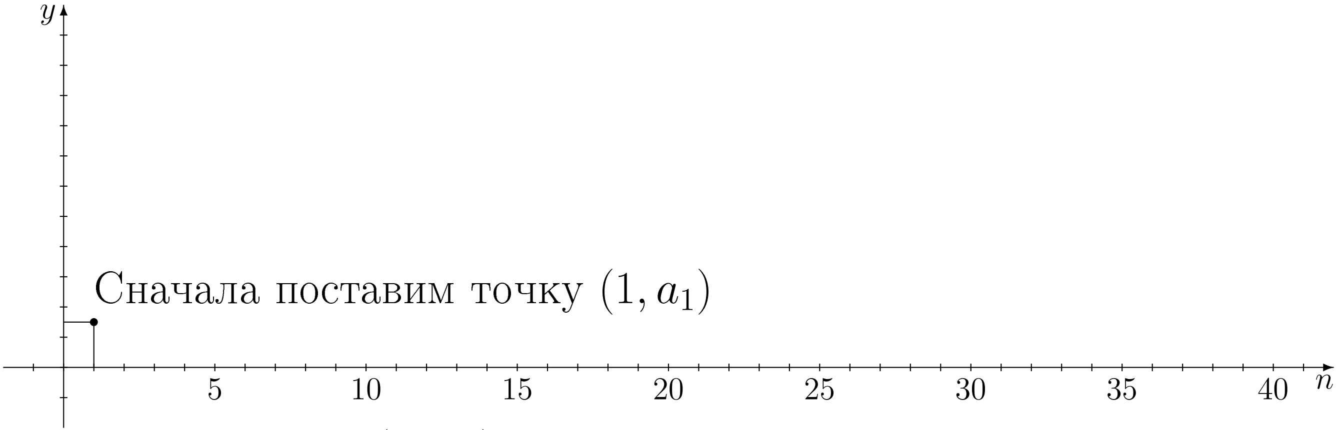
Выберем наиболее «визуальный» способ — задание графиком.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



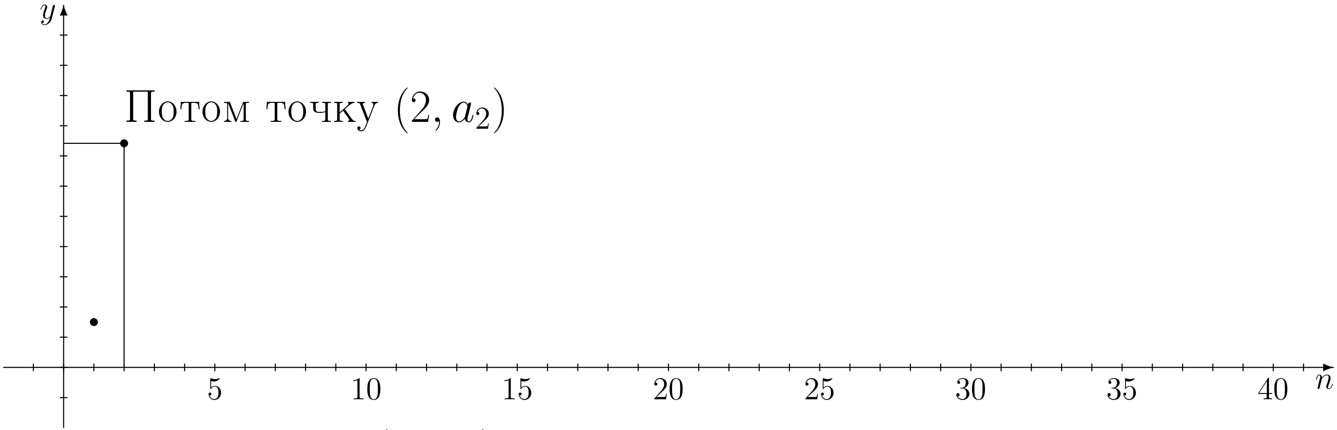
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



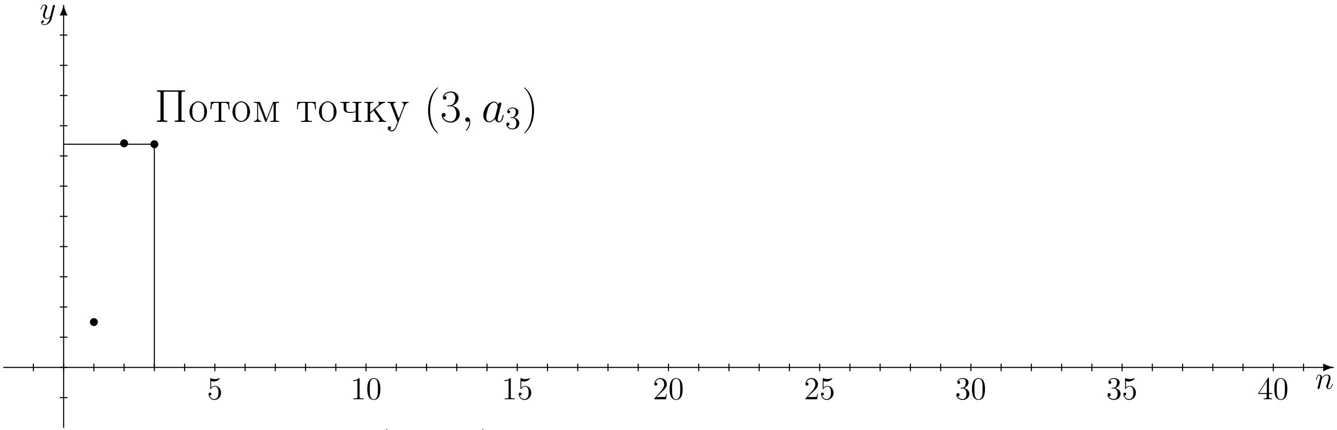
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



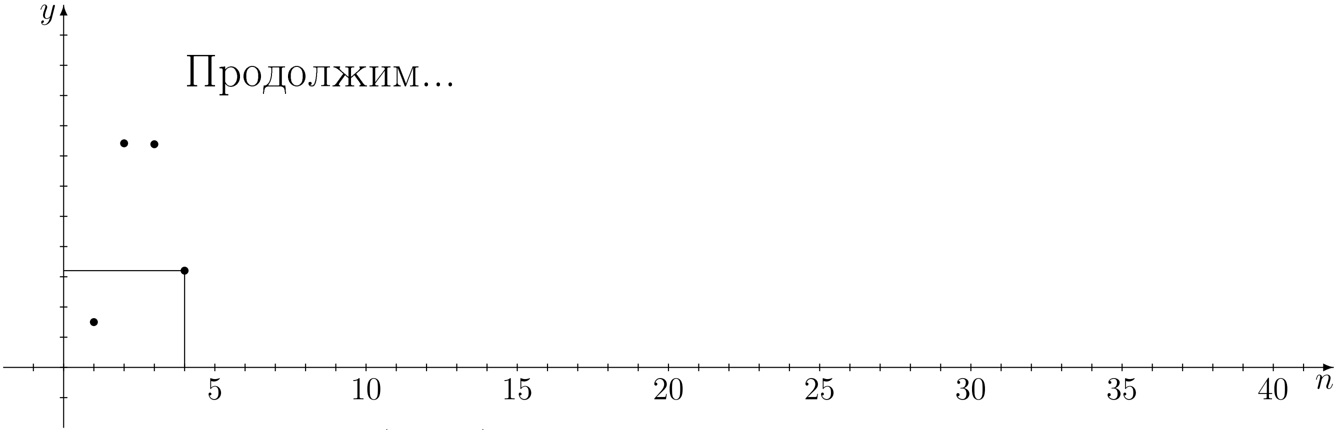
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



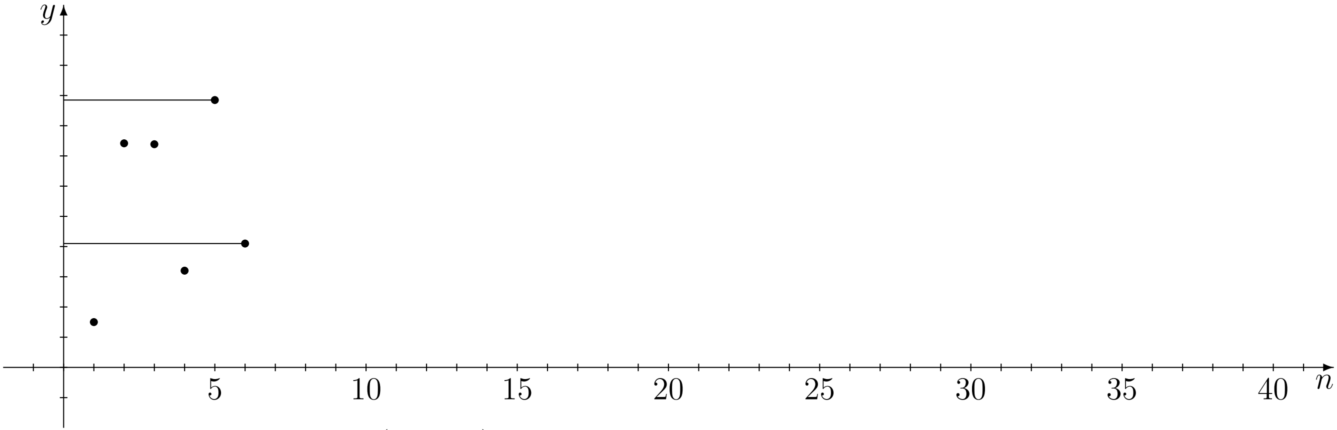
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



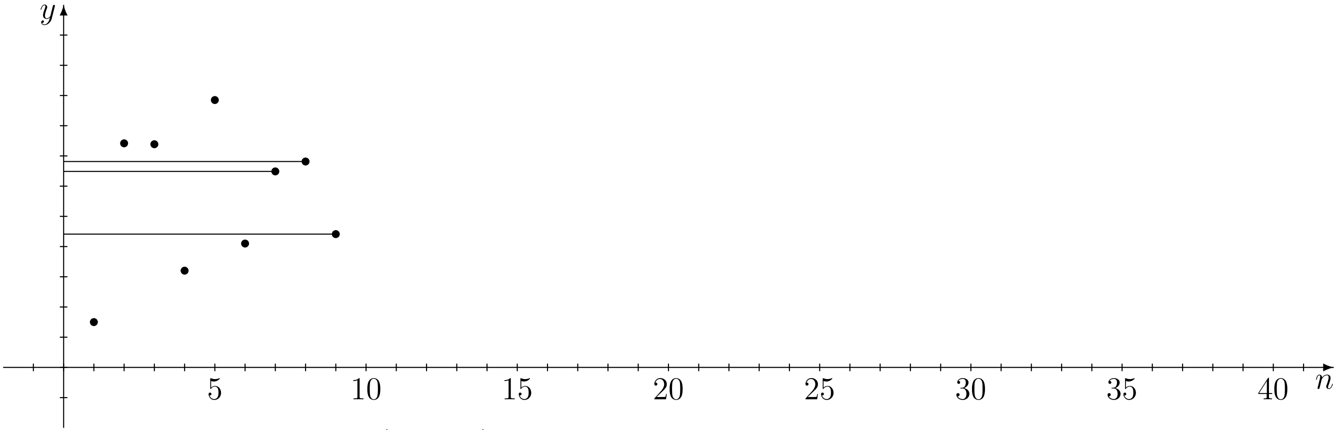
Изобразим точки (n, a_n).

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



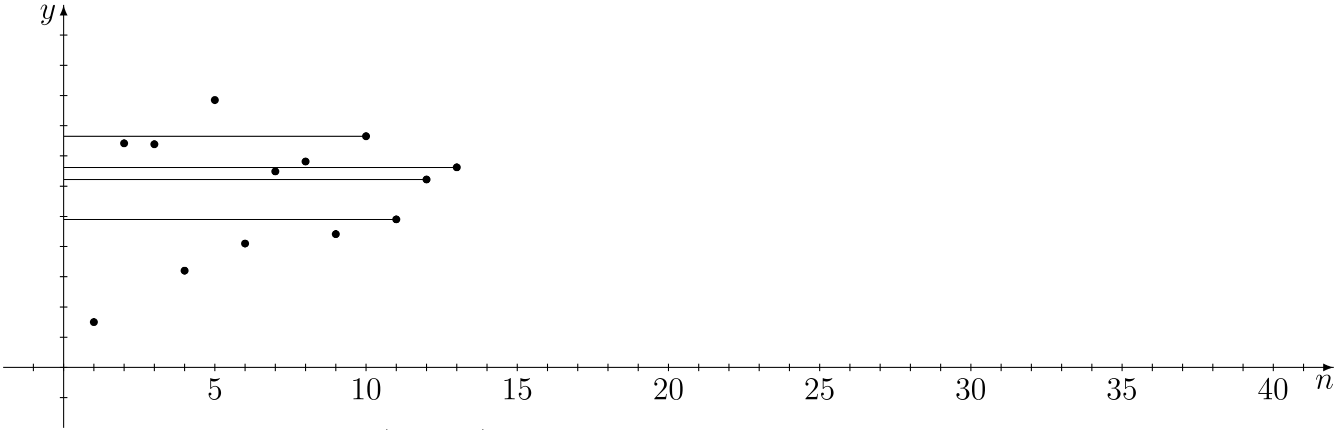
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



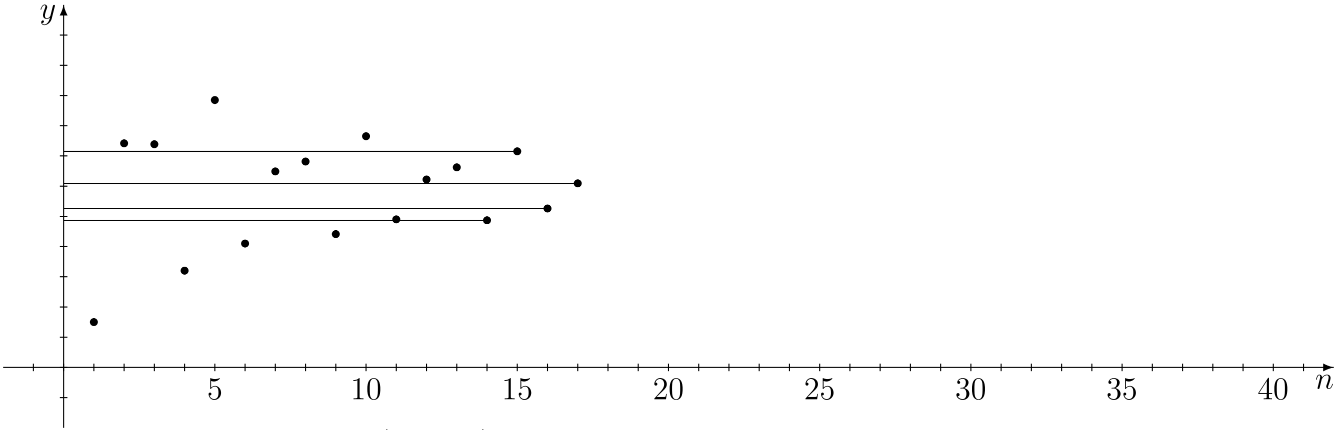
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



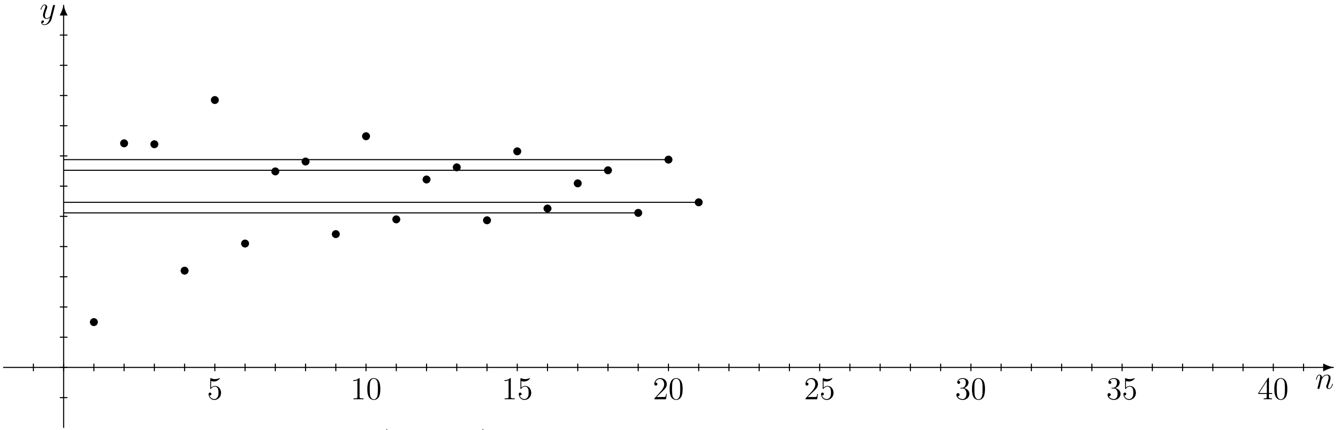
Изобразим точки (n, a_n).

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



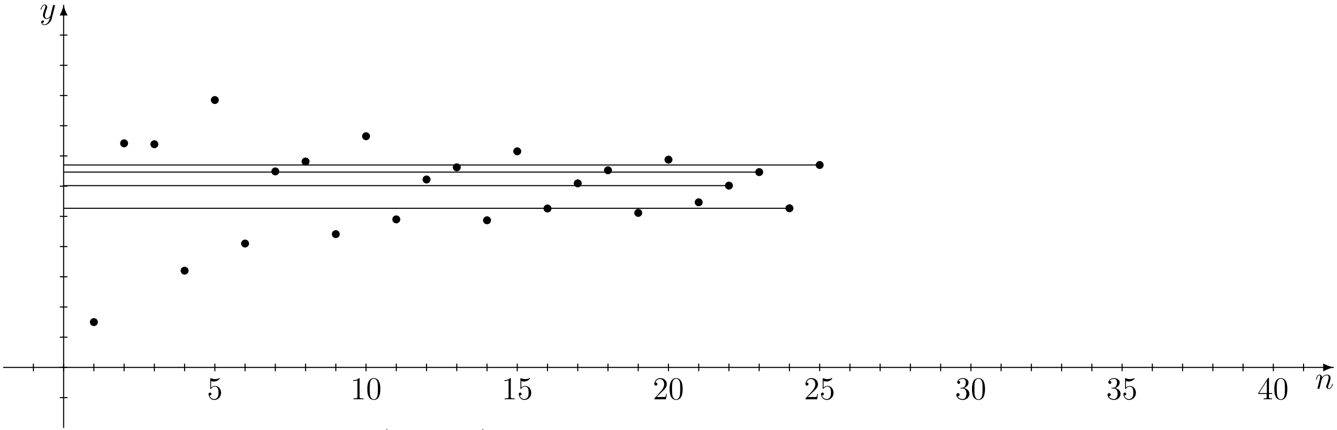
Изобразим точки (n, a_n).

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



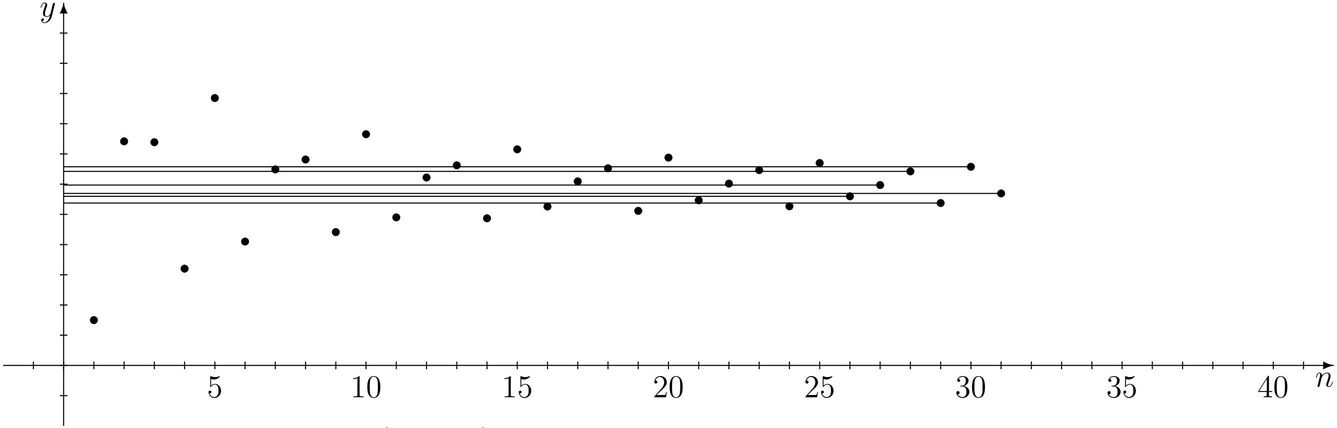
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



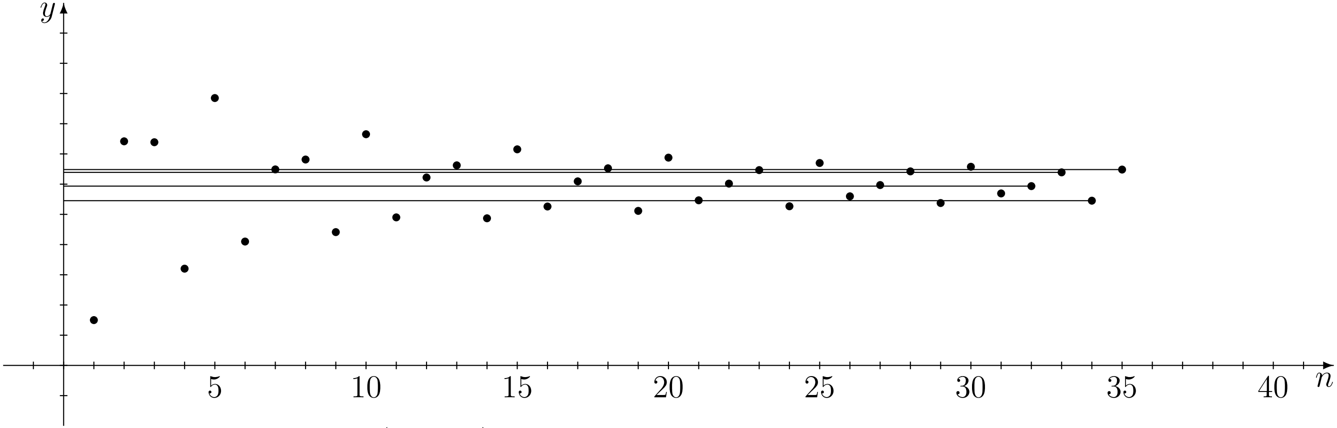
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



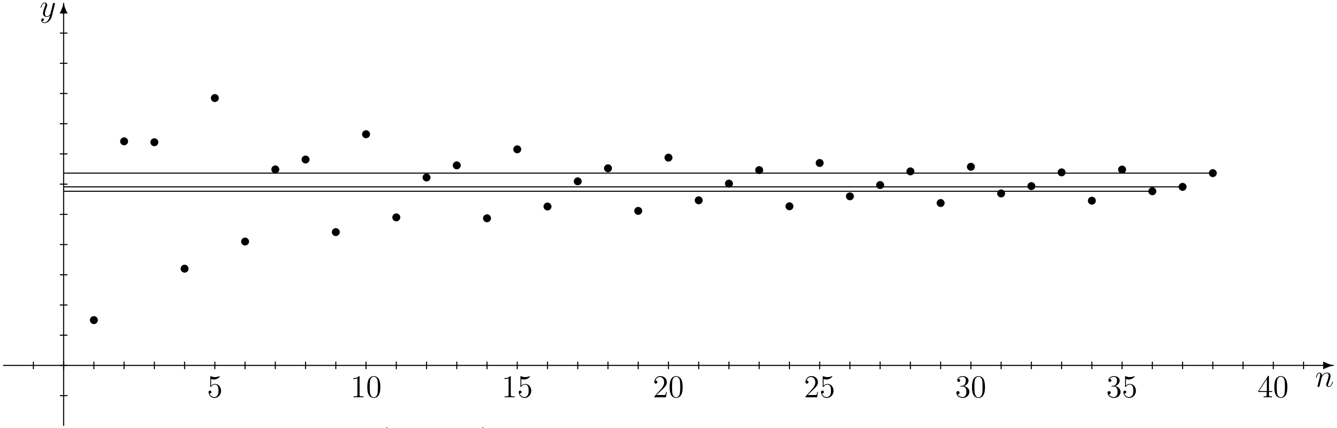
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



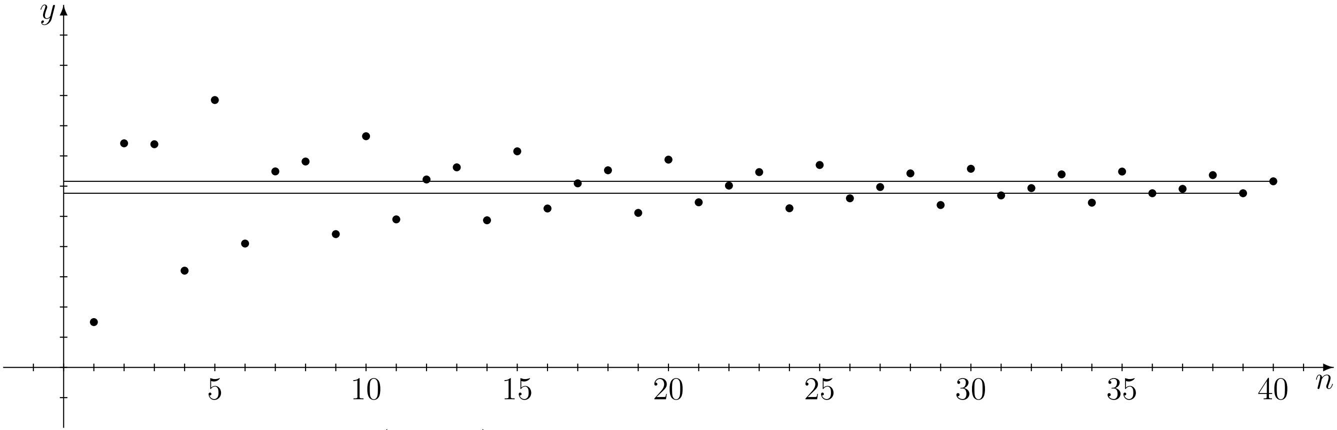
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



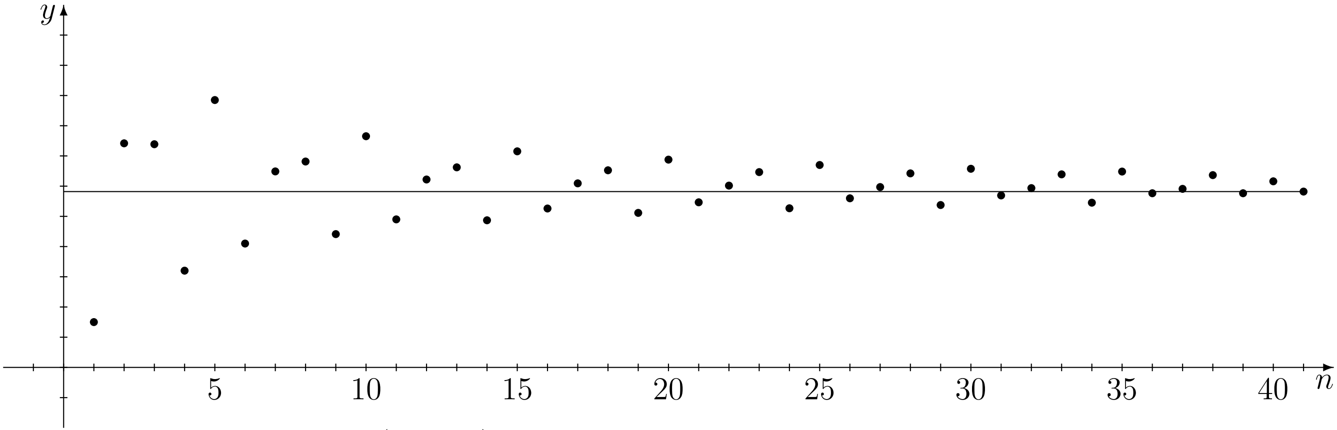
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



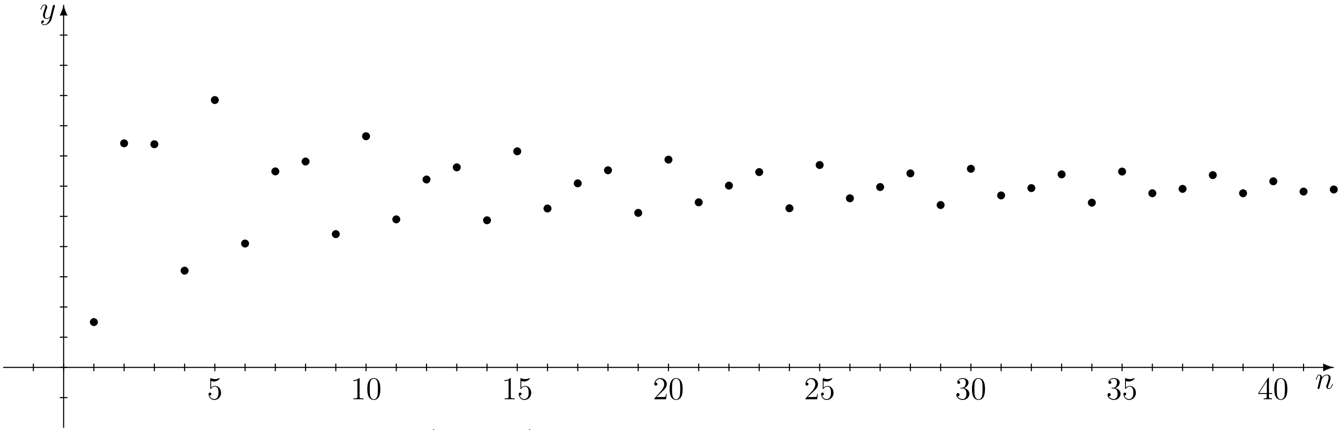
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



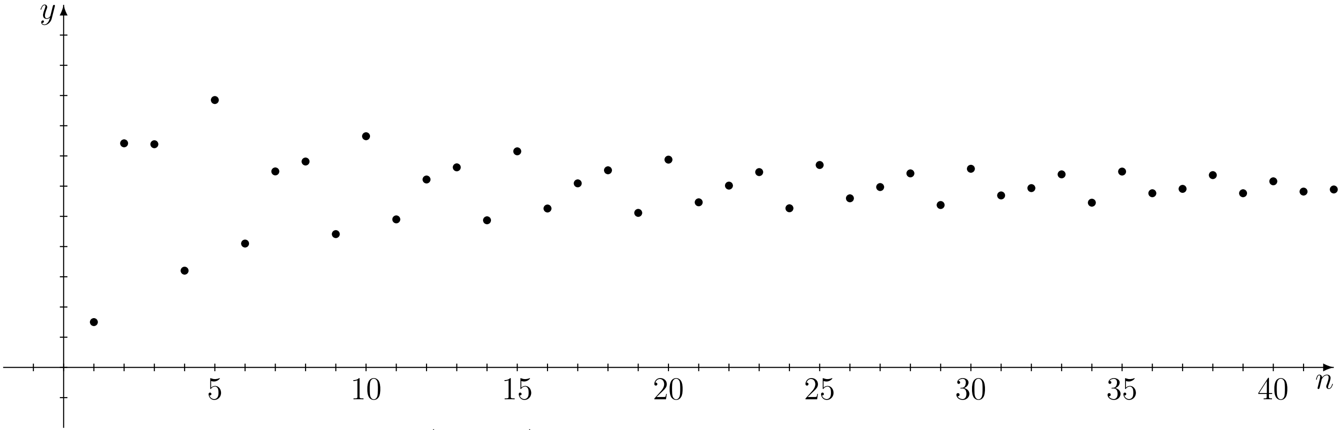
Изобразим точки (n, a_n) .

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



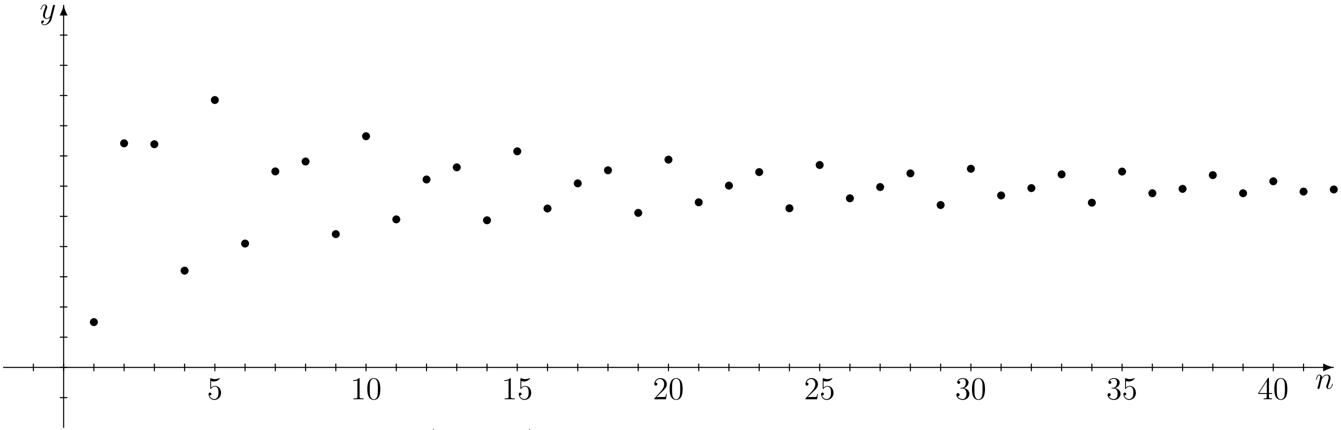
Изображены точки (n, a_n).

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

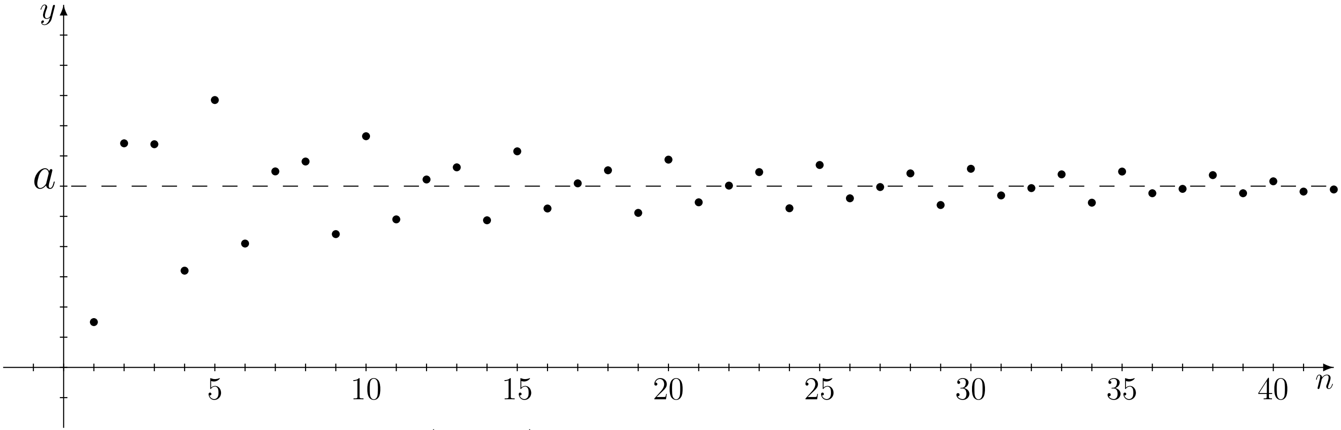
IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Построим линию $y = a$.

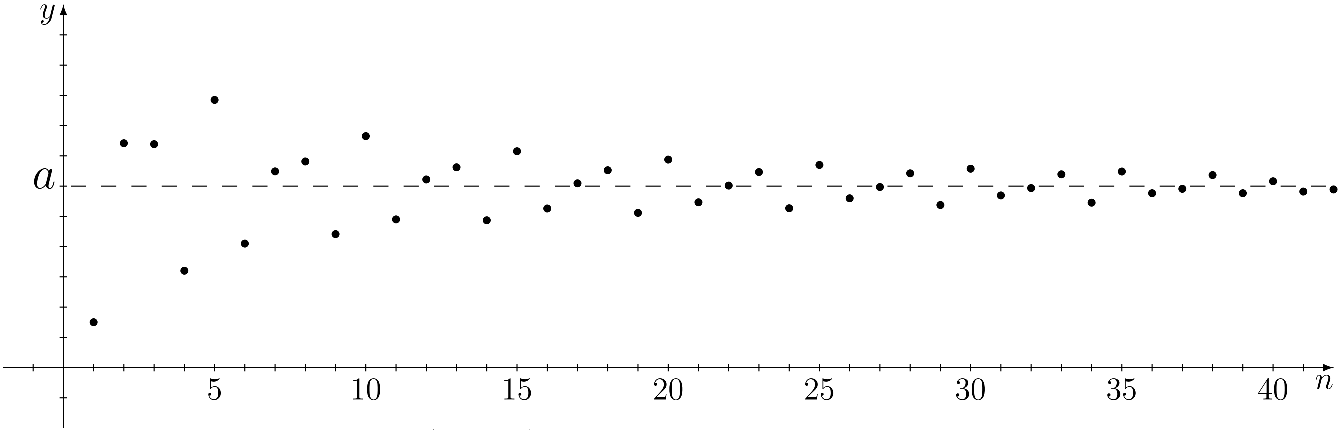
IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Построим линию $y = a$.

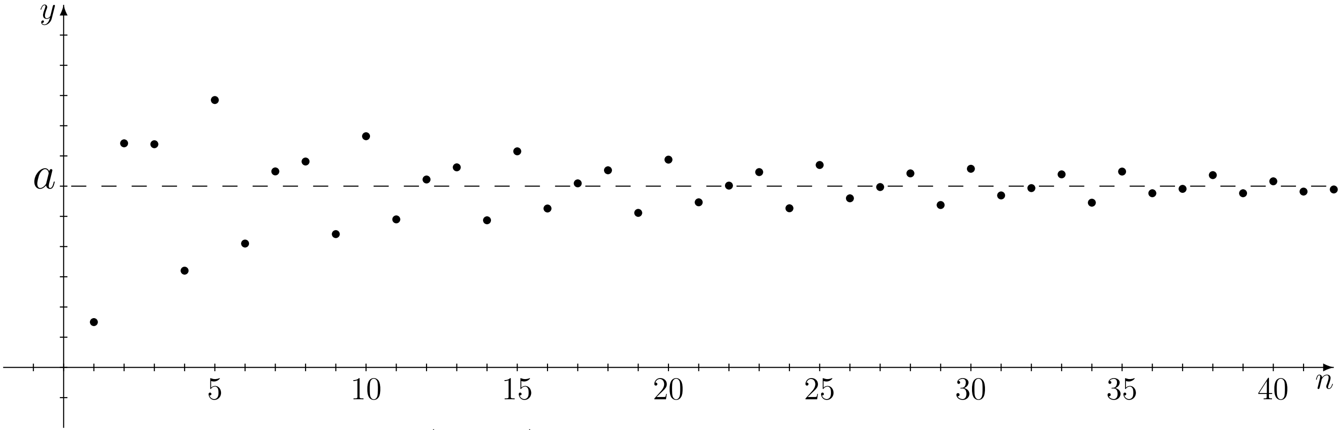
IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

IV.2.1. Получение определения предела последовательности

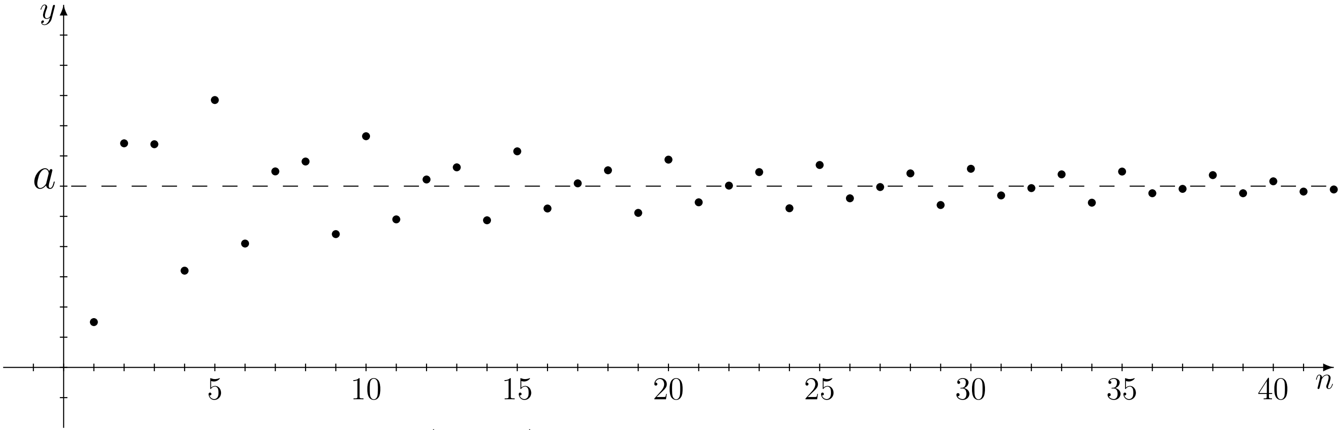


Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

С точки зрения математической строгости это просто «бла-бла-бла».

IV.2.1. Получение определения предела последовательности

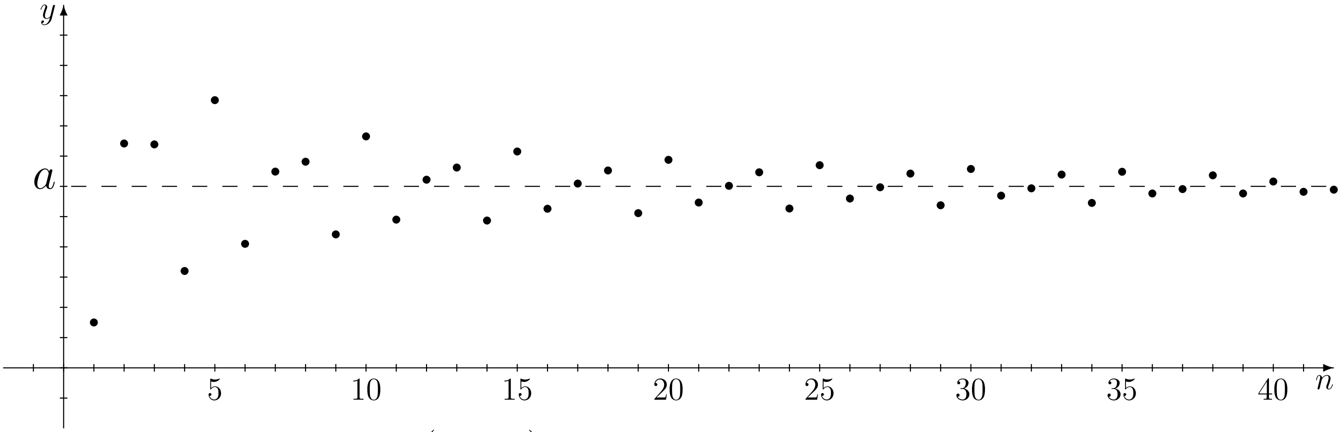


Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

Надо математически формализовать эту фразу.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности

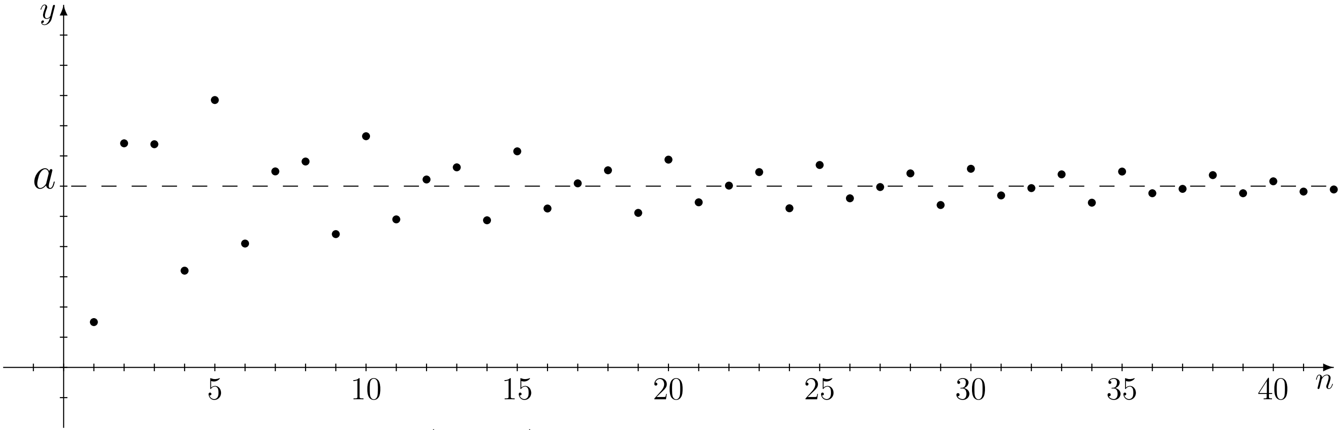


Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

Что значит «значения a_n **близки к** a»?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



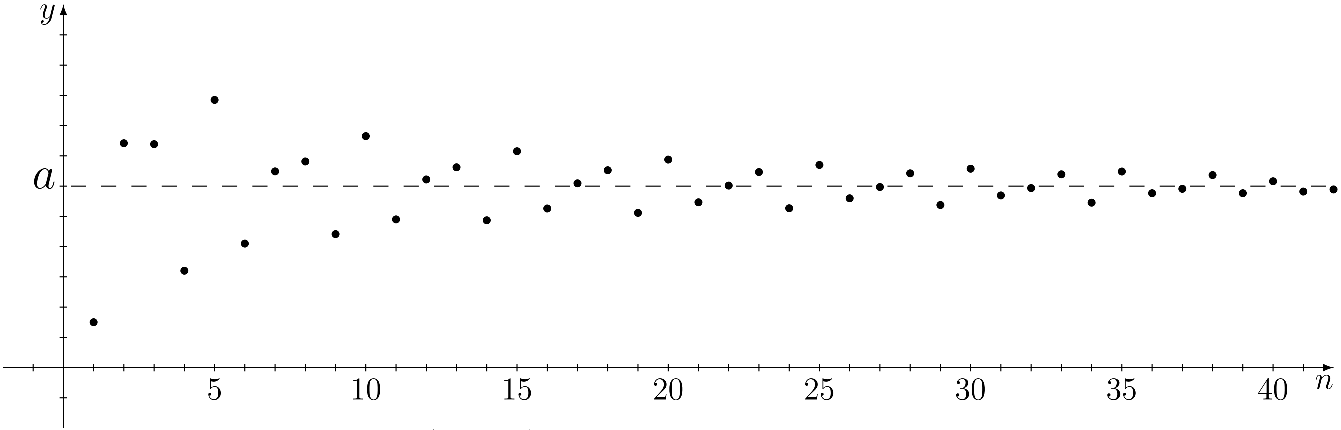
Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$|a_n - a| < \varepsilon.$$

Что значит «значения a_n **близки к** a»?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



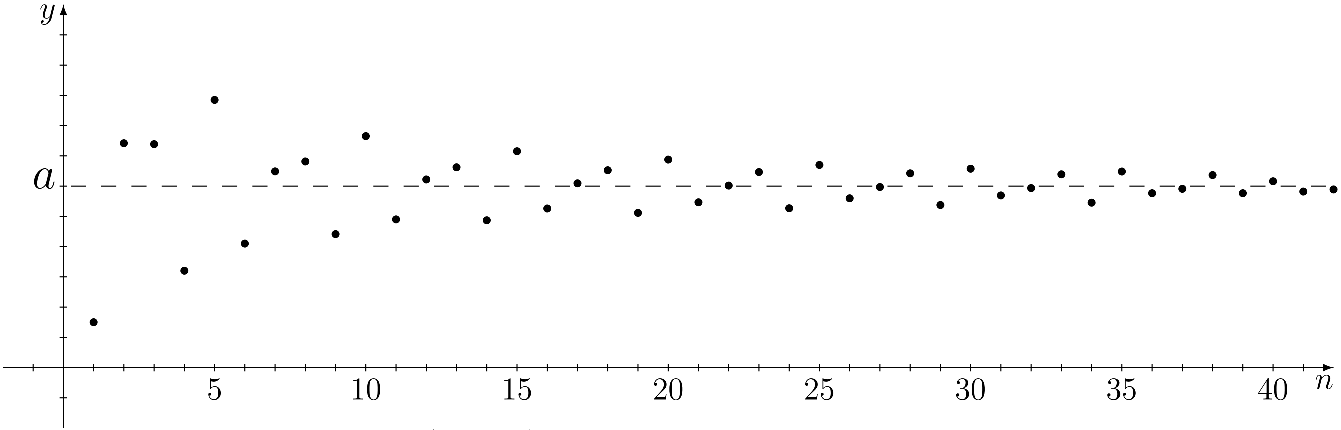
Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$|a_n - a| < \varepsilon.$$

Что значит «с ростом значений n...»?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



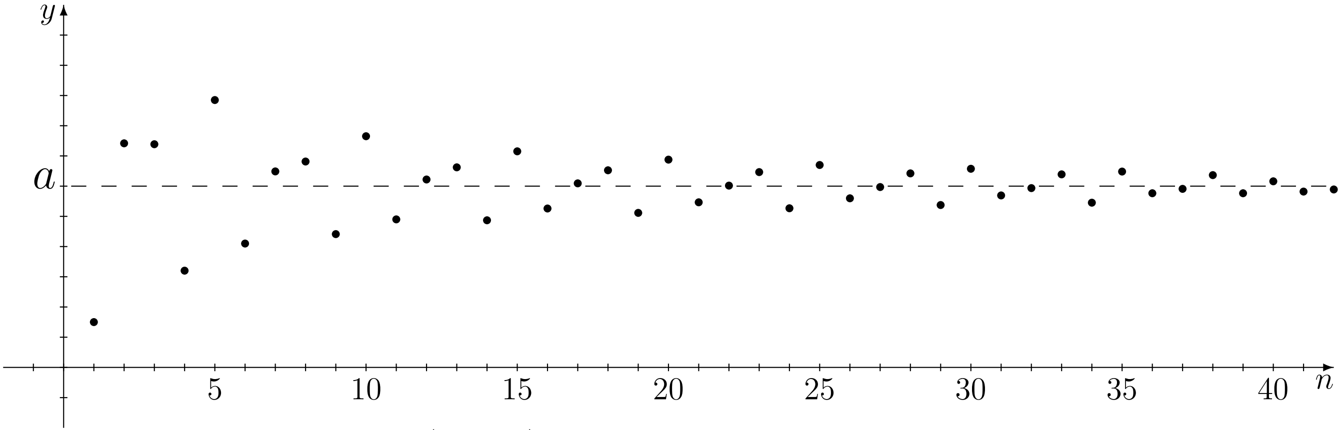
Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Что значит «с ростом значений n...»?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



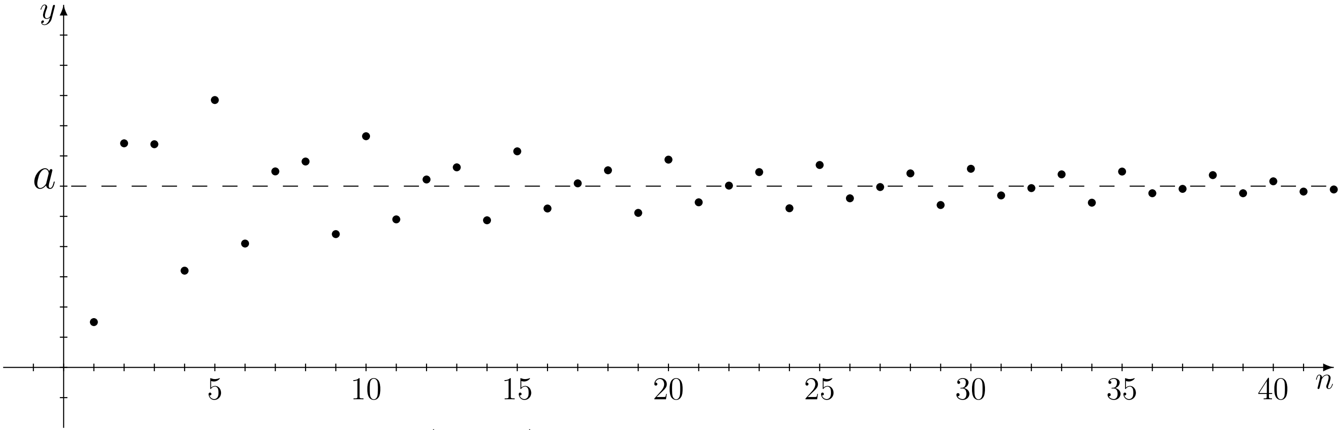
Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Что значит «с ростом значений n...»?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



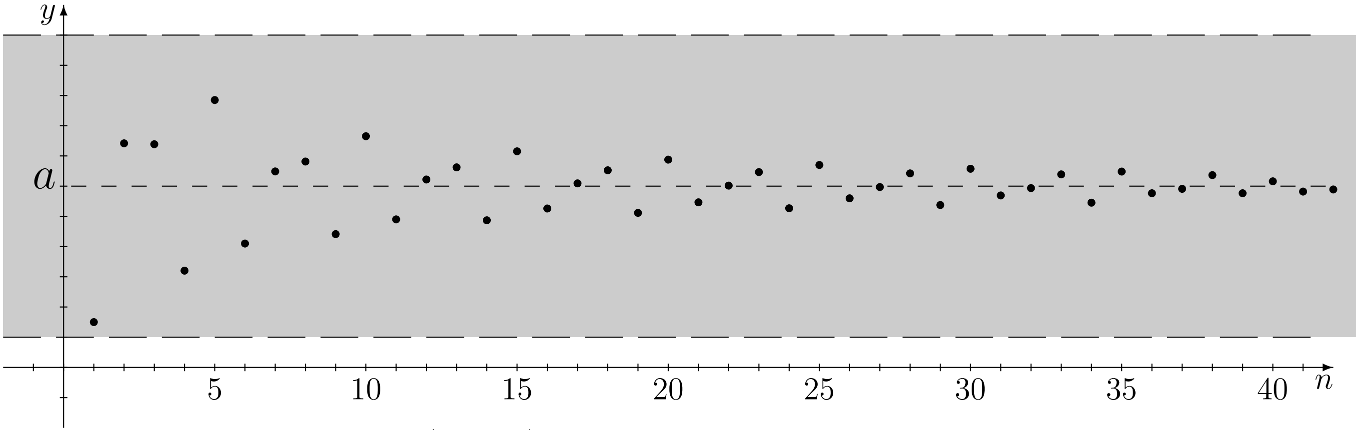
Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y-a| < \varepsilon$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



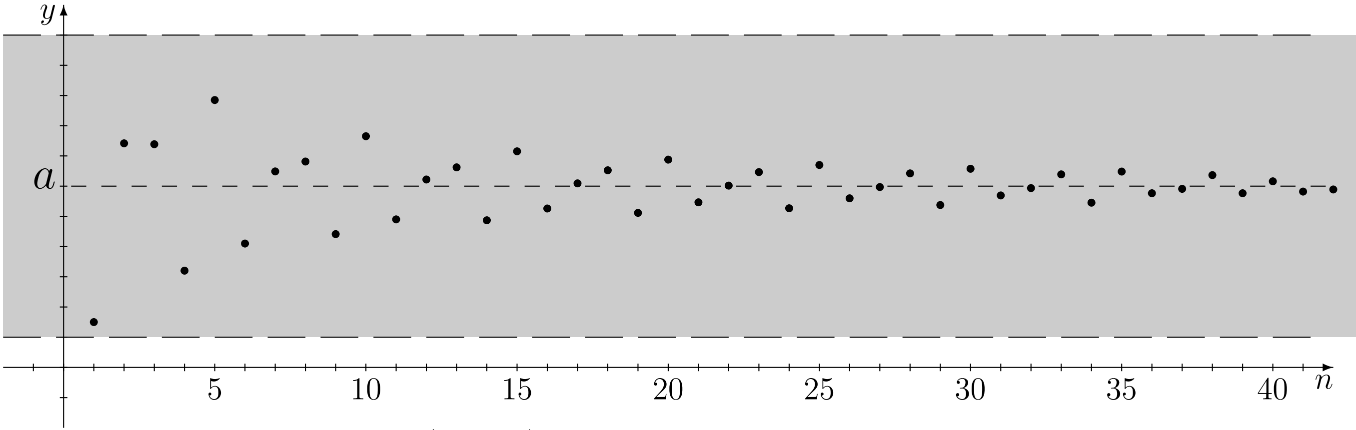
Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

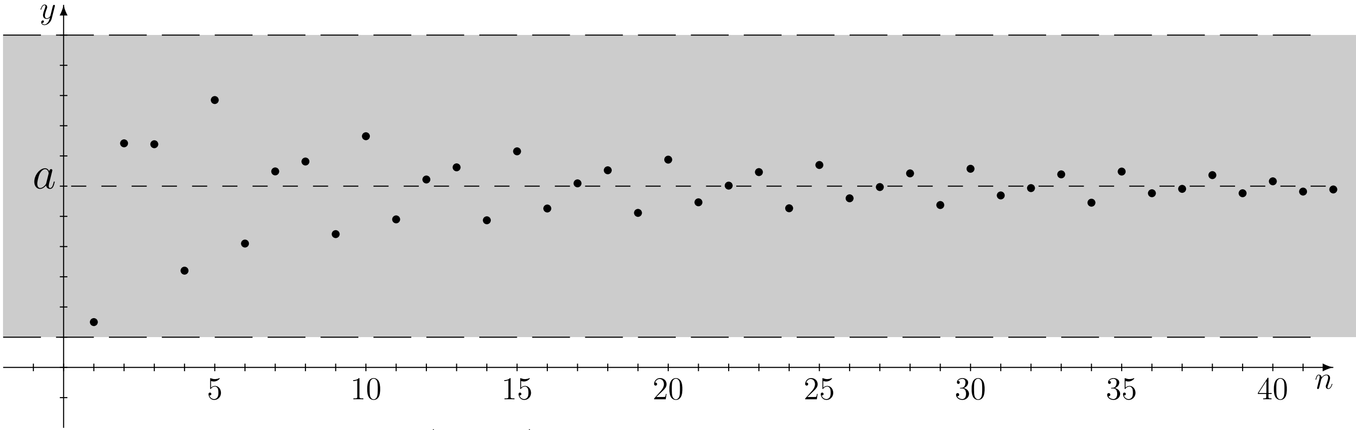
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

При выбранном ε можно взять любое натуральное значение n.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

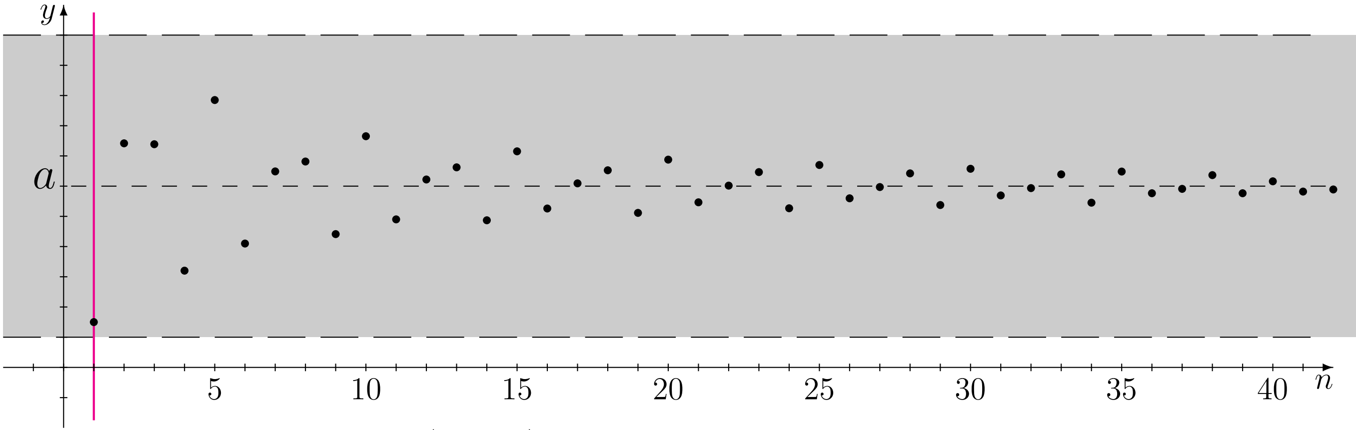
$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

При выбранном ε можно взять любое натуральное значение n.

Например, выберем $N = 1$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

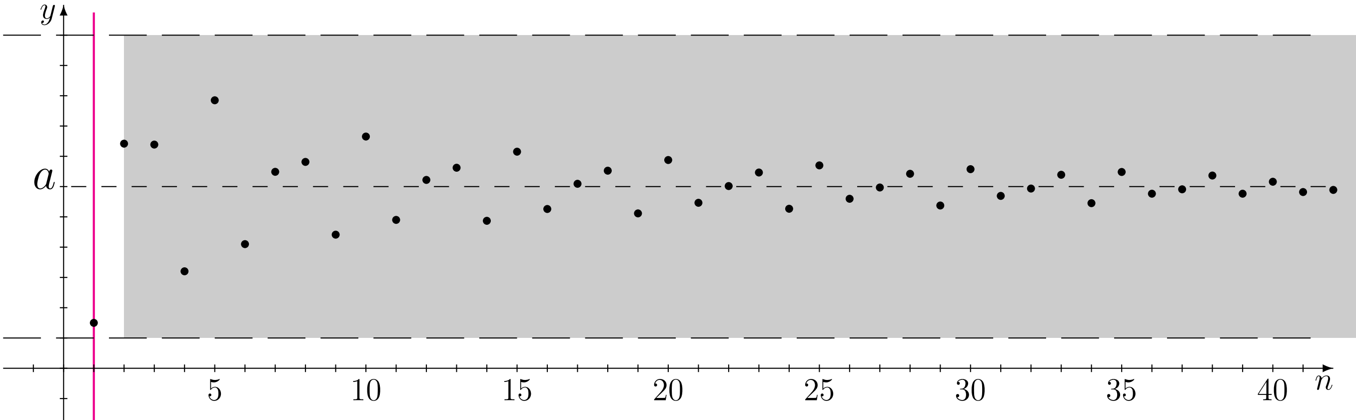
$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

При выбранном ε можно взять любое натуральное значение n.

Например, выберем $N = 1$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

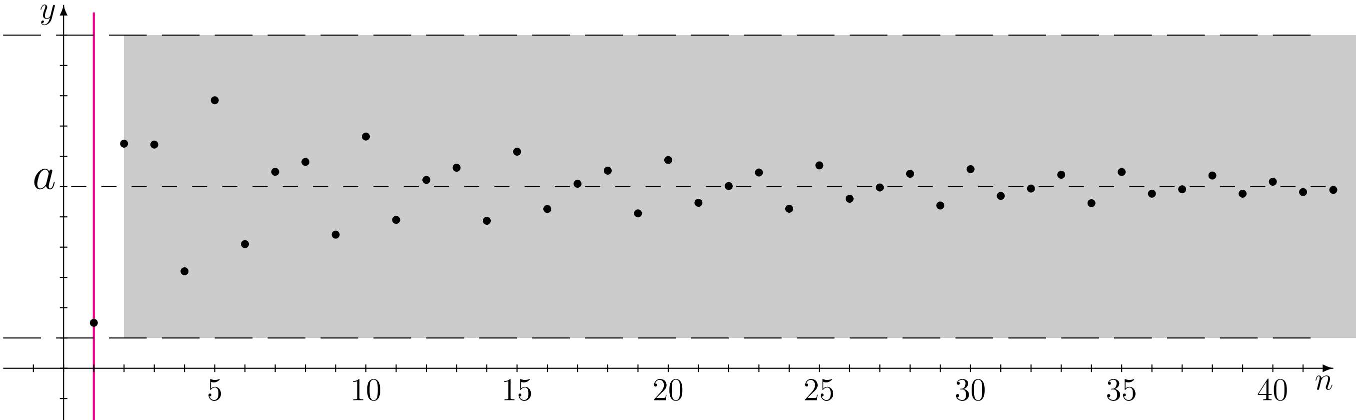
$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

При выбранном ε можно взять любое натуральное значение n.

Например, выберем $N = 1$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

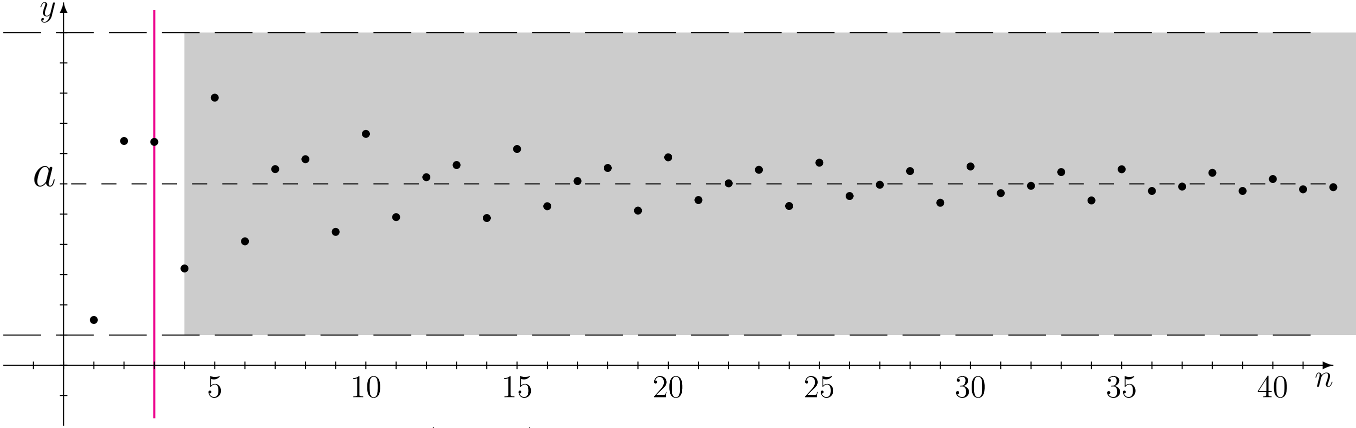
$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

При выбранном ε можно взять любое натуральное значение n.

Можно было выбрать и бо̀льшее значение, например, $N = 3$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

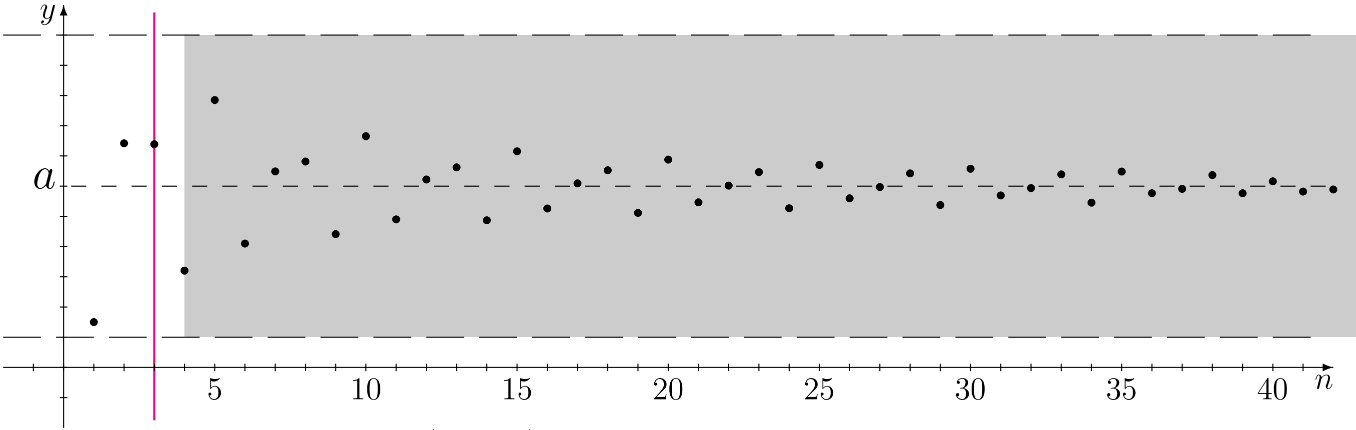
$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

При выбранном ε можно взять любое натуральное значение n.

Можно было выбрать и бо̀льшее значение, например, $N = 3$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

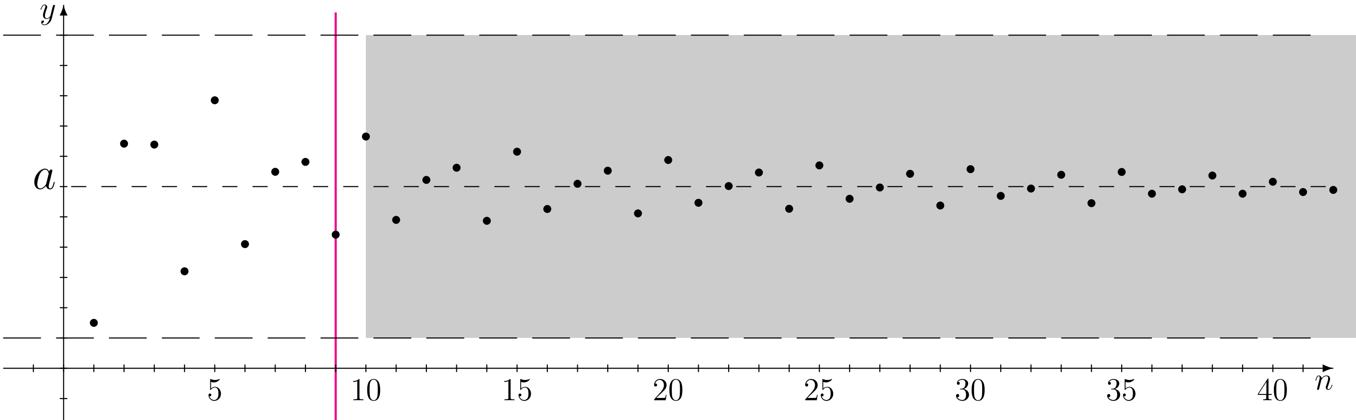
$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

При выбранном ε можно взять любое натуральное значение n.

Можно было выбрать и бо̀льшее значение, например, $N = 9$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

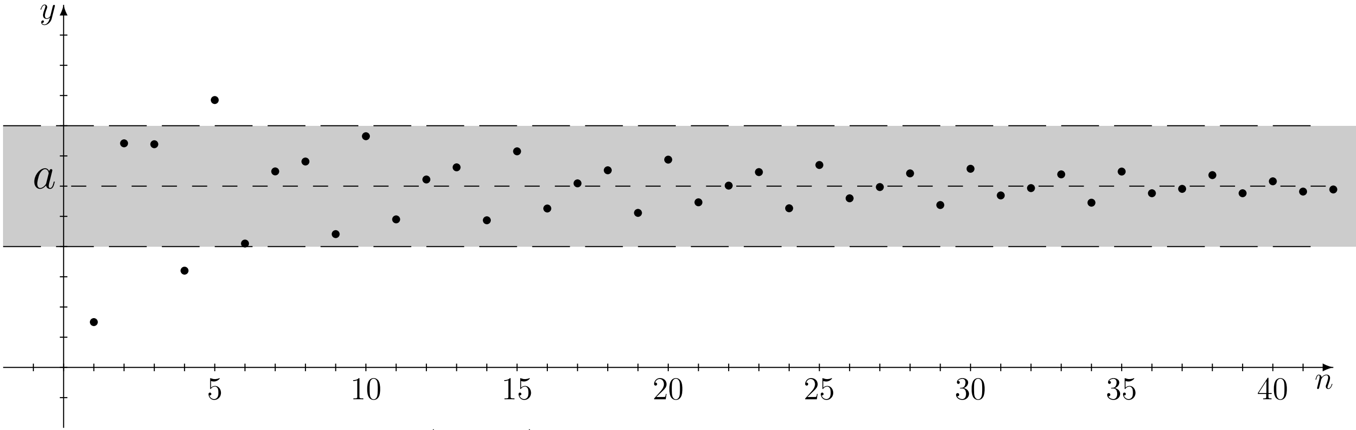
$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

При выбранном ε можно взять любое натуральное значение n.

Можно было выбрать и бо̀льшее значение, например, $N = 9$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

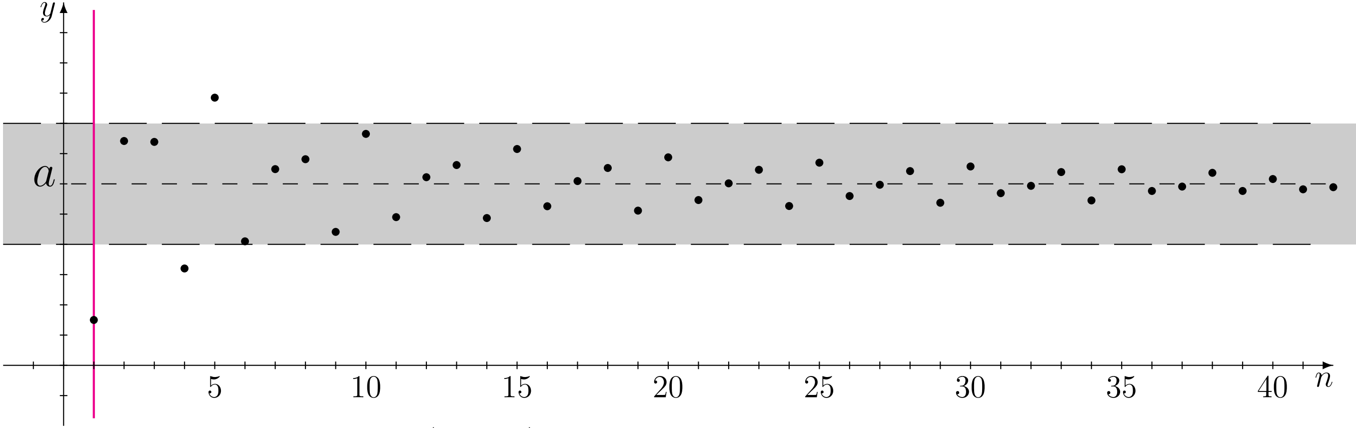
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

А при данном выборе ε выбор $N = 1$ неверен.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

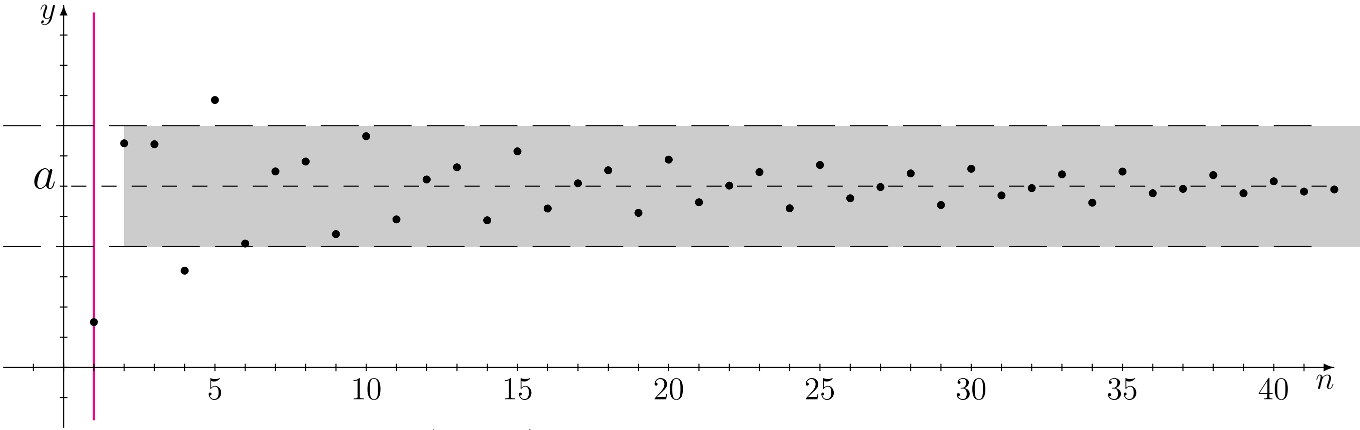
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

А при данном выборе ε выбор $N = 1$ неверен.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

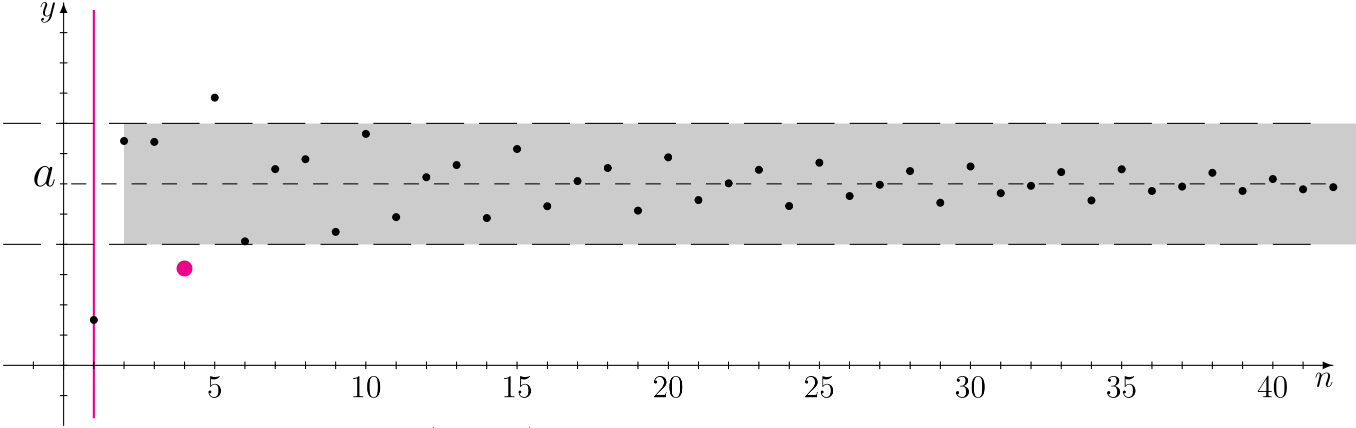
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

А при данном выборе ε выбор $N = 1$ неверен.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

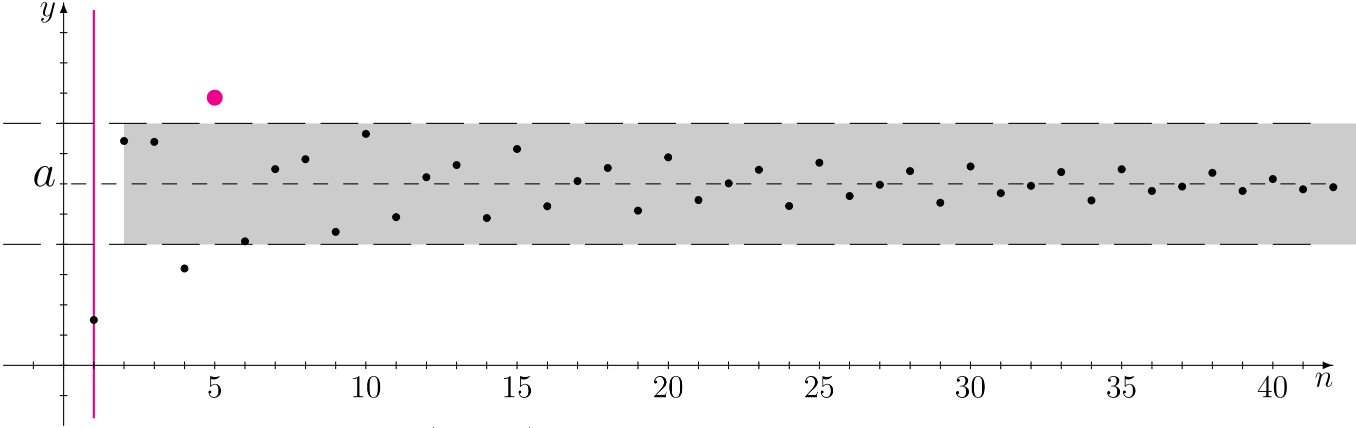
$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

А при данном выборе ε выбор $N = 1$ неверен.

Например, точка $(4, a_4)$ не попала в область $|y - a| < \varepsilon$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

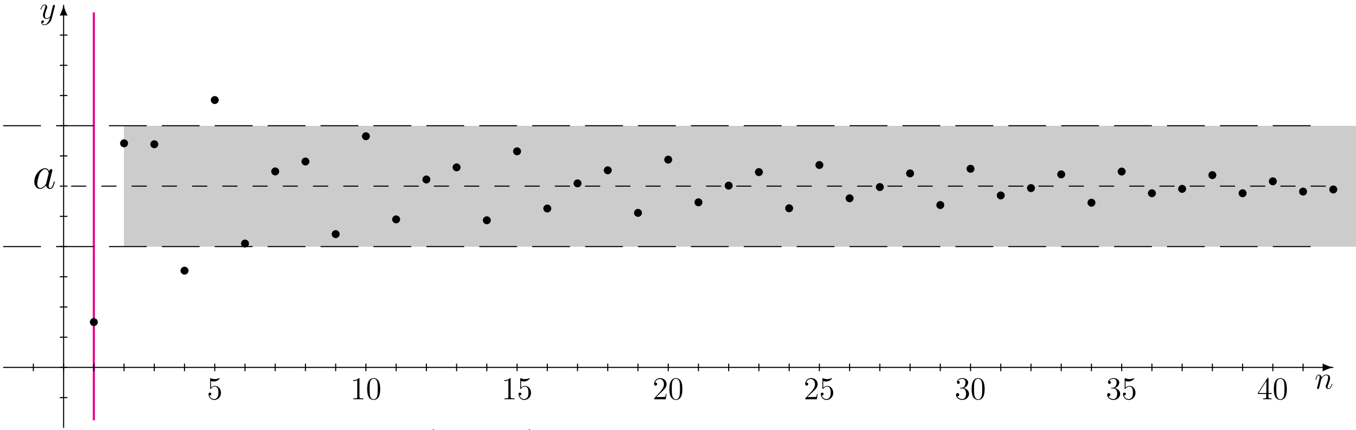
$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

А при данном выборе ε выбор $N = 1$ неверен.

И $(5, a_5)$ тоже находится вне области $|y - a| < \varepsilon$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

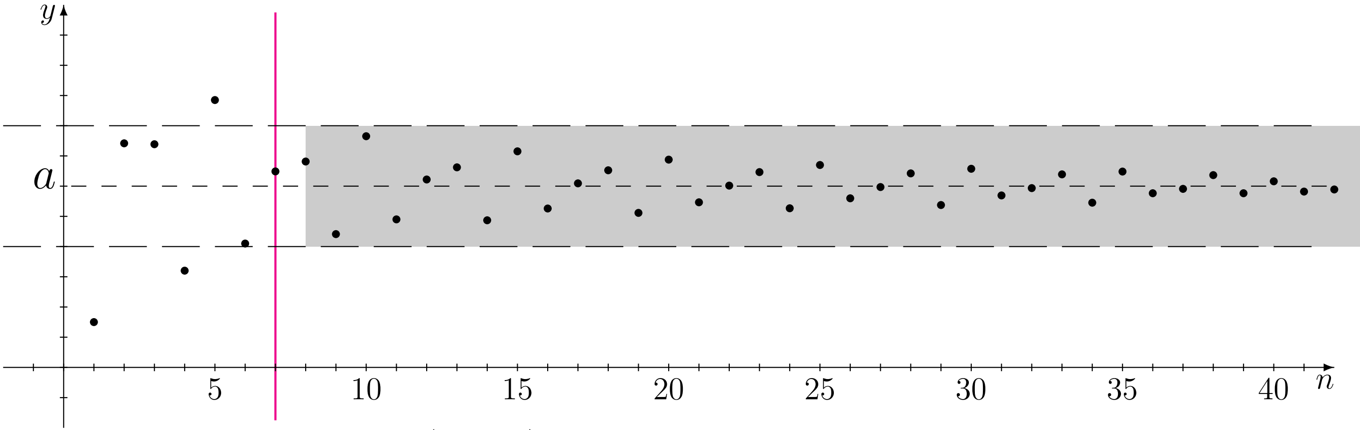
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно выбрать, например, $N = 7$

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

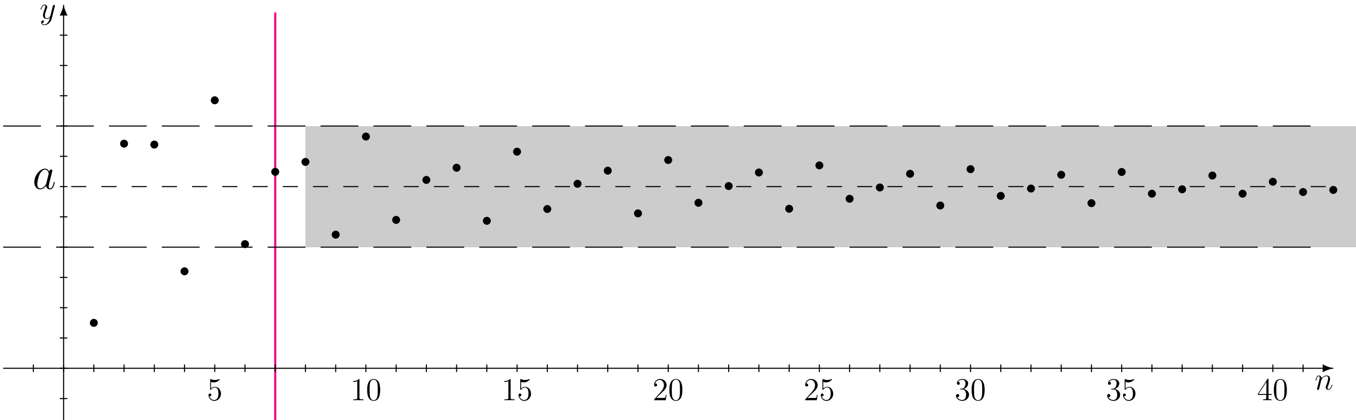
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно выбрать, например, $N = 7$

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

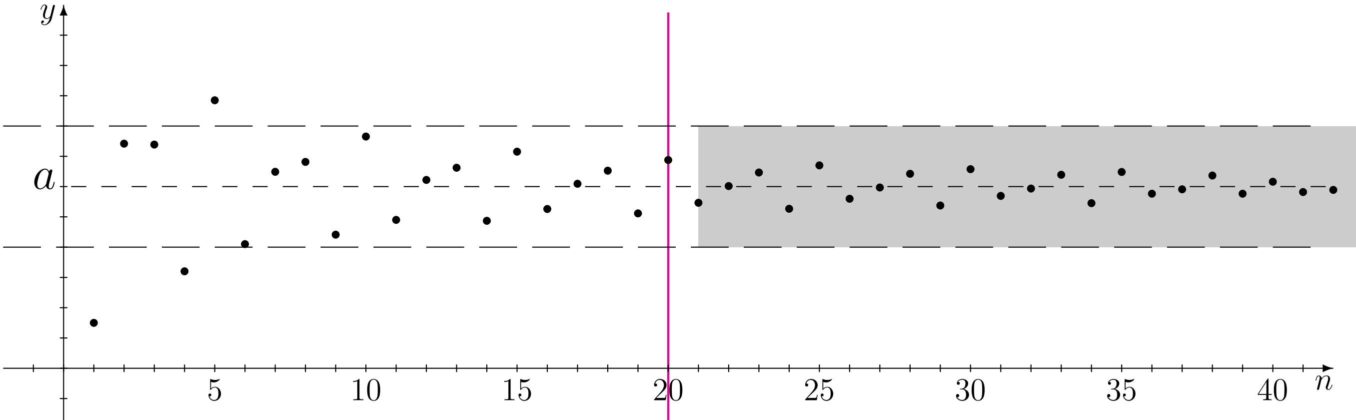
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно выбрать, например, $N = 7$ или больше.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

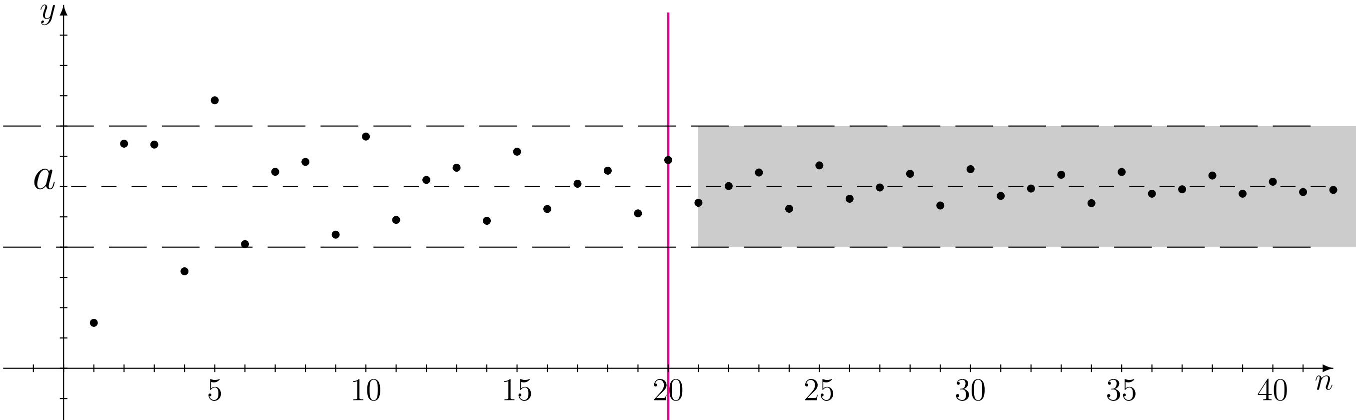
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно выбрать, например, $N = 7$ или больше.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

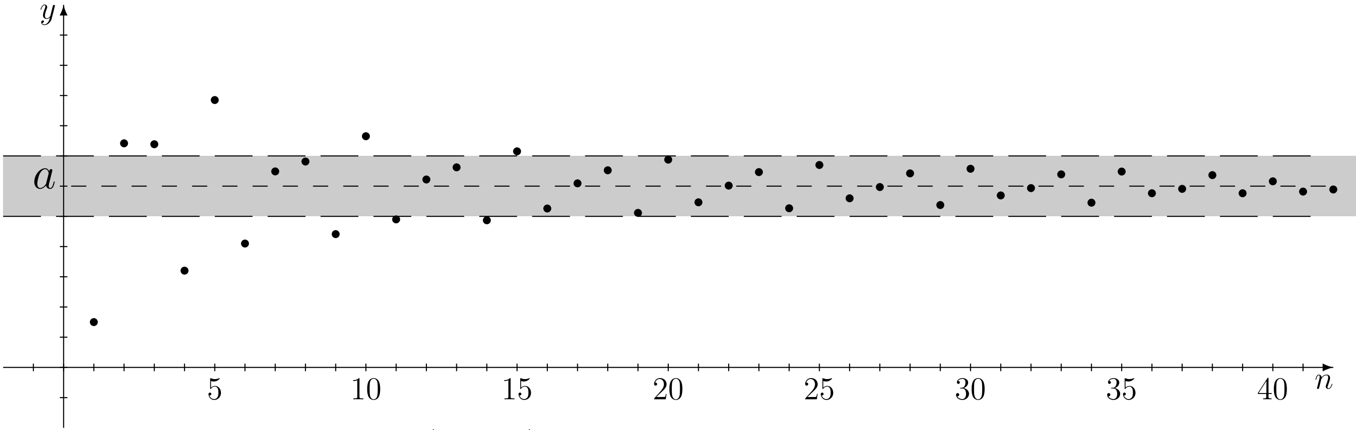
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Ещё раз уменьшим ε.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

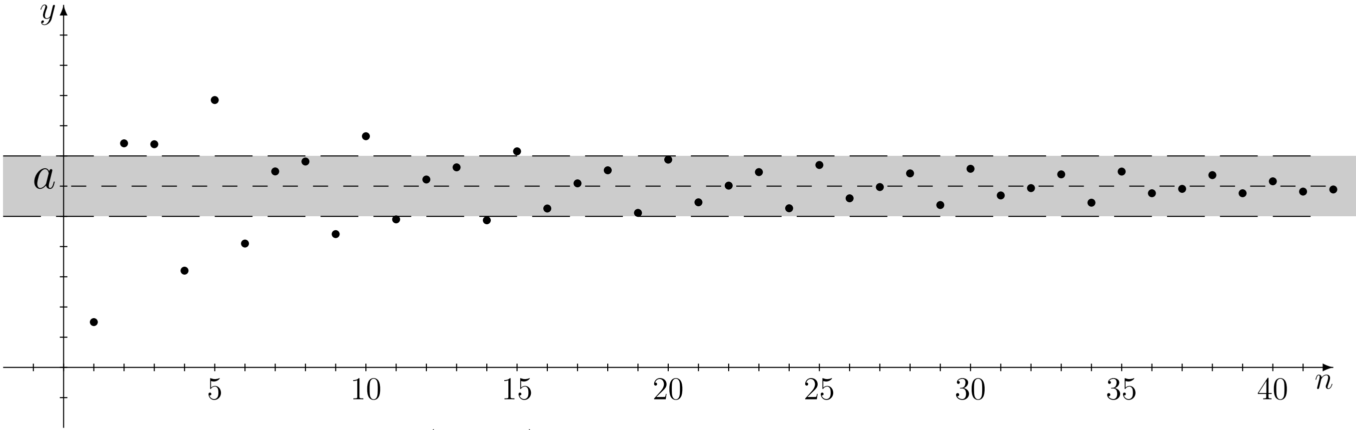
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Ещё раз уменьшим ε.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

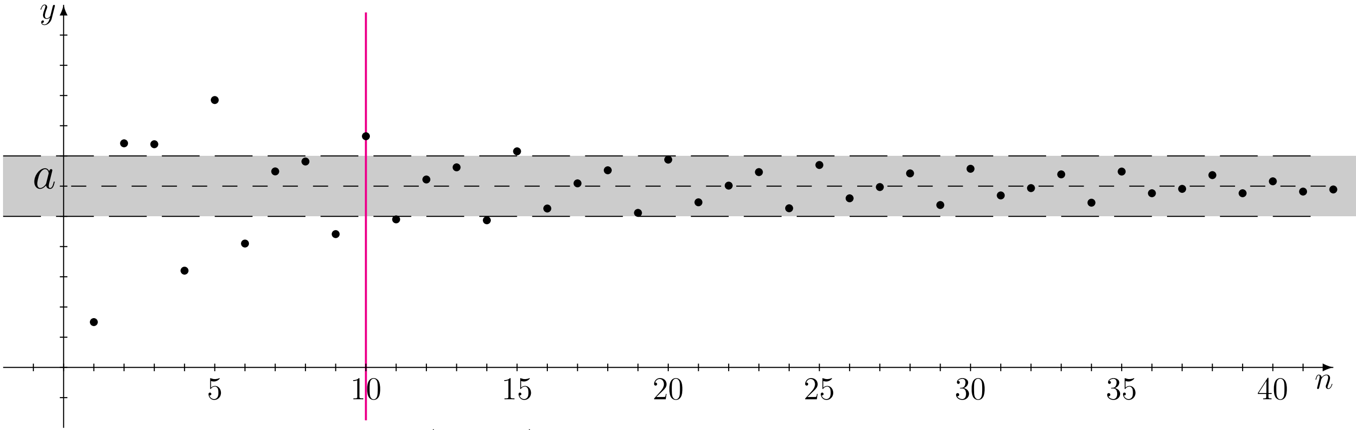
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно ли выбрать $N = 10$?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

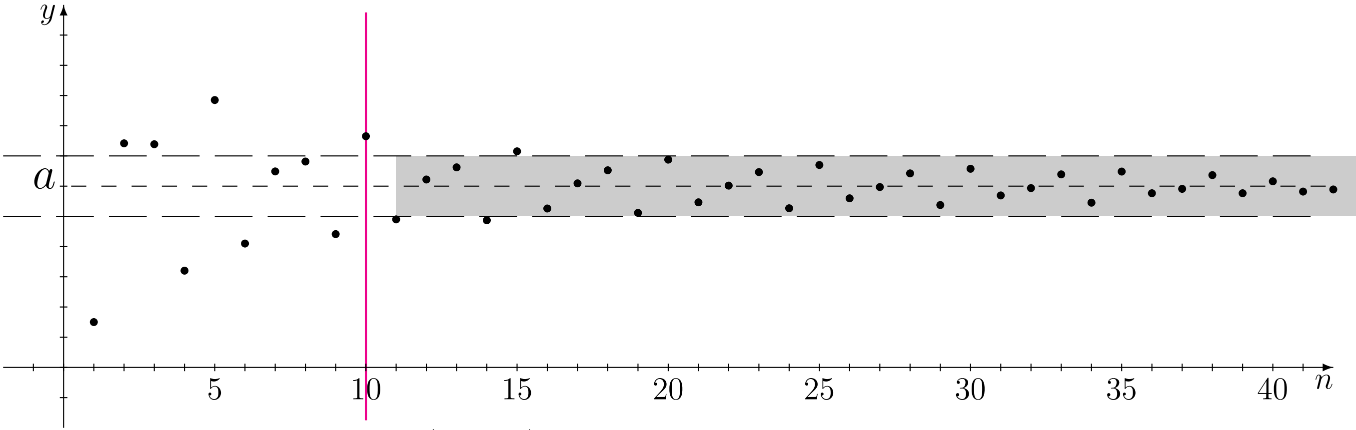
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно ли выбрать $N = 10$?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

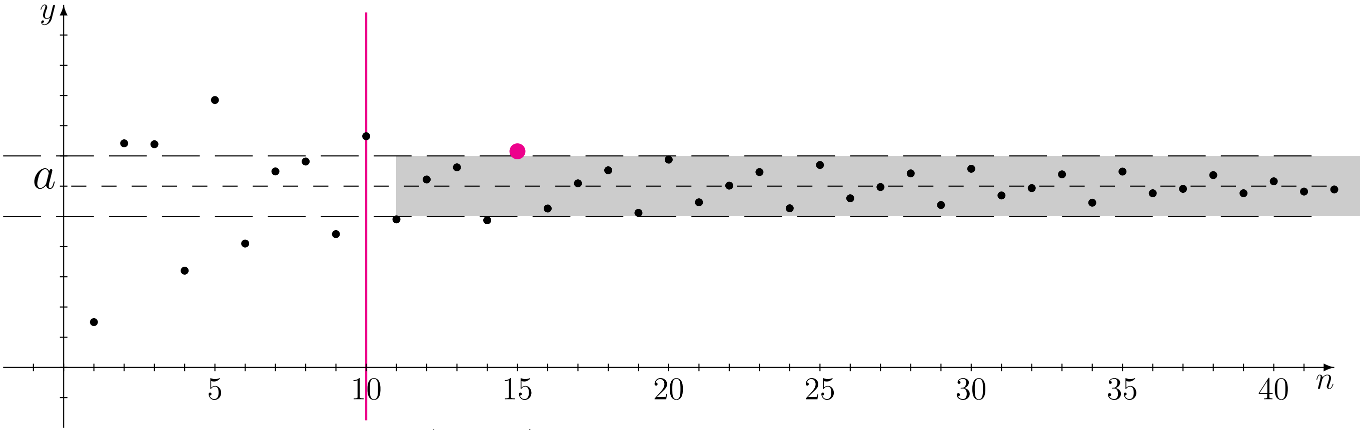
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно ли выбрать $N = 10$?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

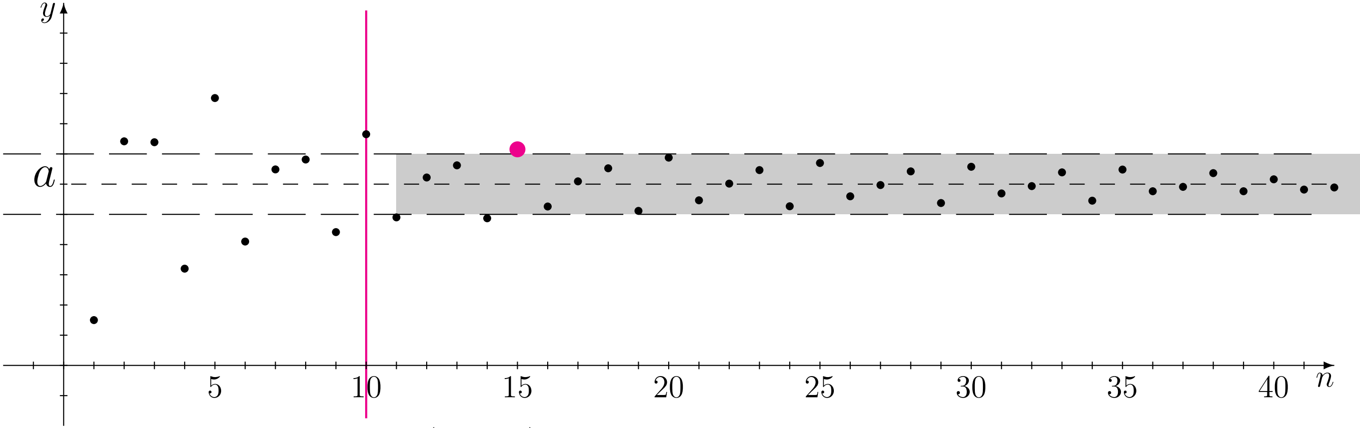
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно ли выбрать $N = 10$?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

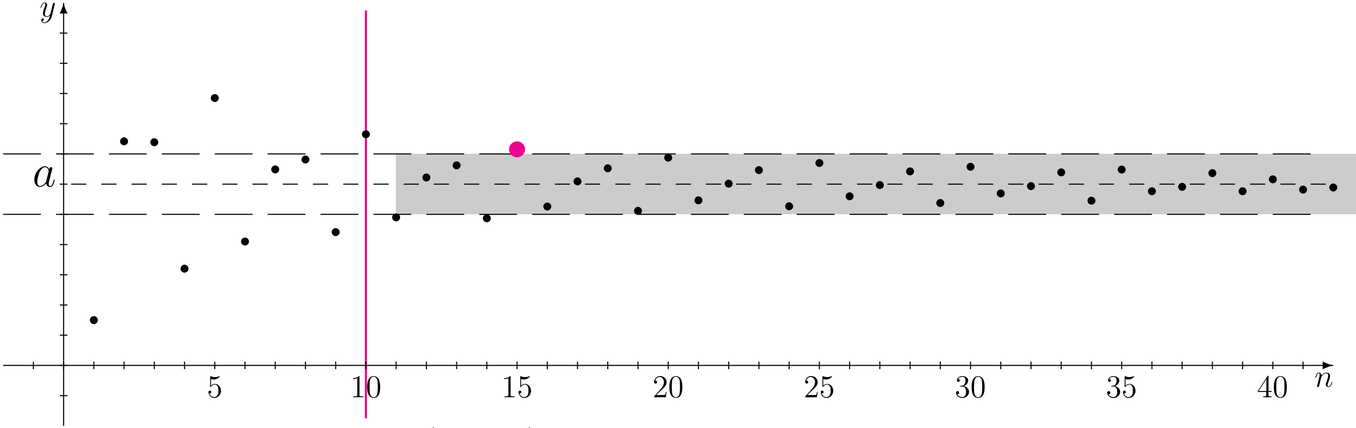
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно ли выбрать $N = 10$? Ой!

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

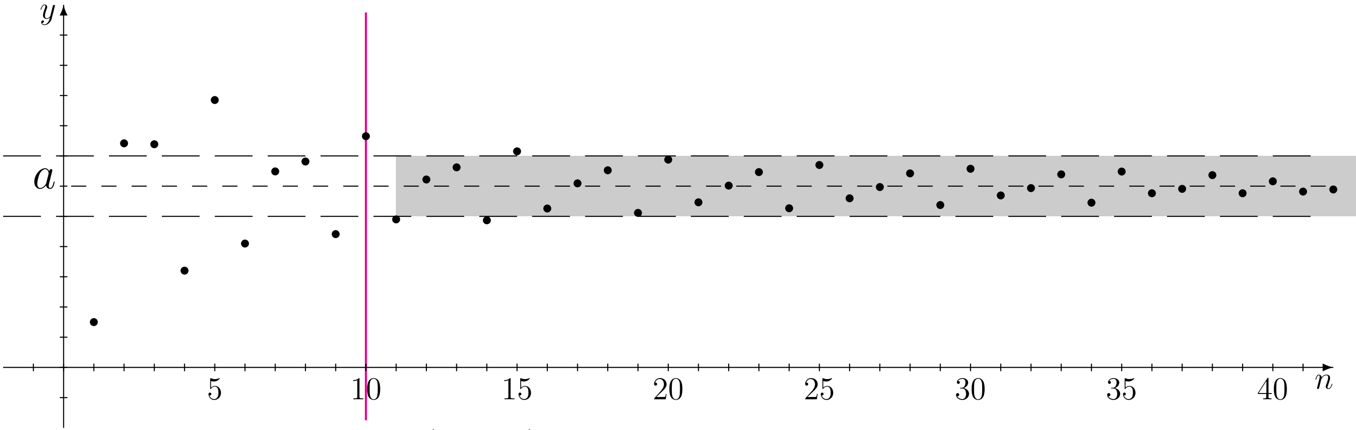
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно взять $N =$

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

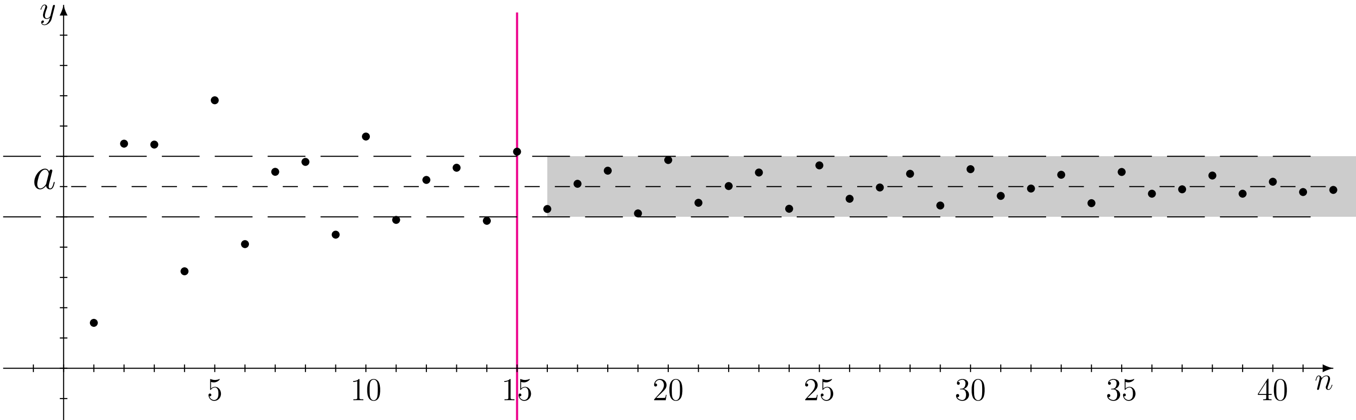
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно взять $N = 15$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

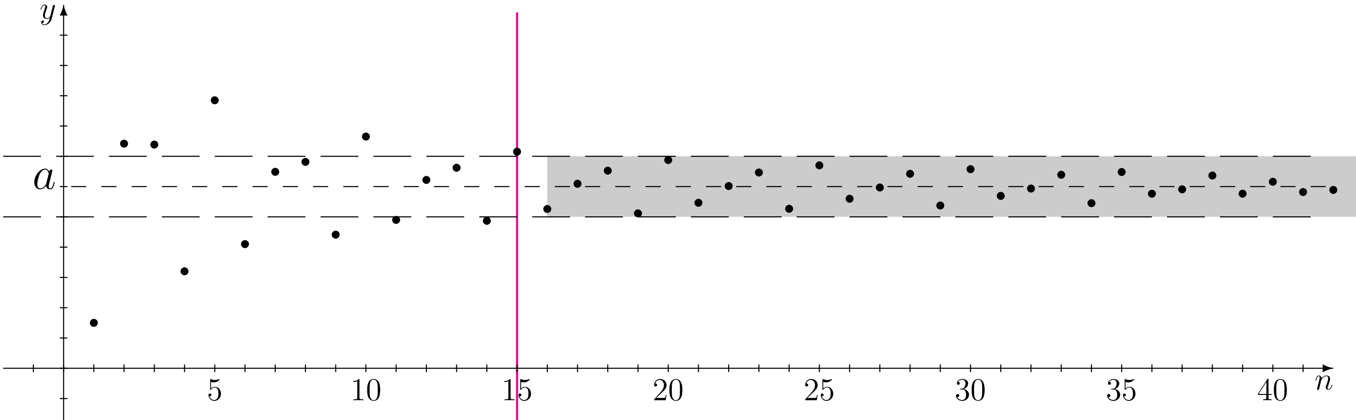
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно взять $N = 15$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

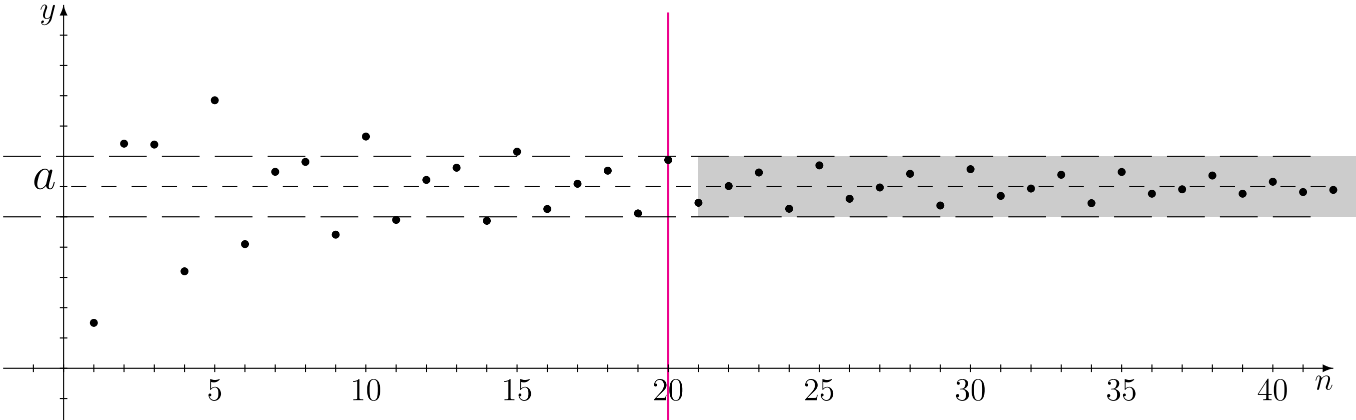
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно взять $N = 15$. Или больше.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

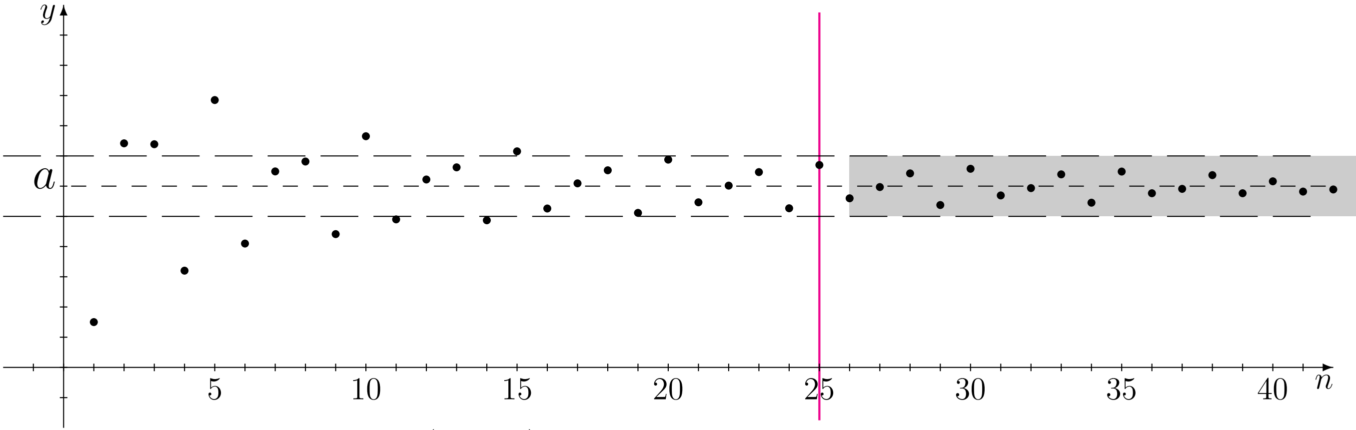
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно взять $N = 15$. Или больше.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

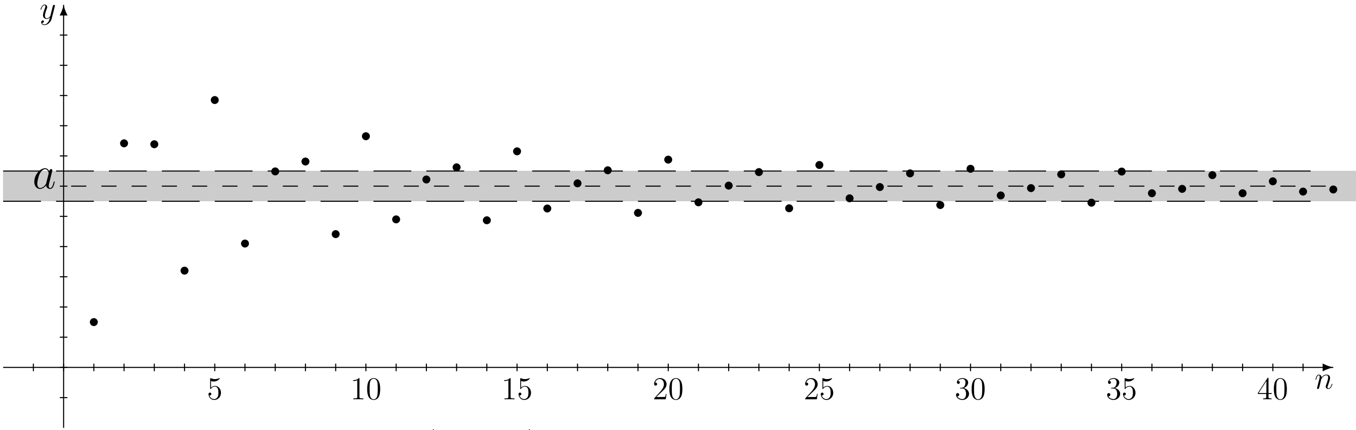
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Можно взять $N = 15$. Или больше.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

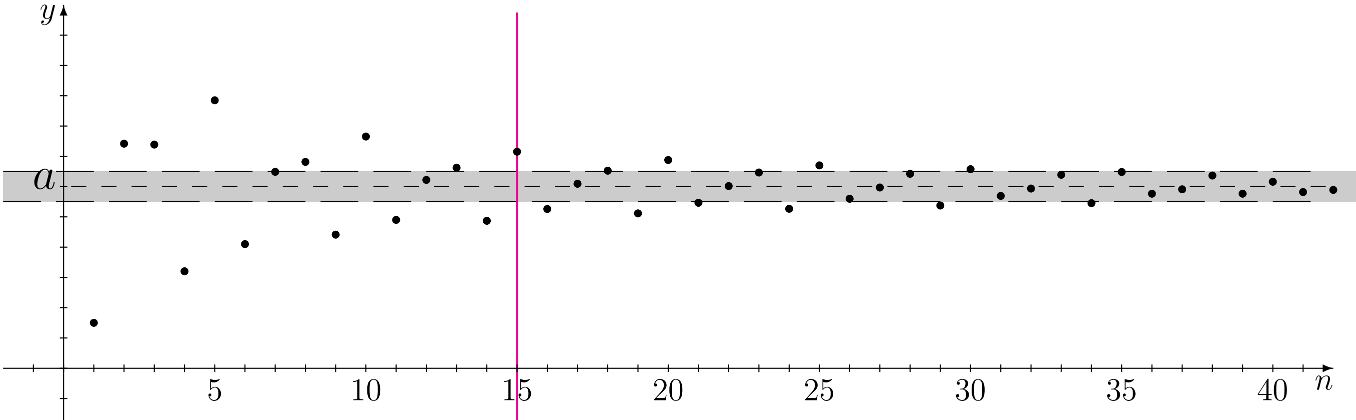
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

А при данном ε можно ли выбрать $N = 15$?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

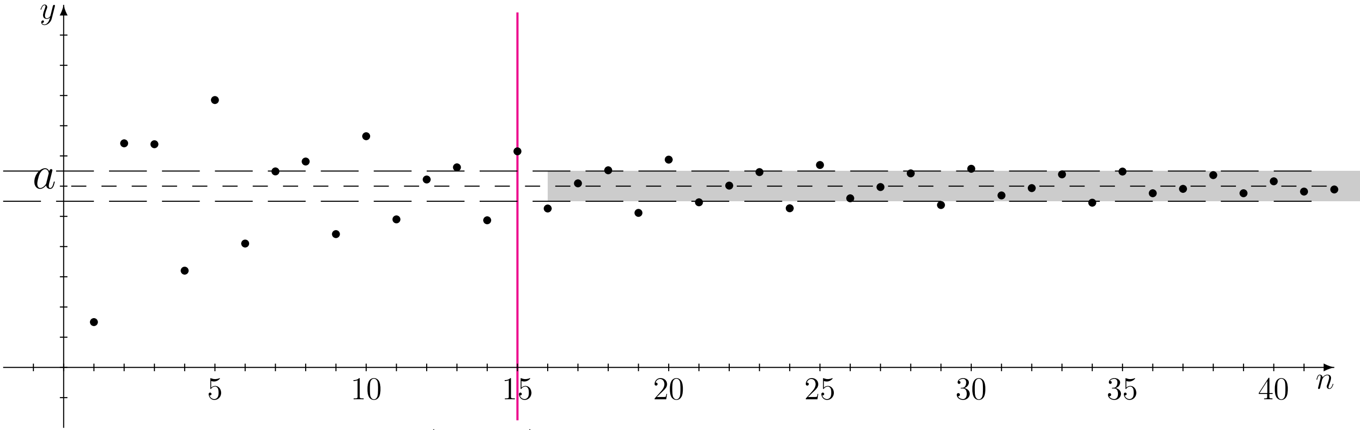
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

А при данном ε можно ли выбрать $N = 15$?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

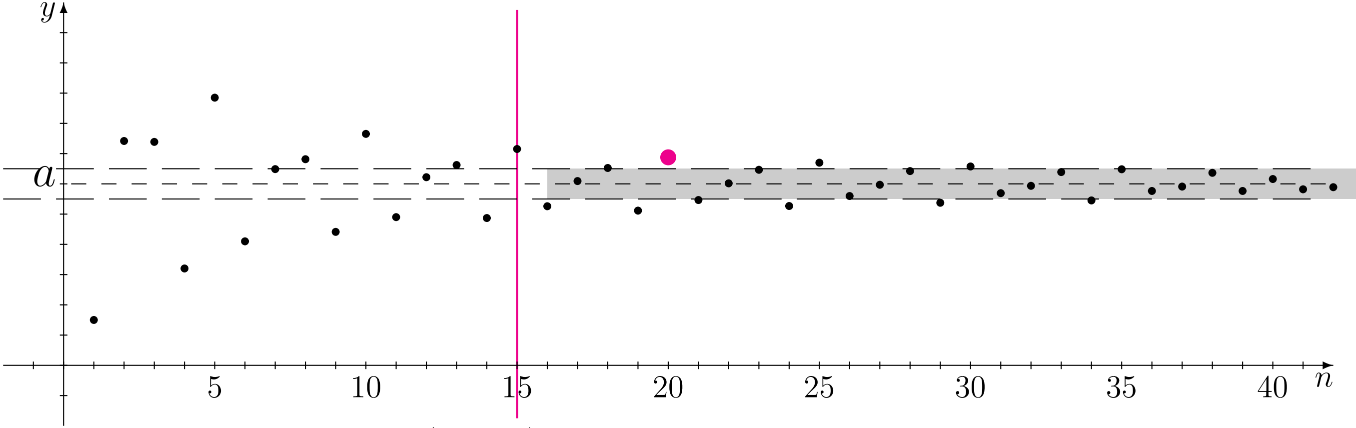
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

А при данном ε можно ли выбрать $N = 15$?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

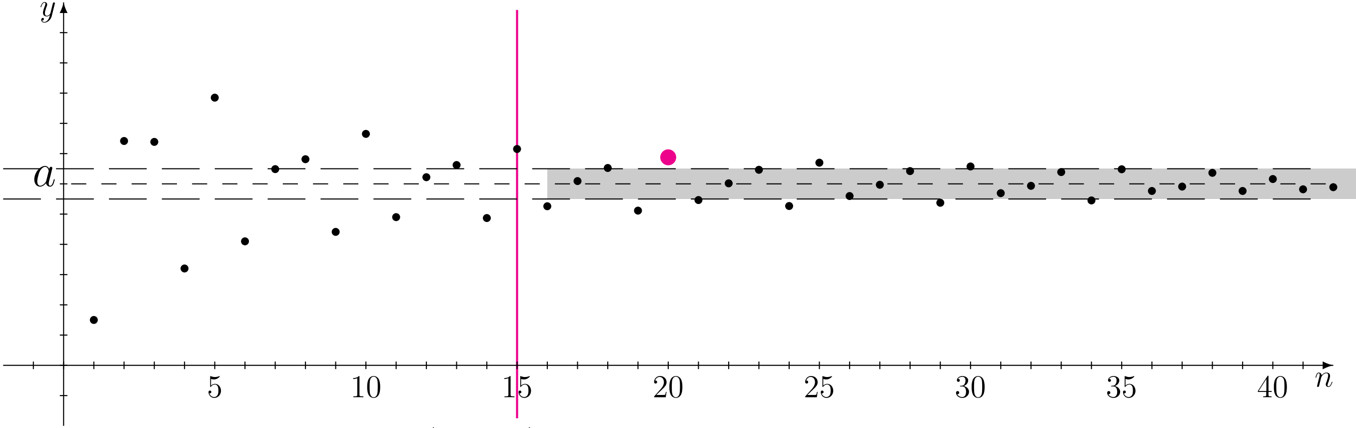
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

А при данном ε можно ли выбрать $N = 15$?

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

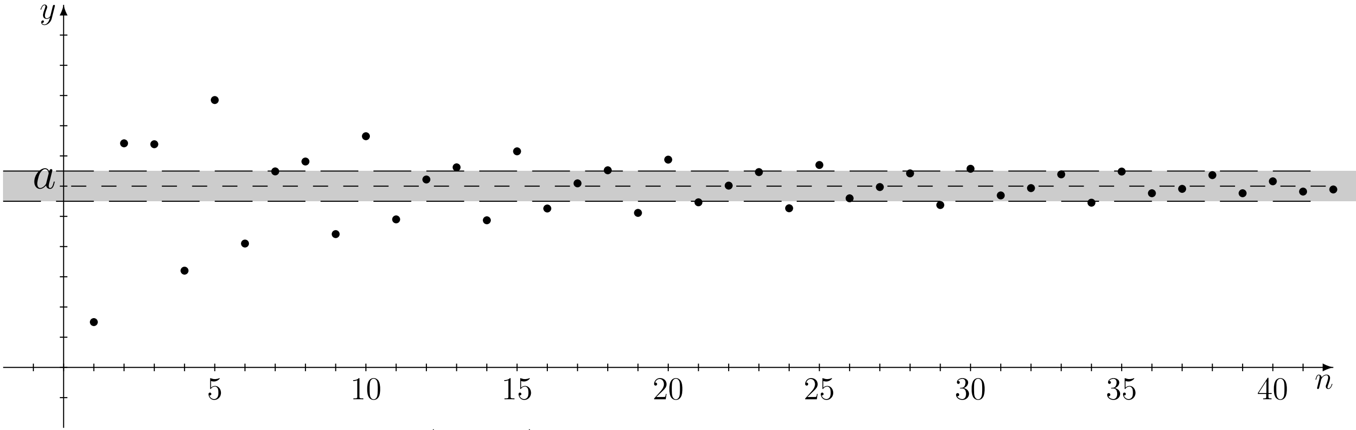
$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

А при данном ε можно ли выбрать $N = 15$?

Нельзя.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

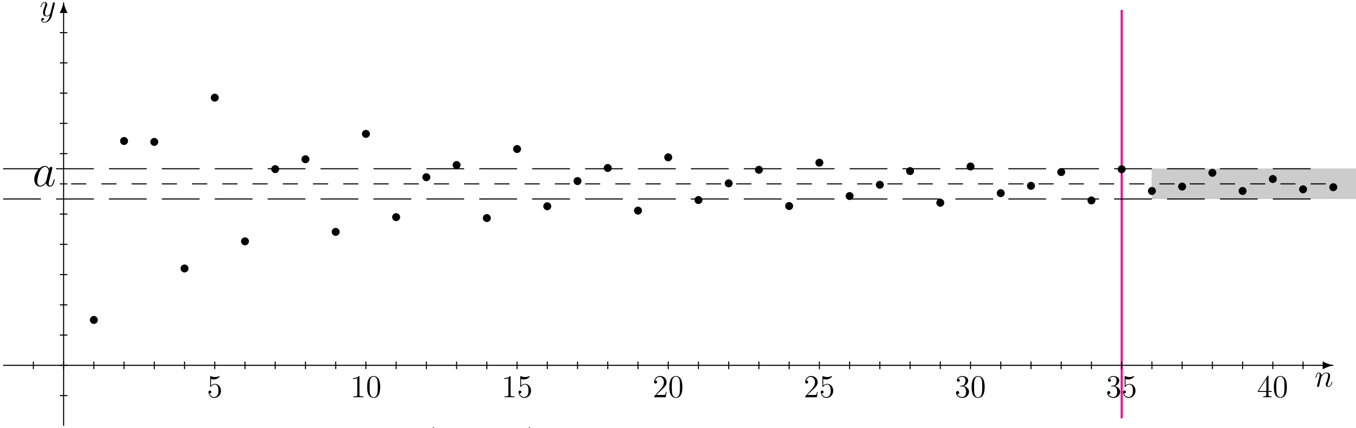
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Следует выбрать, как минимум, $N =$

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

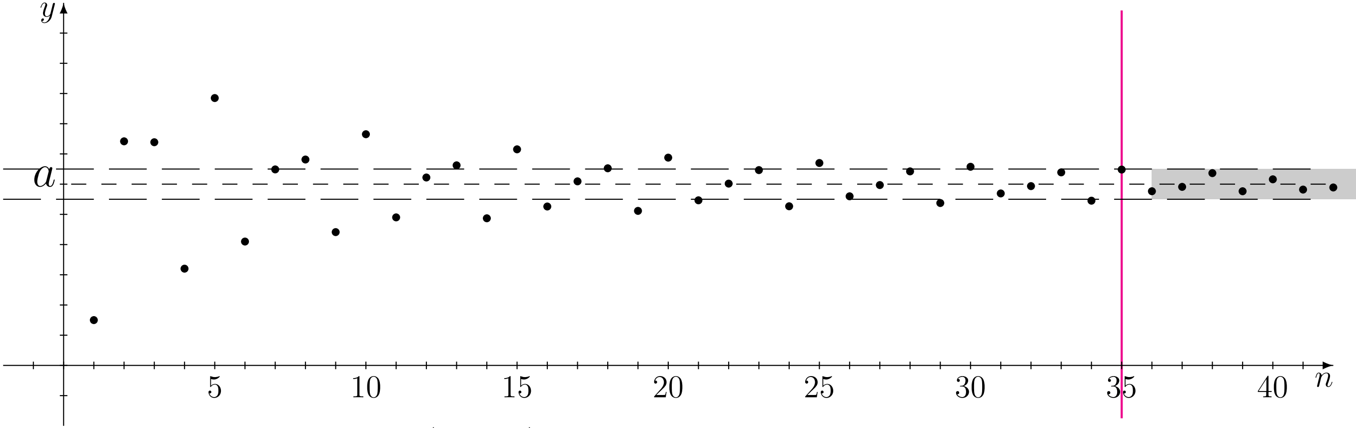
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Следует выбрать, как минимум, $N =$

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

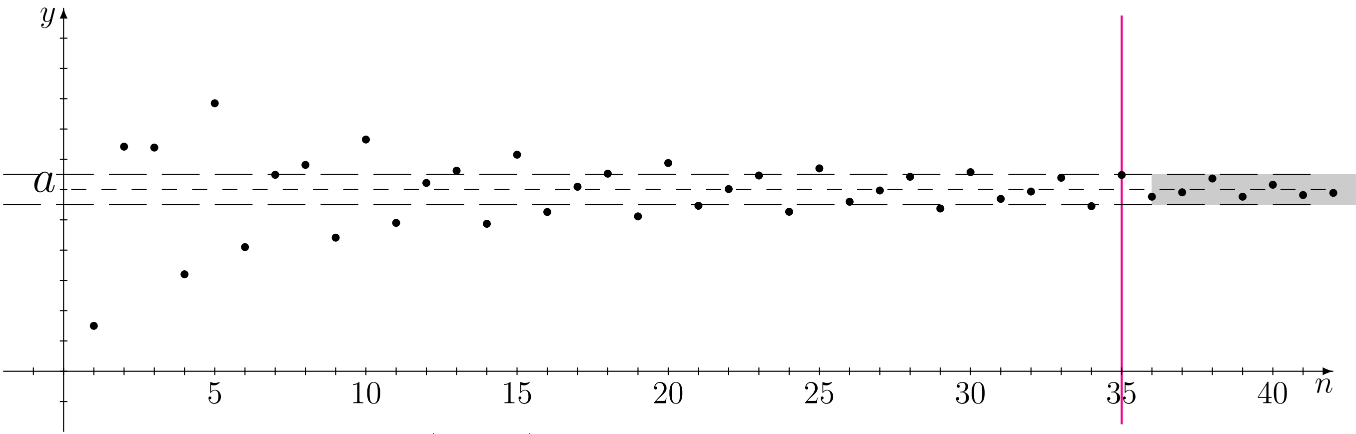
Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Возьмем какое-нибудь значение ε и изобразим область $|y - a| < \varepsilon$.

Следует выбрать, как минимум, $N = 35$.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



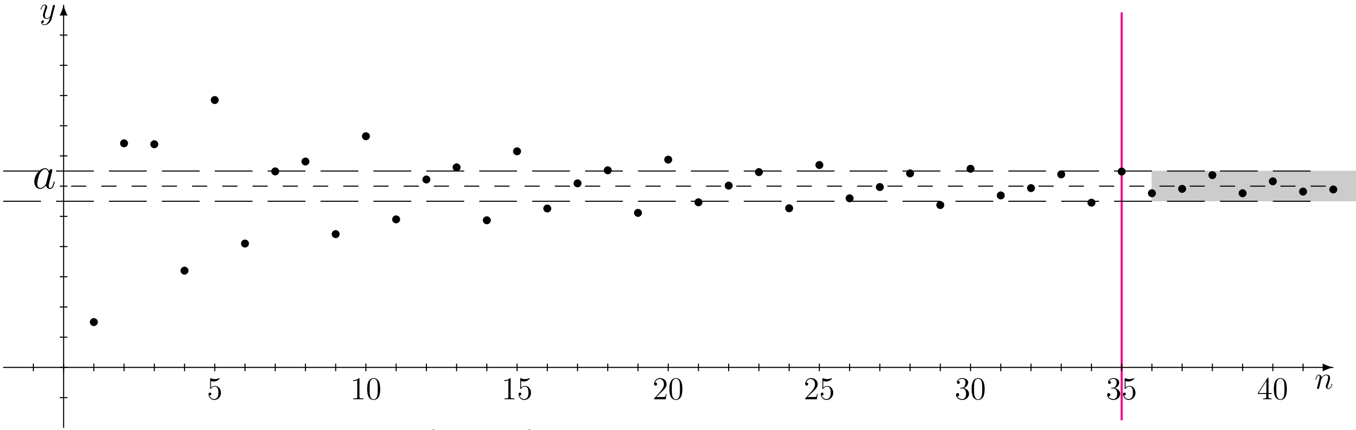
Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$$

Осталось уточнить, как выбирается ε.

IV.2.1. Получение определения предела последовательности



Изображены точки (n, a_n). Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$.

Можно сказать: «с ростом n значения a_n приближаются к a».

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \quad \forall n > N \quad |a_n - a| < \varepsilon.$

Осталось уточнить, как выбирается ε.

IV.2.2. Определение конечного предела последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

для любого положительного числа ε существует такое натуральное число N, что все члены последовательности x_n с номерами $n > N$ удовлетворяют неравенству

$$|x_n - a| < \varepsilon.$$

«Слишком много букаф...»

Точнее...

IV.2.2. Определение конечного предела последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*
для любого положительного числа ε существует такое натуральное число N, что все члены последовательности x_n с номерами $n > N$ удовлетворяют неравенству

$$|x_n - a| < \varepsilon.$$

«Слишком много букаф...»
Точнее, слишком много слов естественного языка!

IV.2.2. Определение конечного предела последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

IV.2.2. Определение конечного предела последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Неравенство означает, что расстояние между числами x_n и a (как точками числовой прямой) меньше ε, поэтому смысл определения предела последовательности в следующем:
каким бы малым ни взять положительное число ε, расстояние от членов последовательности $\{x_n\}$, начиная с некоторого, до числа a будет меньше, чем ε.

IV.2.2. Определение конечного предела последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Тот факт, что число a является пределом последовательности $\{x_n\}$, записывается так:

IV.2.2. Определение конечного предела последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Тот факт, что число a является пределом последовательности $\{x_n\}$, записывается так:

$a = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$ или так:

IV.2.2. Определение конечного предела последовательности

Определение 1. *Число* a *называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Тот факт, что число a является пределом последовательности $\{x_n\}$, записывается так:

$a = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$ или так: $x_n \to a$.

IV.2.2. Определение конечного предела последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Тот факт, что число a является пределом последовательности $\{x_n\}$, записывается так:

$a = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$ или так: $x_n \to a$.

Сама последовательность в этом случае называется **сходящейся** (к числу a).

IV.2.2. Определение конечного предела последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \qquad (1)$$

Тот факт, что число a является пределом последовательности $\{x_n\}$, записывается так:

$a = \lim\limits_{n\to\infty} x_n$ или так: $x_n \to a$.

Сама последовательность в этом случае называется **сходящейся** (к числу a).

Рассмотрим пример?

IV.2.2. Определение конечного предела последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Определение 2. *Последовательность* $\{x_n\}$ *называется* **бесконечно малой**, *если она сходится к* 0*:*

$$\lim_{n\to\infty} x_n = 0, \quad \text{т.е.} \quad x_n \to 0. \tag{2}$$

IV.2.2. Определение конечного предела последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

В качестве предела последовательности можно рассматривать не только числа, используя **понятие окрестности**.

IV.2.3. Определение бесконечных пределов последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Определение 3. *Говорят, что последовательность $\{x_n\}$ имеет пределом $+\infty$, т.е. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, или, другими словами, последовательность $\{x_n\}$ стремится к $+\infty$, т.е. $x_n \to +\infty$), если для любого положительного числа ε существует такое натуральное число N, что все члены последовательности x_n с номерами $n > N$ удовлетворяют неравенству $x_n > \varepsilon$.*

Слишком много слов естественного языка...

IV.2.3. Определение бесконечных пределов последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Определение 3. *Говорят, что последовательность $\{x_n\}$ имеет пределом $+\infty$, т.е. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, или, другими словами, последовательность $\{x_n\}$ стремится к $+\infty$, т.е. $x_n \to +\infty$), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad x_n > \varepsilon. \tag{3}$$

IV.2.3. Определение бесконечных пределов последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Определение 3. *Говорят, что последовательность* $\{x_n\}$ *имеет пределом* $+\infty$, *т.е.* $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = +\infty$, *или, другими словами, последовательность* $\{x_n\}$ *стремится к* $+\infty$, *т.е.* $x_n \to +\infty$*), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad x_n > \varepsilon. \tag{3}$$

Аналогично определяется пределы $-\infty$ и ∞.

IV.2.3. Определение бесконечных пределов последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \qquad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Определение 4. *Последовательность $\{x_n\}$ имеет пределом $-\infty$ $\left(\lim\limits_{n\to\infty} x_n = -\infty\right)$ или, другими словами, последовательность $\{x_n\}$ стремится к $-\infty$, т.е. $x_n \to -\infty$, если для любого положительного числа ε существует такое натуральное число N, что все члены последовательности $\{x_n\}$ с номерами $n > N$ удовлетворяют неравенству $x_n < -\varepsilon$.*

Слишком много слов естественного языка...

IV.2.3. Определение бесконечных пределов последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Определение 4. *Последовательность $\{x_n\}$ имеет пределом $-\infty$ $\left(\lim\limits_{n\to\infty} x_n = -\infty\right)$ или, другими словами, последовательность $\{x_n\}$ стремится к $-\infty$, т.е. $x_n \to -\infty$, если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad x_n < -\varepsilon. \tag{4}$$

IV.2.3. Определение бесконечных пределов последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Определение 5. *Последовательность $\{x_n\}$ имеет пределом ∞, т.е. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$, или, другими словами, последовательность $\{x_n\}$ стремится к ∞, т.е. $x_n \to \infty$, если для любого положительного числа ε существует такое натуральное число N, что все члены последовательности $\{x_n\}$ с номерами $n > N$ удовлетворяют неравенству $|x_n| > \varepsilon$.*

Слишком много слов естественного языка...

IV.2.3. Определение бесконечных пределов последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Определение 5. *Последовательность* $\{x_n\}$ *имеет пределом* ∞, *т.е.* $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$, *или, другими словами, последовательность* $\{x_n\}$ *стремится к* ∞, *т.е.* $x_n \to \infty$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n| > \varepsilon. \tag{5}$$

IV.2.3. Определение бесконечных пределов последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Определение 5. *Последовательность* $\{x_n\}$ *имеет пределом* ∞, *т.е.* $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$, *или, другими словами, последовательность* $\{x_n\}$ *стремится к* ∞, *т.е.* $x_n \to \infty$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n| > \varepsilon. \tag{5}$$

Из последних определений следует, что последовательность, имеющая пределом $+\infty$ или $-\infty$, автоматически имеет пределом и ∞.

IV.2.3. Определение бесконечных пределов последовательности

Определение 1. *Число a называют* **пределом последовательности** $\{x_n\}$, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n - a| < \varepsilon. \tag{1}$$

Определение 5. *Последовательность $\{x_n\}$ имеет пределом ∞, т.е. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$, или, другими словами, последовательность $\{x_n\}$ стремится к ∞, т.е. $x_n \to \infty$, если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |x_n| > \varepsilon. \tag{5}$$

Последовательность, имеющая пределом ∞, $+\infty$ или $-\infty$, называется **бесконечно большой**.

IV.3. Предел функции в точке

Попытаемся более-менее самостоятельно перенести понятие предела последовательности на случай произвольной числовой функции.

IV.3.1. Получение определения предела функции

Мы рассмотрели понятие предела последовательности.

IV.3.1. Получение определения предела функции

Мы рассмотрели понятие предела последовательности.

Последовательность —

Получим определение последовательности?

IV.3.1. Получение определения предела функции

Мы рассмотрели понятие предела последовательности.
Последовательность — функция с областью определения $\mathbb{N}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции

Мы рассмотрели понятие предела последовательности.

Последовательность — функция с областью определения $\mathbb{N}$.

Обобщим понятие предела на произвольную функцию $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

Мы рассмотрели понятие предела последовательности.

Последовательность — функция с областью определения $\mathbb{N}$.

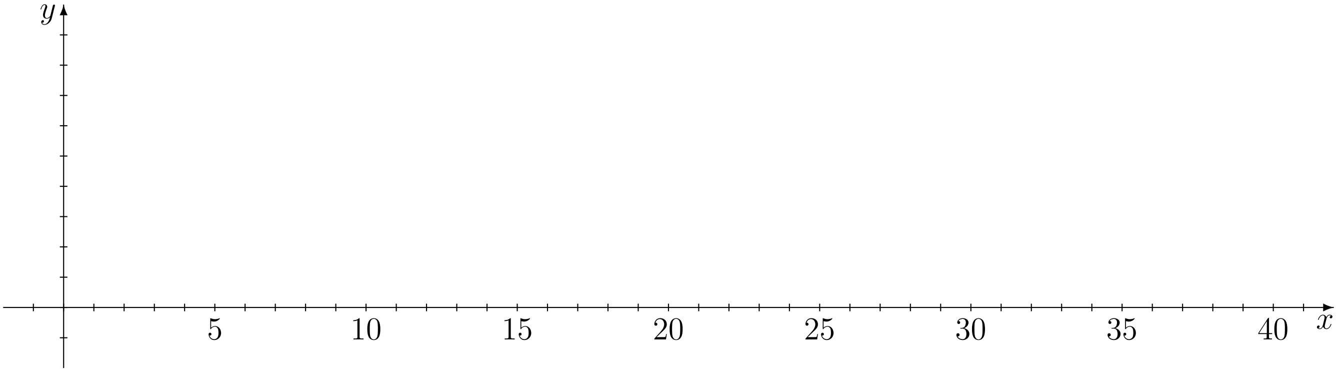
Обобщим понятие предела на произвольную функцию $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

Изобразим график некоторой функции $y = f(x)$.

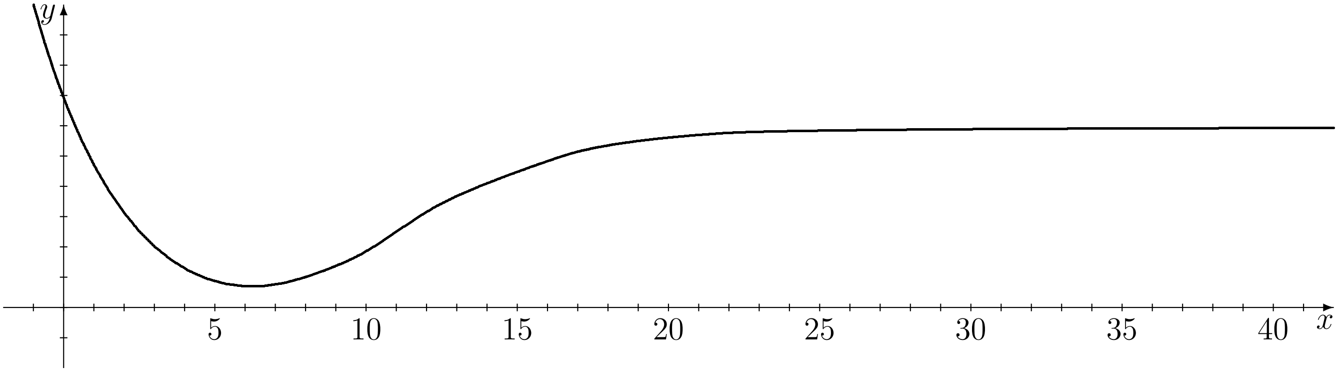
IV.3.1. Получение определения предела функции



Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

Изобразим график некоторой функции $y = f(x)$.

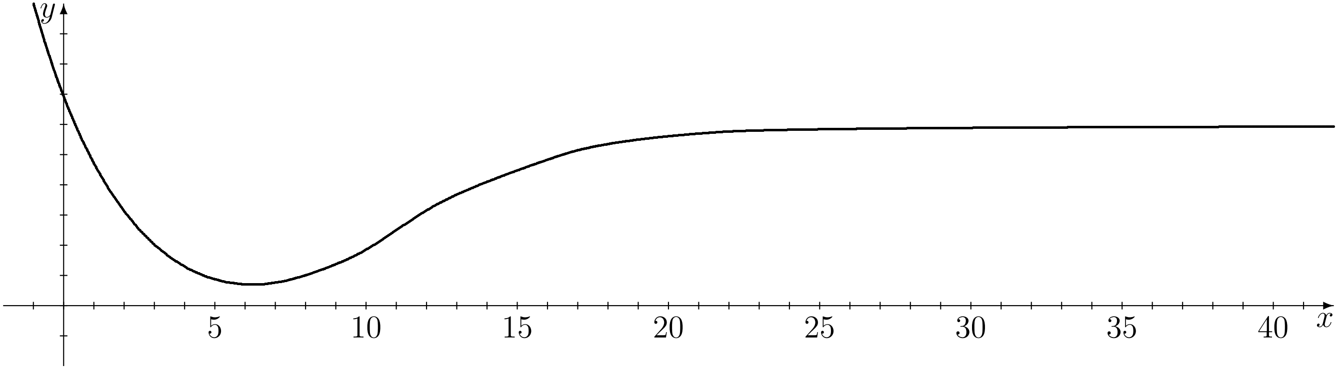
IV.3.1. Получение определения предела функции



Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

Изобразим график некоторой функции $y = f(x)$.

IV.3.1. Получение определения предела функции

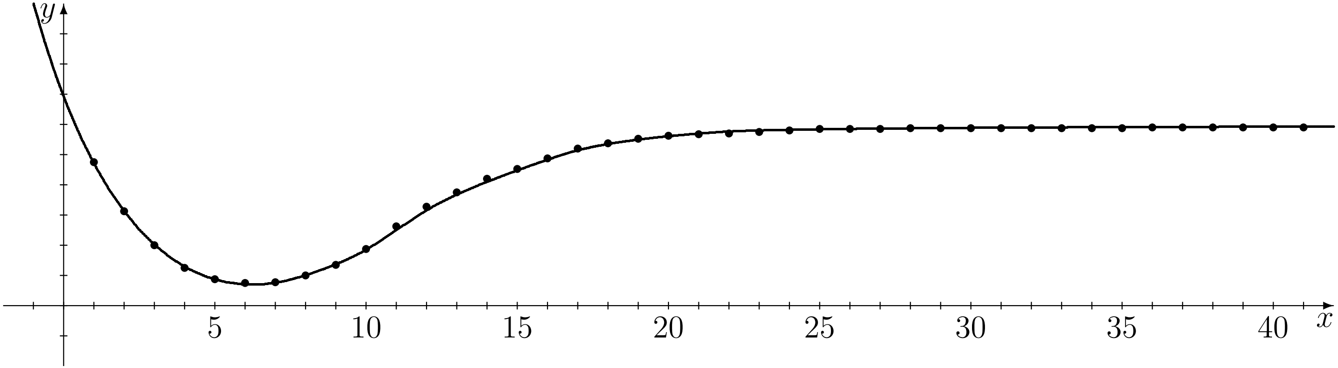


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

Изобразим график некоторой функции $y = f(x)$.

Рассмотрим последовательность $y = f(n)$.

IV.3.1. Получение определения предела функции

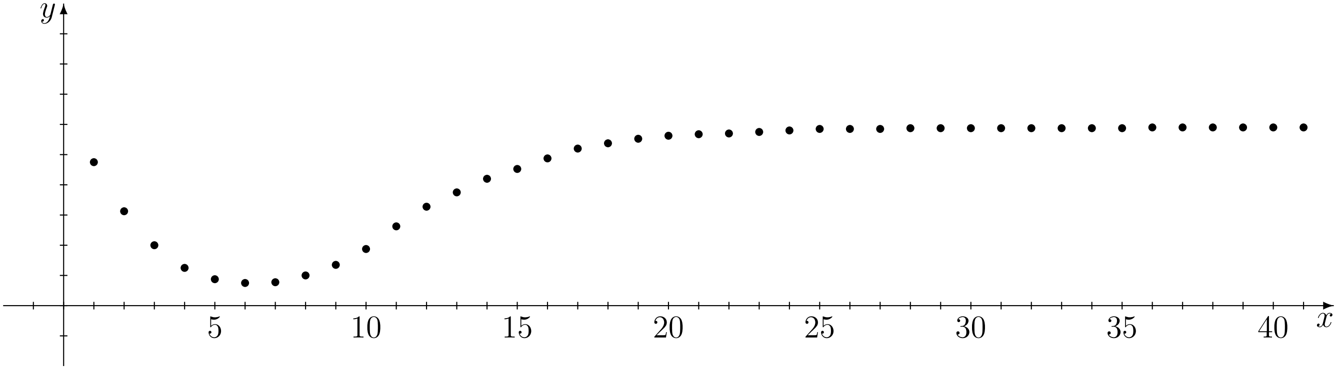


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

Изобразим график некоторой функции $y = f(x)$.

Рассмотрим последовательность $y = f(n)$.

IV.3.1. Получение определения предела функции

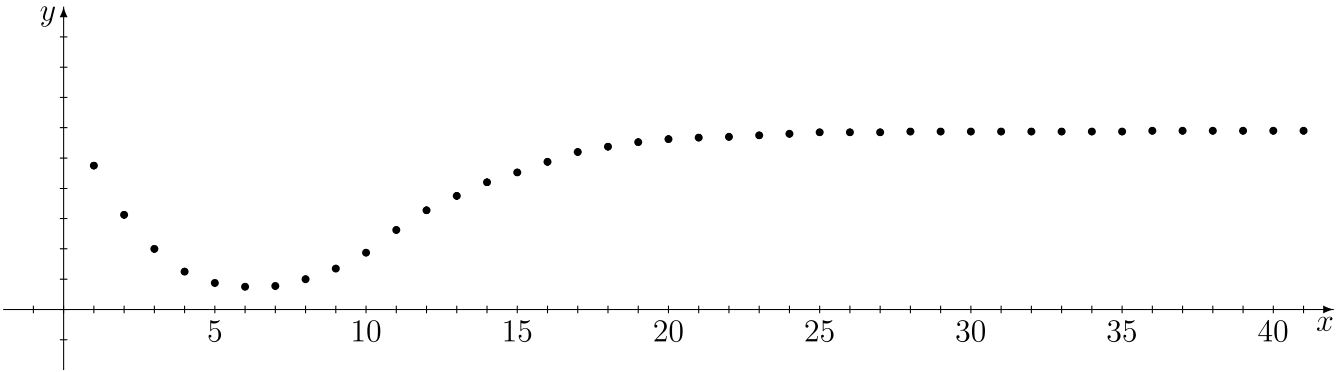


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

Изобразим график некоторой функции $y = f(x)$.

Рассмотрим последовательность $y = f(n)$.

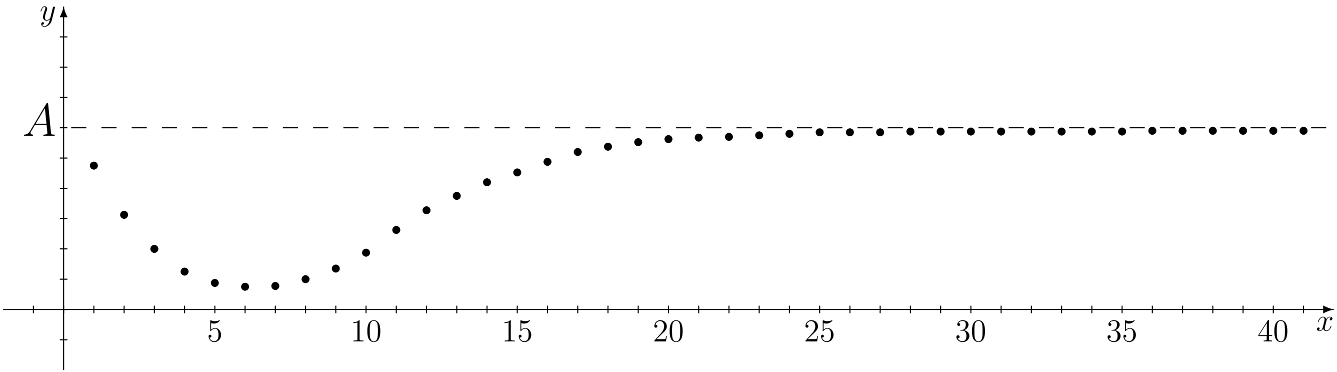
IV.3.1. Получение определения предела функции



Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

Вспомним определение предела последовательности: $\lim\limits_{n\to\infty} f(n) = A$.

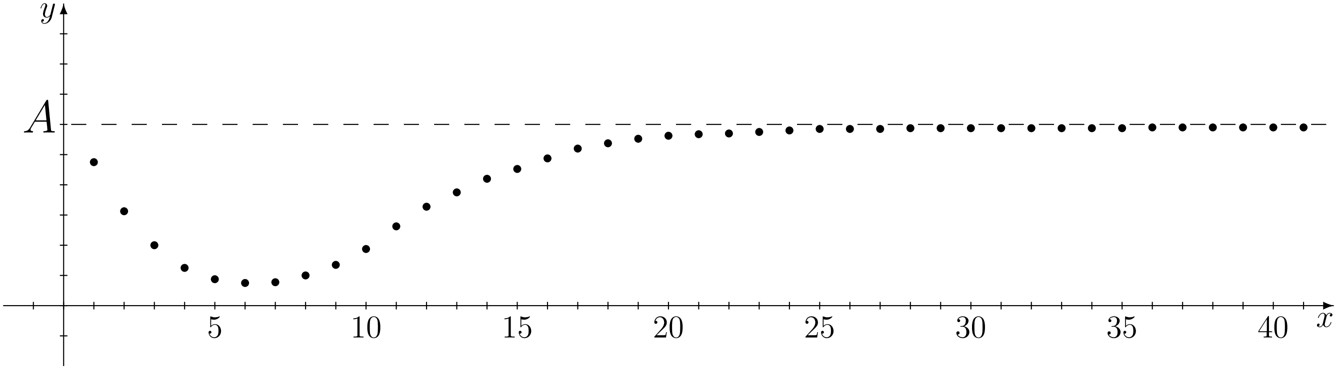
IV.3.1. Получение определения предела функции



Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

Вспомним определение предела последовательности: $\lim\limits_{n\to\infty} f(n) = A$.

IV.3.1. Получение определения предела функции

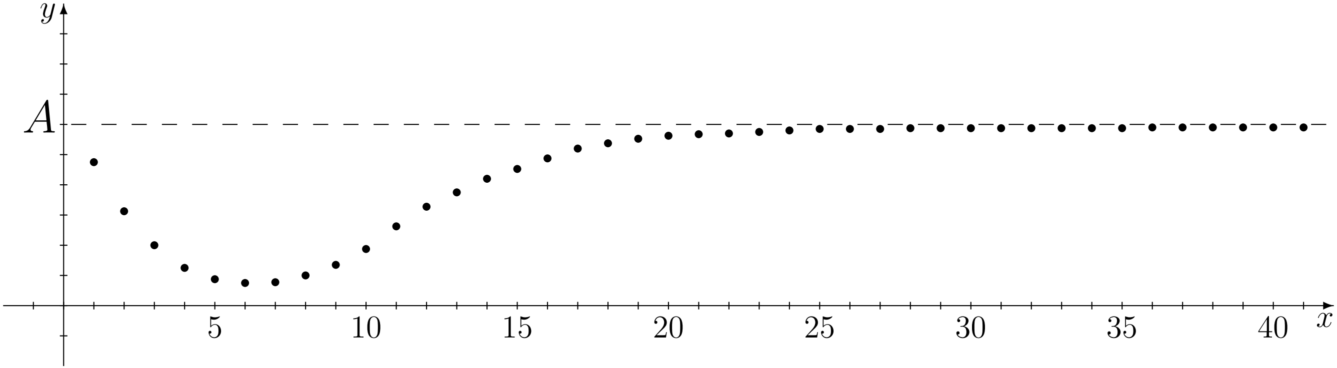


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

***Для любой окрестности точки** A*

Зададим окрестность

IV.3.1. Получение определения предела функции

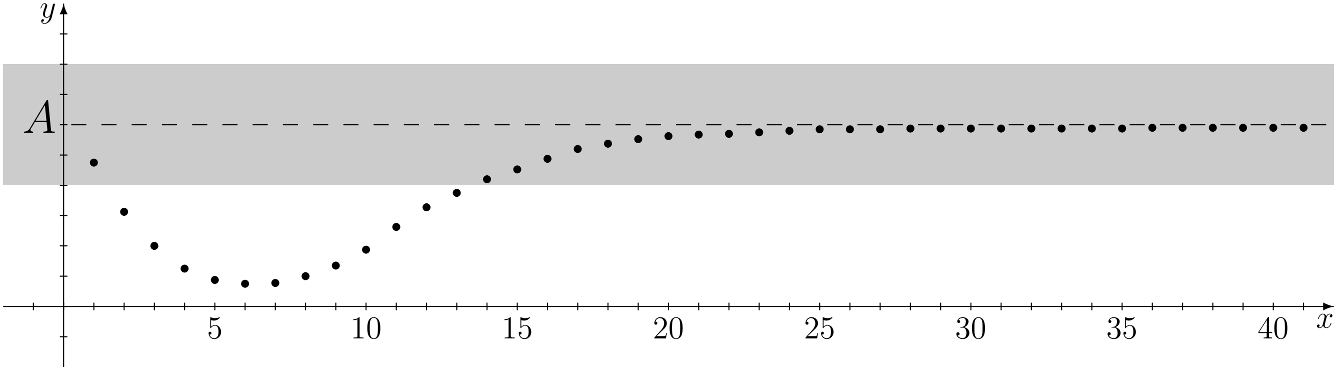


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

Для любой окрестности точки A

Зададим окрестность положительным числом ε.

IV.3.1. Получение определения предела функции

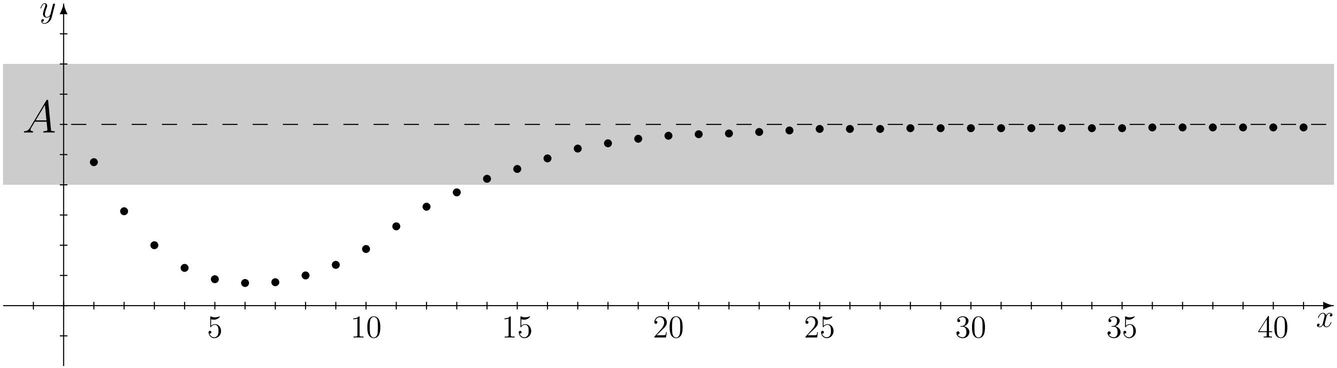


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

Для любой окрестности точки A

Зададим окрестность положительным числом ε.

IV.3.1. Получение определения предела функции



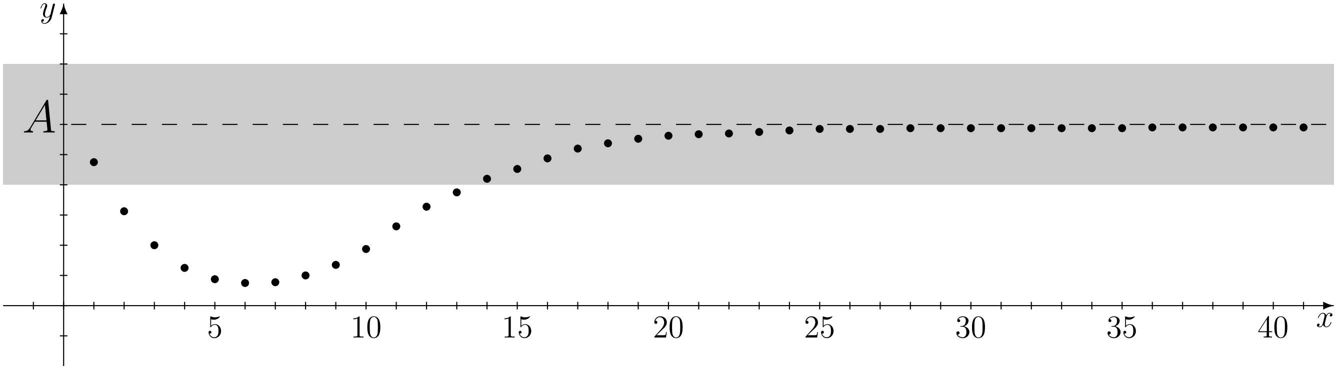
Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0$

Для любой окрестности точки A

Зададим окрестность положительным числом ε.

IV.3.1. Получение определения предела функции

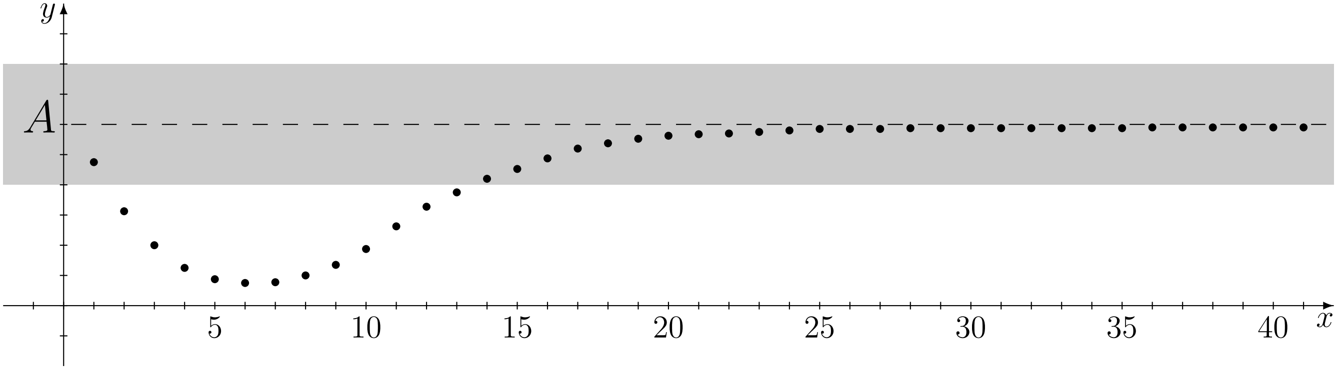


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A.$

$\forall \varepsilon > 0$

Для любой ***окрестности точки*** A ***для достаточно больших номеров*** n

IV.3.1. Получение определения предела функции

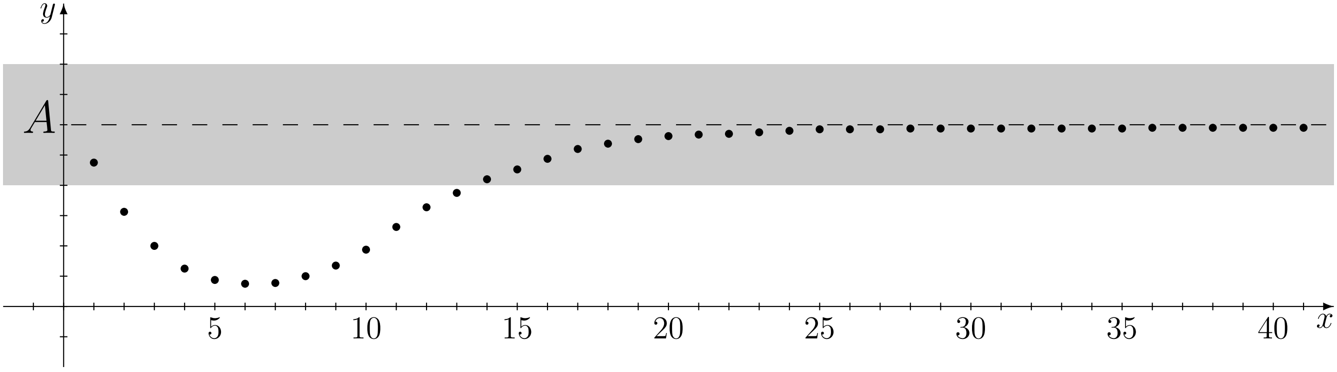


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N}$

Для любой окрестности точки A ***для достаточно больших номеров*** n

IV.3.1. Получение определения предела функции

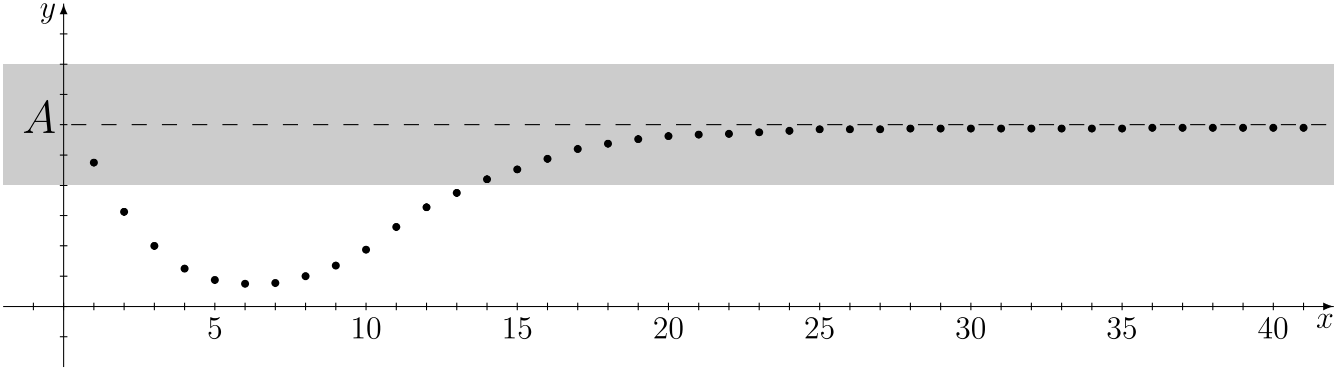


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N$

Для любой окрестности точки A ***для достаточно больших номеров*** n

IV.3.1. Получение определения предела функции

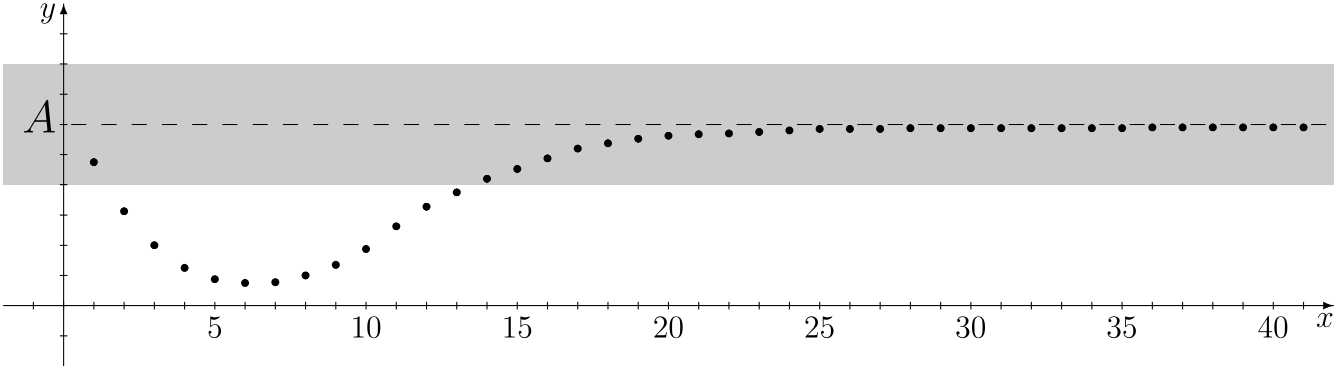


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N$

Для любой окрестности точки A ***для достаточно больших номеров*** n ***значение*** $f(n)$ ***принадлежит этой окрестности.***

IV.3.1. Получение определения предела функции

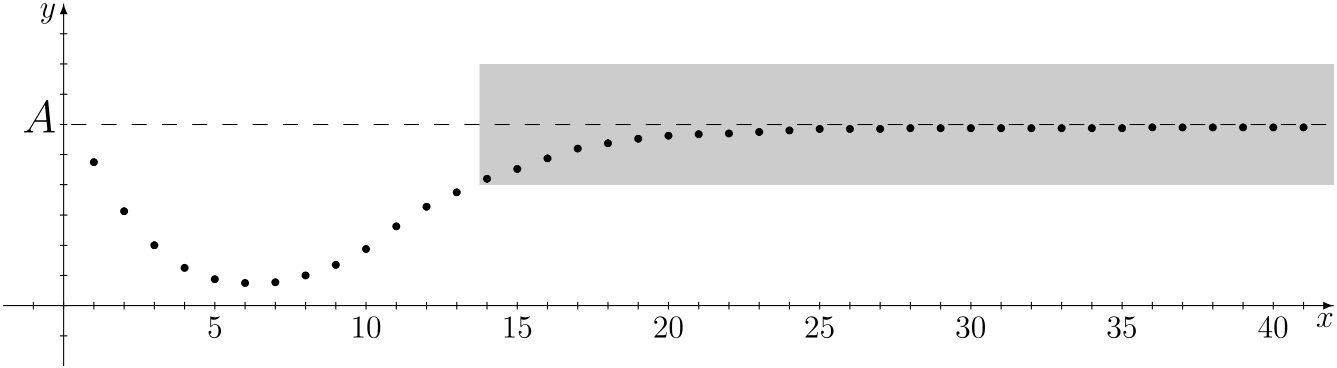


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

Для любой окрестности точки** A **для достаточно больших номеров** n **значение** $f(n)$ **принадлежит этой окрестности.

IV.3.1. Получение определения предела функции

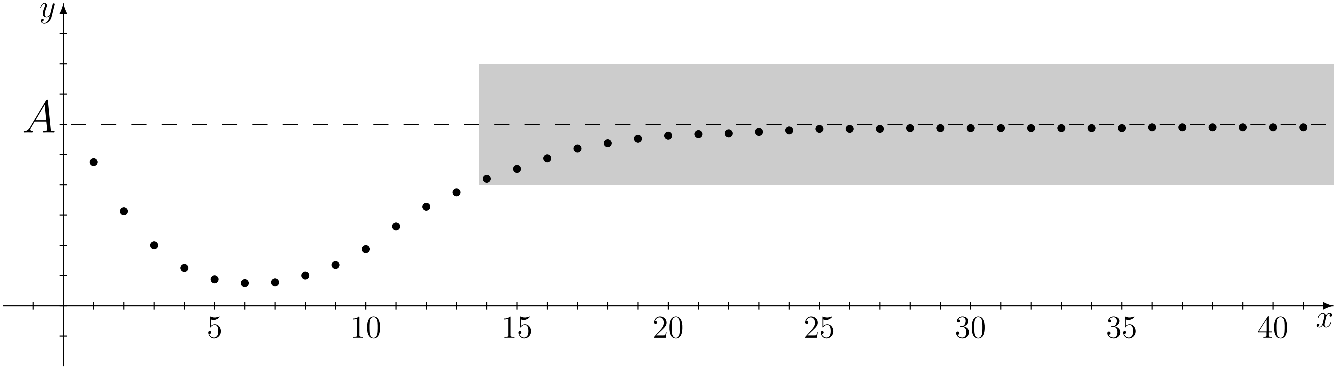


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon$.

Для любой окрестности точки** A **для достаточно больших номеров** n **значение** $f(n)$ **принадлежит этой окрестности.

IV.3.1. Получение определения предела функции

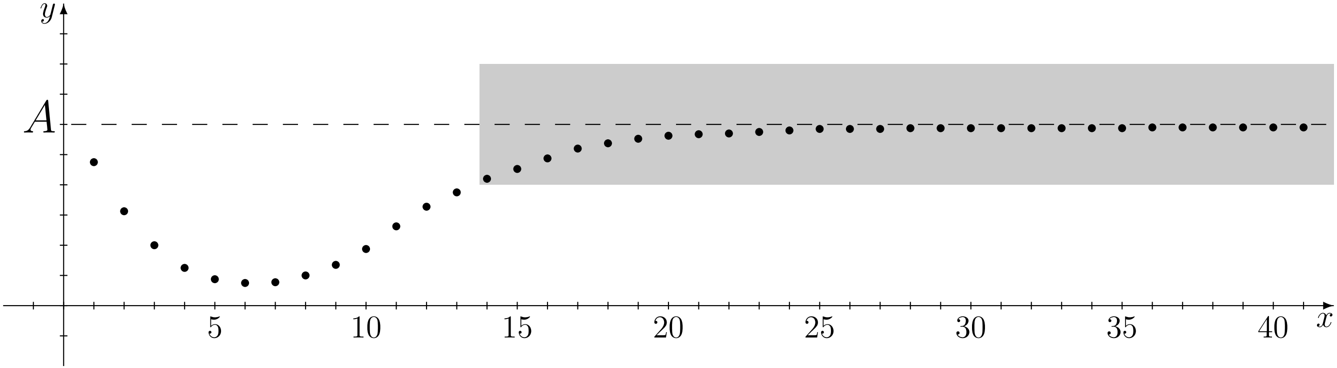


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда

IV.3.1. Получение определения предела функции

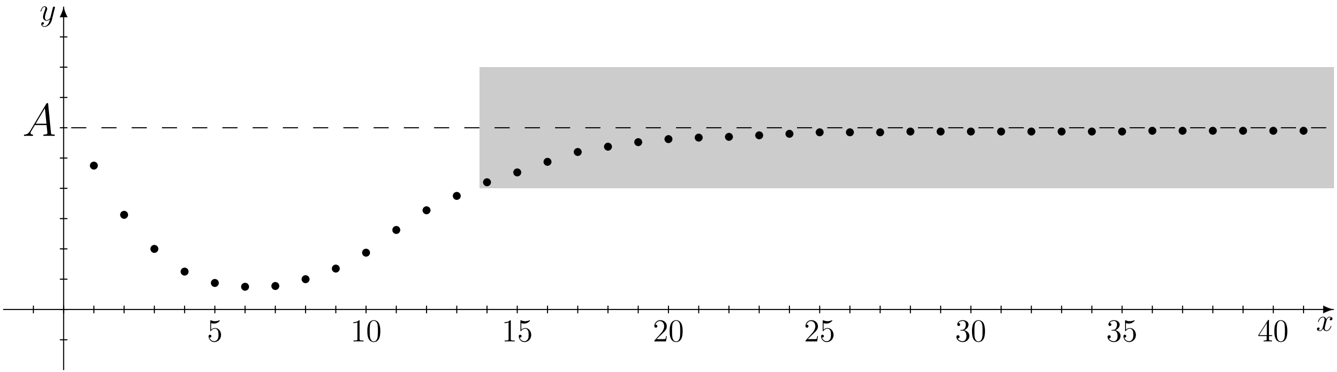


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon$.

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f)$

IV.3.1. Получение определения предела функции

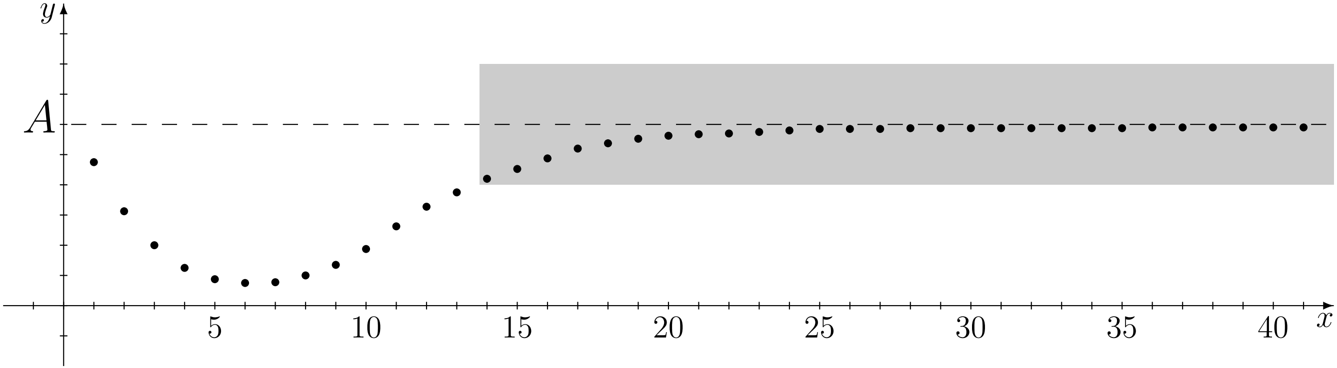


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq$

IV.3.1. Получение определения предела функции

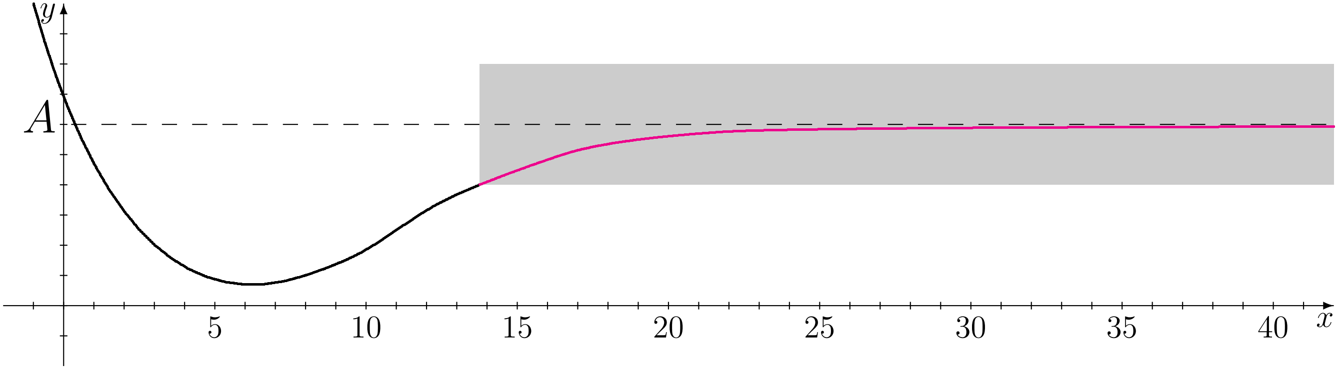


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции

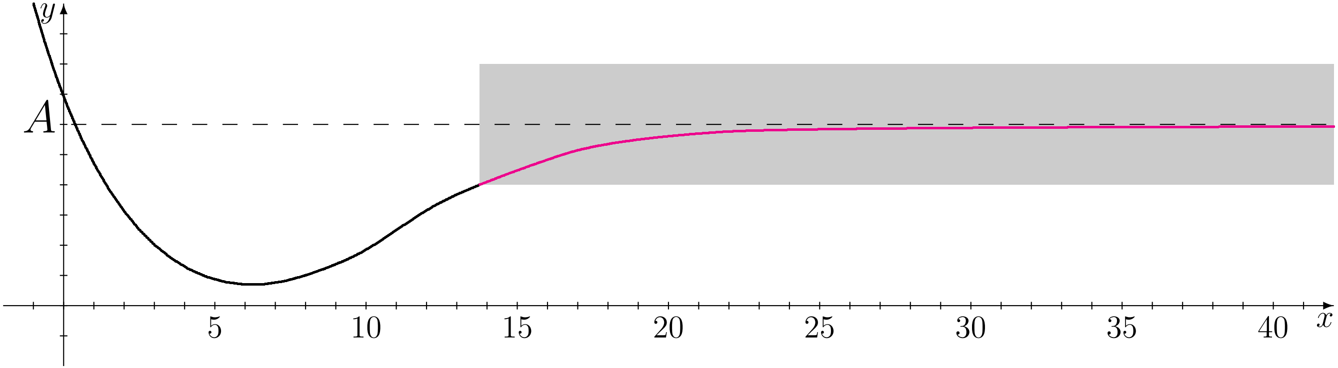


Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f)\subseteq\mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



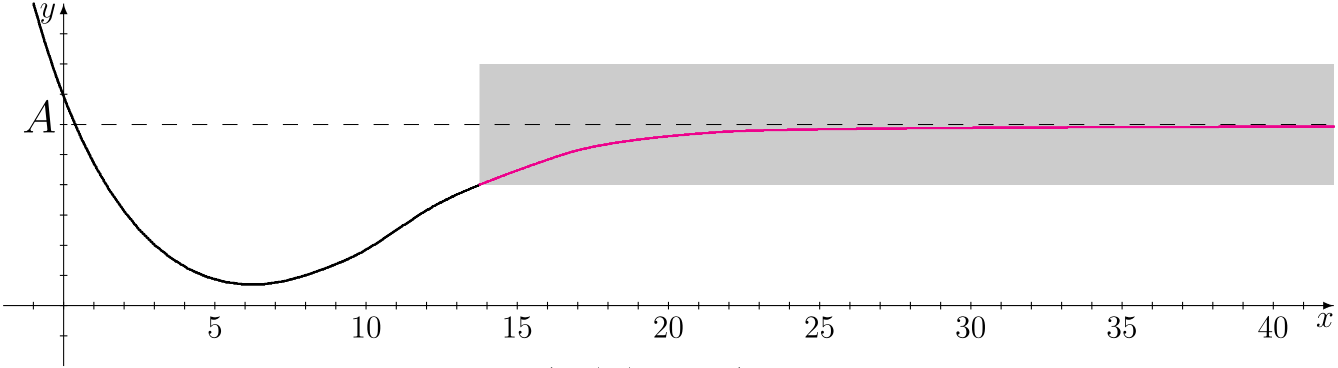
$\forall \varepsilon > 0$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon$.

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



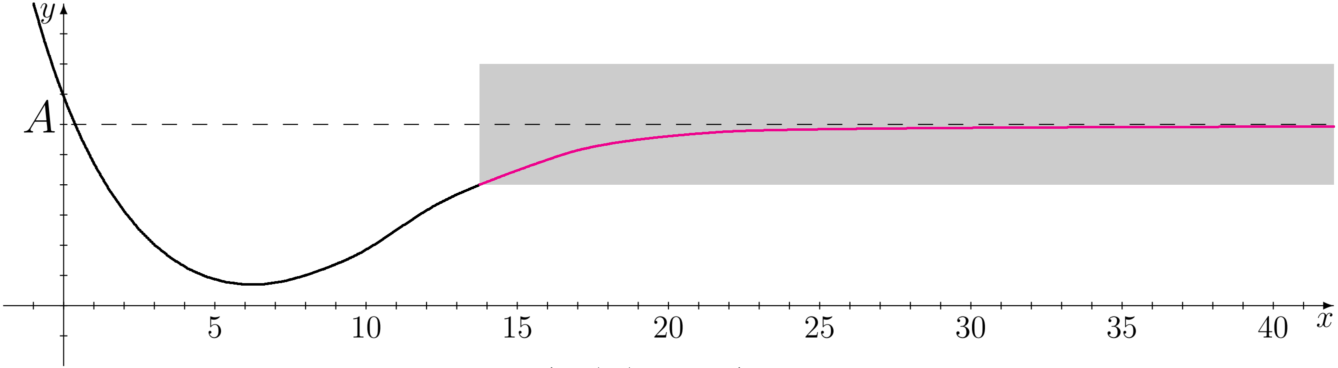
$\forall \varepsilon > 0$ $\qquad\qquad$ $|f(x) - A| < \varepsilon,$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon$.

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



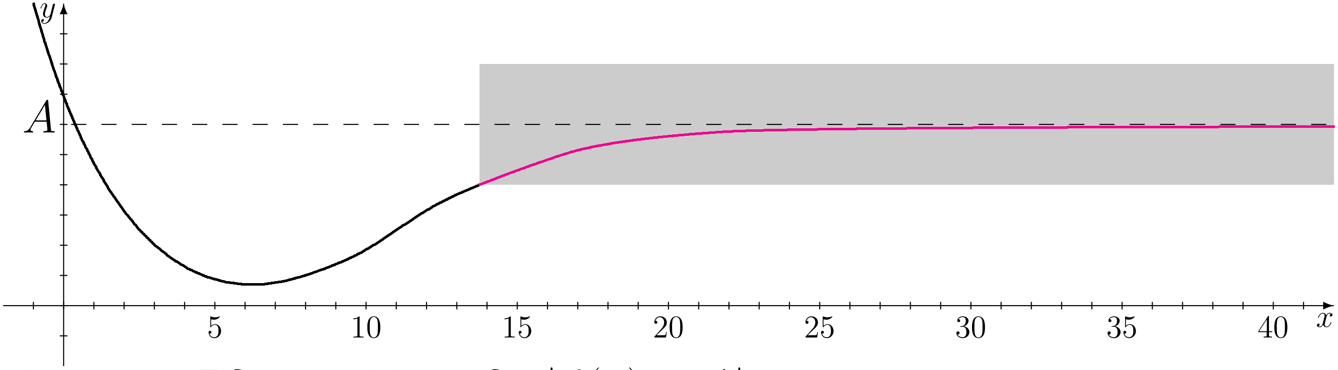
$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \qquad\qquad\qquad |f(x) - A| < \varepsilon,$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



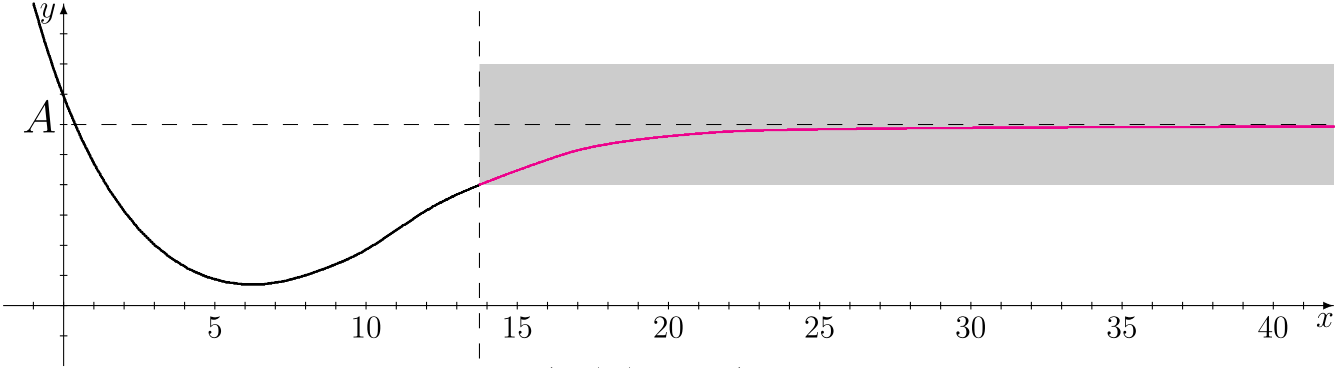
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f)\subseteq\mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



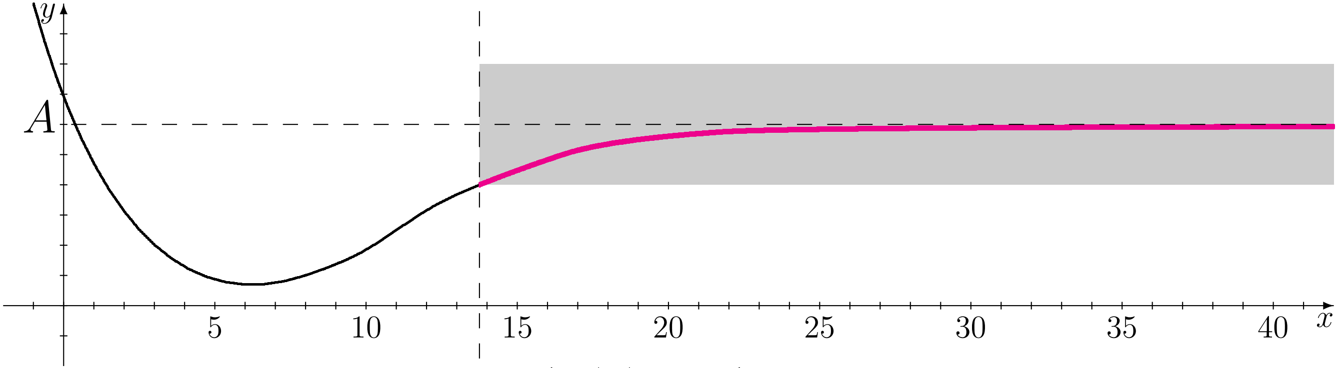
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



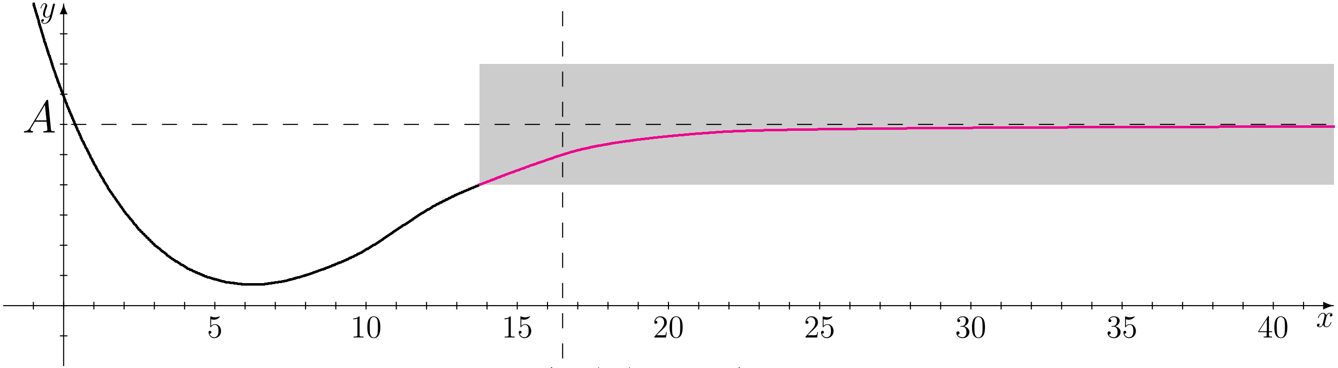
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon$.

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f)\subseteq\mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



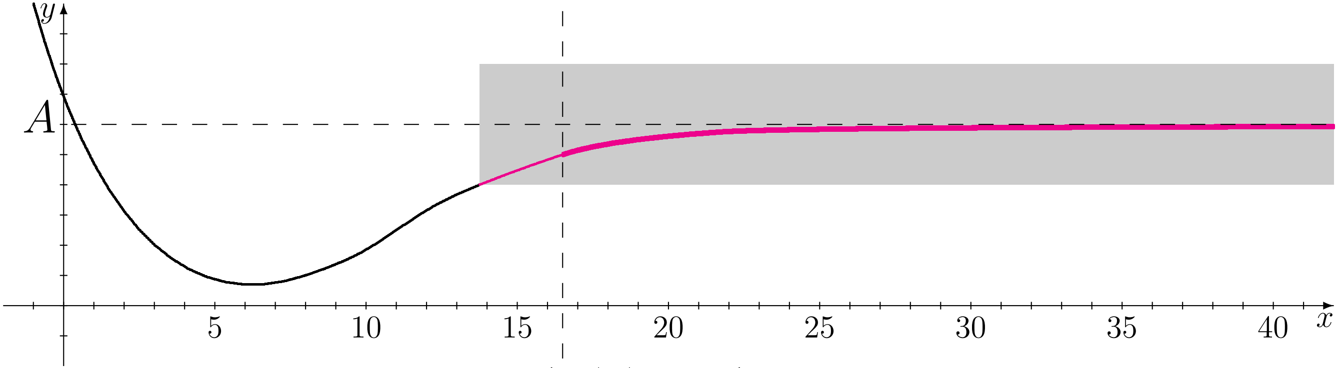
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



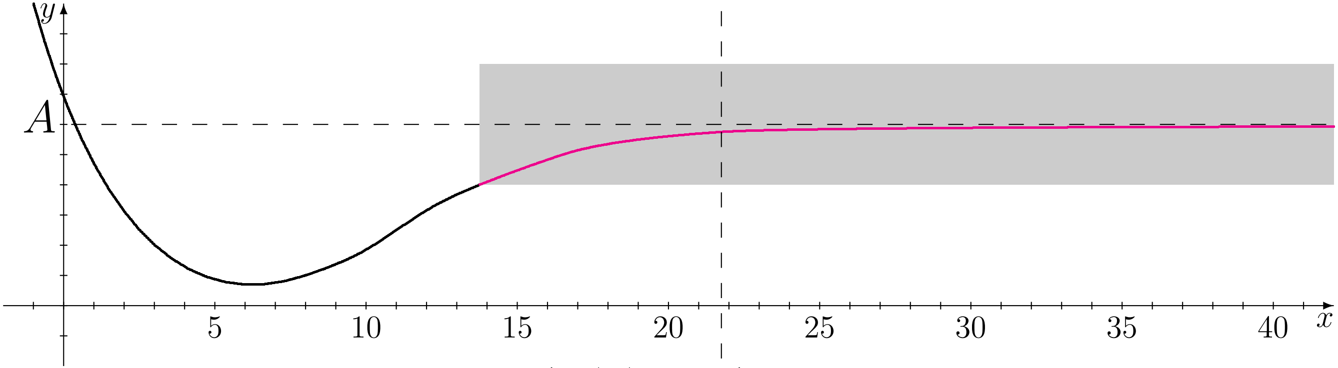
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon$.

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



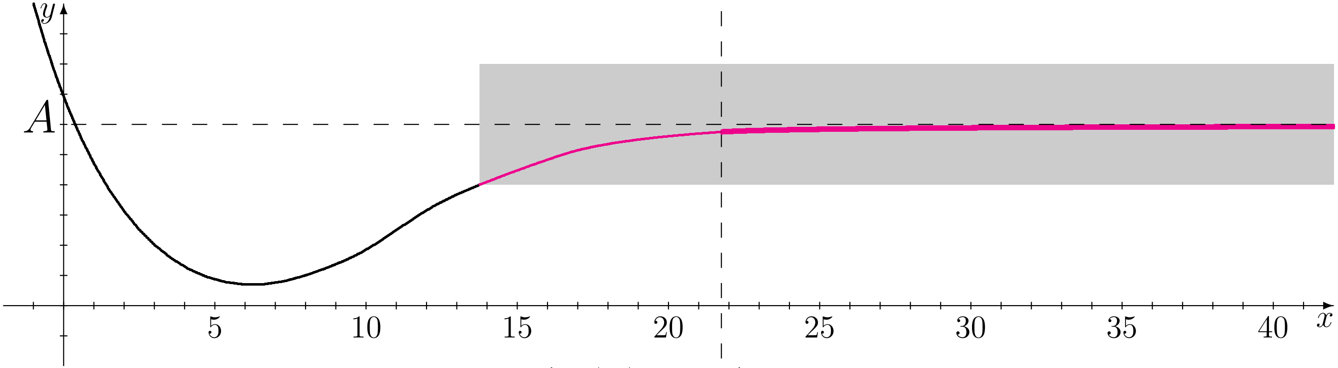
$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



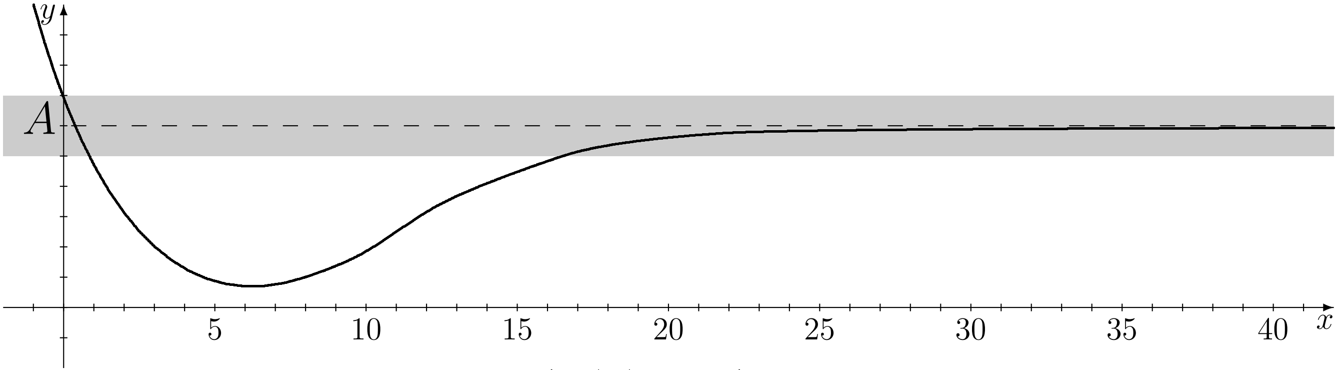
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f)\subseteq\mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



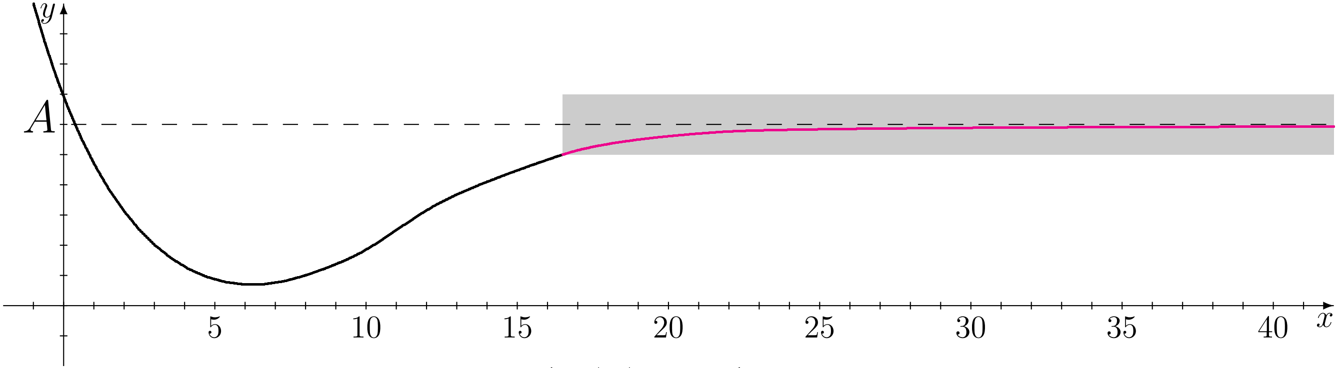
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f)\subseteq\mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



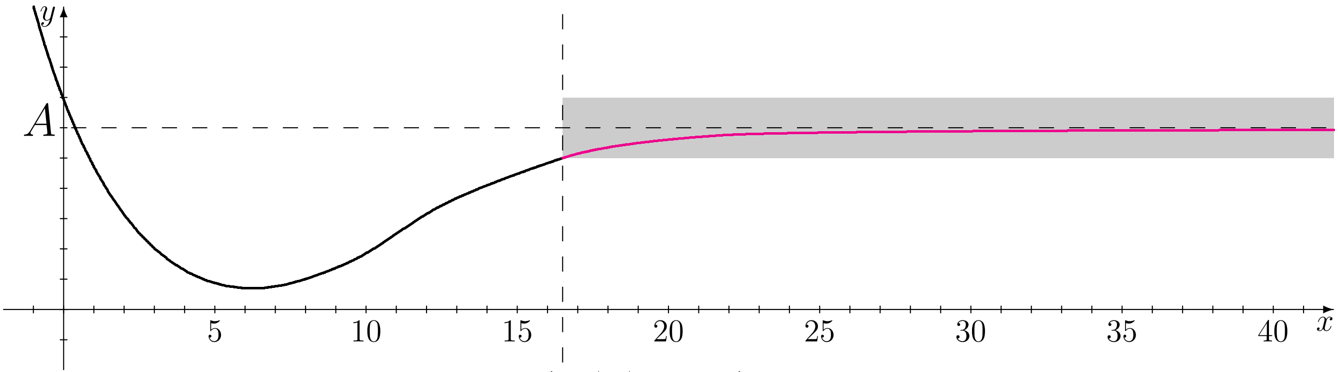
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon$.

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



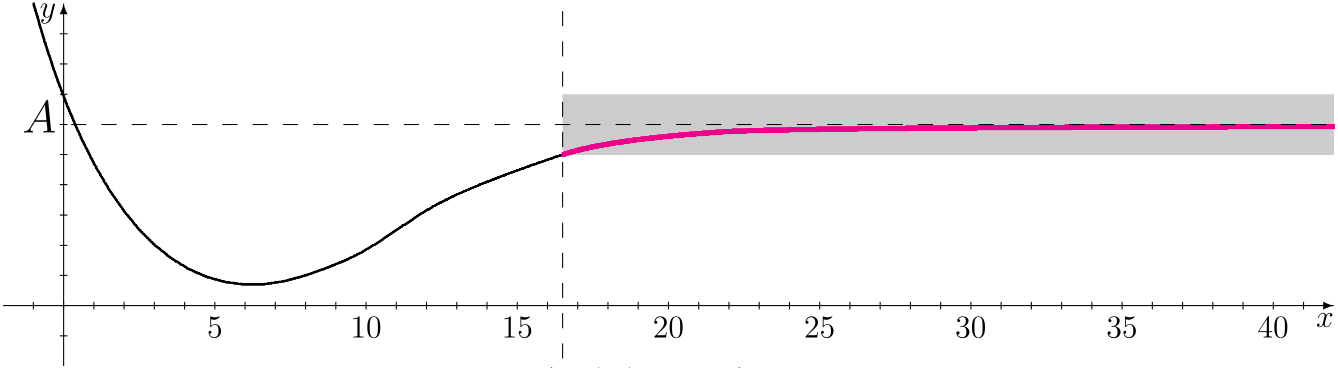
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$$

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f)\subseteq\mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



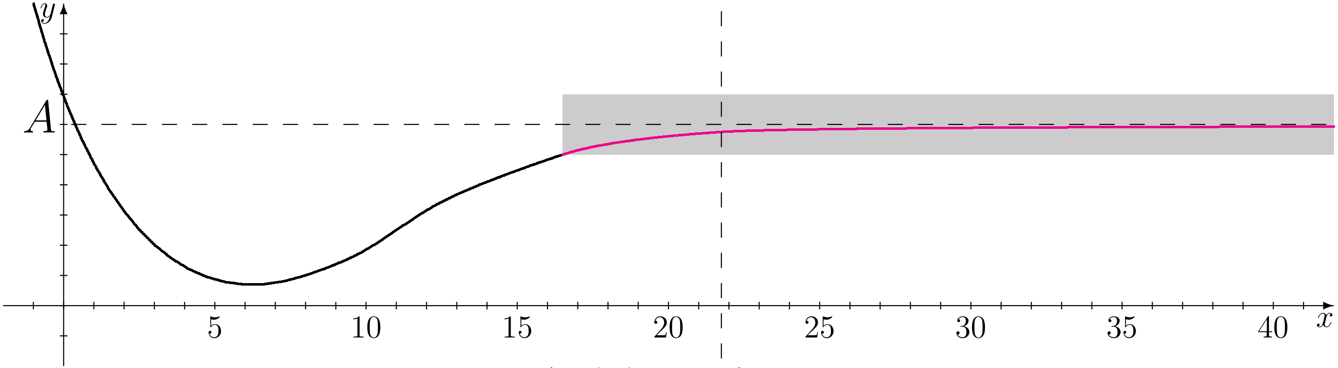
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon$.

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f)\subseteq\mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



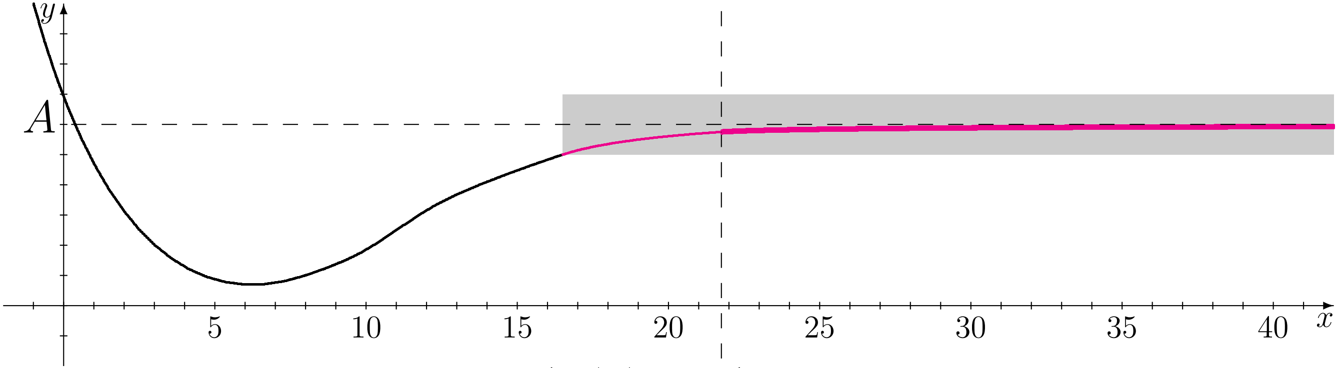
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon$.

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



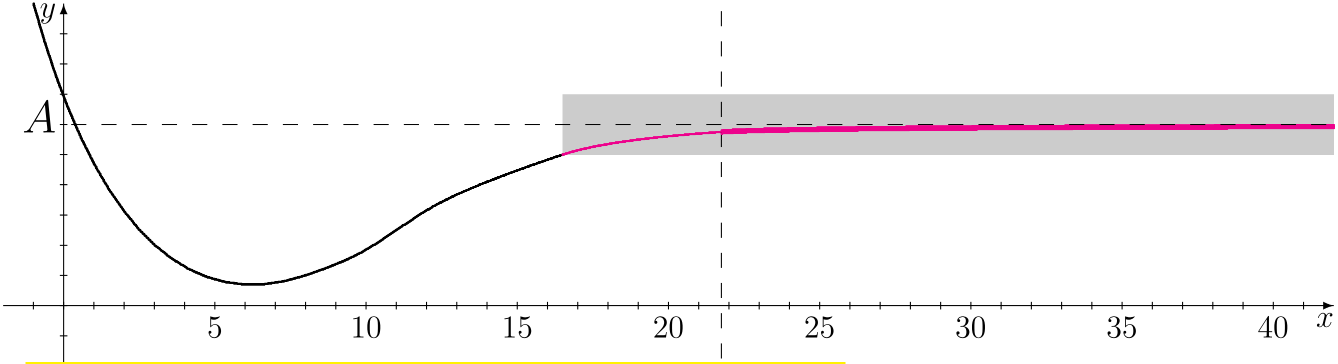
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n\to\infty} f(x) = A$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon$.

Переформулируем это определение для функции f с действительными значениями аргумента, т.е. когда $D(f) \subseteq \mathbb{R}$.

IV.3.1. Получение определения предела функции

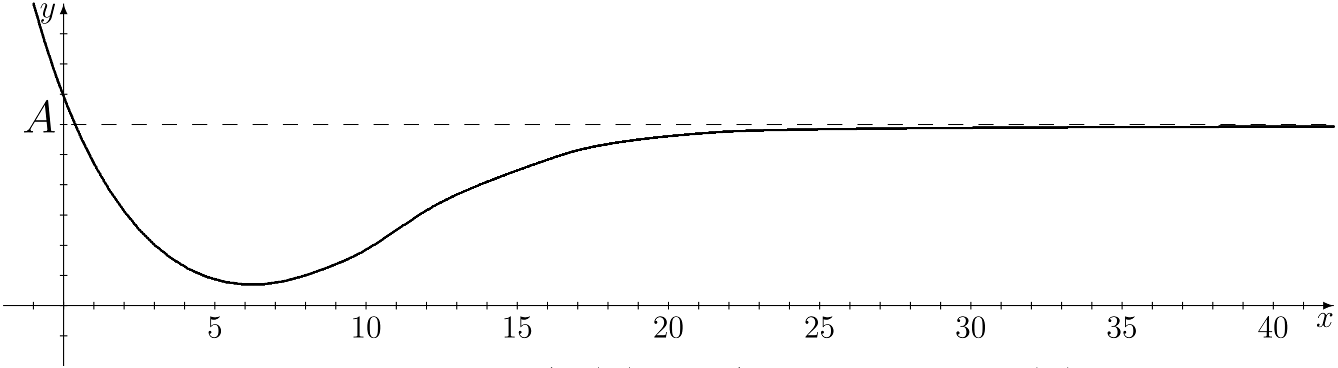


$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon,$ $\quad \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = A.$

Попробуем формализовать $\lim\limits_{n \to \infty} f(x) = A.$

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |f(n) - A| < \varepsilon.$

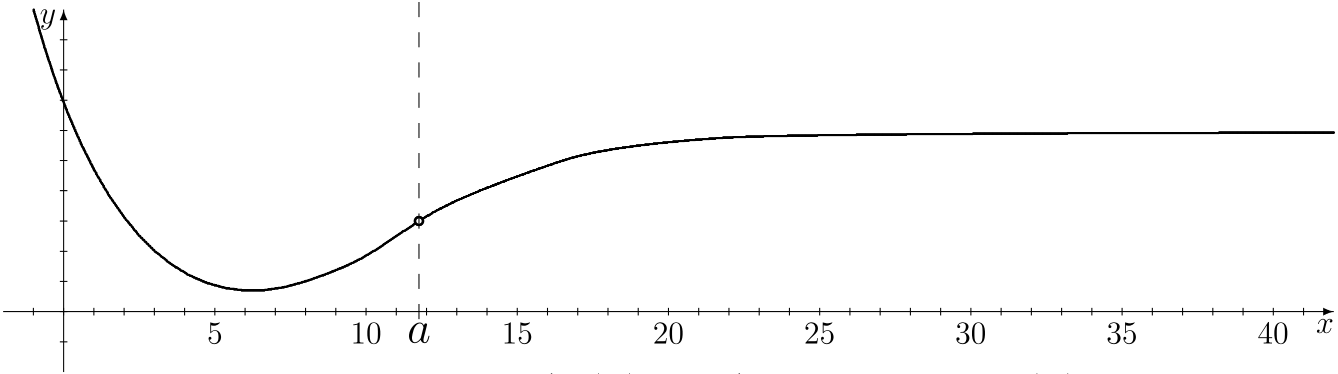
IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

Попробуем перенести это определение на случай предела не при $x \to +\infty$, а при $x \to a \in \mathbb{R}$.

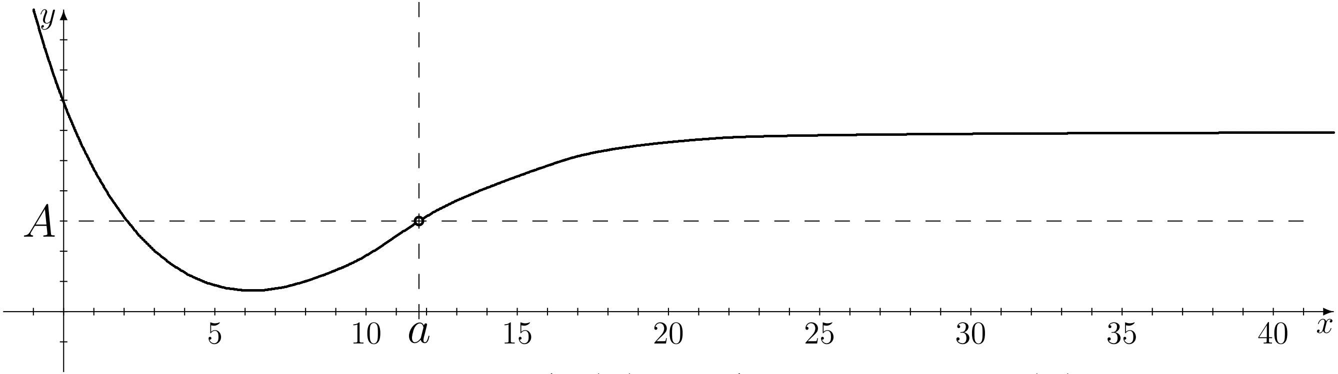
IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

Попробуем перенести это определение на случай предела не при $x \to +\infty$, а при $x \to a \in \mathbb{R}$.

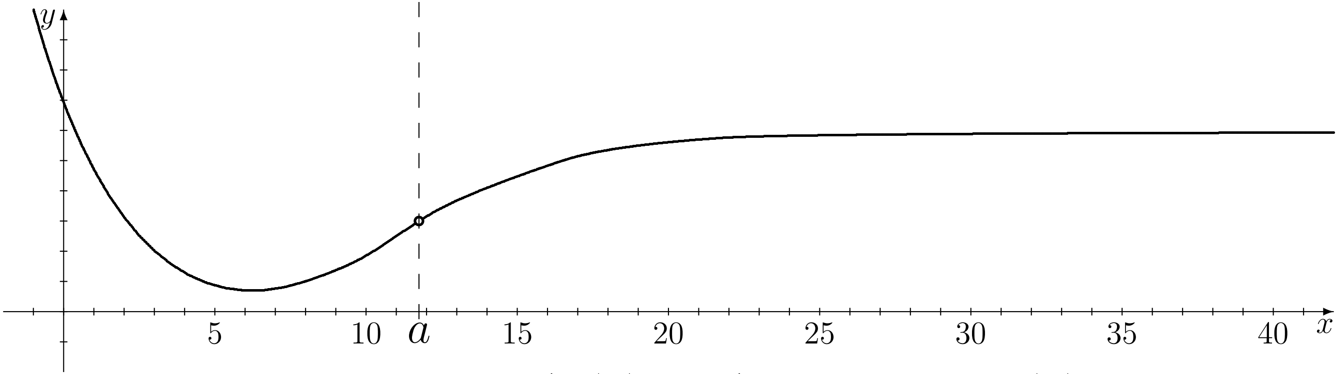
IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

Попробуем перенести это определение на случай предела не при $x \to +\infty$, а при $x \to a \in \mathbb{R}$.

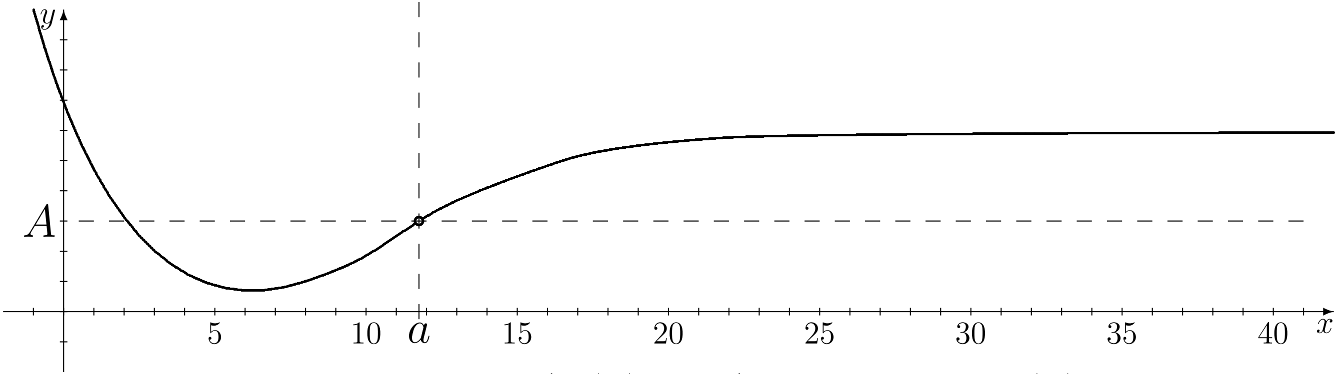
IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

Попробуем перенести это определение на случай предела не при $x \to +\infty$, а при $x \to a \in \mathbb{R}$.

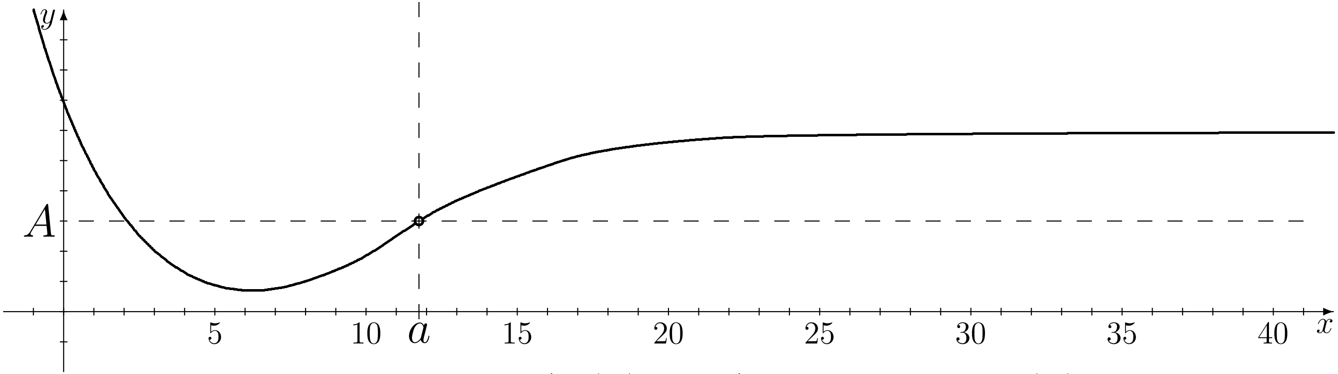
IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

Попробуем перенести это определение на случай предела не при $x \to +\infty$, а при $x \to a \in \mathbb{R}$.

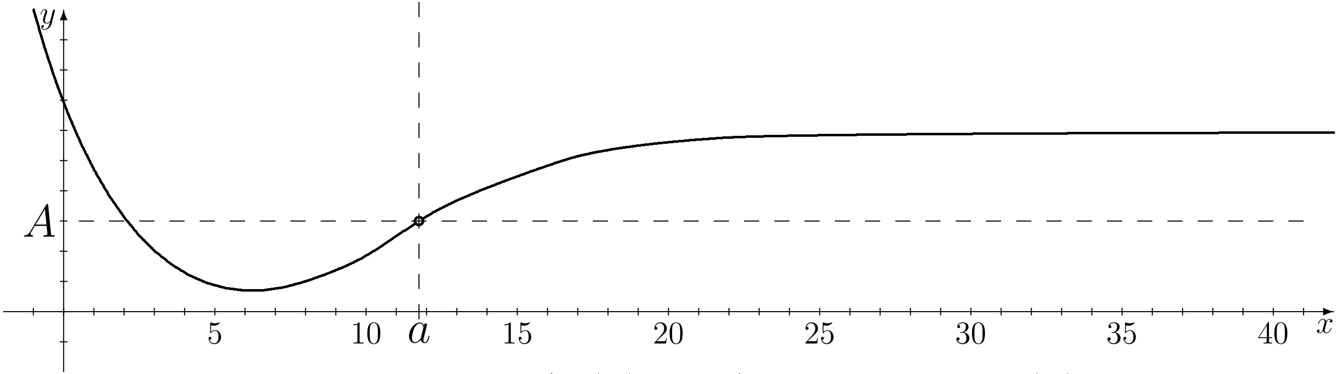
IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

$$\lim_{x \to a} f(x) = A.$$

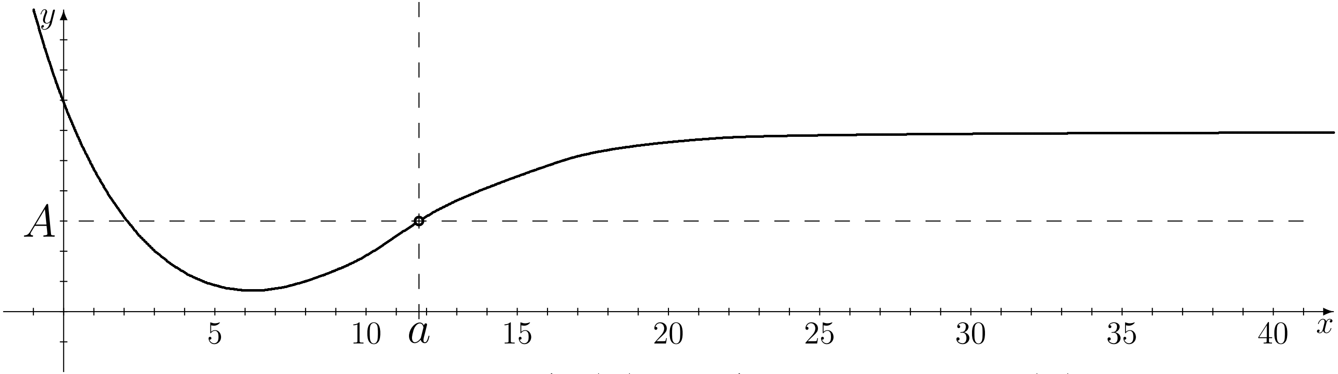
IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = A.$$

$$\lim_{x\to a} f(x) = A.$$

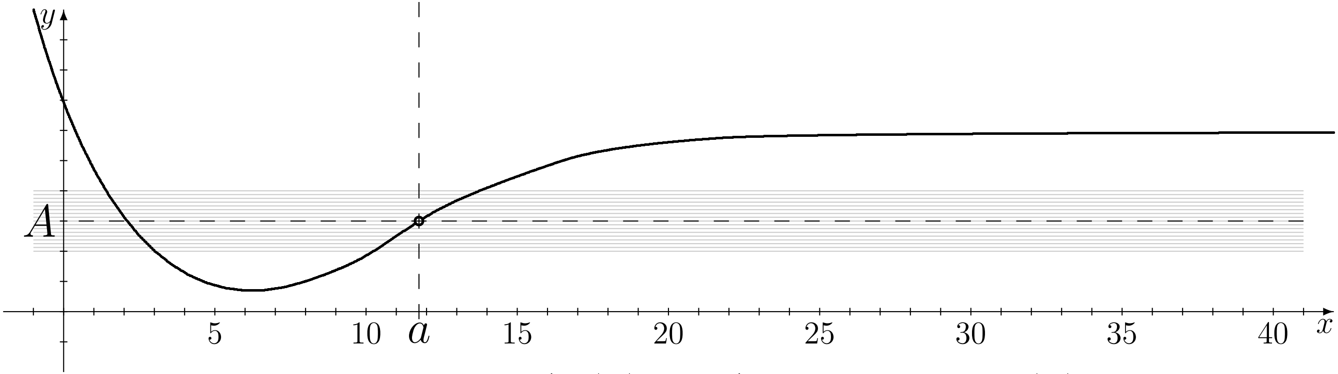
IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall x>\delta\quad|f(x)-A|<\varepsilon,\quad\lim_{x\to+\infty}f(x)=A.$$

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\qquad\qquad|f(x)-A|<\varepsilon,\quad\lim_{x\to a}f(x)=A.$$

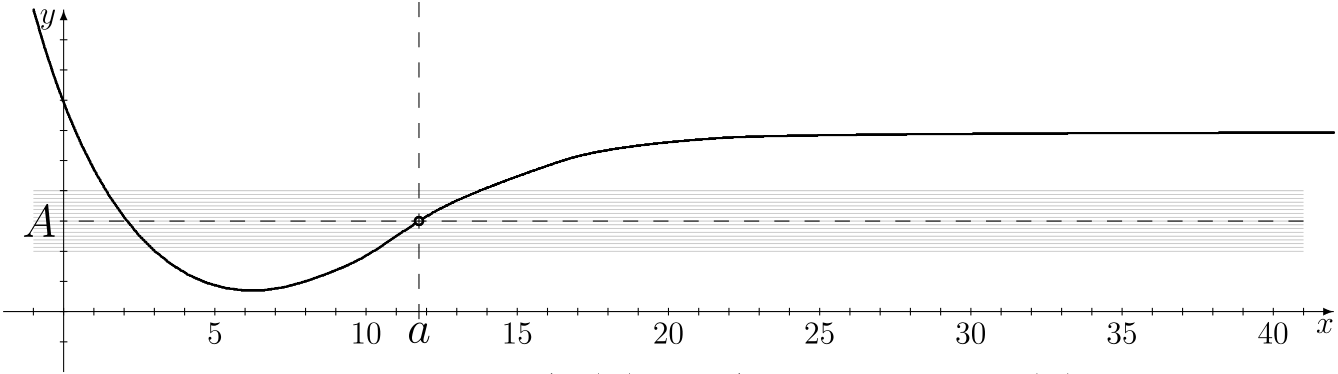
IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = A.$$

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \qquad\qquad\qquad\qquad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x\to a} f(x) = A.$$

IV.3.1. Получение определения предела функции

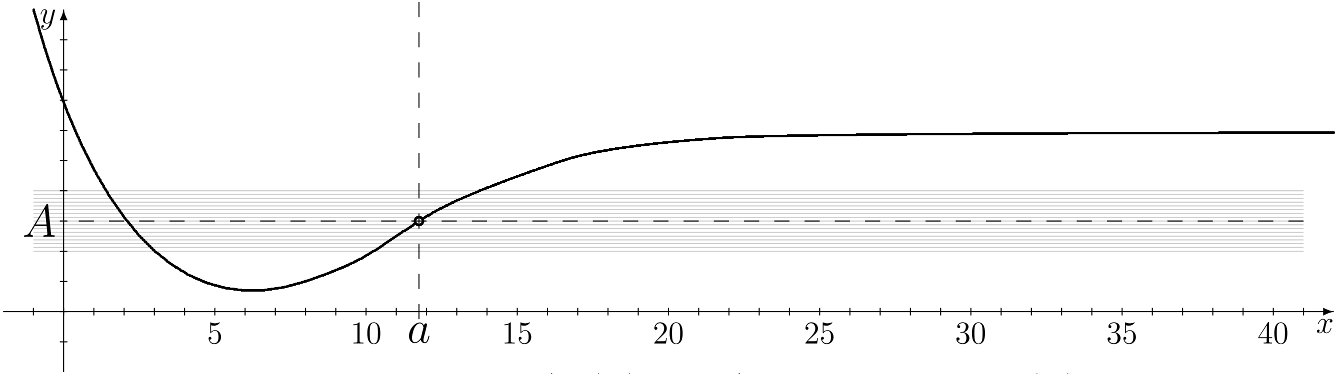


$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \qquad\qquad\qquad\qquad |f(x) - A| < \varepsilon, \qquad \lim_{x \to a} f(x) = A.$$

Неравенство $x > \delta$ определяет **окрестность точки**

IV.3.1. Получение определения предела функции

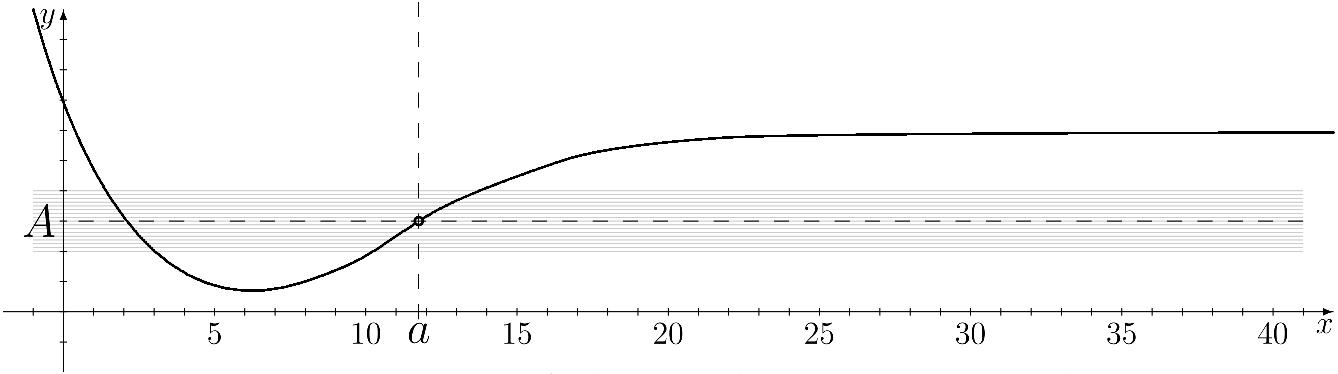


$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \qquad\qquad |f(x) - A| < \varepsilon, \qquad \lim_{x \to a} f(x) = A.$$

Неравенство $x > \delta$ определяет **окрестность точки** $+\infty$.

IV.3.1. Получение определения предела функции



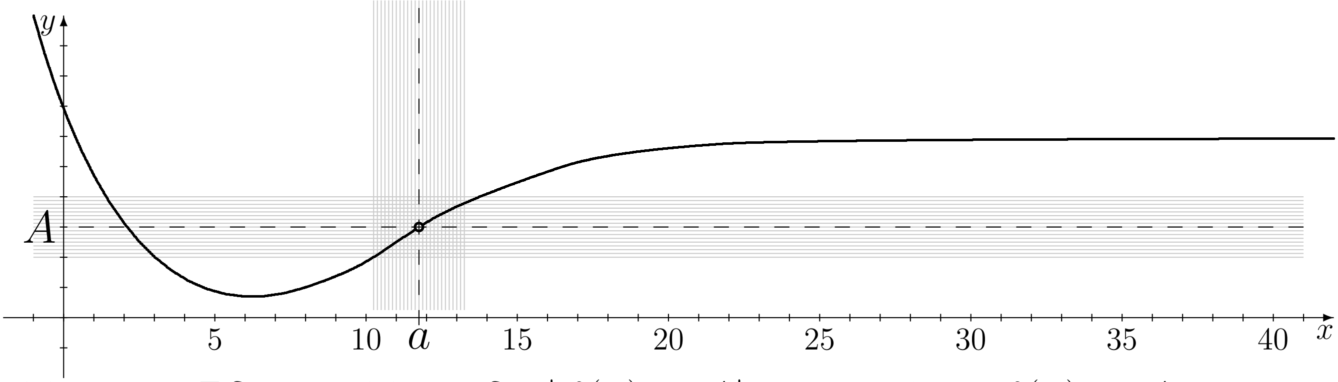
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \qquad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x \to a} f(x) = A.$$

Неравенство $x > \delta$ определяет **окрестность точки** $+\infty$.

Надо задать неравенством **δ-окрестность** точки a.

IV.3.1. Получение определения предела функции



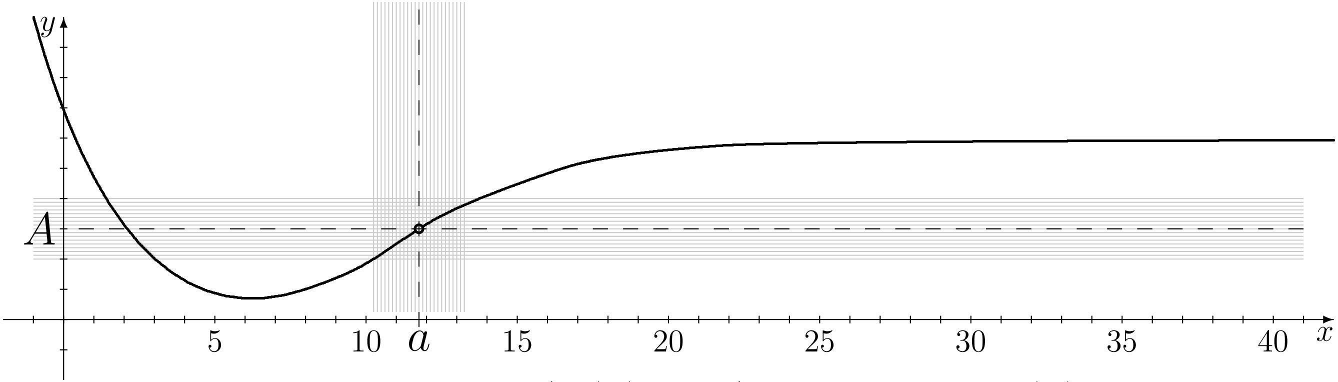
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \qquad\qquad\qquad\qquad |f(x) - A| < \varepsilon, \qquad \lim_{x \to a} f(x) = A.$$

Неравенство $x > \delta$ определяет **окрестность точки** $+\infty$.

Надо задать неравенством **δ-окрестность** точки a.

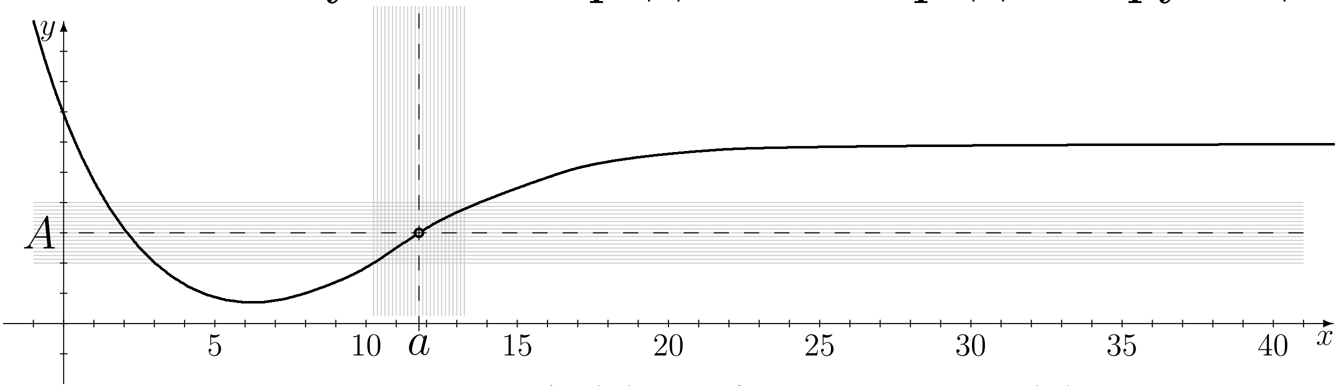
IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall x>\delta\quad|f(x)-A|<\varepsilon,\qquad\lim_{x\to+\infty}f(x)=A.$$

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\qquad\qquad|x-a|\qquad\qquad|f(x)-A|<\varepsilon,\qquad\lim_{x\to a}f(x)=A.$$

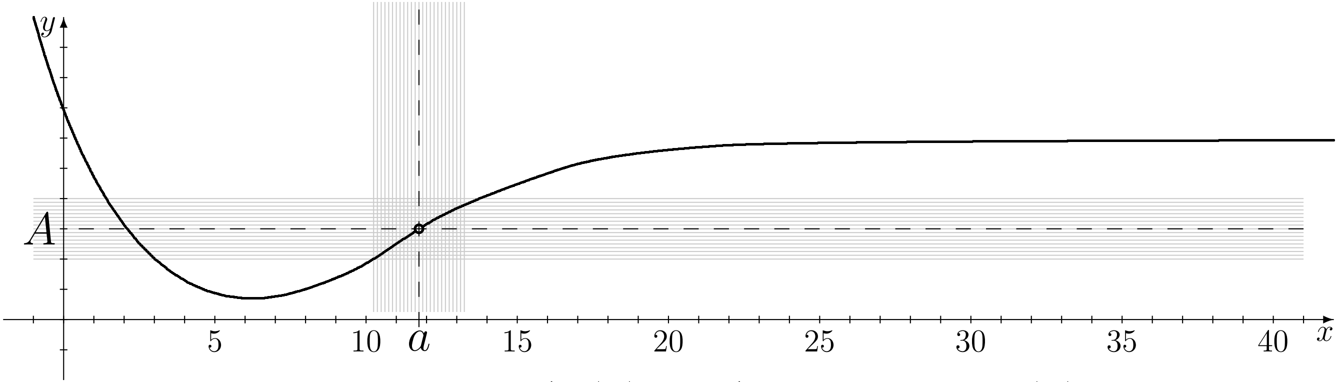
IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \qquad\qquad |x - a| < \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x \to a} f(x) = A.$$

IV.3.1. Получение определения предела функции

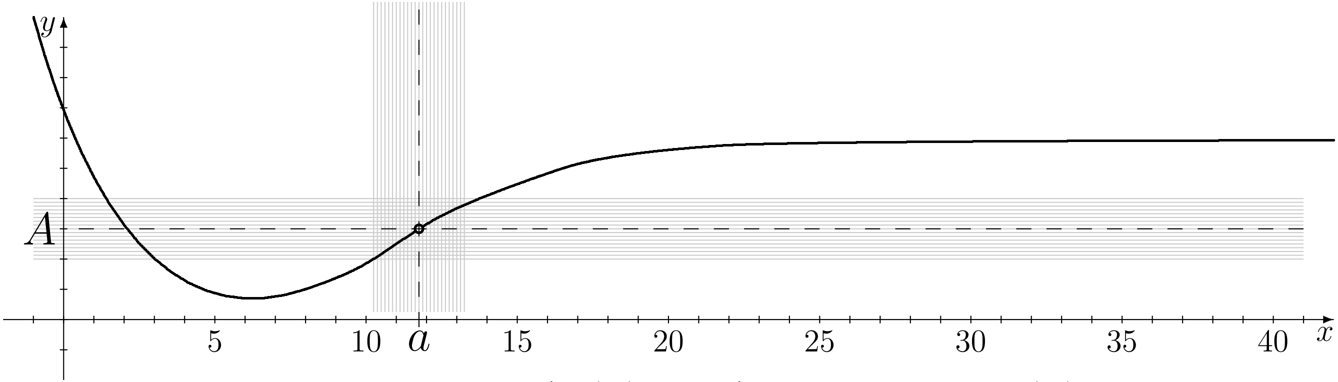


$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \qquad |x - a| < \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x \to a} f(x) = A.$$

Рассматривая предел при $x \to a$, значение f в точке a не рассматривается.

IV.3.1. Получение определения предела функции

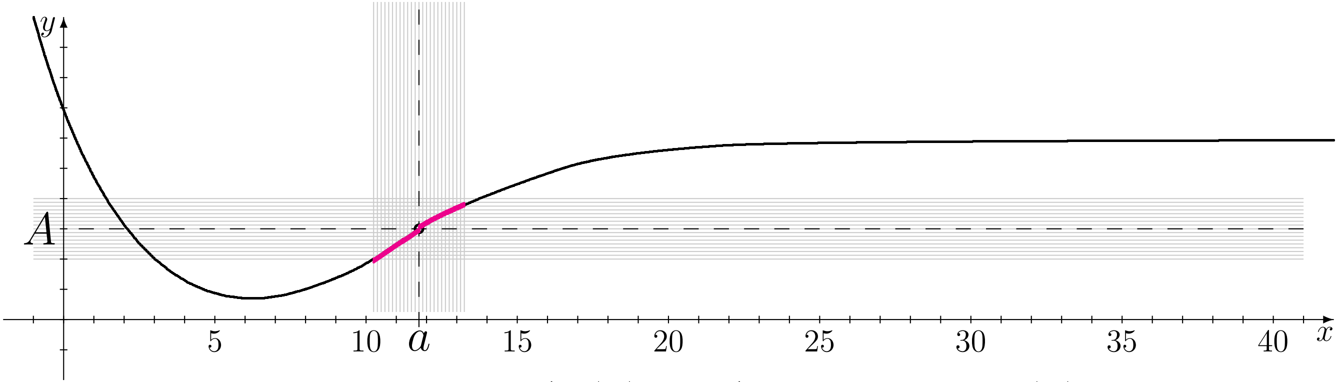


$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) = A.$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad 0 < |x - a| < \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \qquad \lim_{x\to a} f(x) = A.$$

Рассматривая предел при $x \to a$, значение f в точке a не рассматривается.

IV.3.1. Получение определения предела функции



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x > \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = A.$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad 0 < |x - a| < \delta \quad |f(x) - A| < \varepsilon, \quad \lim_{x\to a} f(x) = A.$$

Рассматривая предел при $x \to a$, значение f в точке a не рассматривается.

IV.3.2. Определение предела функции в точке

Генрих
Эдуард
Гейне
(1821-1881)

Огюстен
Луи
Коши
(1789-1857)

IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*
для любого положительного числа ε существует такое положительное число δ, что для всех значений $x \in D(f)$, удовлетворяющих условию $0 < |x - a| < \delta$, выполняется неравенство $|f(x) - A| < \varepsilon$.

Слишком много слов естественного языка...

IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \tag{6}$$

IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число* A *является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon. \tag{6}$$

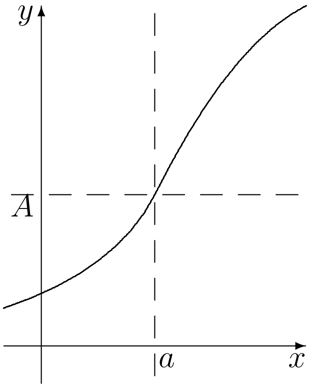
Проиллюстрируем графически определение предела по Коши.

IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Рассмотрим график функции.

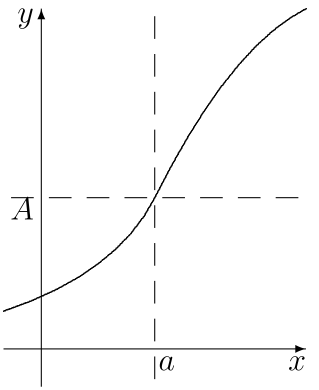


IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$. Изобразим множество точек плоскости, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|y - A| < \varepsilon$.



IV.3.2. Определение предела функции в точке

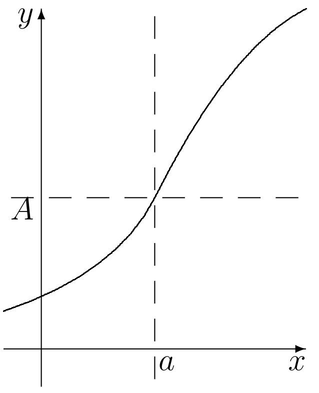
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Изобразим множество точек плоскости, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|y - A| < \varepsilon$.

Сначала проведем границы этого множества...



IV.3.2. Определение предела функции в точке

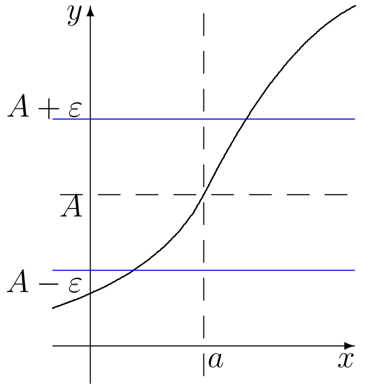
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Изобразим множество точек плоскости, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|y - A| < \varepsilon$.

Сначала проведем границы этого множества...



IV.3.2. Определение предела функции в точке

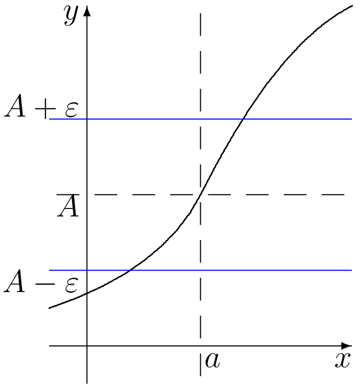
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Изобразим множество точек плоскости, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|y - A| < \varepsilon$.

Выделим это множество штриховкой...



IV.3.2. Определение предела функции в точке

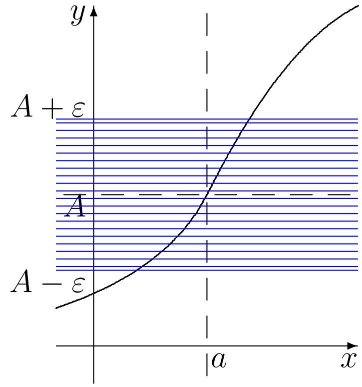
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Изобразим множество точек плоскости, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|y - A| < \varepsilon$.

Выделим это множество штриховкой...



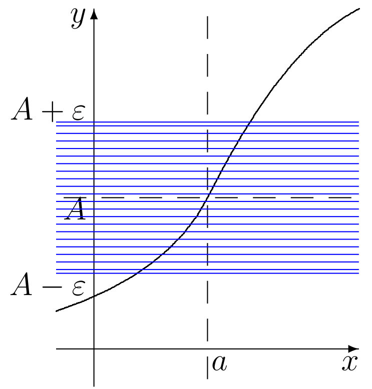
IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Изобразим множество точек плоскости, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|x - a| < \delta$.



IV.3.2. Определение предела функции в точке

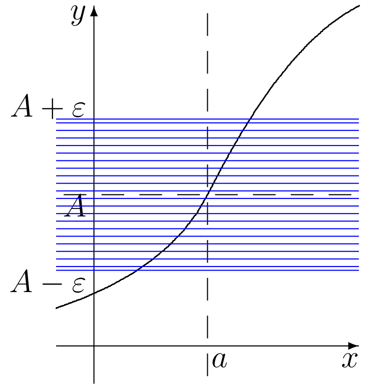
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Изобразим множество точек плоскости, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|x - a| < \delta$.

Проведем границы этого множества...



IV.3.2. Определение предела функции в точке

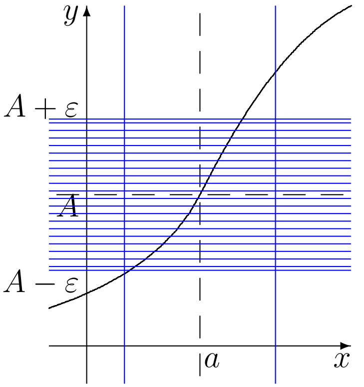
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Изобразим множество точек плоскости, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют неравенству $|x - a| < \delta$.

Проведем границы этого множества...



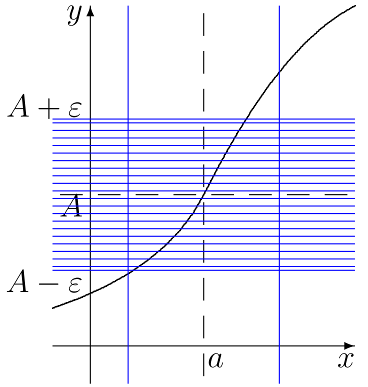
IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число* A *является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Выделим множество всех точек графика $\big(x, f(x)\big)$ таких, что $|x - a| < \delta$.



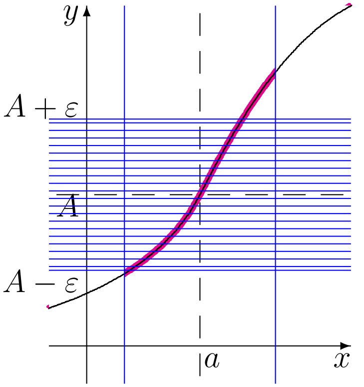
IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Выделим множество всех точек графика $\big(x, f(x)\big)$ таких, что $|x - a| < \delta$.



IV.3.2. Определение предела функции в точке

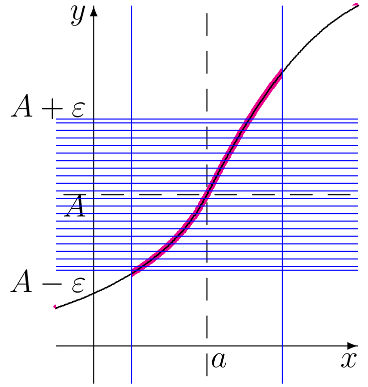
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \tag{6}$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Выделим множество всех точек графика $(x, f(x))$ таких, что $|x - a| < \delta$.

Представленное значение δ слишком велико.



IV.3.2. Определение предела функции в точке

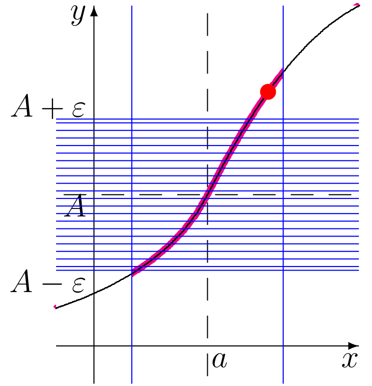
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Выделим множество всех точек графика $(x, f(x))$ таких, что $|x - a| < \delta$.

Представленное значение δ слишком велико.



IV.3.2. Определение предела функции в точке

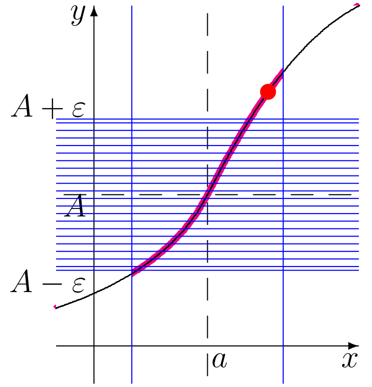
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Выделим множество всех точек графика $\big(x, f(x)\big)$ таких, что $|x - a| < \delta$.

Например, изображенная точка графика не находится в ε-окрестности точки A.



IV.3.2. Определение предела функции в точке

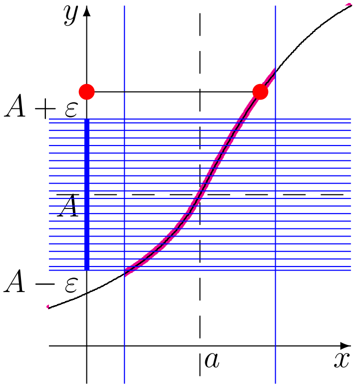
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Выделим множество всех точек графика $(x, f(x))$ таких, что $|x - a| < \delta$.

Например, изображенная точка графика не находится в ε-окрестности точки A.



IV.3.2. Определение предела функции в точке

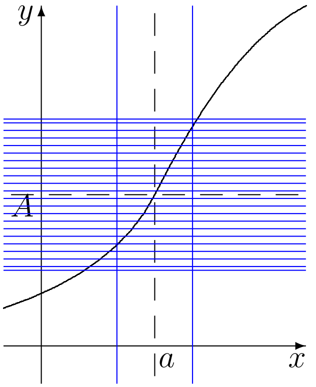
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Выделим множество всех точек графика $(x, f(x))$ таких, что $|x - a| < \delta$.

Выделим часть графика для меньшего значения δ.



IV.3.2. Определение предела функции в точке

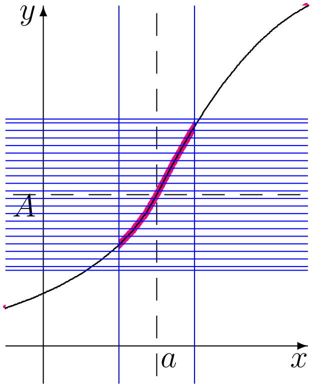
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Выделим множество всех точек графика $(x, f(x))$ таких, что $|x - a| < \delta$.

Выделим часть графика для меньшего значения δ.



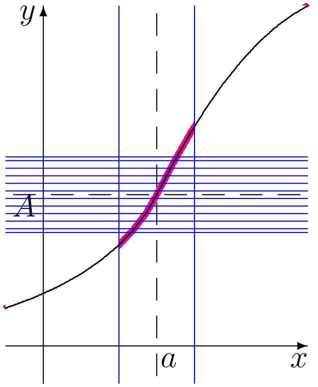
IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Для меньшего значения ε, возможно, придется уменьшить значение δ.



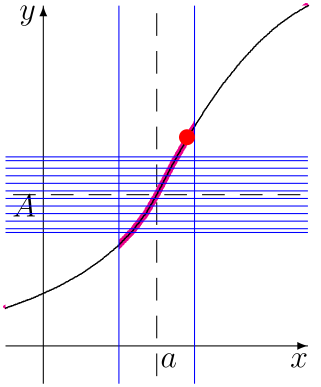
IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Для меньшего значения ε, возможно, придется уменьшить значение δ.



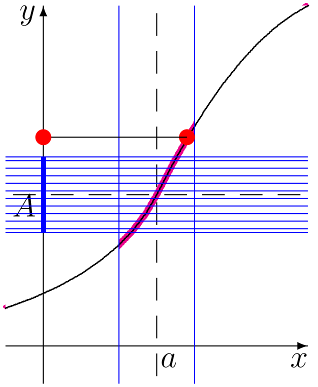
IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Для меньшего значения ε, возможно, придется уменьшить значение δ.



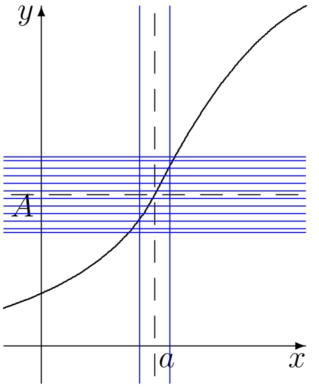
IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Для меньшего значения ε, возможно, придется уменьшить значение δ.



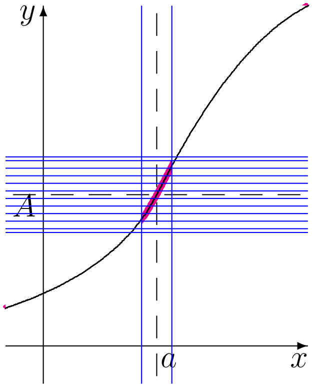
IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Для меньшего значения ε, возможно, придется уменьшить значение δ.



IV.3.2. Определение предела функции в точке

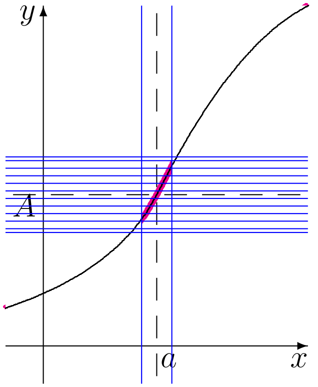
Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Зафиксируем произвольное значение $\varepsilon > 0$.

Для меньшего значения ε, возможно, придется уменьшить значение δ.

Важно, что необходимое значение δ найдется.



IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \; \Rightarrow \; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

Рассмотрим пример?

IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

С помощью **понятия окрестности** естественным образом определяются бесконечные пределы:

$$\lim_{x\to a} f(x) = \infty, \quad \lim_{x\to a} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x\to a} f(x) = +\infty...$$

IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при $x \to a$ (по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon. \qquad (6)$$

С помощью **понятия окрестности** естественным образом определяются и пределы в бесконечности:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = A, \quad \lim_{x \to -\infty} f(x) = A, \quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = A.$$

IV.3.2. Определение предела функции в точке

Определение 6. *Говорят, что число A является* **пределом функции** f *при* $x \to a$ *(по Коши), если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon. \tag{6}$$

Рассмотрим пример определений пределов в бесконечности и бесконечных пределов?

IV.4. Функции, бесконечно малые и бесконечно большие в точке

Определение 7. *Пусть a — это число, ∞, $+\infty$ или $-\infty$. Тогда*
1) функция f называется **бесконечно малой** *в точке a, если* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$;
2) функция f называется **бесконечно большой** *в точке a, если* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$.

IV.4.1. Сравнение бесконечно малых

Определение 8. *Пусть a — это число, ∞, $+\infty$ или $-\infty$. Если функции α и β являются* ***бесконечно малыми*** *в* ***окрестности*** *точки a, то α в* ***окрестности*** *точки a называется* **бесконечно малой более высокого порядка**, *чем β, если* $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0.$

IV.4.1. Сравнение бесконечно малых

Определение 8. *Пусть a — это число, ∞, $+\infty$ или $-\infty$. Если функции α и β являются* ***бесконечно малыми*** *в* ***окрестности*** *точки a, то α в* ***окрестности*** *точки a называется* **бесконечно малой более высокого порядка**, *чем β, если* $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=0$.

Определение 9. *Пусть a — это число, ∞, $+\infty$ или $-\infty$. Если функции α и β являются* ***бесконечно малыми*** *в* ***окрестности*** *точки a, то функции α и β называются* **эквивалентными в окрестности** *точки a, если α является бесконечно малой не менее высокого порядка, чем β, и β является бесконечно малой не менее высокого порядка, чем α.*

IV.4.1. Сравнение бесконечно малых

Определение 8. *Пусть* a *— это число,* ∞*,* $+\infty$ *или* $-\infty$*. Если функции* α *и* β *являются* ***бесконечно малыми*** *в* ***окрестности*** *точки* a*, то* α *в* ***окрестности*** *точки* a *называется* **бесконечно малой более высокого порядка***, чем* β*, если* $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=0$.

Тот факт, что α — бесконечно малая функция в окрестности точки a, большего порядка, чем β, записывают формулой $\alpha=o(\beta)$.

Тот факт, что α — бесконечно малая функция в окрестности точки a, не меньшего порядка, чем β, причём α и β, записывают формулой $\alpha=O(\beta)$.

IV.4.1. Сравнение бесконечно малых

Определение 8. *Пусть a — это число, ∞, $+\infty$ или $-\infty$. Если функции α и β являются* ***бесконечно малыми*** *в* ***окрестности*** *точки a, то α в* ***окрестности*** *точки a называется* **бесконечно малой более высокого порядка**, *чем β, если* $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$.

Тот факт, что α — бесконечно малая функция в окрестности точки a, большего порядка, чем β, записывают формулой $\alpha = o(\beta)$.

Тот факт, что α — бесконечно малая функция в окрестности точки a, не меньшего порядка, чем β, причём α и β, записывают формулой $\alpha = O(\beta)$.

Иными словами, бесконечно малые α и β **эквивалентны в окрестности** точки a, если $\alpha = O(\beta)$ и $\beta = O(\alpha)$.

IV.4.2. Сравнение бесконечно больших

Определение 8. *Пусть a — это число, ∞, $+\infty$ или $-\infty$. Если функции α и β являются* ***бесконечно малыми*** *в* ***окрестности*** *точки a, то α в* ***окрестности*** *точки a называется* **бесконечно малой более высокого порядка**, *чем β, если* $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$.

Определение 10. *Пусть a — это число, ∞, $+\infty$ или $-\infty$. Если функции α и β являются* ***бесконечно большими*** *в* ***окрестности*** *точки a, то α* ***окрестности*** *точки a называется* **бесконечно большой более высокого порядка**, *чем β, если* $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \infty$.

IV.4.3. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей

Определение 8. *Пусть a — это число, ∞, $+\infty$ или $-\infty$. Если функции α и β являются* ***бесконечно малыми*** *в* ***окрестности*** *точки a, то α в* ***окрестности*** *точки a называется* **бесконечно малой более высокого порядка**, *чем β, если* $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=0$.

Определение 10. *Пусть a — это число, ∞, $+\infty$ или $-\infty$. Если функции α и β являются* ***бесконечно большими*** *в* ***окрестности*** *точки a, то α* ***окрестности*** *точки a называется* **бесконечно большой более высокого порядка**, *чем β, если* $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\alpha(x)}{\beta(x)}=\infty$.

Эта же терминология применяется и для сравнения бесконечно малых последовательностей и бесконечно больших последовательностей.

IV.5. Свойства предела функции

Мы сформулируем их для предела функции в конечной точке.

IV.5.1. Свойство единственности предела

Утверждение IV.1. *Если не различать бесконечности со знаком и без знака, то функция f не может иметь два различных предела в точке a.*

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.2. Свойство линейности предела

Утверждение IV.2. *Если из трёх пределов* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)$, $\lim\limits_{x\to a} \big(f(x)+g(x)\big)$, *два предела существуют и конечны, то третий из них существует и конечен, причём для любых чисел* λ, μ

$$\lim_{x\to a} \big(\lambda f(x)+\mu g(x)\big) = \lambda \lim_{x\to a} f(x) + \mu \lim_{x\to a} g(x), \qquad (7)$$

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.3. Свойство предела произведения функций

Утверждение IV.3. *Если существуют и конечны пределы* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)$, *то предел* $\lim\limits_{x\to a} \big(f(x)\cdot g(x)\big)$ *существует и конечен, причём*

$$\lim_{x\to a} \big(f(x)\cdot g(x)\big) = \left(\lim_{x\to a} f(x)\right)\cdot\left(\lim_{x\to a} g(x)\right). \tag{8}$$

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.4. Свойство предела частного функций

Утверждение IV.4. *Если существуют и конечны пределы* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, $\lim\limits_{x\to a} g(x)$, *причём* $\lim\limits_{x\to a} g(x) \neq 0$, *то предел* $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ *существует и конечен, причём*

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}. \tag{9}$$

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.5. Свойство наследования неравенства

Утверждение IV.5. *Пусть a — это число,* $\pm\infty$ *или* ∞. *Если в некоторой* ***окрестности*** *элемента a выполняется неравенство* $f(x) \leqslant g(x)$ *и* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A \in \mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = B \in \mathbb{R}$, *то* $A \leqslant B$.
В частности, $a_n \leqslant b_n \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} a_n \leqslant \lim\limits_{n\to\infty} b_n$ *при условии, что эти пределы существуют и конечны.*

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.6. «Лемма о двух милиционерах»

Утверждение IV.6. *Если* $f(x) \leqslant g(x) \leqslant h(x)$, *причём* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} h(x) = A \in \mathbb{R}$, *то* $\lim\limits_{x\to a} g(x) = A$.

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.7. Первый замечательный предел

В качестве применения «леммы о двух милиционерах» рассмотрим так называемый «первый замечательный предел».

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1. \tag{11}$$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \tag{11}$$

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1. \qquad (11)$$

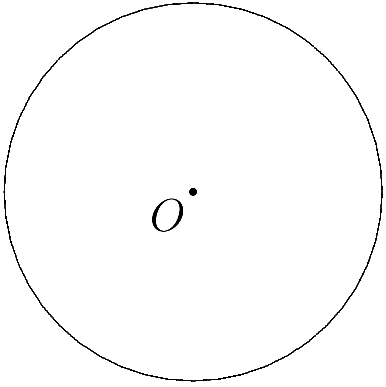
Доказательство.

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \tag{11}$$

Доказательство.

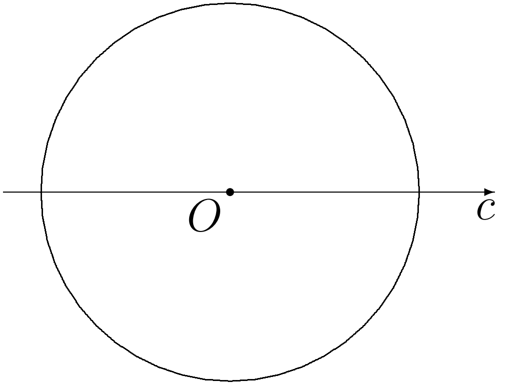


IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \tag{11}$$

Доказательство.

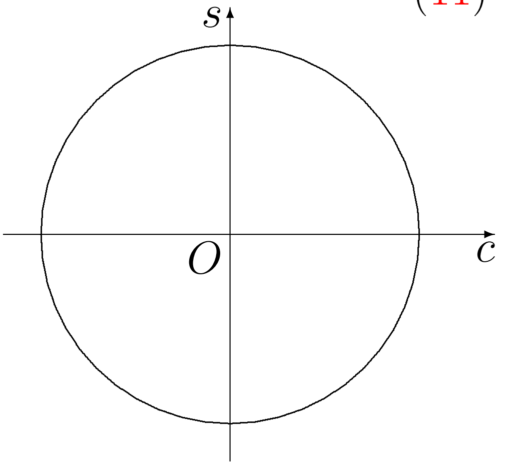


IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \qquad (11)$$

Доказательство.

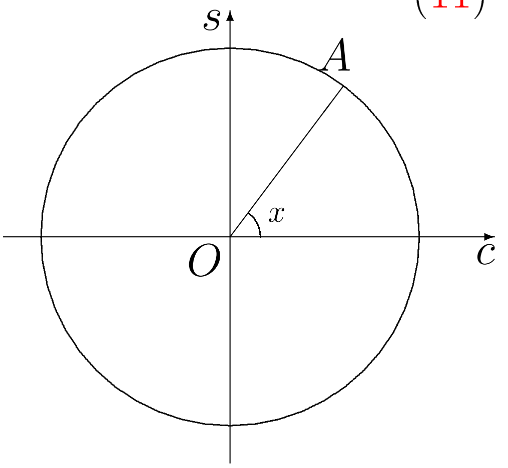


IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \qquad (11)$$

Доказательство.

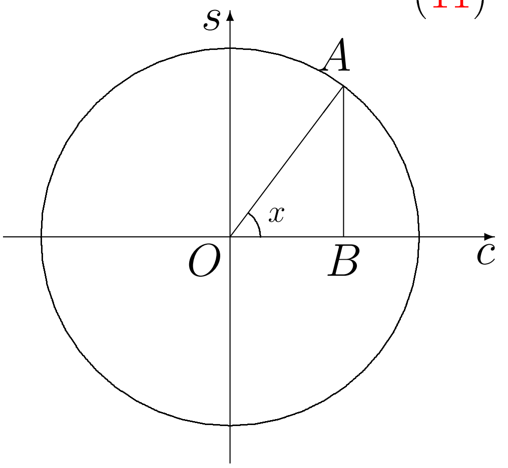


IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \qquad (11)$$

Доказательство.

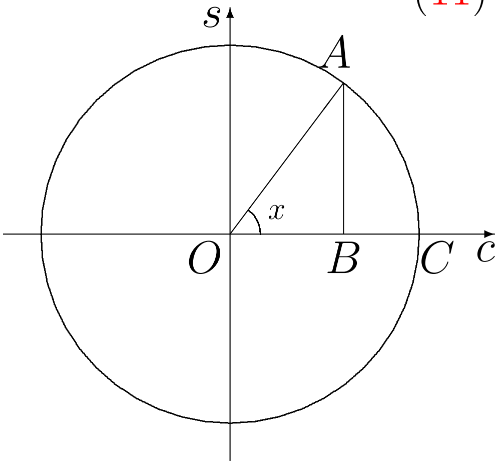


IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \tag{11}$$

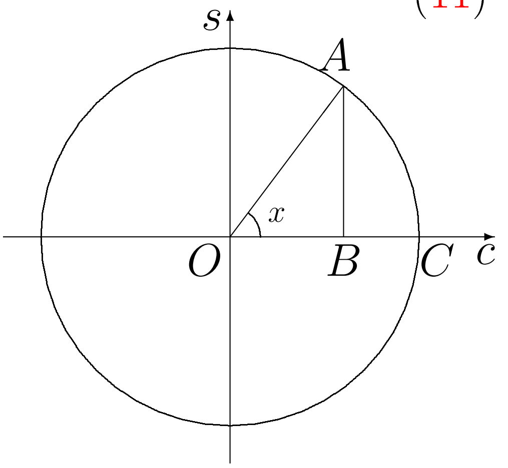
Доказательство.



IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \qquad (11)$$



Доказательство.

x

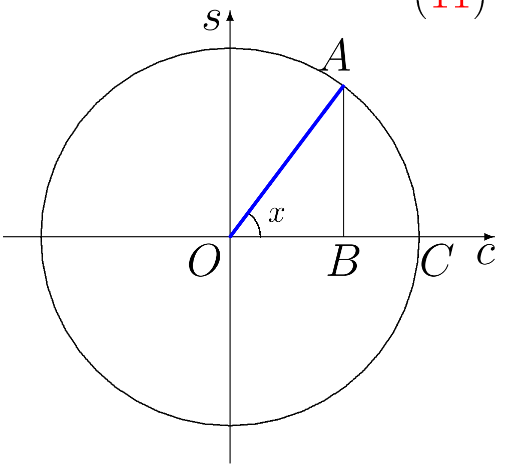
IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \qquad (11)$$

Доказательство.

x



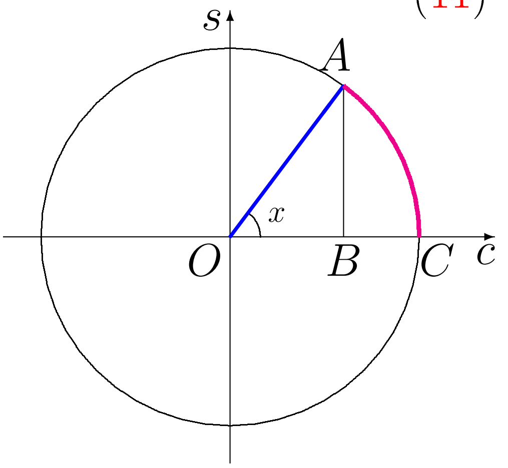
IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \tag{11}$$

Доказательство.

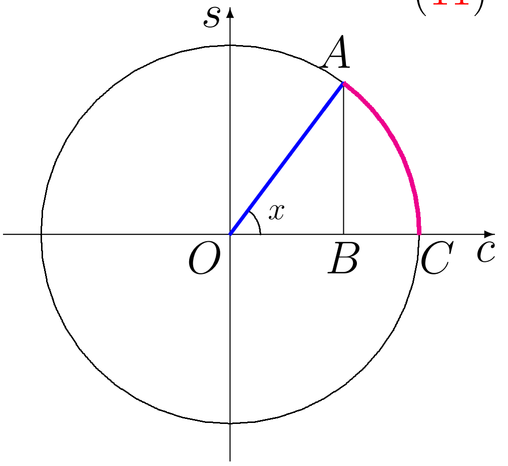
x



IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \qquad (11)$$



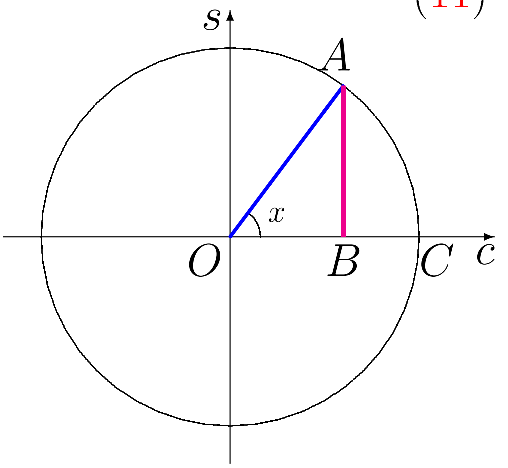
Доказательство.

$\sin x$ $\quad x$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \tag{11}$$



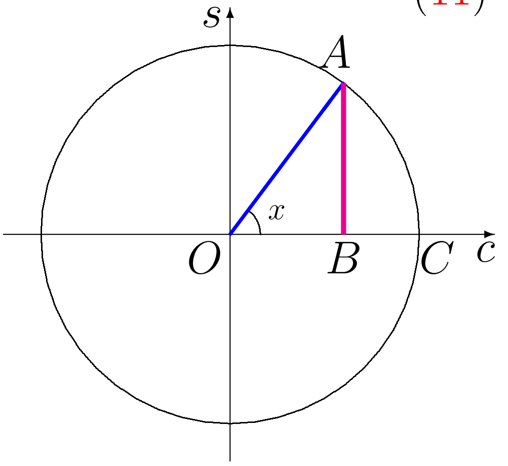
Доказательство.

$\sin x \quad x$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \tag{11}$$



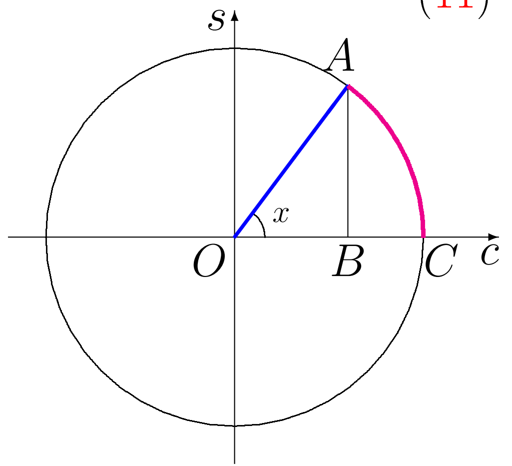
Доказательство.

$\sin x \leqslant x$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \qquad (11)$$



Доказательство.

$\sin x \leqslant x$

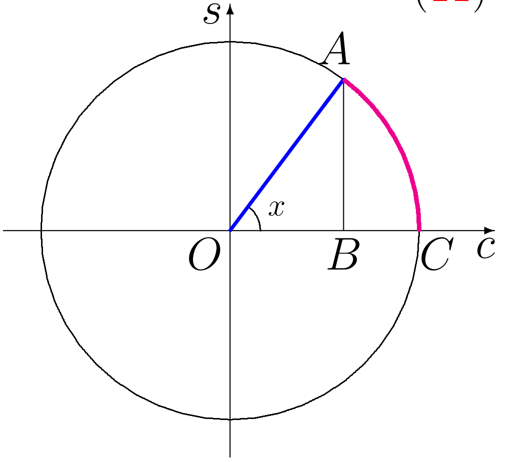
IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \tag{11}$$

Доказательство.

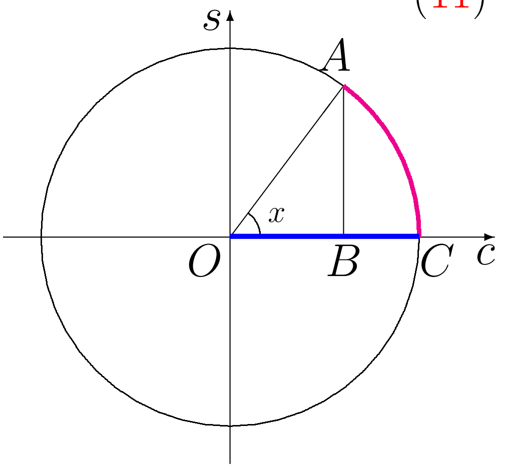
$\sin x \leqslant x \quad \operatorname{tg} x.$



IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \tag{11}$$

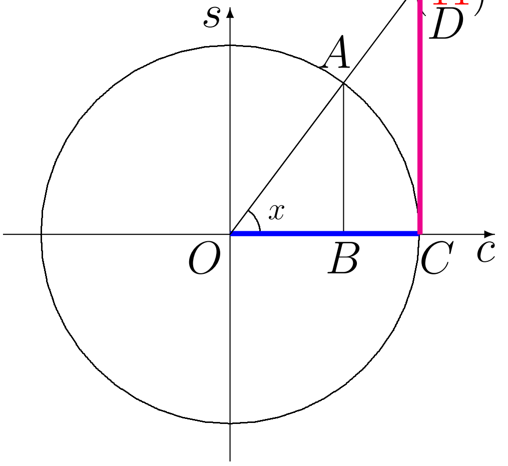


Доказательство.
$\sin x \leqslant x \quad \operatorname{tg} x.$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \qquad (11)$$

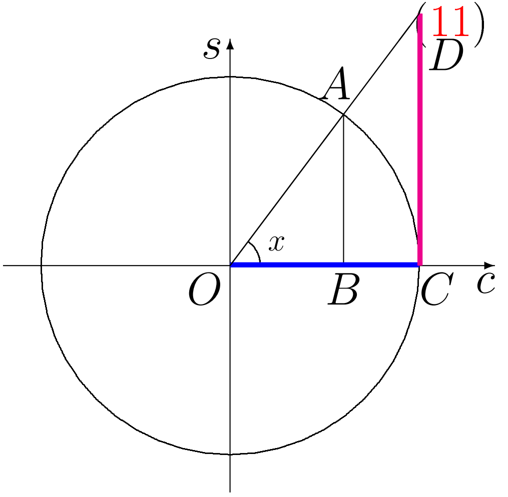


Доказательство.
$\sin x \leqslant x \quad \operatorname{tg} x.$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1.$$

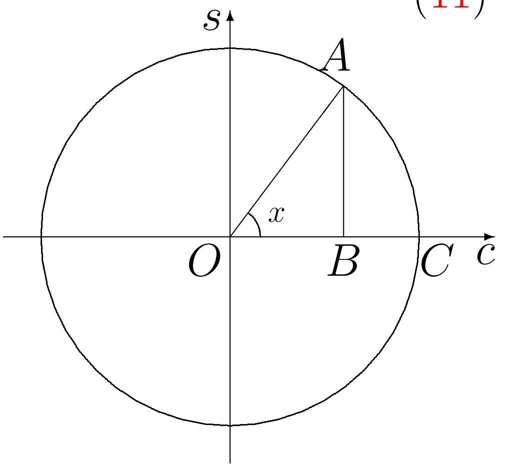


Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x.$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \qquad (11)$$



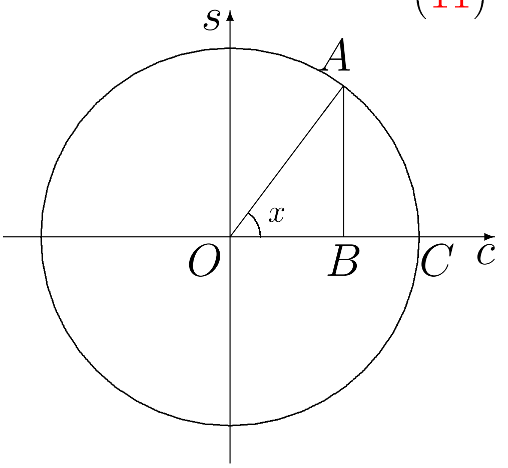
Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x.$

Поэтому

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1. \tag{11}$$



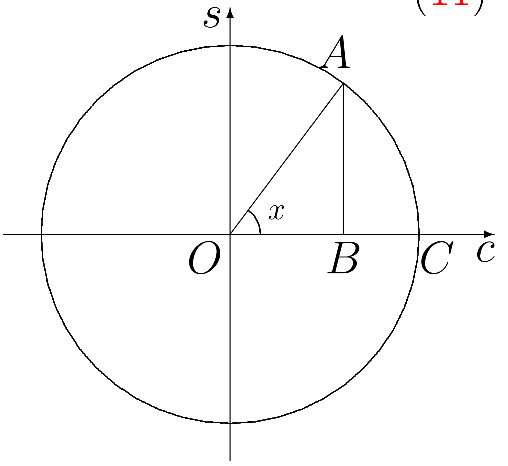
Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x$.

Поэтому $$\frac{\sin x}{x} \leqslant$$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \qquad (11)$$



Доказательство.

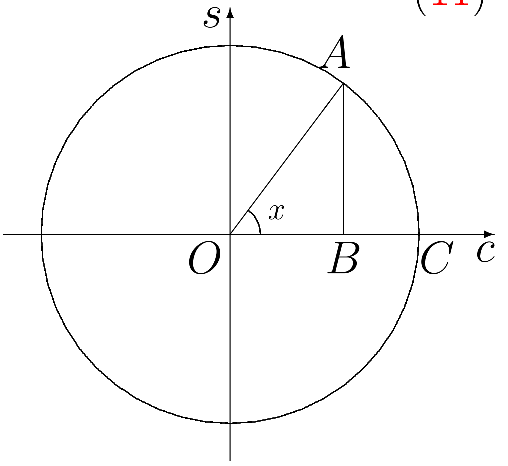
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x.$

Поэтому $\dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \qquad (11)$$



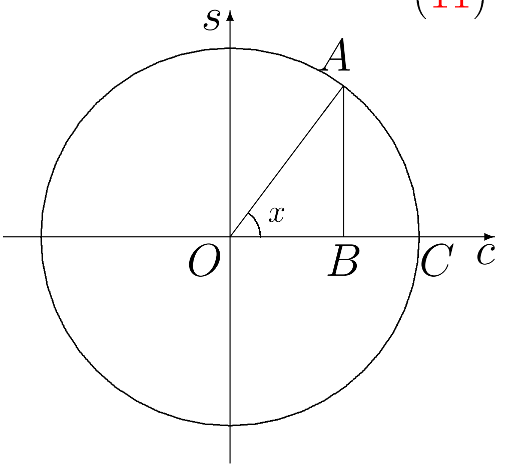
Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x$.

Поэтому
$$\frac{\sin x}{\operatorname{tg} x}\leqslant\frac{\sin x}{x}\leqslant\frac{\sin x}{\sin x}$$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \qquad (11)$$



Доказательство.

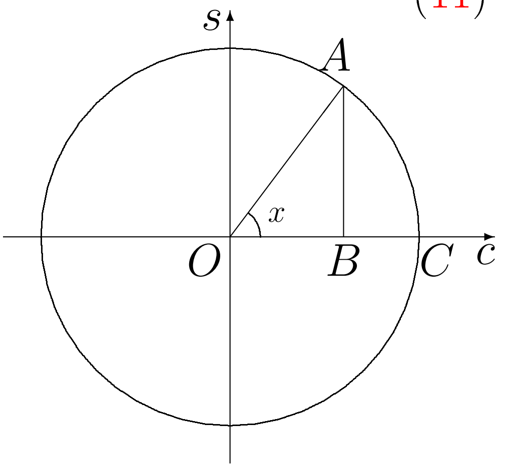
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x.$

Поэтому $=\dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x}\leqslant\dfrac{\sin x}{x}\leqslant\dfrac{\sin x}{\sin x}$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \qquad (11)$$



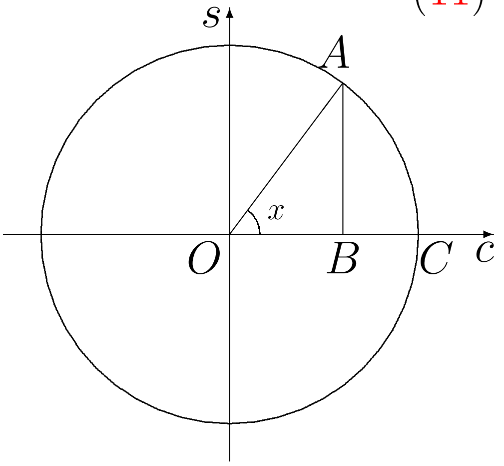
Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x$.

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x}$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \tag{11}$$



Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x$.

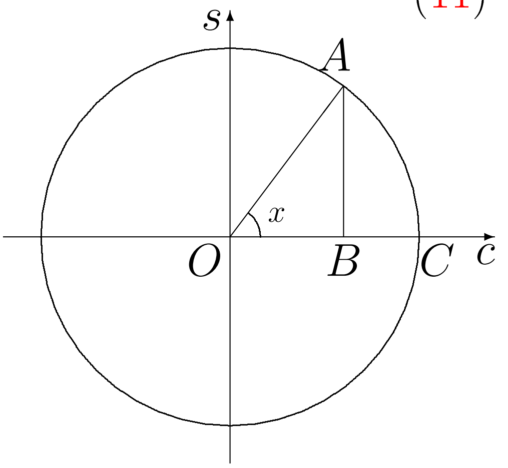
Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x} =$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \qquad (11)$$

Доказательство.



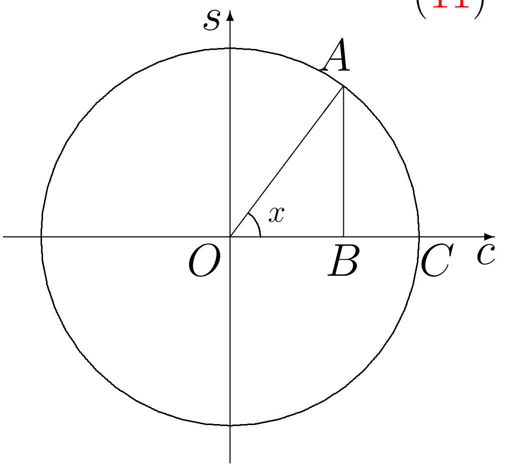
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x$.

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x} = 1$.

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \tag{11}$$



Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x$.

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x} = 1.$

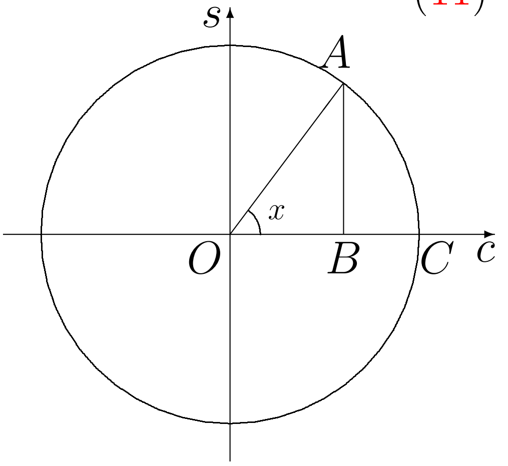
Нетрудно понять, что

$\lim\limits_{x\to 0}\cos x =$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \tag{11}$$



Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x$.

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x} = 1$.

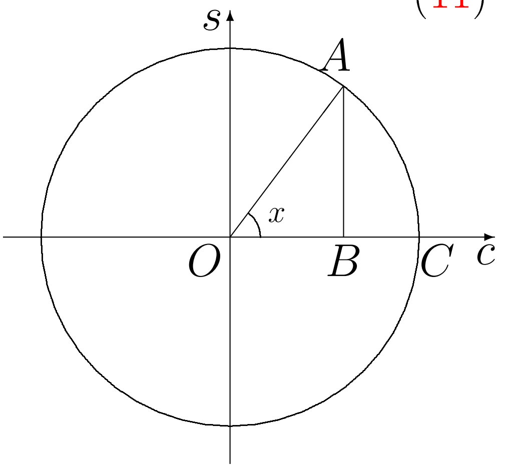
Нетрудно понять, что

$\lim\limits_{x\to 0}\cos x = 1$,

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \tag{11}$$



Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x$.

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x} = 1$.

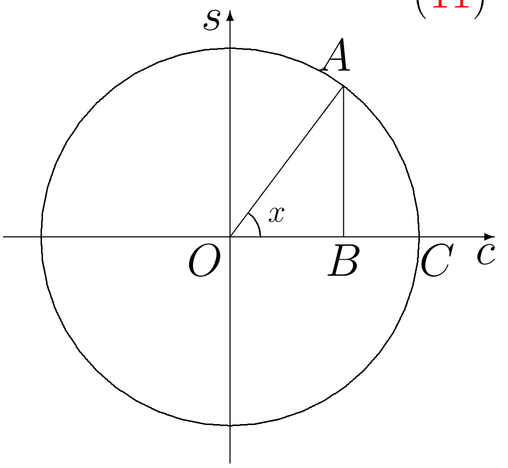
Нетрудно понять, что

$\lim\limits_{x\to 0}\cos x = 1, \quad \lim\limits_{x\to 0} 1 =$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \tag{11}$$



Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x.$

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x} = 1.$

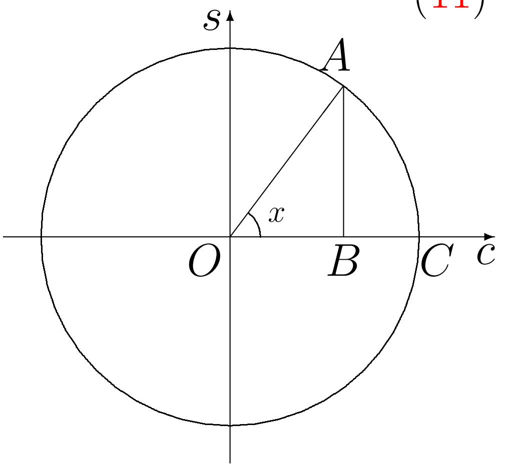
Нетрудно понять, что

$\lim\limits_{x\to 0}\cos x = 1, \quad \lim\limits_{x\to 0} 1 = 1.$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \tag{11}$$



Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x$.

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x} = 1.$

Нетрудно понять, что

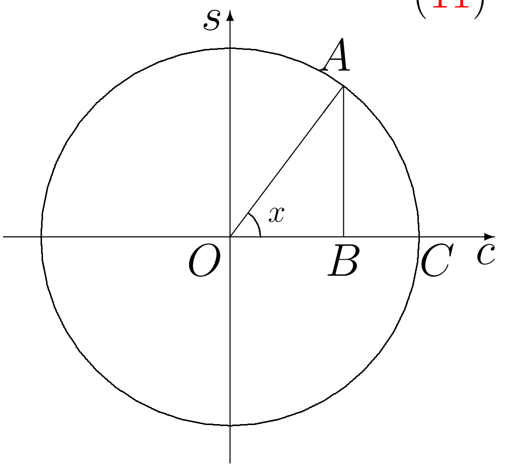
$\lim\limits_{x\to 0}\cos x = 1, \quad \lim\limits_{x\to 0} 1 = 1.$

Согласно **лемме о двух милиционерах**

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \qquad (11)$$



Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x.$

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x} = 1.$

Нетрудно понять, что

$\lim\limits_{x\to 0}\cos x = 1, \quad \lim\limits_{x\to 0} 1 = 1.$

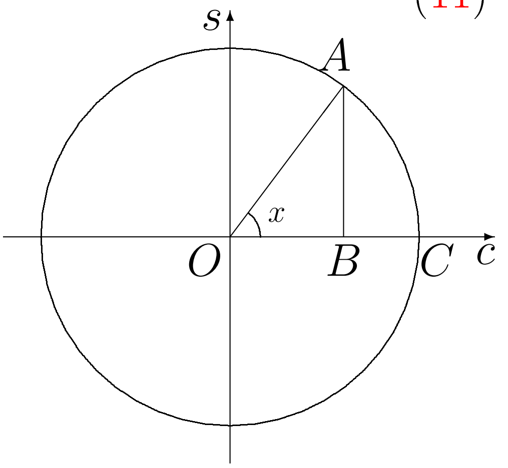
Согласно **лемме о двух милиционерах**

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x} =$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \tag{11}$$



Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x.$

Поэтому $\cos x=\dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x}\leqslant\dfrac{\sin x}{x}\leqslant\dfrac{\sin x}{\sin x}=1.$

Нетрудно понять, что

$\lim\limits_{x\to 0}\cos x=1,\quad \lim\limits_{x\to 0}1=1.$

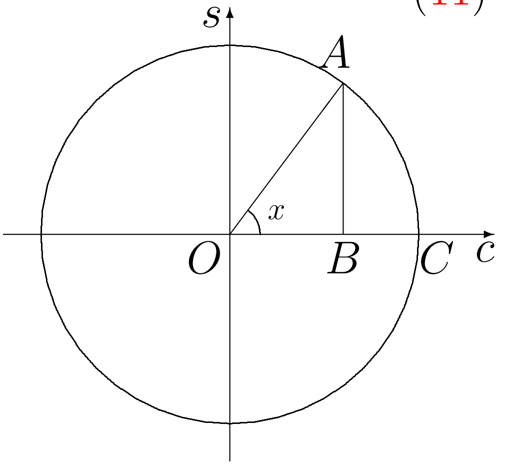
Согласно **лемме о двух милиционерах**

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\cos x=$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \qquad (11)$$



Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x$.

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x} = 1.$

Нетрудно понять, что

$$\lim_{x\to 0}\cos x = 1, \quad \lim_{x\to 0} 1 = 1.$$

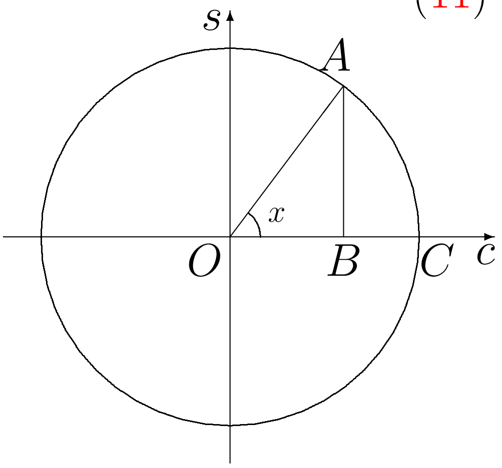
Согласно **лемме о двух милиционерах**

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = \lim_{x\to 0}\cos x = \lim_{x\to 0} 1 =$$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1. \tag{11}$$



Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x.$

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x} = 1.$

Нетрудно понять, что

$$\lim_{x\to 0}\cos x = 1, \quad \lim_{x\to 0} 1 = 1.$$

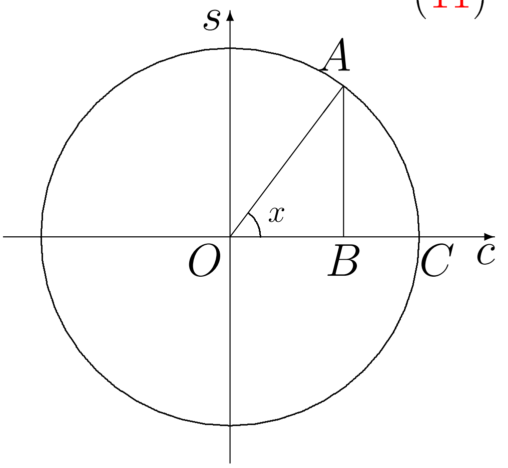
Согласно **леммe о двух милиционерах**

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = \lim_{x\to 0}\cos x = \lim_{x\to 0} 1 = 1.$$

IV.5.7. Первый замечательный предел

Теорема 1.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1. \qquad (11)$$



Доказательство.
$\sin x \leqslant x \leqslant \operatorname{tg} x.$

Поэтому $\cos x = \dfrac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \leqslant \dfrac{\sin x}{x} \leqslant \dfrac{\sin x}{\sin x} = 1.$

Нетрудно понять, что

$\lim\limits_{x\to 0}\cos x = 1, \quad \lim\limits_{x\to 0} 1 = 1.$

Согласно **леммe о двух милиционерах**

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = \lim_{x\to 0}\cos x = \lim_{x\to 0} 1 = 1.$$

Теорема доказана.

IV.5.8. Теорема Больцано-Вейерштрасса

Теорема 2. *Если последовательность* $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ *ограничена, т.е.*

$$\exists C > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad |a_n| \leqslant C, \tag{12}$$

то в ней можно выбрать сходящуюся подпоследовательность.

Слишком много слов естественного языка...

IV.5.8. Теорема Больцано-Вейерштрасса

Теорема 2. *Если* $\exists C > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad |a_n| \leqslant C$, *то* $\exists 1 \leq n_1 < n_2 < \ldots \qquad \exists A \quad \lim\limits_{m \to \infty} a_{n_m} = A$.

Как-то громоздко... Сформулируем на естественном языке, но более кратко...

IV.5.8. Теорема Больцано-Вейерштрасса

Теорема 2. *Из ограниченной последовательности всегда можно выбрать сходящуюся подпоследовательность.*

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.9. Критерий Коши сходимости последоват-ти

Теорема 3. *Равносильны утверждения* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$ *и*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n, m \in \mathbb{N} \ \left(m > n > N \ \Rightarrow \ |a_m - a_n| < \varepsilon\right). \quad (13)$$

Замечание. Последовательность, удовлетворяющая свойству (13), называется **сходящейся**.

IV.5.9. Критерий Коши сходимости последоват-ти

Теорема 3. *Равносильны утверждения* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$ *и*

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n, m \in \mathbb{N} \ (m > n > N \ \Rightarrow \ |a_m - a_n| < \varepsilon)\,. \quad (13)$$

Замечание. Последовательность, удовлетворяющая свойству (13), называется **сходящейся**.

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.10. Свойство предела функции, обратной к бесконечно малой

Утверждение IV.7. *Если функция f в окрестности точки a является* ***бесконечно малой*** *и не обращается в этой окрестности в 0 (кроме, быть может, точки a, то функция $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ в этой окрестности является* ***бесконечно большой****.*

Слишком много слов естественного языка...

IV.5.10. Свойство предела функции, обратной к бесконечно малой

Утверждение IV.7.

$$\left\{\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to a} f(x)=0,\\ \exists\sigma>0 \quad 0<|x-a|<\sigma \;\Rightarrow\; f(x)\neq 0\end{array}\right. \Rightarrow \quad \lim_{x\to a}\frac{1}{f(x)}=\infty. \quad (14)$$

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.11. Свойство предела функции, обратной к бесконечно большой

Утверждение IV.7.

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to a} f(x) = 0, \\ \exists \sigma > 0 \quad 0 < |x-a| < \sigma \ \Rightarrow \ f(x) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = \infty. \quad (14)$$

Утверждение IV.8. *Если функция f в окрестности точки a является* ***бесконечно большой****, то функция $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ в этой окрестности является* ***бесконечно малой****.*

Слишком много слов естественного языка...

IV.5.11. Свойство предела функции, обратной к бесконечно большой

Утверждение IV.7.

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to a} f(x) = 0, \\ \exists \sigma > 0 \quad 0 < |x-a| < \sigma \;\Rightarrow\; f(x) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = \infty. \quad (14)$$

Утверждение IV.8.

$$\lim_{x\to a} f(x) = \infty \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{1}{f(x)} = 0. \qquad (15)$$

Доказательство проводится аналогично доказательству свойства IV.7.

IV.5.12. Свойства предела произведения бесконечно малой на ограниченную

Утверждение IV.9. *Если в окрестности точки a функция f является* ***бесконечно малой****, а функция g —* ***ограниченной****, то в данной окрестности функция $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ является бесконечно малой.*

Слишком много слов естественного языка...

IV.5.12. Свойства предела произведения бесконечно малой на ограниченную

Утверждение IV.9. $\begin{cases} \lim\limits_{x\to a} f(x) = 0, \\ \exists M > 0\ \exists \sigma > 0 \quad |x-a| < \sigma \ \Rightarrow\ |g(x)| < M \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow\ \lim_{x\to a} \left(f(x)\cdot g(x)\right) = 0. \tag{16}$$

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.13. Свойство ограниченности функции, имеющей конечный предел

Утверждение IV.10. *Пусть a — это число, ∞, $-\infty$ или $+\infty$. Если функция в* ***окрестности*** *a имеет* ***конечный предел****, то f является* ***ограниченной*** *в этой окрестности. В частности, если последовательность сходится, то она ограничена.*

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.14. О пределе монотонной ограниченной последовательности

Утверждение IV.11. *Если последовательность* $\{a_n\}$ *неубывающая и ограничена сверху, то она сходится.*

Слишком много слов естественного языка...

IV.5.14. О пределе монотонной ограниченной последовательности

Утверждение IV.11.

$$\begin{cases} \forall n, m \quad n < m \ \Rightarrow \ a_n \leqslant a_m, \\ \exists M > 0 \quad \forall n \quad |a_n| \leqslant M \end{cases} \Rightarrow \quad \exists A \quad \lim_{n\to\infty} a_n = A. \qquad (17)$$

В данном случае математическая формализация оказалась более длинной и менее «прозрачной», понятной.

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.14. О пределе монотонной ограниченной последовательности

Утверждение IV.11.

$$\begin{cases} \forall n, m \quad n < m \;\Rightarrow\; a_n \leqslant a_m, \\ \exists M > 0 \quad \forall n \quad |a_n| \leqslant M \end{cases} \Rightarrow \quad \exists A \quad \lim_{n\to\infty} a_n = A. \qquad (17)$$

В данном случае математическая формализация оказалась более длинной и менее «прозрачной», понятной.

Но зато она упрощает поиск доказательства.

IV.5.14. О пределе монотонной ограниченной последовательности

Утверждение IV.11.

$$\begin{cases} \forall n, m \quad n < m \;\Rightarrow\; a_n \leqslant a_m, \\ \exists M > 0 \quad \forall n \quad |a_n| \leqslant M \end{cases} \Rightarrow \quad \exists A \quad \lim_{n\to\infty} a_n = A. \qquad (17)$$

Аналогично доказывается, что если последовательность $\{a_n\}$ невозрастающая и ограничена снизу (т.е. существует такое число m, что для всех номеров n выполняется неравенство $x_n \geq m$), то она сходится.

IV.5.15. Свойство суммы бесконечно большой функции и ограниченной функции

Утверждение IV.12. *Если функция f является* ***бесконечно большой*** *в окрестности точки a (где a может быть не только числом, но и бесконечностью), а функция g —* ***ограниченная*** *в* ***окрестности*** *точки a, то сумма последовательностей этих является бесконечно большой последовательностью.*

IV.5.15. Свойство суммы бесконечно большой функции и ограниченной функции

Утверждение IV.12. *Если функция f является **бесконечно большой** в окрестности точки a (где a может быть не только числом, но и бесконечностью), а функция g — **ограниченная** в **окрестности** точки a, то сумма последовательностей этих является бесконечно большой последовательностью.*

Это свойство нетрудно переформулировать для последовательности.

IV.5.15. Свойство суммы бесконечно большой функции и ограниченной функции

Утверждение IV.12. *Если функция f является* ***бесконечно большой*** *в окрестности точки a (где a может быть не только числом, но и бесконечностью), а функция g —* ***ограниченная*** *в* ***окрестности*** *точки a, то сумма последовательностей этих является бесконечно большой последовательностью.*

Утверждение IV.13. *Сумма* ***бесконечно большой*** *и ограниченной (в частности, сходящейся) последовательностей является бесконечно большой последовательностью.*

Доказательство.

IV.5.15. Свойство суммы бесконечно большой функции и ограниченной функции

Утверждение IV.12. *Если функция f является **бесконечно большой** в окрестности точки a (где a может быть не только числом, но и бесконечностью), а функция g — **ограниченная** в **окрестности** точки a, то сумма последовательностей этих является бесконечно большой последовательностью.*

Утверждение IV.13. *Сумма **бесконечно большой** и ограниченной (в частности, сходящейся) последовательностей является бесконечно большой последовательностью.*

Доказательство. Это очевидные следствия из определений.

IV.5.16. Свойство суммы бесконечно больших функций

Утверждение IV.14. *Сумма двух функций f и g, **бесконечно больших** в окрестности точки a (где a может быть не только числом, но и бесконечностью), причем в некоторой **окрестности** точки a эти функции имеют **одинаковый знак**, то их сумма является функцией, бесконечно большой в некоторой окрестности точки a и имеет в этой окрестности тот же знак, что и f, и g.*

IV.5.16. Свойство суммы бесконечно больших функций

Утверждение IV.14. *Сумма двух функций f и g, **бесконечно больших** в окрестности точки a (где a может быть не только числом, но и бесконечностью), причем в некоторой **окрестности** точки a эти функции имеют **одинаковый знак**, то их сумма является функцией, бесконечно большой в некоторой окрестности точки a и имеет в этой окрестности тот же знак, что и f, и g.*

Аналогичное свойство нетрудно переформулировать для последовательностей.

IV.5.16. Свойство суммы бесконечно больших функций

Утверждение IV.14. *Сумма двух функций f и g,* ***бесконечно больших*** *в окрестности точки a (где a может быть не только числом, но и бесконечностью), причем в некоторой* ***окрестности*** *точки a эти функции имеют* ***одинаковый знак****, то их сумма является функцией, бесконечно большой в некоторой окрестности точки a и имеет в этой окрестности тот же знак, что и f, и g.*

Утверждение IV.15. *Сумма двух* ***бесконечно больших последовательностей одинакового знака*** *является бесконечно большой последовательностью того же знака.*

Доказательство.

IV.5.16. Свойство суммы бесконечно больших функций

Утверждение IV.14. *Сумма двух функций f и g, **бесконечно больших** в окрестности точки a (где a может быть не только числом, но и бесконечностью), причем в некоторой **окрестности** точки a эти функции имеют **одинаковый знак**, то их сумма является функцией, бесконечно большой в некоторой окрестности точки a и имеет в этой окрестности тот же знак, что и f, и g.*

Утверждение IV.15. *Сумма двух **бесконечно больших последовательностей** **одинакового знака** является бесконечно большой последовательностью того же знака.*

Доказательство. Очевидное следствие из определений.

Напомним, что в математике слово «очевидно» является синонимом фразы «легко могу доказать».

IV.5.17. Свойство произведения бесконечно большой функций на функцию, имеющую ненулевой предел

Утверждение IV.16. *Произведение* ***бесконечно большой последовательности*** *и последовательности,* ***сходящейся к ненулевому числу,*** *является бесконечно большой последовательностью.*

Сначала мы привели формулировку для последовательностей.

IV.5.17. Свойство произведения бесконечно большой функций на функцию, имеющую ненулевой предел

Утверждение IV.16. *Произведение **бесконечно большой последовательности** и последовательности, **сходящейся к ненулевому числу,** является бесконечно большой последовательностью.*

Утверждение IV.17. *Произведение функции f **бесконечно большой** в окрестности точки a (где a может быть не только числом, но и бесконечностью) и такой функции g, что $\lim\limits_{x \to a} g(x) = B \neq 0$, является функцией, **бесконечно большой** в окрестности точки a.*

Перейдем к следующему свойству или к доказательству?

IV.5.17. Свойство произведения бесконечно большой функций на функцию, имеющую ненулевой предел

Утверждение IV.16. *Произведение* ***бесконечно большой последовательности*** *и последовательности,* ***сходящейся к ненулевому числу,*** *является бесконечно большой последовательностью.*

Утверждение IV.17. *Произведение функции f* ***бесконечно большой*** *в окрестности точки a (где a может быть не только числом, но и бесконечностью) и такой функции g, что $\lim\limits_{x\to a} g(x) = B \neq 0$, является функцией,* ***бесконечно большой*** *в окрестности точки a.*

Докажем это свойство только для последовательностей.

IV.5.17. Свойство произведения бесконечно большой функций на функцию, имеющую ненулевой предел

Утверждение IV.16. *Произведение* ***бесконечно большой последовательности*** *и последовательности,* ***сходящейся к ненулевому числу,*** *является бесконечно большой последовательностью.*

Доказательство. Перепишем условие с «бла-бла-наречия» на математический язык.

IV.5.18. Свойство произведения двух бесконечно больших функций

Утверждение IV.18. *Произведение двух функций, **бесконечно больших** в окрестности точки a, является функцией, **бесконечно большой** в окрестности точки a.*

Слишком много слов естественного языка...

IV.5.18. Свойство произведения двух бесконечно больших функций

Утверждение IV.18.

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty, \\ \lim\limits_{x\to a} g(x) = \infty \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} f(x)\cdot g(x) = \infty. \tag{18}$$

Доказательство.

IV.5.18. Свойство произведения двух бесконечно больших функций

Утверждение IV.18.

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty, \\ \lim\limits_{x\to a} g(x) = \infty \end{cases} \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} f(x)\cdot g(x) = \infty. \qquad (18)$$

Доказательство. Утверждение следует непосредственно из определений. Докажите самостоятельно.

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0$$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0$$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x$$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta$$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow$$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a + 0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.
$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$

или о **левостороннем** пределе функции в точке a:
$\lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $f(a-0)$, т.е.

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$

или о **левостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $f(a-0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a + 0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$

или о **левостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $f(a - 0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$

или о **левостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $f(a-0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$

или о **левостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $f(a-0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

или о **левостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $f(a-0)$, т.е.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad -\delta < x - a < 0$$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$

или о **левостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $f(a-0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad -\delta < x - a < 0$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$

или о **левостороннем** пределе функции в точке a: $\lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $f(a-0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad -\delta < x - a < 0 \Rightarrow$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$

или о **левостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $f(a-0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad -\delta < x - a < 0 \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$

IV.6. Односторонние пределы

Иногда в задачах, требующих применения теории пределов, в **определении предела**:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

рассматриваются только $x > a$ или $x < a$, т.е. вместо **окрестности** точки a рассматриваются **левая** или **правая полуокрестности**.

Тогда говорят о **правостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ или $f(a+0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$

или о **левостороннем** пределе функции в точке a:

$\lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $f(a-0)$, т.е.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad -\delta < x - a < 0 \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$

Аналогично определяются бесконечные правосторонний и левосторонний пределы.

IV.6. Односторонние пределы

Понятно, что в концевых точках промежутка X предел функции с такой областью определения автоматически становится односторонним (правым или левым – в зависимости от того, правым или левым концом промежутка является эта точка).

IV.6. Односторонние пределы

Понятно, что в концевых точках промежутка X предел функции с такой областью определения автоматически становится односторонним (правым или левым – в зависимости от того, правым или левым концом промежутка является эта точка).

Поэтому о существовании обоих односторонних пределов имеет смысл говорить для внутренних точек промежутка.

IV.7. Теорема о связи между пределом и односторонними пределами

Теорема 4. *Для существования* ***предела функции в точке*** *необходимо и достаточно, чтобы существовали и были равны между собой* ***односторонние пределы функции*** *в этой точке.*

Доказательство.

IV.7. Теорема о связи между пределом и односторонними пределами

Теорема 4. *Для существования* ***предела функции в точке*** *необходимо и достаточно, чтобы существовали и были равны между собой* ***односторонние пределы функции*** *в этой точке.*

Доказательство. Очевидное следствие из определений и свойств модуля числа.

IV.8. Непрерывность функции

Наиболее интересными для изучения являются случаи, в каком-либо смысле «экстремальными», см. **стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.**

IV.8. Непрерывность функции

Наиболее интересными для изучения являются случаи, в каком-либо смысле «экстремальными», см. **стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.**

С этой точки зрения естественно рассмотреть случай

$$\lim_{x \to a} f(x) = \ldots$$

IV.8. Непрерывность функции

Наиболее интересными для изучения являются случаи, в каком-либо смысле «экстремальными», см. **стратегию приоритетного изучения «экстремальных» ситуаций.**

С этой точки зрения естественно рассмотреть случай

$$\lim_{x \to a} f(x) = f(a).$$

IV.8.1. Непрерывность функции в точке

Определение 11. *Функция* f *называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \quad (19)$$

IV.8.2. Непрерывность линейной комбинации

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \quad (19)$$

Теорема 5. *Если функции f и g непрерывны в точке a, то для любых чисел α, β функция $h(x) = \alpha f(x) + \beta g(x)$ непрерывна в точке a.*

Доказательство.

IV.8.2. Непрерывность линейной комбинации

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \quad (19)$$

Теорема 5. *Если функции f и g непрерывны в точке a, то для любых чисел α, β функция $h(x) = \alpha f(x) + \beta g(x)$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Это непосредственное следствие из **свойств предела.**

IV.8.3. Непрерывность произведения функций

Определение 11. *Функция* f *называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \quad (19)$$

Теорема 6. *Если функции* f *и* g *непрерывны в точке* a, *то функция* $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ *непрерывна в точке* a.

Доказательство.

IV.8.3. Непрерывность произведения функций

Определение 11. *Функция* f *называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \quad (19)$$

Теорема 6. *Если функции* f *и* g *непрерывны в точке* a, *то функция* $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ *непрерывна в точке* a.

Доказательство. Это непосредственное следствие из **свойств предела.**

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \qquad (19)$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство.

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \tag{19}$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Утверждение нетрудно доказать, переформулировав его на «языке равенств»:

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \qquad (19)$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Утверждение нетрудно доказать, переформулировав его на «языке равенств»:

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \Rightarrow$$

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x-a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \qquad (19)$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Утверждение нетрудно доказать, переформулировав его на «языке равенств»:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to a} \\ \\ \end{cases} \qquad \Rightarrow$$

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \tag{19}$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Утверждение нетрудно доказать, переформулировав его на «языке равенств»:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} f(x) = \\ \\ \end{array} \right. \qquad \Rightarrow$$

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \qquad (19)$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Утверждение нетрудно доказать, переформулировав его на «языке равенств»:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a), \\ \\ \end{cases} \Rightarrow$$

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \quad (19)$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Утверждение нетрудно доказать, переформулировав его на «языке равенств»:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a), \\ \lim\limits_{y \to f(a)} \end{cases} \Rightarrow$$

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \qquad (19)$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Утверждение нетрудно доказать, переформулировав его на «языке равенств»:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a), \\ \lim\limits_{y\to f(a)} g(y) = \end{cases} \qquad \Rightarrow$$

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \qquad (19)$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Утверждение нетрудно доказать, переформулировав его на «языке равенств»:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a), \\ \lim\limits_{y\to f(a)} g(y) = g(f(a)), \end{cases} \Rightarrow$$

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \quad (19)$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Утверждение нетрудно доказать, переформулировав его на «языке равенств»:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a), \\ \lim\limits_{y \to f(a)} g(y) = g(f(a)), \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \to a}$$

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \quad (19)$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Утверждение нетрудно доказать, переформулировав его на «языке равенств»:

$$\begin{cases} \lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a), \\ \lim\limits_{y \to f(a)} g(y) = g(f(a)), \end{cases} \Rightarrow \lim\limits_{x \to a} g(f(x)) =$$

IV.8.4. Непрерывность суперпозиции

Определение 11. *Функция f называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \qquad (19)$$

Теорема 7. *Если функция $f(x)$ непрерывна в точке a, а функция $g(y)$ непрерывна в точке $f(a)$, то* ***суперпозиция*** *этих функций $h(x) = g(f(x))$ непрерывна в точке a.*

Доказательство. Утверждение нетрудно доказать, переформулировав его на «языке равенств»:

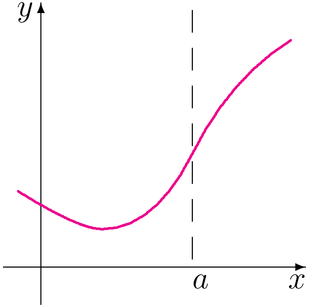
$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a), \\ \lim\limits_{y\to f(a)} g(y) = g(f(a)), \end{cases} \;\Rightarrow\; \lim\limits_{x\to a} g(f(x)) = g(f(a)).$$

IV.9. Классификация точек разрыва функции

В случае, когда для $a \in \mathbb{R}$ имеет место неравенство $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq f(a)$, число a называется **точкой разрыва.**

IV.9. Классификация точек разрыва функции

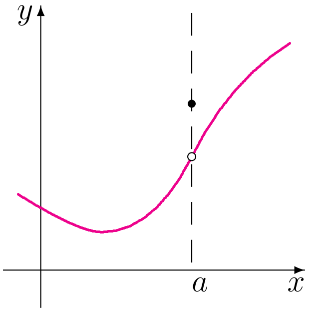
В случае, когда для $a \in \mathbb{R}$ имеет место неравенство $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq f(a)$, число a называется **точкой разрыва.**



На рис. изображен график функции, непрерывной в точке a.

IV.9. Классификация точек разрыва функции

В случае, когда для $a \in \mathbb{R}$ имеет место неравенство $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq f(a)$, число a называется **точкой разрыва.**

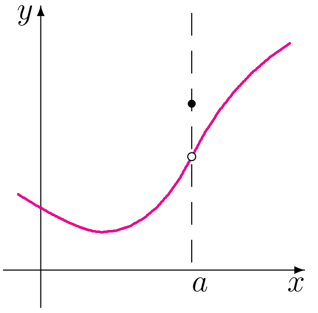


Теперь в точке a наблюдается разрыв.

IV.9. Классификация точек разрыва функции

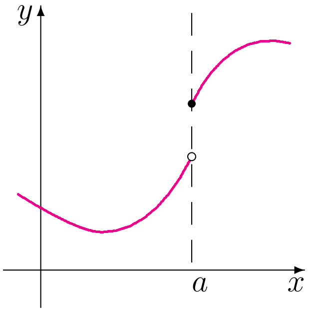
В случае, когда для $a \in \mathbb{R}$ имеет место неравенство $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq f(a)$, число a называется **точкой разрыва.**

Если $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq f(a)$, то a называется **точкой устранимого разрыва.**



IV.9. Классификация точек разрыва функции

В случае, когда для $a \in \mathbb{R}$ имеет место неравенство $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$, число a называется **точкой разрыва.**

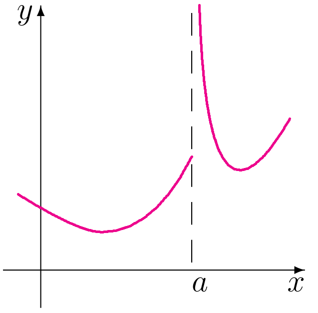


Если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$, то a называется **точкой устранимого разрыва.**

Если $\lim\limits_{x\to a-0} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = B \in \mathbb{R}$, причем $A \neq B$, то a называется **точкой разрыва первого рода.**

IV.9. Классификация точек разрыва функции

В случае, когда для $a \in \mathbb{R}$ имеет место неравенство $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$, число a называется **точкой разрыва.**



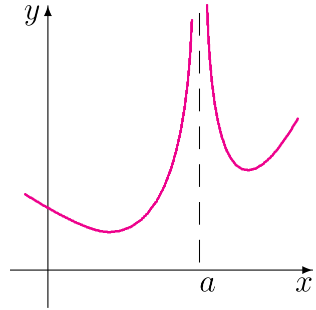
Если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$, то a называется **точкой устранимого разрыва.**

Если $\lim\limits_{x\to a-0} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = B \in \mathbb{R}$, причем $A \neq B$, то a называется **точкой разрыва первого рода.**

Если хотя бы один из пределов $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)$ или $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)$ не является числом или не существует, то a называется **точкой разрыва второго рода.**

IV.9. Классификация точек разрыва функции

В случае, когда для $a \in \mathbb{R}$ имеет место неравенство $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$, число a называется **точкой разрыва.**



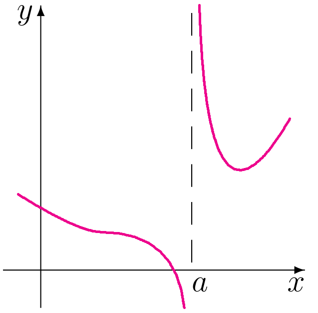
Если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$, то a называется **точкой устранимого разрыва.**

Если $\lim\limits_{x\to a-0} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = B \in \mathbb{R}$, причем $A \neq B$, то a называется **точкой разрыва первого рода.**

Если хотя бы один из пределов $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)$ или $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)$ не является числом или не существует, то a называется **точкой разрыва второго рода.**

IV.9. Классификация точек разрыва функции

В случае, когда для $a \in \mathbb{R}$ имеет место неравенство $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$, число a называется **точкой разрыва.**



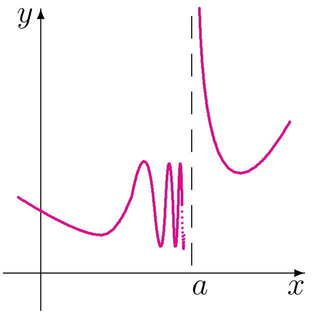
Если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$, то a называется **точкой устранимого разрыва.**

Если $\lim\limits_{x\to a-0} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = B \in \mathbb{R}$, причем $A \neq B$, то a называется **точкой разрыва первого рода.**

Если хотя бы один из пределов $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)$ или $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)$ не является числом или не существует, то a называется **точкой разрыва второго рода.**

IV.9. Классификация точек разрыва функции

В случае, когда для $a \in \mathbb{R}$ имеет место неравенство $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq f(a)$, число a называется **точкой разрыва.**



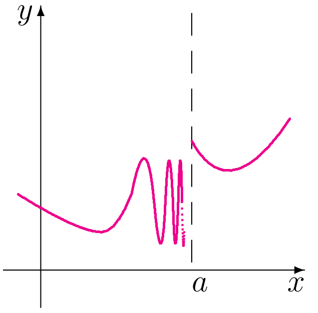
Если $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq f(a)$, то a называется **точкой устранимого разрыва.**

Если $\lim\limits_{x \to a-0} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = B \in \mathbb{R}$, причем $A \neq B$, то a называется **точкой разрыва первого рода.**

Если хотя бы один из пределов $\lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ или $\lim\limits_{x \to a+0} f(x)$ не является числом или не существует, то a называется **точкой разрыва второго рода.**

IV.9. Классификация точек разрыва функции

В случае, когда для $a \in \mathbb{R}$ имеет место неравенство $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$, число a называется **точкой разрыва.**



Если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$, то a называется **точкой устранимого разрыва.**

Если $\lim\limits_{x\to a-0} f(x) = A \in \mathbb{R}$ и $\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = B \in \mathbb{R}$, причем $A \neq B$, то a называется **точкой разрыва первого рода.**

Если хотя бы один из пределов $\lim\limits_{x\to a-0} f(x)$ или $\lim\limits_{x\to a+0} f(x)$ не является числом или не существует, то a называется **точкой разрыва второго рода.**

IV.10. Непрерывность функции на множестве

Определение 11. *Функция* f *называется* **непрерывной в точке** $a \in \mathbb{R}$ *тогда и только тогда, когда* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$, *т.е.*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon. \quad (19)$$

Определение 12. *Функция* f *называется* **непрерывной в на множестве** $M \subseteq D(f)$, *если она непрерывна в любой точке из этого множества:*

$$\forall a \in M \quad \lim_{x \to a} f(x) = f(a). \tag{20}$$

IV.10.1. Первая теорема Вейерштрасса

Теорема 8. *Если функция* $f(x)$ *непрерывна на отрезке* $[a, b]$, *то она ограничена на этом отрезке, т.е. существует такое число* $C > 0$, *что* $\forall x \in [a, b] \quad |f(x)| \leqslant C$.

Доказательство.

IV.10.2. Вторая теорема Вейерштрасса

Теорема 9. *Если функция* $f(x)$ *непрерывна на отрезке* $[a, b]$, *то она достигает на этом отрезке своего наибольшего значения* M *и наименьшего значения* m, *т.е. существуют точки* $\alpha, \beta \in [a, b]$ *такие, что* $\quad \forall x \in [a, b] \quad m = f(\alpha) \leqslant f(x) \leqslant f(\beta) = M.$

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассужде-
ний, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

Почему «общность рассуждений» не теряется?

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассужде-
ний, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

Почему «общность рассуждений» не теряется?

В противном случае вместо функции $y = f(x)$ можно рассмотреть бы $g(x) = -f(x)$, и

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

Почему «общность рассуждений» не теряется?

В противном случае вместо функции $y = f(x)$ можно рассмотреть бы $g(x) = -f(x)$, и воспользоваться тем, что утверждение $g(x) = 0$ равносильно утверждению $f(x) = 0$.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

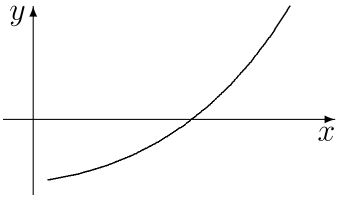
Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

Применим метод дихотомии — постепенного «деления пополам».

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

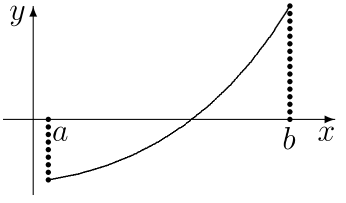


Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

Применим метод дихотомии — постепенного «деления пополам».

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*



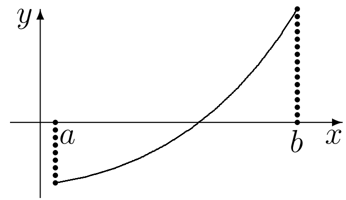
Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

Применим метод дихотомии — постепенного «деления пополам».

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.
Применим метод дихотомии.

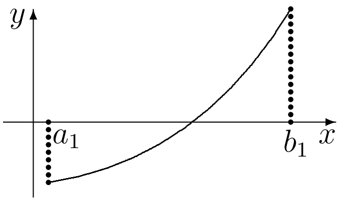


Введём обозначения: $a_1 = a, \quad b_1 = b.$

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a,b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi)=0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a)<0<f(b)$.
Применим метод дихотомии.



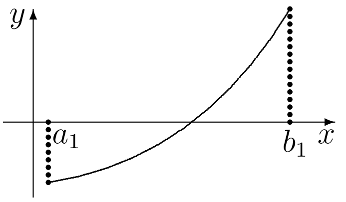
Введём обозначения: $a_1 = a, \quad b_1 = b.$

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

Применим метод дихотомии.



Введём обозначения: $a_1 = a, \quad b_1 = b.$

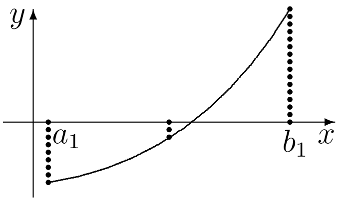
Если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) = 0$, то теорема доказана.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a,b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi)=0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a)<0<f(b)$.

Применим метод дихотомии.



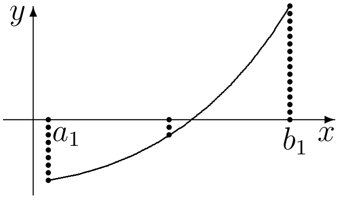
Введём обозначения: $a_1=a, \quad b_1=b.$

Если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)=0$, то теорема доказана.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.
Применим метод дихотомии.



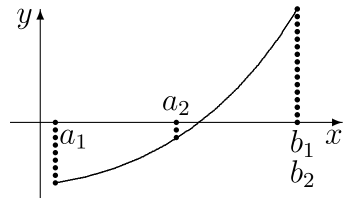
Введём обозначения: $a_1 = a, \quad b_1 = b.$

Если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) < 0$ положим $a_2 = \dfrac{a+b}{2},\ b_2 = b_1$ а если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) > 0$ положим $a_2 = a_1,\ b_2 = \dfrac{a+b}{2}$.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.
Применим метод дихотомии.



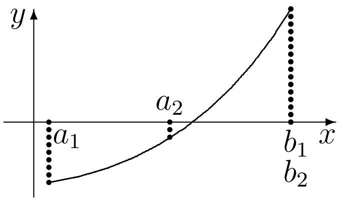
Введём обозначения: $a_1 = a, \quad b_1 = b$.

Если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) < 0$ положим $a_2 = \dfrac{a+b}{2}$, $b_2 = b_1$ а если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) > 0$ положим $a_2 = a_1$, $b_2 = \dfrac{a+b}{2}$.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.
Применим метод дихотомии.



Введём обозначения: $a_1 = a, \quad b_1 = b.$

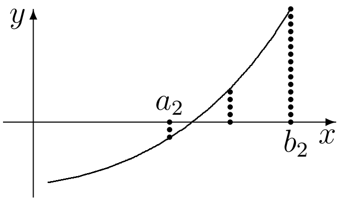
Если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) < 0$ положим $a_2 = \dfrac{a+b}{2}$, $b_2 = b_1$ а если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) > 0$ положим $a_2 = a_1$, $b_2 = \dfrac{a+b}{2}$.

Продолжим этот процесс.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.
Применим метод дихотомии.



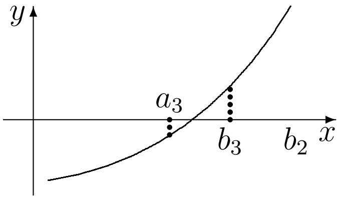
Введём обозначения: $a_1 = a, \quad b_1 = b$.

Если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) < 0$ положим $a_2 = \dfrac{a+b}{2}$, $b_2 = b_1$ а если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) > 0$ положим $a_2 = a_1$, $b_2 = \dfrac{a+b}{2}$.

Продолжим этот процесс.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*



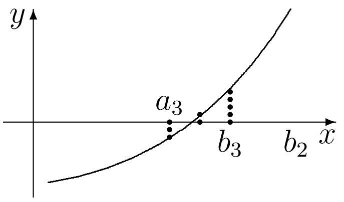
Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.
Применим метод дихотомии.

Введём обозначения: $a_1 = a, \quad b_1 = b.$
Если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) < 0$ положим $a_2 = \dfrac{a+b}{2}$, $b_2 = b_1$ а если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) > 0$ положим $a_2 = a_1$, $b_2 = \dfrac{a+b}{2}$.
Продолжим этот процесс.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.
Применим метод дихотомии.



Введём обозначения: $a_1 = a, \quad b_1 = b.$

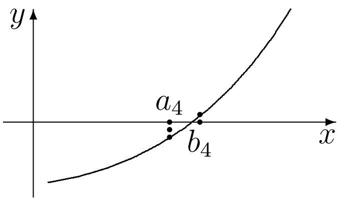
Если $f\left(\frac{a+b}{2}\right) < 0$ положим $a_2 = \frac{a+b}{2}$, $b_2 = b_1$ а если $f\left(\frac{a+b}{2}\right) > 0$ положим $a_2 = a_1$, $b_2 = \frac{a+b}{2}$.

Продолжим этот процесс.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a,b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi)=0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a)<0<f(b)$.
Применим метод дихотомии.



Введём обозначения: $a_1=a, \quad b_1=b.$

Если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)<0$ положим $a_2=\dfrac{a+b}{2},\ b_2=b_1$ а если $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)>0$ положим $a_2=a_1,\ b_2=\dfrac{a+b}{2}.$

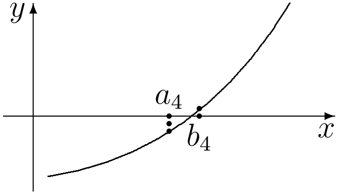
Продолжим этот процесс.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

Применим метод дихотомии.

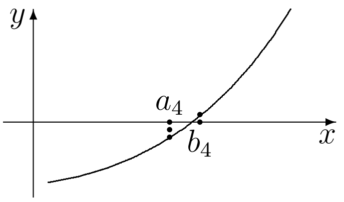


Получили монотонно возрастающую последовательность $\{a_n\}_1^{\infty}$ и монотонно убывающую последовательность $\{b_n\}_1^{\infty}$.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

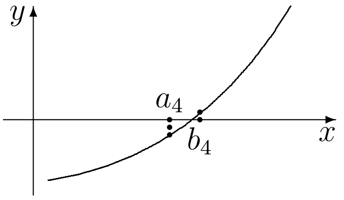
Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.
Применим метод дихотомии.



Получили монотонно возрастающую последовательность $\{a_n\}_1^\infty$ и монотонно убывающую последовательность $\{b_n\}_1^\infty$.
Значит, у этих последовательностей есть предел, причем один и тот же, так как $\lim\limits_{n\to\infty}(b_n - a_n) = 0$.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*



Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} b_n = \xi \in [a;\ b]$.

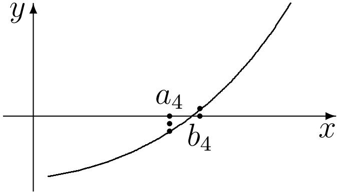
Получили монотонно возрастающую последовательность $\{a_n\}_1^\infty$ и монотонно убывающую последовательность $\{b_n\}_1^\infty$.

Значит, у этих последовательностей есть предел, причем один и тот же, так как $\lim\limits_{n\to\infty} (b_n - a_n) = 0$.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

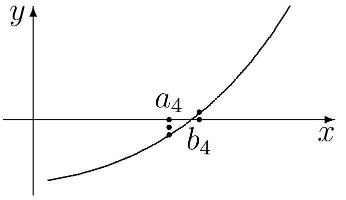


Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} b_n = \xi \in [a;\ b]$.

$$= f(\xi) =$$

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*



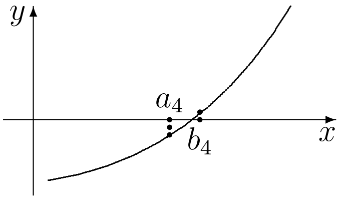
Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} b_n = \xi \in [a;\ b]$.

$$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = f(\xi) =$$

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a,b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi)=0$.*



Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a)<0<f(b)$.

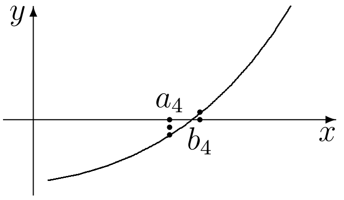
Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} b_n = \xi \in [a;\ b]$.

$$\lim_{n\to\infty} f(a_n) = f(\xi) = \lim_{n\to\infty} f(b_n)$$

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

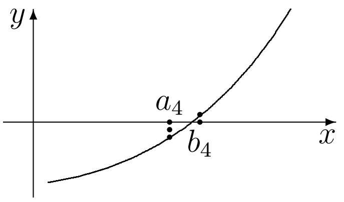


Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} b_n = \xi \in [a;\ b]$.

$$0 \geqslant \lim_{n\to\infty} f(a_n) = f(\xi) = \lim_{n\to\infty} f(b_n)$$

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*



Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.

Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} b_n = \xi \in [a;\ b]$.

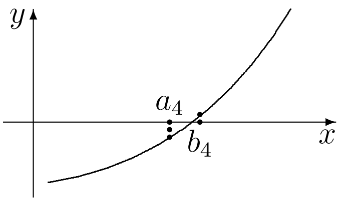
$$0 \geqslant \lim_{n\to\infty} f(a_n) = f(\xi) = \lim_{n\to\infty} f(b_n) \geqslant 0.$$

Следовательно, $f(\xi) = 0$.

IV.10.3. Теорема о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке

Теорема 10. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$ и на концах отрезка принимает ненулевые значения разных знаков, то на интервале (a, b) найдется по крайней мере одна точка ξ в которой $f(\xi) = 0$.*

Доказательство. Не теряя общности рассуждений, можно считать, что $f(a) < 0 < f(b)$.



Пусть $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} b_n = \xi \in [a;\ b]$.

$$0 \geqslant \lim_{n\to\infty} f(a_n) = f(\xi) = \lim_{n\to\infty} f(b_n) \geqslant 0.$$

Следовательно, $f(\xi) = 0$. Теорема доказана.

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Если $p = f(a)$ или $p = f(b)$, то $c =$

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Если $p = f(a)$ или $p = f(b)$, то $c = a$ или

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Если $p = f(a)$ или $p = f(b)$, то $c = a$ или $c = b$.

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) - p$. Тогда

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) - p$. Тогда

числа $g(a) =$ и $g(b) =$

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция* $f(x)$ *непрерывна на отрезке* $[a, b]$, *то она принимает на* (a, b) *все промежуточные значения между* $f(a)$ *и* $f(b)$.

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) - p$. Тогда

числа $g(a) = f(a) - p$ и $g(b) =$

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) - p$. Тогда

числа $g(a) = f(a) - p$ и $g(b) = f(b) - p$

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$, то она принимает на (a,b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) - p$. Тогда

числа $g(a) = f(a) - p$ и $g(b) = f(b) - p$ имеют разные знаки.

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) - p$. Тогда

числа $g(a) = f(a) - p$ и $g(b) = f(b) - p$ имеют разные знаки.

По **теореме о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке,**

$\exists c \in [a;\ b]$

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) - p$. Тогда

числа $g(a) = f(a) - p$ и $g(b) = f(b) - p$ имеют разные знаки.

По **теореме о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке,**

$\exists c \in [a;\ b] \qquad\qquad = g(c) = 0$

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$, то она принимает на (a,b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) - p$. Тогда

числа $g(a) = f(a) - p$ и $g(b) = f(b) - p$ имеют разные знаки.

По **теореме о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке,**

$\exists c \in [a;\ b] \quad f(c) - p = g(c) = 0$

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) - p$. Тогда

числа $g(a) = f(a) - p$ и $g(b) = f(b) - p$ имеют разные знаки.

По **теореме о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке,**

$\exists c \in [a;\ b] \quad f(c) - p = g(c) = 0 \Rightarrow$

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) - p$. Тогда

числа $g(a) = f(a) - p$ и $g(b) = f(b) - p$ имеют разные знаки.

По **теореме о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке,**

$\exists c \in [a;\ b] \quad f(c) - p = g(c) = 0 \Rightarrow f(c) = p.$

IV.10.4. Теорема Больцано-Коши

Теорема 11. *Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$, то она принимает на (a, b) все промежуточные значения между $f(a)$ и $f(b)$.*

Доказательство.

Возьмём число p между $f(a)$ и $f(b)$.

Надо найти такое число $c \in [a;\ b]$, что $p = f(c)$.

Пусть $f(a) < p < f(b)$ или $f(b) < p < f(a)$.

Рассмотрим функцию $g(x) = f(x) - p$. Тогда

числа $g(a) = f(a) - p$ и $g(b) = f(b) - p$ имеют разные знаки.

По **теореме о существовании нуля функции, непрерывной на отрезке,**

$\exists c \in [a;\ b] \quad f(c) - p = g(c) = 0 \Rightarrow f(c) = p.$

Теорема доказана.

IV.10.5. Существование непрерывной обратной функции

Теорема 12. *Пусть функция* $y = f(x)$ *определена, строго монотонна и непрерывна на отрезке* $[a, b]$. *Тогда на отрезке* $[\alpha, \beta] = [f(a), f(b)]$ *существует обратная функция* $x = g(y)$, *также строго монотонная и непрерывная на отрезке* (α, β).

IV.11. Пределы и формульное задание функции

Есть 3 типовых способа задания функции:

IV.11. Пределы и формульное задание функции

Есть 3 типовых способа задания функции:

– формулой;

IV.11. Пределы и формульное задание функции

Есть 3 типовых способа задания функции:

– формулой;

– графиком;

IV.11. Пределы и формульное задание функции

Есть 3 типовых способа задания функции:

– формулой;

– графиком;

– таблицей значений.

IV.11. Пределы и формульное задание функции

Есть 3 типовых способа задания функции:

– формулой;
– графиком;
– таблицей значений.

Приоритетным является задание функции

IV.11. Пределы и формульное задание функции

Есть 3 типовых способа задания функции:

– формулой;
– графиком;
– таблицей значений.

Приоритетным является задание функции формулой.

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Человечество уже давно обнаружило, что при создании необходимого объекта обычно удобнее собирать его из «готовых деталей», комбинируя их и, при необходимости, изменяя их, приспосабливая к новым задачам.

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:

– совокупности базовых элементов;

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;

Например, в строительстве в качестве базовых элементов выступают

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;

Например, в строительстве в качестве базовых элементов выступают кирпичи, бетонные блоки, плиты перекрытия и др.

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;

Например, в строительстве в качестве базовых элементов выступают кирпичи, бетонные блоки, плиты перекрытия и др.

В экономике к основным элементам относятся

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;

Например, в строительстве в качестве базовых элементов выступают кирпичи, бетонные блоки, плиты перекрытия и др.

В экономике к основным элементам относятся процессы создания и использования ресурсов человеком и группами людей, создания продукции и обмена продукцией между людьми и группами людей и т.п.

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;

В теории функций действительной переменной роль базовых элементов играют основные элементарные функции:

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;

В теории функций действительной переменной роль базовых элементов играют основные элементарные функции:
степенная функция: x^a;

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;

В теории функций действительной переменной роль базовых элементов играют основные элементарные функции:
степенная функция: x^a;
показательная функция: $a^x \quad (a > 0,\ a \neq 1)$;

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;

В теории функций действительной переменной роль базовых элементов играют основные элементарные функции:
степенная функция: x^a;
показательная функция: $a^x \quad (a > 0,\ a \neq 1)$;
логарифмическая функция: $\log_a x \quad (a > 0,\ a \neq 1)$;

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;

В теории функций действительной переменной роль базовых элементов играют основные элементарные функции:
степенная функция: x^a;
показательная функция: $a^x \quad (a > 0,\ a \neq 1)$;
логарифмическая функция: $\log_a x \quad (a > 0,\ a \neq 1)$;
тригонометрические функции: $\sin x, \quad \cos x, \quad \operatorname{tg} x, \quad \operatorname{ctg} x$;

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;

В теории функций действительной переменной роль базовых элементов играют основные элементарные функции:
степенная функция: x^a;
показательная функция: $a^x \quad (a > 0,\ a \neq 1)$;
логарифмическая функция: $\log_a x \quad (a > 0,\ a \neq 1)$;
тригонометрические функции: $\sin x, \quad \cos x, \quad \operatorname{tg} x, \quad \operatorname{ctg} x$;
обратные тригонометрические функции: $\arcsin x, \quad \arccos x, \quad \operatorname{arctg} x, \quad \operatorname{arcctg} x$.

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:

– совокупности базовых элементов;

– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:

– совокупности базовых элементов;

– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;

Например, в строительстве это

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:

– совокупности базовых элементов;

– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;

Например, в строительстве это методы откалывания частей кирпича, проделывания отверстий в кирпиче и бетоне, типовые способы соединения между собой кирпичей, плит, блоков и т.п.

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;
– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;

Например, в строительстве это методы откалывания частей кирпича. проделывания отверстий в кирпиче и бетоне, типовые способы соединения между собой кирпичей, плит, блоков и т.п.

В экономике это

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:

– совокупности базовых элементов;

– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;

Например, в строительстве это методы откалывания частей кирпича. проделывания отверстий в кирпиче и бетоне, типовые способы соединения между собой кирпичей, плит, блоков и т.п.

В экономике это типовые способы обмена товарами и услугами, организации производства и т.п.

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;
– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;

В теории функций действительной перемененной в этом качестве выступают операции сложения и произведения функций, их вычитания и деления (последнее преобразование, строго говоря, **не является операцией**), а также **суперпозиция** (или композиция) функций.

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:

– совокупности базовых элементов;

– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;

– механизма аппроксимирования,

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;
– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;
– механизма аппроксимирования,

В строительстве этот механизм представлен

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;
– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;
– механизма аппроксимирования,

В строительстве этот механизм представлен строительными нормами и правилами (СНИП), законы и традиции строительства и архитектуры и т.п.

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:

– совокупности базовых элементов;

– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;

– механизма аппроксимирования,

В строительстве этот механизм представлен строительными нормами и правилами (СНИП), законы и традиции строительства и архитектуры и т.п.

В экономике к механизму аппроксимирования можно отнести

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;
– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;
– механизма аппроксимирования,

В строительстве этот механизм представлен строительными нормами и правилами (СНИП), законы и традиции строительства и архитектуры и т.п.

В экономике к механизму аппроксимирования можно отнести экономическое законодательство, юридическую поддержку ведения бизнеса, систему правил и традиций ведения бизнеса.

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;
– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;
– механизма аппроксимирования,

А вот попытка описать механизм аппроксимирования в теории функций действительной переменной, опираясь на школьные знания, скорее всего даст более чем скромный результат.

IV.11.1. Алгебраический подход к заданию функций

Алгебраический подход к созданию объекта представляет собой систему из трех компонентов:
– совокупности базовых элементов;
– совокупности типовых преобразований элементов и правил комбинирования элементов;
– механизма аппроксимирования,

А вот попытка описать механизм аппроксимирования в теории функций действительной переменной, опираясь на школьные знания, скорее всего даст более чем скромный результат.

Одной из наших задач в изучении теории функций действительной переменной является именно развитие механизма аппроксимирования, способов получения приближённого задания функций.

IV.11.2. Элементарные функции

Как правило, мы будем задавать функции формулами. Развитие теории функций действительной переменной приведёт к расширению класса функций, которые можно задать формулой, но начнем мы с понятия элементарной функции, получаемого непосредственным применением **алгебраического подхода** на базе школьного курса математики.

IV.11.2. Элементарные функции

Определение 13. *Элементарной функцией называется функция, полученная при помощи четырех арифметических операций и операции суперпозиции, примененных конечное число раз к* ***основным элементарным функциям и постоянным****.*

IV.11.2. Элементарные функции

Определение 13. *Элементарной функцией называется функция, полученная при помощи четырех арифметических операций и операции суперпозиции, примененных конечное число раз к* ***основным элементарным функциям и постоянным****.*

Основные элементарные функции непрерывны на своих областях определения.

IV.11.2. Элементарные функции

Определение 13. *Элементарной функцией называется функция, полученная при помощи четырех арифметических операций и операции суперпозиции, примененных конечное число раз к* ***основным элементарным функциям и постоянным****.*

Основные элементарные функции непрерывны на своих областях определения.

Поэтому в силу **линейности предела**, свойства **предела произведения функций** и свойства **непрерывности суперпозиции** непрерывными на своих областях определения являются и все элементарные функции.

IV.11.2. Элементарные функции

Определение 13. *Элементарной функцией называется функция, полученная при помощи четырех арифметических операций и операции суперпозиции, примененных конечное число раз к* ***основным элементарным функциям и постоянным****.*

Основные элементарные функции непрерывны на своих областях определения.

Поэтому в силу **линейности предела**, свойства **предела произведения функций** и свойства **непрерывности суперпозиции** непрерывными на своих областях определения являются и все элементарные функции.

Это означает, что для вычисления предела элементарной функции в точке, принадлежащей ее области определения, достаточно просто вычислить значение функции в этой точке: $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$.

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Например, рассмотрим $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$.

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Например, рассмотрим $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$.
Числитель стремится к 0.

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Например, рассмотрим $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}$.

Числитель стремится к 0. Но и знаменатель тоже стремится к 0!

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Например, рассмотрим $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$.

Числитель стремится к 0. Но и знаменатель тоже стремится к 0! Предсказать результат, зная лишь тот факт, что числитель и знаменателя являются бесконечно малыми функциями, невозможно.

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x} - 1} =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-1} =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x+1)\left(\sqrt{x}+1\right)=$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-1} = \lim_{x\to 1} (x+1)\left(\sqrt{x}+1\right) = 4.$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] =4.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-1} =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right) =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2\left(\sqrt{x}+1\right)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x-1)\left(\sqrt{x}+1\right) = 0.$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 0.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x+1-2\sqrt{x}} =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x} - 1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x} - 1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 0.$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{x - 1}{x + 1 - 2\sqrt{x}} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=4.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=0.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x+1-2\sqrt{x}}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{\left(x+1-2\sqrt{x}\right)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}=$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=4.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]=0.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x+1-2\sqrt{x}}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{\left(x+1-2\sqrt{x}\right)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{(x+1)^2-4x}=$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 0.$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{x+1-2\sqrt{x}} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{\left(x+1-2\sqrt{x}\right)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{(x+1)^2-4x} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{x^2-2x+1} =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 0.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x+1-2\sqrt{x}} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{\left(x+1-2\sqrt{x}\right)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{(x+1)^2-4x} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{x^2-2x+1} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{x+1+2\sqrt{x}}{x-1} =$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 0.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x+1-2\sqrt{x}} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{\left(x+1-2\sqrt{x}\right)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{(x+1)^2-4x} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)\left(x+1+2\sqrt{x}\right)}{x^2-2x+1} =$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{x+1+2\sqrt{x}}{x-1} = \infty.$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 0.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x+1-2\sqrt{x}} = \left[\frac{0}{0}\right] = \infty.$$

Итак, из того факта, что пределы числителя и знаменателя равны 0, нельзя сделать вывод о пределе отношения.

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 4.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = 0.$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{x+1-2\sqrt{x}} = \left[\frac{0}{0}\right] = \infty.$$

Итак, из того факта, что пределы числителя и знаменателя равны 0, нельзя сделать вывод о пределе отношения.

Поэтому выражения такого вида называются *неопределенностями.*

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Выделяют следующий набор базовых неопределенностей:

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Выделяют следующий набор базовых неопределенностей:

$\dfrac{0}{0}$,

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Выделяют следующий набор базовых неопределенностей:

$$\frac{0}{0}, \quad \frac{\infty}{\infty},$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Выделяют следующий набор базовых неопределенностей:

$\dfrac{0}{0}, \quad \dfrac{\infty}{\infty}, \quad 0 \cdot \infty,$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Выделяют следующий набор базовых неопределенностей:

$$\frac{0}{0},\quad \frac{\infty}{\infty},\quad 0\cdot\infty,\quad \infty-\infty,$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Выделяют следующий набор базовых неопределенностей:

$$\frac{0}{0}, \quad \frac{\infty}{\infty}, \quad 0 \cdot \infty, \quad \infty - \infty, \quad 1^{\infty},$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Выделяют следующий набор базовых неопределенностей:

$$\frac{0}{0}, \quad \frac{\infty}{\infty}, \quad 0 \cdot \infty, \quad \infty - \infty, \quad 1^{\infty}, \quad \infty^{0},$$

IV.11.3. «Раскрытие неопределённостей»

Сложности с вычислением предела $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ от **элементарной функции** могут возникнуть в случае, когда предельная точка не принадлежит области определения хотя бы одной из **основных элементарных функций**, входящих в состав формулы $f(x)$ или в качестве a выступает ∞, $-\infty$ или $+\infty$.

Выделяют следующий набор базовых неопределенностей:

$$\frac{0}{0}, \quad \frac{\infty}{\infty}, \quad 0\cdot\infty, \quad \infty-\infty, \quad 1^{\infty}, \quad \infty^{0}, \quad 0^{0}.$$

Рассмотрим пример?

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство.

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. Покажем, что эта последовательность ограниченная и возрастающая.

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. Покажем, что эта последовательность ограниченная и возрастающая.

Сначала докажем ограниченность.

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 1 + n\cdot\frac{1}{n} +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 1 + n\cdot\frac{1}{n} + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 1 + n\cdot\frac{1}{n} + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**бинному Ньютона**»

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 1 + n\cdot\frac{1}{n} + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**бином Ньютона**»

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 1 + n\cdot\frac{1}{n} + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

$$+ \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 1 + n\cdot\frac{1}{n} + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$
$$+ \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$\leqslant\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 1 + n\cdot\frac{1}{n} + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

$$+ \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$\leqslant \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= \overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2} + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

$$+ \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$2\leqslant\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$=\overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2}+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$2\leqslant\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$=\overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2}+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n\leqslant$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$2\leqslant\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$=\overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2}+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n\leqslant$$

$$\leqslant 2+\frac{n\cdot n}{2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «биному Ньютона»

$$2\leqslant\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$=\overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2}+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n\leqslant$$

$$\leqslant 2+\frac{n\cdot n}{2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n^3}{2^2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**бинома Ньютона**»

$$2 \leqslant \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= \overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2} + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

$$+ \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n \leqslant$$

$$\leqslant 2 + \frac{n\cdot n}{2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n^3}{2^2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots + \frac{n^k}{2^{k-1}}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$2\leqslant\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$=\overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2}+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n\leqslant$$

$$\leqslant 2+\frac{n\cdot n}{2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n^3}{2^2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+\frac{n^k}{2^{k-1}}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}=$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$2\leqslant\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= \overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2}+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n\leqslant$$

$$\leqslant 2+\frac{n\cdot n}{2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n^3}{2^2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+\frac{n^k}{2^{k-1}}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}=$$

$$=2+\frac{1}{2}+$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**бином Ньютона**»

$$2 \leqslant \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= \overbrace{1 + n \cdot \frac{1}{n}}^{2} + \frac{n(n-1)}{2!} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

$$+ \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{n!}{n!} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^n \leqslant$$

$$\leqslant 2 + \frac{n \cdot n}{2} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n^3}{2^2} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots + \frac{n^k}{2^{k-1}} \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{1}{2^{n-1}} =$$

$$= 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$2\leqslant\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$=\overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2}+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n\leqslant$$

$$\leqslant 2+\frac{n\cdot n}{2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n^3}{2^2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+\frac{n^k}{2^{k-1}}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}=$$

$$=2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}=$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «биному Ньютона»

$$2\leqslant\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$=\overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2}+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n\leqslant$$

$$\leqslant 2+\frac{n\cdot n}{2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n^3}{2^2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+\frac{n^k}{2^{k-1}}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}=$$

$$=2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}=2+$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$2\leqslant\left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$=\overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2}+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n\leqslant$$

$$\leqslant 2+\frac{n\cdot n}{2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n^3}{2^2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+\frac{n^k}{2^{k-1}}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}=$$

$$=2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}=2+\frac{1/2}{1-(1/2)}=$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**бином Ньютона**»

$$2 \leqslant \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= \overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2} + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n \leqslant$$

$$\leqslant 2 + \frac{n\cdot n}{2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n^3}{2^2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots + \frac{n^k}{2^{k-1}}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{1}{2^{n-1}} =$$

$$= 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^{n-1}} = 2 + \frac{1/2}{1-(1/2)} = 3.$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**бином Ньютона**»

$$2\leqslant\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\leqslant 3.$$

$$=\overbrace{1+n\cdot\frac{1}{n}}^{2}+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n\leqslant$$

$$\leqslant 2+\frac{n\cdot n}{2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n^3}{2^2}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+\frac{n^k}{2^{k-1}}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}=$$

$$=2+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^{n-1}}=2+\frac{1/2}{1-(1/2)}=3.$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 2 + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 2 + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**бином Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 2 + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

$$+ \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 2 + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

$$+ \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n =$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**бином Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 2 + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

$$+ \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 2 + \frac{1}{2!}\left(1-\frac{1}{n}\right) +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 2 + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

$$+ \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 2 + \frac{1}{2!}\left(1-\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{3!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right) + \ldots +$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**бином Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 2 + \frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3 + \ldots +$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k + \ldots + \frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 2 + \frac{1}{2!}\left(1-\frac{1}{n}\right) + \frac{1}{3!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right) + \ldots +$$

$$+\frac{1}{3!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-1}{n}\right).$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n}\right) =$$

$$= 2+\frac{n(n-1)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^3+\ldots+$$

$$+\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^k+\ldots+\frac{n!}{n!}\cdot\left(\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= 2+\frac{1}{2!}\left(1-\frac{1}{n}\right)+\frac{1}{3!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)+\ldots+$$

$$+\frac{1}{3!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-1}{n}\right).$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

Теперь мы готовы доказать, что последовательность $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ возрастающая.

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**бином Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\left(1-\frac{2}{n+1}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n+1}\right) -$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\left(1-\frac{2}{n+1}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n+1}\right) -$$

$$- \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**бином Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right)^n =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\left(1-\frac{2}{n+1}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n+1}\right) -$$

$$- \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

$\left(1-\frac{p}{n+1}\right) > \left(1-\frac{p}{n}\right)$, поэтому разность между последующим и предыдущим членами исходной последов-ти положительна.

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > 0.$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)\left(1-\frac{2}{n+1}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n+1}\right) -$$

$$-\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

$\left(1-\frac{p}{n+1}\right) > \left(1-\frac{p}{n}\right)$, поэтому разность между последующим и предыдущим членами исходной последов-ти положительна.

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\dots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > 0.$$

Значит, исходная последовательность возрастает и ограничена сверху.

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\dots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > 0.$$

Значит, исходная последовательность возрастает и ограничена сверху.

Следовательно, она имеет предел, причем этот предел принадлежит $[2;\ 3]$.

IV.11.4. Теорема о корректности числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Доказательство. По «**биному Ньютона**»

$$[2;\ 3] \ni \left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k!}\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1-\frac{2}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{n-k}{n}\right).$$

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > 0.$$

Значит, исходная последовательность возрастает и ограничена сверху.

Следовательно, она имеет предел, причем этот предел принадлежит $[2;\ 3]$.

Теорема доказана.

IV.11.5. Определение числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Определение 14. *Предел последовательности* $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$ *называется «числом* e*».*

IV.11.5. Определение числа e

Теорема 13. *Последовательность* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *имеет предел, принадлежащий отрезку* $[2;\ 3]$.

Определение 14. *Предел последовательности* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ *называется «числом e».*

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = [1^\infty] \approx 2.7182818284590\ldots$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Итак, мы доказали, что

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = [1^\infty] \approx 2.7182818284590\ldots$$

Этот предел, т.е. число e, является иррациональным числом.

Оказывается, ситуация не меняется, если предел берётся не только по натуральным числам.

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство.

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$\forall\varepsilon > 0$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N}$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N+1$ и такое число $n \in \mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n+1$.

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x} = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n}.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N + 1$ и такое число $n \in \mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n + 1$.

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N+1$ и такое число $n \in \mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n+1$.

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow \quad 1+\frac{1}{n} > 1+\frac{1}{x} \geqslant 1+\frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N + 1$ и такое число $n \in \mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n + 1$.

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{n+1} \quad\Rightarrow\quad 1+\frac{1}{n} > 1+\frac{1}{x} \geqslant 1+\frac{1}{n+1} \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \left(1+\frac{1}{n}\right)^n >$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$.

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N+1$ и такое число $n \in \mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n+1$.

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow \quad 1+\frac{1}{n} > 1+\frac{1}{x} \geqslant 1+\frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^n >$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N + 1$ и такое число $n \in \mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n + 1$.

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow \quad 1+\frac{1}{n} > 1+\frac{1}{x} \geqslant 1+\frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^x \geqslant$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x} = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n}.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N + 1$ и такое число $n \in \mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n + 1$.

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow \quad 1+\frac{1}{n} > 1+\frac{1}{x} \geqslant 1+\frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} > \left(1+\frac{1}{x}\right)^{n} > \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} \geqslant \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}.$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N + 1$ и такое число $n \in \mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n + 1$.

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow \quad 1+\frac{1}{n} > 1+\frac{1}{x} \geqslant 1+\frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^x \geqslant \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}.$$ Значит,

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N+1$ и такое число $n \in \mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n+1$.

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow \quad 1+\frac{1}{n} > 1+\frac{1}{x} \geqslant 1+\frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^x \geqslant \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}.$$ Значит,

$$\left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right|$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x>0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n-e\right|<\varepsilon.$$

Возьмём $x>N+1$ и такое число $n\in\mathbb{N}$, чтобы $n<x\leqslant n+1$.

$$\frac{1}{n}>\frac{1}{x}\geqslant\frac{1}{n+1}\quad\Rightarrow\quad 1+\frac{1}{n}>1+\frac{1}{x}\geqslant 1+\frac{1}{n+1}\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad\left(1+\frac{1}{n}\right)^n>\left(1+\frac{1}{x}\right)^n>\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\geqslant\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}.$$ Значит,

$$\left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n-e\right|<\varepsilon.$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n-e\right|<\varepsilon.$$

Возьмём $x > N+1$ и такое число $n\in\mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n+1$.

$$\frac{1}{n}>\frac{1}{x}\geqslant\frac{1}{n+1}\quad\Rightarrow\quad 1+\frac{1}{n}>1+\frac{1}{x}\geqslant 1+\frac{1}{n+1}\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad\left(1+\frac{1}{n}\right)^n>\left(1+\frac{1}{x}\right)^n>\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\geqslant\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}.\quad\text{Значит,}$$

$$\leqslant\left|\left(1+\frac{1}{x}\right)^x-e\right|<\left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n-e\right|<\varepsilon.$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N\in\mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N+1$ и такое число $n\in\mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n+1$.

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{n+1} \quad\Rightarrow\quad 1+\frac{1}{n} > 1+\frac{1}{x} \geqslant 1+\frac{1}{n+1} \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^x \geqslant \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}.$$ Значит,

$$\left|\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - e\right| \leqslant \left|\left(1+\frac{1}{x}\right)^x - e\right| < \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon>0\quad \exists N\in\mathbb{N}\quad \forall n>N\quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N+1$ и такое число $n\in\mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n+1$.

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{n+1} \quad\Rightarrow\quad 1+\frac{1}{n} > 1+\frac{1}{x} \geqslant 1+\frac{1}{n+1} \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^x \geqslant \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}.$$

Значит,

$$\left|\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - e\right| \leqslant \left|\left(1+\frac{1}{x}\right)^x - e\right| < \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Поэтому $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e.$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Сначала рассмотрим $x > 0$.

По определению числа e (второе равенство в условии):

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Возьмём $x > N+1$ и такое число $n \in \mathbb{N}$, чтобы $n < x \leqslant n+1$.

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{x} \geqslant \frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow \quad 1+\frac{1}{n} > 1+\frac{1}{x} \geqslant 1+\frac{1}{n+1} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \left(1+\frac{1}{n}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^n > \left(1+\frac{1}{x}\right)^x \geqslant \left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}.$$ Значит,

$$\left|\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1} - e\right| \leqslant \left|\left(1+\frac{1}{x}\right)^x - e\right| < \left|\left(1+\frac{1}{n}\right)^n - e\right| < \varepsilon.$$

Поэтому $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e.$ Случай $x > 0$ рассмотрен.

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x < 0$.

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x =$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x < 0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x+1}{x}\right)^x =$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x+1}{x}\right)^x = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} =$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x+1}{x}\right)^x = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x+1}{x}\right)^x = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

$$= \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x} =$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x+1}{x}\right)^x = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

$$= \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x} = \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x} = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n}.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = \left(\frac{x+1}{x}\right)^{x} = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

$$= \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x} = \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

Согласно уже рассмотренному утверждению

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x < 0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x+1}{x}\right)^x = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

$$= \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x} = \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

Согласно уже рассмотренному утверждению

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x =$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x+1}{x}\right)^x = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

$$= \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x} = \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

Согласно уже рассмотренному утверждению

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) =$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x} = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n}.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=\left(\frac{x+1}{x}\right)^{x}=\left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x}=\left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x}=$$

$$=\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x}=\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

Согласно уже рассмотренному утверждению

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)=$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)=$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x+1}{x}\right)^x = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

$$= \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x} = \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

Согласно уже рассмотренному утверждению

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) =$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) = e\cdot 1 =$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x+1}{x}\right)^x = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

$$= \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x} = \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

Согласно уже рассмотренному утверждению

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) =$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) = e\cdot 1 = e.$$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = \left(\frac{x+1}{x}\right)^{x} = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

$$= \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x} = \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

Согласно уже рассмотренному утверждению

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = \lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) =$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) = e\cdot 1 = e.$$

Поэтому

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x < 0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x+1}{x}\right)^x = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

$$= \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x} = \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

Согласно уже рассмотренному утверждению

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) =$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) = e\cdot 1 = e.$$

Поэтому $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x =$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \left(\frac{x+1}{x}\right)^x = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

$$= \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x} = \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

Согласно уже рассмотренному утверждению

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) =$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) = e\cdot 1 = e.$$

Поэтому $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x} = e = \lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n}.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = \left(\frac{x+1}{x}\right)^{x} = \left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x} = \left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x} =$$

$$= \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x} = \left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

Согласно уже рассмотренному утверждению

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = \lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) =$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right) = e\cdot 1 = e.$$

Поэтому $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x} = e = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}.$

IV.11.6. Второй замечательный предел

Теорема 14. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}.$

Доказательство. Осталось рассмотреть случай $x<0$.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=\left(\frac{x+1}{x}\right)^{x}=\left(\frac{x}{x+1}\right)^{-x}=\left(\frac{x+1-1}{x+1}\right)^{-x}=$$

$$=\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x}=\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right).$$

Согласно уже рассмотренному утверждению

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)=$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)^{-x-1}\cdot\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{-x-1}\right)=e\cdot 1=e.$$

Поэтому $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=e=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}$. Ура!

Рассмотрим пример или выполним тесты:

XYZ-Lim-Iksov
XYZ-Lim-Igrekov
XYZ-Lim-Zetov

V. Дифференцирование функции

Начнем с примера (вывод уравнения касательной)?

Выполним лабораторную работу на построение касательной как предельного положения секущей?

V. Дифференцирование функции

Начнем с примера (вывод уравнения касательной)?

Мы получили уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$, проведенной в точке с координатами $(x_0, f(x_0))$:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)\,(x - x_0)\,. \tag{21}$$

Выполним лабораторную работу на построение касательной в разных точках графика?

V.1. Производная функции

Определение 15. Производной *функции* $f(x)$ *в точке* $x = x_0$ *называется предел*

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}. \tag{22}$$

V.1. Производная функции

Определение 15. Производной *функции* $f(x)$ *в точке* $x = x_0$ *называется предел*

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}. \tag{22}$$

Равенство (22) часто записывают в виде

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}. \tag{22'}$$

V.1. Производная функции

Определение 15. Производной *функции $f(x)$ в точке $x = x_0$ называется предел*

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}. \tag{22}$$

Производная функции $f(x)$ является функцией от точки x_0, эта функция обозначается через $f'(x_0)$ или $\dfrac{df}{dx}$.

V.2. Дифференциал

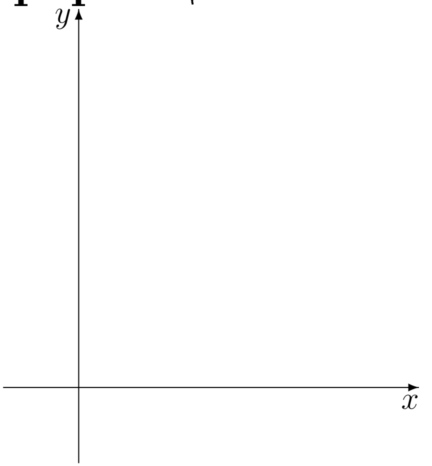
Рассмотрим понятие, благодаря которому изучаемый раздел математики называется «дифференциальным исчислением».

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

В основе этого понятия лежит идея *линеаризации*.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Начнём формирование понятия «дифференциал» с построения и анализа графической модели функции — её графика.

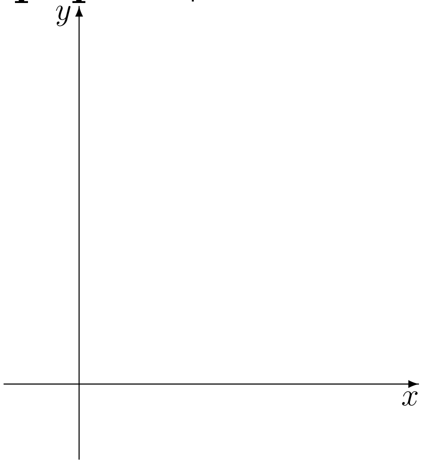


V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Начнём формирование понятия «дифференциал» с построения и анализа графической модели функции — её графика.

Начнём формирование понятия «дифференциал» с построения и анализа графической модели функции — её графика.

Возьмем некоторую «гладкую» функцию, изобразим её график.

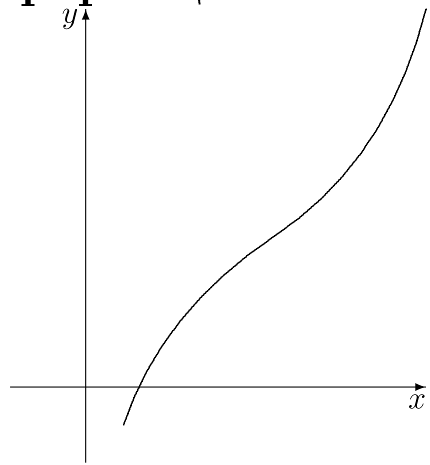


V.2.1. Формирование понятия дифференциала

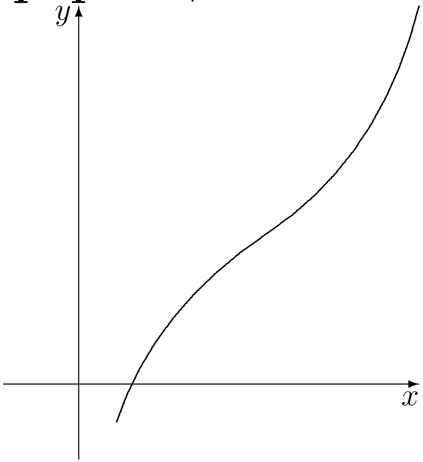
Начнём формирование понятия «дифференциал» с построения и анализа графической модели функции — её графика.

Начнём формирование понятия «дифференциал» с построения и анализа графической модели функции — её графика.

Возьмем некоторую «гладкую» функцию, изобразим её график.



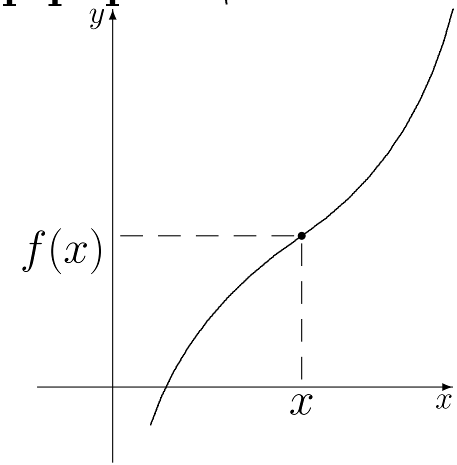
V.2.1. Формирование понятия дифференциала



Выберем значение аргумента, при котором функция дифференцируема.

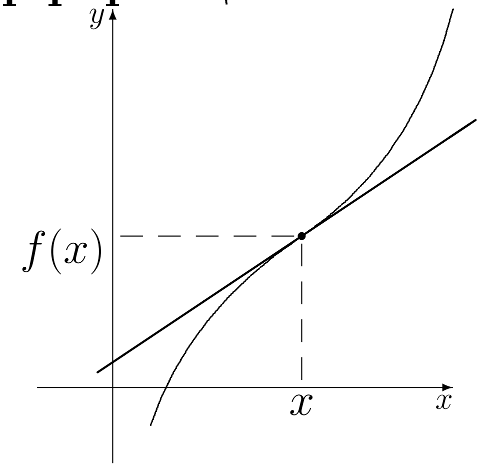
V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Выберем значение аргумента, при котором функция дифференцируема.



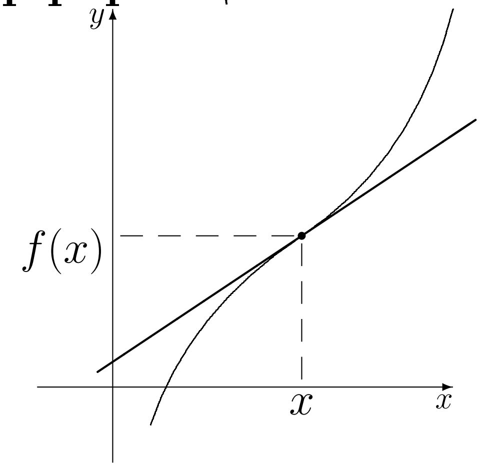
V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Выберем значение аргумента, при котором функция дифференцируема.



V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Выберем значение аргумента, при котором функция дифференцируема.
Нас интересует *локальное* «поведение» функции в окрестности точки с координатами $(x, f(x))$.

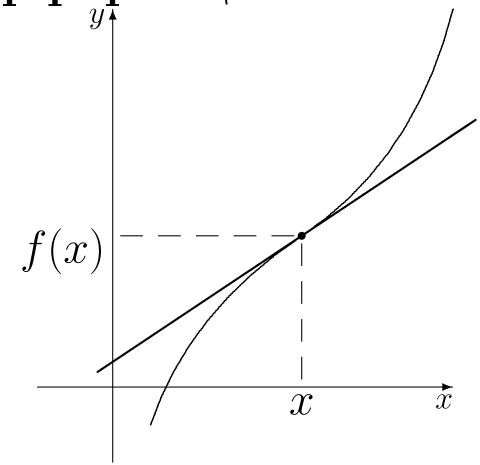


V.2.1. Формирование понятия дифференциала

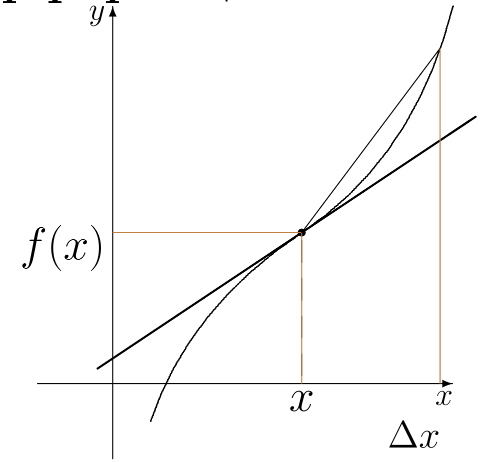
Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Выберем значение аргумента, при котором функция дифференцируема.

Нас интересует *локальное* «поведение» функции в окрестности точки с координатами $(x, f(x))$.



V.2.1. Формирование понятия дифференциала



Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Выберем значение аргумента, при котором функция дифференцируема.

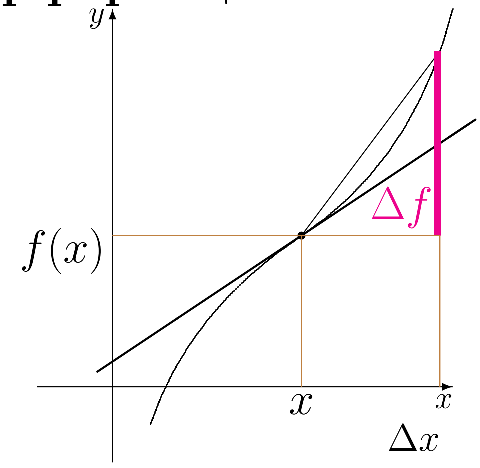
Нас интересует *локальное* «поведение» функции в окрестности точки с координатами $(x, f(x))$.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Выберем значение аргумента, при котором функция дифференцируема.

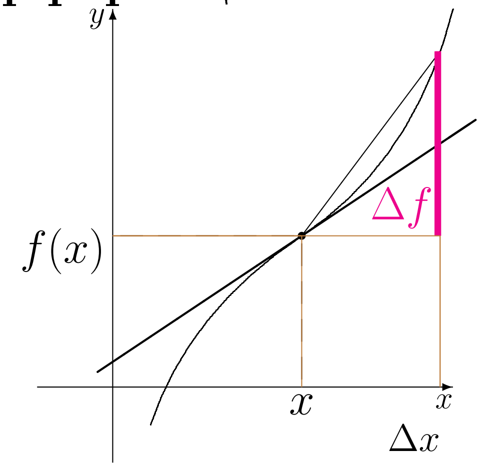
Нас интересует *локальное* «поведение» функции в окрестности точки с координатами $(x, f(x))$.



V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

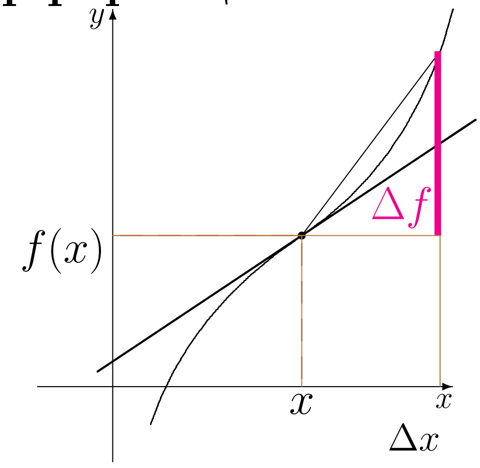
Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**:



V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**:

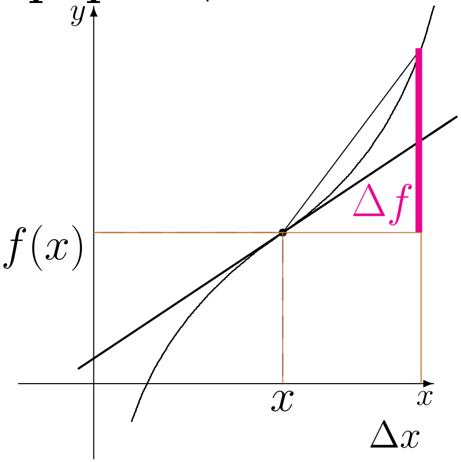


$$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a).$$

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(\ ) =$

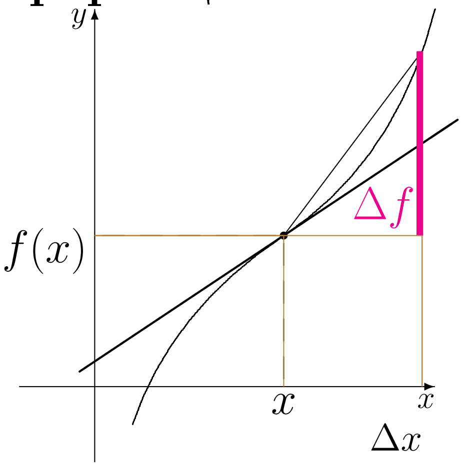


$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a).$

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(\quad) = f(\quad) + f'(\quad)\cdot(\quad - \quad)$.

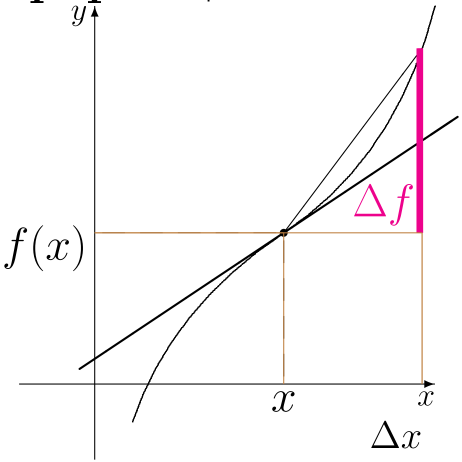


$$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a).$$

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(\ ) = f(\ ) + f'(\ ) \cdot (\ -\ )$.



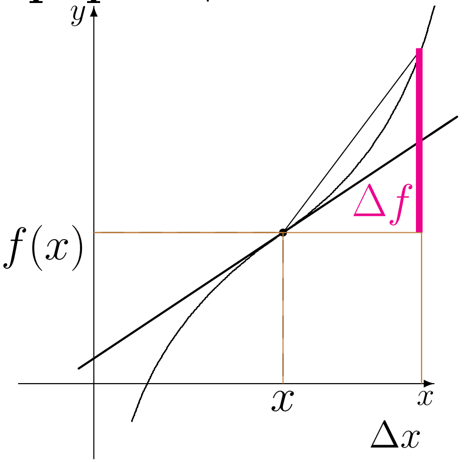
$$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a).$$

У нас абсцисса точки касания обозначена не через a, а через x.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(\quad) = f(\quad) + f'(\quad) \cdot (\quad - \quad)$.



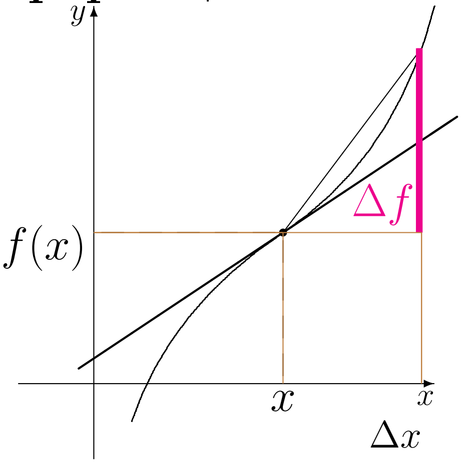
$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$.

У нас абсцисса точки касания обозначена не через a, а через x.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(\ \ ) = f(x) + f'(\ \ ) \cdot (\ \ - \ \ )$.

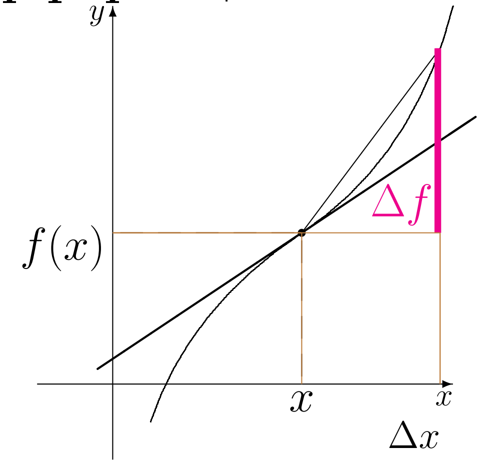


$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$.

У нас абсцисса точки касания обозначена не через a, а через x.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.



Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(\ ) = f(x) + f'(x) \cdot (\ -\ )$.

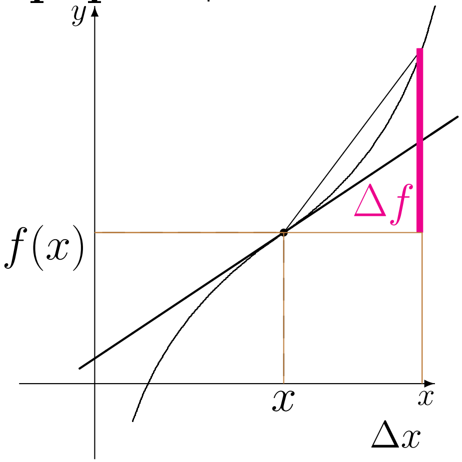
$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$.

У нас абсцисса точки касания обозначена не через a, а через x.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(\ ) = f(x) + f'(x) \cdot (\ - x)$.



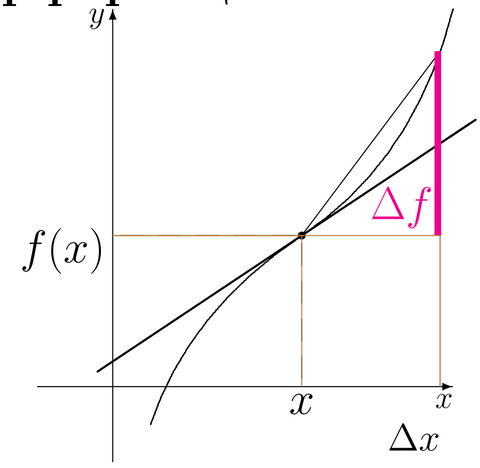
$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$.

У нас абсцисса точки касания обозначена не через a, а через x.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(\ ) = f(x) + f'(x) \cdot (\ - x)$.



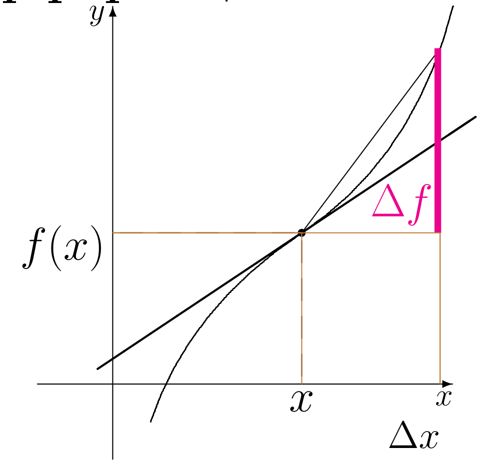
$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a).$

Поэтому аргумент функции y

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(\quad) = f(x) + f'(x)\cdot(\quad - x)$.

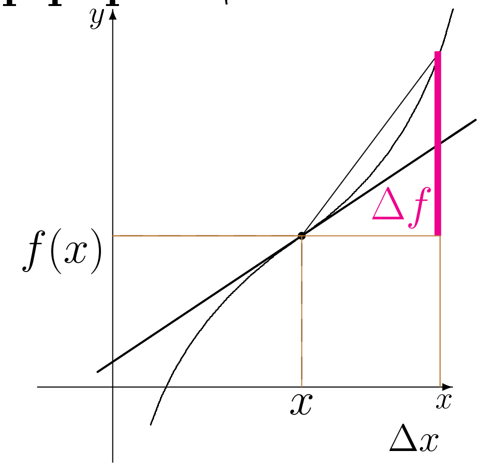


$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$.

Поэтому аргумент функции y

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.



Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(\quad) = f(x) + f'(x)\cdot(\quad - x)$.

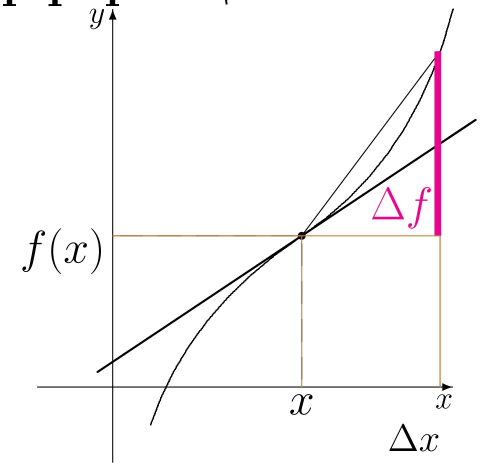
$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$.

Поэтому аргумент функции y обозначим другой буквой, например,

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(\ ) = f(x) + f'(x) \cdot (\ - x)$.



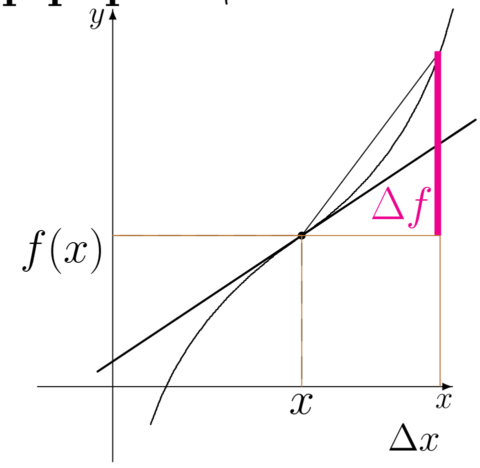
$$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a).$$

Поэтому аргумент функции y обозначим другой буквой, например, t.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (\ -x)$.



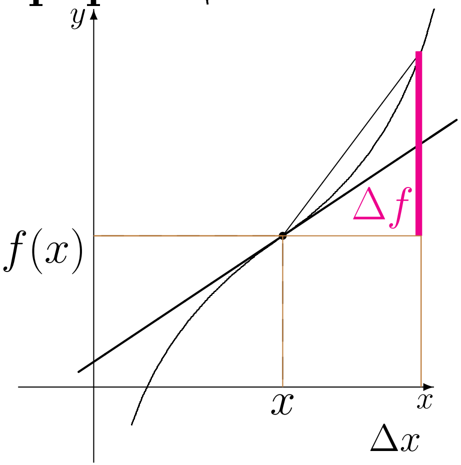
$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$.

Поэтому аргумент функции y обозначим другой буквой, например, t.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.



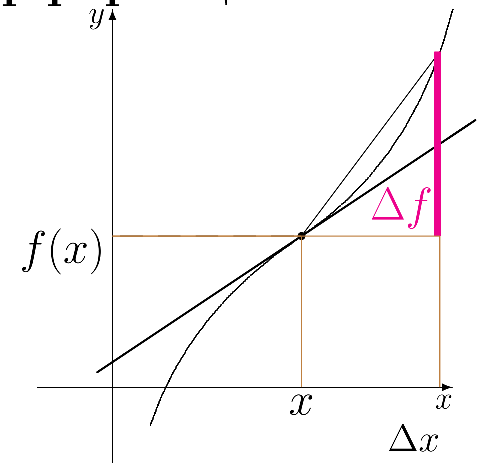
$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a).$

Поэтому аргумент функции y обозначим другой буквой, например, t.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

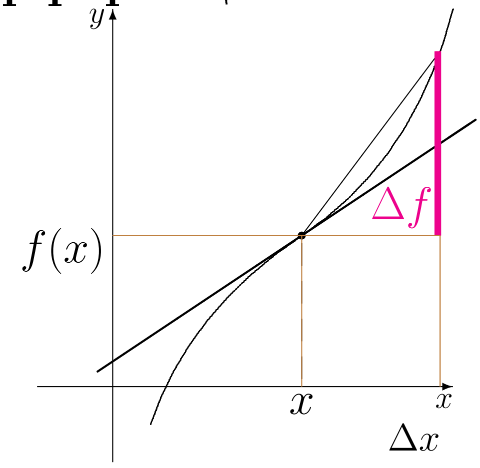


$y(x) = f(a) + f'(a)(x - a)$.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

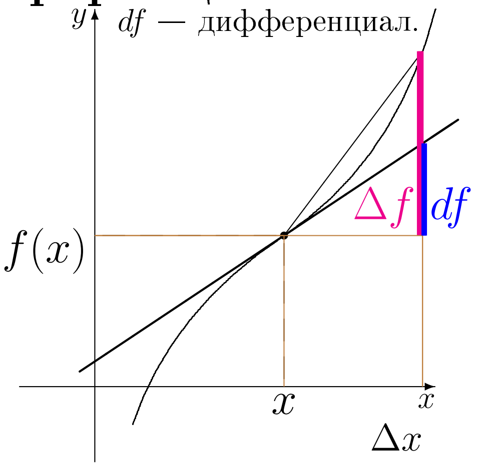
Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.



V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

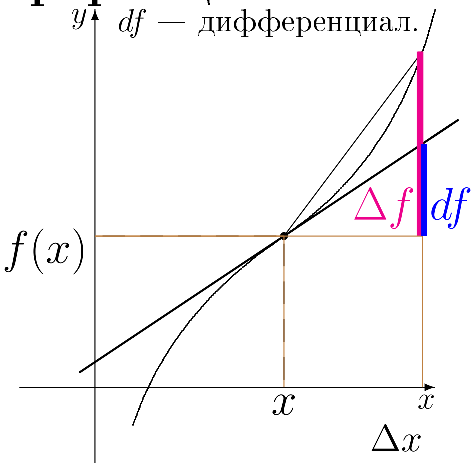


V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx$

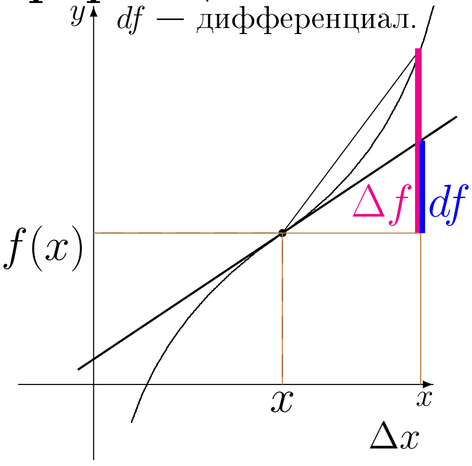


V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(\qquad\qquad) - y(\quad) \approx$

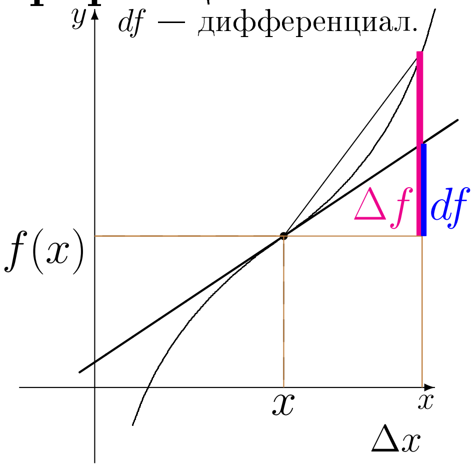


V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(\quad) \approx$

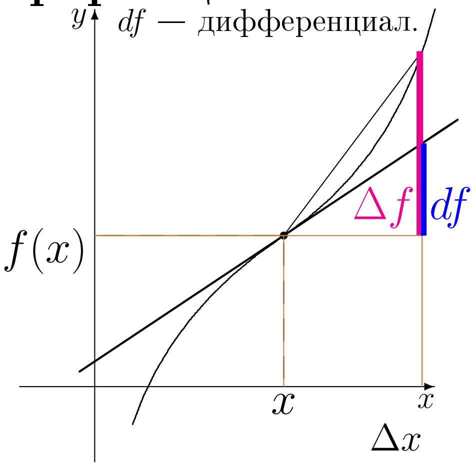


V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

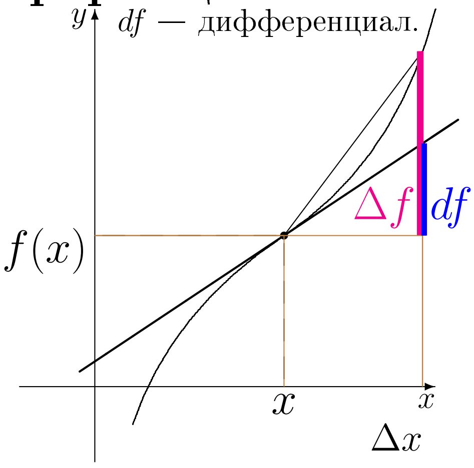
$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$



V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.



$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$

$= f(x) + f'(x)(\qquad -x)-$

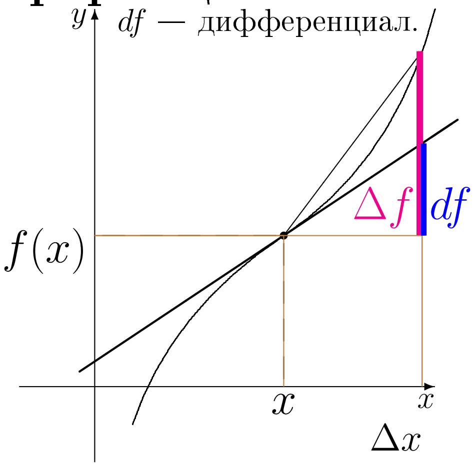
$-(f(x) + f'(x)(\quad - x)) =$

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(\quad - x)) =$



V.2.1. Формирование понятия дифференциала

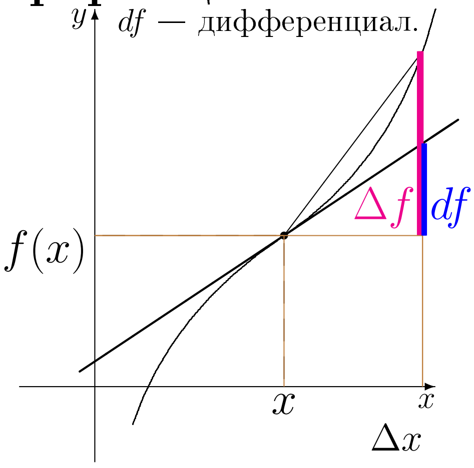
Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$

$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$

$-(f(x) + f'(x)(x - x)) =$

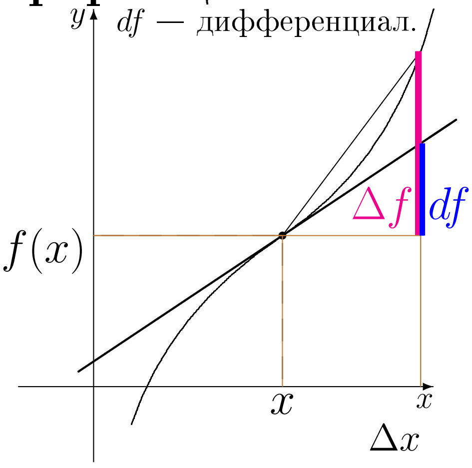


V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$

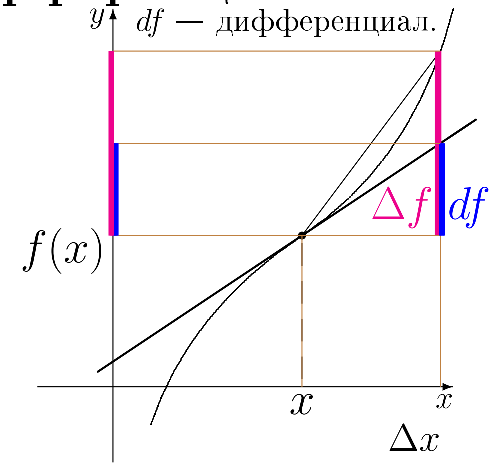


V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$$
$$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$$
$$-(f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$$

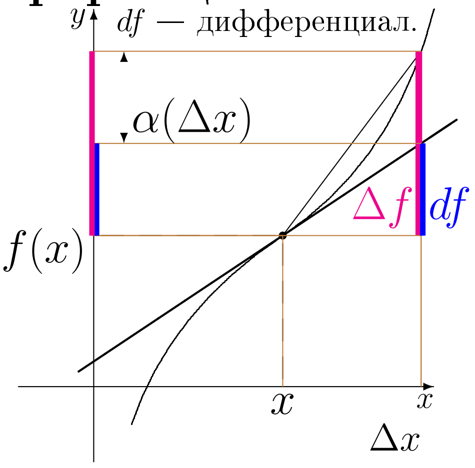


V.2.1. Формирование понятия дифференциала

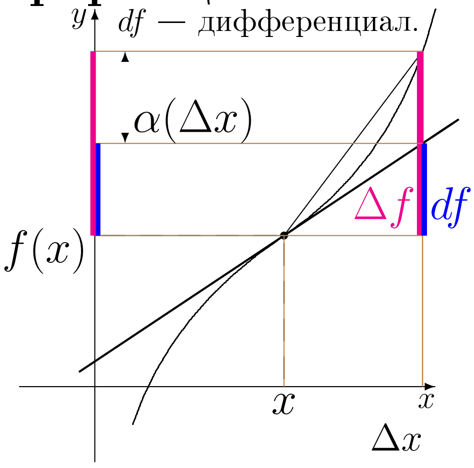
Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x$.



V.2.1. Формирование понятия дифференциала



Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$-(f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$

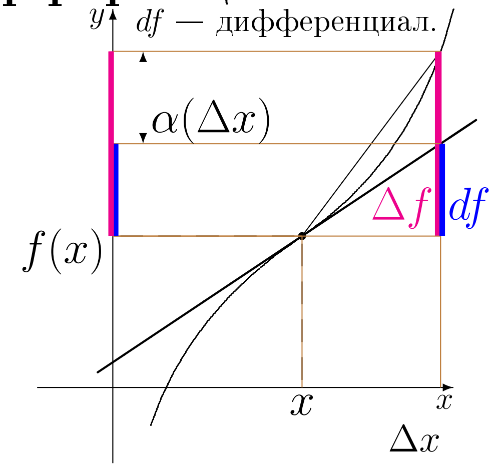
Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) =$ при уменьшении Δx.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$



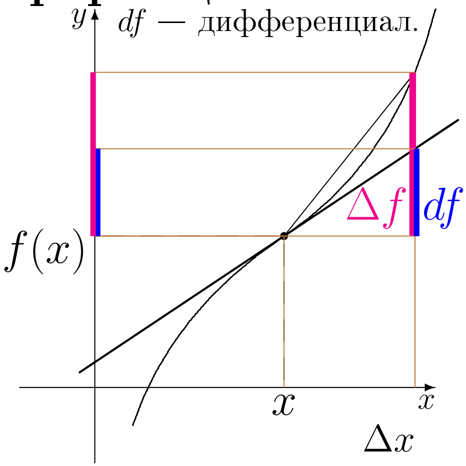
Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x$.



Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

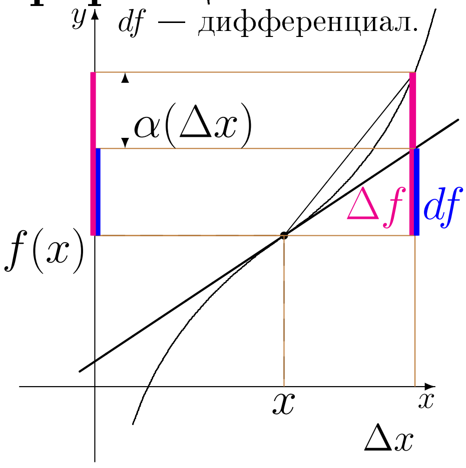
Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$

$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$

$-(f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x$.



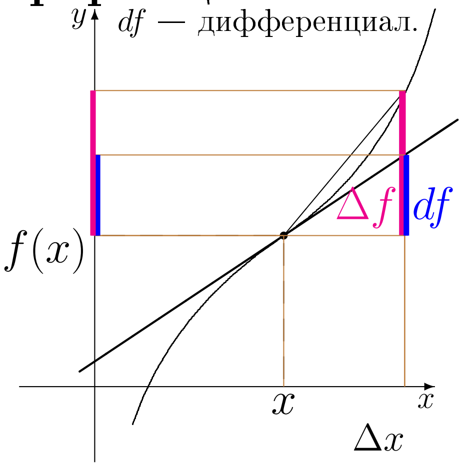
Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x$.

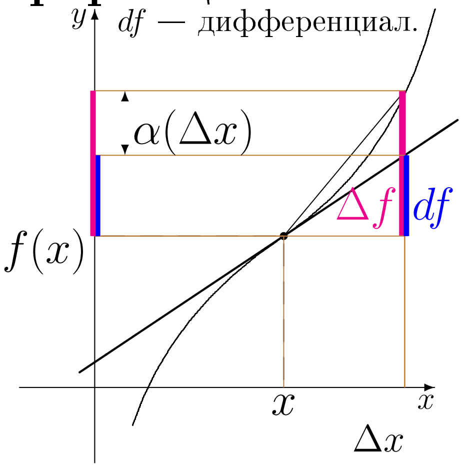


Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.



$$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$$
$$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$$
$$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$$

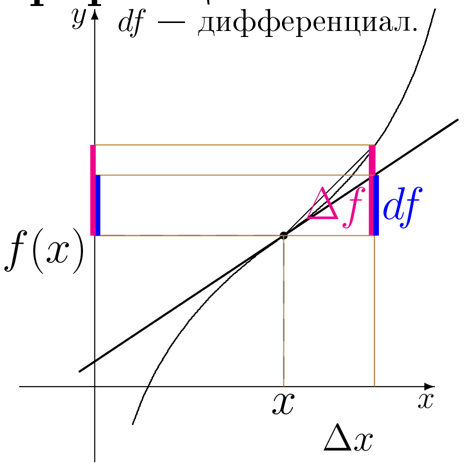
Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x$.



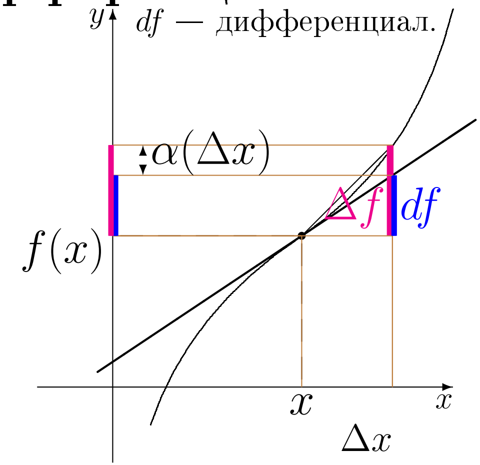
Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x$.



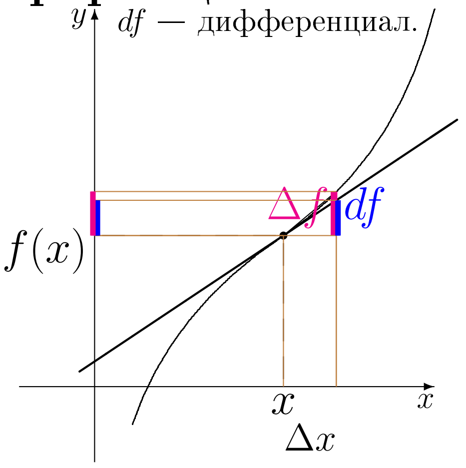
Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$



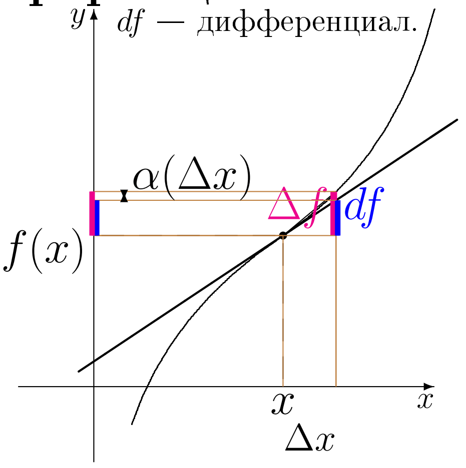
Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

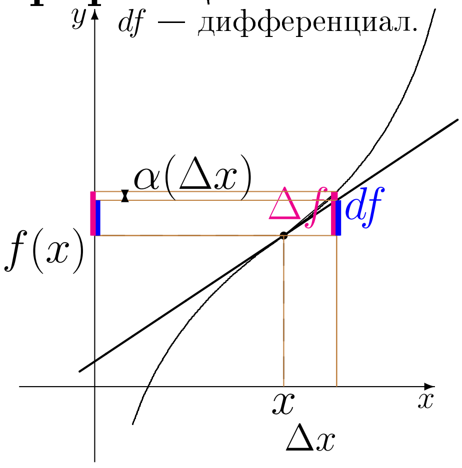
Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$-(f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$



Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала



Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$

Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

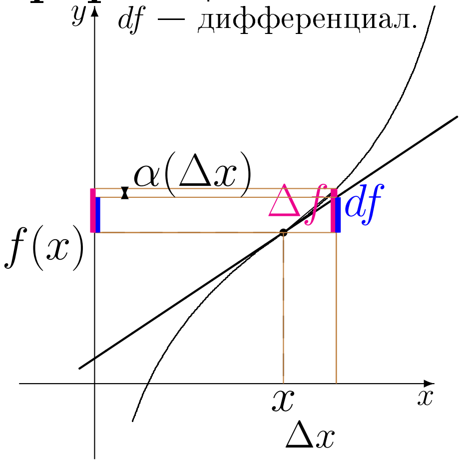
Важно, что $\alpha(\Delta x)$ убывает быстрее, чем Δx, т.е.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$



Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

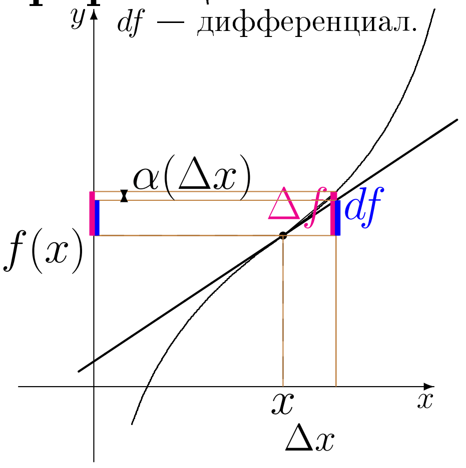
Важно, что $\alpha(\Delta x)$ убывает быстрее, чем Δx, т.е.

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(\Delta x)}{\Delta x}$$

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.



$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$

Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

Важно, что $\alpha(\Delta x)$ убывает быстрее, чем Δx, т.е.

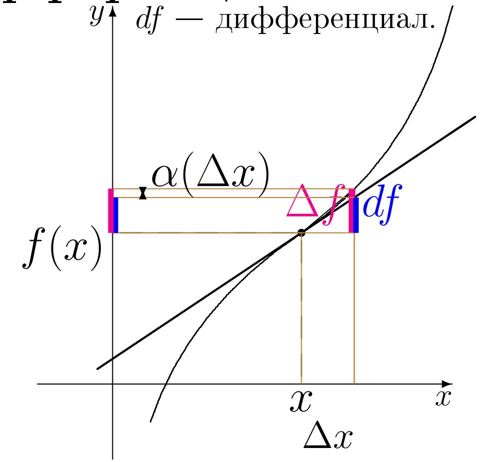
$$0 = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(\Delta x)}{\Delta x}$$

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$



Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

Важно, что $\alpha(\Delta x)$ убывает быстрее, чем Δx, т.е.

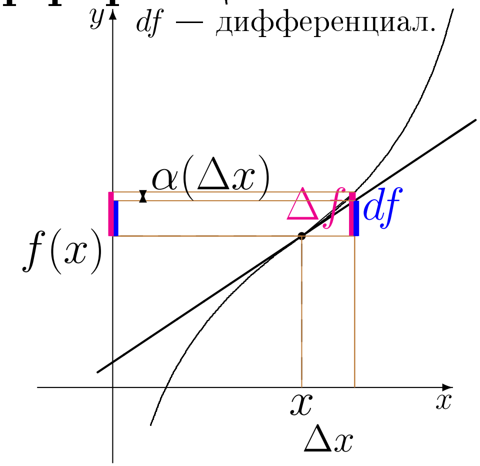
$$0 = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(\Delta x)}{\Delta x} =$$

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$

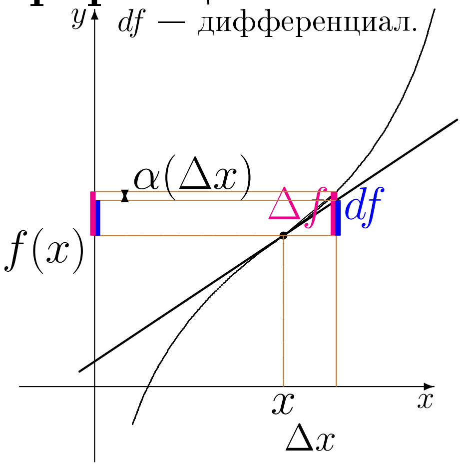


Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

Важно, что $\alpha(\Delta x)$ убывает быстрее, чем Δx, т.е.

$$0 = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(\Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f - df}{\Delta x}.$$

V.2.1. Формирование понятия дифференциала



Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$-(f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$

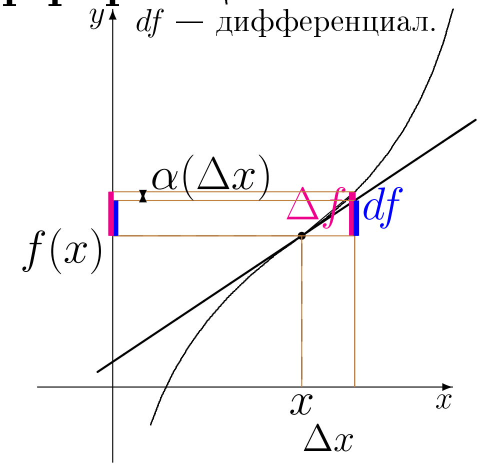
Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

Важно, что $\alpha(\Delta x)$ убывает быстрее, чем Δx, т.е.

$$0 = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(\Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f - df}{\Delta x}.$$

Итак, $\Delta f = df + \alpha(x)$, причём

V.2.1. Формирование понятия дифференциала



Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x.$

Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

Важно, что $\alpha(\Delta x)$ убывает быстрее, чем Δx, т.е.

$$0 = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(\Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f - df}{\Delta x}.$$

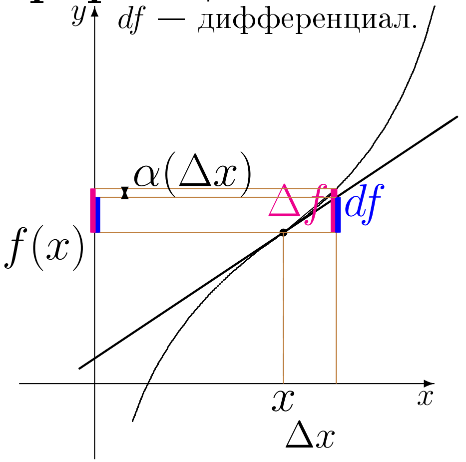
Итак, $\Delta f = df + \alpha(x)$, причём $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\alpha(\Delta x)}{\Delta x} = 0$.

V.2.1. Формирование понятия дифференциала

Рассмотрим *приращение* аргумента и *приращение* значения функции.

Сравним приращение функции с приращением приближения этой функции **касательной**: $y(t) = f(x) + f'(x) \cdot (t - x)$.

$df = dy \approx y(x + \Delta x) - y(x) \approx$
$= f(x) + f'(x)(x + \Delta x - x) -$
$- (f(x) + f'(x)(x - x)) = f'(x) \cdot \Delta x$.



Посмотрим изменения Δf, df и $\alpha(\Delta x) = \Delta f - df$ при уменьшении Δx.

Важно, что $\alpha(\Delta x)$ убывает быстрее, чем Δx, т.е.

$$0 = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(\Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f - df}{\Delta x}.$$

Итак, $\Delta f = df + \alpha(x)$, причём $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(\Delta x)}{\Delta x} = 0$.

Теперь мы готовы сформулировать определение дифференциала df.

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции f в точке $x \in$ **D**(**f**) называется такая линейная по Δx функция $(A \cdot \Delta x)$, что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \qquad (23)$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ функции f обозначается через df.

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции* f *в точке* $x \in \mathbf{D(f)}$ *называется такая линейная по* Δx *функция* $(A \cdot \Delta x)$, *что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \tag{23}$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ *функции* f *обозначается через* df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции* f *в точке* $x \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ *называется такая линейная по* Δx *функция* $(A \cdot \Delta x)$, *что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \tag{23}$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ *функции* f *обозначается через* df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(\qquad\qquad\qquad) =$

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции f в точке $x \in$ **D**(**f**) называется такая линейная по Δx функция $(A \cdot \Delta x)$, что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \tag{23}$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ функции f обозначается через df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x, \qquad\qquad\qquad) =$

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции f в точке $x \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ называется такая линейная по Δx функция $(A \cdot \Delta x)$, что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \qquad (23)$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ функции f обозначается через df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x, \qquad + \qquad) =$

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции* f *в точке* $x \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ *называется такая линейная по* Δx *функция* $(A \cdot \Delta x)$, *что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \qquad (23)$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ *функции* f *обозначается через* df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x, \quad \Delta p + \qquad) =$

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции* f *в точке* $x \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ *называется такая линейная по* Δx *функция* $(A \cdot \Delta x)$, *что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \tag{23}$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ *функции* f *обозначается через* df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x, \quad \Delta p + \quad \Delta q) =$

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции* f *в точке* $x \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ *называется такая линейная по* Δx *функция* $(A \cdot \Delta x)$, *что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \tag{23}$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ *функции* f *обозначается через* df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x,\alpha\cdot\Delta p+ \quad \Delta q) =$

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции f в точке $x \in$* **D(f)** *называется такая линейная по Δx функция $(A \cdot \Delta x)$, что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \qquad (23)$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ функции f обозначается через df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x,\alpha{\cdot}\Delta p{+}\beta{\cdot}\Delta q) =$

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции f в точке $x \in$* $\mathbf{D(f)}$ *называется такая линейная по Δx функция $(A \cdot \Delta x)$, что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \quad (23)$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ функции f обозначается через df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x,\alpha\cdot\Delta p+\beta\cdot\Delta q) = \quad df(\qquad)+ \quad df(\qquad).$

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции f в точке $x \in \mathbf{D(f)}$ называется такая линейная по Δx функция $(A \cdot \Delta x)$, что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \tag{23}$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ функции f обозначается через df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x, \alpha \cdot \Delta p + \beta \cdot \Delta q) = \quad df(x, \quad) + \quad df(x, \quad).$

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции f в точке $x \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ называется такая линейная по Δx функция $(A \cdot \Delta x)$, что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \qquad (23)$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ функции f обозначается через df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x,\alpha\cdot\Delta p+\beta\cdot\Delta q) = \quad df(x,\Delta p)+ \quad df(x, \quad).$

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции* f *в точке* $x \in \mathbf{D(f)}$ *называется такая линейная по* Δx *функция* $(A \cdot \Delta x)$, *что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \qquad (23)$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ *функции* f *обозначается через* df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$$df(x, \alpha \cdot \Delta p + \beta \cdot \Delta q) = \alpha \cdot df(x, \Delta p) + \quad df(x, \quad).$$

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции* f *в точке* $x \in \mathbf{D(f)}$ *называется такая линейная по* Δx *функция* $(A \cdot \Delta x)$, *что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \quad (23)$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ *функции* f *обозначается через* df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x,\alpha \cdot \Delta p + \beta \cdot \Delta q) = \alpha \cdot df(x, \Delta p) + \quad df(x, \Delta q)$.

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции f в точке $x \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ называется такая линейная по Δx функция $(A \cdot \Delta x)$, что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \qquad (23)$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ функции f обозначается через df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x,\alpha\cdot\Delta p+\beta\cdot\Delta q) = \alpha\cdot df(x,\Delta p)+\beta\cdot df(x,\Delta q)$.

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции* f *в точке* $x \in \mathbf{D(f)}$ *называется такая линейная по* Δx *функция* $(A \cdot \Delta x)$, *что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \qquad (23)$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ *функции* f *обозначается через* df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x,\alpha \cdot \Delta p + \beta \cdot \Delta q) = \alpha \cdot df(x, \Delta p) + \beta \cdot df(x, \Delta q)$.

Поэтому говорят ещё, что df — *главная линейная по* Δx часть $A \cdot \Delta x$ приращения Δf функции f в точке x.

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции* f *в точке* $x \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ *называется такая линейная по* Δx *функция* $(A \cdot \Delta x)$, *что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \qquad (23)$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ *функции* f *обозначается через* df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x, \alpha \cdot \Delta p + \beta \cdot \Delta q) = \alpha \cdot df(x, \Delta p) + \beta \cdot df(x, \Delta q)$.

Поэтому говорят ещё, что df — *главная линейная по* Δx часть $A \cdot \Delta x$ приращения Δf функции f в точке x.

Но следует иметь в виду, что дифференциал $df(x, \Delta x)$ определён для любого значения Δx, даже если $x + \Delta x$ не принадлежит $\mathbf{D}(\mathbf{f})$.

V.2.2. Определение дифференциала

Определение 16. Дифференциалом *функции* f *в точке* $x \in \mathbf{D(f)}$ *называется такая линейная по* Δx *функция* $(A \cdot \Delta x)$, *что*

$$\Delta f = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ причём } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0. \tag{23}$$

Дифференциал $A \cdot \Delta x$ *функции* f *обозначается через* df.

Функция df зависит от x и Δx: $df(x, \Delta x)$, причём по Δx она является линейной:

$df(x,\alpha\cdot\Delta p+\beta\cdot\Delta q) =\alpha\cdot df(x,\Delta p)+\beta\cdot df(x,\Delta q)$.

Поэтому говорят ещё, что df — *главная линейная по* Δx часть $A \cdot \Delta x$ приращения Δf функции f в точке x.

Но следует иметь в виду, что дифференциал $df(x, \Delta x)$ определён для любого значения Δx, даже если $x + \Delta x$ не принадлежит $\mathbf{D(f)}$.

Поэтому в качестве второго аргумента дифференциала функции обычно берут *дифференциал аргумента* dx, где $dx \in \mathbb{R}$, причём $(x + dx)$ может не включаться в область определения функции f.

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции* f *в точке* $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ *существует тогда и только тогда, когда в этой точке* x *существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство.

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции* f *в точке* $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ *существует тогда и только тогда, когда в этой точке* x *существует* ***дифференциал***. *При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$\Delta f =$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D(f)}$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) =$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D(f)}$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал***. *При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x),$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)$, где

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)$, где $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} =$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D(f)}$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \qquad (42)$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ где } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0.$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)$, где $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0.$

Тогда

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал***. *При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)$, где $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0$.

Тогда

$f'(x) =$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D(f)}$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал***. *При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ где } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0.$$

Тогда

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} =$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ где } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0.$$

Тогда

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} =$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D(f)}$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ где } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0.$$

Тогда

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = A + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} =$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции* f *в точке* $a \in \mathbf{D(f)}$ *существует тогда и только тогда, когда в этой точке* x *существует* ***дифференциал***. *При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ где } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0.$$

Тогда

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = A + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} =$$

$$= A + 0 =$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x), \text{ где } \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0.$$

Тогда

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = A + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} =$$

$$= A + 0 = A.$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D(f)}$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть у функции f существует дифференциал в точке x:

$\Delta f = df + \alpha(x, \Delta x) = A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)$, где $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0$.

Тогда

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{A \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = A + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} =$$

$= A + 0 = A$. Значит, производная существует.

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D(f)}$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть теперь существует производная функции f в точке x: $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \qquad (42)$$

Доказательство. Пусть теперь существует производная функции f в точке x: $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.

Положим $\alpha(x, \Delta x) = \Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x$. Тогда

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D(f)}$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть теперь существует производная функции f в точке x: $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.

Положим $\alpha(x, \Delta x) = \Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x$. Тогда

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} =$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции* f *в точке* $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ *существует тогда и только тогда, когда в этой точке* x *существует* ***дифференциал***. *При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть теперь существует производная функции f в точке x: $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.

Положим $\alpha(x, \Delta x) = \Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x$. Тогда

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} =$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \qquad (42)$$

Доказательство. Пусть теперь существует производная функции f в точке x: $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.

Положим $\alpha(x, \Delta x) = \Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x$. Тогда

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x)}{\Delta x} - \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} =$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \qquad (42)$$

Доказательство. Пусть теперь существует производная функции f в точке x: $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.

Положим $\alpha(x, \Delta x) = \Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x$. Тогда

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x)}{\Delta x} - \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} = f'(x) - f'(x) =$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D(f)}$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть теперь существует производная функции f в точке x: $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.

Положим $\alpha(x, \Delta x) = \Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x$. Тогда

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x)}{\Delta x} - \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} = f'(x) - f'(x) = 0.$$

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D}(\mathbf{f})$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть теперь существует производная функции f в точке x: $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.

Положим $\alpha(x, \Delta x) = \Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x$. Тогда

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x)}{\Delta x} - \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} = f'(x) - f'(x) = 0.$$

Значит, $\Delta f(x, \Delta x) = f'(x) \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)$,

причём $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0$.

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D(f)}$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть теперь существует производная функции f в точке x: $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.

Положим $\alpha(x, \Delta x) = \Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x$. Тогда

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x)}{\Delta x} - \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} = f'(x) - f'(x) = 0.$$

Значит, $\Delta f(x, \Delta x) = f'(x) \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)$,

причём $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0$. Значит, дифференциал функции f в точке x существует.

V.2.3. Связь дифференциала с производной

Теорема 15. ***Производная*** *функции f в точке $a \in \mathbf{D(f)}$ существует тогда и только тогда, когда в этой точке x существует* ***дифференциал****. При этом*

$$df(x, dx) = f'(x) \cdot dx. \tag{42}$$

Доказательство. Пусть теперь существует производная функции f в точке x: $\quad f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta f}{\Delta x}$.

Положим $\alpha(x, \Delta x) = \Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x$. Тогда

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x) - f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x, \Delta x)}{\Delta x} - \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x) \cdot \Delta x}{\Delta x} = f'(x) - f'(x) = 0.$$

Значит, $\Delta f(x, \Delta x) = f'(x) \cdot \Delta x + \alpha(x, \Delta x)$,

причём $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{\alpha(x, \Delta x)}{\Delta x} = 0$. Значит, дифференциал функции f в точке x существует. Теорема доказана.

V.2.4. Производная как отношение дифференциалов

Теорема 16. *Если функция f дифференцируема в точке x, то*

$$f'(x) = \frac{df(x, dx)}{dx}. \tag{25}$$

Доказательство.

V.2.4. Производная как отношение дифференциалов

Теорема 16. *Если функция f дифференцируема в точке x, то*

$$f'(x) = \frac{df(x, dx)}{dx}. \tag{25}$$

Доказательство. Это очевидное следствие из **теоремы о связи дифференциала с производной**.

VI. Вычисление производной

Рассмотрим пример?

VI.1. Таблица производных

Сначала отметим один важный факт, касающийся дифференцирования тригонометрических функций и обратных к ним.

VI.1. Таблица производных

Вы изучили два способа измерения величины угла: **градусное** и **радианное.**

Все формулы для дифференцирования и интегрирования тригонометрических функций и обратных к ним справедливы только для радианного измерения угла!

VI.1. Таблица производных

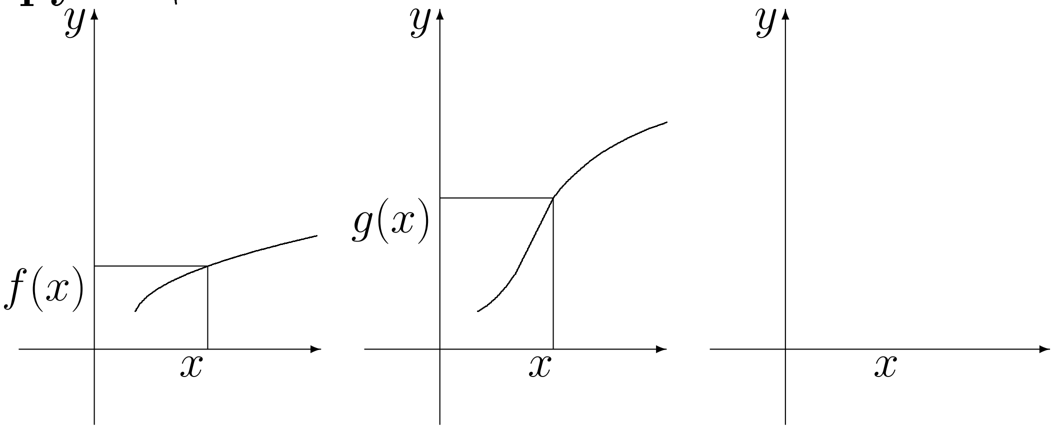
$$(y^n)' = n \cdot y^{n-1} \cdot y'; \quad (a^y)' = a^y \cdot \ln a \cdot y'; \qquad (\log_a y)' = \frac{y'}{y \ln a};$$

$$(\sin y)' = \cos y \cdot y'; \quad (\cos y)' = -\sin y \cdot y'; \quad (\operatorname{tg} y)' = \frac{y'}{\cos^2 y};$$

$$(\operatorname{ctg}(y))' = -\frac{y'}{\sin^2 y}; \quad (\arcsin y)' = \frac{y'}{\sqrt{1-y^2}}; \quad (\arccos y)' = -\frac{y'}{\sqrt{1-y^2}};$$

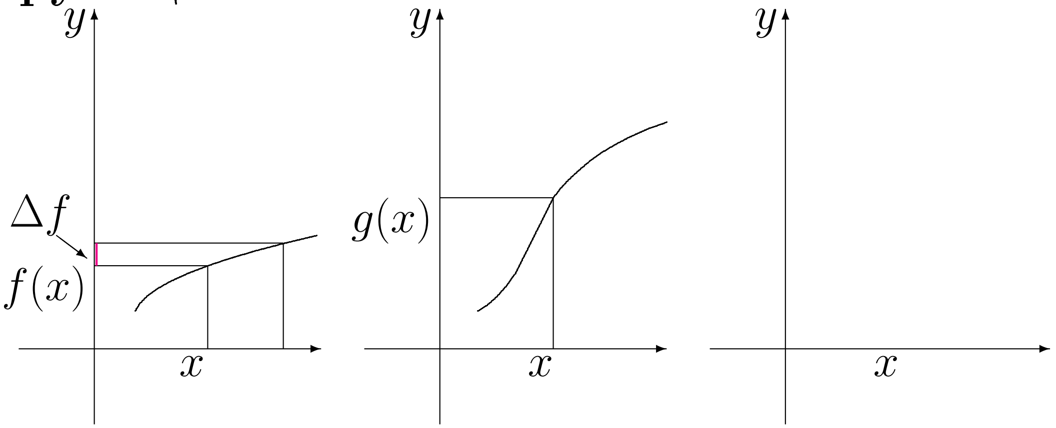
$$(\operatorname{arctg} y)' = \frac{y'}{1+y^2}; \quad (\operatorname{arcctg} y)' = -\frac{y'}{1+y^2}.$$

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



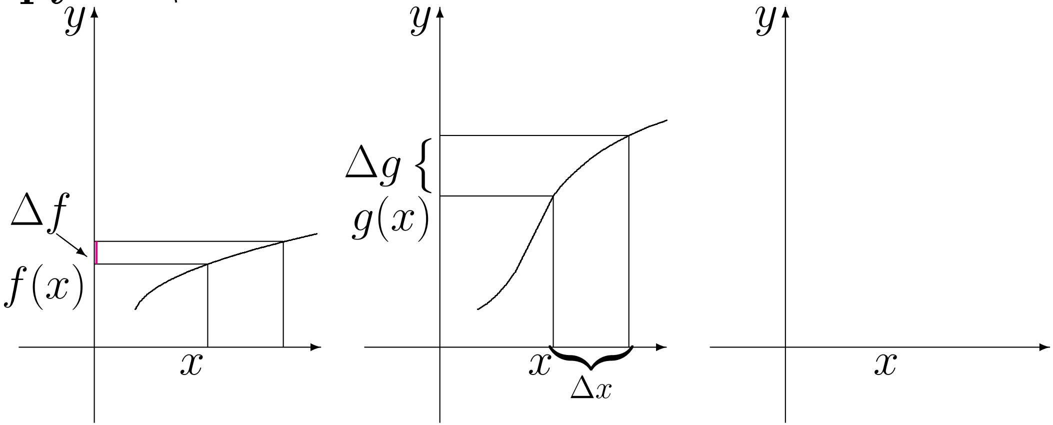
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



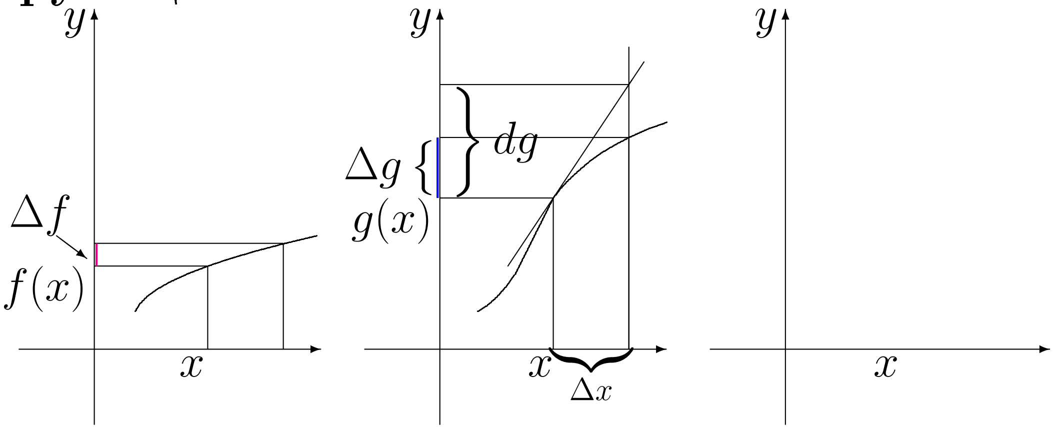
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



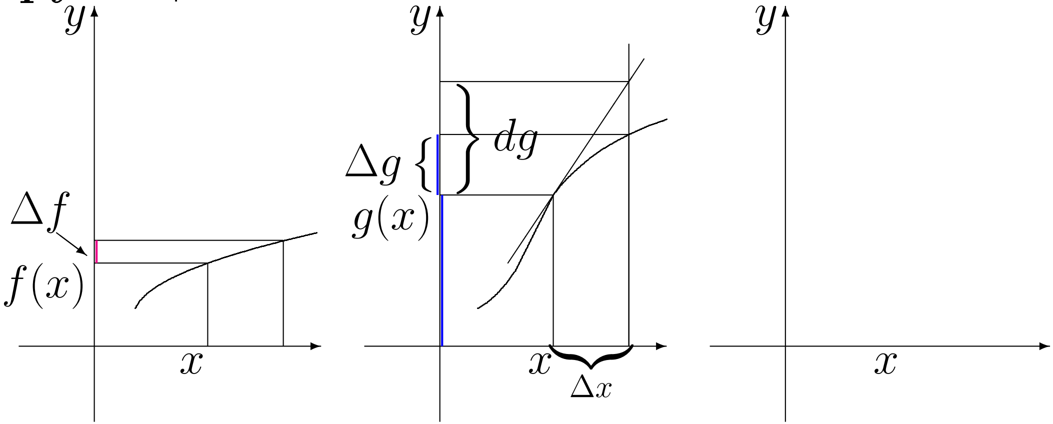
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



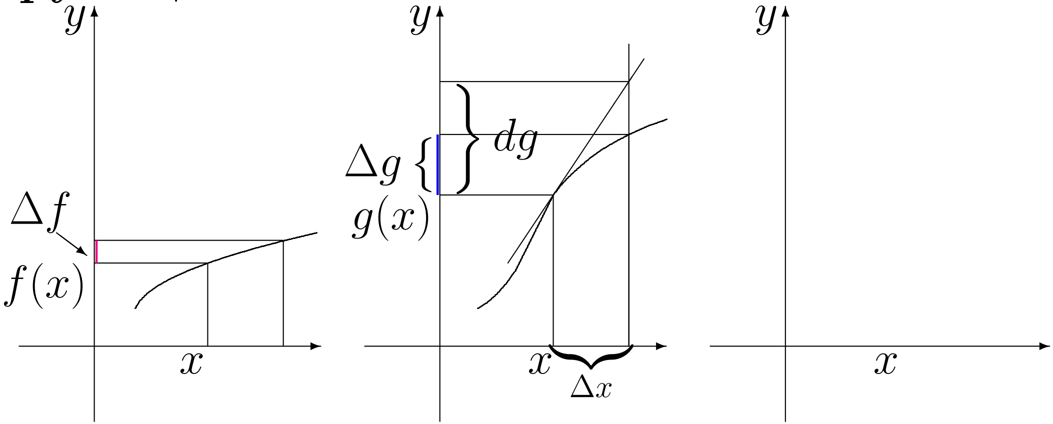
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



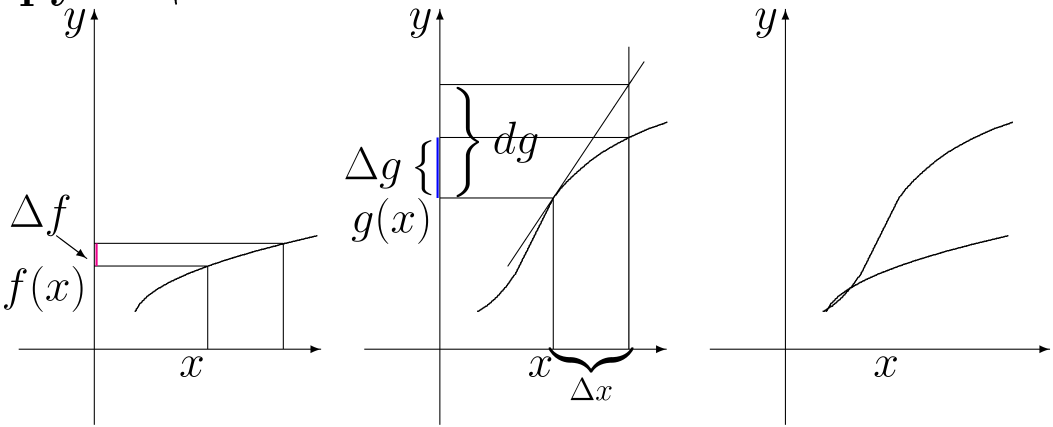
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



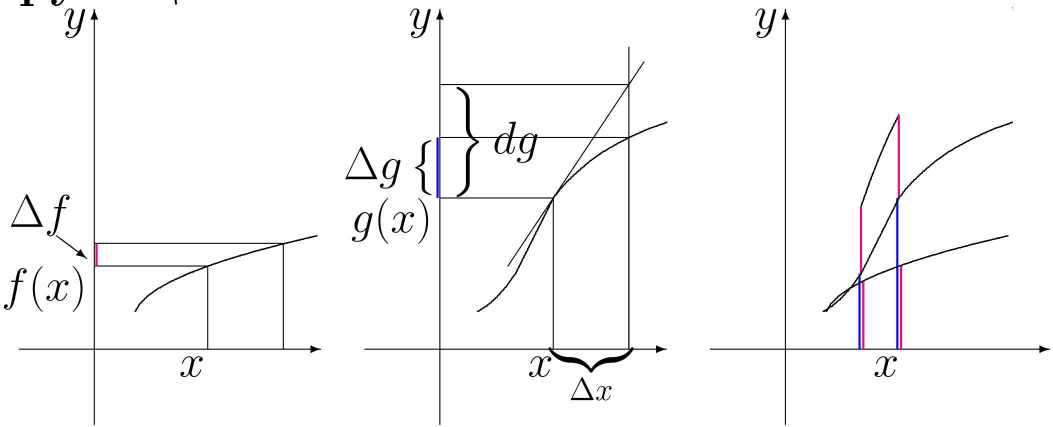
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



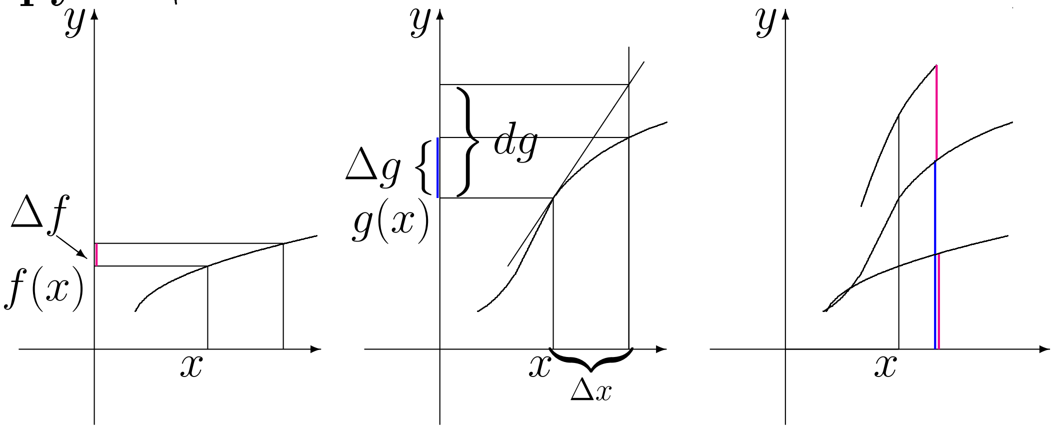
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



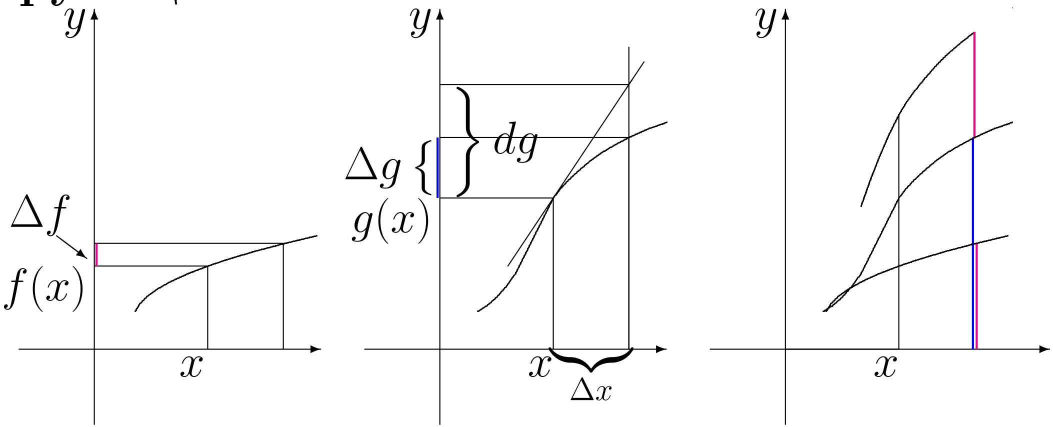
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



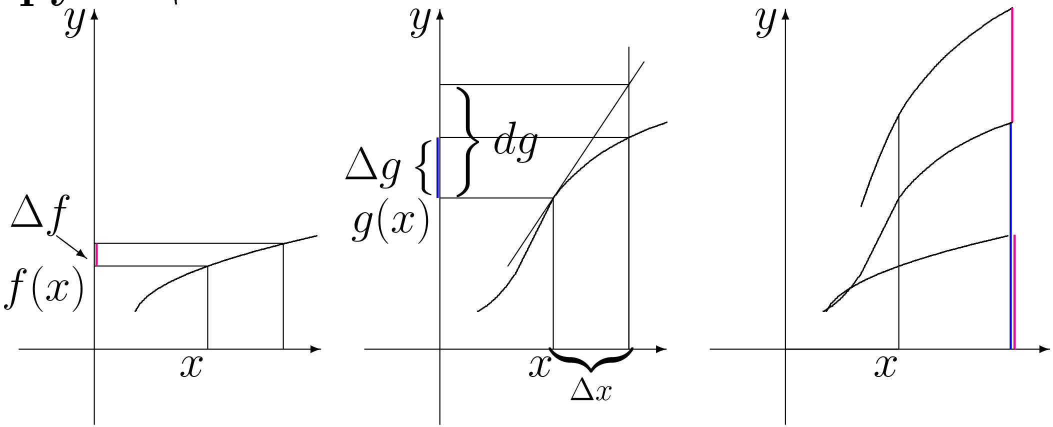
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



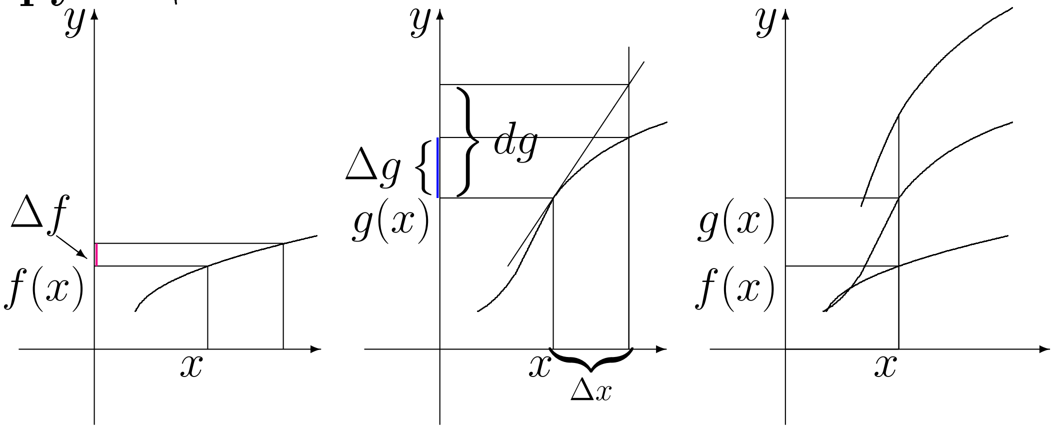
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



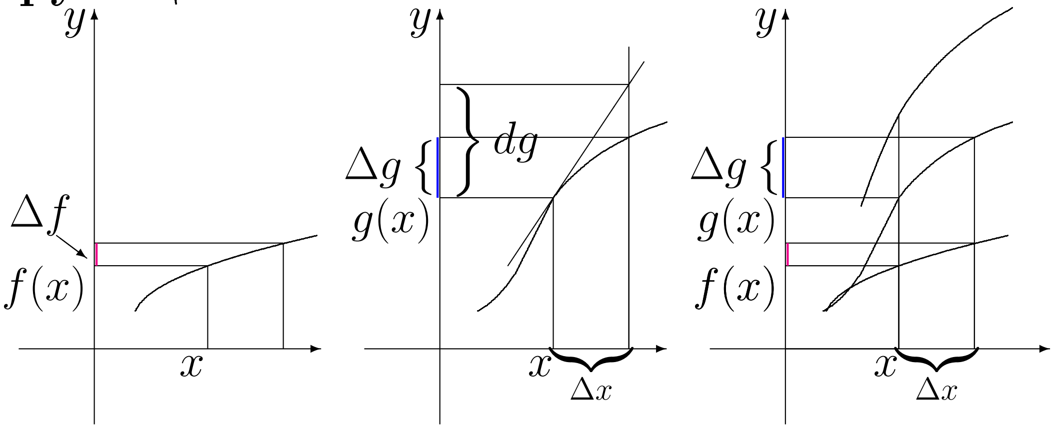
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



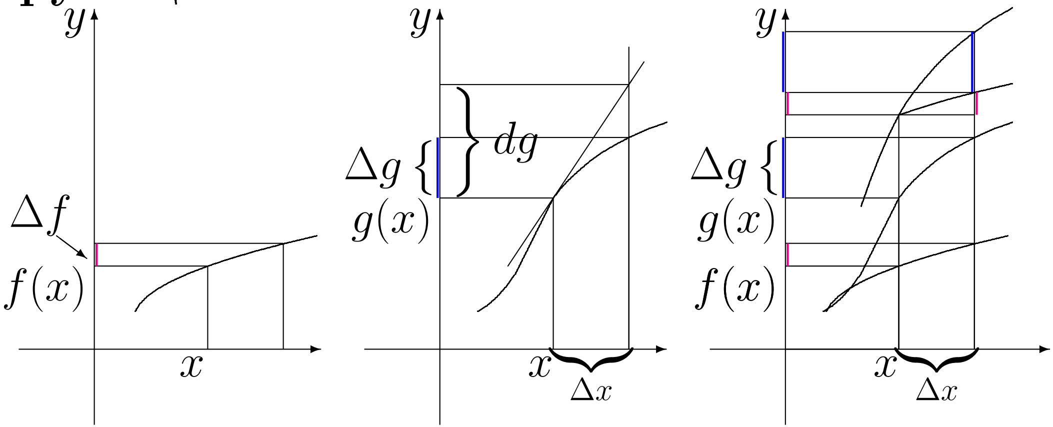
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



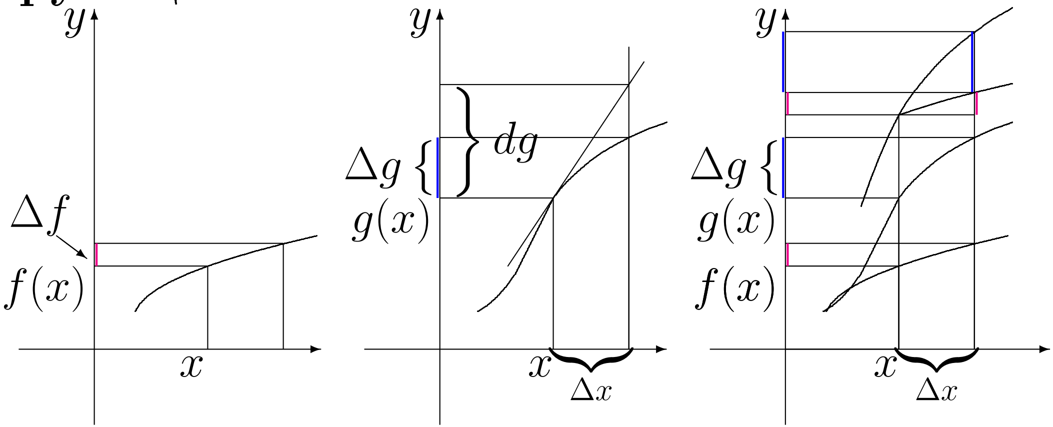
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



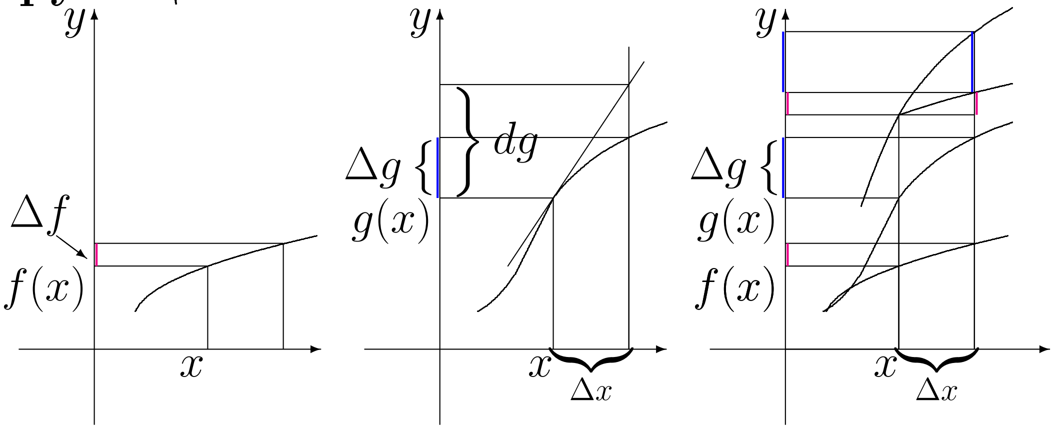
Построим графики функций f и g. Зафиксируем значение аргумента x и приращение аргумента Δx.

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



Из рисунка видно, что $\Delta(f+g) = \Delta f + \Delta g$.

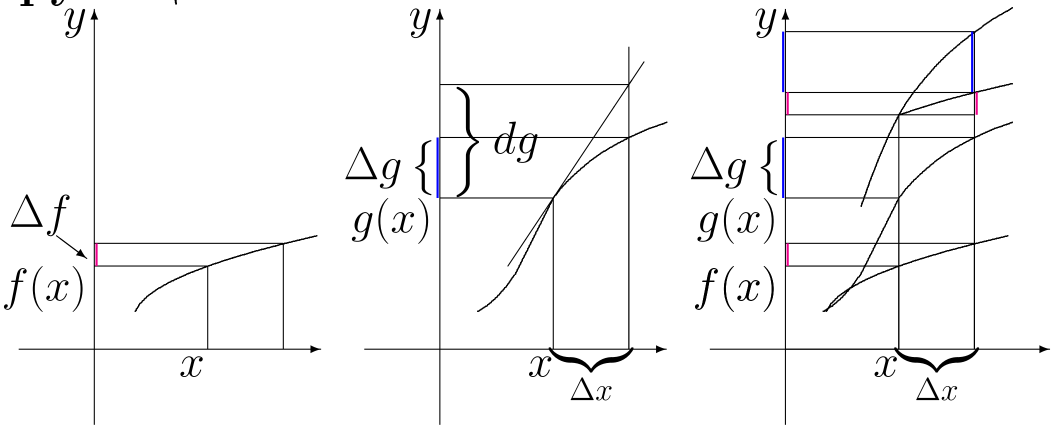
VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



Из рисунка видно, что $\Delta(f+g)=\Delta f+\Delta g$.

$$\frac{d(f(x)+g(x))}{\Delta x}=$$

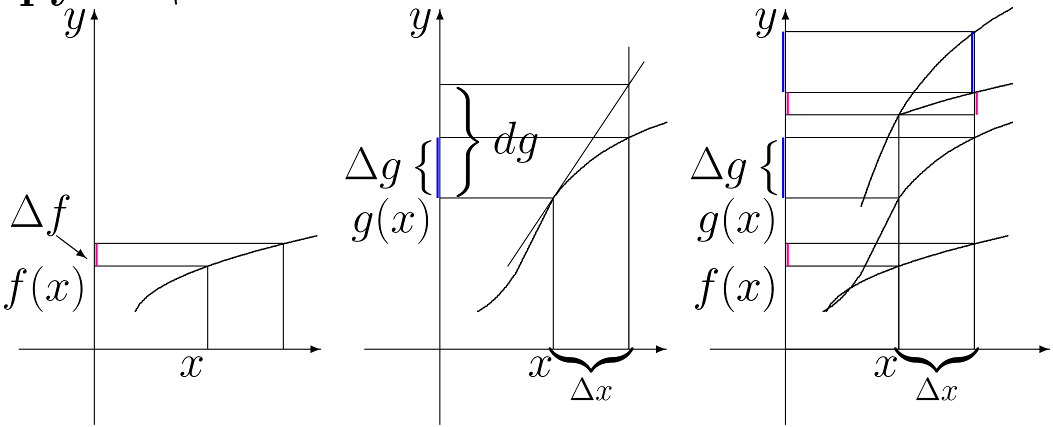
VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



Из рисунка видно, что $\Delta(f+g) = \Delta f + \Delta g$.

$$\frac{d(f(x)+g(x))}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(f(x+\Delta x)+g(x+\Delta x)) - (f(x)+g(x))}{\Delta x} =$$

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций

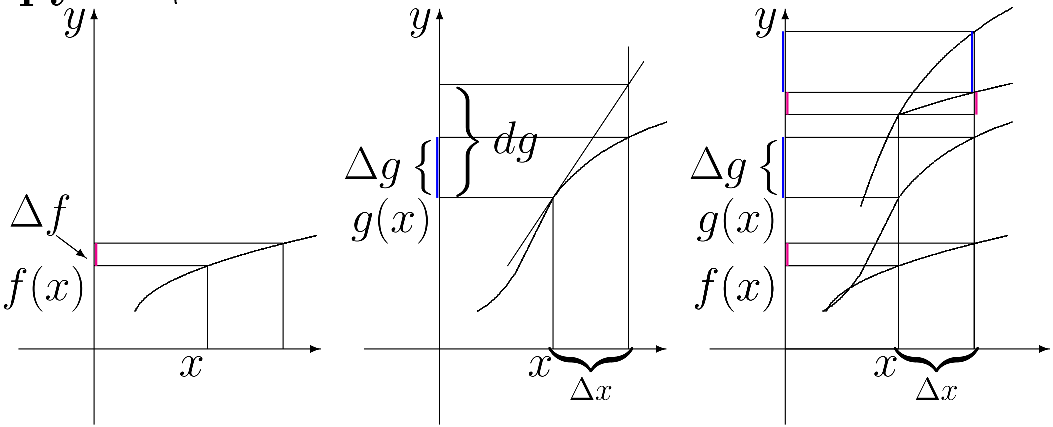


Из рисунка видно, что $\Delta(f+g) = \Delta f + \Delta g$.

$$\frac{d(f(x)+g(x))}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(f(x+\Delta x)+g(x+\Delta x)) - (f(x)+g(x))}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} =$$

VI.2. Вывод формулы дифференцирования суммы функций



Из рисунка видно, что $\Delta(f+g) = \Delta f + \Delta g$.

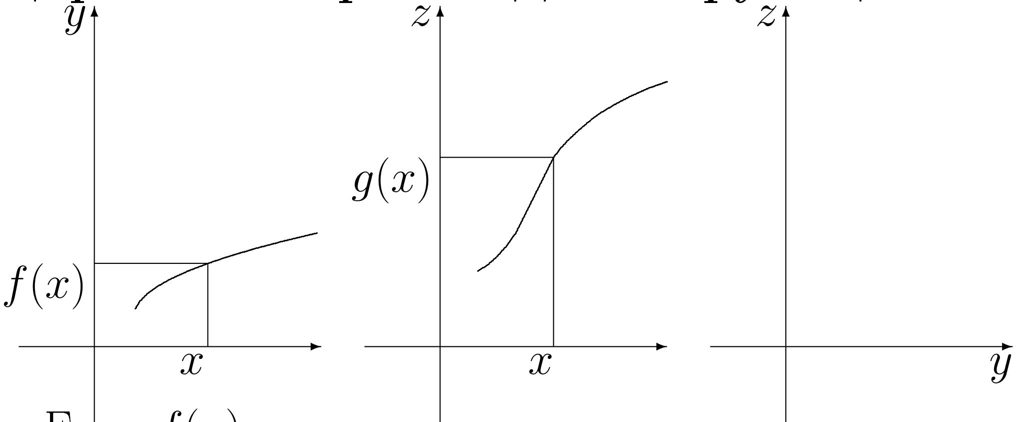
$$\frac{d(f(x)+g(x))}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(f(x+\Delta x)+g(x+\Delta x)) - (f(x)+g(x))}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} = f'(x) + g'(x).$$

VI.3. Вывод формулы дифференцирования произведения функций

Мы рассмотрим два вывода формулы: геометрический и аналитический.

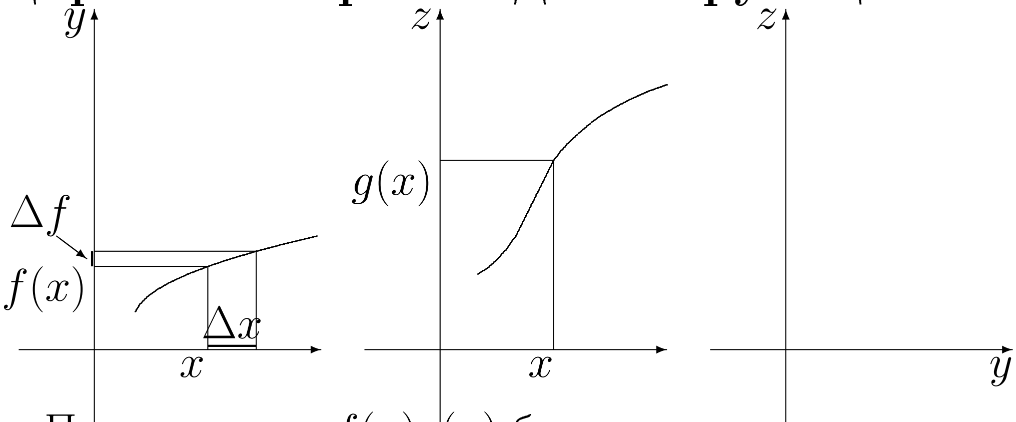
VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



Если $f(x)$ мы понимаем как ориентированную длину ($f(x)$ может быть отрицательным), то произведение $f(x)g(x)$ естественно трактовать как площадь.

Поэтому значения функций f и g будем откладывать на разных осях. Итак, рассмотрим графики функций $y = f(x)$ и $z = g(x)$.

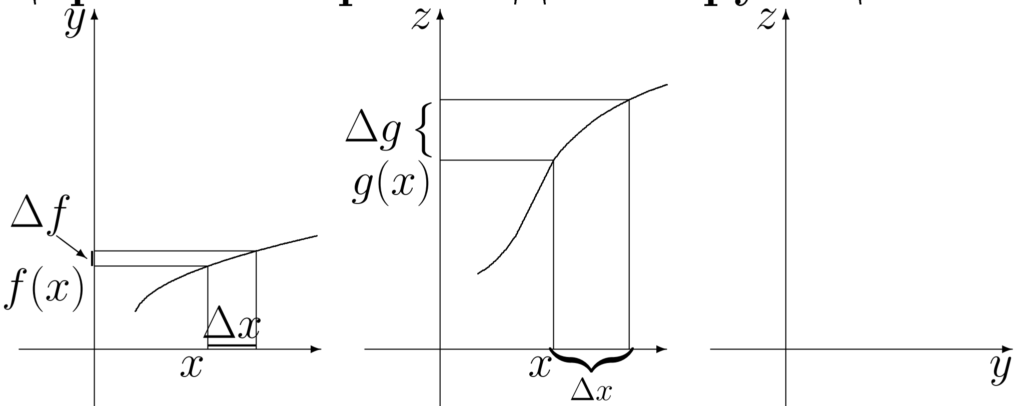
VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



Произведение $f(x)g(x)$ будем трактовать как площадь. Поэтому значения функций f и g будем откладывать на разных осях.

Зададим приращение аргумента Δx, $\quad \Delta f = f(x+\Delta x) - f(x)$,

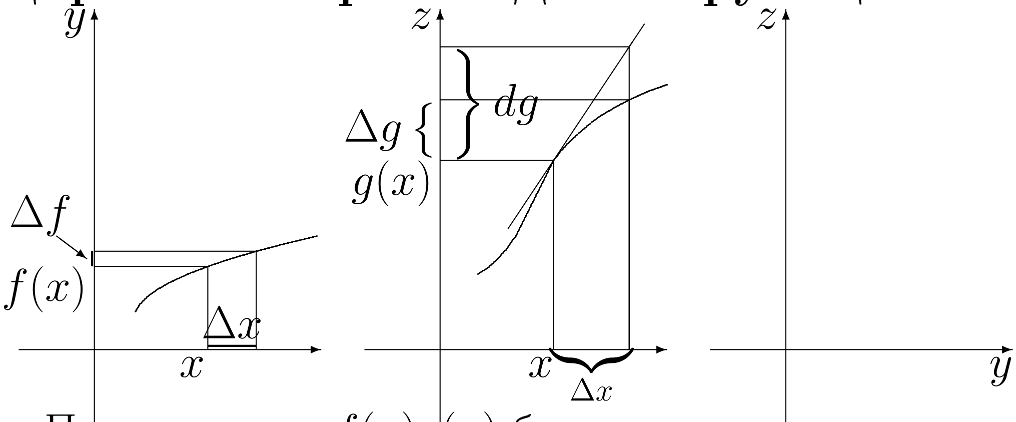
VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



Произведение $f(x)g(x)$ будем трактовать как площадь. Поэтому значения функций f и g будем откладывать на разных осях.

Зададим приращение аргумента Δx, $\quad \Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$, $\Delta g = g(x + \Delta x) - g(x)$.

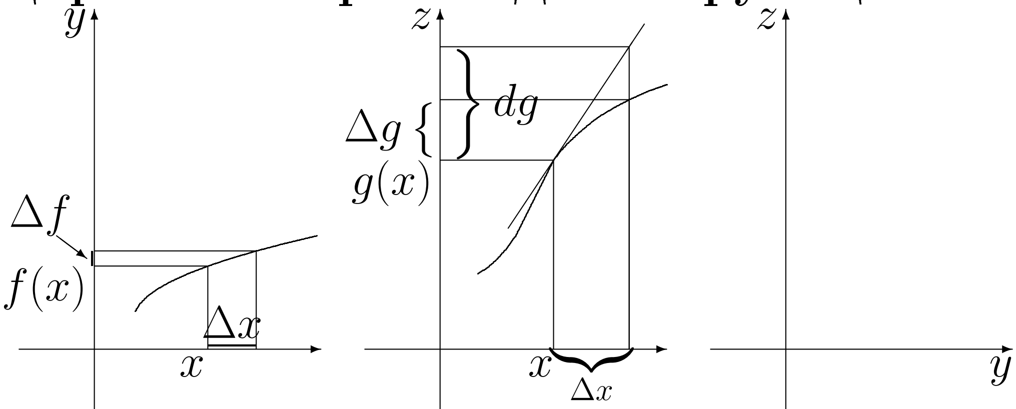
VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



Произведение $f(x)g(x)$ будем трактовать как площадь. Поэтому значения функций f и g будем откладывать на разных осях.

Зададим приращение аргумента Δx, $\quad \Delta f = f(x+\Delta x) - f(x)$, $\Delta g = g(x+\Delta x) - g(x)$.

VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций

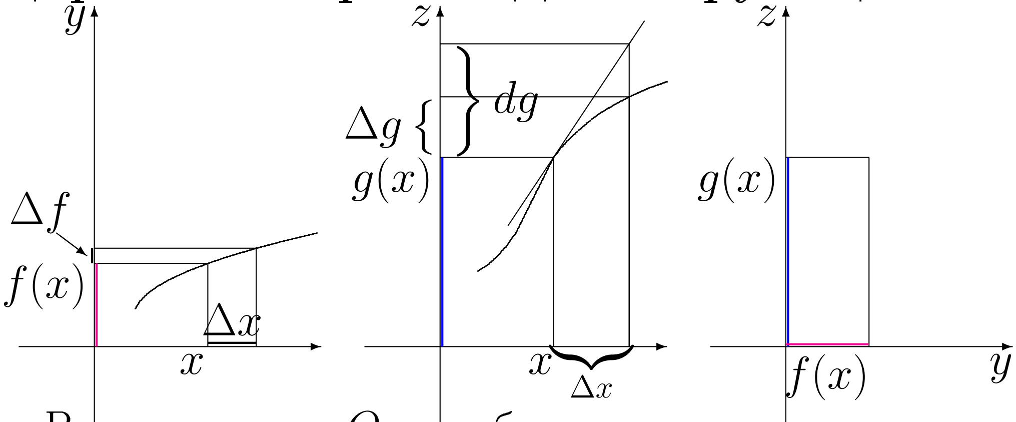


Произведение $f(x)g(x)$ будем трактовать как площадь. Поэтому значения функций f и g будем откладывать на разных осях.

Зададим приращение аргумента Δx, $\quad \Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$, $\Delta g = g(x + \Delta x) - g(x)$.

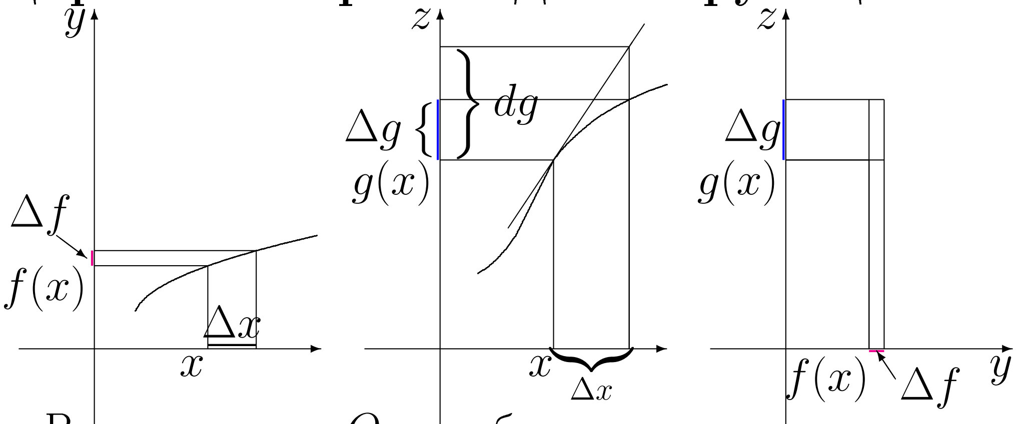
В данном случае Δg сильно отличается от dg, но при малых значениях Δx эта разница «почти исчезнет».

VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



В плоскости yOz изобразим прямоугольник, площадь которого равна $f(x)g(x)$.

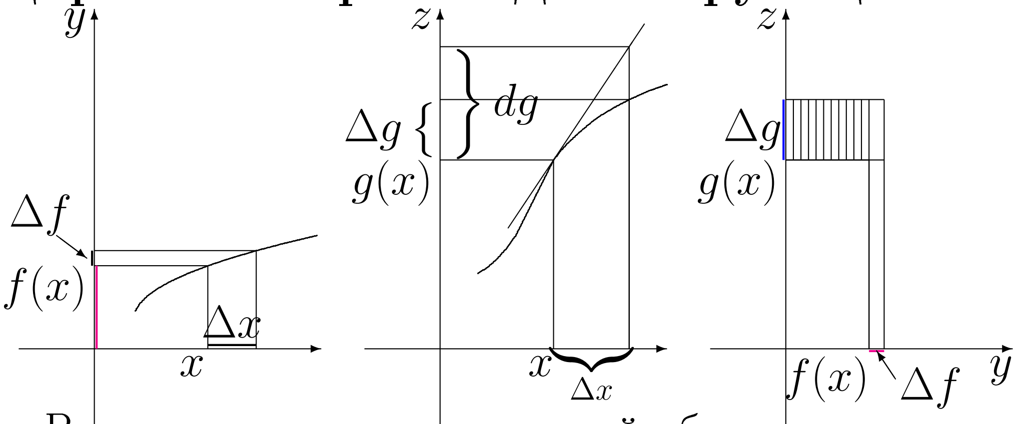
VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



В плоскости yOz изобразим прямоугольник, площадь которого равна $f(x)g(x)$.

Площадь большого прямоугольника равна $f(x+\Delta x)g(x+\Delta x)$.

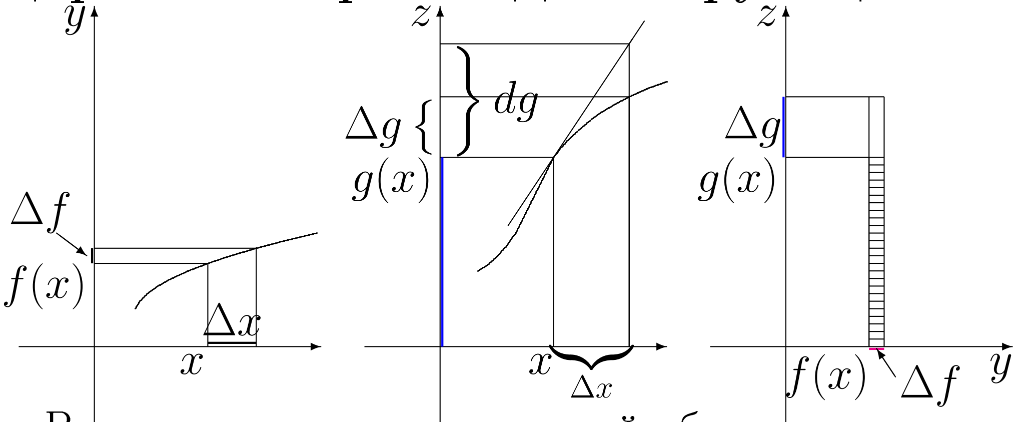
VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



Вычисляя разность площадей «большого» и «маленького» прямоугольников, получаем

$$f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x) = f(x)\Delta g +$$

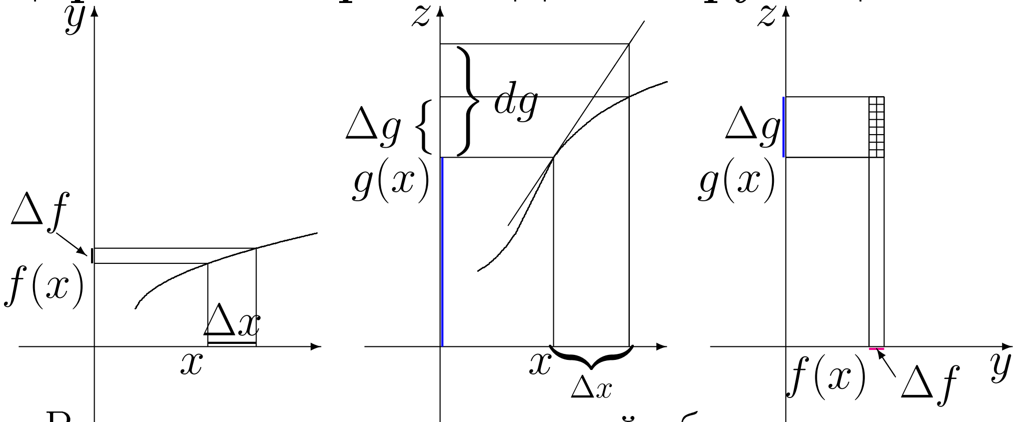
VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



Вычисляя разность площадей «большого» и «маленького» прямоугольников, получаем

$$f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x) = f(x)\Delta g + \Delta f g(x) +$$

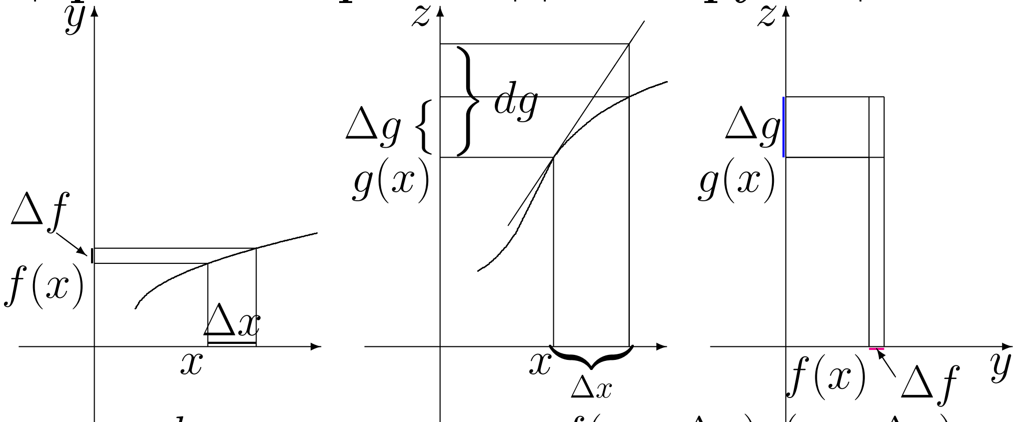
VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



Вычисляя разность площадей «большого» и «маленького» прямоугольников, получаем

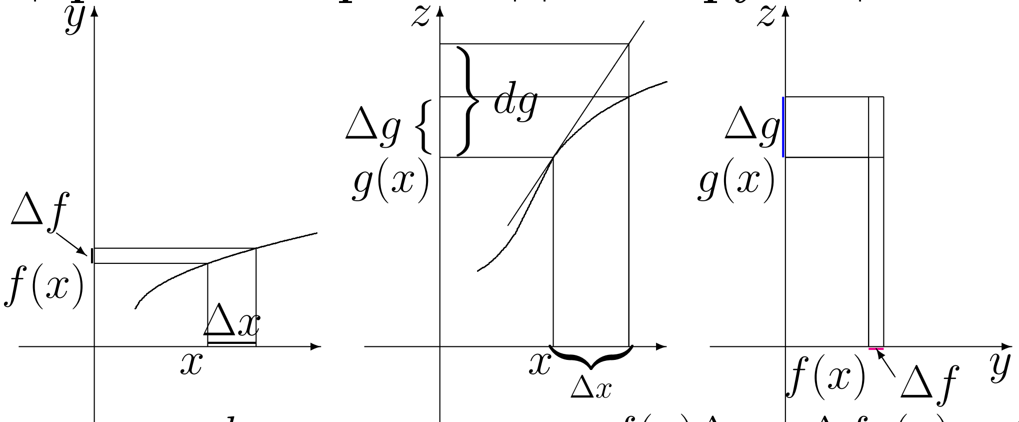
$$f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x) = f(x)\Delta g + \Delta f g(x) + \Delta f \Delta g.$$

VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



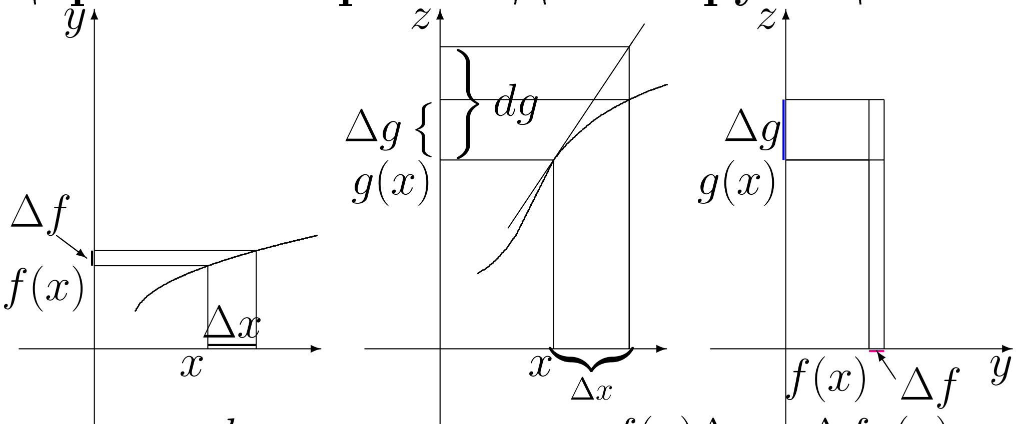
$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x} =$$

VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x)\Delta g + \Delta f g(x) + \Delta f \Delta g}{\Delta x} =$$

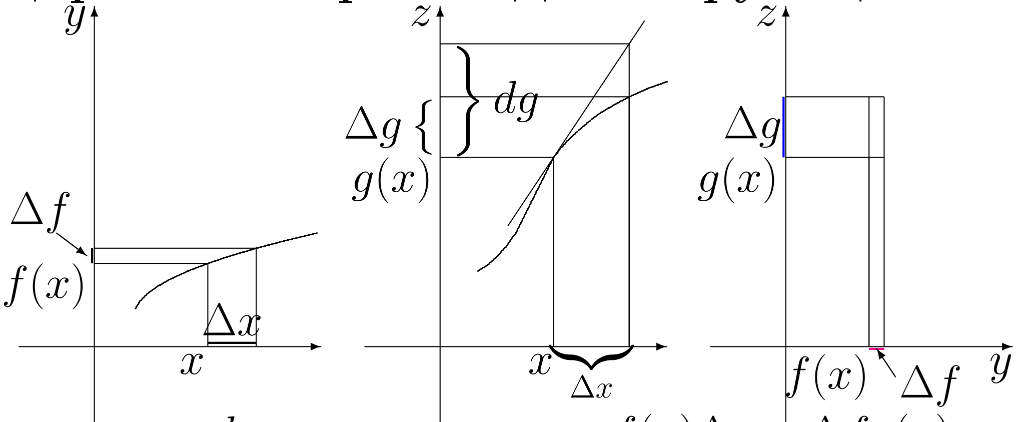
VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x)\Delta g + \Delta f g(x) + \Delta f \Delta g}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x)(dg + \alpha(\Delta x)) + (df + \beta(\Delta x))g(x) + (df + \beta(\Delta x))(dg + \alpha(\Delta x))}{\Delta x} =$$

VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций

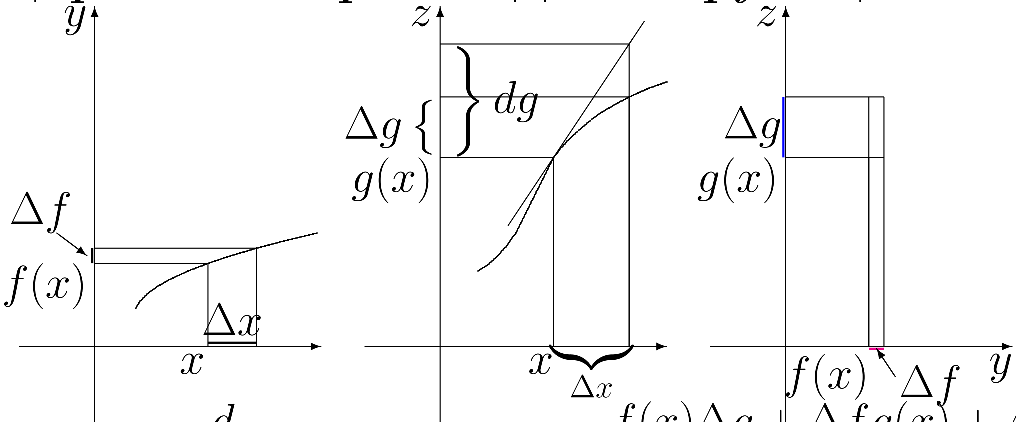


$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{f(x)\Delta g + \Delta f g(x) + \Delta f \Delta g}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0} \frac{f(x)(dg+\alpha(\Delta x)) + (df+\beta(\Delta x))g(x) + (df+\beta(\Delta x))(dg+\alpha(\Delta x))}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0} \frac{f(x)\,dg + df\,g(x) + f(x)\alpha(\Delta x) + \beta(\Delta x)g(x) + (df+\beta(\Delta x))(dg+\alpha(\Delta x))}{\Delta x} =$$

VI.3.1. Геометрический вывод формулы дифференцирования произведения функций



$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x)\Delta g + \Delta f\, g(x) + \Delta f\,\Delta g}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x)(dg+\alpha(\Delta x)) + (df+\beta(\Delta x))g(x) + (df+\beta(\Delta x))(dg+\alpha(\Delta x))}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x)\,dg + df\,g(x) + f(x)\alpha(\Delta x) + \beta(\Delta x)g(x) + (df+\beta(\Delta x))(dg+\alpha(\Delta x))}{\Delta x} =$$

$$= f'(x)g(x) + f(x)g'(x).$$

VI.3.2. Аналитический вывод формулы дифференцирования произведения функций

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) =$$

VI.3.2. Аналитический вывод формулы дифференцирования произведения функций

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x} =$$

VI.3.2. Аналитический вывод формулы дифференцирования произведения функций

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x+\Delta x)g(x) + f(x+\Delta x)g(x) - f(x)g(x)}{\Delta x} =$$

VI.3.2. Аналитический вывод формулы дифференцирования произведения функций

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x+\Delta x)g(x) + f(x+\Delta x)g(x) - f(x)g(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)\left(g(x+\Delta x) - g(x)\right)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\left(f(x+\Delta x) - f(x)\right)g(x)}{\Delta x} =$$

VI.3.2. Аналитический вывод формулы дифференцирования произведения функций

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x+\Delta x)g(x) + f(x+\Delta x)g(x) - f(x)g(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)\left(g(x+\Delta x) - g(x)\right)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\left(f(x+\Delta x) - f(x)\right)g(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} f(x+\Delta x) \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} +$$

$$+ \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}\right) g(x) =$$

VI.3.2. Аналитический вывод формулы дифференцирования произведения функций

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x+\Delta x)g(x) + f(x+\Delta x)g(x) - f(x)g(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)\left(g(x+\Delta x) - g(x)\right)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\left(f(x+\Delta x) - f(x)\right)g(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} f(x+\Delta x) \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x} +$$

$$+ \left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}\right) g(x) =$$

$$= f'(x)g(x) + f(x)g'(x).$$

VI.4. Вывод формулы дифференцирования композиции функций

Пусть $h(x) = g(f(x))$.

$$h'(x) =$$

VI.4. Вывод формулы дифференцирования композиции функций

Пусть $h(x) = g(f(x))$.

$$h'(x) = \frac{d}{dx}(g(f(x)) =$$

VI.4. Вывод формулы дифференцирования композиции функций

Пусть $h(x) = g(f(x))$.

$$h'(x) = \frac{d}{dx}(g(f(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g\left(f(x + \Delta x)\right) - g(f(x))}{\Delta x} =$$

VI.4. Вывод формулы дифференцирования композиции функций

Пусть $h(x) = g(f(x))$.

$$h'(x) = \frac{d}{dx}(g(f(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g\left(f(x+\Delta x)\right) - g(f(x))}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g\left(f(x+\Delta x)\right) - g(f(x))}{f(x+\Delta x) - f(x)} \cdot \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} =$$

VI.4. Вывод формулы дифференцирования композиции функций

Пусть $h(x) = g(f(x))$.

$$h'(x) = \frac{d}{dx}(g(f(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g\left(f(x+\Delta x)\right) - g(f(x))}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g\left(f(x+\Delta x)\right) - g(f(x))}{f(x+\Delta x) - f(x)} \cdot \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g\left(f(x+\Delta x)\right) - g(f(x))}{f(x+\Delta x) - f(x)} \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} =$$

VI.4. Вывод формулы дифференцирования композиции функций

Пусть $h(x) = g(f(x))$.

$$h'(x) = \frac{d}{dx}(g(f(x)) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g\left(f(x+\Delta x)\right) - g(f(x))}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g\left(f(x+\Delta x)\right) - g(f(x))}{f(x+\Delta x) - f(x)} \cdot \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{g\left(f(x+\Delta x)\right) - g(f(x))}{f(x+\Delta x) - f(x)} \cdot \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} =$$

$$= g'(y)\Big|_{y=f(x)} f'(x).$$

VI.5. Вывод формулы производной частного двух функций

Полученные знания позволяют без труда получить формулу дифференцирования частного.

VI.5. Вывод формулы производной частного двух функций

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \left(f(x) \cdot (g(x))^{-1}\right)' =$$

VI.5. Вывод формулы производной частного двух функций

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \left(f(x) \cdot (g(x))^{-1}\right)' = f'(x) \cdot (g(x))^{-1} +$$

VI.5. Вывод формулы производной частного двух функций

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \left(f(x) \cdot (g(x))^{-1}\right)' = f'(x) \cdot (g(x))^{-1} + f(x) \cdot \left((g(x))^{-1}\right)' =$$

$$=$$

VI.5. Вывод формулы производной частного двух функций

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \left(f(x)\cdot(g(x))^{-1}\right)' = f'(x)\cdot(g(x))^{-1} + f(x)\cdot\left((g(x))^{-1}\right)' =$$

$$= f'(x)\cdot(g(x))^{-1} + f(x)\cdot(-1)\left((g(x))^{-2}\right)\cdot g'(x) =$$

$$=$$

VI.5. Вывод формулы производной частного двух функций

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \left(f(x)\cdot(g(x))^{-1}\right)' = f'(x)\cdot(g(x))^{-1} + f(x)\cdot\left((g(x))^{-1}\right)' =$$

$$= f'(x)\cdot(g(x))^{-1} + f(x)\cdot(-1)\left((g(x))^{-2}\right)\cdot g'(x) =$$

$$= \frac{f'(x)}{g(x)} - \frac{f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)} =$$

VI.5. Вывод формулы производной частного двух функций

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \left(f(x) \cdot (g(x))^{-1}\right)' = f'(x) \cdot (g(x))^{-1} + f(x) \cdot \left((g(x))^{-1}\right)' =$$

$$= f'(x) \cdot (g(x))^{-1} + f(x) \cdot (-1) \left((g(x))^{-2}\right) \cdot g'(x) =$$

$$= \frac{f'(x)}{g(x)} - \frac{f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}.$$

VI.5. Вывод формулы производной частного двух функций

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \left(f(x)\cdot(g(x))^{-1}\right)' = f'(x)\cdot(g(x))^{-1} + f(x)\cdot\left((g(x))^{-1}\right)' =$$

$$= f'(x)\cdot(g(x))^{-1} + f(x)\cdot(-1)\left((g(x))^{-2}\right)\cdot g'(x) =$$

$$= \frac{f'(x)}{g(x)} - \frac{f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)} = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}.$$

Итак, $\left(f(x)\cdot(g(x))^{-1}\right)' = \dfrac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}.$

VI.6. Теорема о производной суммы, произведения, частного и суперпозиции (композиции) функций

Теорема 17.

1) $(\lambda f(x) + \mu g(x))' = \lambda f'(x) + \mu g'(x);$

2) $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x);$

3) $$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)};$$

4) $(g\left(f(x)\right)' = g'(y)\Big|_{y=f(x)} \cdot f'(x).$

Эту теорему мы уже почти доказали (перейдите по гиперссылкам — номерам формул в формулировке), см. также **свойство линейности предела**.

Рассмотрим пример?

VI.7. «Логарифмическое дифференцирование»

В случае, когда дифференцируемая функция представляет собой произведение большого числа множителей или задана выражением вида $\alpha(x)^{\beta(x)}$, вычисление производной можно существенно упростить.

VI.7. «Логарифмическое дифференцирование»

В случае, когда дифференцируемая функция представляет собой произведение большого числа множителей или задана выражением вида $\alpha(x)^{\beta(x)}$, вычисление производной можно существенно упростить.

$f'(x) =$

VI.7. «Логарифмическое дифференцирование»

В случае, когда дифференцируемая функция представляет собой произведение большого числа множителей или задана выражением вида $\alpha(x)^{\beta(x)}$, вычисление производной можно существенно упростить.

$f'(x) =$

$(\ln(f(x)))' =$

VI.7. «Логарифмическое дифференцирование»

В случае, когда дифференцируемая функция представляет собой произведение большого числа множителей или задана выражением вида $\alpha(x)^{\beta(x)}$, вычисление производной можно существенно упростить.

$f'(x) =$

$(\ln(f(x)))' =$

По **формуле дифференцирования суперпозиции функций...**

VI.7. «Логарифмическое дифференцирование»

В случае, когда дифференцируемая функция представляет собой произведение большого числа множителей или задана выражением вида $\alpha(x)^{\beta(x)}$, вычисление производной можно существенно упростить.

$f'(x) =$

$$(\ln(f(x)))' = \frac{1}{f(x)}.$$

По **формуле дифференцирования суперпозиции функций...**

VI.7. «Логарифмическое дифференцирование»

В случае, когда дифференцируемая функция представляет собой произведение большого числа множителей или задана выражением вида $\alpha(x)^{\beta(x)}$, вычисление производной можно существенно упростить.

$f'(x) =$

$$(\ln(f(x)))' = \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x).$$

По **формуле дифференцирования суперпозиции функций...**

VI.7. «Логарифмическое дифференцирование»

В случае, когда дифференцируемая функция представляет собой произведение большого числа множителей или задана выражением вида $\alpha(x)^{\beta(x)}$, вычисление производной можно существенно упростить.

$$f'(x) = f(x) \cdot (\ln(f(x)))' =$$

$$(\ln(f(x)))' = \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x).$$

По **формуле дифференцирования суперпозиции функций...**

VI.7. «Логарифмическое дифференцирование»

В случае, когда дифференцируемая функция представляет собой произведение большого числа множителей или задана выражением вида $\alpha(x)^{\beta(x)}$, вычисление производной можно существенно упростить.

$$f'(x) = f(x) \cdot (\ln(f(x)))' = f(x) \cdot \frac{d \ln(f(x))}{dx}. \qquad (26)$$

$$(\ln(f(x)))' = \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x).$$

По **формуле дифференцирования суперпозиции функций...**

VI.7. «Логарифмическое дифференцирование»

В случае, когда дифференцируемая функция представляет собой произведение большого числа множителей или задана выражением вида $\alpha(x)^{\beta(x)}$, вычисление производной можно упростить.

$$f'(x) = f(x) \cdot (\ln(f(x)))' = f(x) \cdot \frac{d\ln(f(x))}{dx}. \qquad (26)$$

$$(\ln(f(x)))' = \frac{1}{f(x)} \cdot f'(x).$$

Дифференцирование с использованием формулы (26) называется **логарифмическим дифференцированием**.

Рассмотрим пример?

VI.8. Инвариантность первого дифференциала относительно замены переменной

Теорема 18. *Если f и φ — числовые функции, причём в точках t_0 и $x_0 = \varphi(t_0)$ существуют производные $f'(x_0)$ и $\varphi'(t_0)$, и функция g задана формулой $g(t) = f(\varphi(t))$, то*

$$dg(t_0, dt) = df(x_0, dx), \text{ где } dx = d\varphi(t_0, dt). \tag{27}$$

Доказательство.

VI.8. Инвариантность первого дифференциала относительно замены переменной

Теорема 18. *Если f и φ — числовые функции, причём в точках t_0 и $x_0 = \varphi(t_0)$ существуют производные $f'(x_0)$ и $\varphi'(t_0)$, и функция g задана формулой $g(t) = f(\varphi(t))$, то*

$$dg(t_0, dt) = df(x_0, dx), \text{ где } dx = d\varphi(t_0, dt). \tag{27}$$

Доказательство.

$dg(t_0, dt) =$

VI.8. Инвариантность первого дифференциала относительно замены переменной

Теорема 18. *Если f и φ — числовые функции, причём в точках t_0 и $x_0 = \varphi(t_0)$ существуют производные $f'(x_0)$ и $\varphi'(t_0)$, и функция g задана формулой $g(t) = f(\varphi(t))$, то*

$$dg(t_0, dt) = df(x_0, dx), \text{ где } dx = d\varphi(t_0, dt). \tag{27}$$

Доказательство.

$dg(t_0, dt) = g'(t) \cdot dt =$

VI.8. Инвариантность первого дифференциала относительно замены переменной

Теорема 18. *Если f и φ — числовые функции, причём в точках t_0 и $x_0 = \varphi(t_0)$ существуют производные $f'(x_0)$ и $\varphi'(t_0)$, и функция g задана формулой $g(t) = f(\varphi(t))$, то*

$$dg(t_0, dt) = df(x_0, dx), \text{ где } dx = d\varphi(t_0, dt). \tag{27}$$

Доказательство.

$$dg(t_0, dt) = g'(t) \cdot dt = f'(x)\Big|_{x=\varphi(t_0)} \cdot \varphi'(t_0) \cdot dt =$$

VI.8. Инвариантность первого дифференциала относительно замены переменной

Теорема 18. *Если* f *и* φ *— числовые функции, причём в точках* t_0 *и* $x_0 = \varphi(t_0)$ *существуют производные* $f'(x_0)$ *и* $\varphi'(t_0)$, *и функция* g *задана формулой* $g(t) = f(\varphi(t))$, *то*

$$dg(t_0, dt) = df(x_0, dx), \text{ где } dx = d\varphi(t_0, dt). \qquad (27)$$

Доказательство.

$$dg(t_0, dt) = g'(t) \cdot dt = f'(x)\Big|_{x=\varphi(t_0)} \cdot \varphi'(t_0) \cdot dt = f'(x)\Big|_{x=\varphi(t_0)} \cdot d\varphi =$$

VI.8. Инвариантность первого дифференциала относительно замены переменной

Теорема 18. *Если* f *и* φ *— числовые функции, причём в точках* t_0 *и* $x_0 = \varphi(t_0)$ *существуют производные* $f'(x_0)$ *и* $\varphi'(t_0)$, *и функция* g *задана формулой* $g(t) = f(\varphi(t))$, *то*

$$dg(t_0, dt) = df(x_0, dx), \text{ где } dx = d\varphi(t_0, dt). \tag{27}$$

Доказательство.

$$dg(t_0, dt) = g'(t) \cdot dt = f'(x)\Big|_{x=\varphi(t_0)} \cdot \varphi'(t_0) \cdot dt = f'(x)\Big|_{x=\varphi(t_0)} \cdot d\varphi =$$

$$= df\,(x, dx)\Big|_{(x,dx)=(\varphi(t_0),\varphi'(t_0)dt)}.$$

VI.8. Инвариантность первого дифференциала относительно замены переменной

Теорема 18. *Если f и φ — числовые функции, причём в точках t_0 и $x_0 = \varphi(t_0)$ существуют производные $f'(x_0)$ и $\varphi'(t_0)$, и функция g задана формулой $g(t) = f(\varphi(t))$, то*

$$dg(t_0, dt) = df(x_0, dx), \text{ где } dx = d\varphi(t_0, dt). \tag{27}$$

Доказательство.

$$dg(t_0, dt) = g'(t) \cdot dt = f'(x)\Big|_{x=\varphi(t_0)} \cdot \varphi'(t_0) \cdot dt = f'(x)\Big|_{x=\varphi(t_0)} \cdot d\varphi =$$

$$= df\,(x, dx)\Big|_{(x,dx)=(\varphi(t_0),\varphi'(t_0)dt)}.$$

Теорема доказана.

VI.9. Производная функции, заданной параметрически

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

VI.9. Производная функции, заданной параметрически

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Примерами явного задания функции выражением являются формулы вида $y = x^2 + 2x - 3, \quad f(x) = \sqrt{1-x}$ и т.п.

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\Bigg\{$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \\ \end{cases}$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \end{cases}$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$= \frac{dy}{dt} =$$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} =$$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} =$$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} =$$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} =$$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:**

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} =$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)} =$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}$.

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}$.

Что неправильно в этой формуле?

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}$.

Вспомним главный вопрос, который мы должны были задать себе в первую очередь:

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}$.

Вспомним главный вопрос, который мы должны были задать себе в первую очередь:

в каком виде представим ответ?

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}$.

В данном случае производную фактически мы вводим как функцию, заданную параметрически!

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}$.

Значит, ответ надо представить в виде: $\Bigg\{$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}$.

Значит, ответ надо представить в виде: $\begin{cases} x = \\ \dfrac{dy}{dx} = \end{cases}$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}$.

Значит, ответ надо представить в виде: $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ \dfrac{dy}{dx} = \end{cases}$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}$.

Значит, ответ надо представить в виде: $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt} = \end{cases}$

VI.9.1. Вывод формулы для дифференцирования параметрически заданной функции

Зависимость величины y от величины x может быть задана не только явным выражением.

Рассмотрим **параметрическое задание функции:** $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ y = \beta(t). \end{cases}$

Тогда по **формуле дифференцирования суперпозиции (композиции) функций**

$$\beta'(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{dy(x(t))}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy(x)}{dx} \cdot \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \alpha'(t).$$

Отсюда получаем **формулу дифференцирования функции, заданной параметрически:** $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}$.

Значит, ответ надо представить в виде: $\begin{cases} x = \alpha(t), \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt} = \dfrac{\beta'(t)}{\alpha'(t)}. \end{cases}$

VI.9.2. Теорема о производной параметрически заданной функции

Теорема 19. *Если функция* $y = f(x)$ *задана параметрически:* $\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \end{cases}$ *то производная* $\dfrac{dy}{dx}$ *может быть* ***задана параметрически:***

$$\begin{cases} x = x(t), \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}. \end{cases} \tag{28}$$

Доказательство. Теорема доказана ранее.

Рассмотрим пример?

VI.9.2. Теорема о производной параметрически заданной функции

Теорема 19. *Если функция $y = f(x)$ задана параметрически:* $\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \end{cases}$ *то производная* $\dfrac{dy}{dx}$ *может быть* ***задана параметрически:***

$$\begin{cases} x = x(t), \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{dy/dt}{dx/dt}. \end{cases} \tag{28}$$

Далее, после изучения функций нескольких переменных, будет рассмотрена **формула дифференцирования функций**, заданных еще одним способом, точнее, так называемых неявно заданных.

VII. Применения понятия производной

Мы, как это обычно и делается, будем отождествлять понятия *число* и *точка на числовой прямой*.

VII.1. Геометрический смысл производной

Геометрический смысл производной: $f'(x_0)$ численно равна *тангенсу угла* наклона касательной к графику функции f в точке плоскости с координатами $\big(x_0, f(x_0)\big)$.

Уравнение касательной к графику функции f в точке плоскости с координатами $\big(x_0, f(x_0)\big)$ имеет вид

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0). \tag{29}$$

Механический смысл производной: если точка движется по оси и в каждый момент времени t точка на этой оси имеет координату $f(t)$, то $f'(t_0)$ — это значение мгновенной скорости точки в момент времени t_0.

VII.2. Достаточное условие монотонности

Теорема 20. *Пусть $f(x)$ дифференцируема при $x = x_0$. Тогда справедливы утверждения:*

1. *если $f'(x_0) > 0$, то в некоторой* ***окрестности точки*** *x_0 функция $f(x)$ монотонно возрастает;*
2. *если $f'(x_0) < 0$, то в некоторой* ***окрестности точки*** *x_0 функция $f(x)$ монотонно убывает.*

VII.3. Точка минимума

Определение 17. *Говорят, что в точке x_0 функция f имеет* **локальный минимум** *тогда и только тогда, когда найдется такая* ***ε-окрестность*** $U_\varepsilon(x_0)$ *точки x_0, что, во-первых, функция f определена в этой* ***ε-окрестности****, и, во-вторых,*

$$\forall x \in U_\varepsilon(x_0) \quad f(x_0) < f(x).$$

VII.3. Точка минимума

Определение 17. *Говорят, что в точке x_0 функция f имеет* **локальный минимум** *тогда и только тогда, когда найдется такая* ***ε-окрестность*** *$U_\varepsilon(x_0)$ точки x_0, что, во-первых, функция f определена в этой* ***ε-окрестности****, и, во-вторых,*

$$\forall x \in U_\varepsilon(x_0) \quad f(x_0) < f(x).$$

Если в этом определении в условии «во-вторых» неравенство $f(x_0) < f(x)$ заменить на $f(x_0) > f(x)$, то точка x_0 будет называться, естественно, точкой **локального максимума** функции $f(x)$.

VII.3. Точка минимума

Определение 17. *Говорят, что в точке x_0 функция f имеет* **локальный минимум** *тогда и только тогда, когда найдется такая* ***ε-окрестность*** *$U_\varepsilon(x_0)$ точки x_0, что, во-первых, функция f определена в этой* ***ε-окрестности****, и, во-вторых,*

$$\forall x \in U_\varepsilon(x_0) \quad f(x_0) < f(x).$$

Иначе говоря, x_0 — точка локального минимума (соответственно максимума) тогда и только тогда, когда существует такое положительное число ε, что для любого x с условием $0 < |x - x_0| < \varepsilon$ выполняется неравенство $f(x) > f(x_0)$ (соответственно $f(x) < f(x_0)$).

VII.4. Точка экстремума

Определение 18. *Число* x_0 *называется* **точкой экстремума** *функции* $f(x)$ *тогда и только тогда, когда это точка локального минимума или локального максимума этой функции.*

VII.5. Необходимое условие экстремума

Теорема 21. *Если функция $f(x)$ определена в* ***окрестности*** *числа x_0 и x_0 — точка экстремума функции $f(x)$, то либо $f'(x_0) = 0$, либо $f'(x_0)$ не существует.*

VII.5. Необходимое условие экстремума

Теорема 21. *Если функция $f(x)$ определена в* ***окрестности*** *числа x_0 и x_0 — точка экстремума функции $f(x)$, то либо $f'(x_0) = 0$, либо $f'(x_0)$ не существует.*

Определение 19. *Пусть функция f определена и дифференцируема в некоторой* ***окрестности*** *числа x_0, за исключением, быть может, самого числа x_0, причем $f'(x_0) = 0$ или $f'(x_0)$ не существует. Тогда число x_0 называется* **критической точкой** *функции f.*

Рассмотрим пример?

VII.5. Теорема об экстремуме функции на отрезке

Теорема 22. *Если функция f определена в каждой точке отрезка $[a;b]$ и дифференцируема в каждой точке интервала $(a;b)$, то максимальное и минимальное значение функции f на этом отрезке достигается либо в тех критических точках функции f, которые принадлежат отрезку $[a;b]$, либо на концах отрезка.*

Рассмотреть пример?

VII.6. Выпуклость и вогнутость

Теорема 23. *График функции f называется* **выпуклым** *(выпуклым вверх) на интервале (a,b) тогда и только тогда, когда для любых не равных между собой чисел x_0 и x из (a,b) имеем*

$$f(x) < f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0), \tag{30}$$

то есть точка графика с координатами $\big(x, f(x)\big)$ лежит ниже точки с координатами (x,y), принадлежащей касательной, проведенной к графику функции f в точке с абсциссой x_0.

VII.6. Выпуклость и вогнутость

Теорема 23. *График функции f называется* **выпуклым** *(выпуклым вверх) на интервале (a, b) тогда и только тогда, когда для любых не равных между собой чисел x_0 и x из (a, b) имеем*

$$f(x) < f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0), \tag{30}$$

то есть точка графика с координатами $\big(x, f(x)\big)$ лежит ниже точки с координатами (x, y), принадлежащей касательной, проведенной к графику функции f в точке с абсциссой x_0.

Если в этом определении неравенство (30) заменить неравенством

$$f(x) > f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0), \tag{31}$$

то график функции f называется **вогнутым** (выпуклым вниз) на интервале (a, b).

VII.6. Выпуклость и вогнутость

Теорема 23. *График функции f называется* **выпуклым** *(выпуклым вверх) на интервале (a, b) тогда и только тогда, когда для любых не равных между собой чисел x_0 и x из (a, b) имеем*

$$f(x) < f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0), \tag{30}$$

то есть точка графика с координатами $\big(x, f(x)\big)$ лежит ниже точки с координатами (x, y), принадлежащей касательной, проведенной к графику функции f в точке с абсциссой x_0.

Для вогнутого графика любая точка графика с координатами $\big(x, f(x)\big)$ лежит выше точки с координатами (x, y), принадлежащей касательной, проведенной к графику функции f в точке с абсциссой x_0.

VII.7. Теоремы о монотонности, выпуклости и вогнутости

Теорема 24. *Если на интервале* (a, b) *функция* f *дифференцируема, то функция* f *возрастает (соответственно убывает) на* (a, b) *тогда и только тогда, когда* $f'(x) > 0$ *(соответственно* $f'(x) < 0$*).*

VII.7. Теоремы о монотонности, выпуклости и вогнутости

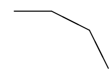
Теорема 24. *Если на интервале (a, b) функция f дифференцируема, то функция f возрастает (соответственно убывает) на (a, b) тогда и только тогда, когда $f'(x) > 0$ (соответственно $f'(x) < 0$).*

Теорема 25. *Если на интервале (a, b) функция f дважды дифференцируема, то график функции f вогнутый (соответственно выпуклый) на (a, b) тогда и только тогда, когда для любого $x \in (a, b)$ имеет место неравенство $f''(x) > 0$ (соответственно $f''(x) < 0$).*

VII.7. Теоремы о монотонности, выпуклости и вогнутости

Теорема 24. *Если на интервале (a, b) функция f дифференцируема, то функция f возрастает (соответственно убывает) на (a, b) тогда и только тогда, когда $f'(x) > 0$ (соответственно $f'(x) < 0$).*

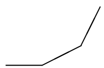
Теорема 25. *Если на интервале (a, b) функция f дважды дифференцируема, то график функции f вогнутый (соответственно выпуклый) на (a, b) тогда и только тогда, когда для любого $x \in (a, b)$ имеет место неравенство $f''(x) > 0$ (соответственно $f''(x) < 0$).*

Утверждение интуитивно очевидно: если вторая производная в точке x_0 отрицательна, то первая производная убывает. Значит, при смещении точки графика вправо угол наклона касательной к этому графику уменьшается, получается конфигурация типа  (изображены «кусочки» касательных), то есть график функции в **окрестности** точки x_0 — выпуклый (выпуклый вверх).

VII.7. Теоремы о монотонности, выпуклости и вогнутости

Теорема 24. *Если на интервале* (a, b) *функция* f *дифференцируема, то функция* f *возрастает (соответственно убывает) на* (a, b) *тогда и только тогда, когда* $f'(x) > 0$ *(соответственно* $f'(x) < 0$*).*

Теорема 25. *Если на интервале* (a, b) *функция* f *дважды дифференцируема, то график функции* f *вогнутый (соответственно выпуклый) на* (a, b) *тогда и только тогда, когда для любого* $x \in (a, b)$ *имеет место неравенство* $f''(x) > 0$ *(соответственно* $f''(x) < 0$*).*

Если же вторая производная в точке x_0 положительна, то первая производная возрастает. Значит, при смещении точки графика вправо угол наклона касательной к этому графику растет, получается конфигурация типа  (вновь изображены «кусочки» касательных), то есть график функции в **окрестности** точки x_0 — вогнутый (выпуклый вниз).

VII.8. Асимптоты

Мы рассмотрим простейший вариант изучения *асимптотического поведения* функции (или графика функции).

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции)* f *называется функция (или прямая)* $y = Ax + B$ *такая, что*

$$\lim_{x\to\infty} (f(x) - Ax - B) = 0. \tag{32}$$

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции) f называется функция (или прямая) $y = Ax + B$ такая, что*

$$\lim_{x\to\infty} (f(x) - Ax - B) = 0. \tag{32}$$

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции)* f *называется функция (или прямая)* $y = Ax + B$ *такая, что*

$$\lim_{x\to\infty} (f(x) - Ax - B) = 0. \tag{32}$$

$$\lim_{x\to\infty} (f(x) - Ax - B) = 0,$$

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции) f называется функция (или прямая) $y = Ax + B$ такая, что*

$$\lim_{x\to\infty} (f(x) - Ax - B) = 0. \tag{32}$$

$$\lim_{x\to\infty} (f(x) - Ax - B) = 0,$$

Получаем формулы для вычисления коэффициентов наклонных асимптот...

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции)* f *называется функция (или прямая)* $y = Ax + B$ *такая, что*

$$\lim_{x\to\infty}(f(x) - Ax - B) = 0. \qquad (32)$$

$$\lim_{x\to\infty}(f(x) - Ax - B) = 0, \qquad \left\{ \vphantom{\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array}} \right.$$

Получаем формулы для вычисления коэффициентов наклонных асимптот...

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции)* f *называется функция (или прямая)* $y = Ax + B$ *такая, что*

$$\lim_{x\to\infty} (f(x) - Ax - B) = 0. \qquad (32)$$

$$\lim_{x\to\infty} (f(x) - Ax - B) = 0, \quad \begin{cases} \\ B = \end{cases}$$

Получаем формулы для вычисления коэффициентов наклонных асимптот...

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции)* f *называется функция (или прямая)* $y = Ax + B$ *такая, что*

$$\lim_{x\to\infty}(f(x) - Ax - B) = 0. \tag{32}$$

$$\lim_{x\to\infty}(f(x) - Ax - B) = 0, \quad \begin{cases} \\ B = \lim_{x\to\infty}(f(x) - Ax) = 0. \end{cases}$$

Получаем формулы для вычисления коэффициентов наклонных асимптот...

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции) f называется функция (или прямая) $y = Ax + B$ такая, что*

$$\lim_{x\to\infty}(f(x) - Ax - B) = 0. \tag{32}$$

$$\lim_{x\to\infty}(f(x) - Ax - B) = 0, \quad \begin{cases} \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x) - Ax - B}{x} = \\ B = \lim\limits_{x\to\infty}(f(x) - Ax) = 0. \end{cases}$$

Получаем формулы для вычисления коэффициентов наклонных асимптот...

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции)* f *называется функция (или прямая)* $y = Ax + B$ *такая, что*

$$\lim_{x\to\infty}(f(x) - Ax - B) = 0. \tag{32}$$

$$\lim_{x\to\infty}(f(x) - Ax - B) = 0, \quad \begin{cases} \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x) - Ax - B}{x} = 0, \\ B = \lim\limits_{x\to\infty}(f(x) - Ax) = 0. \end{cases}$$

Получаем формулы для вычисления коэффициентов наклонных асимптот...

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции) f называется функция (или прямая) $y = Ax + B$ такая, что*

$$\lim_{x\to\infty}(f(x) - Ax - B) = 0. \qquad (32)$$

$$\begin{cases} A = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}, \\ B = \lim\limits_{x\to\infty}(f(x) - Ax). \end{cases} \qquad (33)$$

$$\lim_{x\to\infty}(f(x) - Ax - B) = 0, \quad \begin{cases} \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x) - Ax - B}{x} = 0, \\ B = \lim\limits_{x\to\infty}(f(x) - Ax) = 0. \end{cases}$$

Получаем формулы для вычисления коэффициентов наклонных асимптот...

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции)* f *называется функция (или прямая)* $y = Ax + B$ *такая, что*

$$\lim_{x\to\infty} (f(x) - Ax - B) = 0. \tag{32}$$

$$\begin{cases} A = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}, \\ B = \lim\limits_{x\to\infty} (f(x) - Ax)\,. \end{cases} \tag{33}$$

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции)* f *называется функция (или прямая)* $y = Ax + B$ *такая, что*

$$\lim_{x\to\infty}\left(f(x) - Ax - B\right) = 0. \tag{32}$$

$$\begin{cases} A = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}, \\ B = \lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x) - Ax\right). \end{cases} \tag{33}$$

Аналогично определяются **левая** и **правая** асимптоты:

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции) f называется функция (или прямая) $y = Ax + B$ такая, что*

$$\lim_{x\to\infty} \left(f(x) - Ax - B\right) = 0. \tag{32}$$

$$\begin{cases} A = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}, \\ B = \lim\limits_{x\to\infty} \left(f(x) - Ax\right). \end{cases} \tag{33}$$

Аналогично определяются **левая** и **правая** асимптоты:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \left(f(x) - Ax - B\right) = 0,$

VII.8. Асимптоты

Определение 20. Наклонной асимптотой *функции (или графика функции) f называется функция (или прямая) $y = Ax + B$ такая, что*

$$\lim_{x\to\infty} (f(x) - Ax - B) = 0. \tag{32}$$

$$\begin{cases} A = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x}, \\ B = \lim\limits_{x\to\infty} (f(x) - Ax). \end{cases} \tag{33}$$

Аналогично определяются **левая** и **правая** асимптоты:

$$\lim_{x\to\pm\infty} (f(x) - Ax - B) = 0,$$

$$\begin{cases} A = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x}, \\ B = \lim\limits_{x\to\pm\infty} (f(x) - Ax). \end{cases}$$

VII.9. Схема исследования функции

1. Найти область определения $D(f)$ и, по возможности, область допустимых значений $E(f)$.

VII.9. Схема исследования функции

1. Найти область определения $D(f)$ и, по возможности, область допустимых значений $E(f)$.

2. Проверить функцию на наличие специфических свойств: (не)четность, периодичность.

VII.9. Схема исследования функции

1. Найти область определения $D(f)$ и, по возможности, область допустимых значений $E(f)$.

2. Проверить функцию на наличие специфических свойств: (не)четность, периодичность.

3. Вычислить производную функции f, найти все точки $u_0, u_1, \ldots$, в которых производная не определена или равна 0, и концы интервалов, на которых функция f не определена. Построить таблицу для первой производной.

x	$-\infty, u_0$	u_0	(u_0, u_1)	$\ldots$
$f'(x)$	+/-	0/не сущ.	+/-	$\ldots$
$f(x)$	возр./убыв.	min/max/верт.ас.	возр./убыв.	$\ldots$

VII.9. Схема исследования функции

4. Вычислить вторую производную функции f, найти все точки $v_0, v_1, \ldots,$ в которых вторая производная не определена или равна 0, и концы интервалов, на которых функция f не определена. Построить таблицу для второй производной.

x	$-\infty, v_0$	v_0	(v_0, v_1)	$\ldots$
$f''(x)$	+/-	0/не сущ.	+/-	$\ldots$
$f(x)$	вып./вогн.	перегиб	вып./вогн.	$\ldots$

VII.9. Схема исследования функции

5. Построить график функции. Особо обратить внимание

- на точки, в которых функция не определена. Если предел этой функции при x, стремящемся к этой точке, равен бесконечности, то в этой точке имеем вертикальную асимптоту, то есть вертикальную прямую, которой «прижимается» график функции;
- на точки, в которых производная обращается в бесконечность. Тут может быть вертикальная асимптота (тогда и только тогда, когда это точка из предыдущего пункта) или четыре «исключительных» ситуации:  ;
- на точки, в которых производная не существует. Как правило, в этом случае имеет место описанная выше ситуация, но могут еще быть разные ситуации: «излом» и т.п.

VIII. Свойства функций, дифференцируемых на отрезке

Требование непрерывности функции на отрезке оказалось достаточно сильным, чтобы получить из него **весьма глубокие следствия**.

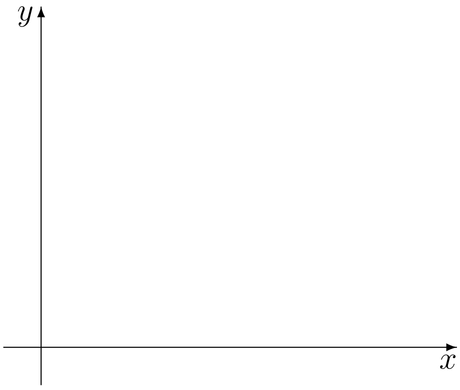
Ясно, что требование существования производной на отрезке является существенно более сильным, с другой стороны, оно обычно выполняется для **элементарных функций**, у которых данный отрезок включается в область определения.

VIII. Свойства функций, дифференцируемых на отрезке

Определение 21. *Говорят, что функция f дифференцируема на отрезке $[a, b]$ или соответственно интервале (a, b) тогда и только тогда, когда f дифференцируема в каждой точке этого отрезка или соответственно интервала, то есть в каждой точке этого отрезка или соответственно интервала существует производная этой функции.*

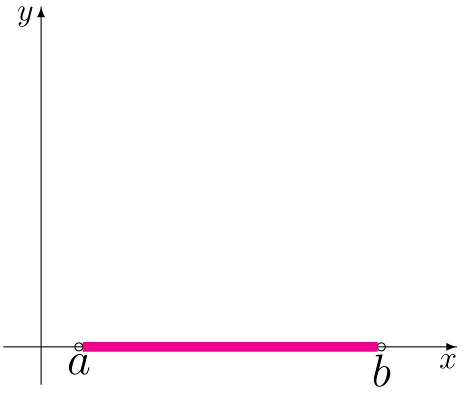
VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.



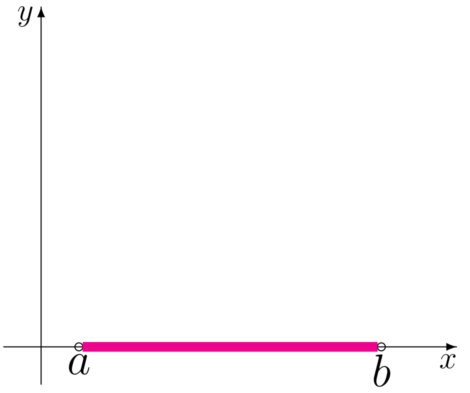
VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.



VIII.1. Теорема Ролля (введение)

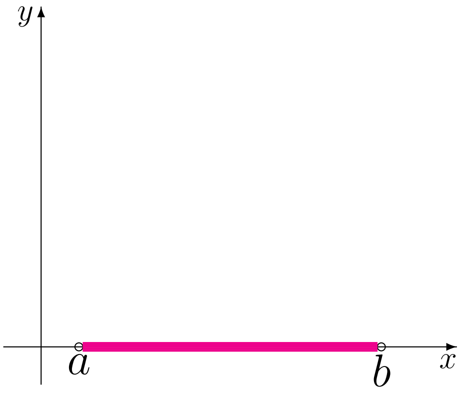
Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.



Наиболее интересны для изучения случаи, в каком-то смысле «экстремальные», см. **базовые исследовательские стратегии.**

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.

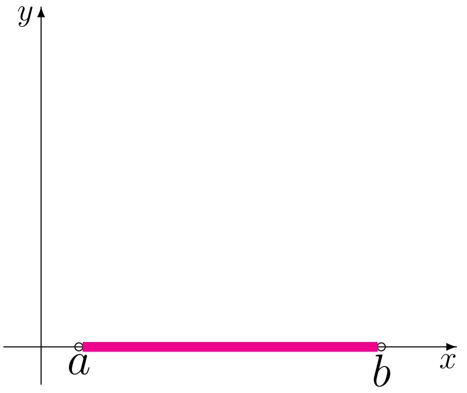


Наиболее интересны для изучения случаи, в каком-то смысле «экстремальные», см. **базовые исследовательские стратегии.**

Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.



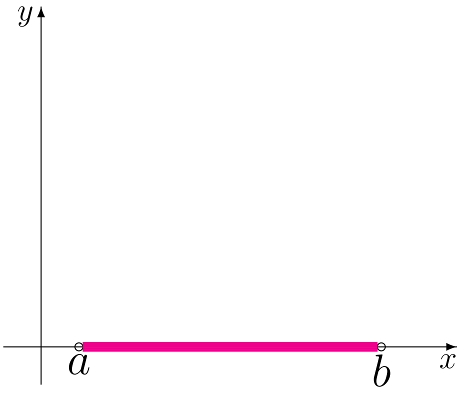
Наиболее интересны для изучения случаи, в каком-то смысле «экстремальные», см. **базовые исследовательские стратегии.**

Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.

«Экстремальными» являются случаи, когда эти значения

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.



Наиболее интересны для изучения случаи, в каком-то смысле «экстремальные», см. **базовые исследовательские стратегии.**

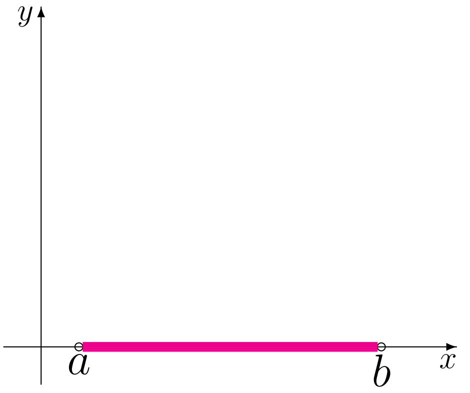
Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.

«Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.

Наиболее интересны для изучения случаи, в каком-то смысле «экстремальные», см. **базовые исследовательские стратегии.**



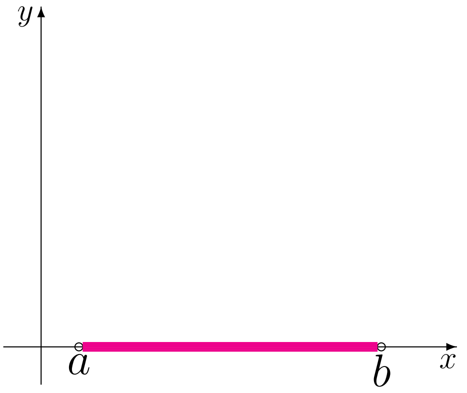
Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.

«Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.

Наиболее интересны для изучения случаи, в каком-то смысле «экстремальные», см. **базовые исследовательские стратегии.**



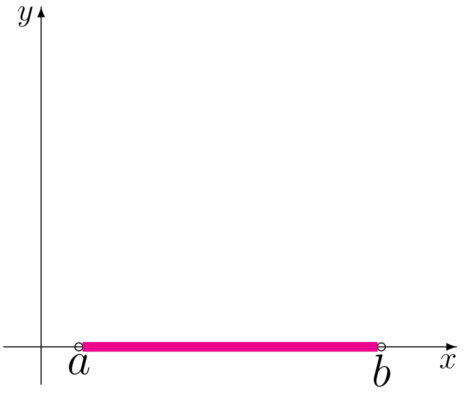
Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.
«Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.

Наиболее интересны для изучения случаи, в каком-то смысле «экстремальные», см. **базовые исследовательские стратегии.**



Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.

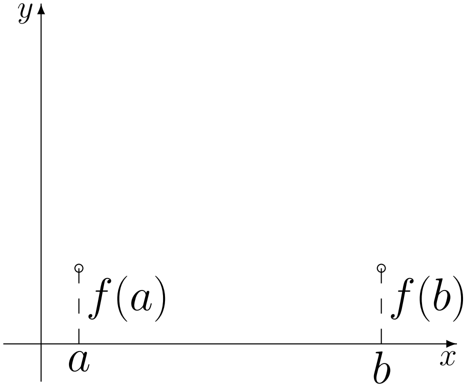
«Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.

Наиболее интересны для изучения случаи, в каком-то смысле «экстремальные», см. **базовые исследовательские стратегии.**



Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.

«Экстремальными» являются случаи, когда эти значения

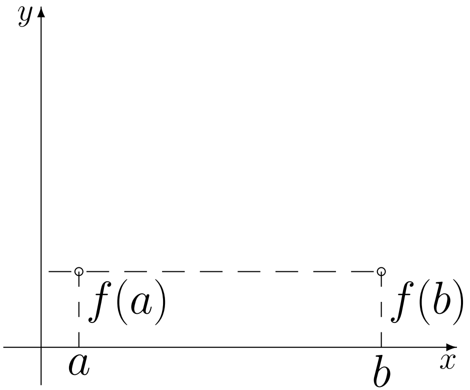
равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.

Наиболее интересны для изучения случаи, в каком-то смысле «экстремальные», см. **базовые исследовательские стратегии.**

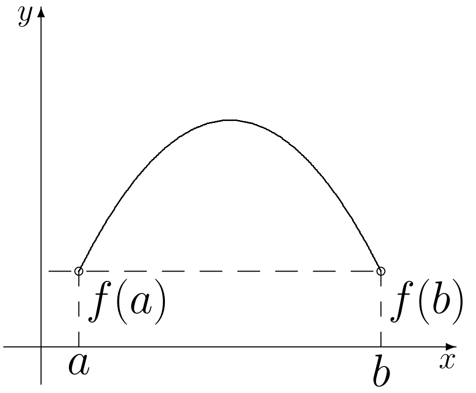


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.
«Экстремальными» являются случаи, когда эти значения
равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Рассмотрим случай, когда функция f имеет производную в каждой точке отрезка $[a;\ b]$.



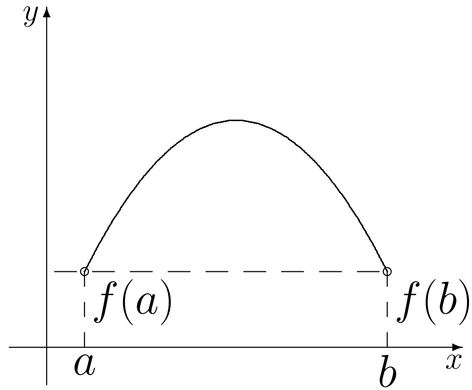
Наиболее интересны для изучения случаи, в каком-то смысле «экстремальные», см. **базовые исследовательские стратегии.**

Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.
«Экстремальными» являются случаи, когда эти значения
равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

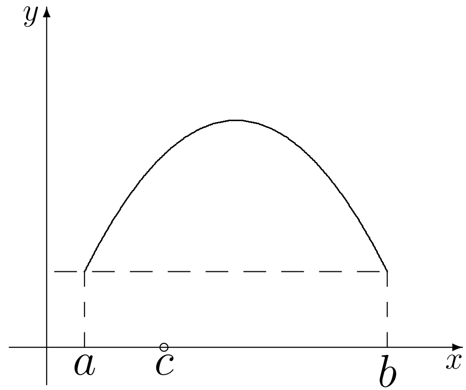
Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.



Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.
«Экстремальными» являются случаи, когда эти значения
равны 0 или равны между собой.
Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

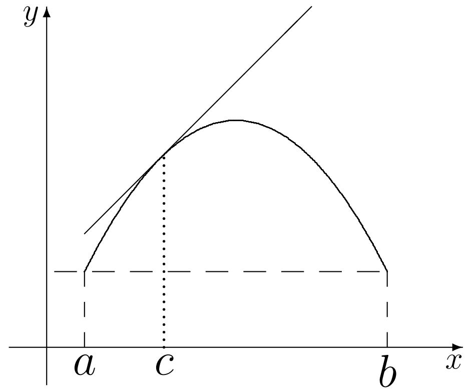
Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.



Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.
«Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.
Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

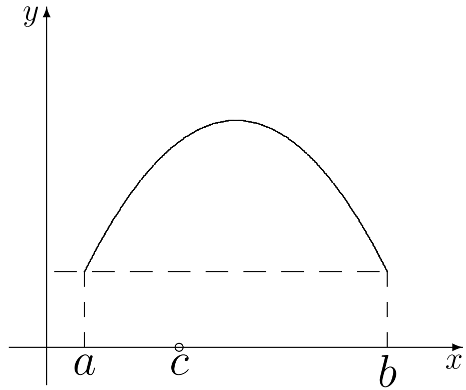


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

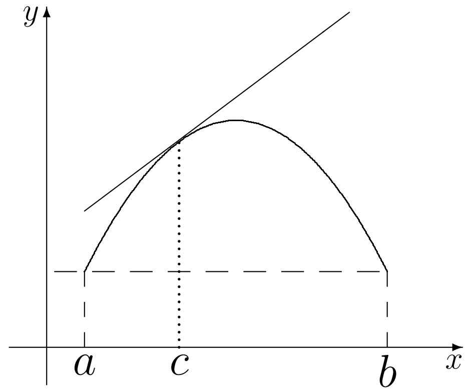


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

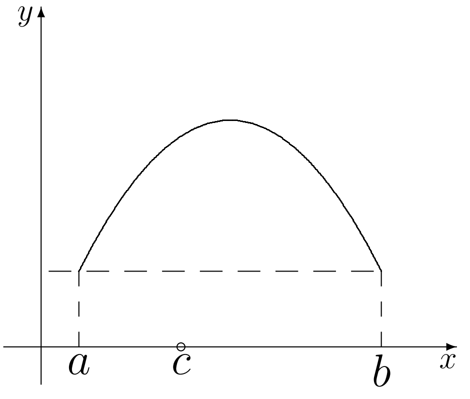


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

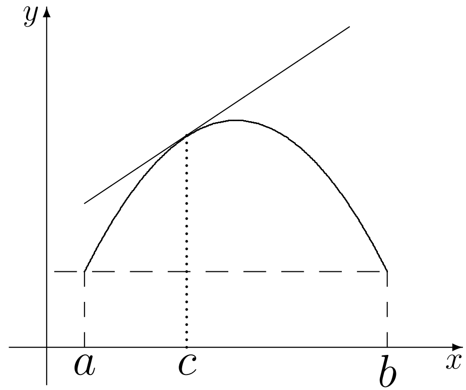


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

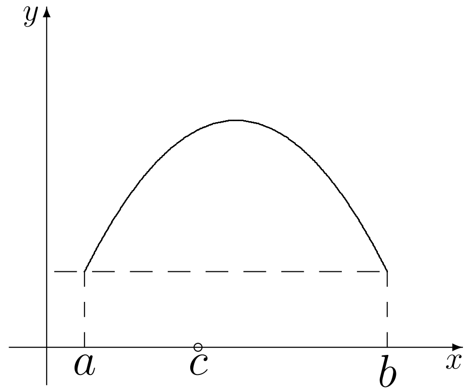


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

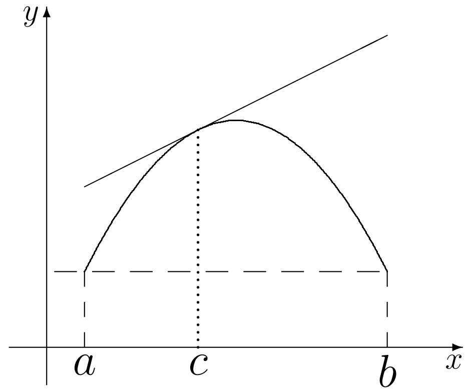


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

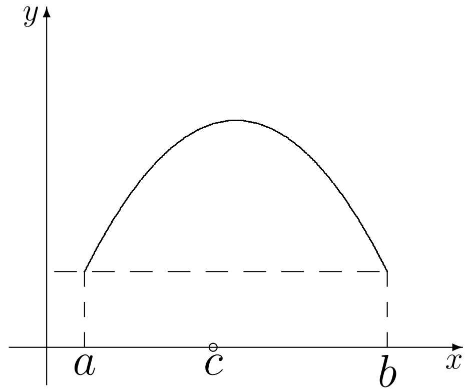


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

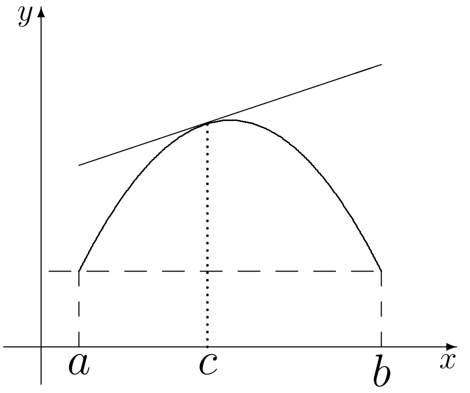


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

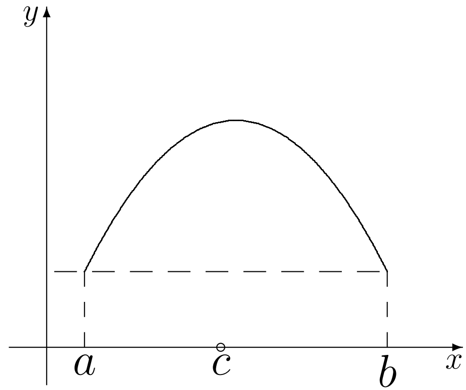


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

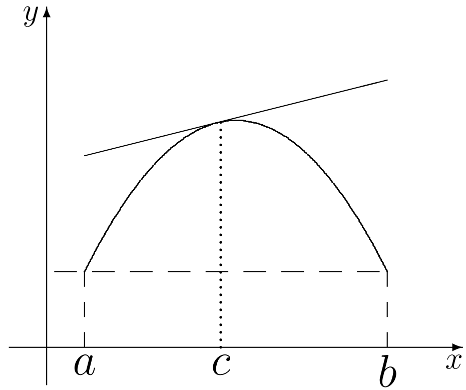


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

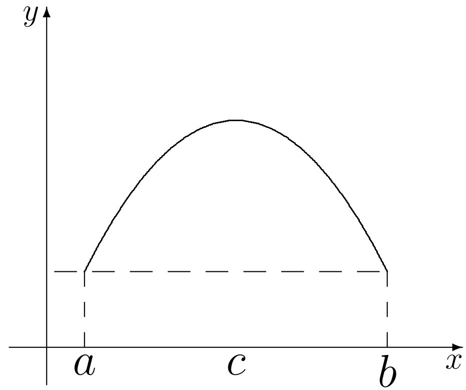


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

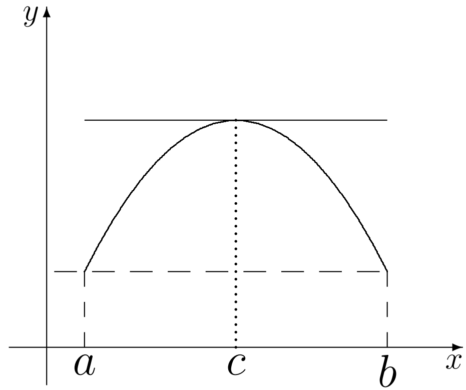


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

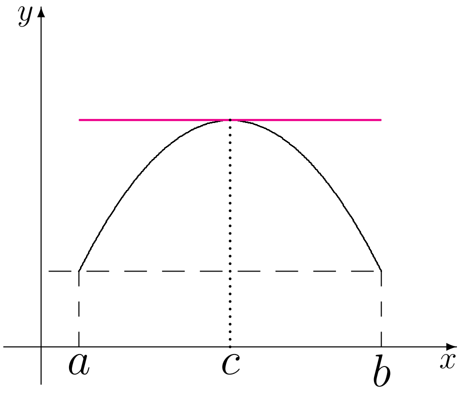


Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка. «Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.

Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

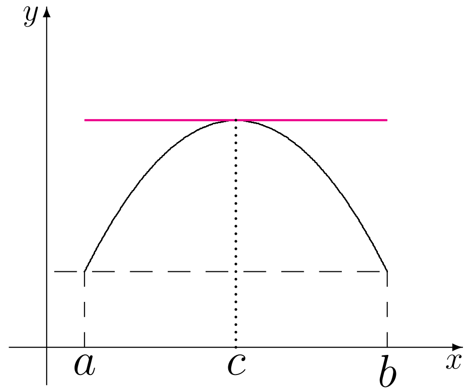
Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.
Этот случай является «экстремальным», и, в силу этого, наиболее интересным.



Например, рассмотрим значения функции на концах отрезка.
«Экстремальными» являются случаи, когда эти значения равны 0 или равны между собой.
Рассмотрим ситуацию, когда значения функции на концах отрезка равны между собой.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.
Этот случай является «экстремальным», и, в силу этого, наиболее интересным.

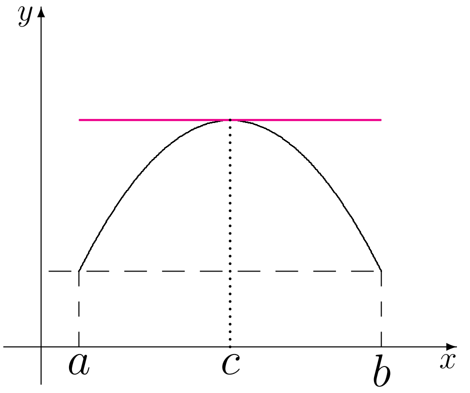


Из рисунка кажется ясным, что в рассматриваемом случае такая точка c обязательно найдётся.

VIII.1. Теорема Ролля (введение)

Геометрический смысл производной — тангенс угла наклона касательной.

Этот случай является «экстремальным», и, в силу этого, наиболее интересным.



Из рисунка кажется ясным, что в рассматриваемом случае такая точка c обязательно найдётся.

Это и является содержанием **теоремы Ролля.**

VIII.2. Теорема Ролля

Теорема 26. *Если действительнозначная функция действительнозначного аргумента, непрерывная на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируемая на интервале* $(a; b)$*, принимает на концах отрезка равные значения, то на этом интервале найдётся хотя бы одна точка, в которой производная функции равна нулю.*

Слишком много слов естественного языка...

VIII.2. Теорема Ролля

Теорема 26. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *причём* $f(a) = f(b)$, *то* $\exists c \in (a;\ b) \quad f'(c) = 0.$

VIII.2. Теорема Ролля

Теорема 26. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *причём* $f(a) = f(b)$, *то* $\exists c \in (a;\ b) \quad f'(c) = 0.$

Мишель Ролль

VIII.2. Теорема Ролля

Теорема 26. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$*, причём* $f(a) = f(b)$*, то* $\exists c \in (a;\ b) \quad f'(c) = 0.$

Доказательство. Если функция **дифференцируема в точке**, то она, очевидно, **непрерывна** в этой точке
(это следует непосредственно из определений).

VIII.2. Теорема Ролля

Теорема 26. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *причём* $f(a) = f(b)$, *то* $\exists c \in (a;\ b) \quad f'(c) = 0$.

Доказательство. Если функция **дифференцируема в точке**, то она, очевидно, **непрерывна** в этой точке.

Докажите!

VIII.2. Теорема Ролля

Теорема 26. *Если функция $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ непрерывна на отрезке $[a;b]$ и дифференцируема на интервале $(a;b)$, причём $f(a)=f(b)$, то* $\exists c\in(a;\ b)\quad f'(c)=0.$

Доказательство. Если функция **дифференцируема в точке**, то она, очевидно, **непрерывна** в этой точке.

В силу **теоремы об ограниченности функции, непрерывной на отрезке** и **теоремы Больцано-Коши** функция f принимает на этом отрезке минимальное и максимальное значения.

VIII.2. Теорема Ролля

Теорема 26. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *причём* $f(a) = f(b)$, *то* $\exists c \in (a;\ b) \quad f'(c) = 0.$

Доказательство. Если функция **дифференцируема в точке**, то она, очевидно, **непрерывна** в этой точке.

В силу **теоремы об ограниченности функции, непрерывной на отрезке** и **теоремы Больцано-Коши** функция f принимает на этом отрезке минимальное и максимальное значения.

Согласно **достаточному условию монотонности** и **необходимому условию экстремума**

VIII.2. Теорема Ролля

Теорема 26. *Если функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ непрерывна на отрезке $[a; b]$ и дифференцируема на интервале $(a; b)$, причём $f(a) = f(b)$, то* $\exists c \in (a;\ b) \quad f'(c) = 0$.

Доказательство. Если функция **дифференцируема в точке**, то она, очевидно, **непрерывна** в этой точке.

В силу **теоремы об ограниченности функции, непрерывной на отрезке** и **теоремы Больцано-Коши** функция f принимает на этом отрезке минимальное и максимальное значения.

Согласно **достаточному условию монотонности** и **необходимому условию экстремума**
$\exists c \in (a;\ b) \quad f'(c) = 0$.

VIII.2. Теорема Ролля

Теорема 26. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$*, причём* $f(a) = f(b)$*, то* $\exists c \in (a;\ b) \quad f'(c) = 0.$

Доказательство. Если функция **дифференцируема в точке**, то она, очевидно, **непрерывна** в этой точке.

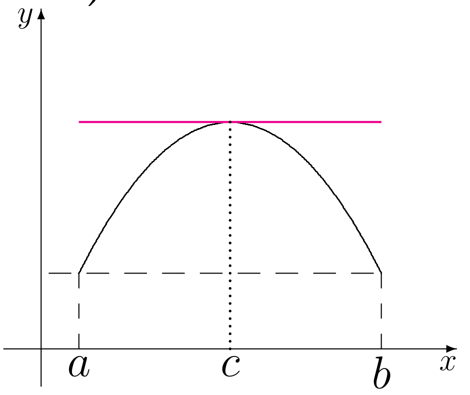
В силу **теоремы об ограниченности функции, непрерывной на отрезке** и **теоремы Больцано-Коши** функция f принимает на этом отрезке минимальное и максимальное значения.

Согласно **достаточному условию монотонности** и **необходимому условию экстремума**
$\exists c \in (a;\ b) \quad f'(c) = 0.$

Теорема доказана.

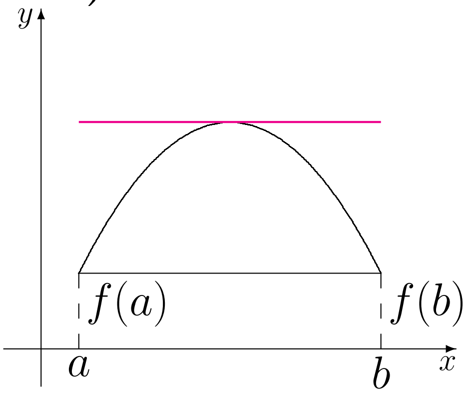
VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Теперь рассмотрим случай, когда значения функции f на краях отрезка отличаются.



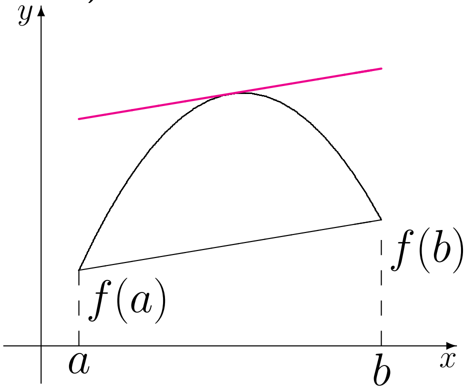
VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Теперь рассмотрим случай, когда значения функции f на краях отрезка отличаются.



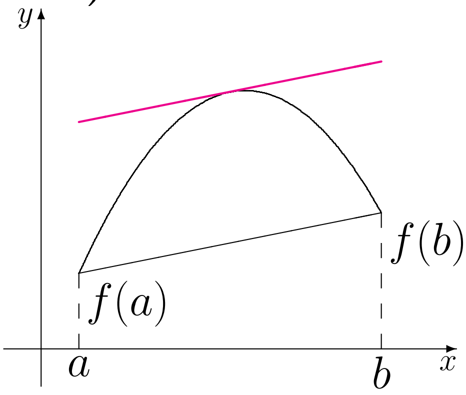
VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Теперь рассмотрим случай, когда значения функции f на краях отрезка отличаются.



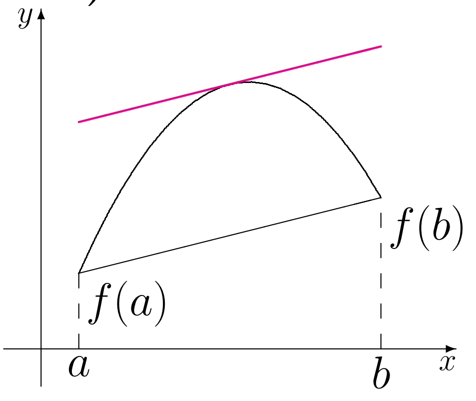
VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Теперь рассмотрим случай, когда значения функции f на краях отрезка отличаются.



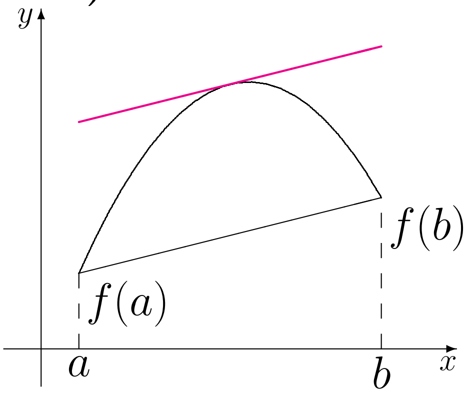
VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Теперь рассмотрим случай, когда значения функции f на краях отрезка отличаются.



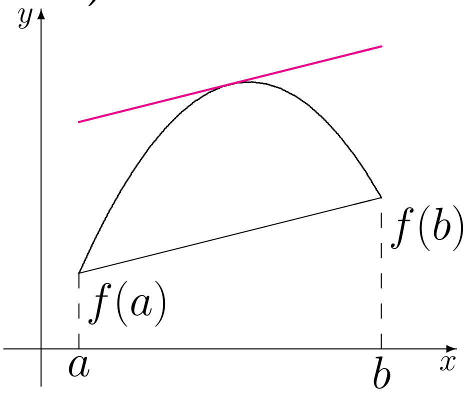
VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Получаем гипотезу: найдется такая точка c отрезка $[a;\ b]$, что касательная к графику функции, проведенная в точке с координатами $(c;\ f(c))$, будет параллельна отрезку, проходящему через точки с координатами $(a;\ f(a)), \quad (b;\ f(b))$.



VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

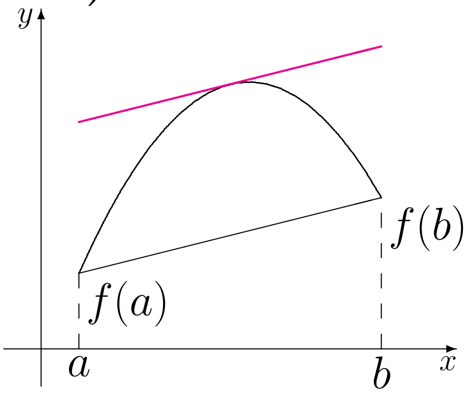
Получаем гипотезу: найдется такая точка c отрезка $[a;\ b]$, что касательная к графику функции, проведенная в точке с координатами $(c;\ f(c))$, будет параллельна отрезку, проходящему через точки с координатами $(a;\ f(a))$, $\quad(b;\ f(b))$.



Переведем условие параллельности прямых $y = \alpha x + \beta$ и $y = \gamma x + \delta$ на язык равенств:

VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

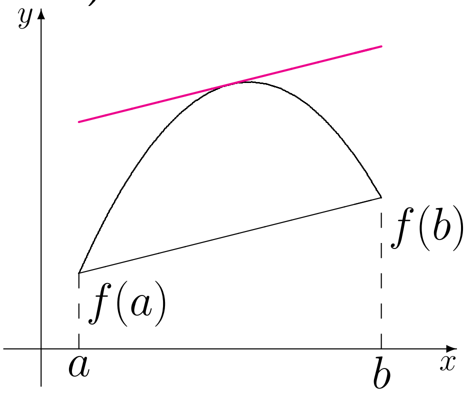
Получаем гипотезу: найдется такая точка c отрезка $[a;\ b]$, что касательная к графику функции, проведенная в точке с координатами $(c;\ f(c))$, будет параллельна отрезку, проходящему через точки с координатами $(a;\ f(a)),\quad (b;\ f(b))$.



Переведем условие параллельности прямых $y = \alpha x + \beta$ и $y = \gamma x + \delta$ на язык равенств: равенство $\alpha = \gamma$.

VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Получаем гипотезу: найдется такая точка c отрезка $[a;\ b]$, что касательная к графику функции, проведенная в точке с координатами $(c;\ f(c))$, будет параллельна отрезку, проходящему через точки с координатами $(a;\ f(a))$, $\quad (b;\ f(b))$.

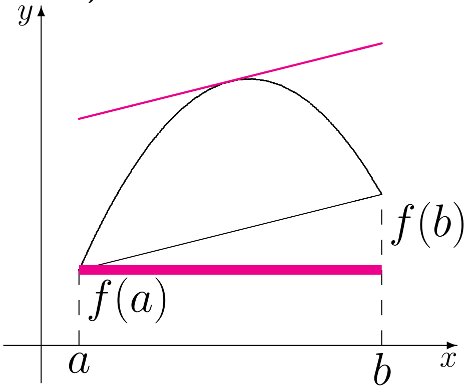


Переведем условие параллельности прямых $y = \alpha x + \beta$ и $y = \gamma x + \delta$ на язык равенств: равенство $\alpha = \gamma$.

Значит, угловой коэффициент $f'(c)$ равен ____________.

VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Получаем гипотезу: найдется такая точка c отрезка $[a;\ b]$, что касательная к графику функции, проведенная в точке с координатами $(c;\ f(c))$, будет параллельна отрезку, проходящему через точки с координатами $(a;\ f(a))$, $(b;\ f(b))$.

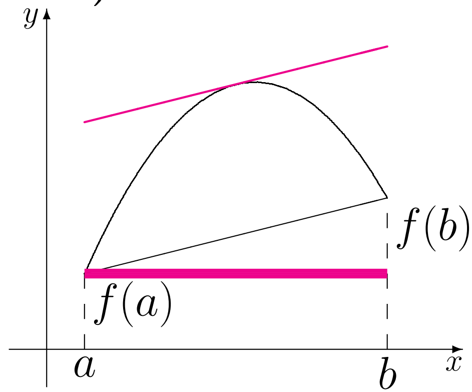


Переведем условие параллельности прямых $y = \alpha x + \beta$ и $y = \gamma x + \delta$ на язык равенств: равенство $\alpha = \gamma$.

Значит, угловой коэффициент $f'(c)$ равен ______________.

VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Получаем гипотезу: найдется такая точка c отрезка $[a;\ b]$, что касательная к графику функции, проведенная в точке с координатами $(c;\ f(c))$, будет параллельна отрезку, проходящему через точки с координатами $(a;\ f(a))$, $(b;\ f(b))$.

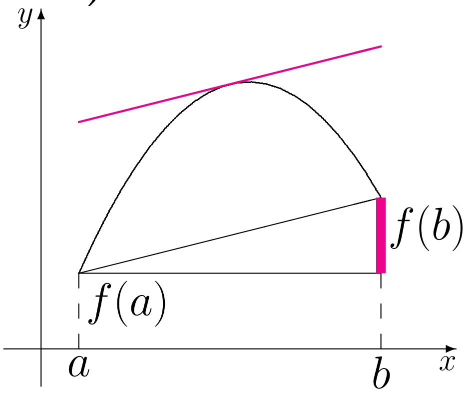


Переведем условие параллельности прямых $y = \alpha x + \beta$ и $y = \gamma x + \delta$ на язык равенств: равенство $\alpha = \gamma$.

Значит, угловой коэффициент $f'(c)$ равен $\dfrac{\qquad\qquad}{b-a}$.

VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Получаем гипотезу: найдется такая точка c отрезка $[a;\ b]$, что касательная к графику функции, проведенная в точке с координатами $(c;\ f(c))$, будет параллельна отрезку, проходящему через точки с координатами $(a;\ f(a))$, $\quad (b;\ f(b))$.

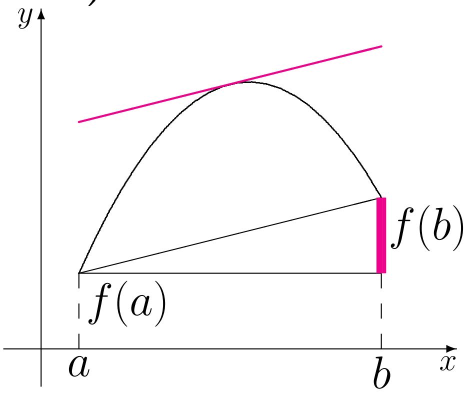


Переведем условие параллельности прямых $y = \alpha x + \beta$ и $y = \gamma x + \delta$ на язык равенств: равенство $\alpha = \gamma$.

Значит, угловой коэффициент $f'(c)$ равен $\dfrac{}{b-a}$.

VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Получаем гипотезу: найдется такая точка c отрезка $[a;\ b]$, что касательная к графику функции, проведенная в точке с координатами $(c;\ f(c))$, будет параллельна отрезку, проходящему через точки с координатами $(a;\ f(a))$, $(b;\ f(b))$.

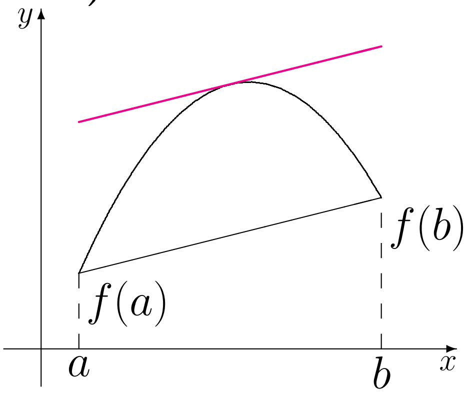


Переведем условие параллельности прямых $y = \alpha x + \beta$ и $y = \gamma x + \delta$ на язык равенств: равенство $\alpha = \gamma$.

Значит, угловой коэффициент $f'(c)$ равен $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Получаем гипотезу: найдется такая точка c отрезка $[a;\ b]$, что касательная к графику функции, проведенная в точке с координатами $(c;\ f(c))$, будет параллельна отрезку, проходящему через точки с координатами $(a;\ f(a)),\quad (b;\ f(b))$.



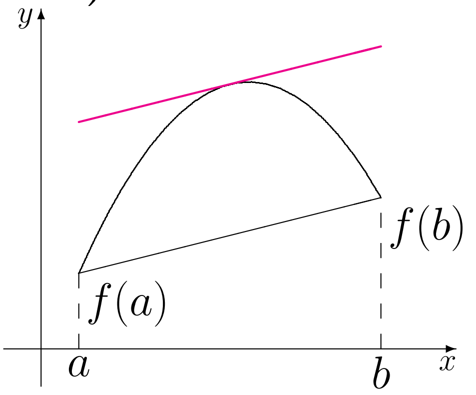
Переведем условие параллельности прямых $y = \alpha x + \beta$ и $y = \gamma x + \delta$ на язык равенств: равенство $\alpha = \gamma$.

Значит, угловой коэффициент $f'(c)$ равен $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Кстати, рисунок подсказал и идею доказательства:

VIII.3. Теорема Лагранжа (введение)

Получаем гипотезу: найдется такая точка c отрезка $[a;\ b]$, что касательная к графику функции, проведенная в точке с координатами $(c;\ f(c))$, будет параллельна отрезку, проходящему через точки с координатами $(a;\ f(a))$, $(b;\ f(b))$.



Переведем условие параллельности прямых $y = \alpha x + \beta$ и $y = \gamma x + \delta$ на язык равенств: равенство $\alpha = \gamma$.

Значит, угловой коэффициент $f'(c)$ равен $\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Кстати, рисунок подсказал и идею доказательства: надо свести к теореме Ролля с помощью «добавления» к исходной функции f такой линейной функции, чтобы у их суммы значения в точках $x = a$ и $x = b$ совпадали.

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если вещественная функция непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то существует такая точка* c, *что* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Слишком много слов естественного языка...

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$.

Жозеф Луи Лагранж

Выполним лабораторную работу, иллюстрирующую теорему Лагранжа?

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$g(x) =$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$g(x) =$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x) = f(x) + \alpha(x - a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$g(x) = f(x) -$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x) = f(x) + \alpha(x - a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \qquad\qquad (x - a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x) = f(x) + \alpha(x - a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x)=f(x)- \qquad\qquad (x-a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x)=f(x)+\alpha(x-a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ непрерывна на отрезке $[a;b]$ и дифференцируема на интервале $(a;b)$, то* $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \qquad\qquad (x-a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x)=f(x)+\alpha(x-a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $\qquad = g(a) = g(b) =$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x)=f(x)- \qquad (x-a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x)=f(x)+\alpha(x-a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a)=g(a)=g(b)=$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \qquad\qquad (x - a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x) = f(x) + \alpha(x - a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) = g(a) = g(b) = f(b) + \alpha(b - a)$,

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \qquad\qquad (x - a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x) = f(x) + \alpha(x - a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) = g(a) = g(b) = f(b) + \alpha(b - a)$,

откуда

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$*, то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \qquad\qquad (x - a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x) = f(x) + \alpha(x - a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) = g(a) = g(b) = f(b) + \alpha(b - a)$,

откуда $0 =$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \qquad\qquad (x-a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x)=f(x)+\alpha(x-a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) = g(a) = g(b) = f(b)+\alpha(b-a)$,

откуда $0 = f(b)-f(a)+\alpha(b-a)$,

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \qquad\qquad (x - a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x) = f(x) + \alpha(x - a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) = g(a) = g(b) = f(b) + \alpha(b - a)$,

откуда $0 = f(b) - f(a) + \alpha(b - a)$, следовательно,

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \qquad\qquad (x - a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x) = f(x) + \alpha(x - a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) = g(a) = g(b) = f(b) + \alpha(b - a)$,

откуда $0 = f(b) - f(a) + \alpha(b - a)$, следовательно,

$$\alpha =$$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \qquad\qquad\qquad (x - a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x) = f(x) + \alpha(x - a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) = g(a) = g(b) = f(b) + \alpha(b - a)$,

откуда $0 = f(b) - f(a) + \alpha(b - a)$, следовательно,

$$\alpha = -\frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x)=f(x)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)\,.$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $g(x)=f(x)+\alpha(x-a)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a)=g(a)=g(b)=f(b)+\alpha(b-a)$,

откуда $0=f(b)-f(a)+\alpha(b-a)$, следовательно,

$$\alpha=-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}.$$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x)=f(x)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

$g(a)=$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

$g(a) = \qquad = g(b)$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x)=f(x)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

$g(a)=f(a)+0=$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $=g(b)$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

$g(a) = f(a) + 0 = f(a)$ $\qquad = g(b)$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x)=f(x)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

$$g(a)=f(a)+0=f(a) \qquad = f(b)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(b-a)=g(b)$$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

$$g(a) = f(a) + 0 = f(a) \quad f(b) - (f(b) - f(a)) = f(b) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(b - a) = g(b)$$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b-a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b-a}(x-a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

$$g(a) = f(a) + 0 = f(a) = f(b) - (f(b) - f(a)) = f(b) - \frac{f(b) - f(a)}{b-a}(b-a) = g(b)$$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

$$g(a) = f(a) + 0 = f(a) = f(b) - (f(b) - f(a)) = f(b) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(b - a) = g(b)$$

Значит, $\exists c \in [a;\ b]$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

$$g(a) = f(a) + 0 = f(a) = f(b) - (f(b) - f(a)) = f(b) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(b - a) = g(b)$$

Значит, $\exists c \in [a;\ b]$ $= g'(c) = 0.$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a; b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a; b)$, *то* $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

$$g(a) = f(a) + 0 = f(a) = f(b) - (f(b) - f(a)) = f(b) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(b - a) = g(b)$$

Значит, $\exists c \in [a;\ b] \quad f'(c) - \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = g'(c) = 0.$

VIII.4. Теорема Лагранжа

Теорема 27. *Если функция* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *непрерывна на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируема на интервале* $(a;b)$, *то* $f(b)-f(a)=f'(c)\cdot(b-a)$.

Доказательство. Попытаемся свести ее к **теореме Ролля.**

Рассмотрим функцию

$$g(x)=f(x)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)\,.$$

Ясно, что функция g удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**:

$$g(a)=f(a)+0=f(a)=f(b)-(f(b)-f(a))=f(b)-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}(b-a)=g(b)$$

Значит, $\exists c\in[a;\ b]\quad f'(c)-\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=g'(c)=0.$

Теорема Лагранжа доказана.

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то* $\exists c \in (a;\ b)$ $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство.

Огюстен Луи Коши

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a; b]$ и дифференцируемы на интервале $(a; b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$*
$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}.$$

Доказательство. Рассмотрим функцию

$h(x) =$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$h(x) =$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $h(x) = f(x) + \alpha g(x)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$h(x) =$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $h(x) = f(x) + \alpha g(x)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $= h(a) = h(b)$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$h(x) =$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $h(x) = f(x) + \alpha g(x)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) + \alpha g(a) = h(a) = h(b)$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$h(x) =$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $h(x) = f(x) + \alpha g(x)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) + \alpha g(a) = h(a) = h(b) =$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$h(x) =$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $h(x) = f(x) + \alpha g(x)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.
Имеем $f(a) + \alpha g(a) = h(a) = h(b) = f(b) + \alpha g(b)$.

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$*

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}.$$

Доказательство. Рассмотрим функцию

$h(x) =$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $h(x) = f(x) + \alpha g(x)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) + \alpha g(a) = h(a) = h(b) = f(b) + \alpha g(b)$.

Поэтому $\alpha = -\frac{\qquad}{\qquad}$.

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$h(x) =$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $h(x) = f(x) + \alpha g(x)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) + \alpha g(a) = h(a) = h(b) = f(b) + \alpha g(b)$.

Поэтому $\alpha = -\dfrac{f(b)-f(a)}{}$.

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a; b]$ и дифференцируемы на интервале $(a; b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\quad \dfrac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$h(x) =$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $h(x) = f(x) + \alpha g(x)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) + \alpha g(a) = h(a) = h(b) = f(b) + \alpha g(b)$.

Поэтому $\quad \alpha = -\dfrac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}$.

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\quad \dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$h(x) = f(x) -$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $h(x) = f(x) + \alpha g(x)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) + \alpha g(a) = h(a) = h(b) = f(b) + \alpha g(b)$.

Поэтому $\quad \alpha = -\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$.

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\quad \dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$h(x) = f(x) - \qquad\qquad g(x)$.

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $h(x) = f(x) + \alpha g(x)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) + \alpha g(a) = h(a) = h(b) = f(b) + \alpha g(b)$.

Поэтому $\quad \alpha = -\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$.

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\quad \dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$

Попробуем подобрать α так, чтобы функция $h(x) = f(x) + \alpha g(x)$ принимала равные значения на концах отрезка $[a;\ b]$.

Имеем $f(a) + \alpha g(a) = h(a) = h(b) = f(b) + \alpha g(b)$.

Поэтому $\quad \alpha = -\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$.

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a; b]$ и дифференцируемы на интервале $(a; b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}.$$

Доказательство. Рассмотрим функцию
$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$
Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**.

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции* f *и* g *непрерывны на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируемы на интервале* $(a;b)$*, причём* $g(a) \neq g(b)$*, то* $\exists c \in (a;\ b)$ $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$

Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**.

$h(a) =$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}.$$

Доказательство. Рассмотрим функцию
$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$
Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**.
$$h(a) = f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(a) =$$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$

Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**.

$$h(a) = f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(a) = \frac{f(a)g(b) - f(a)g(a) - (f(b)g(a) - f(a)g(a))}{g(b)-g(a)} =$$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то* $\exists c \in (a;\ b)$ $$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}.$$

Доказательство. Рассмотрим функцию
$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$
Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**.
$$h(a) = f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(a) = \frac{f(a)g(b) - f(a)g(a) - (f(b)g(a) - f(a)g(a))}{g(b)-g(a)} =$$
$$= \frac{f(a)g(b) - f(b)g(a)}{g(b)-g(a)}$$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$

Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**.

$$h(a) = f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(a) = \frac{f(a)g(b)-f(a)g(a)-(f(b)g(a)-f(a)g(a))}{g(b)-g(a)} =$$

$$= \frac{f(a)g(b)-f(b)g(a)}{g(b)-g(a)}$$

$$= h(b)$$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции* f *и* g *непрерывны на отрезке* $[a;b]$ *и дифференцируемы на интервале* $(a;b)$, *причём* $g(a) \neq g(b)$, *то* $\exists c \in (a;\ b)$
$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}.$$

Доказательство. Рассмотрим функцию
$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$
Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**.
$$h(a) = f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(a) = \frac{f(a)g(b)-f(a)g(a)-(f(b)g(a)-f(a)g(a))}{g(b)-g(a)} =$$
$$= \frac{f(a)g(b)-f(b)g(a)}{g(b)-g(a)}$$
$$= f(b) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(b) = h(b)$$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$

Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**.

$$h(a) = f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(a) = \frac{f(a)g(b)-f(a)g(a)-(f(b)g(a)-f(a)g(a))}{g(b)-g(a)} =$$

$$= \frac{f(a)g(b)-f(b)g(a)}{g(b)-g(a)}$$

$$\frac{f(b)g(b)-f(b)g(a)-(f(b)g(b)-f(a)g(b))}{g(b)-g(a)} = f(b) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(b) = h(b)$$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$

Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**.

$$h(a) = f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(a) = \frac{f(a)g(b)-f(a)g(a)-(f(b)g(a)-f(a)g(a))}{g(b)-g(a)} =$$

$$= \frac{f(a)g(b)-f(b)g(a)}{g(b)-g(a)} =$$

$$= \frac{f(b)g(b)-f(b)g(a)-(f(b)g(b)-f(a)g(b))}{g(b)-g(a)} = f(b) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(b) = h(b)$$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$

Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**. Значит по **теореме Ролля** найдётся $c \in [a;\ b]$ такой, что

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$

Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**.

Значит по **теореме Ролля** найдётся $c \in [a;\ b]$ такой, что

$$0 = h'(c) =$$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a; b]$ и дифференцируемы на интервале $(a; b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$h(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} g(x).$$

Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**.

Значит по **теореме Ролля** найдётся $c \in [a;\ b]$ такой, что

$$0 = h'(c) = f'(c) - \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} g'(c),$$

VIII.5. Теорема Коши

Теорема 28. *Если вещественные функции f и g непрерывны на отрезке $[a;b]$ и дифференцируемы на интервале $(a;b)$, причём $g(a) \neq g(b)$, то $\exists c \in (a;\ b)$* $\dfrac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \dfrac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$h(x) = f(x) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g(x).$$

Ясно, что функция h удовлетворяет условиям **теоремы Ролля**. Значит по **теореме Ролля** найдётся $c \in [a;\ b]$ такой, что

$$0 = h'(c) = f'(c) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} g'(c),$$

откуда следует утверждение доказываемой теоремы Коши.

VIII.6. Правило Лопиталя

В качестве следствия из **теоремы Коши** получается метод **раскрытия неопределенностей** при вычислении предела, являющимся одним из самых популярных в силу своей простоты и эффективности.

`Маркиз де Л'Опиталь` (1661-1704)

Способ раскрытия такого рода неопределённостей был опубликован в учебнике «Analyse des Infiniment Petits» 1696 г. за авторством Гийома Лопиталя. Метод был сообщён Лопиталю в письме его первооткрывателем Иоганном Бернулли.

`Иоганн I Бернулли` (1667-1748)

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в **окрестности** точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство.

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство.

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{aligned} &\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ &\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{aligned}\right. \quad\Rightarrow\quad \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Доказательство проведем только для случая, когда a — это число.

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Доказательство проведем только для случая, когда a — это число.

Для $\pm\infty$ и ∞ доказательство проводится с помощью замены $y = \dfrac{1}{x}$.

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad\Rightarrow\quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \qquad (34)$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ \ , & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ \ , & \text{если } x = a. \end{cases}$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в **окрестности** точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ , & \text{если } x = a. \end{cases}$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в **окрестности** точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$. Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$

Тогда f^* и g^* дифференцируемы не только в окрестности точки a, но и в точке a.

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в **окрестности** точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad\Rightarrow\quad \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$. Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$ Тогда f^* и g^* дифференцируемы не только в окрестности точки a, но и в точке a. По определению **предела**

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$. Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$
Тогда f^* и g^* дифференцируемы не только в окрестности точки a, но и в точке a. По определению **предела**

$$\lim_{x\to a} \frac{f^*(x)}{g^*(x)} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$. Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$
Тогда f^* и g^* дифференцируемы не только в окрестности точки a, но и в точке a. По определению **предела**

$$\lim_{x\to a} \frac{f^*(x)}{g^*(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$

По теореме **Коши** $\exists p$, лежащий между 0 и x,

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в **окрестности** точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0], \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$

По теореме **Коши** $\exists p$, лежащий между 0 и x,

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$

По теореме **Коши** $\exists p$, лежащий между 0 и x,

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x)}{g^*(x)} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0], \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \qquad (34)$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$

По теореме **Коши** $\exists p$, лежащий между 0 и x,

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x)}{g^*(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x) - 0}{g^*(x) - 0} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$

По теореме **Коши** $\exists p$, лежащий между 0 и x,

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x)}{g^*(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x) - 0}{g^*(x) - 0} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x) - f^*(0)}{g^*(x) - g^*(0)} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad\Rightarrow\quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$

По теореме **Коши** $\exists p$, лежащий между 0 и x,

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x)}{g^*(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x) - 0}{g^*(x) - 0} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x) - f^*(0)}{g^*(x) - g^*(0)} =$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{f'(p)}{g'(p)} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в **окрестности** точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$

По теореме **Коши** $\exists p$, лежащий между 0 и x,

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x)}{g^*(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x)-0}{g^*(x)-0} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x)-f^*(0)}{g^*(x)-g^*(0)} =$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{f'(p)}{g'(p)} = \lim_{p\to a} \frac{f'(p)}{g'(p)} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \qquad (34)$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases} \quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$

По теореме **Коши** $\exists p$, лежащий между 0 и x,

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x)}{g^*(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x) - 0}{g^*(x) - 0} = \lim_{x\to a} \frac{f^*(x) - f^*(0)}{g^*(x) - g^*(0)} =$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{f'(p)}{g'(p)} = \lim_{p\to a} \frac{f'(p)}{g'(p)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Сначала докажем для неопределенности $[0/0]$.

Положим $f^*(x) = \begin{cases} f(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a, \end{cases}$ $\quad g^*(x) = \begin{cases} g(x), & \text{если } x \neq a, \\ 0, & \text{если } x = a. \end{cases}$

По теореме **Коши** $\exists p$, лежащий между 0 и x,

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f^*(x)}{g^*(x)} = \lim_{x\to a}\frac{f^*(x)-0}{g^*(x)-0} = \lim_{x\to a}\frac{f^*(x)-f^*(0)}{g^*(x)-g^*(0)} =$$

$= \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(p)}{g'(p)} = \lim\limits_{p\to a}\dfrac{f'(p)}{g'(p)} = \lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$. Для $\left[\dfrac{0}{0}\right]$ теорема доказана.

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Теперь докажем для неопределенности $[\infty/\infty]$:

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Теперь докажем для неопределенности $[\infty/\infty]$:

$$A = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Теперь докажем для неопределенности $[\infty/\infty]$:

$$A = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{1/g(x)}{1/f(x)} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в **окрестности** точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad\Rightarrow\quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Теперь докажем для неопределенности $[\infty/\infty]$:

$$A = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{1/g(x)}{1/f(x)} = \lim_{x\to a} \frac{-g'(x)/g^2(x)}{-f'(x)/f^2(x)} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0], \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Теперь докажем для неопределенности $[\infty/\infty]$:

$$A = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{1/g(x)}{1/f(x)} = \lim_{x\to a} \frac{-g'(x)/g^2(x)}{-f'(x)/f^2(x)} = \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot \frac{f^2(x)}{g^2(x)} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Теперь докажем для неопределенности $[\infty/\infty]$:

$$A = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{1/g(x)}{1/f(x)} = \lim_{x\to a} \frac{-g'(x)/g^2(x)}{-f'(x)/f^2(x)} = \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot \frac{f^2(x)}{g^2(x)} =$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot A^2 \ \Rightarrow$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Теперь докажем для неопределенности $[\infty/\infty]$:

$$A = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{1/g(x)}{1/f(x)} = \lim_{x\to a} \frac{-g'(x)/g^2(x)}{-f'(x)/f^2(x)} = \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot \frac{f^2(x)}{g^2(x)} =$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot A^2 \ \Rightarrow$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \quad \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Теперь докажем для неопределенности $[\infty/\infty]$:

$$A = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{1/g(x)}{1/f(x)} = \lim_{x\to a} \frac{-g'(x)/g^2(x)}{-f'(x)/f^2(x)} = \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot \frac{f^2(x)}{g^2(x)} =$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot A^2 \Rightarrow \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0], \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Теперь докажем для неопределенности $[\infty/\infty]$:

$$A = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{1/g(x)}{1/f(x)} = \lim_{x\to a} \frac{-g'(x)/g^2(x)}{-f'(x)/f^2(x)} = \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot \frac{f^2(x)}{g^2(x)} =$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot A^2 \Rightarrow \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} = A \cdot \frac{1}{A^2} =$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Теперь докажем для неопределенности $[\infty/\infty]$:

$$A = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{1/g(x)}{1/f(x)} = \lim_{x\to a} \frac{-g'(x)/g^2(x)}{-f'(x)/f^2(x)} = \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot \frac{f^2(x)}{g^2(x)} =$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot A^2 \Rightarrow \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} = A \cdot \frac{1}{A^2} = A.$$

VIII.6. Правило Лопиталя

Теорема 29. *Если a — это число, $\pm\infty$ или ∞, f и g дифференцируемы в* ***окрестности*** *точки a, кроме, быть может, точки a, причём в этой окрестности для $x \neq a$ имеем $g'(x) \neq 0$, то*

$$\left[\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [0/0]\,, \\ \lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = [\infty/\infty] \end{array}\right. \Rightarrow \quad \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}. \tag{34}$$

Доказательство. Теперь докажем для неопределенности $[\infty/\infty]$:

$$A = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{1/g(x)}{1/f(x)} = \lim_{x\to a} \frac{-g'(x)/g^2(x)}{-f'(x)/f^2(x)} = \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot \frac{f^2(x)}{g^2(x)} =$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} \cdot A^2 \Rightarrow \lim_{x\to a} \frac{g'(x)}{f'(x)} = A \cdot \frac{1}{A^2} = A.$$

Теорема доказана.

IX. Производные высших порядков

При изучении преобразований объектов одним из естественных результатов применения **стратегии приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** является

IX. Производные высших порядков

При изучении преобразований объектов одним из естественных результатов применения **стратегии приоритетного изучения «экстремальных ситуаций»** является
кратное применение изучаемого преобразования.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx} f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2} f(x). \qquad (35)$$

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} f(x) \right) = \frac{d^2}{dx^2} f(x). \tag{35}$$

Комментарий. $d\left(f(x)\right) =$

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx} f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2} f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\,(f\,(x)) =$

Дифференциал функции $f\,(x)$ — функция df, имеющая 2 аргумента: x и Δx.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\,(f\,(x)) = df\,(x, \Delta x) \approx$

Дифференциал функции $f\,(x)$ — функция df, имеющая 2 аргумента: x и Δx.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx} f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2} f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\left(f(x)\right) = df(x, \Delta x) \approx$

Дифференциал функции $f(x)$ — функция df, имеющая 2 аргумента: x и Δx.

Это линейная часть приращения функции.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\left(f(x)\right) = df(x, \Delta x) \approx f(x + \Delta x) - f(x)$,

Дифференциал функции $f(x)$ — функция df, имеющая 2 аргумента: x и Δx.

Это линейная часть приращения функции.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \tag{35}$$

Комментарий. $d\,(f\,(x)) = df\,(x, \Delta x) \approx f\,(x + \Delta x) - f\,(x)$,

Здесь символ d можно трактовать как оператор, сопоставляющий функции $f\,(x)$ функцию $df\,(x, \Delta x)$. Дифференциал функции $f\,(x)$ — функция df, имеющая 2 аргумента: x и Δx.

Это линейная часть приращения функции.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx} f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2} f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\,(f\,(x)) = df\,(x, \Delta x) \approx f\,(x + \Delta x) - f\,(x)$,

Здесь символ d можно трактовать как оператор, сопоставляющий функции $f\,(x)$ функцию $df\,(x, \Delta x)$.

Теперь рассмотрим повторное применение оператора d, т.е. дифференциал от $df\,(x, \Delta x)$ при фиксированном значении Δx.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\,(f\,(x)) = df\,(x, \Delta x) \approx f\,(x + \Delta x) - f\,(x)$,
$d^2 f = d\,(df\,(x, \Delta x)) \approx$

Здесь символ d можно трактовать как оператор, сопоставляющий функции $f\,(x)$ функцию $df\,(x, \Delta x)$.
Теперь рассмотрим повторное применение оператора d, т.е. дифференциал от $df\,(x, \Delta x)$ при фиксированном значении Δx.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \tag{35}$$

Комментарий. $d\,(f\,(x)) = df\,(x, \Delta x) \approx f\,(x + \Delta x) - f\,(x)$,
$d^2 f = d\,(df\,(x, \Delta x)) \approx d\,(f\,(x + \Delta x) - f\,(x)) \approx$

Здесь символ d можно трактовать как оператор, сопоставляющий функции $f\,(x)$ функцию $df\,(x, \Delta x)$.
Теперь рассмотрим повторное применение оператора d, т.е. дифференциал от $df\,(x, \Delta x)$ при фиксированном значении Δx.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\,(f\,(x)) = df\,(x, \Delta x) \approx f\,(x + \Delta x) - f\,(x)$,
$d^2 f = d\,(df\,(x, \Delta x)) \approx d\,(f\,(x + \Delta x) - f\,(x)) \approx$
$\approx d\,(f\,(x + \Delta x, \Delta x)) - df\,(x, \Delta x) \approx$

Здесь символ d можно трактовать как оператор, сопоставляющий функции $f\,(x)$ функцию $df\,(x, \Delta x)$.
Теперь рассмотрим повторное применение оператора d, т.е. дифференциал от $df\,(x, \Delta x)$ при фиксированном значении Δx.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\,(f\,(x)) = df\,(x, \Delta x) \approx f\,(x + \Delta x) - f\,(x)$,
$d^2 f = d\,(df\,(x, \Delta x)) \approx d\,(f\,(x + \Delta x) - f\,(x)) \approx$
$\approx d\,(f\,(x + \Delta x, \Delta x)) - df\,(x, \Delta x) \approx$
$\approx (f\,((x + \Delta x) + \Delta x) - f\,(x + \Delta x)) -$

Здесь символ d можно трактовать как оператор, сопоставляющий функции $f\,(x)$ функцию $df\,(x, \Delta x)$.
Теперь рассмотрим повторное применение оператора d, т.е. дифференциал от $df\,(x, \Delta x)$ при фиксированном значении Δx.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\,(f\,(x)) = df\,(x, \Delta x) \approx f\,(x + \Delta x) - f\,(x)$,
$d^2 f = d\,(df\,(x, \Delta x)) \approx d\,(f\,(x + \Delta x) - f\,(x)) \approx$
$\approx d\,(f\,(x + \Delta x, \Delta x)) - df\,(x, \Delta x) \approx$
$\approx (f\,((x + \Delta x) + \Delta x) - f\,(x + \Delta x)) - (f\,(x + \Delta x) - f\,(x))\,.$

Здесь символ d можно трактовать как оператор, сопоставляющий функции $f\,(x)$ функцию $df\,(x, \Delta x)$.
Теперь рассмотрим повторное применение оператора d, т.е. дифференциал от $df\,(x, \Delta x)$ при фиксированном значении Δx.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\left(f(x)\right) = df(x, \Delta x) \approx f(x + \Delta x) - f(x)$,
$d^2 f = d\left(df(x, \Delta x)\right) \approx d\left(f(x + \Delta x) - f(x)\right) \approx$
$\approx d\left(f(x + \Delta x, \Delta x)\right) - df(x, \Delta x) \approx$
$\approx \left(f\left((x + \Delta x) + \Delta x\right) - f(x + \Delta x)\right) - \left(f(x + \Delta x) - f(x)\right).$

Здесь символ d можно трактовать как оператор, сопоставляющий функции $f(x)$ функцию $df(x, \Delta x)$.
Теперь рассмотрим повторное применение оператора d, т.е. дифференциал от $df(x, \Delta x)$ при фиксированном значении Δx.

Таким образом, $dx^2 =$
$d^2 f =$

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\left(f(x)\right) = df(x, \Delta x) \approx f(x + \Delta x) - f(x)$,
$d^2 f = d\left(df(x, \Delta x)\right) \approx d\left(f(x + \Delta x) - f(x)\right) \approx$
$\approx d\left(f(x + \Delta x, \Delta x)\right) - df(x, \Delta x) \approx$
$\approx \left(f\left((x + \Delta x) + \Delta x\right) - f(x + \Delta x)\right) - \left(f(x + \Delta x) - f(x)\right).$

Здесь символ d можно трактовать как оператор, сопоставляющий функции $f(x)$ функцию $df(x, \Delta x)$.
Теперь рассмотрим повторное применение оператора d, т.е. дифференциал от $df(x, \Delta x)$ при фиксированном значении Δx.

Таким образом, $dx^2 = (dx)^2$,
$d^2 f =$

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \tag{35}$$

Комментарий. $d\left(f(x)\right) = df(x, \Delta x) \approx f(x + \Delta x) - f(x)$,
$d^2 f = d\left(df(x, \Delta x)\right) \approx d\left(f(x + \Delta x) - f(x)\right) \approx$
$\approx d\left(f(x + \Delta x, \Delta x)\right) - df(x, \Delta x) \approx$
$\approx \left(f\left((x + \Delta x) + \Delta x\right) - f(x + \Delta x)\right) - \left(f(x + \Delta x) - f(x)\right).$

Здесь символ d можно трактовать как оператор, сопоставляющий функции $f(x)$ функцию $df(x, \Delta x)$.
Теперь рассмотрим повторное применение оператора d, т.е. дифференциал от $df(x, \Delta x)$ при фиксированном значении Δx.

Таким образом, $dx^2 = (dx)^2$,
$d^2 f = d\left(df(x, \Delta x)\right)$ при фиксированном

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Комментарий. $d\,(f\,(x)) = df\,(x, \Delta x) \approx f\,(x + \Delta x) - f\,(x)$,
$d^2 f = d\,(df\,(x, \Delta x)) \approx d\,(f\,(x + \Delta x) - f\,(x)) \approx$
$\approx d\,(f\,(x + \Delta x, \Delta x)) - df\,(x, \Delta x) \approx$
$\approx (f\,((x + \Delta x) + \Delta x) - f\,(x + \Delta x)) - (f\,(x + \Delta x) - f\,(x))\,.$

Здесь символ d можно трактовать как оператор, сопоставляющий функции $f\,(x)$ функцию $df\,(x, \Delta x)$.
Теперь рассмотрим повторное применение оператора d, т.е. дифференциал от $df\,(x, \Delta x)$ при фиксированном значении Δx.

Таким образом, $dx^2 = (dx)^2$,
$d^2 f = d\,(df\,(x, \Delta x))$ при фиксированном Δx.

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$(x \cdot 2^x)'' =$

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$(x \cdot 2^x)'' = \big((x \cdot 2^x)'\big)' =$

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx} f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2} f(x). \qquad (35)$$

Например,
$(x \cdot 2^x)'' = \big((x \cdot 2^x)'\big)' =$
По **теореме о производной суммы, произведения и суперпозиции функций...**

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$(x \cdot 2^x)'' = \big((x \cdot 2^x)'\big)' = \big(2^x +$

По **теореме о производной суммы, произведения и суперпозиции функций...**

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$(x \cdot 2^x)'' = \big((x \cdot 2^x)'\big)' = \big(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\big)' =$

По **теореме о производной суммы, произведения и суперпозиции функций...**

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$(x \cdot 2^x)'' = \left((x \cdot 2^x)'\right)' = \left(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\right)' = 2^x \ln 2 +$

По **теореме о производной суммы, произведения и суперпозиции функций...**

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx} f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2} f(x). \qquad (35)$$

Например,

$$(x \cdot 2^x)'' = \big((x \cdot 2^x)'\big)' = \big(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\big)' = 2^x \ln 2 +$$

По **теореме о производной суммы, <u>произведения</u> и суперпозиции функций...**

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$(x \cdot 2^x)'' = \big((x \cdot 2^x)'\big)' = \big(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\big)' = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 +$

По **теореме о производной суммы, произведения и суперпозиции функций...**

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$$(x \cdot 2^x)'' = \left((x \cdot 2^x)'\right)' = \left(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\right)' = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 + x \cdot 2^x \ln^2 2.$$

По **теореме о производной суммы, <u>произведения</u> и суперпозиции функций...**

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$(x \cdot 2^x)'' = \big((x \cdot 2^x)'\big)' = \big(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\big)' = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 + x \cdot 2^x \ln^2 2.$

Можно оформить решение иначе:

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx} f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2} f(x). \qquad (35)$$

Например,

$(x \cdot 2^x)'' = \big((x \cdot 2^x)'\big)' = \big(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\big)' = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 + x \cdot 2^x \ln^2 2.$

Можно оформить решение иначе:

$(x \cdot 2^x)'' =$

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$(x \cdot 2^x)'' = \big((x \cdot 2^x)'\big)' = \big(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\big)' = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 + x \cdot 2^x \ln^2 2.$

Можно оформить решение иначе:

$(x \cdot 2^x)'' = \dfrac{d^2}{dx^2}\,(x \cdot 2^x) =$

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \tag{35}$$

Например,

$(x \cdot 2^x)'' = \left((x \cdot 2^x)'\right)' = \left(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\right)' = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 + x \cdot 2^x \ln^2 2.$

Можно оформить решение иначе:

$(x \cdot 2^x)'' = \dfrac{d^2}{dx^2}(x \cdot 2^x) = \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{d}{dx}(x \cdot 2^x)\right) =$

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$$(x \cdot 2^x)'' = \left((x \cdot 2^x)'\right)' = \left(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\right)' = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 + x \cdot 2^x \ln^2 2.$$

Можно оформить решение иначе:

$$(x \cdot 2^x)'' = \frac{d^2}{dx^2}\left(x \cdot 2^x\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}\left(x \cdot 2^x\right)\right) =$$

По **теореме о производной суммы, произведения и суперпозиции функций...**

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$$(x \cdot 2^x)'' = \Big((x \cdot 2^x)'\Big)' = \big(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\big)' = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 + x \cdot 2^x \ln^2 2.$$

Можно оформить решение иначе:

$$(x \cdot 2^x)'' = \frac{d^2}{dx^2}(x \cdot 2^x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(x \cdot 2^x)\right) = \frac{d}{dx}(2^x + x \cdot 2^x \ln 2) =$$

По **теореме о производной суммы, произведения и суперпозиции функций...**

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$$(x \cdot 2^x)'' = \left((x \cdot 2^x)'\right)' = \left(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\right)' = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 + x \cdot 2^x \ln^2 2.$$

Можно оформить решение иначе:

$$(x \cdot 2^x)'' = \frac{d^2}{dx^2}(x \cdot 2^x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(x \cdot 2^x)\right) = \frac{d}{dx}(2^x + x \cdot 2^x \ln 2) =$$

$$= \frac{d}{dx}(2^x) + \frac{d}{dx}(x \cdot 2^x \ln 2) =$$

По **теореме о производной суммы, произведения и суперпозиции функций...**

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$$(x \cdot 2^x)'' = \left((x \cdot 2^x)'\right)' = \left(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\right)' = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 + x \cdot 2^x \ln^2 2.$$

Можно оформить решение иначе:

$$(x \cdot 2^x)'' = \frac{d^2}{dx^2}(x \cdot 2^x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(x \cdot 2^x)\right) = \frac{d}{dx}(2^x + x \cdot 2^x \ln 2) =$$

$$= \frac{d}{dx}(2^x) + \frac{d}{dx}(x \cdot 2^x \ln 2) = 2^x \ln 2 +$$

По **теореме о производной суммы, произведения и суперпозиции функций...**

IX.1. Производная второго порядка

Определение 22. *Если* $g(x) = f'(x)$, *то* **второй производной** $f''(x)$ *называется производная*

$$f''(x) = g'(x) = \frac{d}{dx}g(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}f(x)\right) = \frac{d^2}{dx^2}f(x). \qquad (35)$$

Например,

$$(x \cdot 2^x)'' = \left((x \cdot 2^x)'\right)' = \left(2^x + x \cdot 2^x \ln 2\right)' = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 + x \cdot 2^x \ln^2 2.$$

Можно оформить решение иначе:

$$(x \cdot 2^x)'' = \frac{d^2}{dx^2}(x \cdot 2^x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{d}{dx}(x \cdot 2^x)\right) = \frac{d}{dx}(2^x + x \cdot 2^x \ln 2) =$$

$$= \frac{d}{dx}(2^x) + \frac{d}{dx}(x \cdot 2^x \ln 2) = 2^x \ln 2 + 2^x \ln 2 + x \cdot 2^x \ln^2 2.$$

По **теореме о производной суммы, произведения и суперпозиции функций...**

IX.2. Производная порядка n

Определение 23. Производную порядка n *введём индуктивно:*

база индукции: $\dfrac{d}{dx}f(x) = f^{(1)}(x) = f'(x)$;

шаг индукции: если $f^{(n)}(x)$ *уже определена, то положим*

$$\frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}}f(x) = f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^n}{dx^n}f(x)\right). \tag{36}$$

IX.2. Производная порядка n

Определение 23. Производную порядка n *введём индуктивно:*

база индукции: $\dfrac{d}{dx}f(x) = f^{(1)}(x) = f'(x)$;

шаг индукции: если $f^{(n)}(x)$ *уже определена, то положим*

$$\frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}}f(x) = f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^n}{dx^n}f(x)\right). \tag{36}$$

Рассмотрим пример?

IX.2. Производная порядка n

Определение 23. Производную порядка n *введём индуктивно:*
база индукции: $\dfrac{d}{dx}f(x) = f^{(1)}(x) = f'(x)$;
шаг индукции: если $f^{(n)}(x)$ *уже определена, то положим*

$$\frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}}f(x) = f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^n}{dx^n}f(x)\right). \tag{36}$$

Достигнутые результаты позволяют осуществить одну из реализаций алгебраического подхода к заданию функций:

IX.2. Производная порядка n

Определение 23. Производную порядка n *введём индуктивно:*
база индукции: $\dfrac{d}{dx}f(x) = f^{(1)}(x) = f'(x)$;
шаг индукции: если $f^{(n)}(x)$ *уже определена, то положим*

$$\frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}}f(x) = f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^n}{dx^n}f(x)\right). \tag{36}$$

Достигнутые результаты позволяют осуществить одну из реализаций алгебраического подхода к заданию функций:
система базовых элементов:

IX.2. Производная порядка n

Определение 23. Производную порядка n *введём индуктивно:*

база индукции: $\dfrac{d}{dx}f(x) = f^{(1)}(x) = f'(x)$;

шаг индукции: если $f^{(n)}(x)$ уже определена, то положим

$$\frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}}f(x) = f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^n}{dx^n}f(x)\right). \tag{36}$$

Достигнутые результаты позволяют осуществить одну из реализаций алгебраического подхода к заданию функций:

система базовых элементов: **основные элементарные функции**;

IX.2. Производная порядка n

Определение 23. Производную порядка n *введём индуктивно:*
база индукции: $\dfrac{d}{dx}f(x) = f^{(1)}(x) = f'(x)$;
шаг индукции: если $f^{(n)}(x)$ *уже определена, то положим*

$$\frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}}f(x) = f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^n}{dx^n}f(x)\right). \qquad (36)$$

Достигнутые результаты позволяют осуществить одну из реализаций алгебраического подхода к заданию функций:
система базовых элементов: **основные элементарные функции**;
система типовых преобразований и механизмов комбинирования:

IX.2. Производная порядка n

Определение 23. Производную порядка n *введём индуктивно:*
база индукции: $\dfrac{d}{dx}f(x) = f^{(1)}(x) = f'(x)$;
шаг индукции: если $f^{(n)}(x)$ *уже определена, то положим*

$$\frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}}f(x) = f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^n}{dx^n}f(x)\right). \qquad (36)$$

Достигнутые результаты позволяют осуществить одну из реализаций алгебраического подхода к заданию функций:
система базовых элементов: **основные элементарные функции**;
система типовых преобразований и механизмов комбинирования: сумма, разность, произведение и частное функций, **суперпозиция** (композиция) функций;

IX.2. Производная порядка n

Определение 23. Производную порядка *n введём индуктивно:*
база индукции: $\dfrac{d}{dx}f(x) = f^{(1)}(x) = f'(x);$
шаг индукции: если $f^{(n)}(x)$ уже определена, то положим

$$\frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}}f(x) = f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^n}{dx^n}f(x)\right). \tag{36}$$

Достигнутые результаты позволяют осуществить одну из реализаций алгебраического подхода к заданию функций:
система базовых элементов: **основные элементарные функции**;
система типовых преобразований и механизмов комбинирования: сумма, разность, произведение и частное функций, **суперпозиция** (композиция) функций;
механизм аппроксимирования:

IX.2. Производная порядка n

Определение 23. Производную порядка n *введём индуктивно:*
база индукции: $\dfrac{d}{dx}f(x) = f^{(1)}(x) = f'(x);$
шаг индукции: если $f^{(n)}(x)$ *уже определена, то положим*

$$\frac{d^{n+1}}{dx^{n+1}}f(x) = f^{(n+1)}(x) = \left(f^{(n)}(x)\right)' = \frac{d}{dx}\left(\frac{d^n}{dx^n}f(x)\right). \qquad (36)$$

Достигнутые результаты позволяют осуществить одну из реализаций алгебраического подхода к заданию функций:
система базовых элементов: **основные элементарные функции**;
система типовых преобразований и механизмов комбинирования: сумма, разность, произведение и частное функций, **суперпозиция** (композиция) функций;
механизм аппроксимирования: рассмотрим один из вариантов — формулу Тейлора.

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$*, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство.

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$*, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$f(x) =$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$f(x) = p_0+$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) +$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots +$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) =$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!}\cdot(x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!}\cdot(x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1\cdot(x-a) + p_2\cdot(x-a)^2 + \ldots + p_n\cdot(x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1\cdot 0 + p_2\cdot 0^2 + p_3\cdot 0^3 + \ldots + p_n\cdot 0^n, \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 +$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) +$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$*, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 +$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1!}} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n!}} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) =$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 +$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1!}} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n!}} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1!}} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n!}} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) +$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) + \ldots +$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) + \ldots + p_n \cdot$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (x-a)^{n-2}.$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$

$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (x-a)^{n-2}.$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (x-a)^{n-2}.$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \tag{37}$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (x-a)^{n-2}.$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0+p_1 \cdot (x-a)+p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots +p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0+p_1 \cdot 0+p_2 \cdot 0^2+p_3 \cdot 0^3+\ldots+p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1+p_2 \cdot 2 \cdot 0+p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots +p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2+p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots +p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1+p_2 \cdot 2 \cdot (x-a)+p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2+\ldots+ p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2+p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a)+\ldots+p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (x-a)^{n-2}.$$

$$f^{(n)}(x) =$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (x-a)^{n-2}.$$

$$f^{(n)}(x) = p_n \cdot n \cdot$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$

$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (x-a)^{n-2}.$

$f^{(n)}(x) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (x-a)^{n-2}.$$

$$f^{(n)}(x) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (x-a)^{n-2}.$$

$$f^{(n)}(x) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1.$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

$$f'(x) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot (x-a) + p_3 \cdot 3 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (x-a)^{n-1}.$$

$$f''(x) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot (x-a) + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (x-a)^{n-2}.$$

$$f^{(n)}(x) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1.$$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$*, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 =$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$,

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $\quad f'(a) =$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $\quad f'(a) = p_1$,

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $\quad f'(a) = p_1$, $\quad f''(a) =$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $\quad f'(a) = p_1$, $\quad f''(a) = 2p_2 =$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $\quad f'(a) = p_1$, $\quad f''(a) = 2p_2 = 2!p_2$,

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $\quad f'(a) = p_1$, $\quad f''(a) = 2p_2 = 2!p_2$,

$f'''(a) =$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!}\cdot(x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!}\cdot(x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1\cdot(x-a) + p_2\cdot(x-a)^2 + \ldots + p_n\cdot(x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1\cdot 0 + p_2\cdot 0^2 + p_3\cdot 0^3 + \ldots + p_n\cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2\cdot 2\cdot 0 + p_3\cdot 3\cdot 0^2 + \ldots + p_n\cdot n\cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2\cdot 2 + p_3\cdot 3\cdot 2\cdot 0 + \ldots + p_n\cdot n\cdot(n-1)\cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n\cdot n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot 2\cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $\quad f'(a) = p_1$, $\quad f''(a) = 2p_2 = 2!p_2$,

$f'''(a) = 3\cdot 2\cdot p_3 =$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1!}} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n!}} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $\quad f'(a) = p_1$, $\quad f''(a) = 2p_2 = 2!p_2$,

$f'''(a) = 3 \cdot 2 \cdot p_3 = 3!\, p_3$, $\quad \ldots,$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $\quad f'(a) = p_1$, $\quad f''(a) = 2p_2 = 2!p_2$,
$f'''(a) = 3 \cdot 2 \cdot p_3 = 3!\,p_3$, $\quad \ldots, \quad f^{(n-1)}(a) =$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $\quad f'(a) = p_1$, $\quad f''(a) = 2p_2 = 2!p_2$,

$f'''(a) = 3 \cdot 2 \cdot p_3 = 3!\, p_3$, $\quad \ldots, \quad f^{(n-1)}(a) = (\mathbf{n}-\mathbf{1})! \cdot p_{n-1}$,

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $\quad f'(a) = p_1$, $\quad f''(a) = 2p_2 = 2!p_2$,

$f'''(a) = 3 \cdot 2 \cdot p_3 = 3!\,p_3$, $\quad \ldots, \quad f^{(n-1)}(a) = (\mathbf{n} - \mathbf{1})! \cdot p_{n-1}$,

$f^{(n)}(a) =$

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ *— многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $f'(a) = p_1$, $f''(a) = 2p_2 = 2!p_2$,
$f'''(a) = 3 \cdot 2 \cdot p_3 = 3!\,p_3$, $\ldots$, $f^{(n-1)}(a) = (\mathbf{n-1})! \cdot p_{n-1}$,
$f^{(n)}(a) = \mathbf{n}! \cdot p_n$.

IX.3. Формула Тейлора для многочлена

Теорема 30. *Если* $f(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n$ — *многочлен с коэффициентами* $a_0, a_1, \ldots, a_n$, *то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n. \qquad (37)$$

Доказательство. Пусть

$$f(x) = p_0 + p_1 \cdot (x-a) + p_2 \cdot (x-a)^2 + \ldots + p_n \cdot (x-a)^n.$$

$$\begin{cases} f(a) = p_0 + p_1 \cdot 0 + p_2 \cdot 0^2 + p_3 \cdot 0^3 + \ldots + p_n \cdot 0^n, \\ f'(a) = p_1 + p_2 \cdot 2 \cdot 0 + p_3 \cdot 3 \cdot 0^2 + \ldots + p_n \cdot n \cdot 0^{n-1}, \\ f''(a) = p_2 \cdot 2 + p_3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 + \ldots + p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot 0^{n-2}, \\ \ldots \\ f^{(n)}(a) = p_n \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1. \end{cases}$$

Значит, $p_0 = f(a)$, $f'(a) = p_1$, $f''(a) = 2p_2 = 2!p_2$,
$f'''(a) = 3 \cdot 2 \cdot p_3 = 3!\,p_3$, $\ldots$, $f^{(n-1)}(a) = (\mathbf{n-1})! \cdot p_{n-1}$,
$f^{(n)}(a) = \mathbf{n}! \cdot p_n$. Теорема доказана. **Рассмотрим пример?**

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

В частности, $\alpha(x)$ — бесконечно малая в окрестности точки a порядка, большего чем $(x-a)^n$, т.е. $\alpha(x) = \mathbf{o}\left((x-a)^n\right)$.

Выполним лабораторную работу на применение теоремы Тейлора?

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$\alpha(a) =$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$\alpha(a) = \alpha'(a) =$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots =$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \qquad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) =$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0,$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) =$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \qquad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \tag{38}$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

По **теореме Лагранжа**

$$\alpha^{(n)}(x) - \alpha^{(n)}(a) =$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

По **теореме Лагранжа**

$$\alpha^{(n)}(x) - \alpha^{(n)}(a) = \Big(\alpha^{(n)}(\theta)\Big)'(x-a) \Rightarrow$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \qquad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n+1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

По **теореме Лагранжа**

$$\alpha^{(n)}(x) - \underbrace{\alpha^{(n)}(a)}_{=0} = \Big(\alpha^{(n)}(\theta)\Big)'(x-a) \;\Rightarrow$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

По **теореме Лагранжа**

$$\alpha^{(n)}(x) - \underbrace{\alpha^{(n)}(a)}_{=0} = \underbrace{\Big(\alpha^{(n)}(\theta)\Big)'}_{\alpha^{(n+1)}(\theta)}(x-a) \ \Rightarrow$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

По **теореме Лагранжа**

$$\alpha^{(n)}(x) - \underbrace{\alpha^{(n)}(a)}_{=0} = \underbrace{\Big(\alpha^{(n)}(\theta)\Big)'}_{\alpha^{(n+1)}(\theta)}(x-a) \Rightarrow \alpha^{(n)}(x) = f^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a).$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow$$

По **теореме Лагранжа**

$$\alpha^{(n)}(x) - \underbrace{\alpha^{(n)}(a)}_{=0} = \underbrace{\Big(\alpha^{(n)}(\theta)\Big)'}_{\alpha^{(n+1)}(\theta)}(x-a) \Rightarrow \alpha^{(n)}(x) = f^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a).$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) =$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2 + C$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2 + C$$

$$= \alpha^{(n-1)}(a) = \alpha^{(n)}(\theta) \cdot (a-a)^2 + C =$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n+1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0$, $\alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x)$.

$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2 + C$

$= \alpha^{(n-1)}(a) = \alpha^{(n)}(\theta) \cdot (a-a)^2 + C =$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \;\Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2 + C$$

$$0 = \alpha^{(n-1)}(a) = \alpha^{(n)}(\theta) \cdot (a-a)^2 + C =$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2 + C$$

$$0 = \alpha^{(n-1)}(a) = \alpha^{(n)}(\theta) \cdot (a-a)^2 + C = C.$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2 + C$$

$$0 = \alpha^{(n-1)}(a) = \alpha^{(n)}(\theta) \cdot (a-a)^2 + C = C.$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \qquad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n+1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$0 = \alpha^{(n-1)}(a) = \alpha^{(n)}(\theta) \cdot (a-a)^2 + C = C.$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n+1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) =$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n+1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2 + C$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n+1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2 + C$$

$$= \alpha^{(n-2)}(a) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (a-a)^2 + C$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0,\quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$

$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \;\Rightarrow\; \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2 + C$$

$$= \alpha^{(n-2)}(a) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (a-a)^2 + C$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n+1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2 + C$$

$$0 = \alpha^{(n-2)}(a) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (a-a)^2 + C$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \qquad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \ \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2 + C$$

$$0 = \alpha^{(n-2)}(a) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (a-a)^2 + C =$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n+1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2 + C$$

$$0 = \alpha^{(n-2)}(a) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (a-a)^2 + C = C$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$*, причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2 + C$$

$$0 = \alpha^{(n-2)}(a) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (a-a)^2 + C = C$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \qquad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2, \ldots,$$

$$0 = \alpha^{(n-2)}(a) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (a-a)^2 + C = C$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n+1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2, \ldots, \quad \alpha(x) =$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2, \ldots, \quad \alpha(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{(n+1)!} \cdot (x-a)^{n+1} + C$$

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$

$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$

$\alpha^{(n-2)}(x) = \dfrac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2, \ldots, \quad \alpha(x) = \dfrac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{(n+1)!} \cdot (x-a)^{n+1} + C$

Аналогично получаем, что $C = 0$.

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n+1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2, \ldots, \quad \alpha(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{(n+1)!} \cdot (x-a)^{n+1}.$$

Аналогично получаем, что $C = 0$.

IX.4. Формула Тейлора

Теорема 31. *Если функция f в некоторой окрестности точки $a \in \mathbb{R}$ дифференцируема $(n+1)$ раз, то*

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 + \ldots + \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n + \alpha(x), \quad (38)$$

где $\alpha(x) = \dfrac{f^{(n+1)}(\theta)}{(\mathbf{n}+\mathbf{1})!} \cdot (x-a)^{n+1}$, *причём θ находится между a и x.*

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\alpha(x) = f(x) - f(a) - \frac{f'(a)}{\mathbf{1}!} \cdot (x-a)^1 - \ldots - \frac{f^{(n)}(a)}{\mathbf{n}!} \cdot (x-a)^n.$$

$$\alpha(a) = \alpha'(a) = \alpha''(a) = \ldots = \alpha^{(n)}(a) = 0, \quad \alpha^{(n+1)}(x) = f^{(n+1)}(x).$$

$$\alpha^{(n)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a) \Rightarrow \alpha^{(n-1)}(x) = \alpha^{(n+1)}(\theta) \cdot (x-a)^2,$$

$$\alpha^{(n-2)}(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{2} \cdot (x-a)^2, \ldots, \quad \alpha(x) = \frac{\alpha^{(n+1)}(\theta)}{(n+1)!} \cdot (x-a)^{n+1}.$$

Теорема доказана. **Рассмотрим пример** или выполним тесты:

XYZ-Diff-Iksov, XYZ-Diff-Igrekov, XYZ-Diff-Zetov.

X. Функции нескольких переменных

X.1. Предел функции нескольких переменных

Определение 24. Конечным пределом *функции* $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *при* $(x_1, \ldots, x_n) \to (x_1^o, \ldots, x_n^o)$ *называется число* A *такое, что* $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0$

$$0 < \sqrt{(x_1 - x_1^o)^2 + \ldots + (x_n - x_n^o)^2} < \delta \;\Rightarrow\; |f(x_1, \ldots, x_n) - A| < \varepsilon. \qquad (39)$$

Этот предел обознается как $\lim\limits_{(x_1,\ldots,x_n)\to(x_1^o,\ldots,x_n^o)} f(x_1, \ldots, x_n) = A.$

X.1. Предел функции нескольких переменных

Определение 24. Конечным пределом *функции* $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *при* $(x_1, \ldots, x_n) \to (x_1^o, \ldots, x_n^o)$ *называется число* A *такое, что*
$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0$

$$0 < \sqrt{(x_1 - x_1^o)^2 + \ldots + (x_n - x_n^o)^2} < \delta \;\Rightarrow\; |f(x_1, \ldots, x_n) - A| < \varepsilon. \qquad (39)$$

Этот предел обозначается как $\lim\limits_{(x_1,\ldots,x_n)\to(x_1^o,\ldots,x_n^o)} f(x_1, \ldots, x_n) = A.$

Можно трактовать это определение и так: если $(x_1; \ldots; x_n)$ стремится к $(x_1^o; \ldots; x_n^o)$ по любой траектории $(x_1(t); \ldots; x_n(t))$, где $(x_1(t_0); \ldots; x_n(t_0)) = (x_1^o; \ldots; x_n^o)$, то
$\lim\limits_{t\to t_0} \varphi(t) = \lim\limits_{t\to t_0} f(x_1(t); \ldots; x_n(t)) = A.$

Рассмотреть пример?

X.2. Дифференцирование функций нескольких аргументов

Попробуем обобщить результаты в области дифференцирования, полученные для функций одного аргумента.

Рассмотрим пример?

X.2.1. Частные производные

Определение 25. *Для функции* $f(x_1; x_2; \ldots; x_n)$ **частной производной по переменной** x_i *называется* $\dfrac{\partial}{\partial x_i} f(x_1; x_2; \ldots; x_n) =$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_1; \ldots; x_{i-1}; x_i + \Delta x; x_{i+1}; \ldots; x_n) - f(x_1; \ldots; x_n)}{\Delta x}. \quad (40)$$

X.2.1. Частные производные

Определение 25. *Для функции* $f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)$ **частной производной по переменной** x_i *называется* $\dfrac{\partial}{\partial x_i} f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right) =$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f\left(x_1; \ldots; x_{i-1}; x_i + \Delta x; x_{i+1}; \ldots; x_n\right) - f\left(x_1; \ldots; x_n\right)}{\Delta x}. \qquad (40)$$

Иными словами, вычисление частной производной по переменной x_i состоит в том, что фиксируются значения всех переменных, кроме x_i, после чего осуществляется привычное вычисление производной от полученной функции одной переменной x_i.

Рассмотреть пример?

X.2.2. Дифференциал ФНП

Определение 26. Дифференциалом функции нескольких переменных $f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)$ *называется такая функция* $df\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right) =$
$= A_1 \Delta x_1 + A_2 \Delta x_2 + \ldots + A_n \Delta x_n$, *что*

$$\Delta f = f\left(x_1 + \Delta x_1; \ldots; x_n + \Delta x_n\right) - f\left(x_1; \ldots; x_n\right) =$$
$$= A_1 \Delta x_1 + A_2 \Delta x_2 + \ldots + A_n \Delta x_n + \alpha\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right), \qquad (41)$$

где $\lim\limits_{(\Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n) \to (0; \ldots; 0)} \dfrac{\alpha\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right)}{\sqrt{\Delta x_1{}^2 + \ldots + \Delta x_n{}^2}} = 0.$

X.2.2. Дифференциал ФНП

Определение 26. Дифференциалом функции нескольких переменных $f\left(x_1;x_2;\ldots;x_n\right)$ *называется такая функция* $df\left(x_1;x_2;\ldots;x_n;\Delta x_1;\Delta x_2;\ldots;\Delta x_n\right) =$
$= A_1\Delta x_1 + A_2\Delta x_2 + \ldots + A_n\Delta x_n$, *что*

$$\Delta f = f\left(x_1+\Delta x_1;\ldots;x_n+\Delta x_n\right) - f\left(x_1;\ldots;x_n\right) = \\ = A_1\Delta x_1 + A_2\Delta x_2 + \ldots + A_n\Delta x_n + \alpha\left(x_1;x_2;\ldots;x_n;\Delta x_1;\Delta x_2;\ldots;\Delta x_n\right), \qquad (41)$$

где $\lim\limits_{(\Delta x_1;\Delta x_2;\ldots;\Delta x_n)\to(0;\ldots;0)} \dfrac{\alpha\left(x_1;x_2;\ldots;x_n;\Delta x_1;\Delta x_2;\ldots;\Delta x_n\right)}{\sqrt{\Delta {x_1}^2+\ldots+\Delta {x_n}^2}} = 0.$

Для дифференциала функции нескольких переменных имеется теорема, аналогичная **теореме о связи дифференциала с производной** для функции одной переменной.

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right) =$

$$= \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \qquad (42)$$

Доказательство.

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right) =$

$$= \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \qquad (42)$$

Доказательство.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} =$$

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1;x_2;\ldots;x_n;\Delta x_1;\Delta x_2;\ldots;\Delta x_n\right)=$

$$=\frac{\partial f\left(x_1;x_2;\ldots;x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1+\ldots+\frac{\partial f\left(x_1;x_2;\ldots;x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \qquad (42)$$

Доказательство.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}=\lim_{\Delta x_i\to 0}\frac{f\left(\ldots;x_{i-1};x_i+\Delta x_i;x_{i+1};\ldots\right)-f\left(\ldots;x_{i-1};x_i;x_{i+1};\ldots\right)}{\Delta x_i}=$$

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1;x_2;\ldots;x_n;\Delta x_1;\Delta x_2;\ldots;\Delta x_n\right)=$

$$=\frac{\partial f\left(x_1;x_2;\ldots;x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1+\ldots+\frac{\partial f\left(x_1;x_2;\ldots;x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \qquad (42)$$

Доказательство.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}=\lim_{\Delta x_i\to 0}\frac{f\left(\ldots;x_{i-1};x_i+\Delta x_i;x_{i+1};\ldots\right)-f\left(\ldots;x_{i-1};x_i;x_{i+1};\ldots\right)}{\Delta x_i}=$$

$= A_i+$

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right) =$

$$= \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \tag{42}$$

Доказательство.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i + \Delta x_i; x_{i+1}; \ldots\right) - f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i; x_{i+1}; \ldots\right)}{\Delta x_i} =$$

$$= A_i +$$

$$+ \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; \Delta x_i; \ldots; 0\right) - \alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; 0\right)}{\Delta x_i} =$$

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right) =$

$$= \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \qquad (42)$$

Доказательство.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i + \Delta x_i; x_{i+1}; \ldots\right) - f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i; x_{i+1}; \ldots\right)}{\Delta x_i} =$$

$$= A_i +$$

$$+ \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; \Delta x_i; \ldots; 0\right) - \alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; 0\right)}{\Delta x_i} =$$

Из непрерывности f следует непрерывность df, как разности двух непрерывных функций.

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right) =$

$$= \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \qquad (42)$$

Доказательство.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i + \Delta x_i; x_{i+1}; \ldots\right) - f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i; x_{i+1}; \ldots\right)}{\Delta x_i} =$$

$$= A_i +$$

$$+ \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; \Delta x_i; \ldots; 0\right) - \alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; 0\right)}{\Delta x_i} =$$

Из непрерывности f следует непрерывность df, как разности двух непрерывных функций. Поэтому $\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; 0\right) = 0$.

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right) =$

$$= \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \qquad (42)$$

Доказательство.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i + \Delta x_i; x_{i+1}; \ldots\right) - f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i; x_{i+1}; \ldots\right)}{\Delta x_i} =$$

$$= A_i +$$

$$+ \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; \Delta x_i; \ldots; 0\right) - \alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; 0\right)}{\Delta x_i} =$$

$$= A_i + \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; \Delta x_i; \ldots; 0\right)}{\Delta x_i} =$$

Из непрерывности f следует непрерывность df, как разности двух непрерывных функций. Поэтому $\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; 0\right) = 0$.

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right) =$

$$= \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \qquad (42)$$

Доказательство.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i + \Delta x_i; x_{i+1}; \ldots\right) - f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i; x_{i+1}; \ldots\right)}{\Delta x_i} =$$

$$= A_i +$$

$$+ \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; \Delta x_i; \ldots; 0\right) - \alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; 0\right)}{\Delta x_i} =$$

$$= A_i + \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; \Delta x_i; \ldots; 0\right)}{\Delta x_i} =$$

По определению α имеем...

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right) =$

$$= \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \qquad (42)$$

Доказательство.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i + \Delta x_i; x_{i+1}; \ldots\right) - f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i; x_{i+1}; \ldots\right)}{\Delta x_i} =$$

$$= A_i +$$

$$+ \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; \Delta x_i; \ldots; 0\right) - \alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; 0\right)}{\Delta x_i} =$$

$$= A_i + \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; \Delta x_i; \ldots; 0\right)}{\Delta x_i} = A_i + 0 =$$

По определению α имеем...

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1;x_2;\ldots;x_n;\Delta x_1;\Delta x_2;\ldots;\Delta x_n\right)=$

$$=\frac{\partial f\left(x_1;x_2;\ldots;x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1+\ldots+\frac{\partial f\left(x_1;x_2;\ldots;x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \qquad (42)$$

Доказательство.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}=\lim_{\Delta x_i\to 0}\frac{f\left(\ldots;x_{i-1};x_i+\Delta x_i;x_{i+1};\ldots\right)-f\left(\ldots;x_{i-1};x_i;x_{i+1};\ldots\right)}{\Delta x_i}=$$

$$=A_i+$$

$$+\lim_{\Delta x_i\to 0}\frac{\alpha\left(x_1;\ldots;x_n;0;\ldots;\Delta x_i;\ldots;0\right)-\alpha\left(x_1;\ldots;x_n;0;\ldots;0\right)}{\Delta x_i}=$$

$$=A_i+\lim_{\Delta x_i\to 0}\frac{\alpha\left(x_1;\ldots;x_n;0;\ldots;\Delta x_i;\ldots;0\right)}{\Delta x_i}=A_i+0=A_i.$$

X.2.3. Связь дифференциала ФНП с частными производными

Теорема 32. $df\left(x_1; x_2; \ldots; x_n; \Delta x_1; \Delta x_2; \ldots; \Delta x_n\right) =$

$$= \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f\left(x_1; x_2; \ldots; x_n\right)}{\partial x_n}\Delta x_n. \qquad (42)$$

Доказательство.

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i + \Delta x_i; x_{i+1}; \ldots\right) - f\left(\ldots; x_{i-1}; x_i; x_{i+1}; \ldots\right)}{\Delta x_i} =$$

$$= A_i +$$

$$+ \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; \Delta x_i; \ldots; 0\right) - \alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; 0\right)}{\Delta x_i} =$$

$$= A_i + \lim_{\Delta x_i \to 0} \frac{\alpha\left(x_1; \ldots; x_n; 0; \ldots; \Delta x_i; \ldots; 0\right)}{\Delta x_i} = A_i + 0 = A_i.$$

Теорема доказана.

X.3. Дифференцирование неявно заданной функции

Нередко функцию не удается задать выражением $y = f(x)$.

X.3. Дифференцирование неявно заданной функции

Нередко функцию не удается задать выражением $y = f(x)$. Например, эта функция может быть не элементарной.

X.3. Дифференцирование неявно заданной функции

Нередко функцию не удается задать выражением $y = f(x)$.

Например, эта функция может быть не элементарной.

Другой пример: попробуйте выразить y из равенства $y + 2^y = x$.

X.3. Дифференцирование неявно заданной функции

Нередко функцию не удается задать выражением $y = f(x)$.
Например, эта функция может быть не элементарной.
Другой пример: попробуйте выразить y из равенства $y + 2^y = x$.
Такие выражения можно представить в виде $F(x, y) = 0$.

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$= \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 =$$

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$= \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 = 0.$$

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$= \frac{\dfrac{\partial F}{\partial x} \cdot dx + \dfrac{\partial F}{\partial y} \cdot dy}{dx} = \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 = 0.$$

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{\dfrac{\partial F}{\partial x} \cdot dx + \dfrac{\partial F}{\partial y} \cdot dy}{dx} = \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 = 0.$$

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial F}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot dy}{dx} = \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 = 0.$$

Отсюда получаем формулу $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}$.

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{\dfrac{\partial F}{\partial x} \cdot dx + \dfrac{\partial F}{\partial y} \cdot dy}{dx} = \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 = 0.$$

Отсюда получаем формулу $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}$.

Что неверно?

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial F}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot dy}{dx} = \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 = 0.$$

Отсюда получаем формулу $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\partial F / \partial x}{\partial F / \partial y}$.

Что неверно?

В каком виде мы должны представить ответ?

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial F}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot dy}{dx} = \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 = 0.$$

Отсюда получаем формулу $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}$.

Что неверно?

В каком виде мы должны представить ответ?

У нас функция задана неявно.

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{\dfrac{\partial F}{\partial x} \cdot dx + \dfrac{\partial F}{\partial y} \cdot dy}{dx} = \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 = 0.$$

Отсюда получаем формулу $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}$.

Ответ представим в виде: $\left\{ \vphantom{\dfrac{a}{b}\dfrac{a}{b}\dfrac{a}{b}} \right.$

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{\dfrac{\partial F}{\partial x} \cdot dx + \dfrac{\partial F}{\partial y} \cdot dy}{dx} = \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 = 0.$$

Отсюда получаем формулу $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}$.

Ответ представим в виде: $\left\{ \begin{array}{l} \\ \dfrac{dy}{dx} = \\ \end{array} \right.$

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial F}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot dy}{dx} = \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 = 0.$$

Отсюда получаем формулу $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}$.

Ответ представим в виде: $\left\{ \dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}. \right.$

X.3.1. Вывод формулы дифференцирования неявно заданной функции

Рассмотрим функцию $y = f(x)$, заданную неявно: $F(x, y) = 0$.

В этом случае $F(x, f(x)) \equiv 0$.

Продифференцируем последнее равенство по x, используя **формулу дифференцирования суперпозиции (композиции) функций:**

$$\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial F}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot dy}{dx} = \frac{d}{dx} F(x, f(x)) \equiv \frac{d}{dx} 0 = 0.$$

Отсюда получаем формулу $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}$.

Ответ представим в виде: $\begin{cases} F(x, y) \equiv 0, \\ \dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}. \end{cases}$

X.3.2. Формула дифференцирования неявно заданной функции

Теорема 33. *Если функция* $y(x)$ *задана неявно уравнением* $F(x, y) = 0$, *то*

$$\begin{cases} F(x, y) \equiv 0, \\ \dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}. \end{cases} \tag{43}$$

Доказательство. Формулу мы вывели ранее.

Рассмотреть пример?

XI. Неопределённый интеграл

Обычно после обнаружения, введения или изучения преобразования объекта возникает потребность в **обратном преобразовании**, которое по **образу объекта восстанавливает его прообраз**.

XI. Неопределённый интеграл

Обычно после обнаружения, введения или изучения преобразования объекта возникает потребность в **обратном преобразовании**, которое по **образу объекта восстанавливает его прообраз**.

Можно ли по производной функции однозначно восстановить саму функцию?

XI.1. Первообразная функции

Определение 27. *Функция F, **производная** от которой совпадает с функцией f, называется* **первообразной для функции f.**

XI.1. Первообразная функции

Определение 27. *Функция F называется* **первообразной для функции** f, *если* $\mathbf{F'(x)} = f(x)$.

XI.1. Первообразная функции

Определение 27. *Функция* F *называется* **первообразной для функции** f, *если* $\mathbf{F'(x)} = f(x)$.

В случае, когда равенство $F'(x) = f(x)$ выполняется только на интервале $(a;\ b) \subseteq \mathbf{D}(f)$, говорят, что F — это первообразная функции f на интервале $(a;\ b)$.

XI.2. Первообразные от непрерывной функции

Теорема 34. *Если f — функция, непрерывная на $(a;\ b)$ и F, G — её* ***первообразные****, то*

$$\exists C \in \mathbb{R} \quad G(x) = F(x) + C. \tag{44}$$

XI.2. Первообразные от непрерывной функции

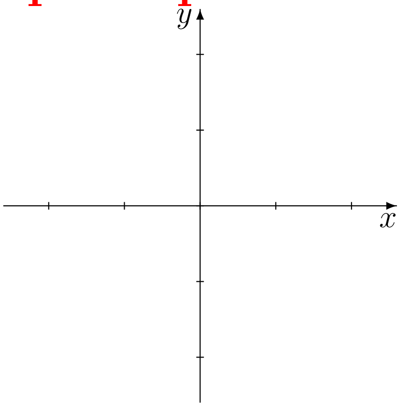
Теорема 34. *Если f — функция, непрерывная на $(a;\ b)$ и F, G — её* ***первообразные****, то*

$$\exists C \in \mathbb{R} \quad G(x) = F(x) + C. \tag{44}$$

Доказательство основано на том факте, что производная постоянной функции равна нулю.

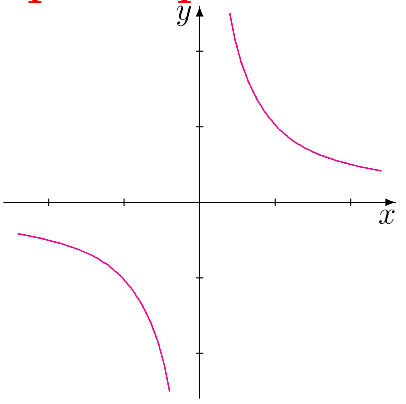
XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Нередко эту теорему применяют некорректно.



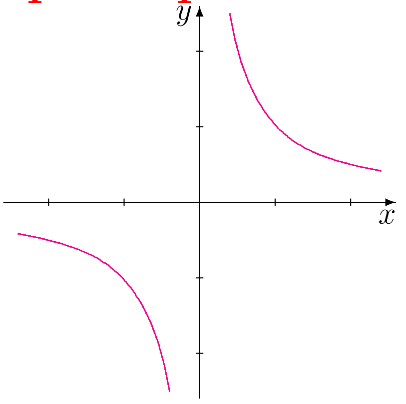
XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' =$



XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

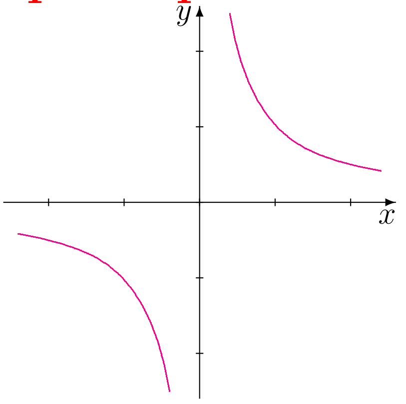
Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.



XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

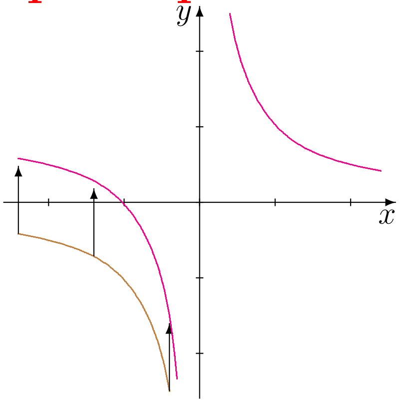
Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».



XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

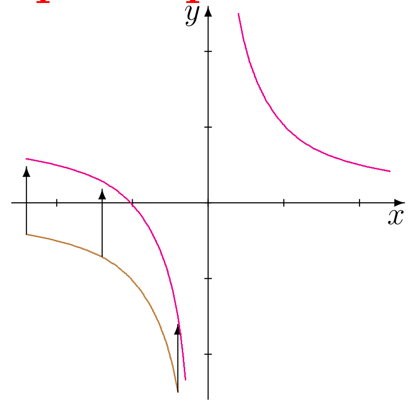
Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».



XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}.$



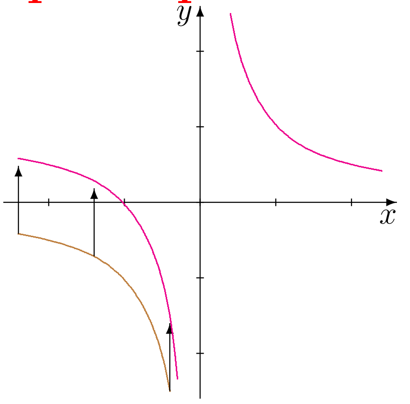
Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».

Получим функцию

$$G(x) = \begin{cases} \qquad\qquad \text{если} \\ \qquad \text{если} \end{cases}$$

XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.



Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».

Получим функцию

$$G(x) = \begin{cases} \phantom{-\frac{1}{x}+1,} & \text{если } x < 0, \\ & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

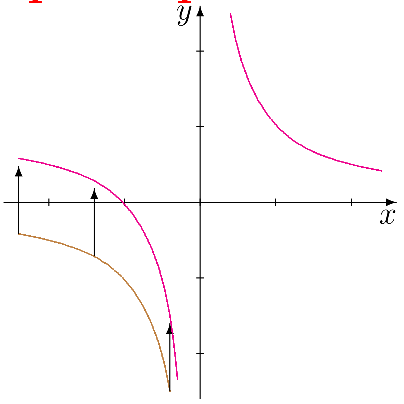
XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».

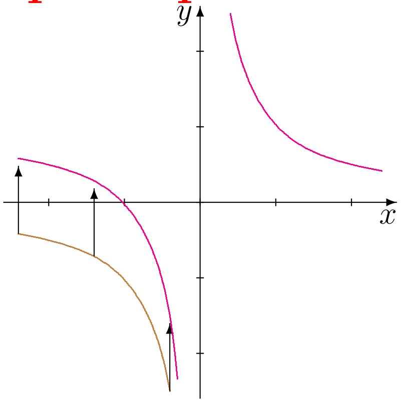
Получим функцию

$$G(x) = \begin{cases} 1 + 1/x, \text{ если } x < 0, \\ \qquad \text{если } x > 0. \end{cases}$$



XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.



Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».

Получим функцию

$$G(x) = \begin{cases} 1 + 1/x, \text{ если } x < 0, \\ 1/x, \text{ если } x > 0. \end{cases}$$

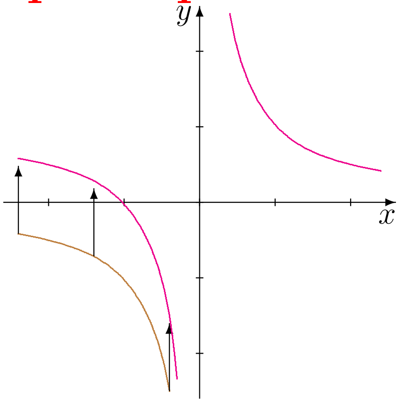
XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».

Получим функцию

$$G(x) = \begin{cases} 1 + 1/x, \text{ если } x < 0, \\ 1/x, \text{ если } x > 0. \end{cases}$$



Ясно, что, во-первых, $G'(x) \mathrel{?} F'(x)$, во-вторых,

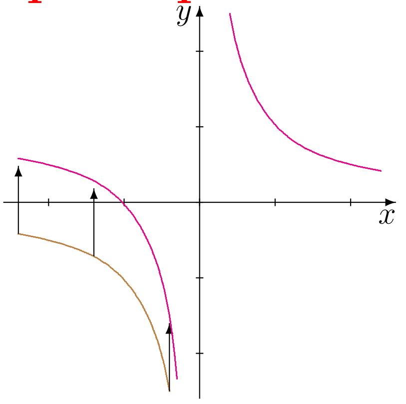
XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».

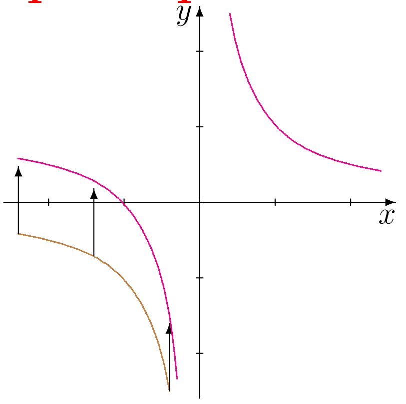
Получим функцию

$$G(x) = \begin{cases} 1 + 1/x, \text{ если } x < 0, \\ 1/x, \text{ если } x > 0. \end{cases}$$



Ясно, что, во-первых, $G'(x) = F'(x)$, во-вторых,

XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной



Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».

Получим функцию

$$G(x) = \begin{cases} 1 + 1/x, \text{ если } x < 0, \\ 1/x, \text{ если } x > 0. \end{cases}$$

Ясно, что, во-первых, $G'(x) = F'(x)$, во-вторых,

при $x < 0$ имеем $G(x) =$ а при $x > 0$ имеем $G(x) =$

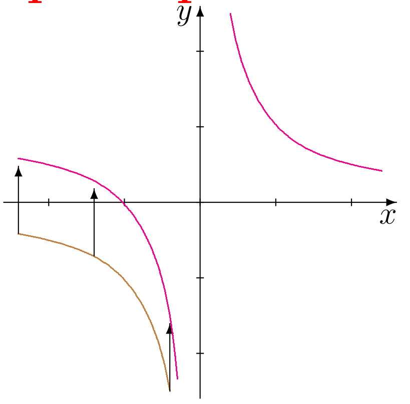
XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$.

Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».

Получим функцию

$$G(x) = \begin{cases} 1 + 1/x, \text{ если } x < 0, \\ 1/x, \text{ если } x > 0. \end{cases}$$



Ясно, что, во-первых, $G'(x) = F'(x)$, во-вторых,

при $x < 0$ имеем $G(x) = F(x) + 1$, а при $x > 0$ имеем $G(x) =$

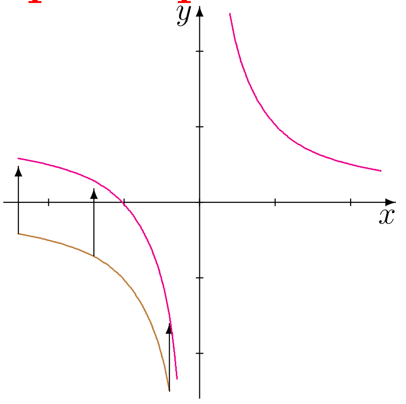
XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».

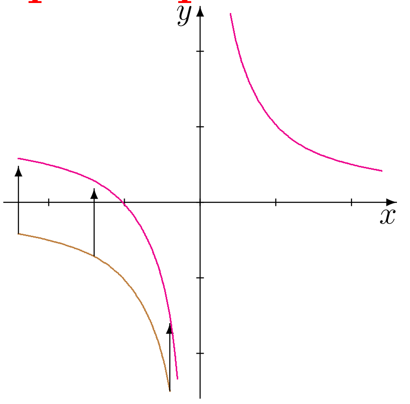
Получим функцию

$$G(x) = \begin{cases} 1 + 1/x, \text{ если } x < 0, \\ 1/x, \text{ если } x > 0. \end{cases}$$



Ясно, что, во-первых, $G'(x) = F'(x)$, во-вторых, при $x < 0$ имеем $G(x) = F(x) + 1$, а при $x > 0$ имеем $G(x) = F(x)$.

XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной



Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

Левую ветку гиперболы «приподнимем на 1».

Получим функцию

$$G(x) = \begin{cases} 1 + 1/x, \text{ если } x < 0, \\ 1/x, \text{ если } x > 0. \end{cases}$$

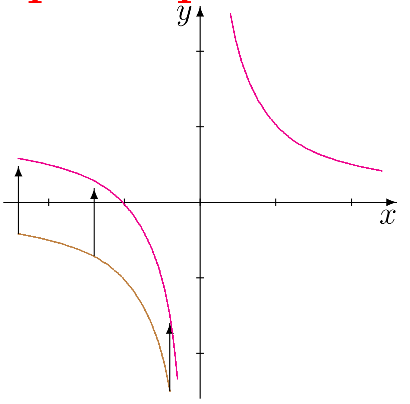
Ясно, что, во-первых, $G'(x) = F'(x)$, во-вторых, при $x < 0$ имеем $G(x) = F(x) + 1$, а при $x > 0$ имеем $G(x) = F(x)$.

При этом $G(x) \neq F(x)$ и $G(x) \neq F(x) + 1$.

XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

Можно было левую ветку параболы «поднять», например, на 3 с тем же эффектом для производной:



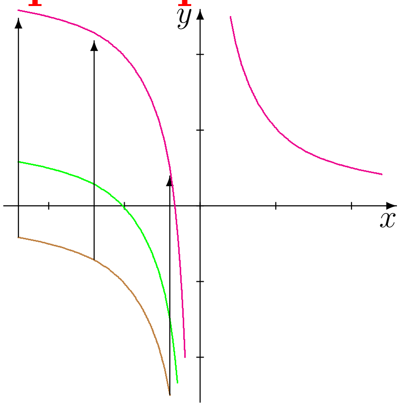
Ясно, что, во-первых, $G'(x) = F'(x)$, во-вторых, при $x < 0$ имеем $G(x) = F(x) + 1$, а при $x > 0$ имеем $G(x) = F(x)$.

При этом $G(x) \neq F(x)$ и $G(x) \neq F(x) + 1$.

XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной

Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

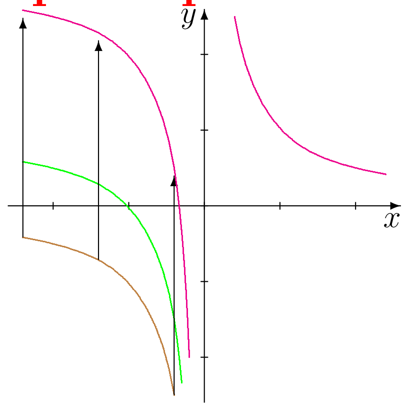
Можно было левую ветку параболы «поднять», например, на 3 с тем же эффектом для производной:



Ясно, что, во-первых, $G'(x) = F'(x)$, во-вторых, при $x < 0$ имеем $G(x) = F(x) + 1$, а при $x > 0$ имеем $G(x) = F(x)$.

При этом $G(x) \neq F(x)$ и $G(x) \neq F(x) + 1$.

XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной



Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

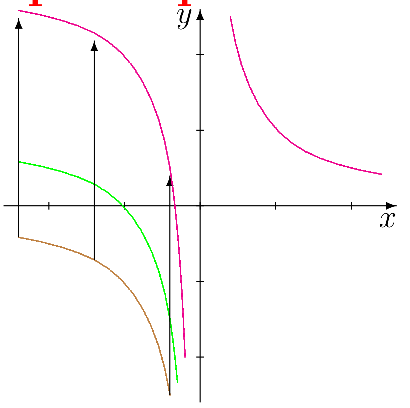
Можно было левую ветку параболы «поднять», например, на 3 с тем же эффектом для производной:

$$H(x) = \begin{cases} 3 + 1/x, & \text{если } x < 0, \\ 1/x, & \text{если } x > 0, \end{cases}$$

Ясно, что, во-первых, $G'(x) = F'(x)$, во-вторых, при $x < 0$ имеем $G(x) = F(x) + 1$, а при $x > 0$ имеем $G(x) = F(x)$.

При этом $G(x) \neq F(x)$ и $G(x) \neq F(x) + 1$.

XI.3. «Контрпример» к теореме о первообразной



Как известно, $F'(x) = \left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$.

Можно было левую ветку параболы «поднять», например, на 3 с тем же эффектом для производной:

$$H(x) = \begin{cases} 3 + 1/x, & \text{если } x < 0, \\ 1/x, & \text{если } x > 0, \end{cases} \quad H'(x) = F'(x).$$

Ясно, что, во-первых, $G'(x) = F'(x)$, во-вторых, при $x < 0$ имеем $G(x) = F(x) + 1$, а при $x > 0$ имеем $G(x) = F(x)$.

При этом $G(x) \neq F(x)$ и $G(x) \neq F(x) + 1$.

XI.4. Определение неопределённого интеграла

Забавное название, не правда ли?

XI.4. Определение неопределённого интеграла

Определение 28. *Совокупность всех первообразных функции f называется* **неопределенным интегралом от** f *и обозначается как* $\int f(x)\,dx$.

XI.4. Определение неопределённого интеграла

Определение 28. *Совокупность всех первообразных функции f называется* **неопределенным интегралом от** f *и обозначается как* $\int f(x)\,dx$.

Это определение небезупречно с точки зрения математической корректности, но для наших целей является вполне удовлетворительным.

XI.4. Определение неопределённого интеграла

Определение 28. *Совокупность всех первообразных функции f называется* **неопределенным интегралом от** f *и обозначается как* $\int f(x)\,dx$.

Отметим, что если F — первообразная от непрерывной функции f, то обычно пишут
$\int f(x)\,dx = F(x) + C$ вместо $\int f(x)\,dx = \left\{ F(x) + C \,\middle|\, C \in \mathbb{R} \right\}$.

XI.5. Линейность неопределённого интеграла

Из **свойств производной** вытекает, в частности, линейность неопределенного интеграла:

$$\int (\lambda f(x) + \mu g(x))\, dx = \lambda \int f(x)\, dx + \mu \int g(x)\, dx. \tag{45}$$

XI.6. Таблица основных неопределенных интегралов

1) $\int 0dt = C;$

2) $\int t^\alpha\,dt = \dfrac{t^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \quad \alpha \neq -1;$

3) $\int \dfrac{dt}{t} = \ln|t| + C;$

4) $\int a^t dt = \dfrac{a^t}{\ln a} + C;$

5) $\int \sin t\,dt = -\cos t + C;$

6) $\int \cos t\,dt = \sin t + C;$

7) $\int \dfrac{dt}{\cos^2 t} = \operatorname{tg} t + C;$

8) $\int \dfrac{dt}{\sin^2 t} = -\operatorname{ctg} t + C;$

9) $\int \dfrac{dt}{\sin t} = \ln\left|\operatorname{tg}\dfrac{t}{2}\right| + C;$

10) $\int \dfrac{dt}{\cos t} = \ln\left|\operatorname{tg}\left(\dfrac{t}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)\right| + C;$

11) $\int \dfrac{dt}{\sqrt{a^2 - t^2}} = \arcsin\dfrac{t}{a} + C;$

12) $\int \dfrac{dt}{\sqrt{t^2 \pm a^2}} = \ln\left|t + \sqrt{t^2 \pm a^2}\right| + C$ («длинный логарифм»);

13) $\int \dfrac{dt}{a^2 - t^2} = \dfrac{1}{2a}\ln\left|\dfrac{a+t}{a-t}\right| + C$ («толстый логарифм»);

14) $\int \dfrac{dt}{a^2 + t^2} = \dfrac{1}{a}\operatorname{arctg}\dfrac{t}{a} + C;$

XI.7. Таблица основных неопределенных интегралов (дополнение)

15) $\displaystyle\int \operatorname{tg} t\, dt = -\ln|\cos t| + C;$ 16) $\displaystyle\int \operatorname{ctg} t\, dt = \ln|\sin t| + C;$

XI.8. Интегрирование занесением под знак дифференциала

Из **связи дифференциала с производной** вытекает «правило занесения под знак дифференциала»:

$$\int f\left(g(x)\right)\, g'(x)\, dx = F(g(x)). \tag{46}$$

Рассмотрим пример занесения под знак дифференциала?

Рассмотрим примеры интегрирования занесением под знак дифференциала?

XI.9. Интегрирование «по частям»

К сожалению, удобной универсальной формулы для интегрирования произведения функций не существует.

Несколько облегчить нашу печаль должен приём, позволяющий во многих случаях упростить вычисление интеграла, называемый «интегрированием по частям».

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' =$$

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u(x)} \cdot \mathbf{v(x)}\Big)' = u'(x) \cdot v(x) +$$

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x).$$

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x})\cdot\mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x).$$

Ну, и что?

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x).$$

Ну, и что?

Преобразуем формулу:

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x})\cdot\mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x).$$

Ну, и что?

Преобразуем формулу: $u(x)v'(x) \quad = (u(x)\,v(x))' - \; u'(x)\,v(x)$

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x).$$

Ну, и что?

Преобразуем формулу: $u(x)v'(x) = (u(x)\,v(x))' - u'(x)\,v(x)$

Проинтегрируем («навесим червячков»)...

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x).$$

Ну, и что?

Преобразуем формулу: $\int u(x) v'(x) \quad = u(x)\, v(x) \; - \int u'(x)\, v(x)$

Проинтегрируем («навесим червячков»)...

Что неправильно в полученной записи?

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x).$$

Ну, и что?

Преобразуем формулу: $\int u(x) v'(x) \quad = u(x)\, v(x) \; - \int u'(x)\, v(x)$

Проинтегрируем («навесим червячков»)...

Что неправильно в полученной записи?

Под знаком интеграла должен быть **дифференциал**!

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\left(\mathbf{u(x)\cdot v(x)}\right)' = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x).$$

Ну, и что?

Преобразуем формулу: $\int u(x)v'(x)\,dx = u(x)\,v(x) \;-\int u'(x)\,v(x)\,dx.$

Проинтегрируем («навесим червячков»)...

Что неправильно в полученной записи?

Под знаком интеграла должен быть **дифференциал**!

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x})\cdot\mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x).$$

В итоге получили важную формулу, называемую

Ну, и что?

Преобразуем формулу: $\int u(x)v'(x)\,dx = u(x)\,v(x) - \int u'(x)\,v(x)\,dx.$

Проинтегрируем («навесим червячков»)...

Что неправильно в полученной записи?

Под знаком интеграла должен быть **дифференциал**!

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x})\cdot\mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x).$$

В итоге получили важную формулу, называемую формулой «интегрирования по частям»:

Ну, и что?

Преобразуем формулу: $\int u(x)v'(x)\,dx = u(x)\,v(x) - \int u'(x)\,v(x)\,dx.$

Проинтегрируем («навесим червячков»)...

Что неправильно в полученной записи?

Под знаком интеграла должен быть **дифференциал**!

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x})\cdot\mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x).$$

В итоге получили важную формулу, называемую формулой «интегрирования по частям»:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du. \qquad (47)$$

Ну, и что?

Преобразуем формулу: $\int u(x)v'(x)\,dx = u(x)\,v(x) - \int u'(x)\,v(x)\,dx.$

Проинтегрируем («навесим червячков»)...

Что неправильно в полученной записи?

Под знаком интеграла должен быть **дифференциал**!

XI.9. Интегрирование «по частям»

$$\Big(\mathbf{u}(\mathbf{x})\cdot\mathbf{v}(\mathbf{x})\Big)' = u'(x)\cdot v(x) + u(x)\cdot v'(x).$$

В итоге получили важную формулу, называемую формулой «интегрирования по частям»:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du. \qquad (47)$$

Рассмотрим пример?

XI.10. Интегрирование заменой переменной

Инвариантность первого дифференциала является основой для метода интегрирования заменой переменной:

XI.10. Интегрирование заменой переменной

Инвариантность первого дифференциала является основой для метода интегрирования заменой переменной:

$$\begin{cases} \int f(x)\,dx = F(x) + C, \\ \int f(\varphi(t))\,\varphi'(t)\,dt = \Phi(t) + D \end{cases} \Rightarrow \quad F(x) = \Phi\left(\varphi^{\mathbf{-1}}(\mathbf{x})\right) + E. \quad (48)$$

Рассмотреть пример?

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

В отличие от вычисления производной, для неопределенного интеграла не существует алгоритма его вычисления.

Более того, интеграл от некоторых элементарных функций не является элементарной функцией!

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

Посмотреть, не является ли интеграл табличным, или нельзя ли значительно упростить его вычисление «занесением» какого-либо выражения «под знак дифференциала», пользуясь формулой $f'(x)\,dx = df$.

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

Если да, то стандартное решение — разложить подынтегральную функцию в сумму многочлена и правильной дробно-рациональной функции:
$\dfrac{P(x)}{Q(x)} = F(x) + \dfrac{R(x)}{Q(x)}$, где степень многочлена $R(x)$ меньше степени многочлена $Q(x)$.

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

Правильная дробно-рациональная функция обычно интегрируется занесением под знак дифференциала и (или) разложением в сумму *простейших* дробно-рациональных функций:

$$\frac{P(x)}{(x-a_1)^{\alpha_1}\dots(x-a_k)^{\alpha_k}Q_1(x)^{\beta_1}\dots Q_m(x)^{\beta_m}} =$$

где $Q_i(x)$ — квадратные многочлены с отрицательными дискриминантами.

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

Правильная дробно-рациональная функция обычно интегрируется занесением под знак дифференциала и (или) разложением в сумму *простейших* дробно-рациональных функций:

$$\frac{P(x)}{(x-a_1)^{\alpha_1}\dots(x-a_k)^{\alpha_k}Q_1(x)^{\beta_1}\dots Q_m(x)^{\beta_m}} = R(x)+$$

где $Q_i(x)$ — квадратные многочлены с отрицательными дискриминантами.

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

Правильная дробно-рациональная функция обычно интегрируется занесением под знак дифференциала и (или) разложением в сумму *простейших* дробно-рациональных функций:

$$\frac{P(x)}{(x-a_1)^{\alpha_1}\dots(x-a_k)^{\alpha_k}Q_1(x)^{\beta_1}\dots Q_m(x)^{\beta_m}} = R(x)+$$

$$+\frac{A_{11}}{x-a_1}+\dots+\frac{A_{1\alpha_1}}{(x-a_1)^{\alpha_1}}+$$

где $Q_i(x)$ — квадратные многочлены с отрицательными дискриминантами.

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

Правильная дробно-рациональная функция обычно интегрируется занесением под знак дифференциала и (или) разложением в сумму *простейших* дробно-рациональных функций:

$$\frac{P(x)}{(x-a_1)^{\alpha_1}\dots(x-a_k)^{\alpha_k}Q_1(x)^{\beta_1}\dots Q_m(x)^{\beta_m}} = R(x)+$$

$$+\frac{A_{11}}{x-a_1}+\dots+\frac{A_{1\alpha_1}}{(x-a_1)^{\alpha_1}}+\frac{A_{21}}{x-a_2}+\dots+\frac{A_{2\alpha_2}}{(x-a_2)^{\alpha_2}}+$$

где $Q_i(x)$ — квадратные многочлены с отрицательными дискриминантами.

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

Правильная дробно-рациональная функция обычно интегрируется занесением под знак дифференциала и (или) разложением в сумму *простейших* дробно-рациональных функций:

$$\frac{P(x)}{(x-a_1)^{\alpha_1}\dots(x-a_k)^{\alpha_k}Q_1(x)^{\beta_1}\dots Q_m(x)^{\beta_m}} = R(x)+$$

$$+\frac{A_{11}}{x-a_1}+\dots+\frac{A_{1\alpha_1}}{(x-a_1)^{\alpha_1}}+\frac{A_{21}}{x-a_2}+\dots+\frac{A_{2\alpha_2}}{(x-a_2)^{\alpha_2}}+\dots+$$

где $Q_i(x)$ — квадратные многочлены с отрицательными дискриминантами.

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

Правильная дробно-рациональная функция обычно интегрируется занесением под знак дифференциала и (или) разложением в сумму *простейших* дробно-рациональных функций:

$$\frac{P(x)}{(x-a_1)^{\alpha_1}\dots(x-a_k)^{\alpha_k}Q_1(x)^{\beta_1}\dots Q_m(x)^{\beta_m}} = R(x)+$$

$$+\frac{A_{11}}{x-a_1}+\dots+\frac{A_{1\alpha_1}}{(x-a_1)^{\alpha_1}}+\frac{A_{21}}{x-a_2}+\dots+\frac{A_{2\alpha_2}}{(x-a_2)^{\alpha_2}}+\dots+\frac{A_{k\alpha_k}}{(x-a_k)^{\alpha_k}}+$$

где $Q_i(x)$ — квадратные многочлены с отрицательными дискриминантами.

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

Правильная дробно-рациональная функция обычно интегрируется занесением под знак дифференциала и (или) разложением в сумму *простейших* дробно-рациональных функций:

$$\frac{P(x)}{(x-a_1)^{\alpha_1}\dots(x-a_k)^{\alpha_k}Q_1(x)^{\beta_1}\dots Q_m(x)^{\beta_m}} = R(x)+$$

$$+\frac{A_{11}}{x-a_1}+\dots+\frac{A_{1\alpha_1}}{(x-a_1)^{\alpha_1}}+\frac{A_{21}}{x-a_2}+\dots+\frac{A_{2\alpha_2}}{(x-a_2)^{\alpha_2}}+\dots+\frac{A_{k\alpha_k}}{(x-a_k)^{\alpha_k}}+$$

$$+\frac{M_{11}x+N_{11}}{Q_1(x)}+\dots+$$

где $Q_i(x)$ — квадратные многочлены с отрицательными дискриминантами.

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

Правильная дробно-рациональная функция обычно интегрируется занесением под знак дифференциала и (или) разложением в сумму *простейших* дробно-рациональных функций:

$$\frac{P(x)}{(x-a_1)^{\alpha_1}\dots(x-a_k)^{\alpha_k}Q_1(x)^{\beta_1}\dots Q_m(x)^{\beta_m}} = R(x)+$$

$$+\frac{A_{11}}{x-a_1}+\dots+\frac{A_{1\alpha_1}}{(x-a_1)^{\alpha_1}}+\frac{A_{21}}{x-a_2}+\dots+\frac{A_{2\alpha_2}}{(x-a_2)^{\alpha_2}}+\dots+\frac{A_{k\alpha_k}}{(x-a_k)^{\alpha_k}}+$$

$$+\frac{M_{11}x+N_{11}}{Q_1(x)}+\dots+\frac{M_{1\beta_1}x+N_{1\beta_1}}{Q_1(x)^{\beta_1}}+$$

где $Q_i(x)$ — квадратные многочлены с отрицательными дискриминантами.

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

Правильная дробно-рациональная функция обычно интегрируется занесением под знак дифференциала и (или) разложением в сумму *простейших* дробно-рациональных функций:

$$\frac{P(x)}{(x-a_1)^{\alpha_1}\dots(x-a_k)^{\alpha_k}Q_1(x)^{\beta_1}\dots Q_m(x)^{\beta_m}} = R(x)+$$

$$+\frac{A_{11}}{x-a_1}+\dots+\frac{A_{1\alpha_1}}{(x-a_1)^{\alpha_1}}+\frac{A_{21}}{x-a_2}+\dots+\frac{A_{2\alpha_2}}{(x-a_2)^{\alpha_2}}+\dots+\frac{A_{k\alpha_k}}{(x-a_k)^{\alpha_k}}+$$

$$+\frac{M_{11}x+N_{11}}{Q_1(x)}+\dots+\frac{M_{1\beta_1}x+N_{1\beta_1}}{Q_1(x)^{\beta_1}}+\frac{M_{21}x+N_{21}}{Q_2(x)}+\dots+$$

где $Q_i(x)$ — квадратные многочлены с отрицательными дискриминантами.

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

Правильная дробно-рациональная функция обычно интегрируется занесением под знак дифференциала и (или) разложением в сумму *простейших* дробно-рациональных функций:

$$\frac{P(x)}{(x-a_1)^{\alpha_1}\dots(x-a_k)^{\alpha_k}Q_1(x)^{\beta_1}\dots Q_m(x)^{\beta_m}} = R(x)+$$
$$+\frac{A_{11}}{x-a_1}+\dots+\frac{A_{1\alpha_1}}{(x-a_1)^{\alpha_1}}+\frac{A_{21}}{x-a_2}+\dots+\frac{A_{2\alpha_2}}{(x-a_2)^{\alpha_2}}+\dots+\frac{A_{k\alpha_k}}{(x-a_k)^{\alpha_k}}+$$
$$+\frac{M_{11}x+N_{11}}{Q_1(x)}+\dots+\frac{M_{1\beta_1}x+N_{1\beta_1}}{Q_1(x)^{\beta_1}}+\frac{M_{21}x+N_{21}}{Q_2(x)}+\dots+$$
$$+\frac{M_{m\beta_m}x+N_{m\beta_m}}{Q_m(x)^{\beta_m}},$$

где $Q_i(x)$ — квадратные многочлены с отрицательными дискриминантами. **Рассмотрим пример?**

XI.11. Рекомендуемый порядок вычисления

1. Занести что-то под знак дифференциала?

2. Посмотреть, не является ли подынтегральная функция дробно-рациональной.

3. Осуществить замену переменной или провести **интегрирование «по частям»**.

$$\textit{Замена переменной:} \quad \int f(x)\,dx = \int f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt,$$

где функция φ взаимно однозначная дифференцируемая функция.

$$\left\{ \begin{array}{c} \textit{интегрирование} \\ \textit{по частям} \end{array} \right. \int u(x)\,dv(x) = u(x)v(x) - \int v(x)\,du(x).$$

XI.12. Таблица рекомендуемых замен при вычислении интегралов от тригонометрических функций

При проведении замен для сведения интегралов от тригонометрических функций к интегралам от дробно-рациональных функций обычно используются **следующие формулы**:

1. $1+\cos 2x = 2\cos^2 x.$ 2. $1-\cos 2x = 2\sin^2 x.$

3. $1+\operatorname{tg}^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}.$ 4. $\dfrac{1}{\cos^2 x} - 1 = \operatorname{tg}^2 x.$

5. $1-\sin^2 x = \cos^2 x.$ 6. $\operatorname{tg} 2x = \dfrac{2\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg}^2 x}$

7. $\sin 2x = \dfrac{2\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg}^2 x}$ 8. $\cos 2x = \dfrac{1-\operatorname{tg}^2 x}{1+\operatorname{tg}^2 x}$

9. $\sin \alpha\mathbf{x} \sin \beta\mathbf{x} = \dfrac{1}{2}\,(\cos(\alpha-\beta)x - \cos(\alpha+\beta)x).$

10. $\sin \alpha x \cos \beta x = \dfrac{1}{2}\,(\sin(\alpha+\beta)x + \sin(\alpha-\beta)x).$

11. $\cos \alpha x \cos \beta x = \dfrac{1}{2}\,(\cos(\alpha+\beta)x + \cos(\alpha-\beta)x).$

XI.12. Таблица рекомендуемых замен при вычислении интегралов от тригонометрических функций

В соответствии с вышеприведенными формулами, для сведения интеграла от тригонометрических функций к интегралу от дробно-рациональной функции обычно используются замены типа:

1. $t = \cos x$. 2. $t = \sin x$. 3. $t = \cos 2x$.

4. $t = \sin 2x$. 5. $t = \operatorname{tg} x$. 6. $t = \operatorname{tg} \dfrac{x}{2}$.

XI.12. Таблица рекомендуемых замен при вычислении интегралов от тригонометрических функций

Если подынтегральное выражение имеет вид отношения двух функций, зависящих от sin и cos различных углов, то часто можно свести вычисление такого интеграла к интегрированию дробно-рациональной функции с помощью сведения числителя и знаменателя к однородным функциям от $\sin kx$ и $\cos kx$ для некоторого k, причем степень однородности числителя на 2 меньше степени однородности знаменателя.

Функция $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ называется **однородной степени** α, если выполняется тождество

$$F(tx_1, tx_2, \ldots, tx_n) \equiv t^\alpha F(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

Рассмотрим пример?

XI.12. Таблица рекомендуемых замен при вычислении интегралов от тригонометрических функций

Если подынтегральное выражение имеет вид отношения двух функций, зависящих от sin и cos различных углов, то часто можно свести вычисление такого интеграла к интегрированию дробно-рациональной функции с помощью сведения числителя и знаменателя к однородным функциям от $\sin kx$ и $\cos kx$ для некоторого k, причем степень однородности числителя на 2 меньше степени однородности знаменателя.

После этого интеграл сводится к дробно-рациональной функции заменой $t = \operatorname{tg} kx$. Добиться представления подынтегральной функции в виде отношения однородных функций от $\sin kx$ и $\cos kx$ обычно удается с помощью формул, выражающих тригонометрические функции через sin и cos меньшего угла, и формулы $1 = \sin^2(kx) + \cos^2(kx)$.

Для иллюстрации приведем выкладки, с помощью которых вычисление $\int \frac{1 - \sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx$

сводится к интегралу от дробно-рациональной функции:

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \int \frac{\left(\cos^2 2x + \sin^2 2x\right) - 2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x - \sin^2 2x\right) - \sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x - 2\cos 2x \sin 2x + \sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x + \cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x - 2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$\int \frac{1 - 2\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg}^2 2x}{\left(1+\operatorname{tg}^2 2x\right)\left(1 - 2\operatorname{tg}^2 2x\right)} \cdot \frac{1}{\cos^2 2x}dx = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}dt.$$

XI.13. Таблица рекомендуемых замен при вычислении интегралов от функций с иррациональностями

Выражение в подынтегральной функции	Рекомендуемая замена	Некоторые основаны на формулах
1. $\dfrac{1}{(x-a)^n}$	$t = \dfrac{1}{x-a}$	$1+\operatorname{tg}^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
2. $\sqrt[m]{(x-a)^n}$	$t = \sqrt[m]{x-a}, \quad t^m = x-a$	$\dfrac{1}{\cos^2 x} - 1 = \operatorname{tg}^2 x$
3. $\sqrt[m]{\left(\dfrac{ax-b}{cx-d}\right)^n}$	$t = \sqrt[m]{\dfrac{ax-b}{cx-d}}, \quad t^m = \dfrac{ax-b}{cx-d}$	$1-\sin^2 x = \cos^2 x$
4. $\sqrt{a^2+(x-b)^2}$	$\left[\begin{array}{l} x-b = a\operatorname{tg} t \\ x-b = a\operatorname{sh} t \end{array}\right.$	$1+\operatorname{sh}^2 x = \operatorname{ch}^2 x$
5. $\sqrt{(x-b)^2-a^2}$	$\left[\begin{array}{l} x-b = \dfrac{a}{\cos t} \\ x-b = a\operatorname{ch} t \end{array}\right.$	$\operatorname{ch}^2 x - 1 = \operatorname{sh}^2 x$
6. $\sqrt{a^2-(x-b)^2}$	$x-b = a\sin t$	

Выполним тесты: XYZ-Int-Iksov, XYZ-Int-Igrekov, XYZ-Int-Zetov.

XII. Определенный интеграл

Математический анализ, ранее называемый «анализом посредством бесконечно малых», использует понятие предела как основное. Объекты, которые подвергаются анализу — функции, функционалы, операторы. Функции и другие объекты изучаются методами бесконечно малых, или методами пределов. В курсе математического анализа Вы подробно изучали пределы последовательности (функции от натурального аргумента), пределы функции, понятие производной (по определению производная — это предел).

XII. Определенный интеграл

Понятие предела не лежало в основе дифференциального и интегрального исчисления при его возникновении. Перелом в этом вопросе был сделан «Алгебраическим анализом» Коши (1821) и дальнейшими его публикациями, где впервые была развита теория пределов, послужившая в руках Коши орудием для строгого построения всего математического анализа.

XII. Определенный интеграл

Понятие предела не лежало в основе дифференциального и интегрального исчисления при его возникновении. Перелом в этом вопросе был сделан «Алгебраическим анализом» Коши (1821) и дальнейшими его публикациями, где впервые была развита теория пределов, послужившая в руках Коши орудием для строгого построения всего математического анализа.

В этой главе мы встретимся еще с одним пределом — так называемым определенным интегралом. Далее будут рассмотрены так называемые несобственные интегралы — это тоже пределы; ряды, где сумма ряда также является пределом.

XII. Определенный интеграл

Понятие предела не лежало в основе дифференциального и интегрального исчисления при его возникновении. Перелом в этом вопросе был сделан «Алгебраическим анализом» Коши (1821) и дальнейшими его публикациями, где впервые была развита теория пределов, послужившая в руках Коши орудием для строгого построения всего математического анализа.

К понятию определенного интеграла привели две классические задачи: задача о вычислении площади криволинейной трапеции и задача о массе неоднородного стержня.

Рассмотрим пример?

XII.1. Разбиение отрезка

Определение 29. *Назовем* **разбиением отрезка** $[a; b]$ *множество действительных чисел* $\{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$ *такое, что*

$$a = x_0 < x_1 < \ldots, x_n = b.$$

Диаметром разбиения $\{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$ *называется число*

$$\Delta = \max_{i \in \{1, \ldots, n\}} (x_i - x_{i-1}).$$

XII.1. Разбиение отрезка

Определение 29. *Назовем* **разбиением отрезка** $[a;b]$ *множество действительных чисел* $\{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$ *такое, что*

$$a = x_0 < x_1 < \ldots, x_n = b.$$

Диаметром разбиения $\{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$ *называется число*

$$\Delta = \max_{i \in \{1,\ldots,n\}} (x_i - x_{i-1}).$$

Например, $\{x_0, x_1, x_2, x_3, x_4\} = \{1,\ 1.2,\ 1.6,\ 1.9,\ 2\}$ — это разбиение отрезка $[1;2]$, причем диаметр этого разбиения равен

$$\Delta = \max_{i \in \{1;2;3;4\}} (x_i - x_{i-1}) = \max\{0.2,\ 0.4,\ 0.3,\ 0.1\} = 0.4.$$

XII.2. Определение определенного интеграла

Определение 30. *Пусть f — функция с областью определения $D(f)$, и существует такое число A, что*

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x_1, x_2, \ldots, x_{n-1} \quad \forall \xi_1 \ldots \xi_n$$

$$\begin{cases} a = x_0 < x_1 < \ldots < x_{n-1} < x_n = b \\ x_{i-1} \leqslant \xi_i \leqslant x_i \\ \xi_i \in D(f) \\ \max\limits_{i \in \{1,\ldots,n\}} (x_i - x_{i-1}) < \delta \end{cases} \Rightarrow \left| A - \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1}) \right| < \varepsilon. \quad (49)$$

Тогда число A называется **определенным интегралом** *от функции f по отрезку $[a; b]$. Определенный интеграл от функции f по отрезку $[a; b]$ обозначается через $\int\limits_a^b f(x)\,dx$, при этом число a называется* **нижним пределом интегрирования**, *а число b —* **верхним пределом интегрирования**.

XII.3. Интегральная сумма

Формулу (49) часто записывают в виде

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \lim_{\Delta\to 0}\sum_i f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,, \tag{50}$$

где Δ — диаметр разбиения $\{x_0,\ldots,x_n\}$. Выражение $\sum\limits_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})$ называется **интегральной суммой**, и поэтому говорят, что *определенный интеграл — это предел интегральных сумм при диаметре разбиения, стремящемся к 0.*

XII.4. История обозначений

Заметим, что символ x в обозначении $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ является, говоря языком «математического слэнга», «глухой» переменной[1], то есть итоговое выражение от x не зависит, и $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b f(t)\,dt$ и т.п. Роль переменной x похожа на роль индекса суммирования i в выражениях типа $\sum\limits_{i=1}^{n} a_i b_i$.

[1]Иногда такую переменную называют «немой» переменной. В общем, как печально говорят студенты, x — это «глухая, слепая и немая переменная».

XII.4. История обозначений

Обозначения $\displaystyle\int$ и $\displaystyle\sum$ являются «прямыми родственниками», поскольку интеграл, по определению, — это предел интегральных сумм. Обозначение $\displaystyle\int$ представляет собой искаженную букву s.

XII.4. История обозначений

Обозначения $\displaystyle\int$ и $\displaystyle\sum$ являются «прямыми родственниками», поскольку интеграл, по определению, — это предел интегральных сумм. Обозначение $\displaystyle\int$ представляет собой искаженную букву s.

Символ $\displaystyle\int$ был введен Лейбницем,

XII.4. История обозначений

Обозначения $\displaystyle\int$ и $\displaystyle\sum$ являются «прямыми родственниками», поскольку интеграл, по определению, — это предел интегральных сумм. Обозначение $\displaystyle\int$ представляет собой искаженную букву s.

Символ $\displaystyle\int$ был введен Лейбницем,

обозначение $\displaystyle\int\limits_a^b f(x)\,dx$ применено Фурье,

XII.4. История обозначений

Обозначения $\displaystyle\int$ и $\displaystyle\sum$ являются «прямыми родственниками», поскольку интеграл, по определению, — это предел интегральных сумм. Обозначение $\displaystyle\int$ представляет собой искаженную букву s.

Символ $\displaystyle\int$ был введен Лейбницем,

обозначение $\displaystyle\int\limits_a^b f(x)\,dx$ применено Фурье,

а слово «интеграл» было предложено Иоганном Бернулли.

XII.4. История обозначений

Если обозначить числа $x_i - x_{i-1}$ через Δx_i, то получим, согласно формуле (50),

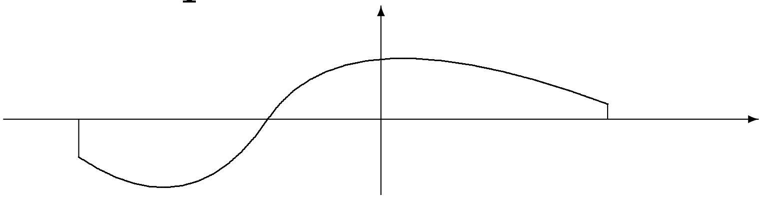
$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b f(t)\,dt = \lim_{\max\limits_{i\in\{1,\ldots,n\}} |\Delta x_i| \to 0} \sum_k f(\xi_k)\Delta x_k.$$

Можно интерпретировать это так: при переходе к пределу $\sum\limits_k$ «превращается» в $\int\limits_a^b$, поскольку ξ_k в некотором смысле «заполняют» отрезок $[a;b]$. При этом обозначение ξ_k мы заменяем на x, считая, что x «пробегает» весь отрезок, и обозначение Δx_i «превращается» в dx (которое можно интерпретировать, как «приращение значения переменной x»).

XII.5. Интегрируемость функции

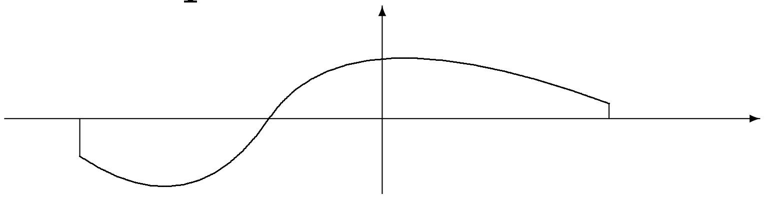
Определение 31. *Функция f называется* **интегрируемой (по Риману) на отрезке** $[a;b]$, *если* ***предел (50)***, *существует, то есть найдется число A со* ***свойством (49).***

XII.6. Геометрическая интерпретация определенного интеграла



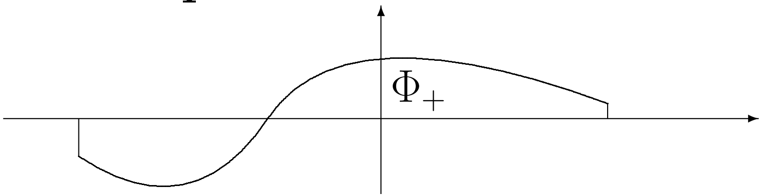
Замечание 1. *Если функция f принимает на отрезке $[a;b]$ не только положительные значения, то* $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$ *равна*

XII.6. Геометрическая интерпретация определенного интеграла



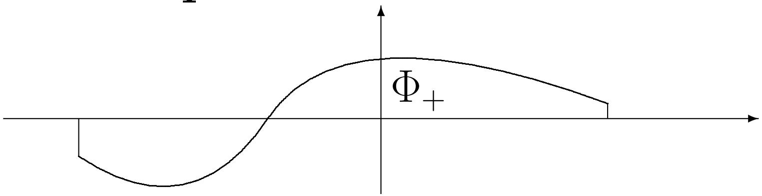
Замечание 1. *Если функция f принимает на отрезке $[a;b]$ не только положительные значения, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ равна разности между площадью фигуры Φ_+, ограниченной осью абсцисс и той частью графика функции f, которая находится* выше *этой оси, и*

XII.6. Геометрическая интерпретация определенного интеграла



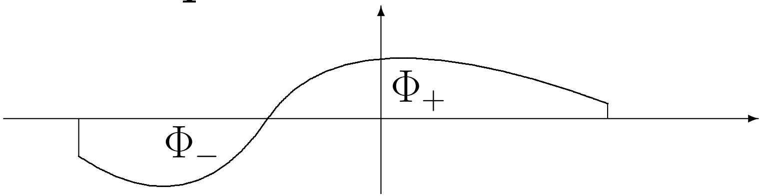
Замечание 1. *Если функция f принимает на отрезке $[a;b]$ не только положительные значения, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ равна разности между площадью фигуры Φ_+, ограниченной осью абсцисс и той частью графика функции f, которая находится* выше *этой оси, и*

XII.6. Геометрическая интерпретация определенного интеграла



Замечание 1. *Если функция f принимает на отрезке $[a; b]$ не только положительные значения, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ равна разности между площадью фигуры Φ_+, ограниченной осью абсцисс и той частью графика функции f, которая находится* выше *этой оси, и*
площадью фигуры Φ_-, ограниченной осью абсцисс и той частью графика функции f, которая находится ниже *этой оси.*

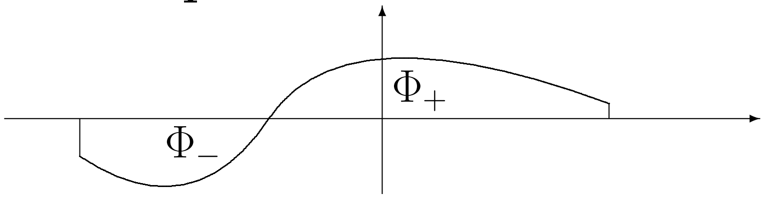
XII.6. Геометрическая интерпретация определенного интеграла



Замечание 1. *Если функция f принимает на отрезке $[a;b]$ не только положительные значения, то* $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ *равна разности между площадью фигуры Φ_+, ограниченной осью абсцисс и той частью графика функции f, которая находится* выше *этой оси, и*

площадью фигуры Φ_-, ограниченной осью абсцисс и той частью графика функции f, которая находится ниже *этой оси.*

XII.6. Геометрическая интерпретация определенного интеграла



Справедливость **замечания 1** следует из **формулы**, достаточно слагаемые сгруппировать следующим образом: в первую группу собрать все слагаемые, для которых $f(\xi_1) \geqslant 0$, а во вторую — все те слагаемые, для которых $f(\xi_i) < 0$.

XII.7. Проблематика темы «определенный интеграл»

Какими проблемами мы будем сейчас заниматься?

XII.7. Проблематика темы «определенный интеграл»

Во-первых, надо понять, всегда ли существует определенный интеграл.

XII.7. Проблематика темы «определенный интеграл»

Во-первых, надо понять, всегда ли существует определенный интеграл.

Предел

$$\lim_{\Delta \to 0} \sum_i f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})$$

является «хитрым», поскольку выражение под знаком предела зависит не только (и не столько) от Δ, но и от выбора чисел x_i, ξ_j.

XII.7. Проблематика темы «определенный интеграл»

Во-первых, надо понять, всегда ли существует определенный интеграл.

Поскольку трудно ожидать, что «хитрый» предел

$$\lim_{\Delta\to 0} \sum_i f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})$$

существует для любой функции f, то нам следует разобраться, насколько «обременительным» для функции является условие существования этого предела, то есть насколько широким является класс интегрируемых функций.

XII.7. Проблематика темы «определенный интеграл»

Во-первых, надо понять, всегда ли существует определенный интеграл.

Во-вторых, нам следует научиться вычислять определенный интеграл, изучить его свойства, установить связи с другими понятиями, например, с неопределенным интегралом.

XII.8. Пример функции, не интегрируемой (по Риману)

Сначала ответим на вопрос, для любой ли функции существует определенный интеграл. Пример не интегрируемой ни на одном из отрезков функции: $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ — рациональное число;} \\ 0, & \text{если } x \text{ — иррациональное число.} \end{cases}$

XII.8. Пример функции, не интегрируемой (по Риману)

Сначала ответим на вопрос, для любой ли функции существует определенный интеграл. Пример не интегрируемой ни на одном из отрезков функции: $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ — рациональное число;} \\ 0, & \text{если } x \text{ — иррациональное число.} \end{cases}$

В самом деле, если в интегральной сумме выбирать ξ_i только иррациональными числами (это можно сделать), то такая интегральная сумма будет равна 0.

XII.8. Пример функции, не интегрируемой (по Риману)

Сначала ответим на вопрос, для любой ли функции существует определенный интеграл. Пример не интегрируемой ни на одном из отрезков функции: $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ — рациональное число;} \\ 0, & \text{если } x \text{ — иррациональное число.} \end{cases}$

В самом деле, если в интегральной сумме выбирать ξ_i только иррациональными числами (это можно сделать), то такая интегральная сумма будет равна 0.

Если же ξ_i выбирать только рациональными, интегральная сумма равна $(b-a)$. При этом уменьшение диаметра разбиения «не помогает», поэтому предела нет.

XII.8. Пример функции, не интегрируемой (по Риману)

Сначала ответим на вопрос, для любой ли функции существует определенный интеграл. Пример не интегрируемой ни на одном из отрезков функции: $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ — рациональное число;} \\ 0, & \text{если } x \text{ — иррациональное число.} \end{cases}$

В самом деле, если в интегральной сумме выбирать ξ_i только иррациональными числами (это можно сделать), то такая интегральная сумма будет равна 0.

Если же ξ_i выбирать только рациональными, интегральная сумма равна $(b-a)$. При этом уменьшение диаметра разбиения «не помогает», поэтому предела нет.

XII.8. Пример функции, не интегрируемой (по Риману)

Сначала ответим на вопрос, для любой ли функции существует определенный интеграл. Пример не интегрируемой ни на одном из отрезков функции: $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ — рациональное число;} \\ 0, & \text{если } x \text{ — иррациональное число.} \end{cases}$

Класс интегрируемых по Риману функций, в некотором смысле, необозрим. Поэтому мы остановимся только на указании некоторых важных подклассов. Доказательство интегрируемости этих функций основано на понятиях *верхней и нижней сумм Дарбу*, которые мы сейчас обсудим.

XII.9. Суммы Дарбу

Определение 32. *Пусть функция f ограничена*[2] *на отрезке $[a;b]$, $\{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$ — разбиение отрезка $[a;b]$, обозначим через m_i и, соответственно, M_i — точную нижнюю и, соответственно, точную верхнюю границу значений функции f на отрезке $[x_{i-1}; x_i]$. Тогда число*

$$s\left(x_0, \ldots, x_n\right) = \sum_{k=1}^{n} m_i \left(x_i - x_{i-1}\right) \tag{51}$$

называется **нижней суммой Дарбу**, *и число*

$$S\left(x_0, \ldots, x_n\right) = \sum_{k=1}^{n} M_i \left(x_i - x_{i-1}\right) \tag{52}$$

— **верхней суммой Дарбу**.

Рассмотрим пример?

[2] То есть $\exists M > 0\ \forall x \quad x \in [a;b] \Rightarrow |f(x)| < M$.

XII.10. Критерий существования определенного интеграла

Теорема 35. *Интеграл* $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ *существует тогда и только тогда, когда функция* f *ограничена и* $\lim\limits_{\Delta\to 0}(S-s)=0$, *то есть*

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall x_0,\ldots,x_n\quad\begin{cases}a=x_0<x_1<\ldots<x_n=b\\ \max\limits_{k\in\{1,\ldots,n\}}|x_k-x_{k-1}|<\delta\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ |S(x_0,\ldots,x_n)-s(x_0,\ldots,x_n)|<\varepsilon. \tag{53}$$

XII.10. Критерий существования определенного интеграла

Теорема 35. *Интеграл* $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ *существует тогда и только тогда, когда функция* f *ограничена и* $\lim\limits_{\Delta\to 0}(S-s)=0$, *то есть*

$$\forall\varepsilon>0 \quad \exists\delta>0 \quad \forall x_0,\ldots,x_n \quad \begin{cases} a=x_0<x_1<\ldots<x_n=b \\ \max\limits_{k\in\{1,\ldots,n\}}|x_k-x_{k-1}|<\delta \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ |S(x_0,\ldots,x_n)-s(x_0,\ldots,x_n)|<\varepsilon. \tag{53}$$

Доказательство этой теоремы мы опустим. Отметим лишь доказанную ниже **теорему об ограниченности интегрируемой функции**.

XII.10. Критерий существования определенного интеграла

Оказалось, что интегрируемыми являются такие важные, с практической точки зрения, классы функций как непрерывные функции и функции, ограниченные на $[a; b]$ и при этом имеющие на $[a; b]$ лишь конечное число точек разрыва.

XII.11. Теорема об интегрируемости непрерывной функции

Теорема 36. *Если функция $f(x)$ непрерывна в $[a, b]$, то она интегрируема.*

XII.11. Теорема об интегрируемости непрерывной функции

Теорема 36. *Если функция $f(x)$ непрерывна в $[a, b]$, то она интегрируема.*

Доказательство этой теоремы мы проведем с использованием теоремы Кантора, поэтому оно **приведено ниже**.

XII.12. Теорема об интегрируемости кусочно-непрерывной функции

Функция называется **кусочно-непрерывной** на $[a;b]$, если она имеет на $[a;b]$ лишь конечное число точек разрыва первого рода. Таким образом, в данной теореме доказывается несколько более общий факт, чем отражено в ее названии, так как, например, $f(x) = \sin\frac{1}{x}$ удовлетворяет на $[0;1]$ условиям этой теоремы (и, следовательно, интегрируема), но в точке $x = 0$ она имеет разрыв второго рода.

XII.12. Теорема об интегрируемости кусочно-непрерывной функции

Теорема 37. *Если ограниченная на $[a; b]$ функция f имеет на отрезке $[a; b]$ лишь конечное число точек разрыва, то она интегрируема.*

Функция называется **кусочно-непрерывной** на $[a; b]$, если она имеет на $[a; b]$ лишь конечное число точек разрыва первого рода. Таким образом, в данной теореме доказывается несколько более общий факт, чем отражено в ее названии, так как, например, $f(x) = \sin\frac{1}{x}$ удовлетворяет на $[0; 1]$ условиям этой теоремы (и, следовательно, интегрируема), но в точке $x = 0$ она имеет разрыв второго рода.

XII.13. Теорема об интегрируемости монотонной функции

Теорема 37. *Если ограниченная на $[a; b]$ функция f имеет на отрезке $[a; b]$ лишь конечное число точек разрыва, то она интегрируема.*

Теорема 38. *Монотонная ограниченная на $[a, b]$ функция интегрируема.*

XII.13. Теорема об интегрируемости монотонной функции

Теорема 37. *Если ограниченная на* $[a;b]$ *функция* f *имеет на отрезке* $[a;b]$ *лишь конечное число точек разрыва, то она интегрируема.*

Теорема 38. *Монотонная ограниченная на* $[a,b]$ *функция интегрируема.*

Доказательство этих теорем мы приводить не будем.

XII.14. Свойства определенного интеграла

Доказательства многих из этих свойств мы не приводим, так как эти свойства следуют непосредственно из определений. Каждая из них легко доказывается, например, с использованием рекомендаций раздела **«если надо что-то доказать»**.

XII.14.1. Свойства определенного интеграла: линейность интеграла

Если функции f и g интегрируемы на отрезке $[a;b]$, то для любых действительных чисел λ, μ функция $\lambda f + \mu g$ интегрируема на отрезке $[a;b]$, причем

$$\int\limits_a^b (\lambda f(x) + \mu g(x))dx = \lambda \int\limits_a^b f(x)\,dx + \mu \int\limits_a^b g(x)\,dx.$$

Следовательно, функция F каждой интегрируемой на отрезке $[a;b]$ функции f, ставящая в соответствие число $F(f) = \int\limits_a^b f(x)\,dx$, является линейной функцией: $F(\lambda f + \mu g) = \lambda F(f) + \mu F(g)$.

XII.14.2. Свойства определенного интеграла: нечувствительность к изменениям в отдельных точках

Если функция f интегрируема на отрезке $[a;b]$ и на отрезке $[a;b]$ функция g принимает те же значения, что и функция f, кроме конечного числа точек отрезка $[a;b]$, то есть

$$\exists t_1, t_2, \ldots, t_k \in [a;b] \quad \forall x \quad \begin{cases} a \leqslant x \leqslant b \\ x \notin \{t_1, \ldots, t_k\} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad f(x) = g(x),$$

то функция g интегрируема на $[a;b]$, причем $\displaystyle\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b g(x)\,dx.$

Иначе говоря, определенный интеграл «не чувствует» изменения значения функции в отдельной точке.

XII.14.3. Свойства определенного интеграла: перестановка пределов интегрирования

$$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx.$$

XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

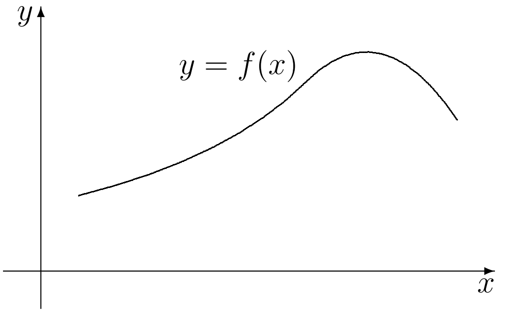
Название происходит от слова add — складывать.

XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, $[a, c]$, $[c, b]$, то

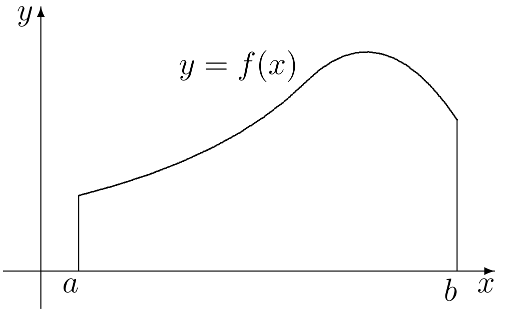
XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, $[a, c]$, $[c, b]$, то



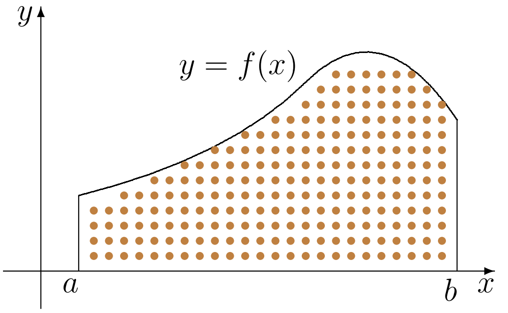
XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, $[a, c]$, $[c, b]$, то



XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

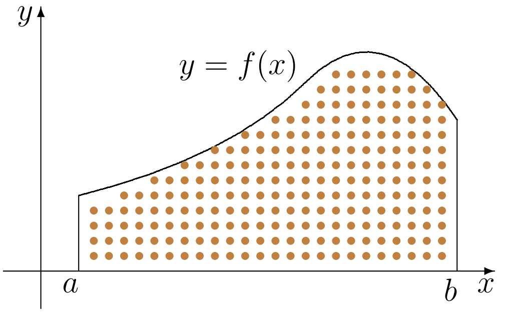
Если $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, $[a, c]$, $[c, b]$, то



XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, $[a, c]$, $[c, b]$, то

Площадь этой фигуры можно представить в виде интеграла.

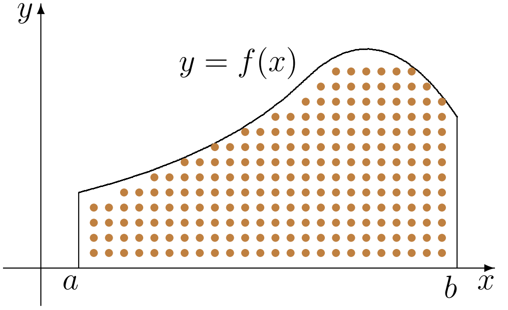


XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, $[a, c]$, $[c, b]$, то

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx =$$

Площадь этой фигуры можно представить в виде интеграла.



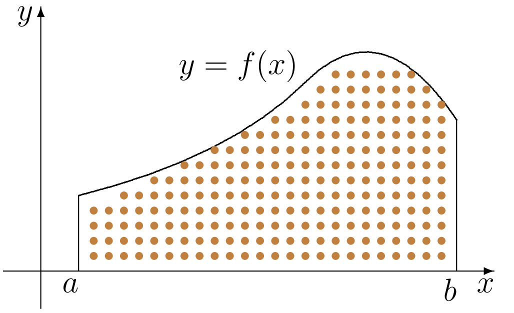
XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a,b]$, $[a,c]$, $[c,b]$, то

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx =$$

Площадь этой фигуры можно представить в виде интеграла.

«Разрежем» эту фигуру на части с помощью прямой $x = c$.



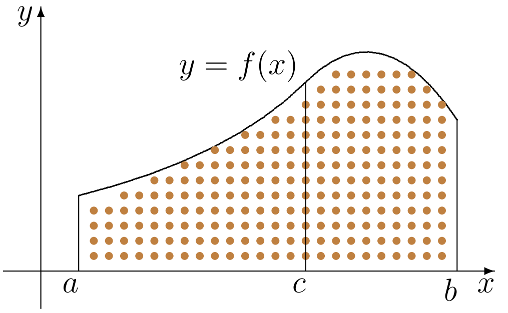
XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, $[a, c]$, $[c, b]$, то

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx =$$

Площадь этой фигуры можно представить в виде интеграла.

«Разрежем» эту фигуру на части с помощью прямой $x = c$.



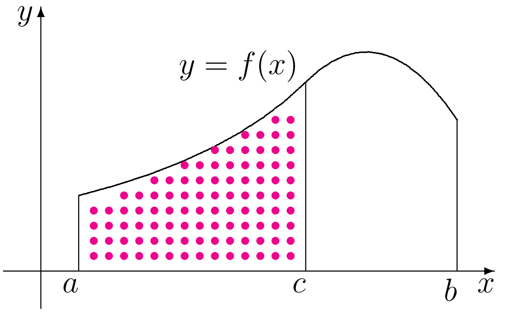
XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, $[a, c]$, $[c, b]$, то

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx =$$

Площадь этой фигуры можно представить в виде интеграла.

«Разрежем» эту фигуру на части с помощью прямой $x = c$.



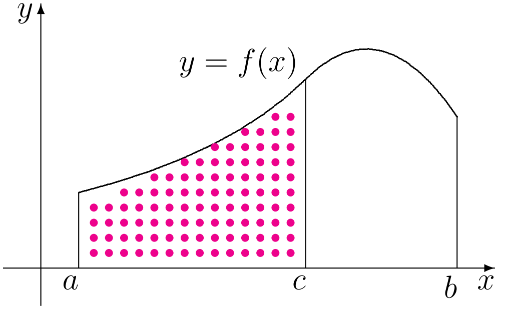
XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, $[a, c]$, $[c, b]$, то

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^c f(x)\,dx +$$

Площадь этой фигуры можно представить в виде интеграла.

«Разрежем» эту фигуру на части с помощью прямой $x = c$.



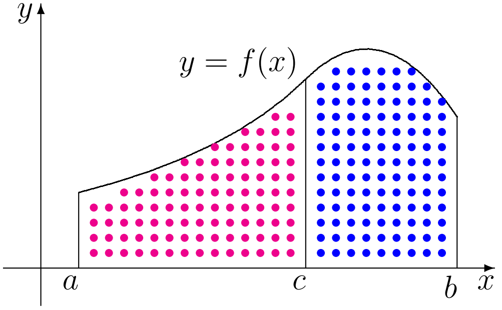
XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a,b]$, $[a,c]$, $[c,b]$, то

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^c f(x)\,dx +$$

Площадь этой фигуры можно представить в виде интеграла.

«Разрежем» эту фигуру на части с помощью прямой $x = c$.



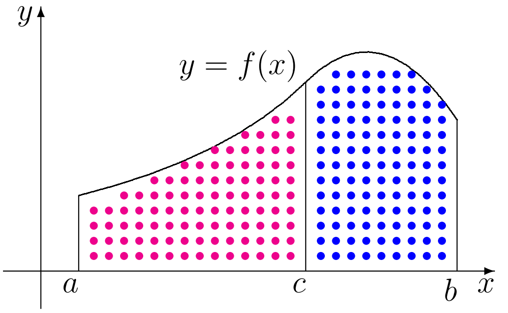
XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a, b]$, $[a, c]$, $[c, b]$, то

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^c f(x)\,dx + \int\limits_c^b f(x)\,dx. \tag{54}$$

Площадь этой фигуры можно представить в виде интеграла.

«Разрежем» эту фигуру на части с помощью прямой $x = c$.

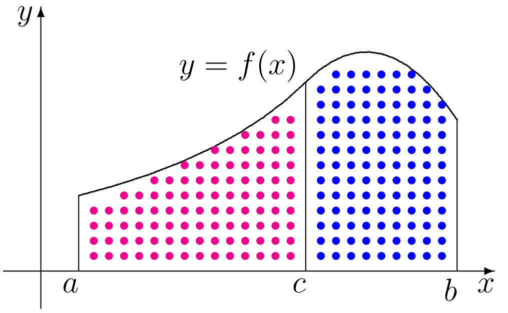


XII.14.4. Свойства определенного интеграла: аддитивность по отрезку

Если $f(x)$ интегрируема на $[a,b]$, $[a,c]$, $[c,b]$, то

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^c f(x)\,dx + \int\limits_c^b f(x)\,dx. \tag{54}$$

Площадь этой фигуры можно представить в виде интеграла.
«Разрежем» эту фигуру на части с помощью прямой $x = c$.



На самом деле равенство (54) выполняется, если хотя бы два из этих трех интегралов существуют.

XII.14.5. Свойства определенного интеграла: интеграл от неотрицательной функции

Если f интегрируема на $[a; b]$, где $a < b$, и для любого x из $[a, b]$ имеет место неравенство $f(x) \geqslant 0$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \geqslant 0$.

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \ldots \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left| \int\limits_a^b f(x)\, dx \right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\, dx$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

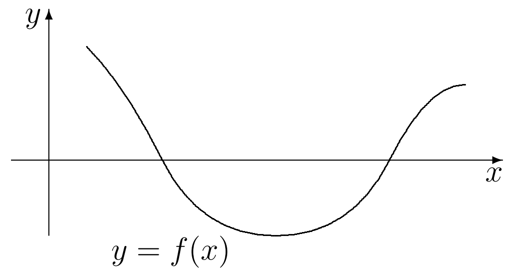
Если $a < b$, то $\left| \int\limits_a^b f(x)\,dx \right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

Проиллюстрируем рисунком.

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

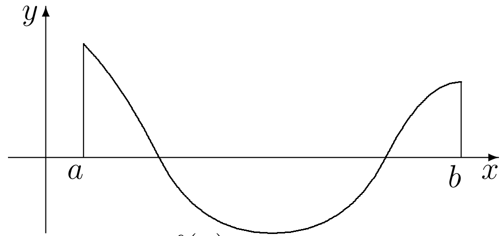
Проиллюстрируем рисунком.



XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

Проиллюстрируем рисунком.

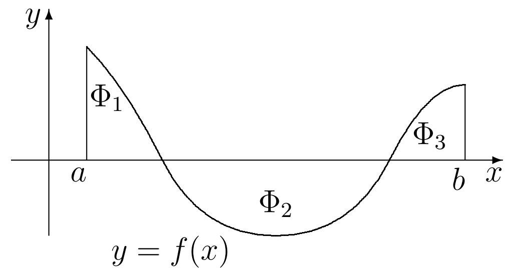


$y = f(x)$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

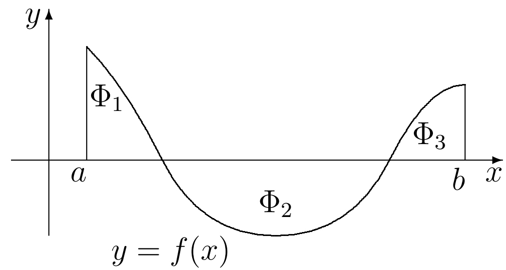
Проиллюстрируем рисунком.



XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

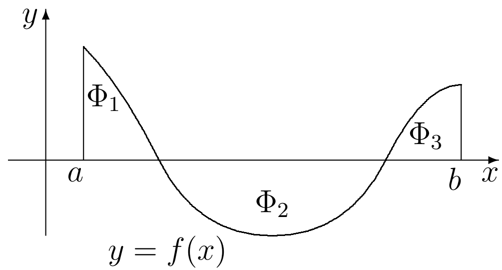
Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то



XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

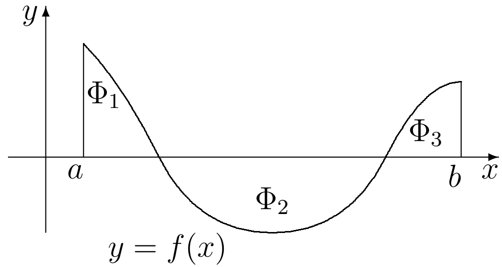
Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то



$\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| =$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$



Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то

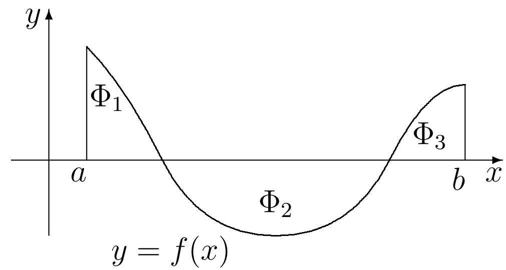
$$\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| = S_{\Phi_1} - S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3}$$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то

$$\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| = S_{\Phi_1} - S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3}$$



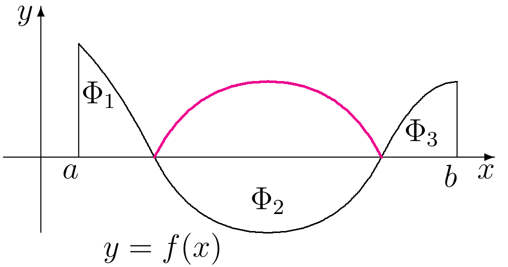
$$\int\limits_a^b |f(x)|\,dx.$$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то

$$\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| = S_{\Phi_1} - S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3}$$



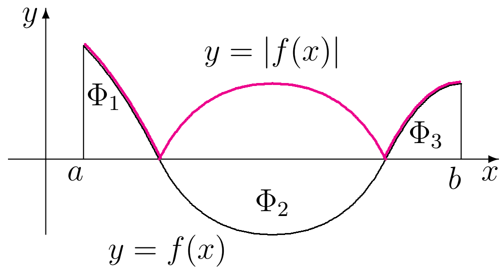
$$\int\limits_a^b |f(x)|\,dx.$$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то

$$\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| = S_{\Phi_1} - S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3}$$



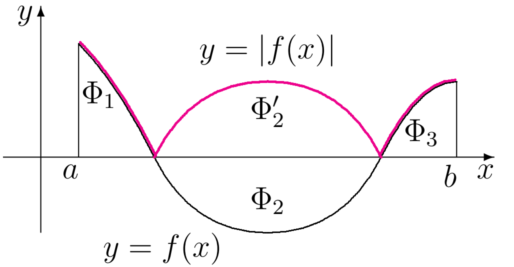
$$\int\limits_a^b |f(x)|\,dx.$$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то

$$\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| = S_{\Phi_1} - S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3}$$



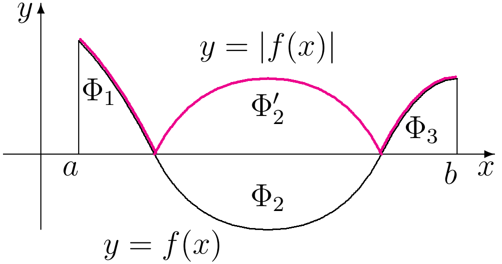
$$\int\limits_a^b |f(x)|\,dx.$$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то

$$\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| = S_{\Phi_1} - S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3}$$

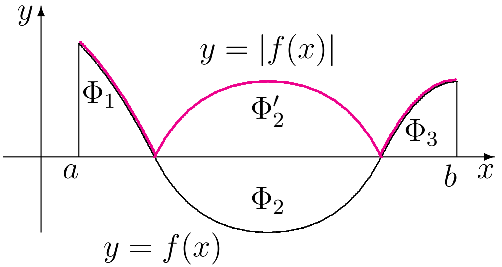


$$S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2'} + S_{\Phi_3} = \int\limits_a^b |f(x)|\,dx.$$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то

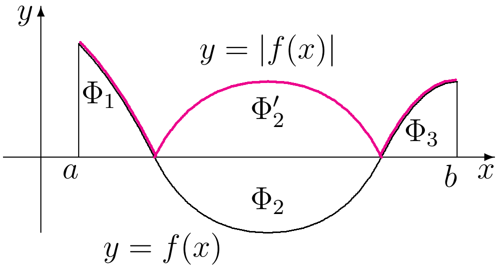


$$\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| = S_{\Phi_1} - S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3}$$

$$S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3} = S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2'} + S_{\Phi_3} = \int\limits_a^b |f(x)|\,dx.$$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$



Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то

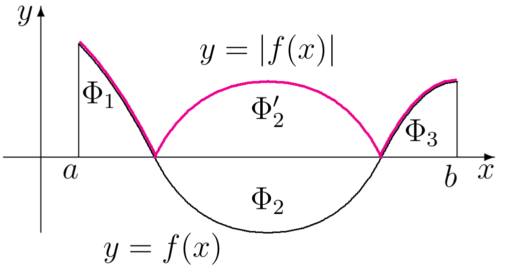
$$\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| = S_{\Phi_1} - S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3} \leqslant$$

$$\leqslant S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3} = S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2'} + S_{\Phi_3} = \int\limits_a^b |f(x)|\,dx.$$

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то



$$\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| = S_{\Phi_1} - S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3} \leqslant$$

$$\leqslant S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3} = S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2'} + S_{\Phi_3} = \int\limits_a^b |f(x)|\,dx.$$

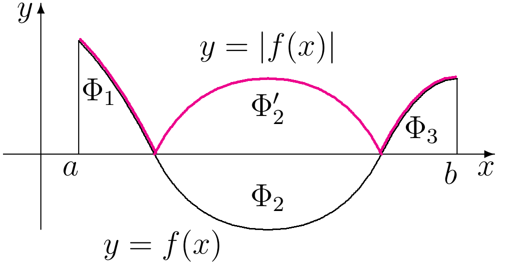
Ура!

Хотя...

XII.14.6. Свойства определенного интеграла: сравнение интеграла от модуля и модуля от интеграла

Если $a < b$, то $\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| \leqslant \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$

Если обозначить через S_Φ площадь фигуры Φ, то



$$\left|\int\limits_a^b f(x)\,dx\right| = S_{\Phi_1} - S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3} \leqslant$$

$$\leqslant S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + S_{\Phi_3} = S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2'} + S_{\Phi_3} = \int\limits_a^b |f(x)|\,dx.$$

Ура!

Хотя это не доказательство, а лишь иллюстрация...

XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*

1) Если f *и* g *интегрируемы на* $[a;b]$, *где* $a < b$ *и для любого* x *из* $[a,b]$ *имеет место неравенство* $f(x) \leqslant g(x)$, *то* $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.

2) Если $a < b$ *и для любого* x *из* $[a,b]$ *имеет место неравенство* $m \leqslant f(x) \leqslant M$, *то* $m(b-a) \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

XII.15. Теорема об оценке интеграла

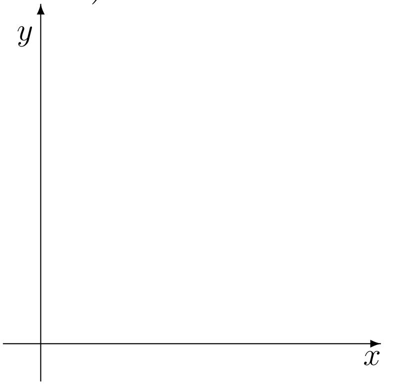
Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*
1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.
2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m \leqslant f(x) \leqslant M$, то $m(b-a) \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

Доказательство. Проиллюстрируем утверждение и доказательство графически.

XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*
1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a < b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x) \leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.
2) Если $a < b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m \leqslant f(x) \leqslant M$, то $m(b-a) \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

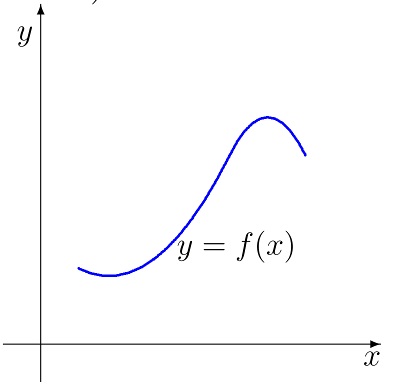
Доказательство. Проиллюстрируем утверждение и доказательство графически.



XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*
1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.
2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $m(b-a)\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

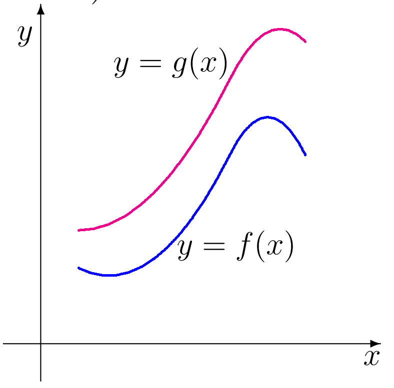
Доказательство. Проиллюстрируем утверждение и доказательство графически.



XII.15. Теорема об оценке интеграла

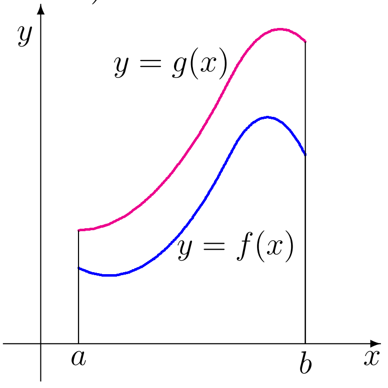
Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*
1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x) \leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.
2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m \leqslant f(x) \leqslant M$, то $m(b-a) \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

Доказательство. Проиллюстрируем утверждение и доказательство графически.



XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*
1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a < b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x) \leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.
2) Если $a < b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m \leqslant f(x) \leqslant M$, то $m(b-a) \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

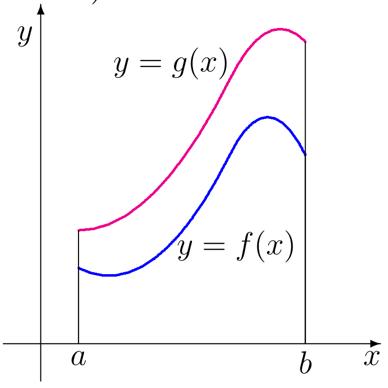


Доказательство. Проиллюстрируем утверждение и доказательство графически.

XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*
1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x) \leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.
2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m \leqslant f(x) \leqslant M$, то $m(b-a) \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

Доказательство. 1). Рассмотрим функцию $h(x) = g(x) - f(x)$.



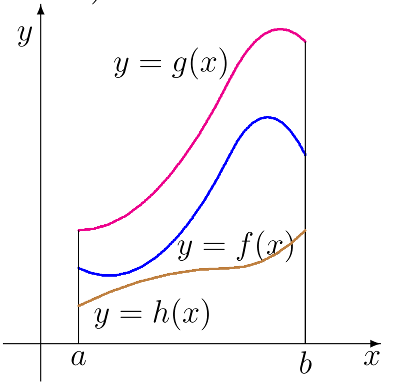
XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*

1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.

2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $m(b-a)\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

Доказательство. 1). Рассмотрим функцию $h(x)=g(x)-f(x)$.

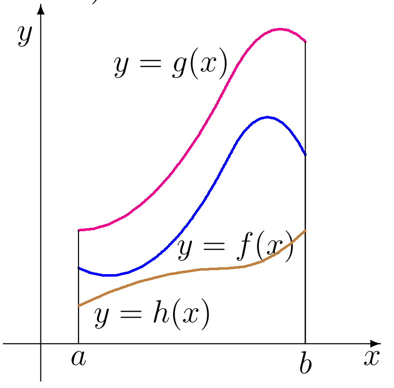


XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*

1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.

2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $m(b-a)\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.



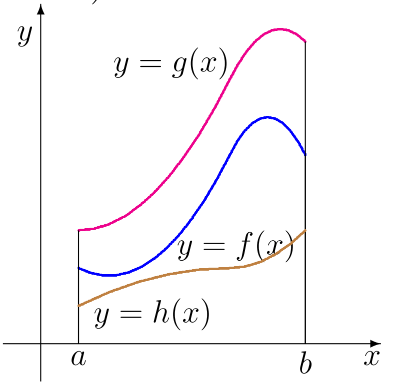
Доказательство. 1). Рассмотрим функцию $h(x)=g(x)-f(x)$.

По условию $h(x)\geqslant 0$, поэтому,

по **свойству интеграла от неотрицательной функции** и

XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*
1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.
2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $m(b-a)\leqslant\int\limits_a^b f(x)\,dx\leqslant M(b-a)$.

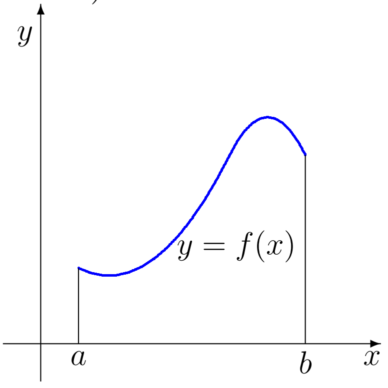


Доказательство. 1). Рассмотрим функцию $h(x)=g(x)-f(x)$.
По условию $h(x)\geqslant 0$, поэтому,
по **свойству интеграла от неотрицательной функции** и
свойству **линейности интеграла** получаем требуемое заключение.

XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*
1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x) \leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.
2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m \leqslant f(x) \leqslant M$, то $m(b-a) \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

Доказательство. Теперь докажем утверждение 2).



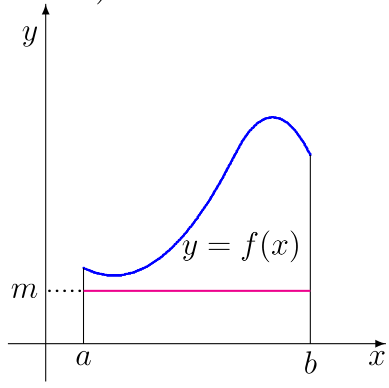
XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*

1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.

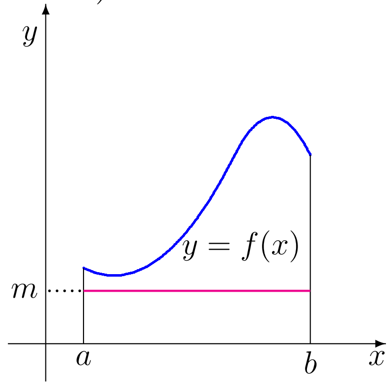
2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $m(b-a)\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

Доказательство. Теперь докажем утверждение 2).



XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*
1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx\leqslant\int\limits_a^b g(x)\,dx$.
2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $\quad m(b-a)\leqslant\int\limits_a^b f(x)\,dx\leqslant M(b-a)$.



Доказательство. Согласно доказанному пункту 1)

XII.15. Теорема об оценке интеграла

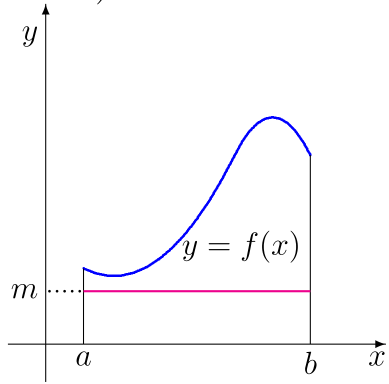
Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*

1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.

2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $m(b-a)\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

Доказательство. Согласно доказанному пункту 1)

$$\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant$$



XII.15. Теорема об оценке интеграла

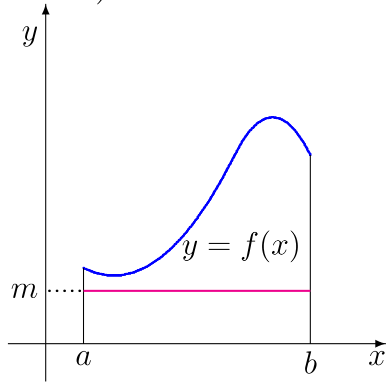
Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*

1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.

2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $m(b-a)\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

Доказательство. Согласно доказанному пункту 1)

$$= \int\limits_a^b m\,dx \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant$$

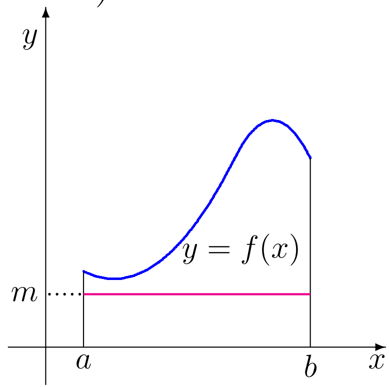


XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*

1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x) \leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.

2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m \leqslant f(x) \leqslant M$, то $m(b-a) \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.



Доказательство. Согласно доказанному пункту 1)

$$m(b-a) = \int\limits_a^b m\,dx \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant$$

XII.15. Теорема об оценке интеграла

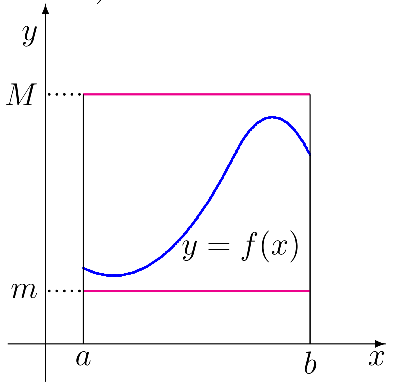
Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*

1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.

2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $m(b-a)\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

Доказательство. Согласно доказанному пункту 1)

$$m(b-a)=\int\limits_a^b m\,dx \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant$$



XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*

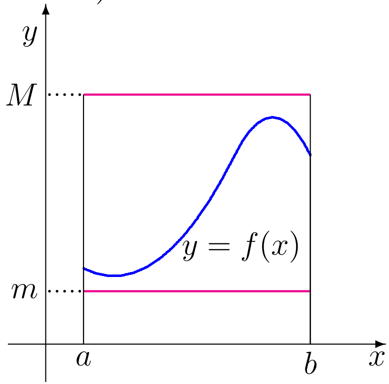
1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.

2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $m(b-a)\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

Доказательство. Согласно доказанному пункту 1)

$$m(b-a)=\int\limits_a^b m\,dx \leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant$$

$$\leqslant \int\limits_a^b M\,dx =$$



XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*

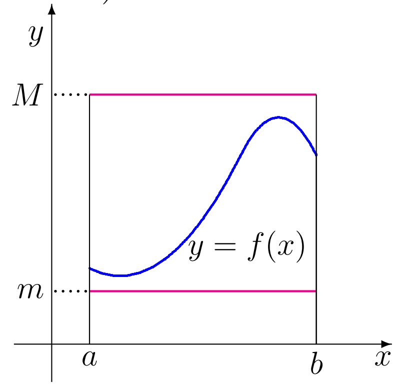
1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.

2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $m(b-a)\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx\leqslant M(b-a)$.

Доказательство. Согласно доказанному пункту 1)

$$m(b-a)=\int\limits_a^b m\,dx\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx\leqslant$$

$$\leqslant \int\limits_a^b M\,dx = M(b-a).$$



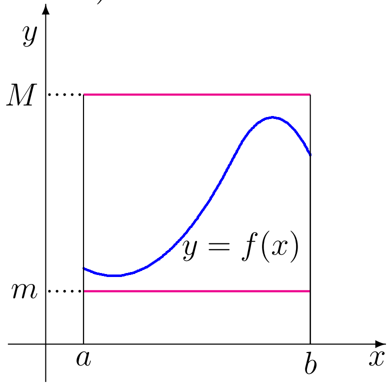
XII.15. Теорема об оценке интеграла

Теорема 39. *Справедливы следующие утверждения:*

1) Если f и g интегрируемы на $[a;b]$, где $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $f(x)\leqslant g(x)$, то $\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant \int\limits_a^b g(x)\,dx$.

2) Если $a<b$ и для любого x из $[a,b]$ имеет место неравенство $m\leqslant f(x)\leqslant M$, то $m(b-a)\leqslant \int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M(b-a)$.

Доказательство. Теорема доказана.



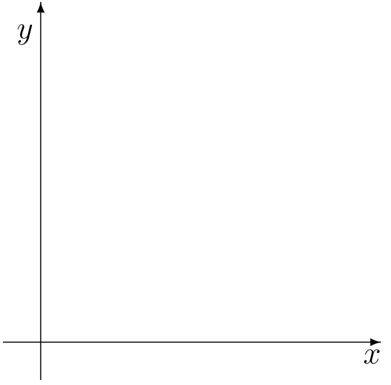
XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если* $f(x)$ *непрерывна на* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *найдется хотя бы одно такое число* c, *что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если* $f(x)$ *непрерывна на* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *найдется хотя бы одно такое число* c, *что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

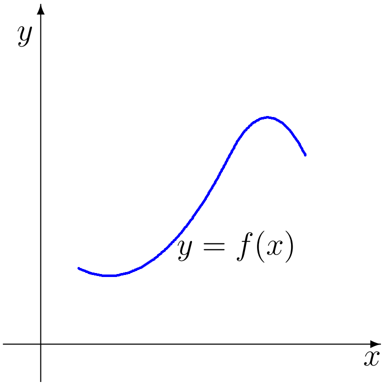
Доказательство.



XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.*

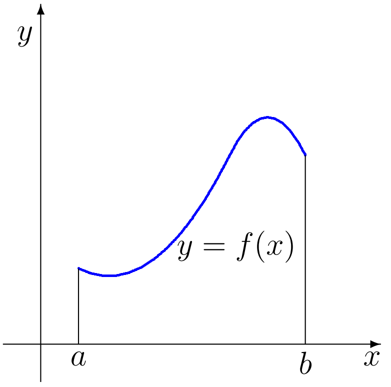
Доказательство.



XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если* $f(x)$ *непрерывна на* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *найдется хотя бы одно такое число* c, *что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

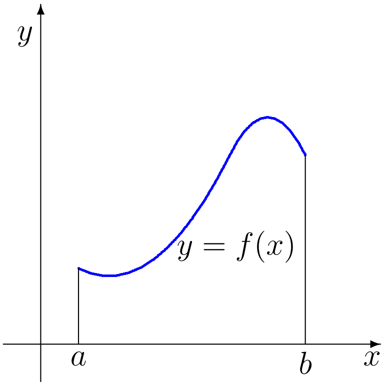


XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если* $f(x)$ *непрерывна на* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *найдется хотя бы одно такое число* c, *что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть

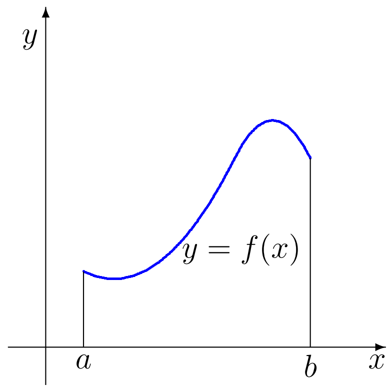


XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) =$

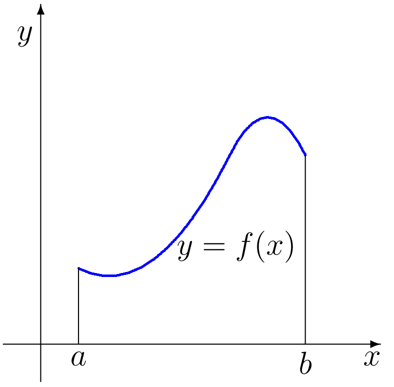


XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m$,

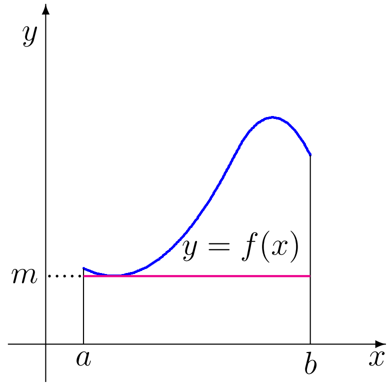


XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a, b]$, то на отрезке $[a, b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m$,

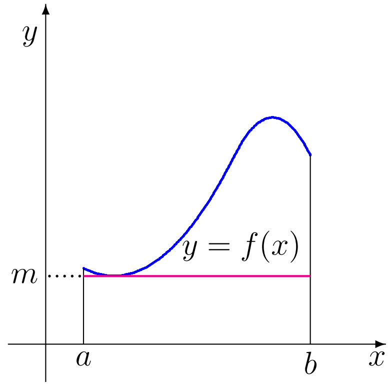


XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) =$

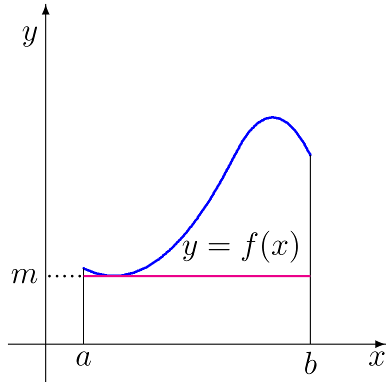


XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если* $f(x)$ *непрерывна на* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *найдется хотя бы одно такое число* c, *что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M$.

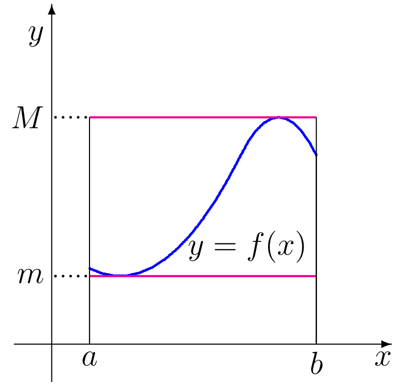


XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M.$



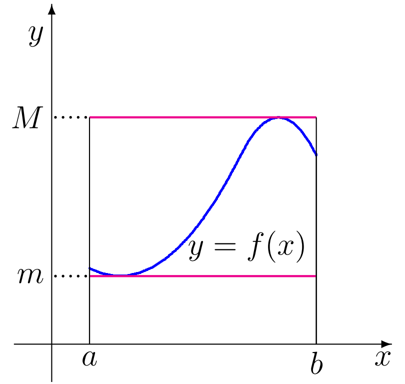
XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если* $f(x)$ *непрерывна на* $[a,b]$*, то на отрезке* $[a,b]$ *найдется хотя бы одно такое число* c*, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m$, $\max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M$.

По **теореме об оценке интеграла** имеем



XII.16. Теорема о среднем значении

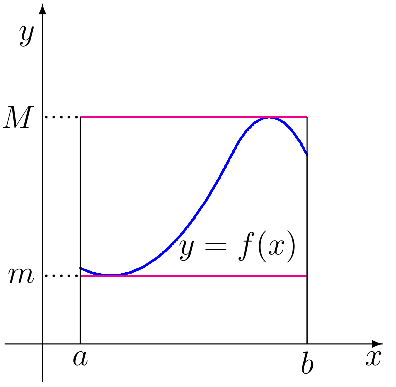
Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a, b]$, то на отрезке $[a, b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M.$

По **теореме об оценке интеграла** имеем

$$\leqslant \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant$$



XII.16. Теорема о среднем значении

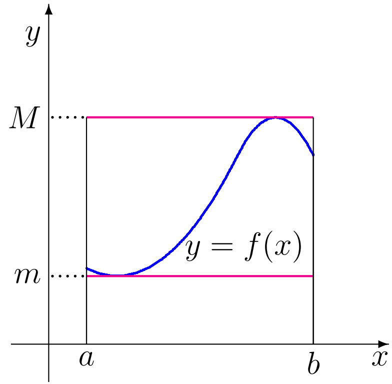
Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M.$

По **теореме об оценке интеграла** имеем

$$m \leqslant \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant$$



XII.16. Теорема о среднем значении

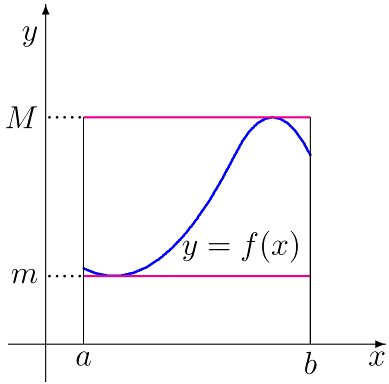
Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a, b]$, то на отрезке $[a, b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M.$

По **теореме об оценке интеграла** имеем

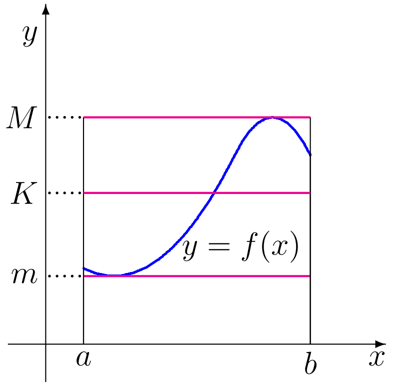
$$m \leqslant \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M$$



XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.



Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M.$

По **теореме об оценке интеграла** имеем

$$m \leqslant \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M$$

XII.16. Теорема о среднем значении

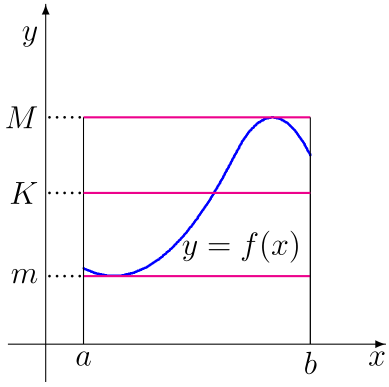
Теорема 40. *Если* $f(x)$ *непрерывна на* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *найдется хотя бы одно такое число* c, *что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M.$

По **теореме об оценке интеграла** имеем

$$m \leqslant \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M$$



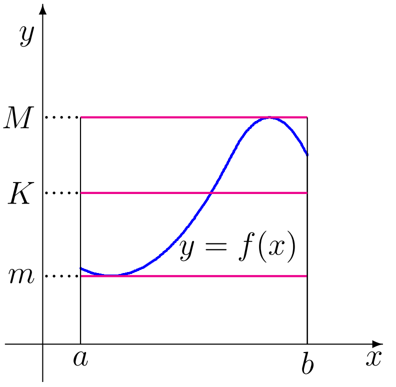
Согласно свойствам функции, непрерывной на отрезке, она принимает на это отрезке все значения между m и M, поэтому...

XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M$.



По **теореме об оценке интеграла** имеем

$$m \leqslant \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M$$

$\exists c \in [a;b]$

Согласно свойствам функции, непрерывной на отрезке, она принимает на это отрезке все значения между m и M, поэтому...

XII.16. Теорема о среднем значении

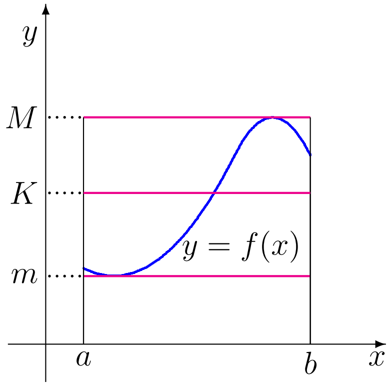
Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M.$

По **теореме об оценке интеграла** имеем

$$m \leqslant \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M$$



$\exists c \in [a;b] \quad f(c) =$

Согласно свойствам функции, непрерывной на отрезке, она принимает на это отрезке все значения между m и M, поэтому...

XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

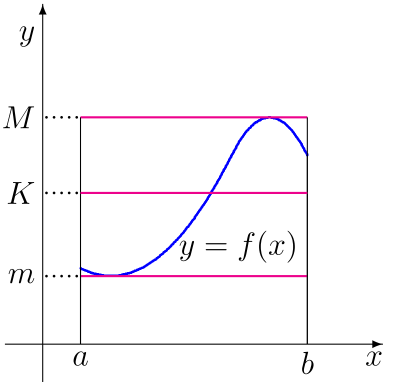
Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M.$

По **теореме об оценке интеграла** имеем

$$m \leqslant \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M$$

$$\exists c \in [a;b] \quad f(c) = \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx,$$

Согласно свойствам функции, непрерывной на отрезке, она принимает на это отрезке все значения между m и M, поэтому...



XII.16. Теорема о среднем значении

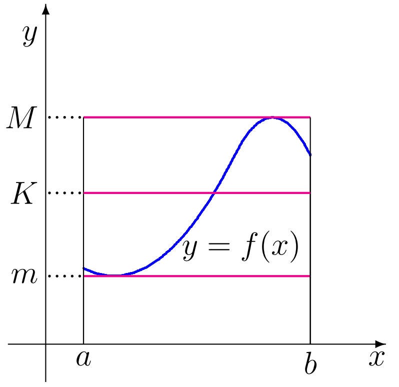
Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M.$

По **теореме об оценке интеграла** имеем

$$m \leqslant \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M$$



$$\exists c \in [a;b] \quad f(c) = \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx,$$

откуда следует доказываемое равенство.

XII.16. Теорема о среднем значении

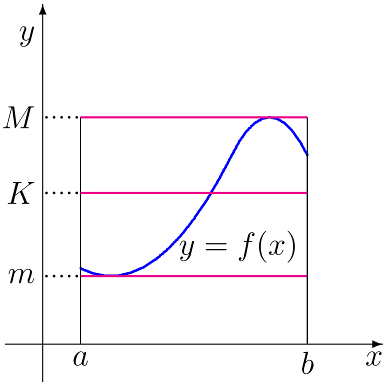
Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.

Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M.$

По **теореме об оценке интеграла** имеем

$$m \leqslant \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M$$



$$\exists c \in [a;b] \quad f(c) = \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx,$$

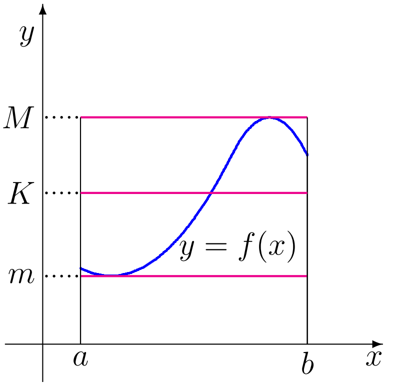
откуда следует доказываемое равенство.

Теорема доказана.

XII.16. Теорема о среднем значении

Теорема 40. *Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ найдется хотя бы одно такое число c, что* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$.

Доказательство.



Пусть $\min\limits_{x\in[a;b]} f(x) = m, \quad \max\limits_{x\in[a;b]} f(x) = M.$

По **теореме об оценке интеграла** имеем

$$m \leqslant \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx \leqslant M$$

$$\exists c \in [a;b] \quad f(c) = \frac{1}{b-a}\int\limits_a^b f(x)\,dx,$$

откуда следует доказываемое равенство.

Теорема доказана.

Отметим, что $f(c)$ называется средним значением функции f на отрезке $[a;\ b]$.

XIII. Интеграл с переменным верхним пределом

Значение интеграла $\int\limits_a^b f(x)\,dx$ от функции f определяется двумя параметрами: a и b. Естественный интерес вызывает изучение зависимости значений интеграла от значений этих параметров.

XIII. Интеграл с переменным верхним пределом

Рассмотрим функцию $F(a,b) = \int\limits_a^b f(x)\,dx$, где f — некоторая фиксированная функция. Выберем некоторое число c такое, что $a < c < b$ или $b < c < a$.

XIII. Интеграл с переменным верхним пределом

Рассмотрим функцию $F(a,b) = \int\limits_a^b f(x)\,dx$, где f — некоторая фиксированная функция. Выберем некоторое число c такое, что $a < c < b$ или $b < c < a$.

В силу свойства **аддитивности по отрезку** и свойства **о перестановке пределов интегрирования** $F(a,b) =$

$$= \int\limits_a^b f(x)\,dx =$$

XIII. Интеграл с переменным верхним пределом

Рассмотрим функцию $F(a,b) = \int\limits_a^b f(x)\,dx$, где f — некоторая фиксированная функция. Выберем некоторое число c такое, что $a < c < b$ или $b < c < a$.

В силу свойства **аддитивности по отрезку** и свойства **о перестановке пределов интегрирования** $F(a,b) =$

$$= \int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^c f(x)\,dx + \int\limits_c^b f(x)\,dx =$$

XIII. Интеграл с переменным верхним пределом

Рассмотрим функцию $F(a,b) = \int\limits_a^b f(x)\,dx$, где f — некоторая фиксированная функция. Выберем некоторое число c такое, что $a < c < b$ или $b < c < a$.

В силу свойства **аддитивности по отрезку** и свойства **о перестановке пределов интегрирования** $F(a,b) =$

$$= \int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^c f(x)\,dx + \int\limits_c^b f(x)\,dx = -\int\limits_c^a f(x)\,dx + \int\limits_c^b f(x)\,dx.$$

XIII. Интеграл с переменным верхним пределом

Рассмотрим функцию $F(a,b) = \int\limits_a^b f(x)\,dx$, где f — некоторая фиксированная функция. Выберем некоторое число c такое, что $a < c < b$ или $b < c < a$.

В силу свойства **аддитивности по отрезку** и свойства **о перестановке пределов интегрирования** $F(a,b) =$

$$= \int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^c f(x)\,dx + \int\limits_c^b f(x)\,dx = -\int\limits_c^a f(x)\,dx + \int\limits_c^b f(x)\,dx.$$

Таким образом, изучение функции $F(a,b)$ сводится к ситуации, когда изменяется только верхний предел интегрирования.

XIII. Интеграл с переменным верхним пределом

Определение 33. *Выражение* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *от переменной* x *называется* **интегралом с переменным верхним пределом**.

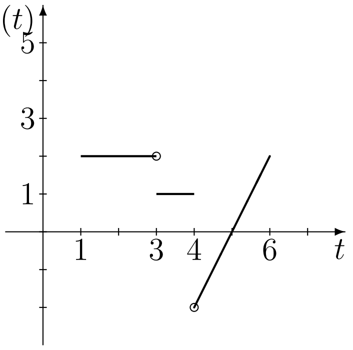
XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.

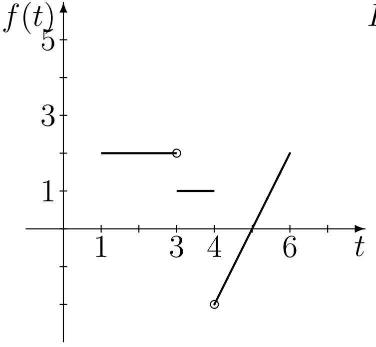


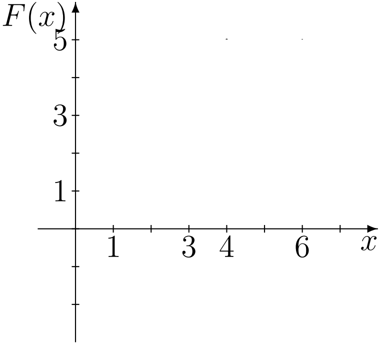
Проиллюстрируем теорему.

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция $f(t)$* **интегрируема** *на отрезке $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ функция $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$* **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.



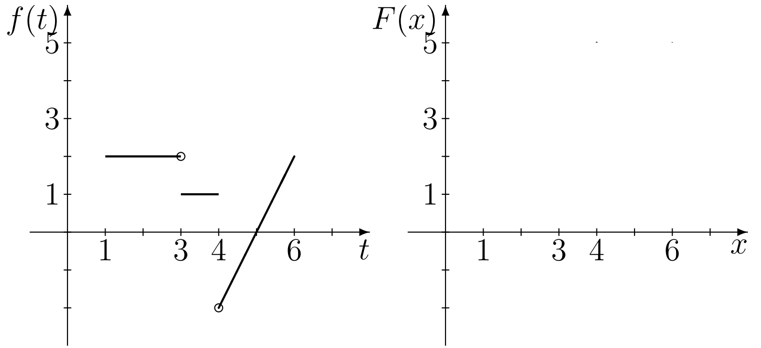


Проиллюстрируем теорему.

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

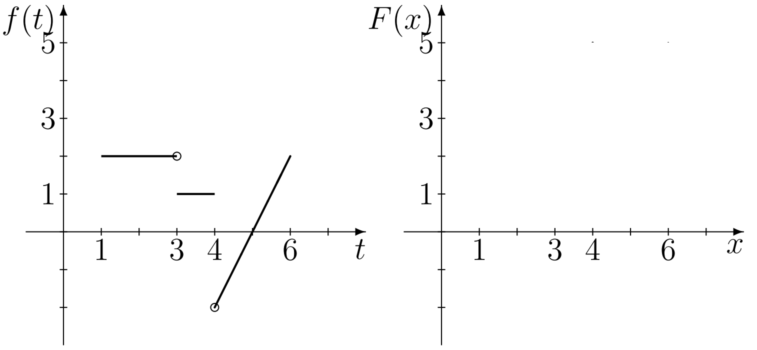
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.
При $x = 1$ имеем
$F(1) =$



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

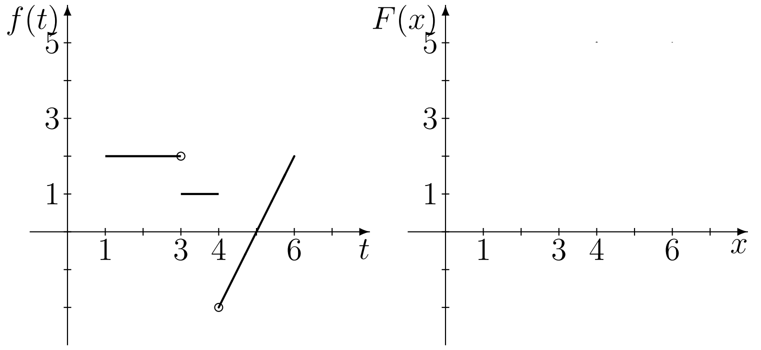
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $x=1$ имеем
$F(1)=\int_1^1 f(t)\,dt=$



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$*, то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\, dt$ **непрерывна***.*

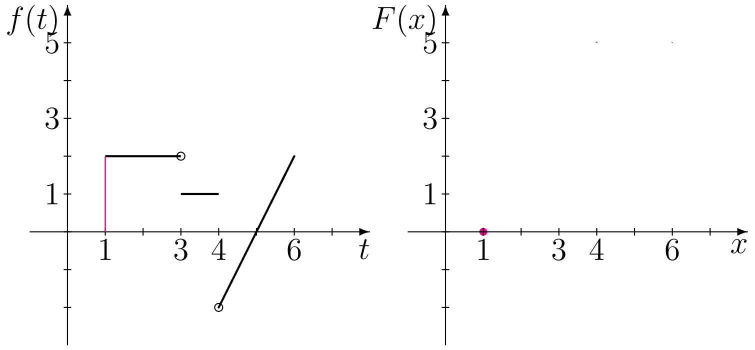
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\, dt$.
При $x = 1$ имеем
$F(1) = \int_1^1 f(t)\, dt =$0.



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

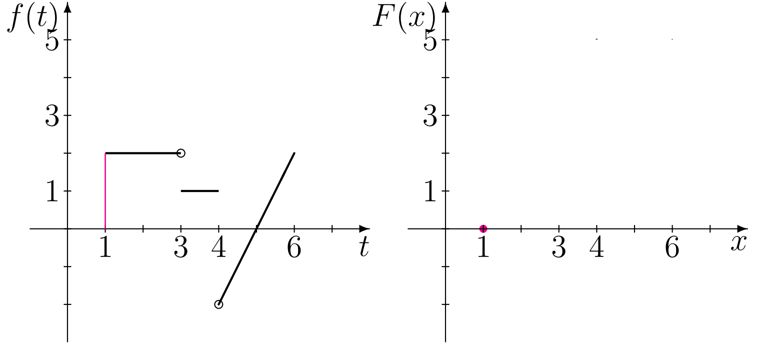
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $x=1$ имеем
$F(1)=\int_1^1 f(t)\,dt=0$.



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

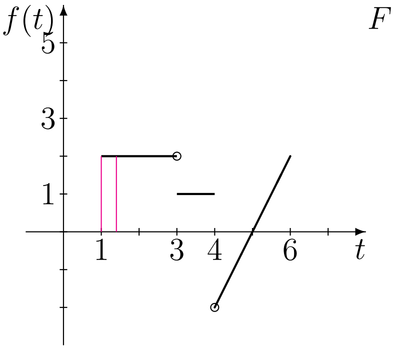
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.
При $1 < x < 3$ имеем
$F(x) =$

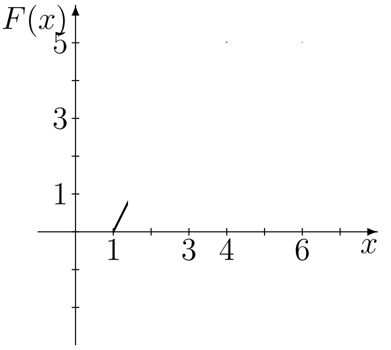


XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $1<x<3$ имеем
$F(x)=$

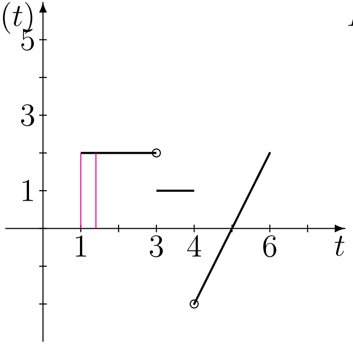


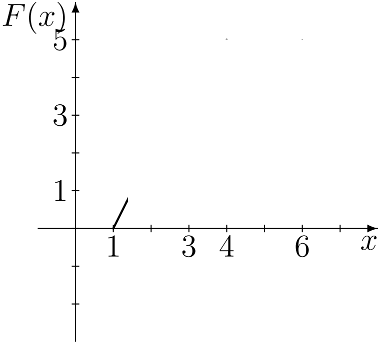


XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.
При $1 < x < 3$ имеем
$F(x) = \int_1^x 2\,dt =$

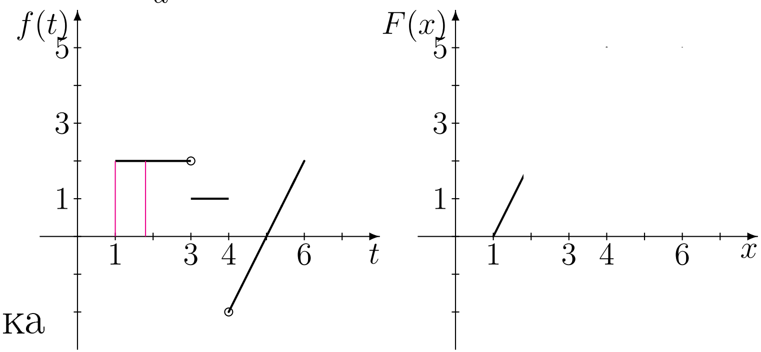




XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$*, то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна***.*

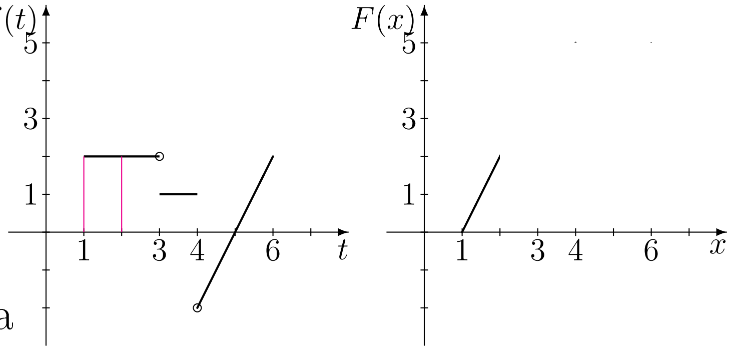
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.
При $1 < x < 3$ имеем
$F(x) = \int_1^x 2\,dt =$
Равен площади прямоугольника с высотой



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

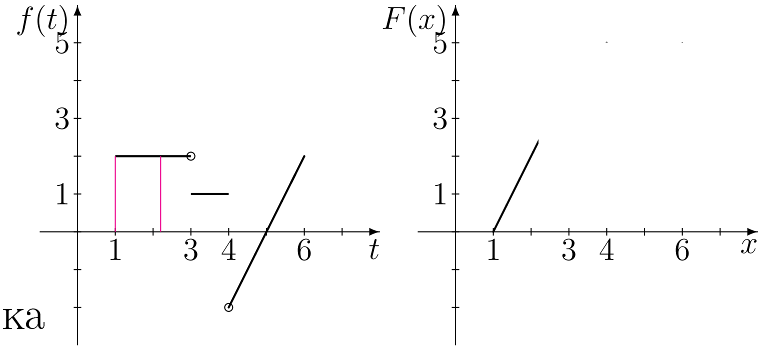
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $1<x<3$ имеем
$F(x)=\int_1^x 2\,dt=$
Равен площади прямоугольника с высотой 2 и длиной стороны



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.



При $1 < x < 3$ имеем

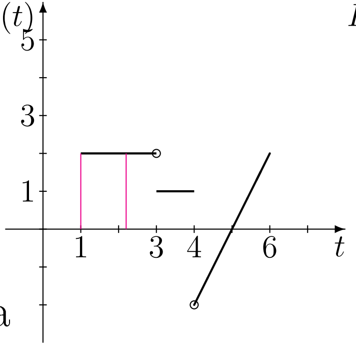
$F(x) = \int_1^x 2\,dt =$

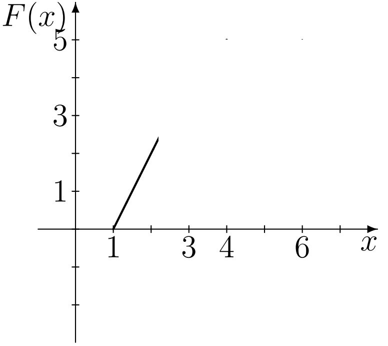
Равен площади прямоугольника с высотой 2 и длиной стороны $(x - 1)$.

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция $f(t)$* **интегрируема** *на отрезке $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ функция $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$* **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $1<x<3$ имеем
$F(x)=\int_1^x 2\,dt = 2(x-1)$.
Равен площади прямоугольника с высотой 2 и длиной стороны $(x-1)$.

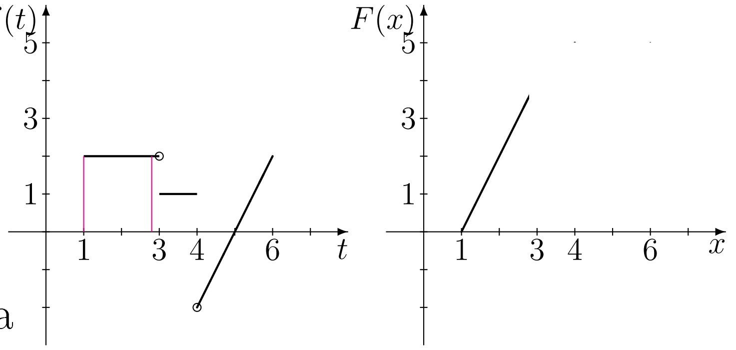




XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

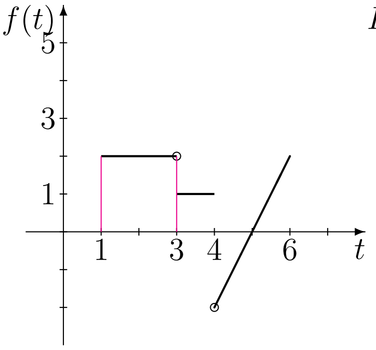
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $1<x<3$ имеем
$F(x)=\int_1^x 2\,dt = 2(x-1)$.
Равен площади прямоугольника с высотой 2 и длиной стороны $(x-1)$.

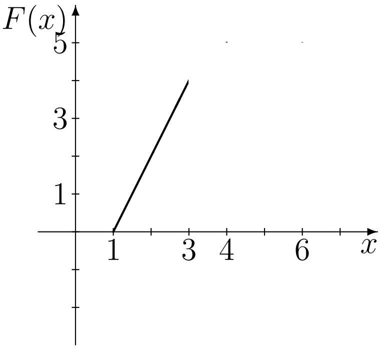


XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.
При $1 < x < 3$ имеем
$F(x) = \int_1^x 2\,dt = 2(x - 1)$.

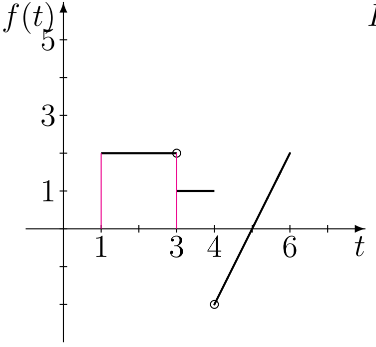


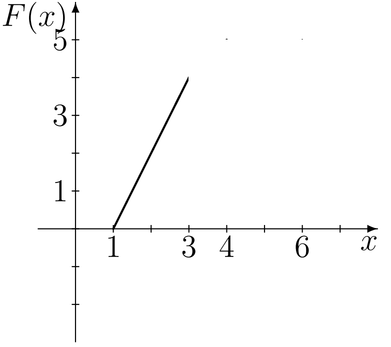


XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $3<x<4$ имеем
$F(x)=$

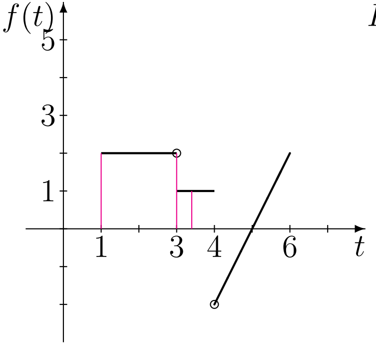


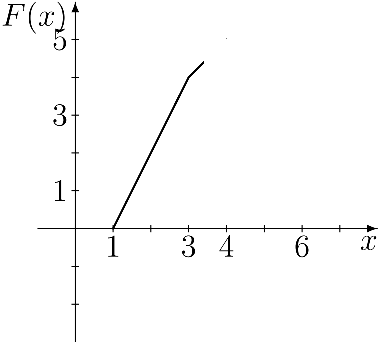


XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $3<x<4$ имеем
$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt=$





XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

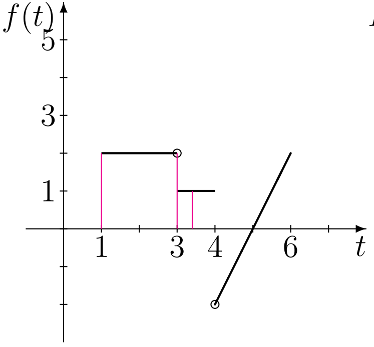
Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

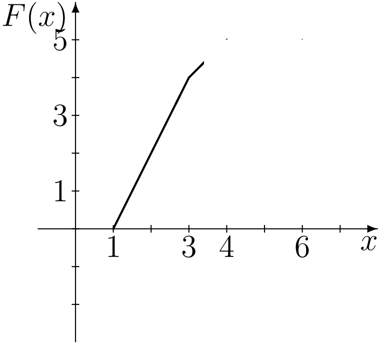
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.

При $3 < x < 4$ имеем

$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$

$= \int_1^3 2\,dt + \int_3^x dt =$

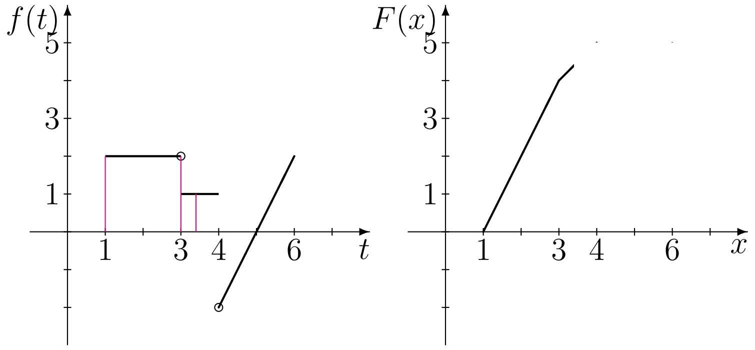




XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

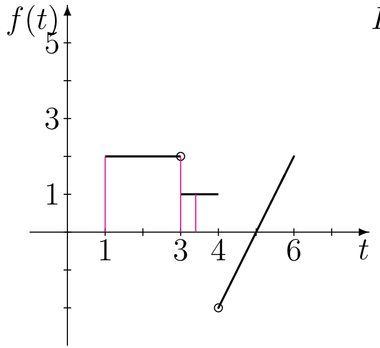
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $3<x<4$ имеем
$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt=$
$=\int_1^3 2\,dt+\int_3^x dt=$
$=4+$

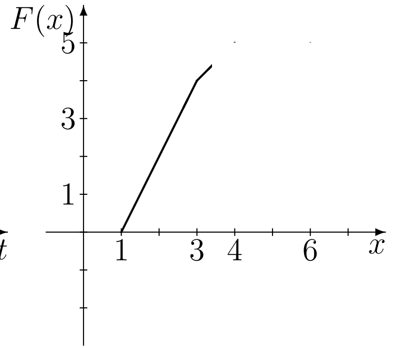


XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.
При $3 < x < 4$ имеем
$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$
$= \int_1^3 2\,dt + \int_3^x dt =$
$= 4{+}1(x-3) =$

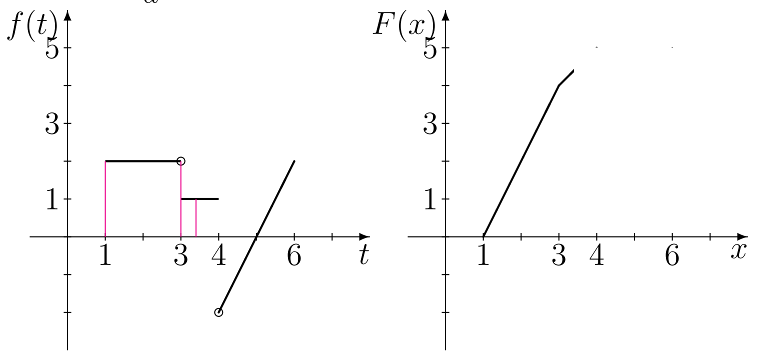




XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

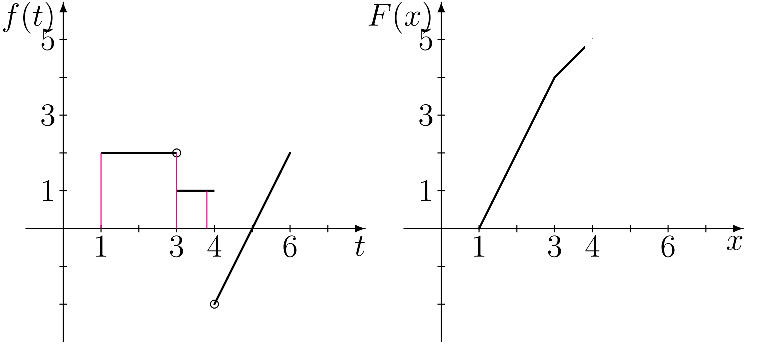
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.
При $3 < x < 4$ имеем
$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$
$= \int_1^3 2\,dt + \int_3^x dt =$
$= 4+1(x-3) = x+1.$



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция $f(t)$* **интегрируема** *на отрезке $[a, b]$, то на отрезке $[a, b]$ функция $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$* **непрерывна**.

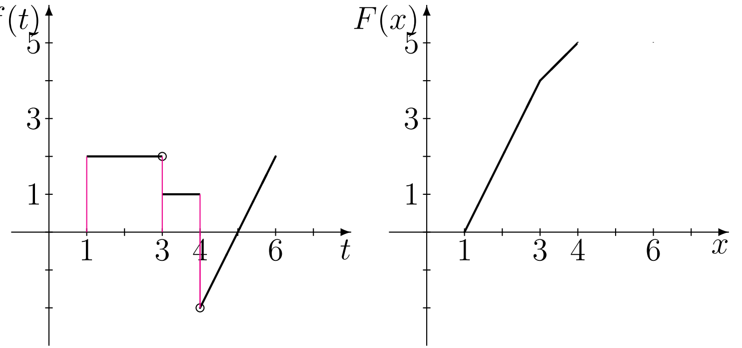
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.
При $3 < x < 4$ имеем
$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$
$= \int_1^3 2\,dt + \int_3^x dt =$
$= 4+1(x-3) = x + 1.$



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $3<x<4$ имеем
$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt=$
$=\int_1^3 2\,dt+\int_3^x dt=$
$=4+1(x-3)=x+1.$



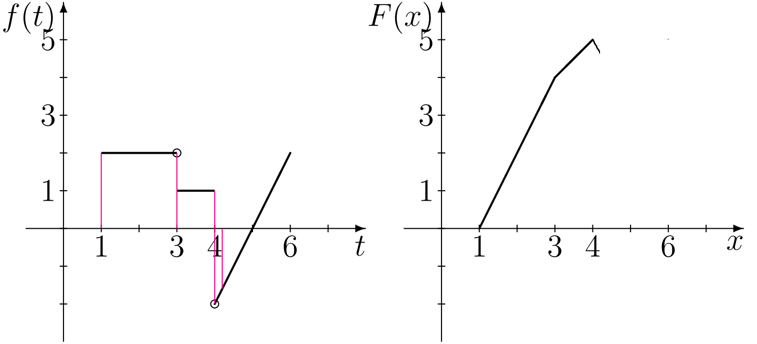
XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

При $4<x\leqslant 6$ имеем

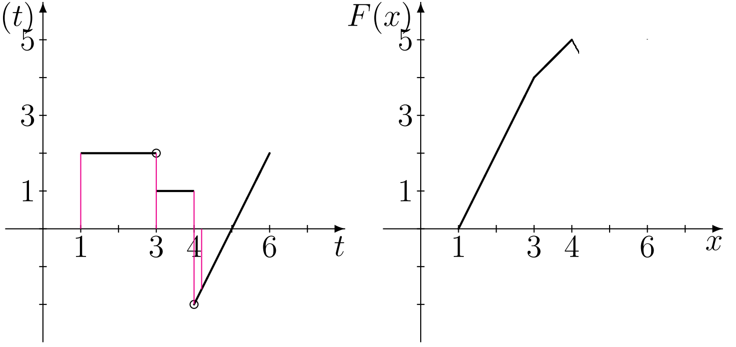
$F(x)=$



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

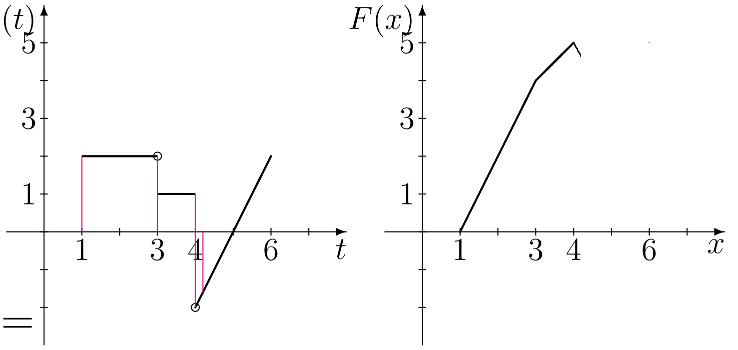
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $4<x\leqslant 6$ имеем
$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt=$



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.
При $4 < x \leqslant 6$ имеем
$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$
$= \int_1^3 2\,dt + \int_3^4 dt + \int_4^x 2(t-5)dt =$



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

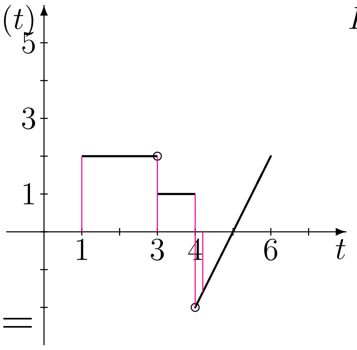
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

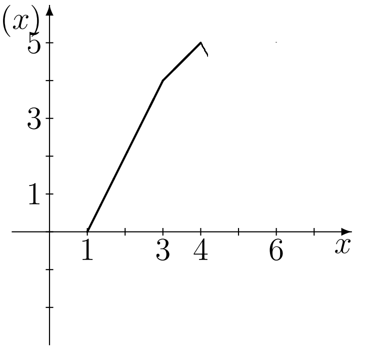
При $4<x\leqslant 6$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt=$

$=\int_1^3 2\,dt+\int_3^4 dt+\int_4^x 2(t-5)dt=$

$=4+1-$



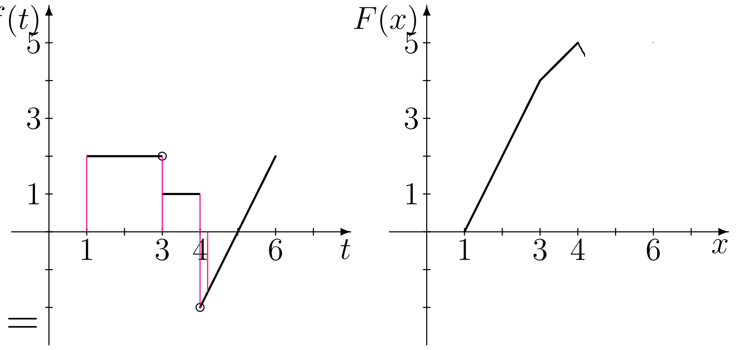


XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.
При $4 < x \leqslant 6$ имеем
$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$
$= \int_1^3 2\,dt + \int_3^4 dt + \int_4^x 2(t-5)dt =$

$= 4 + 1 - (t-4)\cdot$



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

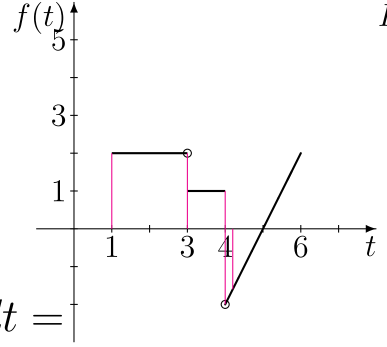
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.

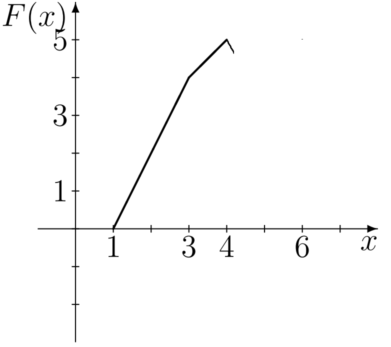
При $4 < x \leqslant 6$ имеем

$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$

$= \int_1^3 2\,dt + \int_3^4 dt + \int_4^x 2(t-5)dt =$

$= 4 + 1 - (t-4) \cdot \dfrac{2 - 2(t-5)}{2} =$

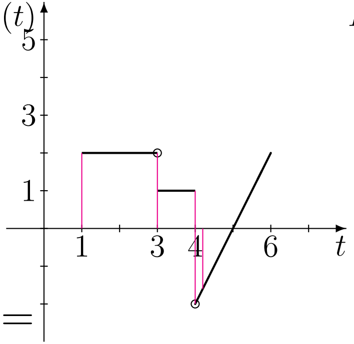


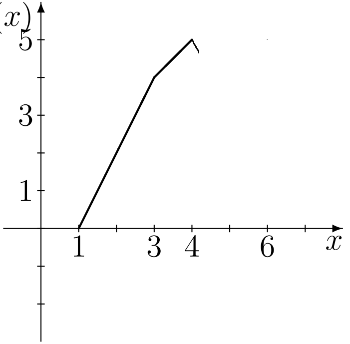


XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.





При $4 < x \leqslant 6$ имеем

$$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$$

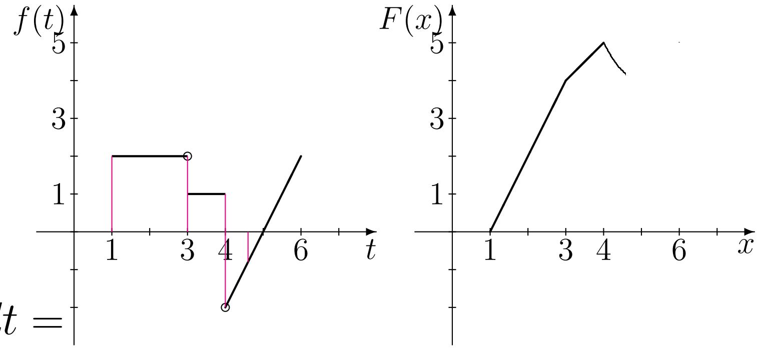
$$= \int_1^3 2\,dt + \int_3^4 dt + \int_4^x 2(t-5)dt =$$

$$= 4 + 1 - (t-4)\cdot\frac{2-2(t-5)}{2} = (x-5)^2 + 4.$$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.



При $4 < x \leqslant 6$ имеем

$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$

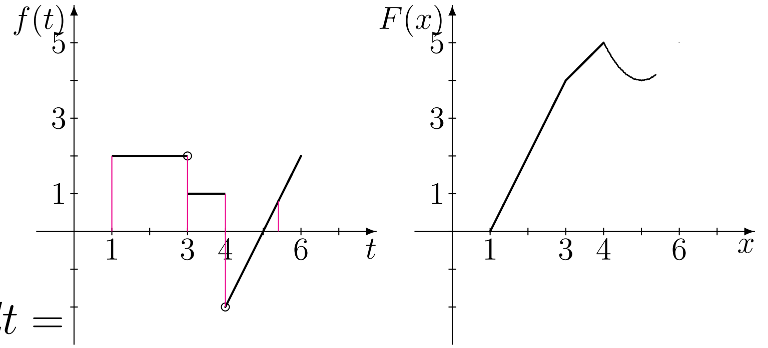
$= \int_1^3 2\,dt + \int_3^4 dt + \int_4^x 2(t-5)dt =$

$$= 4 + 1 - (t-4)\cdot\frac{2-2(t-5)}{2} = (x-5)^2 + 4.$$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.



При $4<x\leqslant 6$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt=$

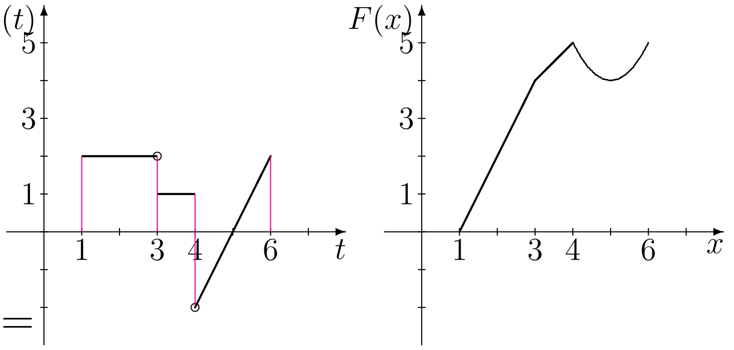
$=\int_1^3 2\,dt+\int_3^4 dt+\int_4^x 2(t-5)dt=$

$=4+1-(t-4)\cdot\dfrac{2-2(t-5)}{2}=(x-5)^2+4.$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.



При $4<x\leqslant 6$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt=$

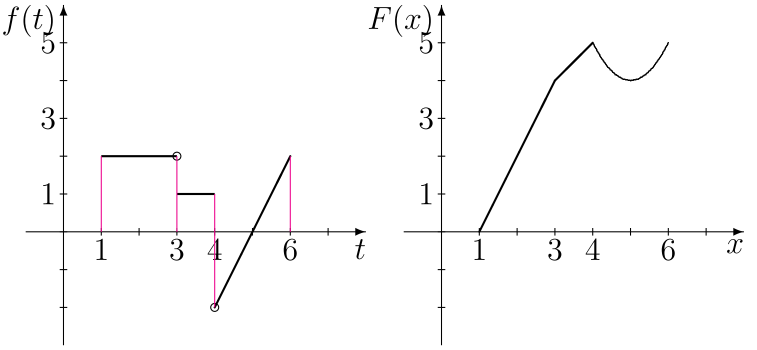
$=\int_1^3 2\,dt+\int_3^4 dt+\int_4^x 2(t-5)dt=$

$$=4+1-(t-4)\cdot\frac{2-2(t-5)}{2}=(x-5)^2+4.$$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$. Таким образом, подтверждена непрерывность функции $F(x) = \int\limits_1^x f(t)\,dt$. Осталось провести корректное доказательство.



XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство.

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция $f(t)$* **интегрируема** *на отрезке $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ функция $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$* **непрерывна**.

Доказательство.

Надо проверить, что для любого $x_0 \in (a,b)$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\, dt$ **непрерывна**.

Доказательство.

Надо проверить, что для любого $x_0 \in (a, b)$

$$\lim_{x \to x_0} F(x) =$$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство.

Надо проверить, что для любого $x_0 \in (a,b)$

$$\lim_{x\to x_0} F(x) = F(x_0),$$

или, согласно свойствам предела, что $\lim\limits_{x\to x_0}(F(x)-F(x_0)) =$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция $f(t)$* **интегрируема** *на отрезке $[a,b]$, то на отрезке $[a,b]$ функция $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$* **непрерывна**.

Доказательство.

Надо проверить, что для любого $x_0 \in (a,b)$

$$\lim_{x \to x_0} F(x) = F(x_0),$$

или, согласно свойствам предела, что $\lim\limits_{x \to x_0} (F(x) - F(x_0)) = 0$.

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x \to x_0} (F(x) - F(x_0)) = 0$.

Надо проверить, что для любого $x_0 \in (a, b)$

$$\lim_{x \to x_0} F(x) = F(x_0),$$

или, согласно свойствам предела, что $\lim\limits_{x \to x_0} (F(x) - F(x_0)) = 0$.

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x \to x_0} (F(x) - F(x_0)) = 0$.

По **свойству аддитивности интеграла**,

$F(x) - F(x_0) =$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$*, то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x \to x_0} (F(x) - F(x_0)) = 0$.

По **свойству аддитивности интеграла**,

$F(x) - F(x_0) = \int\limits_{x_0}^x f(t)\,dt$.

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x\to x_0}(F(x)-F(x_0))=0$.

По **свойству аддитивности интеграла**,

$F(x)-F(x_0)=\int\limits_{x_0}^x f(t)\,dt.$

Ниже **мы покажем**, из интегрируемости $f(t)$ следует ее ограниченность, то есть существует такое число K, что для любого t из $[a,b]$ имеет место неравенство $|f(t)|\leqslant K$.

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x\to x_0}(F(x)-F(x_0))=0$.

По **свойству аддитивности интеграла**,

$F(x)-F(x_0)=\int\limits_{x_0}^{x} f(t)\,dt.$

f — интегрируема $\Rightarrow$

Ниже **мы покажем**, из интегрируемости $f(t)$ следует ее ограниченность, то есть существует такое число K, что для любого t из $[a,b]$ имеет место неравенство $|f(t)|\leqslant K$.

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x\to x_0}(F(x)-F(x_0))=0$.

По **свойству аддитивности интеграла**,

$F(x)-F(x_0)=\int\limits_{x_0}^x f(t)\,dt.$

f — интегрируема $\Rightarrow(\exists K>0 \quad t\in[a;b] \ \Rightarrow \ |f(t)|\leqslant K)$.

Ниже **мы покажем**, из интегрируемости $f(t)$ следует ее ограниченность, то есть существует такое число K, что для любого t из $[a,b]$ имеет место неравенство $|f(t)|\leqslant K$.

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x \to x_0} (F(x) - F(x_0)) = 0$.

$$0 \leqslant \lim_{x \to x_0} |F(x) - F(x_0)| =$$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x\to x_0}(F(x)-F(x_0))=0.$

$$0\leqslant\lim_{x\to x_0}|F(x)-F(x_0)|=\lim_{x\to x_0}\left|\int\limits_{x_0}^{x}f(t)\,dt\right|\leqslant$$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x\to x_0}(F(x) - F(x_0)) = 0$.

$$0 \leqslant \lim_{x\to x_0} |F(x) - F(x_0)| = \lim_{x\to x_0} \left| \int\limits_{x_0}^{x} f(t)\,dt \right| \leqslant$$

$$\leqslant \lim_{x\to x_0} \left| \int\limits_{x_0}^{x} |f(t)|\,dt \right| \leqslant$$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x\to x_0}(F(x)-F(x_0))=0$.

$$0\leqslant\lim_{x\to x_0}|F(x)-F(x_0)|=\lim_{x\to x_0}\left|\int\limits_{x_0}^x f(t)\,dt\right|\leqslant$$

$$\leqslant\lim_{x\to x_0}\left|\int\limits_{x_0}^x |f(t)|\,dt\right|\leqslant\lim_{x\to x_0}\left|\int\limits_{x_0}^x K\,dt\right|=$$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a,b]$, *то на отрезке* $[a,b]$ *функция* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x\to x_0}(F(x)-F(x_0))=0.$

$$0\leqslant \lim_{x\to x_0}|F(x)-F(x_0)|=\lim_{x\to x_0}\left|\int\limits_{x_0}^{x} f(t)\,dt\right|\leqslant$$

$$\leqslant \lim_{x\to x_0}\left|\int\limits_{x_0}^{x} |f(t)|\,dt\right|\leqslant \lim_{x\to x_0}\left|\int\limits_{x_0}^{x} K\,dt\right|=\lim_{x\to x_0}K|x-x_0|=0.$$

XIII.1. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 41. *Если функция* $f(t)$ **интегрируема** *на отрезке* $[a, b]$, *то на отрезке* $[a, b]$ *функция* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ **непрерывна**.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{x\to x_0}(F(x) - F(x_0)) = 0$.

$$0 \leqslant \lim_{x\to x_0} |F(x) - F(x_0)| = \lim_{x\to x_0} \left| \int\limits_{x_0}^{x} f(t)\,dt \right| \leqslant$$

$$\leqslant \lim_{x\to x_0} \left| \int\limits_{x_0}^{x} |f(t)|\,dt \right| \leqslant \lim_{x\to x_0} \left| \int\limits_{x_0}^{x} K\,dt \right| = \lim_{x\to x_0} K|x - x_0| = 0.$$

Теорема доказана.

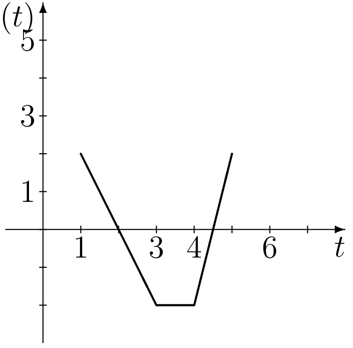
XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt=f(x)$.

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

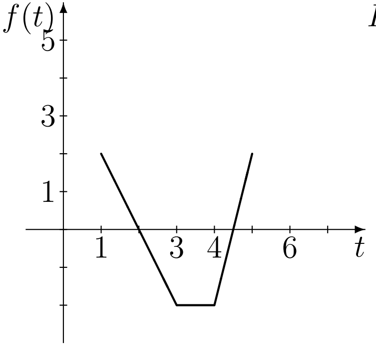


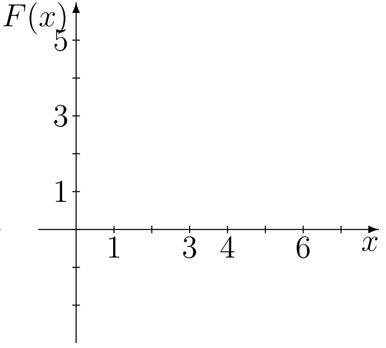
Проиллюстрируем теорему.

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.





Проиллюстрируем теорему.

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

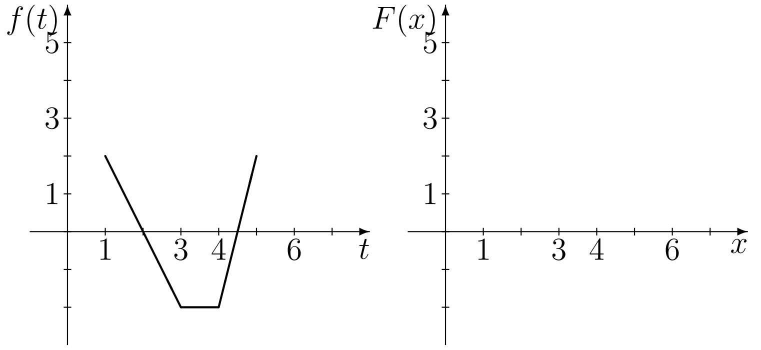
Теорема 42. *Если функция f непрерывна на $[a;b]$, то $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема на $[a;b]$, причём*

$$\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x).$$

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.

При $x = 1$ имеем

$F(1) =$



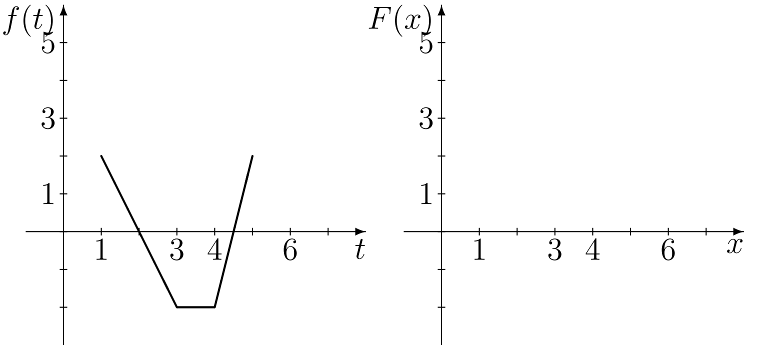
XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt=f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

При $x=1$ имеем

$F(1)=\int_1^1 f(t)\,dt=$



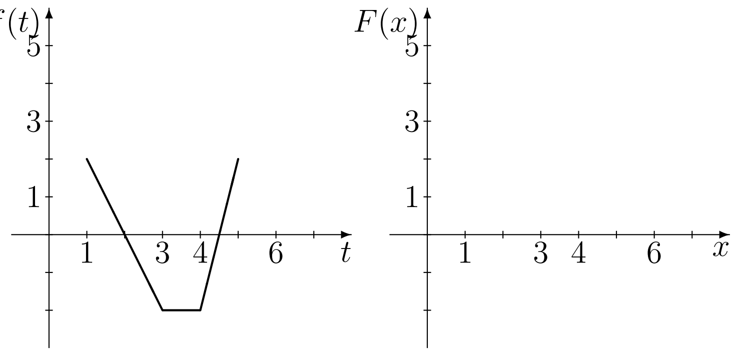
XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt=f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

При $x=1$ имеем

$F(1)=\int_1^1 f(t)\,dt=0$.

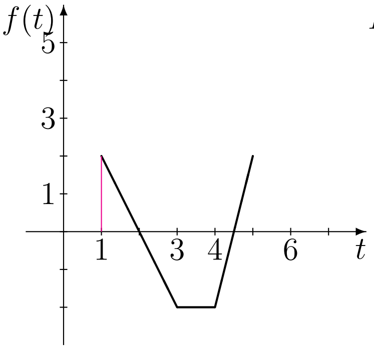


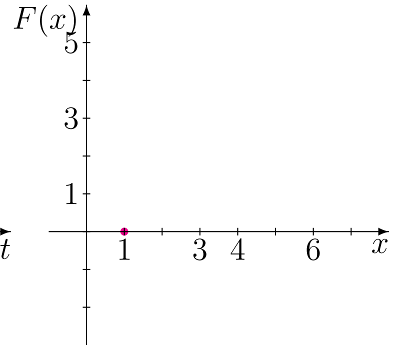
XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём*

$$\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x).$$

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $x=1$ имеем
$F(1)=\int_1^1 f(t)\,dt=0$.

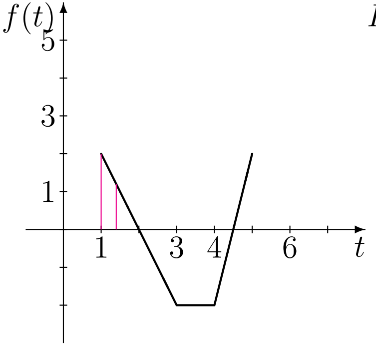


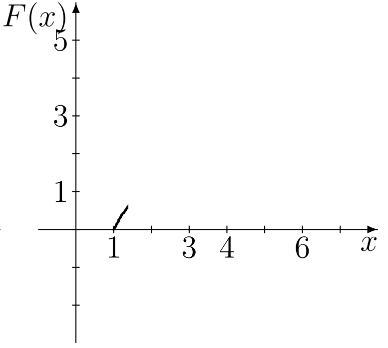


XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $x=1$ имеем
$F(1)=\int_1^1 f(t)\,dt = 0$.

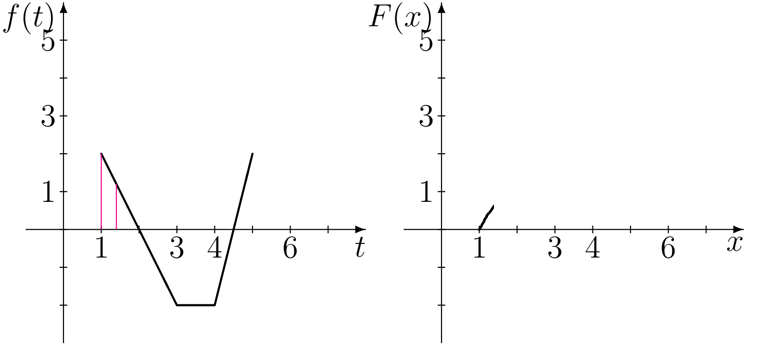




XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a; b]$, *то* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a; b]$, *причём* $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.
При $1 < x < 3$ имеем
$F(x) = \int_1^x (4 - 2t)\,dt =$



XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

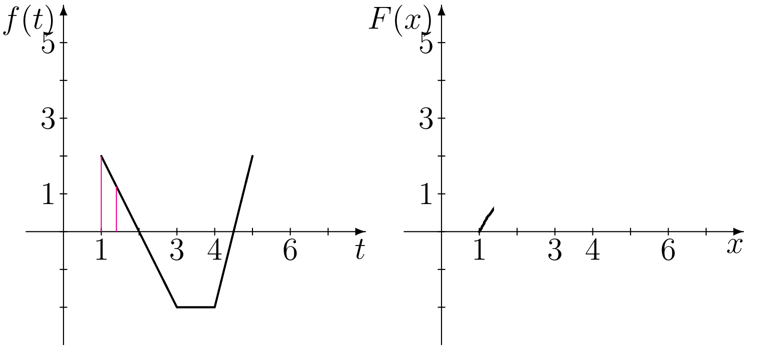
Теорема 42. *Если функция f непрерывна на $[a;b]$, то $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема на $[a;b]$, причём $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.*

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.

При $1 < x < 3$ имеем

$F(x) = \int_1^x (4-2t)\,dt =$

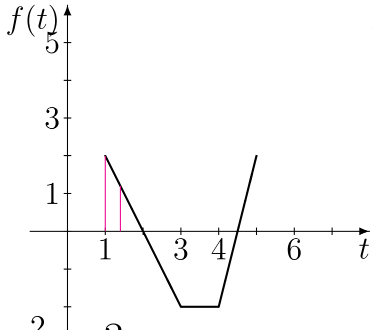
$= (x-1)\cdot\dfrac{2+(4-2x)}{2} =$

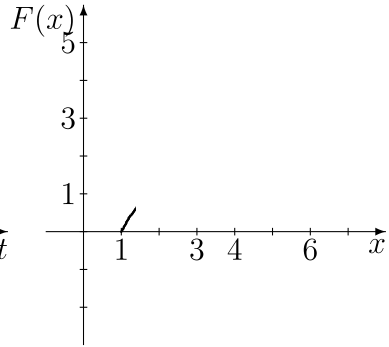


XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.





При $1<x<3$ имеем

$F(x)=\int_1^x(4-2t)\,dt =$

$$= (x-1)\cdot\frac{2+(4-2x)}{2} = 4x - x^2 - 3.$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

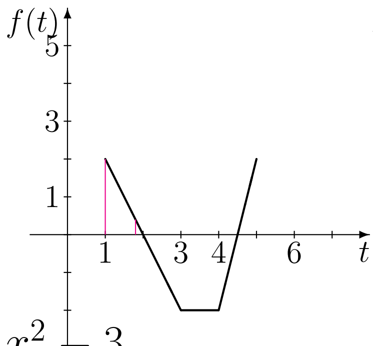
Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

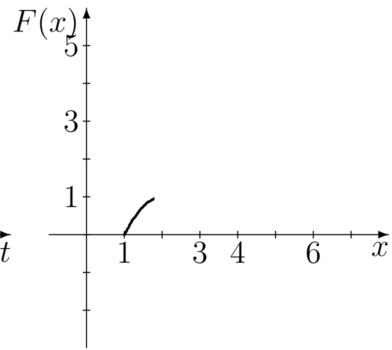
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

При $1<x<3$ имеем

$F(x)=\int_1^x (4-2t)\,dt =$

$$= (x-1)\cdot\frac{2+(4-2x)}{2} = 4x - x^2 - 3.$$

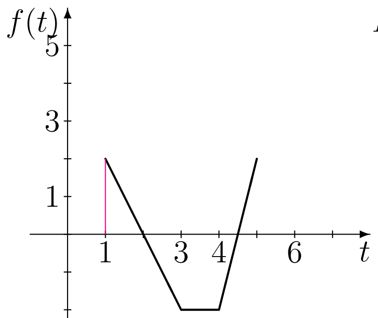


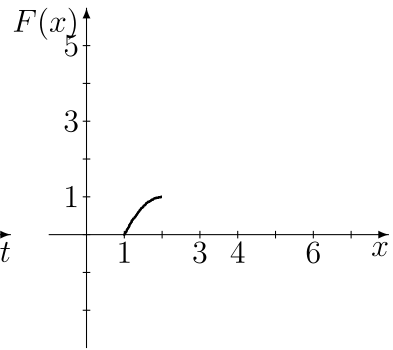


XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.





При $1<x<3$ имеем

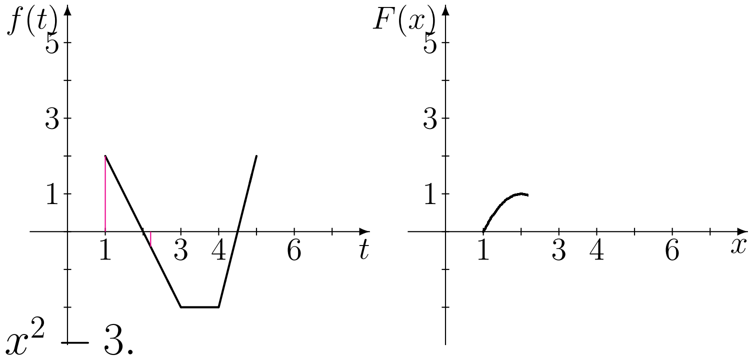
$F(x)=\int_1^x (4-2t)\,dt =$

$$= (x-1)\cdot\frac{2+(4-2x)}{2} = 4x - x^2 - 3.$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.



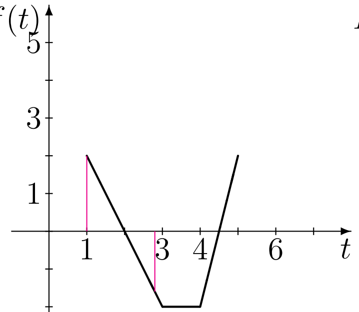
При $1<x<3$ имеем

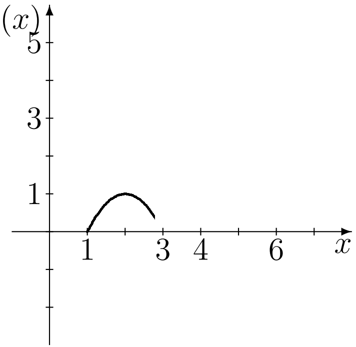
$F(x)=\int_1^x (4-2t)\,dt =$

$$= (x-1)\cdot\frac{2+(4-2x)}{2} = 4x - x^2 - 3.$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.





Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

При $1<x<3$ имеем

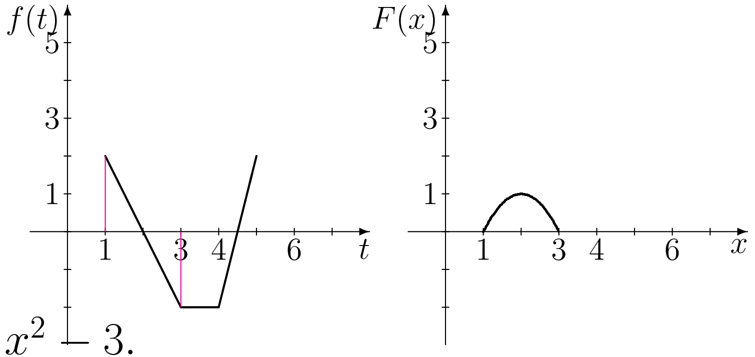
$F(x)=\int_1^x (4-2t)\,dt=$

$$=(x-1)\cdot\frac{2+(4-2x)}{2}=4x-x^2-3.$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.



При $1 < x < 3$ имеем $F(x) = \int_1^x (4-2t)\,dt =$

$$= (x-1)\cdot\frac{2+(4-2x)}{2} = 4x - x^2 - 3.$$

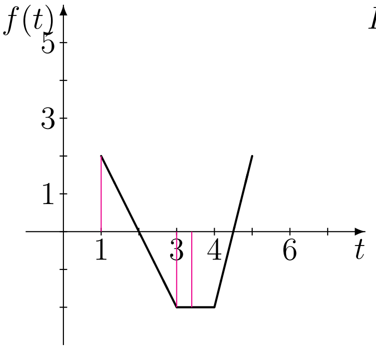
XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

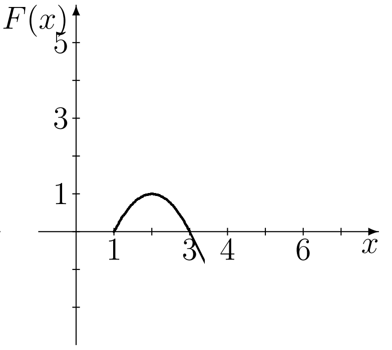
Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.

При $3 < x < 4$ имеем

$F(x) =$





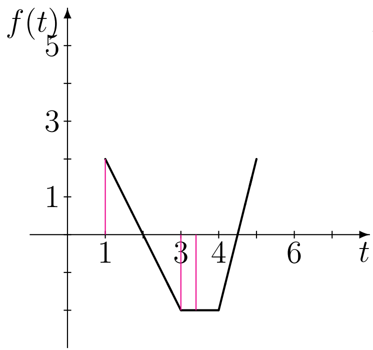
XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

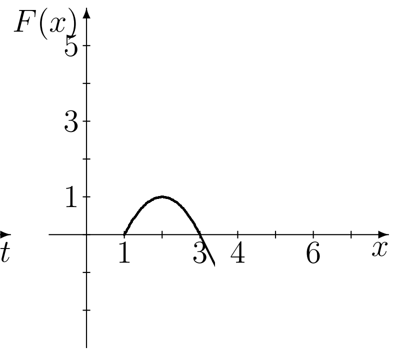
Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.

При $3 < x < 4$ имеем

$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$





XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

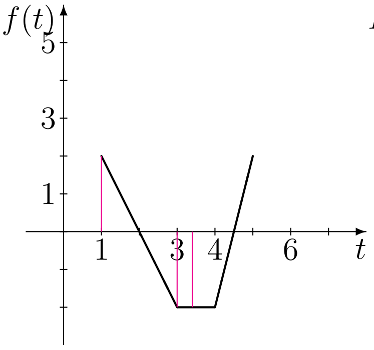
Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

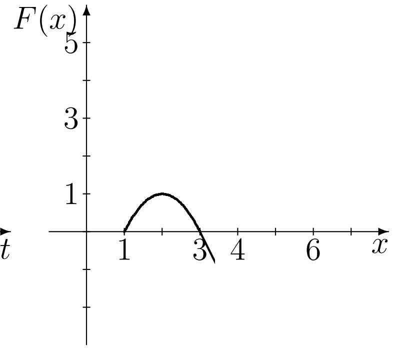
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.

При $3 < x < 4$ имеем

$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$

$= \int_1^3 (4-2t)\,dt + \int_3^x (-2)\,dt =$





XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

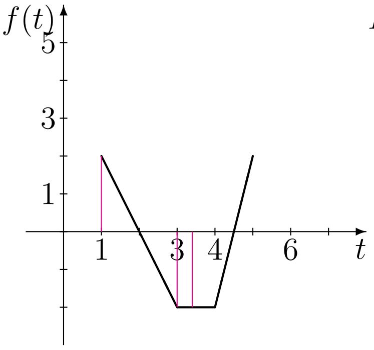
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

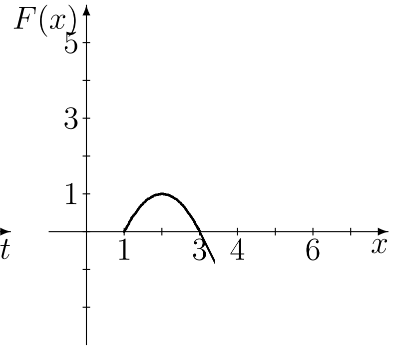
При $3<x<4$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt =$

$=\int_1^3 (4-2t)\,dt + \int_3^x (-2)\,dt =$

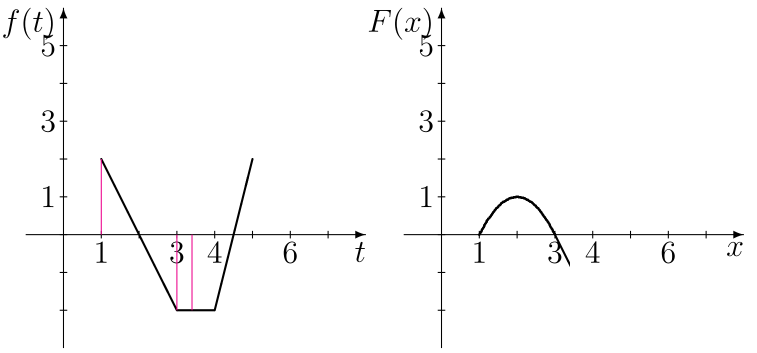
$=0+$





XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$*, то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$*, причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

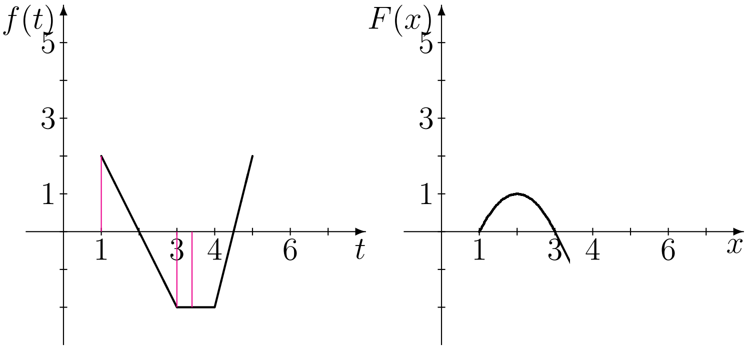


Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $3<x<4$ имеем
$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt =$
$=\int_1^3 (4-2t)\,dt + \int_3^x(-2)\,dt =$
$=0+(-2)(x-3)=$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция f непрерывна на $[a;b]$, то $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема на $[a;b]$, причём $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt=f(x)$.*

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $3<x<4$ имеем
$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt=$
$=\int_1^3(4-2t)\,dt+\int_3^x(-2)\,dt=$
$=0+(-2)(x-3)=6-2x$.



XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

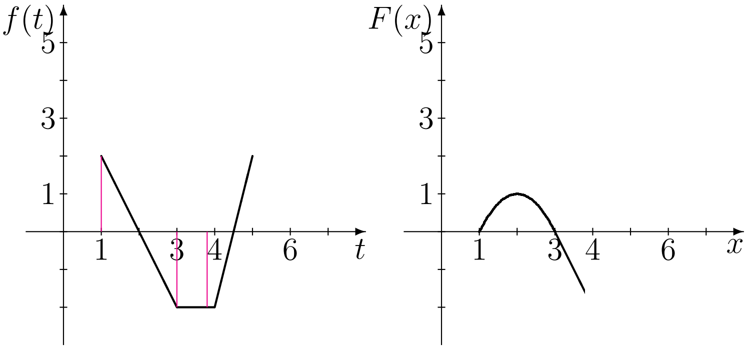
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

При $3<x<4$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt =$

$=\int_1^3 (4-2t)\,dt+\int_3^x(-2)\,dt=$

$=0+(-2)(x-3)=6-2x.$



XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция f непрерывна на $[a;b]$, то $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема на $[a;b]$, причём $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.*

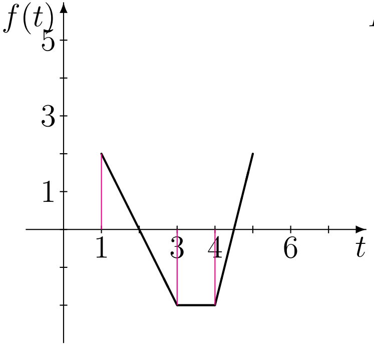
Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

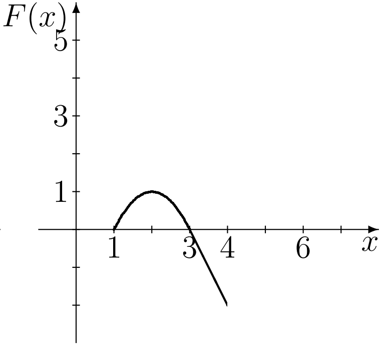
При $3<x<4$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt =$

$= \int_1^3 (4-2t)\,dt + \int_3^x (-2)\,dt =$

$= 0+(-2)(x-3) = 6-2x.$





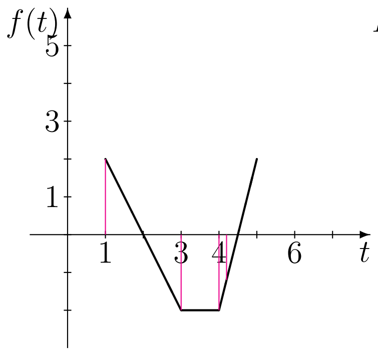
XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

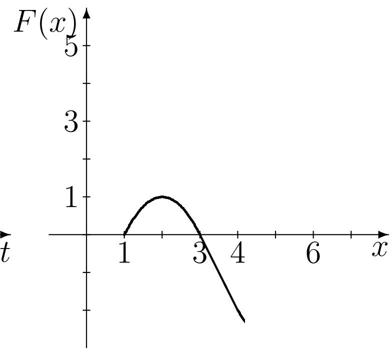
Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt=f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

При $4<x\leqslant 5$ имеем

$F(x)=$





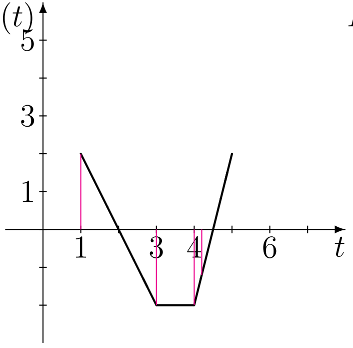
XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

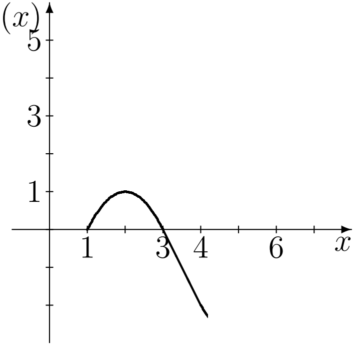
Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

При $4 < x \leqslant 5$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt =$





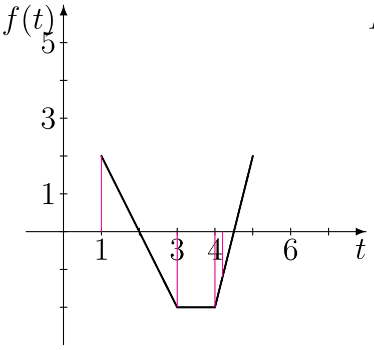
XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

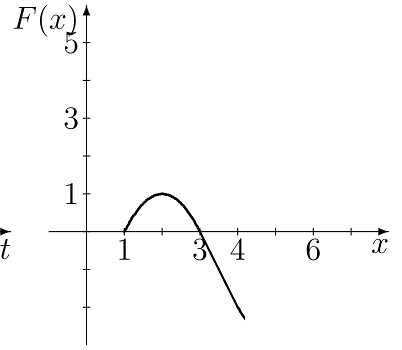
Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$.

При $4 < x \leqslant 5$ имеем

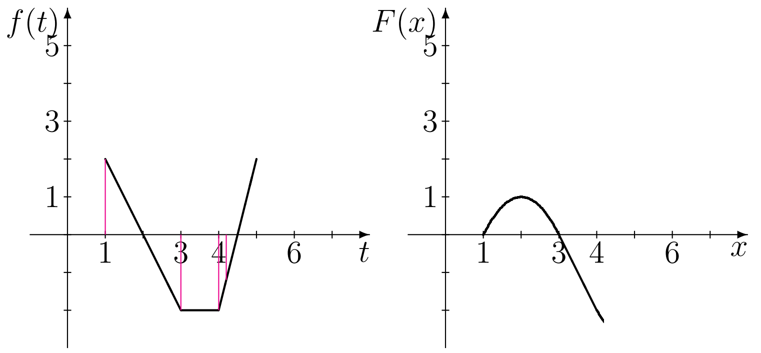
$$F(x) = \int_1^x f(t)\,dt =$$
$$= \int_1^3 (4-2t)\,dt + \int_3^4 (-2)dt +$$
$$+ \int_4^x (4t-18)dt =$$





XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.



Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.
При $4 < x \leqslant 5$ имеем
$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt =$
$= \int_1^3 (4-2t)\,dt + \int_3^4 (-2)dt+$
$+\int_4^x (4t-18)dt =$

$= 0 - 2 -$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

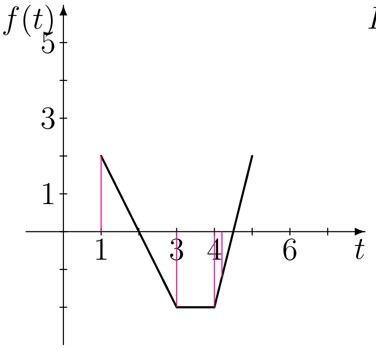
При $4<x\leqslant 5$ имеем

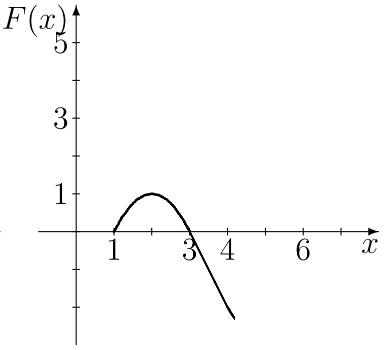
$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt=$

$=\int_1^3(4-2t)\,dt+\int_3^4(-2)dt+$

$+\int_4^x(4t-18)dt=$

$=0-2-(x-4)\cdot$

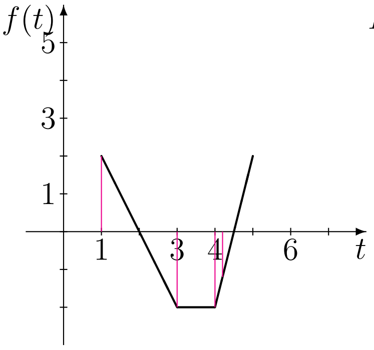


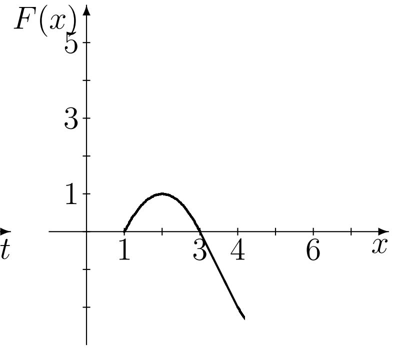


XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция f непрерывна на $[a;b]$, то $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема на $[a;b]$, причём $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.*

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.





При $4<x\leqslant 5$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt =$

$=\int_1^3 (4-2t)\,dt+\int_3^4(-2)dt+$

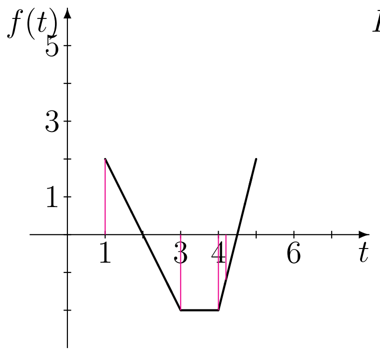
$+\int_4^x (4t-18)dt=$

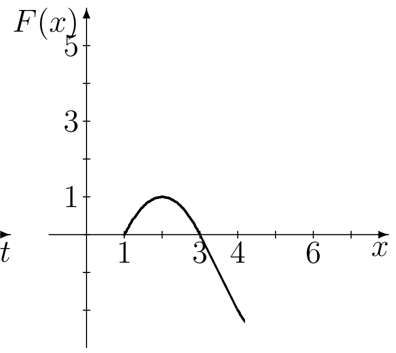
$=0-2-(x-4)\cdot\dfrac{2-(4x-18)}{2}=$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.





При $4<x\leqslant 5$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt =$

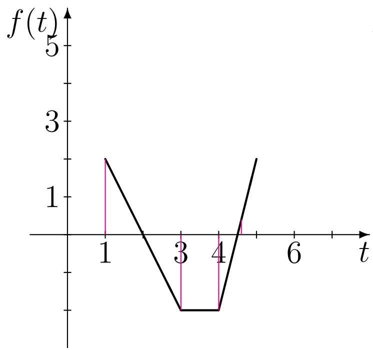
$= \int_1^3 (4-2t)\,dt + \int_3^4 (-2)dt +$

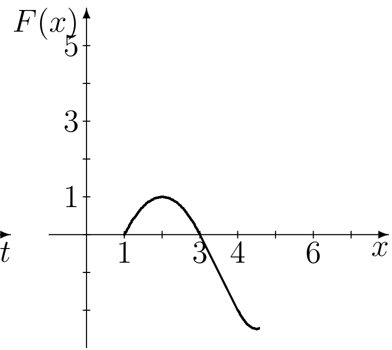
$+\int_4^x (4t-18)dt =$

$= 0-2-(x-4)\cdot\dfrac{2-(4x-18)}{2} = 2x^2-18x+38.$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.





Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.

При $4<x\leqslant 5$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt=$

$=\int_1^3(4-2t)\,dt+\int_3^4(-2)dt+$

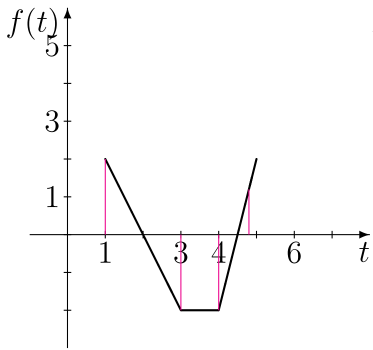
$+\int_4^x(4t-18)dt=$

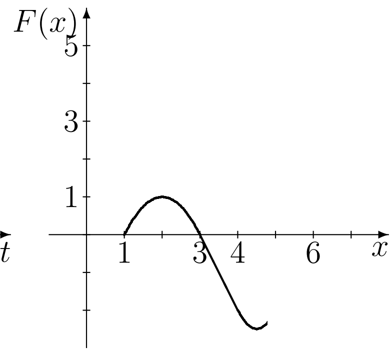
$=0-2-(x-4)\cdot\dfrac{2-(4x-18)}{2}=2x^2-18x+38.$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.





При $4<x\leqslant 5$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt =$

$=\int_1^3(4-2t)\,dt+\int_3^4(-2)dt+$

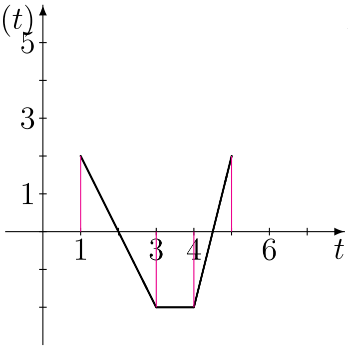
$+\int_4^x(4t-18)dt=$

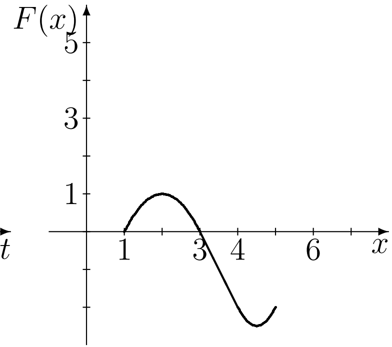
$$=0-2-(x-4)\cdot\frac{2-(4x-18)}{2}=2x^2-18x+38.$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция f непрерывна на $[a;b]$, то $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема на $[a;b]$, причём $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.*

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$.





При $4<x\leqslant 5$ имеем

$F(x)=\int_1^x f(t)\,dt =$

$=\int_1^3 (4-2t)\,dt+\int_3^4(-2)dt+$

$+\int_4^x(4t-18)dt=$

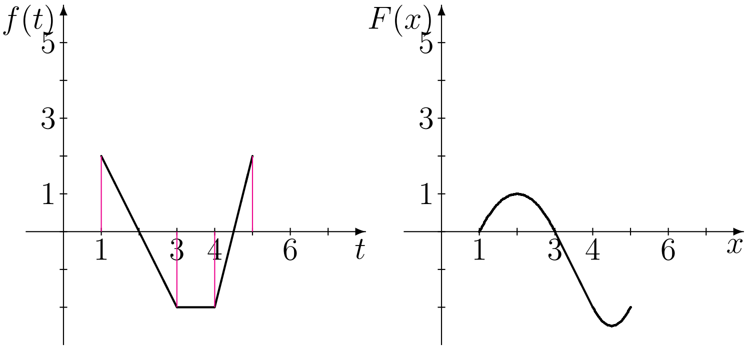
$$= 0-2-(x-4)\cdot\frac{2-(4x-18)}{2} = 2x^2-18x+38.$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция f непрерывна на $[a;b]$, то $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема на $[a;b]$, причём*

$$\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt=f(x).$$

Изображён график функции f. Построим график функции $F(x)=\int_1^x f(t)\,dt$. Таким образом, визуально подтверждена гладкость графика функции $F(x)=\int\limits_1^x f(t)\,dt$.



Осталось провести корректное доказательство.

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a; b]$, *то* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a; b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Доказательство.

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a; b]$, *то* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a; b]$, *причём* $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Доказательство.

По определению производной нам надо доказать, что

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Доказательство.

По определению производной нам надо доказать, что

$$\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt =$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Доказательство.

По определению производной нам надо доказать, что

$$\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\int\limits_a^{x+\Delta x} f(t)\,dt - \int\limits_a^x f(t)\,dt}{\Delta x} =$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция f непрерывна на $[a;b]$, то $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема на $[a;b]$, причём $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.*

Доказательство.

По определению производной нам надо доказать, что

$$\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\int\limits_a^{x+\Delta x} f(t)\,dt - \int\limits_a^x f(t)\,dt}{\Delta x} = f(x). \qquad (55)$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt = f(x)$.

По определению производной нам надо доказать, что

$$\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\int\limits_a^{x+\Delta x} f(t)\,dt - \int\limits_a^x f(t)\,dt}{\Delta x} = f(x). \qquad (55)$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt = f(x)$.

По **свойству аддитивности интеграла** и теореме **о среднем значении** имеем для некоторого $c \in [x, x+\Delta x]$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция f непрерывна на $[a;b]$, то $F(x) = \int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема на $[a;b]$, причём $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.*

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \dfrac{1}{\Delta x}\displaystyle\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt = f(x)$.

По **свойству аддитивности интеграла** и теореме **о среднем значении** имеем для некоторого $c \in [x, x+\Delta x]$

$$\left|\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt - f(x)\right| =$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$*, то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$*, причём* $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt=f(x)$.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt=f(x)$.

По **свойству аддитивности интеграла** и теореме **о среднем значении** имеем для некоторого $c\in[x,x+\Delta x]$

$$\left|\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt-f(x)\right|=\lim_{\Delta x\to 0}\left|\frac{1}{\Delta x}\cdot f(c)\,(x+\Delta x-x)-f(x)\right|=$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция f непрерывна на $[a;b]$, то $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема на $[a;b]$, причём $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.*

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt = f(x)$.

По **свойству аддитивности интеграла** и теореме **о среднем значении** имеем для некоторого $c\in[x,x+\Delta x]$

$$\left|\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt - f(x)\right| = \lim_{\Delta x\to 0}\left|\frac{1}{\Delta x}\cdot f(c)\,(x+\Delta x-x)-f(x)\right| =$$
$$= \lim_{\Delta x\to 0}|f(c)-f(x)| =$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция f непрерывна на $[a;b]$, то $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ дифференцируема на $[a;b]$, причём $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.*

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt = f(x)$.

По **свойству аддитивности интеграла** и теореме **о среднем значении** имеем для некоторого $c\in[x,x+\Delta x]$

$$\left|\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt - f(x)\right| = \lim_{\Delta x\to 0}\left|\frac{1}{\Delta x}\cdot f(c)\,(x+\Delta x - x) - f(x)\right| =$$
$$= \lim_{\Delta x\to 0}|f(c)-f(x)| = 0.$$

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\frac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt = f(x)$.

По **свойству аддитивности интеграла** и теореме **о среднем значении** имеем для некоторого $c\in[x,x+\Delta x]$

$$\left|\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt - f(x)\right| = \lim_{\Delta x\to 0}\left|\frac{1}{\Delta x}\cdot f(c)\,(x+\Delta x-x) - f(x)\right| =$$
$$= \lim_{\Delta x\to 0}|f(c)-f(x)| = 0.$$

Следовательно, **равенство (55)** выполняется.

XIII.2. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом

Теорема 42. *Если функция* f *непрерывна на* $[a;b]$, *то* $F(x)=\int\limits_a^x f(t)\,dt$ *дифференцируема на* $[a;b]$, *причём* $\dfrac{d}{dx}\int\limits_a^x f(t)\,dt = f(x)$.

Доказательство. Требуется: $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{1}{\Delta x}\displaystyle\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt = f(x)$.

По **свойству аддитивности интеграла** и теореме **о среднем значении** имеем для некоторого $c\in[x,x+\Delta x]$

$$\left|\frac{1}{\Delta x}\int_x^{x+\Delta x} f(t)\,dt - f(x)\right| = \lim_{\Delta x\to 0}\left|\frac{1}{\Delta x}\cdot f(c)\,(x+\Delta x - x) - f(x)\right| =$$
$$= \lim_{\Delta x\to 0}|f(c)-f(x)| = 0.$$

Следовательно, **равенство (55)** выполняется.

Теорема доказана.

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Теорема 43. *Если $f(x)$ — непрерывна и $F(x)$ — произвольная первообразная функции $f(x)$ на $[a, b]$, то*

$$F(b) - F(a) = \int\limits_a^b f(x)\,dx. \tag{56}$$

Последняя формула называется **формулой Ньютона-Лейбница**.

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Теорема 43. *Если $f(x)$ — непрерывна и $F(x)$ — произвольная первообразная функции $f(x)$ на $[a,b]$, то*

$$F(b) - F(a) = \int\limits_a^b f(x)\,dx. \tag{56}$$

Последняя формула называется **формулой Ньютона-Лейбница**.

Доказательство. По **теореме о производной интеграла с переменным верхним пределом** функция $\Phi(y) = \int\limits_a^y f(x)\,dx$ является первообразной функции f на отрезке $[a;b]$.

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Теорема 43. *Если $f(x)$ — непрерывна и $F(x)$ — произвольная первообразная функции $f(x)$ на $[a, b]$, то*

$$F(b) - F(a) = \int\limits_a^b f(x)\, dx. \tag{56}$$

Последняя формула называется **формулой Ньютона-Лейбница***.*

Доказательство. По теореме о множестве первообразных непрерывной функции $F(y) = \Phi(y) + C = \int\limits_a^y f(x)\, dx + C$ для некоторого числа C.

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Доказательство. По теореме о множестве первообразных непрерывной функции $F(y) = \Phi(y) + C = \int\limits_a^y f(x)\,dx + C$ для некоторого числа C.

При $y = a$ получаем

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Доказательство. По теореме о множестве первообразных непрерывной функции $F(y) = \Phi(y) + C = \int\limits_a^y f(x)\,dx + C$ для некоторого числа C.

При $y = a$ получаем

$$F(a) = \Phi(a) + C =$$

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Доказательство. По теореме о множестве первообразных непрерывной функции $F(y) = \Phi(y) + C = \int\limits_a^y f(x)\,dx + C$ для некоторого числа C.

При $y = a$ получаем

$$F(a) = \Phi(a) + C = \int\limits_a^a f(x)\,dx + C =$$

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Доказательство. По теореме о множестве первообразных непрерывной функции $F(y) = \Phi(y) + C = \int\limits_a^y f(x)\,dx + C$ для некоторого числа C.

При $y = a$ получаем

$$F(a) = \Phi(a) + C = \int\limits_a^a f(x)\,dx + C = C.$$

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Доказательство. По теореме о множестве первообразных непрерывной функции $F(y) = \Phi(y) + C = \int\limits_a^y f(x)\,dx + C$ для некоторого числа C.

При $y = a$ получаем

$$F(a) = \Phi(a) + C = \int\limits_a^a f(x)\,dx + C = C.$$

Значит, $\Phi(y) = F(y) - F(a)$.

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Доказательство. Доказали, что для первообразной F функции f имеем

$$\Phi(y) = \int\limits_a^y f(x)\,dx = F(y) - F(a).$$

При $y = b$ получаем требуемое равенство

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Доказательство. Доказали, что для первообразной F функции f имеем

$$\Phi(y) = \int\limits_a^y f(x)\,dx = F(y) - F(a).$$

При $y = b$ получаем требуемое равенство

$$F(b) - F(a) = \Phi(b) = \int\limits_a^b f(x)\,dx.$$

Теорема доказана.

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Теорема 43. *Если $f(x)$ — непрерывна и $F(x)$ — произвольная первообразная функции $f(x)$ на $[a, b]$, то*

$$F(b) - F(a) = \int\limits_a^b f(x)\,dx. \tag{56}$$

Последняя формула называется **формулой Ньютона-Лейбница**.

Обычно используется обозначение $F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b$. Таким образом, формулу Ньютона-Лейбница можно представить в виде

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

XIV. Формула Ньютона-Лейбница

Теорема 43. *Если* $f(x)$ *— непрерывна и* $F(x)$ *— произвольная первообразная функции* $f(x)$ *на* $[a, b]$*, то*

$$F(b) - F(a) = \int\limits_a^b f(x)\,dx. \tag{56}$$

Последняя формула называется **формулой Ньютона-Лейбница**.

Если функция F зависит от нескольких переменных, то иногда в этом обозначении указывают, какая из переменных принимает значение верхнего и нижнего пределов интегрирования, например

$$F(x, y, z)\Big|_{y=a}^{y=b} = F(x, b, z) - F(x, a, z).$$

XV. Методы вычисления определенного интеграла

Формула Ньютона-Лейбница устанавливает чрезвычайно важную связь между неопределенными и определенными интегралами. Она позволяет применить богатый «арсенал» средств, применяемых для вычисления первообразной функции, применить к вычислению определенных интегралов. При этом эти средства для новой области применения нужно лишь слегка «модернизировать», чем мы сейчас и займемся. Рассматривая под этим углом зрения **рекомендации по вычислению неопределенного интеграла**, можно заметить, что нам необходимо лишь выяснить, как изменятся для применения к определенным интегралам два важнейших «инструмента» интегрирования: замена переменной и интегрирование «по частям».

XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

Одним из наиболее эффективных методов интегрирования является метод замены переменной.

XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx =$$

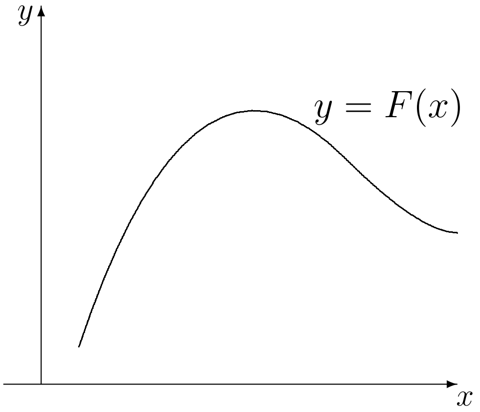
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b \,dy =$$

XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$

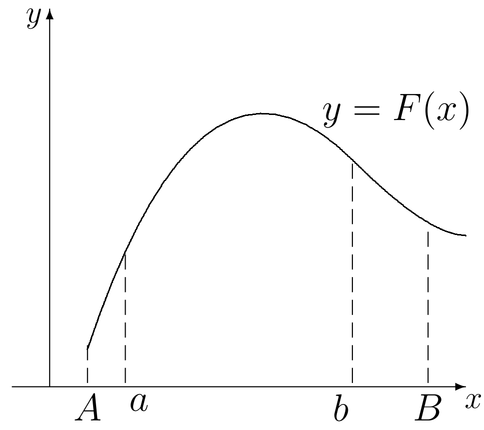
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение



$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$

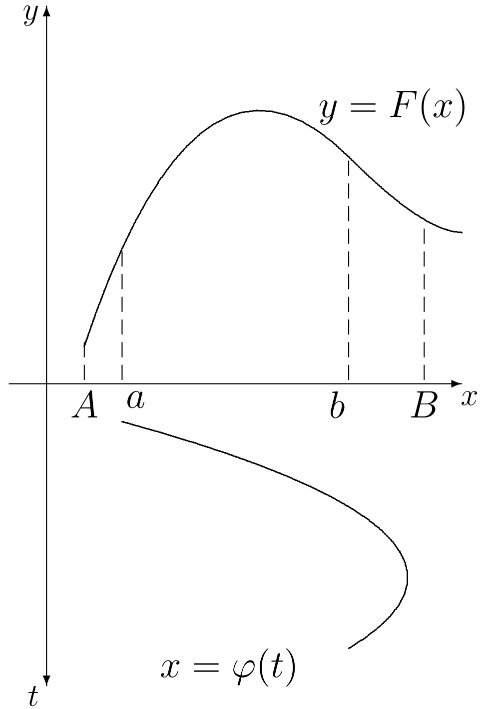
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b dy = \int\limits_a^b dF(x) =$$



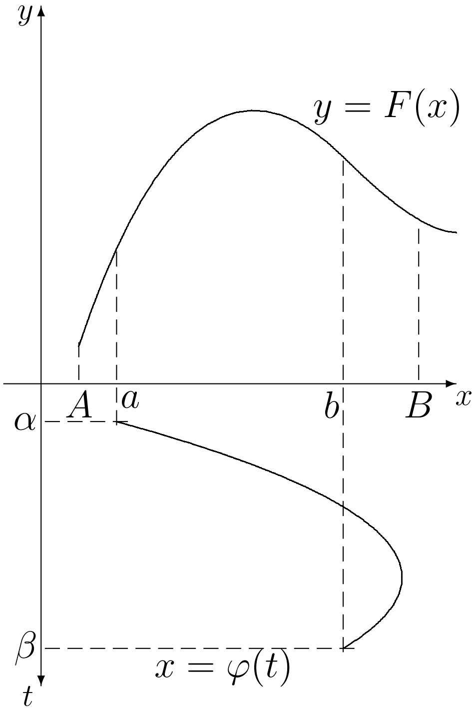
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b dy = \int\limits_a^b dF(x) =$$



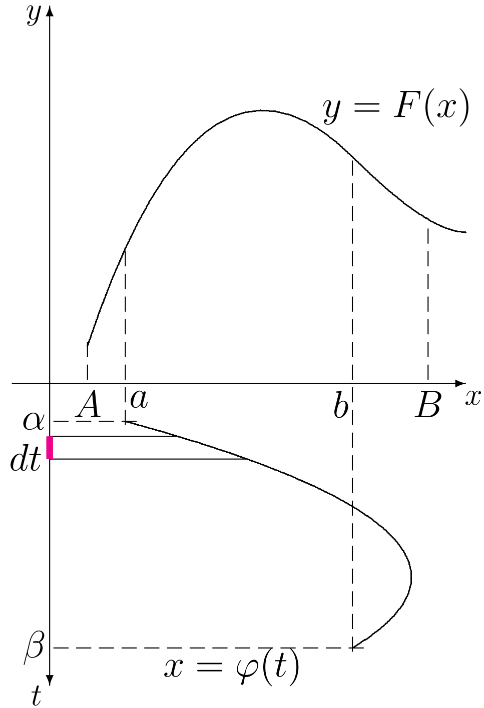
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$



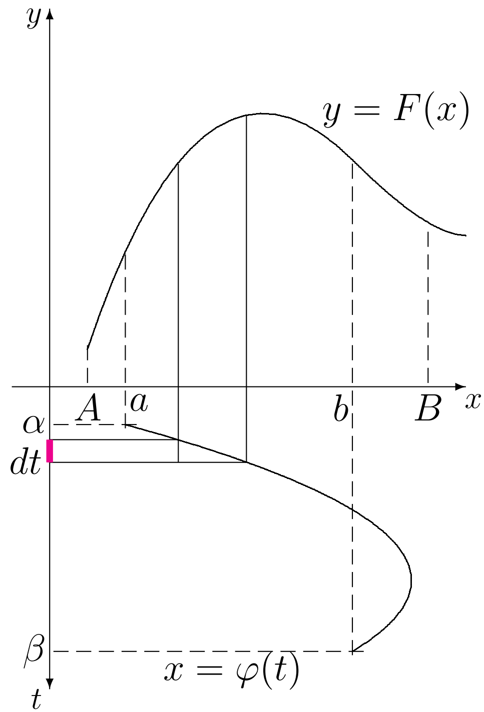
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$



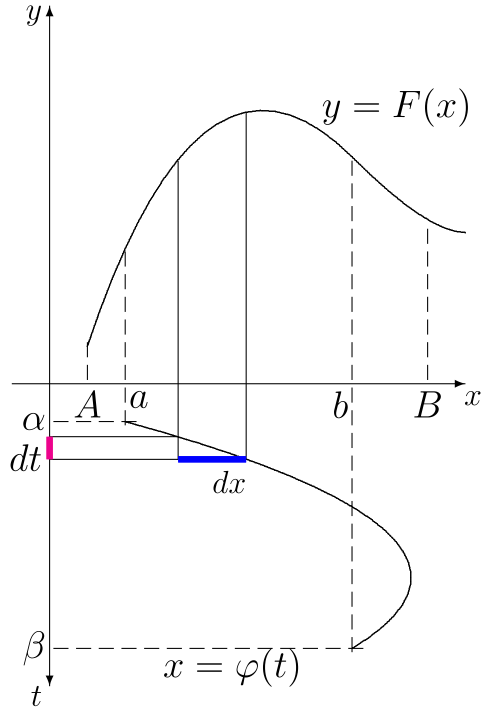
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b dy = \int\limits_a^b dF(x) =$$



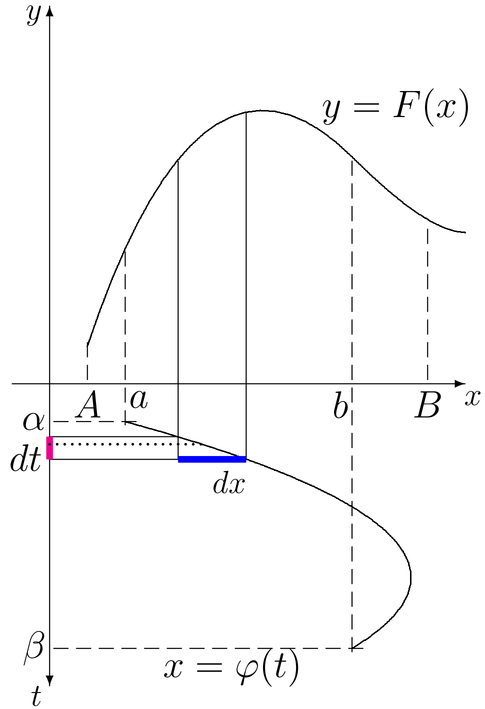
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b dy = \int\limits_a^b dF(x) =$$



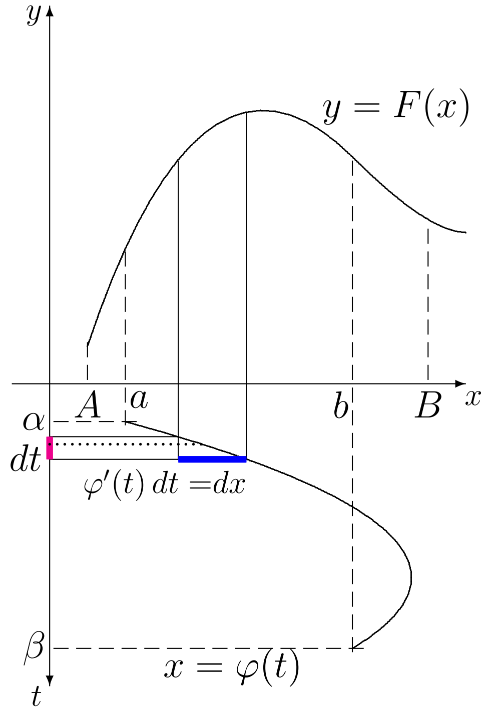
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$



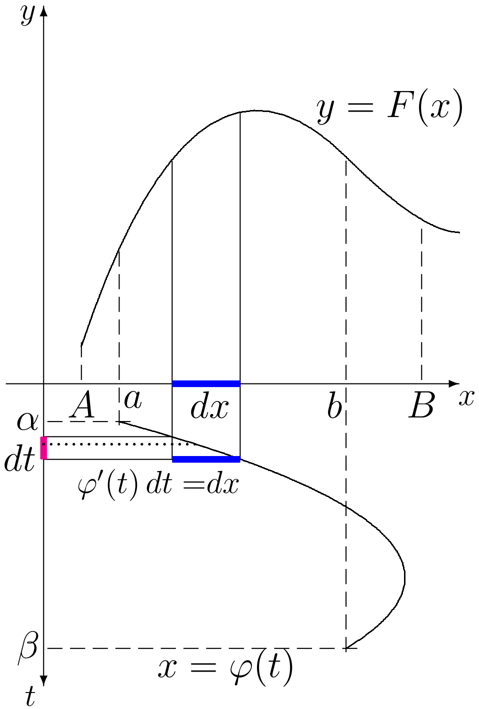
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$



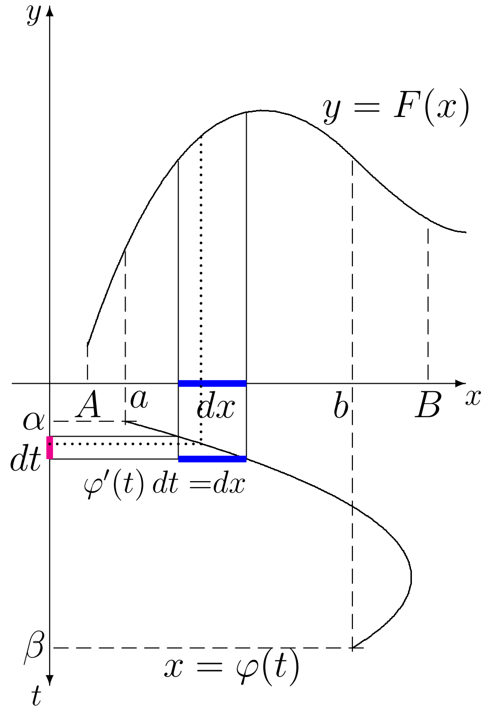
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$



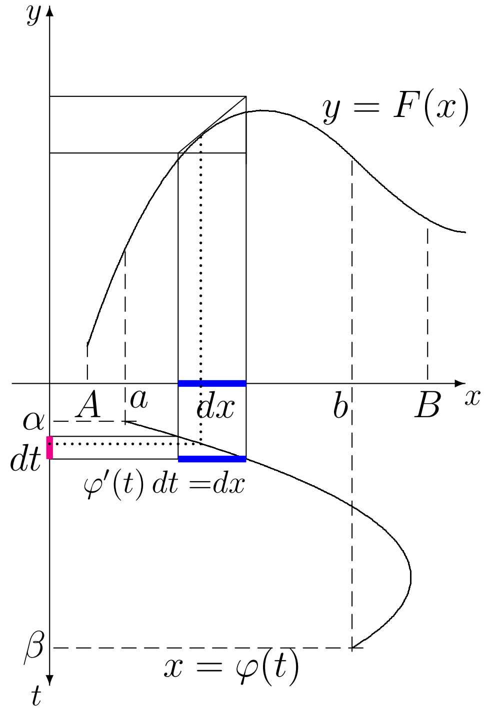
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$



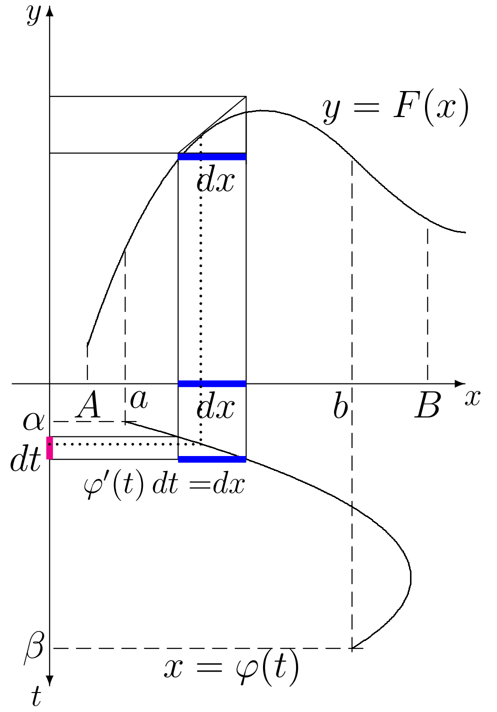
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$



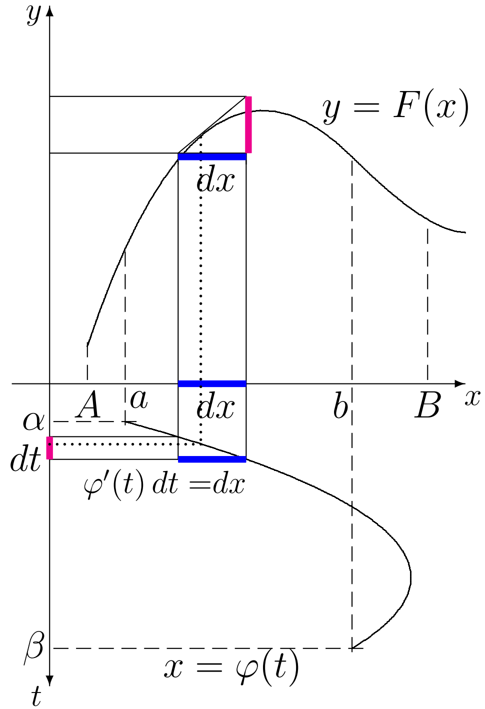
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b dy = \int\limits_a^b dF(x) =$$



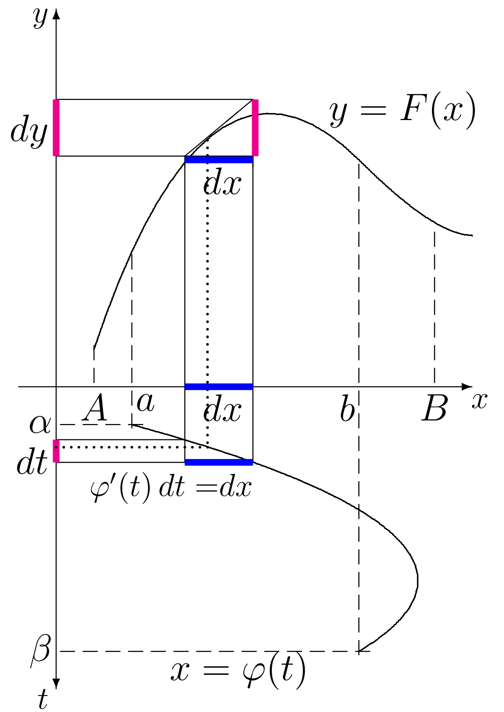
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$



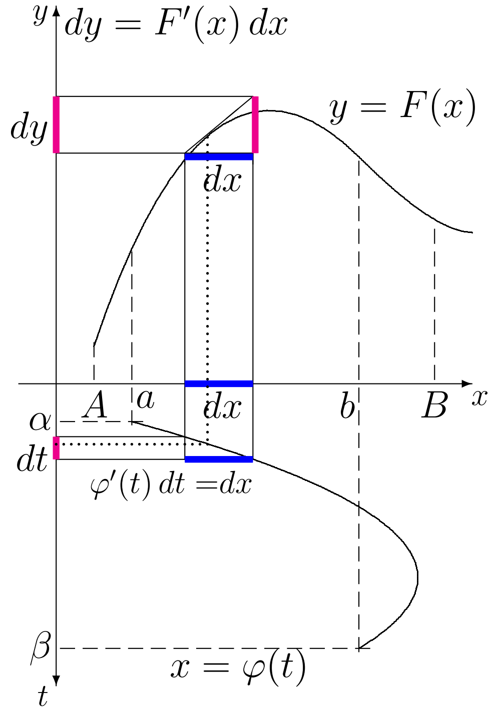
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$



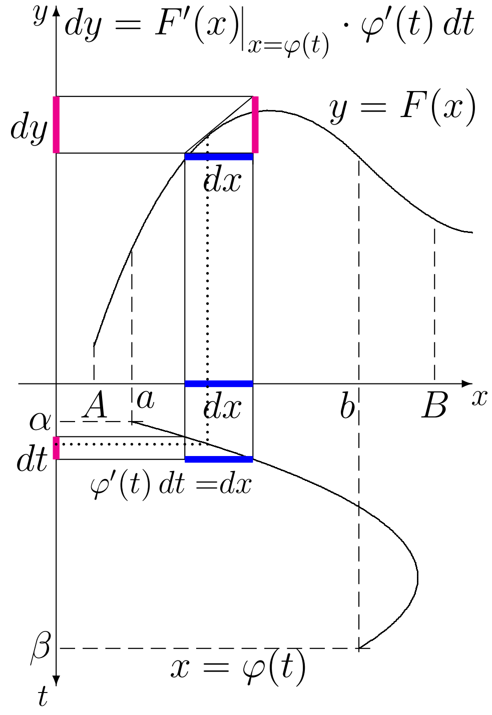
XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$



XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

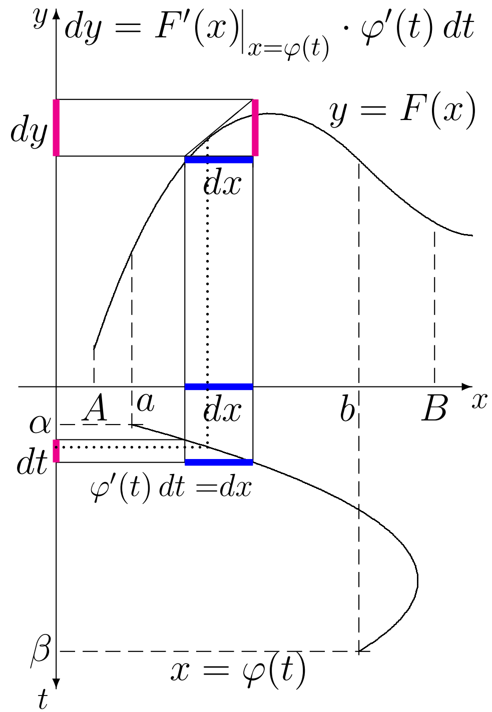
$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b dy = \int_a^b dF(x) =$$



XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b dy = \int\limits_a^b dF(x) =$$

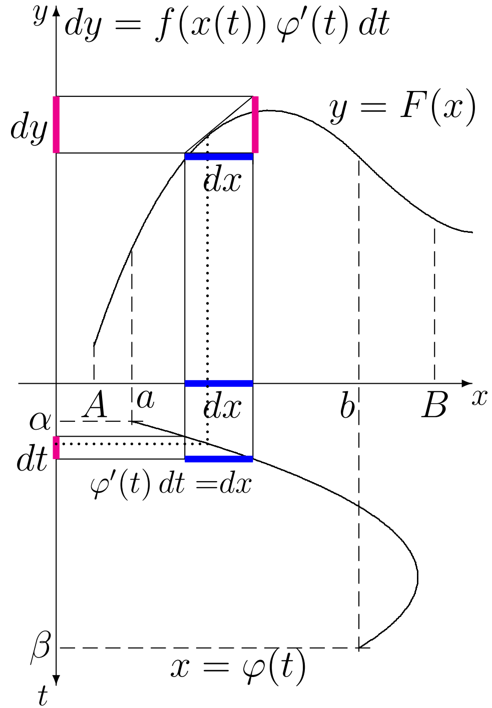
$$= \int\limits_\alpha^\beta F'(x)\big|_{x=\varphi(t)}\varphi'(t)\,dt =$$



XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b dy = \int\limits_a^b dF(x) =$$

$$= \int\limits_\alpha^\beta F'(x)\big|_{x=\varphi(t)}\varphi'(t)\,dt =$$

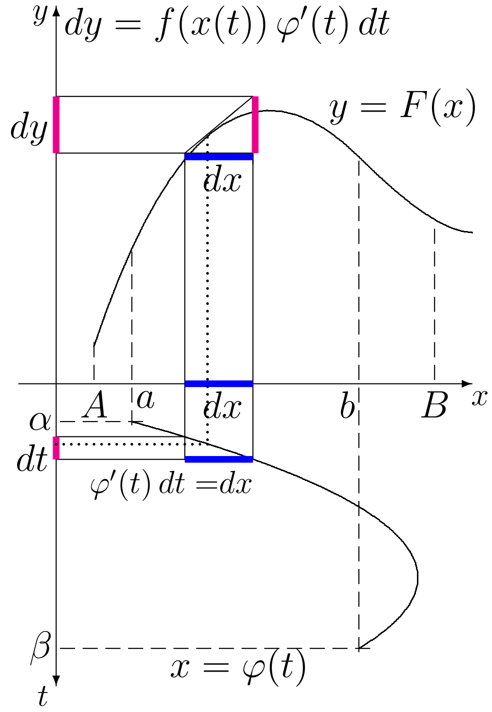


XV.1. Теорема о замене переменной в определённом интеграле: введение

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_a^b dy = \int\limits_a^b dF(x) =$$

$$= \int\limits_\alpha^\beta F'(x)\big|_{x=\varphi(t)}\varphi'(t)\,dt =$$

$$= \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt.$$



XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$*, причем:*

- $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$*;*
- *для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$*;*
- $\varphi(\alpha) = a$*,* $\varphi(\beta) = b$*, причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$*.*

Тогда $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt.$

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем:* *1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Доказательство. Надо доказать равенство.

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем:* *1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Доказательство. Надо **доказать равенство**.

Применяется три способа доказательства равенства $L = R$:

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем: 1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Доказательство. Надо **доказать равенство**.

Применяется три способа доказательства равенства $L = R$:

1) метод алгебраических преобразований;

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем:* *1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt.$

Доказательство. Надо доказать равенство.

Применяется три способа доказательства равенства $L = R$:

1) метод алгебраических преобразований;

2) доказательство двух неравенств $L \leqslant R$ и $L \geqslant R$;

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем:* *1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Доказательство. Надо доказать равенство.

Применяется три способа доказательства равенства $L = R$:

1) метод алгебраических преобразований;

2) доказательство двух неравенств $L \leqslant R$ и $L \geqslant R$;

3) метод «от противного».

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем: 1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Доказательство. Надо доказать равенство.

Применяется три способа доказательства равенства $L = R$:

1) метод алгебраических преобразований;

2) доказательство двух неравенств $L \leqslant R$ и $L \geqslant R$;

3) метод «от противного».

Воспользуемся методом алгебраических преобразований.

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция f непрерывна на $[A, B]$ и $x = \varphi(t)$, причем: 1) $\varphi(t)$ определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке $[\alpha, \beta]$; 2) для любого $t \in [\alpha, \beta]$ имеет место включение $\varphi(t) \in [A, B]$; 3) $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, причем $[a, b] \subseteq [A, B]$. Тогда $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.*

Доказательство. Надо доказать равенство.
Пусть L и R — левая и, соответственно, правая части доказываемого равенства.

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем:* *1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Доказательство. Надо доказать равенство.

Пусть L и R — левая и, соответственно, правая части доказываемого равенства.

Обозначим через F какую-либо первообразную функции f, и через Φ функцию, определенную формулой $\Phi(t) = F(\varphi(t))$.

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем:* *1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Доказательство. Надо доказать равенство.

По **формуле Ньютона-Лейбница**, получаем

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем:* *1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Доказательство. Надо **доказать равенство**.

По **формуле Ньютона-Лейбница**, получаем

$\int\limits_a^b f(x)\,dx =$

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция f непрерывна на $[A, B]$ и $x = \varphi(t)$, причем:* *1) $\varphi(t)$ определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке $[\alpha, \beta]$;* *2) для любого $t \in [\alpha, \beta]$ имеет место включение $\varphi(t) \in [A, B]$;* *3) $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, причем $[a, b] \subseteq [A, B]$. Тогда $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.*

Доказательство. Надо доказать равенство.

По **формуле Ньютона-Лейбница**, получаем

$\int\limits_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем:* *1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Доказательство. Надо доказать равенство.

По **формуле Ньютона-Лейбница**, получаем

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) \qquad = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt.$$

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция f непрерывна на $[A, B]$ и $x = \varphi(t)$, причем: 1) $\varphi(t)$ определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке $[\alpha, \beta]$; 2) для любого $t \in [\alpha, \beta]$ имеет место включение $\varphi(t) \in [A, B]$; 3) $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, причем $[a, b] \subseteq [A, B]$. Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Доказательство. Надо доказать равенство.

По **формуле Ньютона-Лейбница**, получаем

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) \qquad = \Phi(\beta) - \Phi(\alpha) = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt.$$

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A,B]$ *и* $x=\varphi(t)$, *причем: 1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha,\beta]$*; 2) для любого* $t\in[\alpha,\beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t)\in[A,B]$*; 3)* $\varphi(\alpha)=a$, $\varphi(\beta)=b$, *причем* $[a,b]\subseteq[A,B]$*. Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx=\int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Доказательство. Надо **доказать равенство**.

По **формуле Ньютона-Лейбница**, получаем

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = F(b)-F(a) \qquad F(\varphi(\beta))-F(\varphi(\alpha)) = \Phi(\beta)-\Phi(\alpha) = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt.$$

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$*, причем:* *1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$*;* *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$*;* *3)* $\varphi(\alpha) = a$*,* $\varphi(\beta) = b$*, причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$*. Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$*.*

Доказательство. Надо доказать равенство.

По **формуле Ньютона-Лейбница**, получаем

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) = F(\varphi(\beta)) - F(\varphi(\alpha)) = \Phi(\beta) - \Phi(\alpha) = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt.$$

XV.2. Теорема о замене переменной в определённом интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем:* *1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt.$

Доказательство. Надо **доказать равенство**.

По **формуле Ньютона-Лейбница**, получаем

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) = F(\varphi(\beta)) - F(\varphi(\alpha)) = \Phi(\beta) - \Phi(\alpha) = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt.$$

Теорема доказана.

XV.2. Теорема о замене переменной в определенном интеграле

Теорема 44. *Пусть функция f непрерывна на $[A, B]$ и $x = \varphi(t)$, причем: 1) $\varphi(t)$ определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке $[\alpha, \beta]$; 2) для любого $t \in [\alpha, \beta]$ имеет место включение $\varphi(t) \in [A, B]$; 3) $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, причем $[a, b] \subseteq [A, B]$. Тогда $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.*

Как и для неопределенного интеграла, замена переменной проводится с целью упростить, в некотором смысле, подынтегральное выражение. Обычно стремятся «превратить его» в дробно-рациональную функцию, процедура интегрирования которой «стандартизована».

XV.2. Теорема о замене переменной в определенном интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем:* *1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Особенность вычисления *определенного* интеграла с помощью замены переменной состоит в том, что после вычисления первообразной уже нет необходимости возвращаться к старой переменной: вся нужная информация учитывается с помощью *изменения пределов интегрирования*.

XV.2. Теорема о замене переменной в определенном интеграле

Теорема 44. *Пусть функция* f *непрерывна на* $[A, B]$ *и* $x = \varphi(t)$, *причем: 1)* $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$; *2) для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$; *3)* $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$. *Тогда* $\int\limits_{\mathbf{a}}^{\mathbf{b}} f(x)\,dx = \int\limits_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

> **Внимание!** Одна из самых частых ошибок при вычислении определенного интеграла методом замены переменной состоит в том, что <u>забывают</u> <u>изменить</u> <u>пределы</u> <u>интегрирования</u>.

XV.2. Теорема о замене переменной в определенном интеграле

Теорема 44. *Пусть функция f непрерывна на $[A, B]$ и $x = \varphi(t)$, причем:*

- $\varphi(t)$ *определена и непрерывна вместе со своей производной на отрезке* $[\alpha, \beta]$;
- *для любого* $t \in [\alpha, \beta]$ *имеет место включение* $\varphi(t) \in [A, B]$;
- $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$, *причем* $[a, b] \subseteq [A, B]$.

Тогда $\int\limits_a^b f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt$.

Рассмотреть пример?

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции* $u(x)$ *и* $v(x)$ *непрерывны на отрезке* $[a, b]$ *вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство* $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du.$

Доказательство.

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции $u(x)$ и $v(x)$ непрерывны на отрезке $[a, b]$ вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство* $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du.$

Доказательство. Обозначим какую-либо первообразную функции $v(x)u'(x)$ через φ. Тогда $u(x)v(x) - \varphi(x)$ является первообразной для функции $u(x)v'(x)$, так как

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции* $u(x)$ *и* $v(x)$ *непрерывны на отрезке* $[a,b]$ *вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство* $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du.$

Доказательство. Обозначим какую-либо первообразную функции $v(x)u'(x)$ через φ. Тогда $u(x)v(x)-\varphi(x)$ является первообразной для функции $u(x)v'(x)$, так как

$$(u(x)v(x)-\varphi(x))' =$$

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции $u(x)$ и $v(x)$ непрерывны на отрезке $[a, b]$ вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство* $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du.$

Доказательство. Обозначим какую-либо первообразную функции $v(x)u'(x)$ через φ. Тогда $u(x)v(x) - \varphi(x)$ является первообразной для функции $u(x)v'(x)$, так как

$$(u(x)v(x) - \varphi(x))' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) - v(x)u'(x) =$$

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции $u(x)$ и $v(x)$ непрерывны на отрезке $[a, b]$ вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство* $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du.$

Доказательство. Обозначим какую-либо первообразную функции $v(x)u'(x)$ через φ. Тогда $u(x)v(x) - \varphi(x)$ является первообразной для функции $u(x)v'(x)$, так как

$$(u(x)v(x) - \varphi(x))' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) - v(x)u'(x) = u(x)v'(x).$$

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции* $u(x)$ *и* $v(x)$ *непрерывны на отрезке* $[a, b]$ *вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство* $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du$.

Доказательство. Обозначим какую-либо первообразную функции $v(x)u'(x)$ через φ. Тогда $u(x)v(x) - \varphi(x)$ является первообразной для функции $u(x)v'(x)$.

Согласно **формуле Ньютона-Лейбница**, имеет место равенство

$$\int\limits_a^b v\,du =$$

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции* $u(x)$ *и* $v(x)$ *непрерывны на отрезке* $[a, b]$ *вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство* $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du$.

Доказательство. Обозначим какую-либо первообразную функции $v(x)u'(x)$ через φ. Тогда $u(x)v(x) - \varphi(x)$ является первообразной для функции $u(x)v'(x)$.

Согласно **формуле Ньютона-Лейбница**, имеет место равенство

$$\int\limits_a^b v\,du = \varphi(x)\Big|_a^b.$$

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции $u(x)$ и $v(x)$ непрерывны на отрезке $[a,b]$ вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство* $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du$.

Доказательство. Обозначим какую-либо первообразную функции $v(x)u'(x)$ через φ. Тогда $u(x)v(x) - \varphi(x)$ является первообразной для функции $u(x)v'(x)$.

$$\int\limits_a^b v\,du = \varphi(x)\Big|_a^b.$$

Таким образом, имеем

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции $u(x)$ и $v(x)$ непрерывны на отрезке $[a, b]$ вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство* $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du.$

Доказательство. Обозначим какую-либо первообразную функции $v(x)u'(x)$ через φ. Тогда $u(x)v(x) - \varphi(x)$ является первообразной для функции $u(x)v'(x)$.

$$\int\limits_a^b v\,du = \varphi(x)\Big|_a^b.$$

$$\int\limits_a^b u\,dv =$$

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции* $u(x)$ *и* $v(x)$ *непрерывны на отрезке* $[a, b]$ *вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство* $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du.$

Доказательство. Обозначим какую-либо первообразную функции $v(x)u'(x)$ через φ. Тогда $u(x)v(x) - \varphi(x)$ является первообразной для функции $u(x)v'(x)$.

$$\int\limits_a^b v\,du = \varphi(x)\Big|_a^b.$$

$$\int\limits_a^b u\,dv = (u(x)v(x) - \varphi(x))\Big|_a^b =$$

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции $u(x)$ и $v(x)$ непрерывны на отрезке $[a, b]$ вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du$.*

Доказательство. Обозначим какую-либо первообразную функции $v(x)u'(x)$ через φ. Тогда $u(x)v(x) - \varphi(x)$ является первообразной для функции $u(x)v'(x)$.

$$\int\limits_a^b v\,du = \varphi(x)\Big|_a^b.$$

$$\int\limits_a^b u\,dv = (u(x)v(x) - \varphi(x))\Big|_a^b = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du.$$

XV.3. Теорема об интегрировании «по частям»

Теорема 45. *Пусть функции $u(x)$ и $v(x)$ непрерывны на отрезке $[a, b]$ вместе со своими производными. Тогда имеет место равенство* $\int\limits_a^b u\,dv = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,du.$

Формула вычисления интеграла «по частям» сводит нахождение интеграла от функции uv' к вычислению интеграла от функции $u'v$. Поэтому, подбирая «кандидатов на роль» функции u и дифференциала dv следует стремиться к тому, чтобы вычисление интеграла $\displaystyle\int\limits_a^b v\,du$ было более простым делом, чем вычисление исходного интеграла.

Рассмотрим пример?

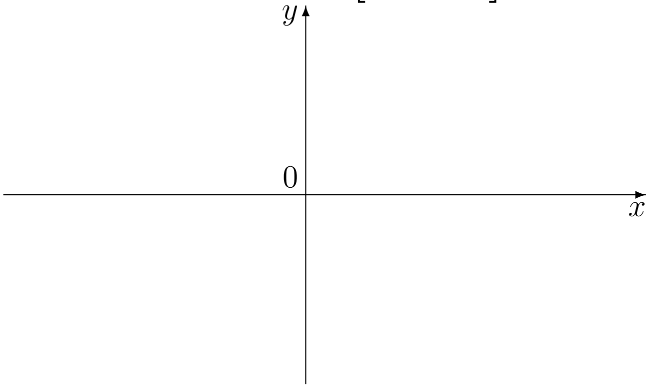
XV.4. Интеграл от чётной и нечётной функций

В некоторых случаях несколько (иногда существенно) облегчает вычисление интегралов информация об особенностях подынтегральной функции. Мы рассмотрим два самых простых результата: об интеграле по отрезку $[-a; a]$ от **чётной** и от **нечётной** функции.

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

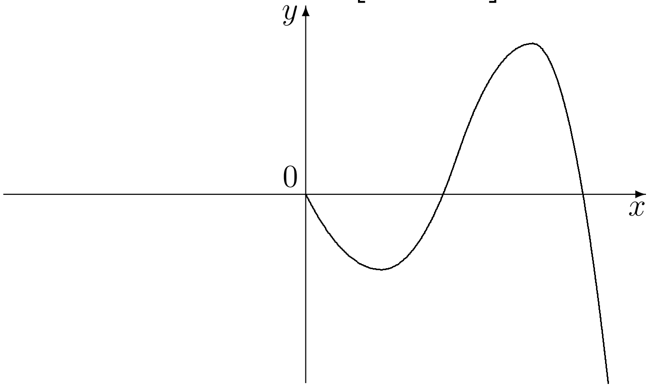
Воспользуемся симметрией графика чётной функции относительно начала координат.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$



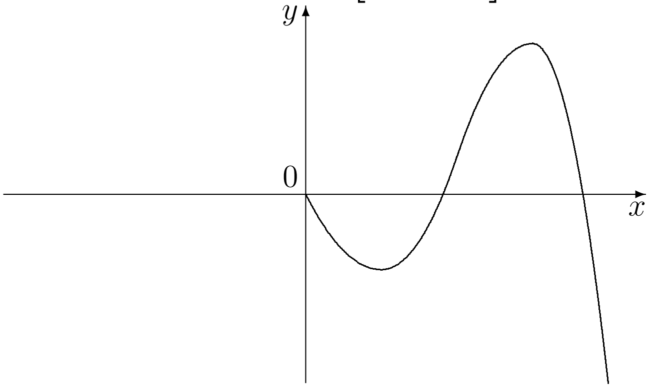
Построим график **чётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$



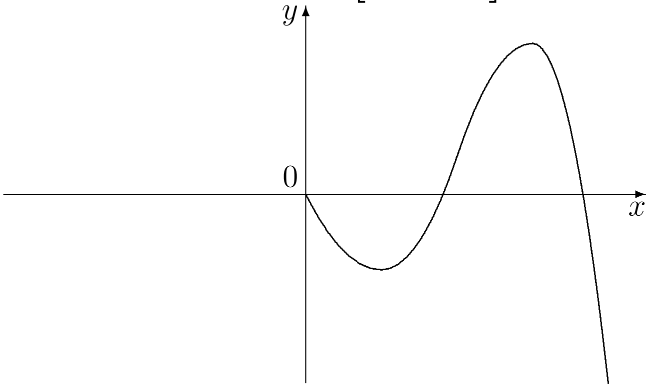
Построим график **чётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$



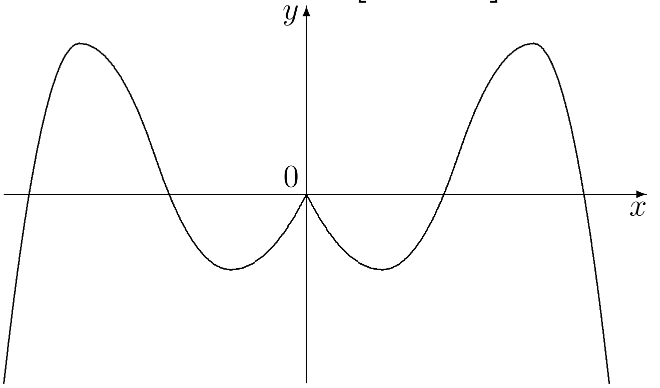
Построим график **чётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству $f(-x) =$

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$



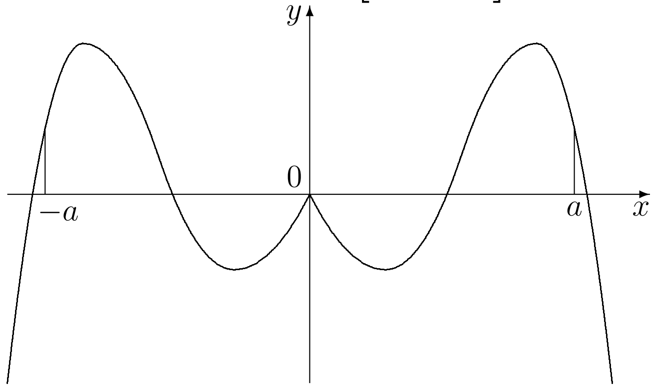
Построим график **чётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству $f(-x) = f(x)$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$



Построим график **чётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству $f(-x) = f(x)$.

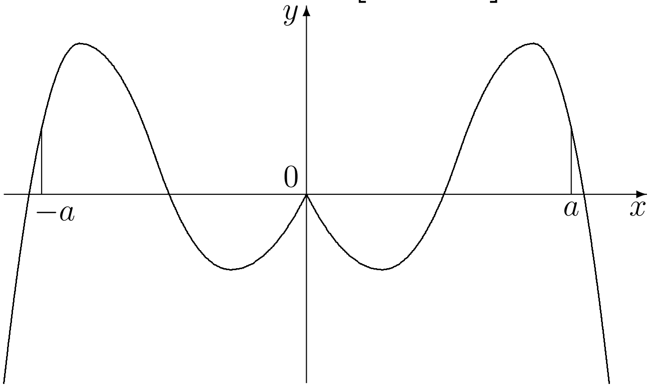
XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$



Построим график **чётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству $f(-x) = f(x)$.

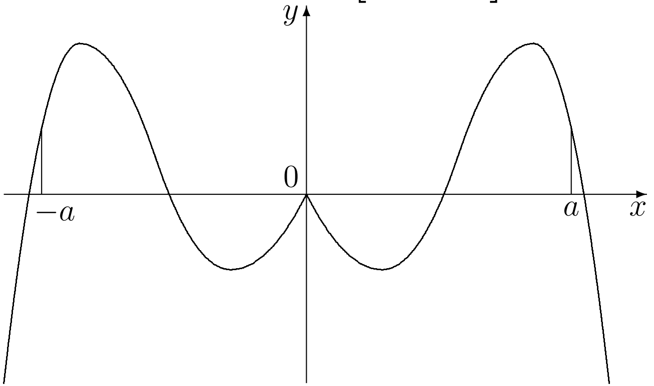
XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx =$$



XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

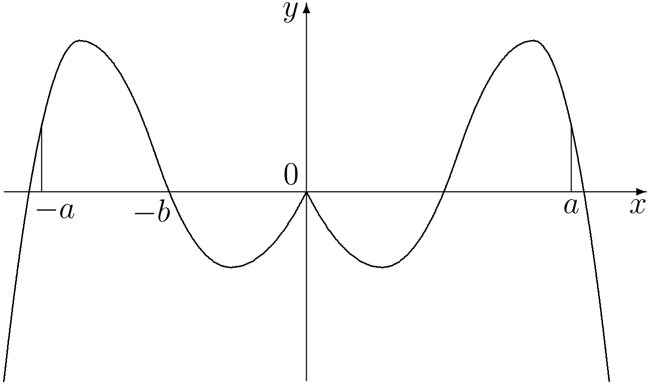
$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx =$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

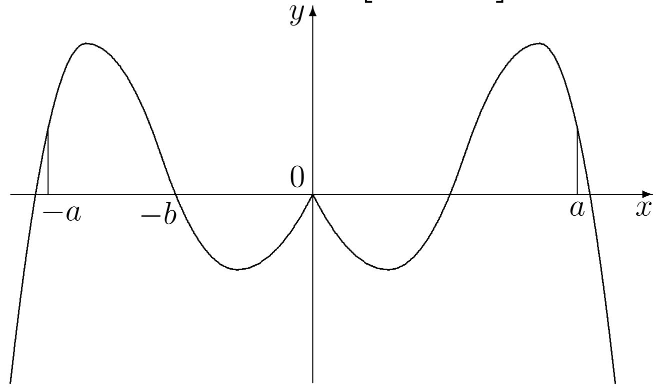
$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx =$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

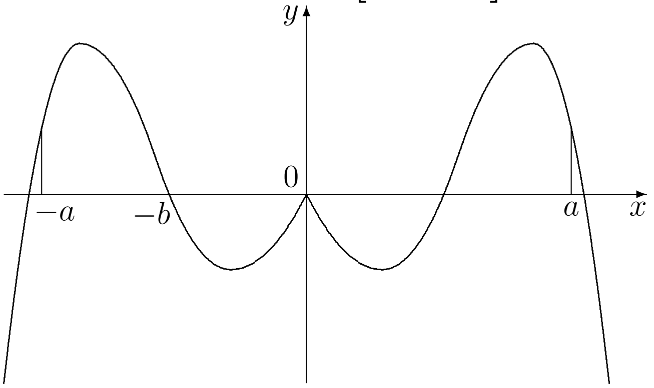
$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

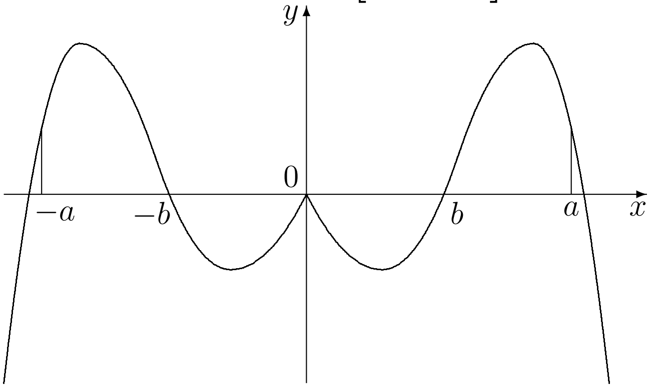
$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

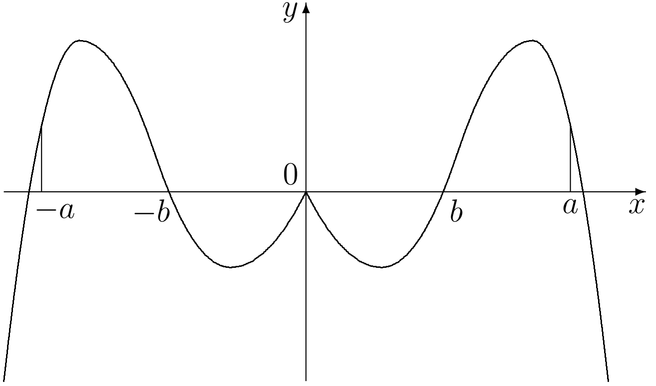


Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int_{0}^{b} f(x)\,dx +$$



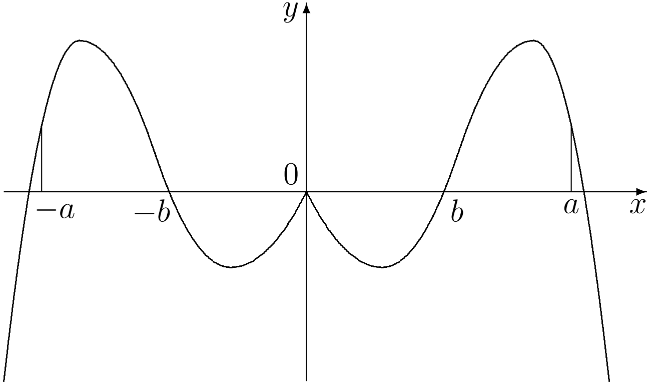
Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



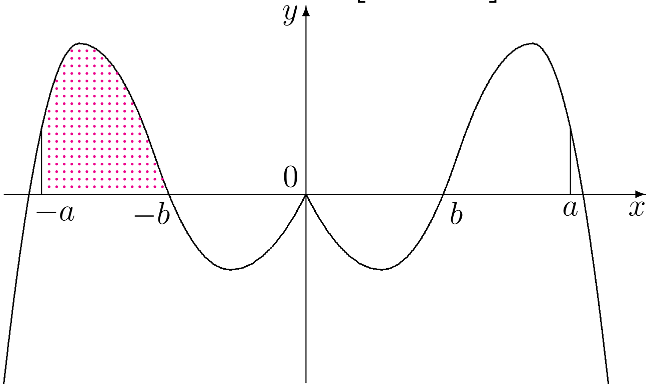
Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



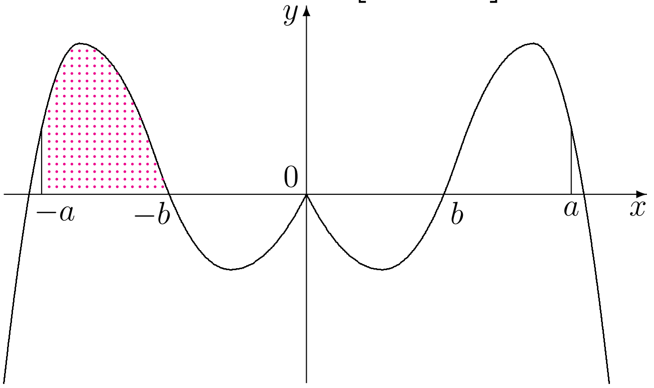
Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

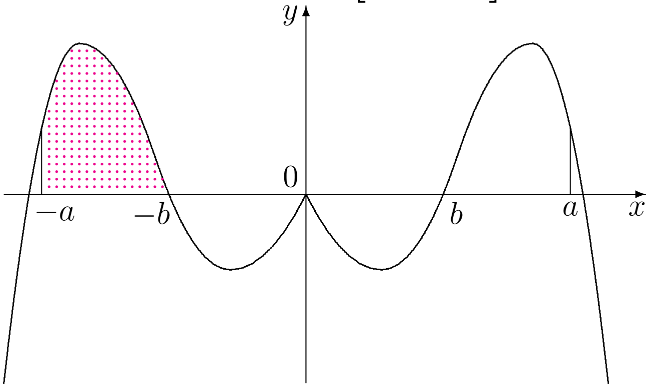
Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

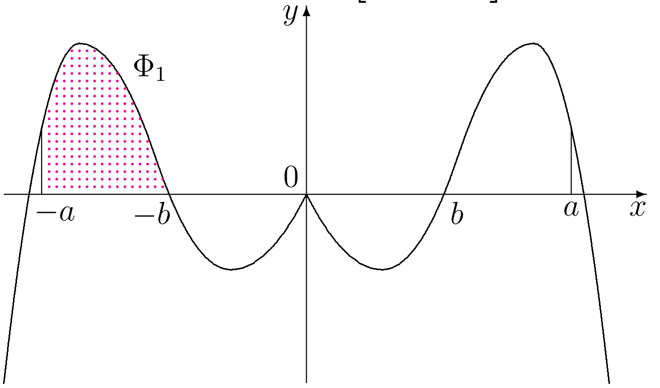
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

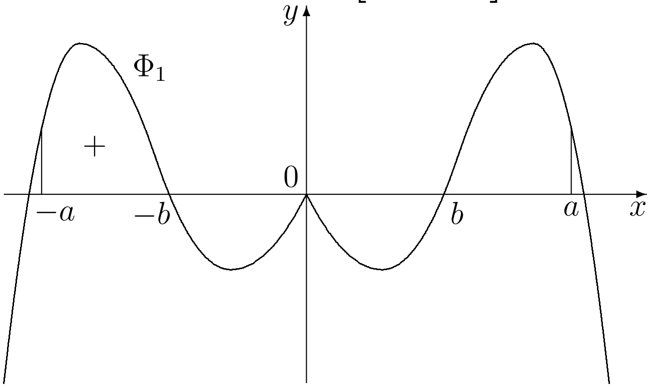
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

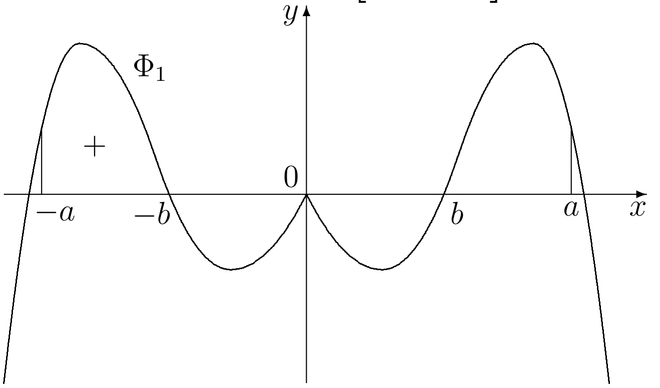
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a;a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

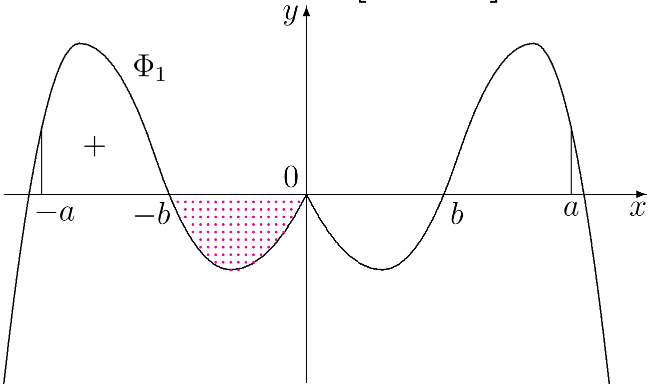
Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int_{-b}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{b} f(x)\,dx + \int_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

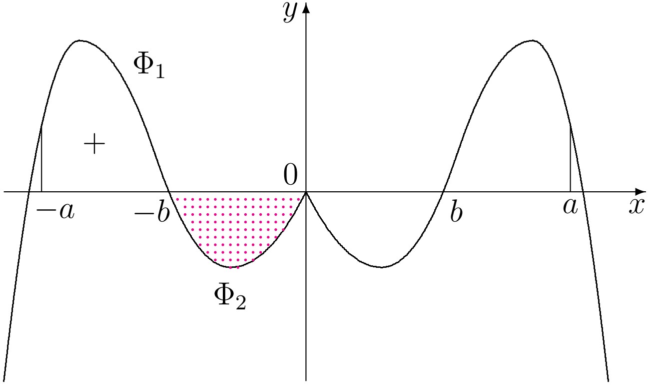
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx + $$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

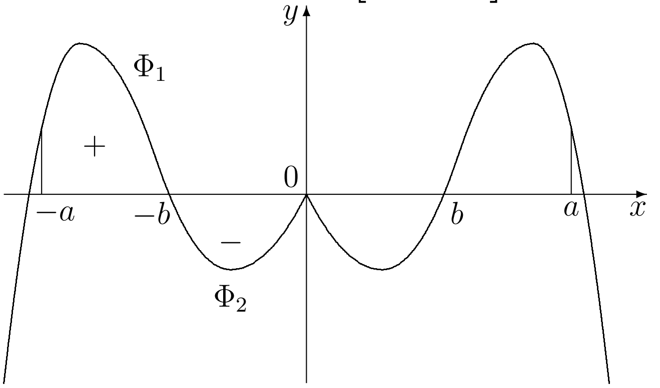
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

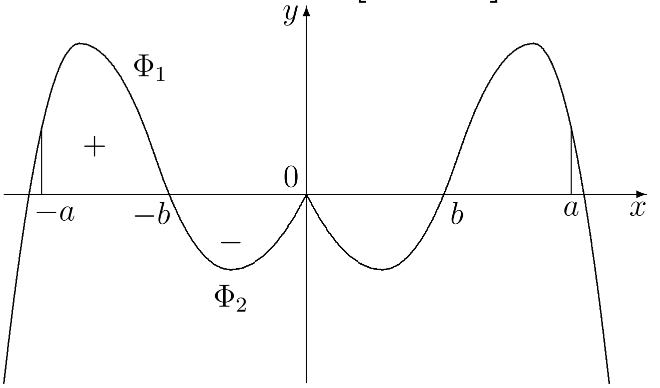
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

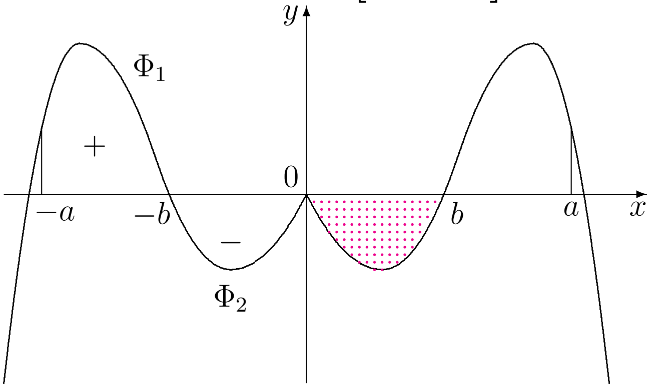
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

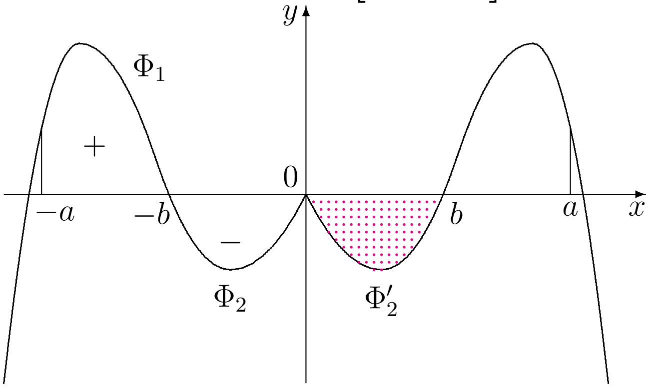
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

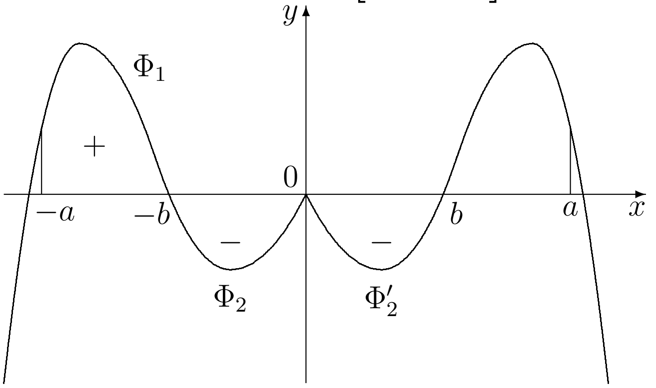
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

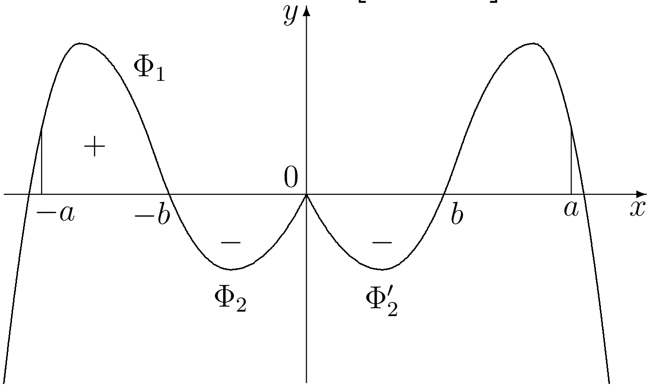
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) + (-S_{\Phi_2'}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

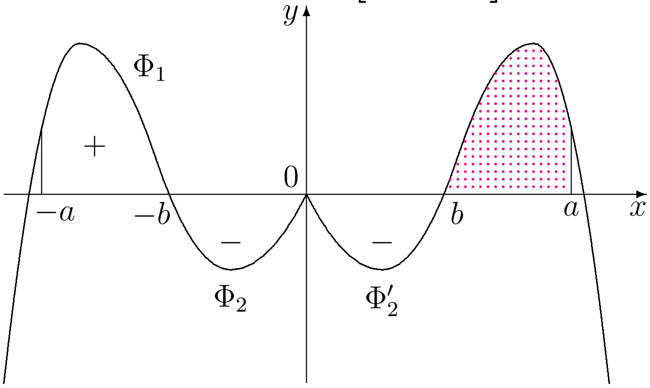
Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int_{-b}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{b} f(x)\,dx + \int_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) + (-S_{\Phi_2'}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

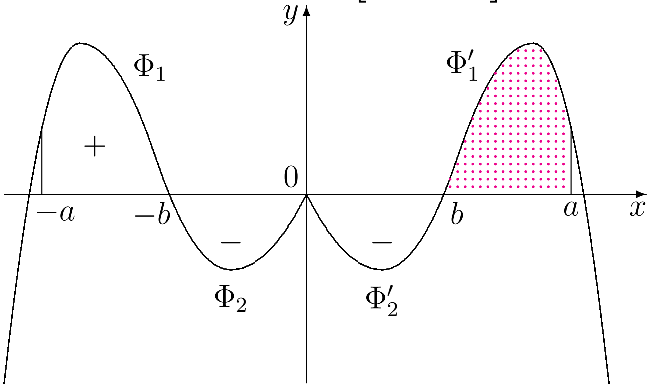
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) + (-S_{\Phi'_2}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

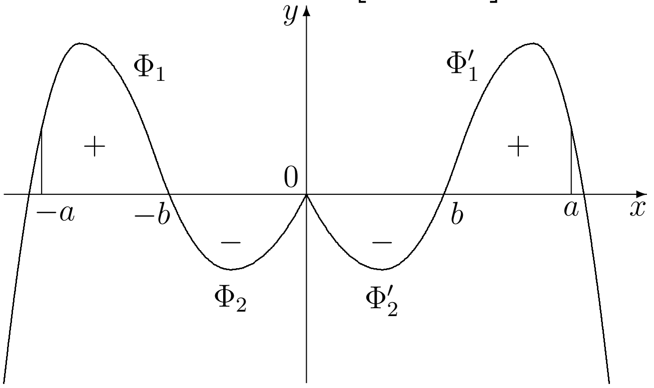
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) + (-S_{\Phi_2'}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

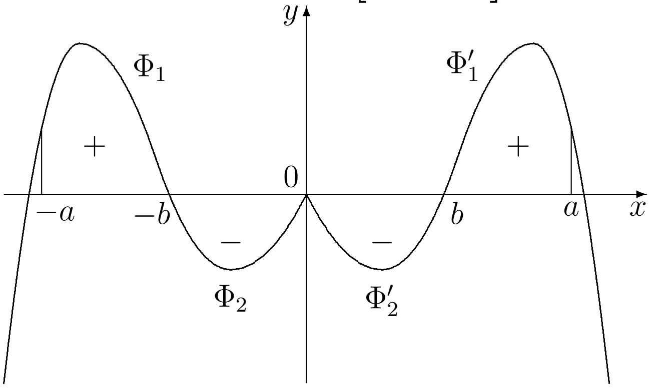
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) + (-S_{\Phi'_2}) + S_{\Phi'_1} =$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

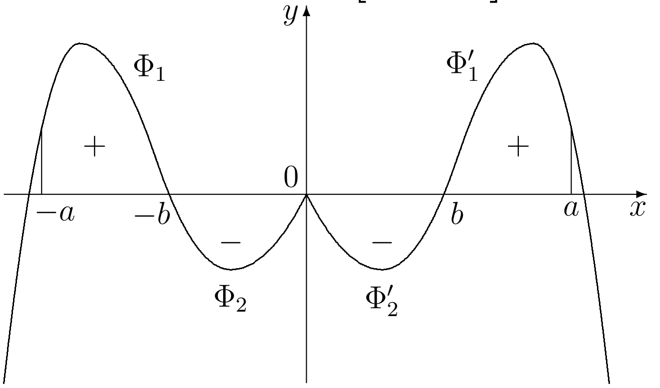
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int_{0}^{b} f(x)\,dx + \int_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) + (-S_{\Phi'_2}) + S_{\Phi'_1} =$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

Но по условию из соображений симметрии $S_{\Phi_1} = S_{\Phi'_1}$ и $S_{\Phi_2} = S_{\Phi'_2}$.

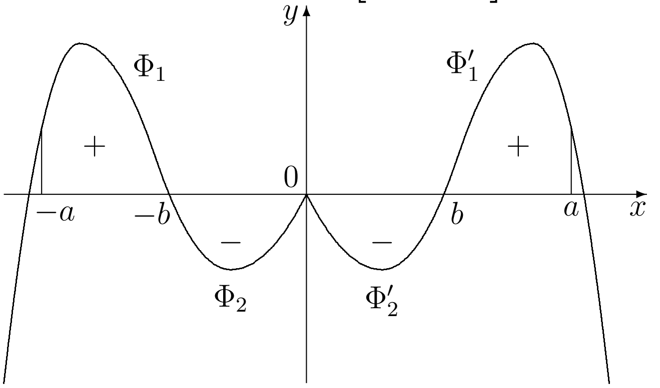
XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) + (-S_{\Phi'_2}) + S_{\Phi'_1} =$$

$$= 2\left(-S_{\Phi'_2} + S_{\Phi'_1}\right) =$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

Но по условию из соображений симметрии $S_{\Phi_1} = S_{\Phi'_1}$ и $S_{\Phi_2} = S_{\Phi'_2}$.

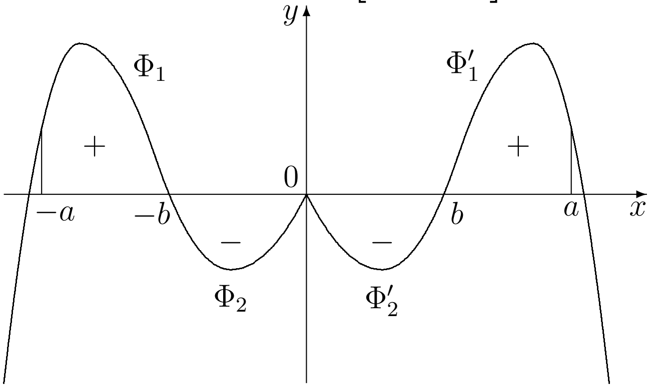
XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx + $$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) + (-S_{\Phi'_2}) + S_{\Phi'_1} =$$

$$= 2\left(-S_{\Phi'_2} + S_{\Phi'_1}\right) = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

Но по условию из соображений симметрии $S_{\Phi_1} = S_{\Phi'_1}$ и $S_{\Phi_2} = S_{\Phi'_2}$.

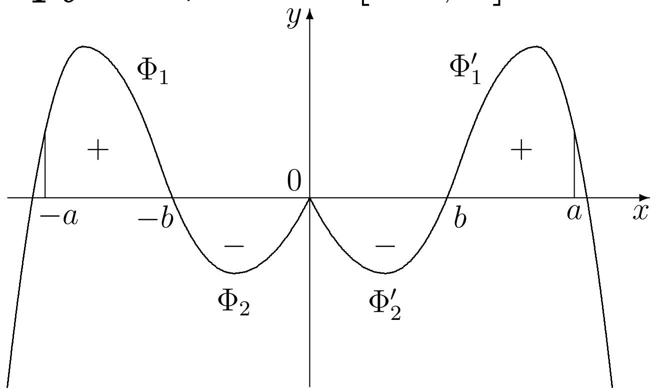
XV.4. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= S_{\Phi_1} + (-S_{\Phi_2}) + (-S_{\Phi_2'}) + S_{\Phi_1'} =$$

$$= 2\left(-S_{\Phi_2'} + S_{\Phi_1'}\right) = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx$$



Этот результат следует сформулировать и доказать!

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

По **свойству аддитивности интеграла по отрезку** имеем...

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx =$

По **свойству аддитивности интеграла по отрезку** имеем...

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx$.

Доказательство.

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int_{-a}^{0} f(x)\,dx +$$

По **свойству аддитивности интеграла по отрезку** имеем...

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a;a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a;a]$, то* $\displaystyle\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

По **свойству аддитивности интеграла по отрезку** имеем...

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad\qquad + \int_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad\qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$t = -x$

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых, **чётная** и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left| \begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ & \end{array} \right|$$

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left| \begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = & \end{array} \right|$$

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad\qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left|\begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = 0 & \end{array}\right|$$

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad\qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left| \begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = 0 & x = -a \to t = \end{array} \right|$$

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx$.

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad\qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left| \begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = 0 & x = -a \to t = a \end{array} \right|$$

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left|\begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = 0 & x = -a \to t = a \end{array}\right|$$

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -\int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt +$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left| \begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = 0 & x = -a \to t = a \end{array} \right|$$

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -\int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -\int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

Перестановка пределов меняет знак интеграла!

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых, **чётная** и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -\int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx +$$

Перестановка пределов меняет знак интеграла!

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx$.

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -\int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

Перестановка пределов меняет знак интеграла!

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a;a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a;a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -\int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$$

Перестановка пределов меняет знак интеграла!

XV.4.1. Интеграл от чётной функции по $[-a; a]$

Теорема 46. *Если функция f, во-первых,* ***чётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -\int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = 2\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx.$$

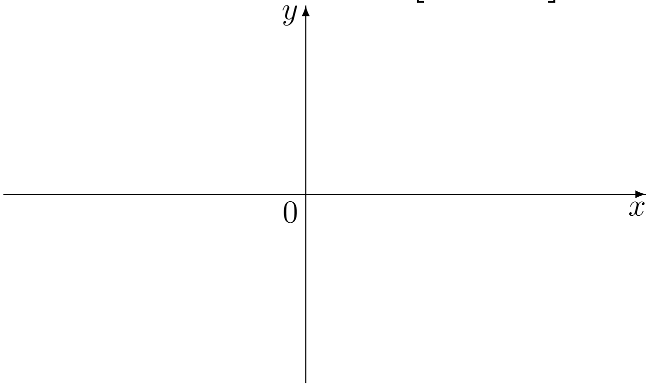
Перестановка пределов меняет знак интеграла!

Теорема доказана.

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

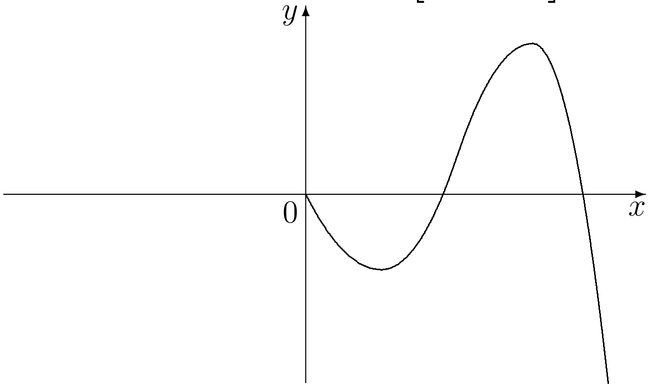
Воспользуемся симметрией графика нечётной функции относительно начала координат.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$



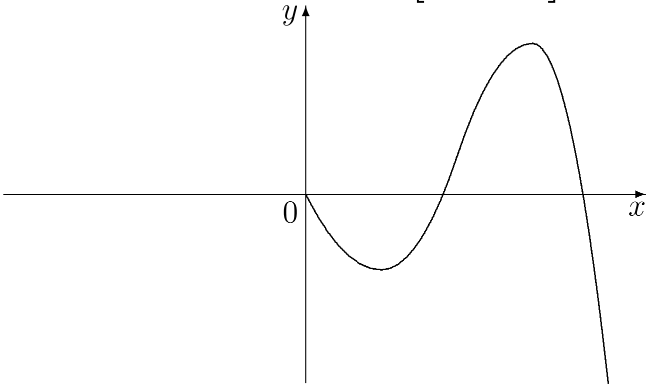
Построим график **нечётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$



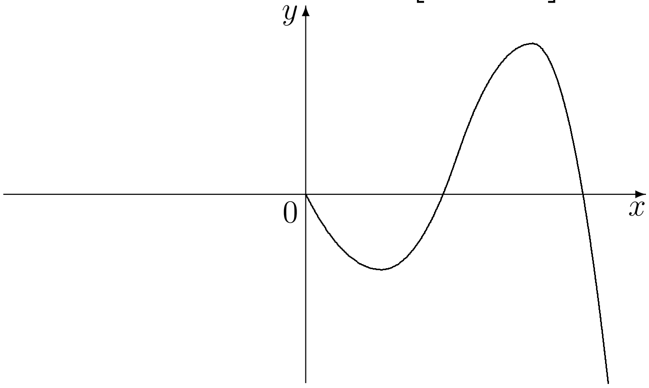
Построим график **нечётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$



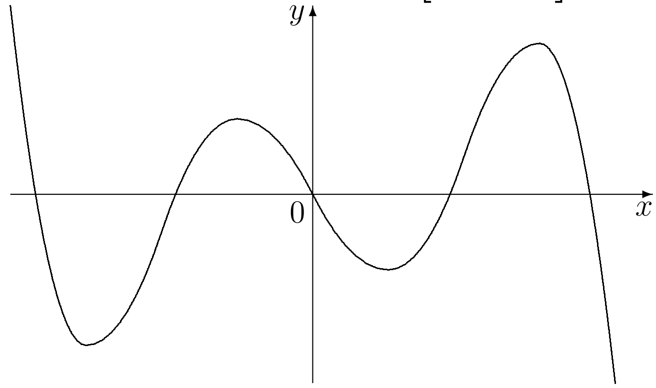
Построим график **нечётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству $f(-x) =$

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$



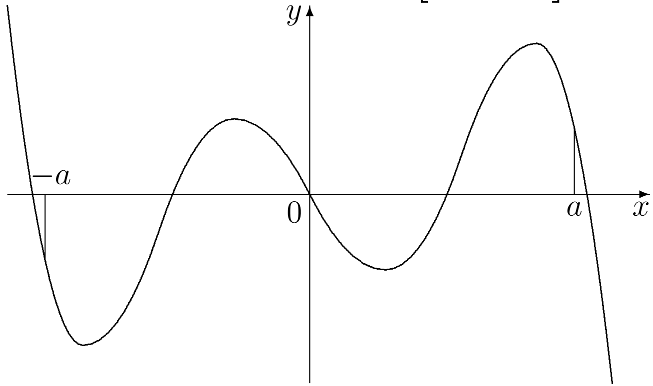
Построим график **нечётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству $f(-x) = -f(x)$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$



Построим график **нечётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству $f(-x) = -f(x)$.

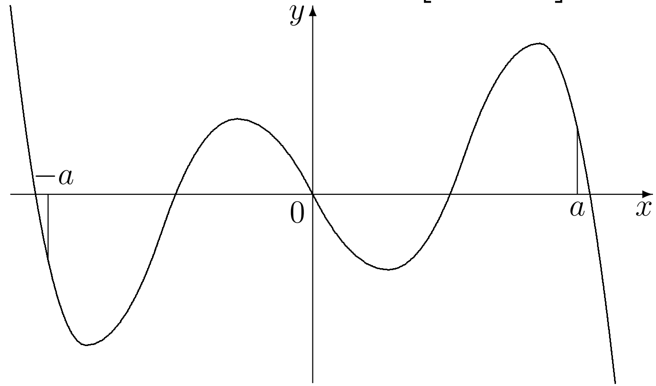
XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$



Построим график **нечётной** функции, т.е. функции, удовлетворяющей тождеству $f(-x) = -f(x)$.

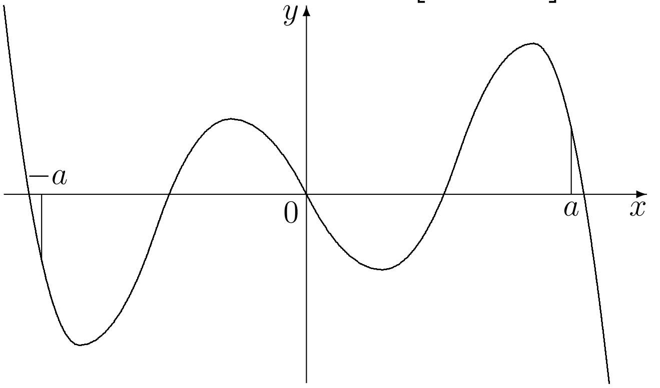
XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx =$$



XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

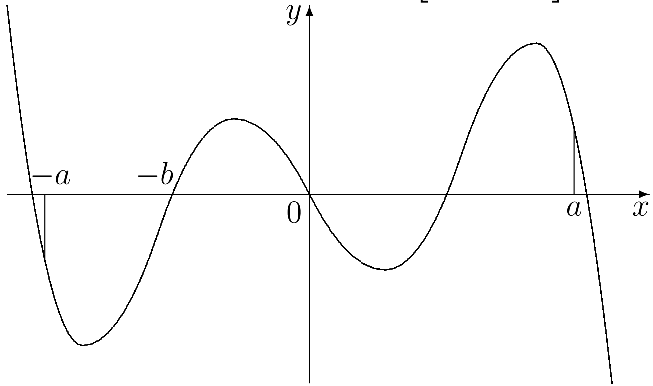
$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx =$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

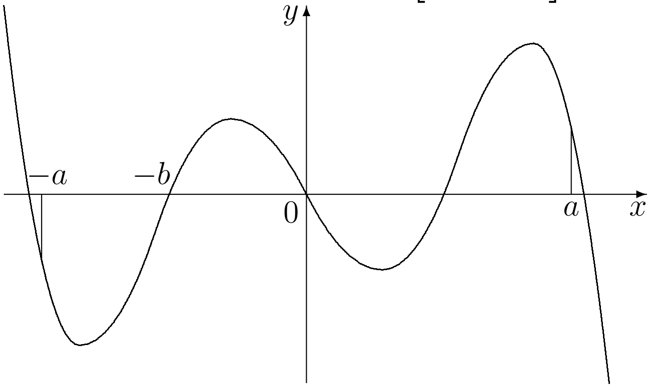
$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx =$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

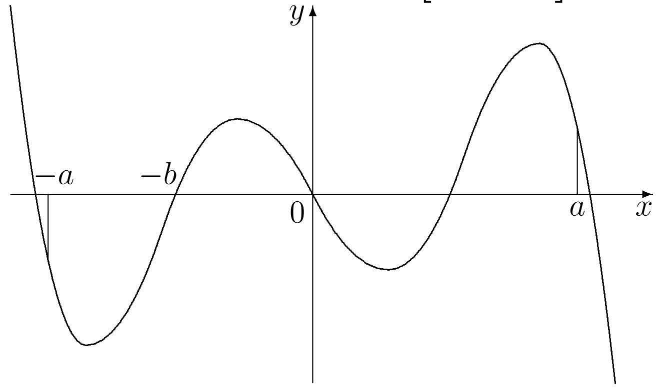
$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a;a]$

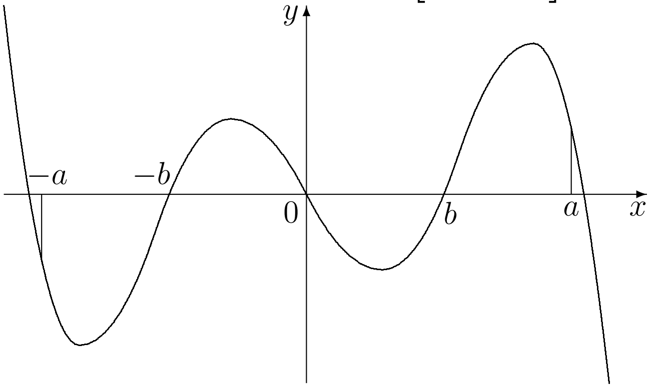
$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

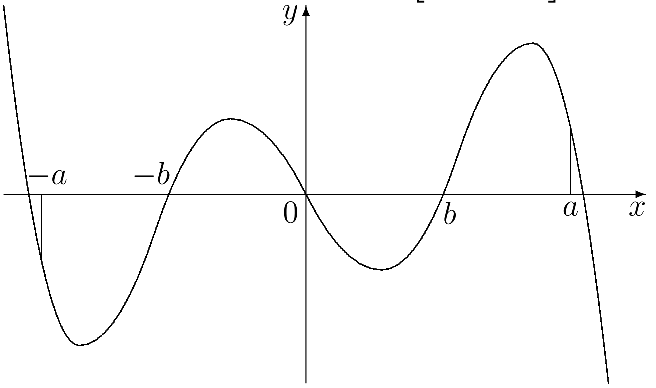


Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx +$$



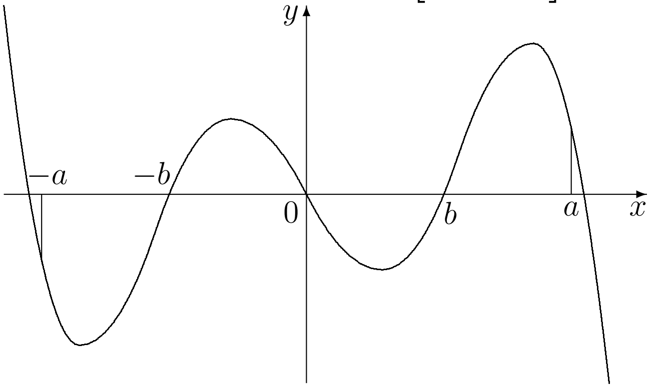
Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



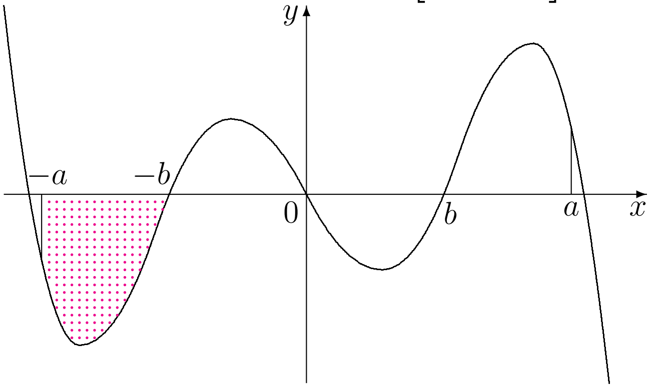
Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



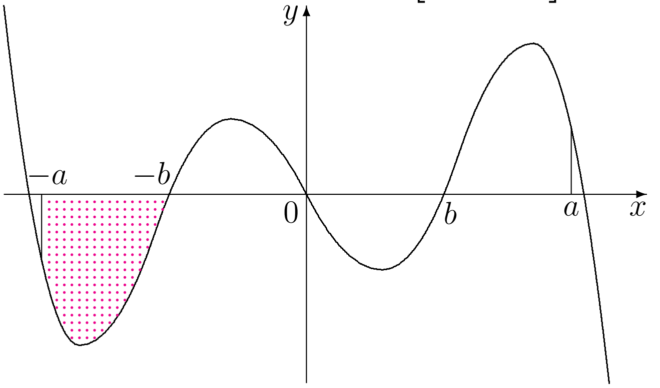
Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

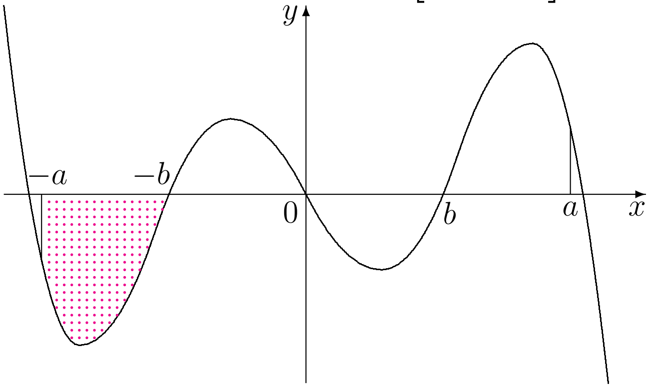
Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

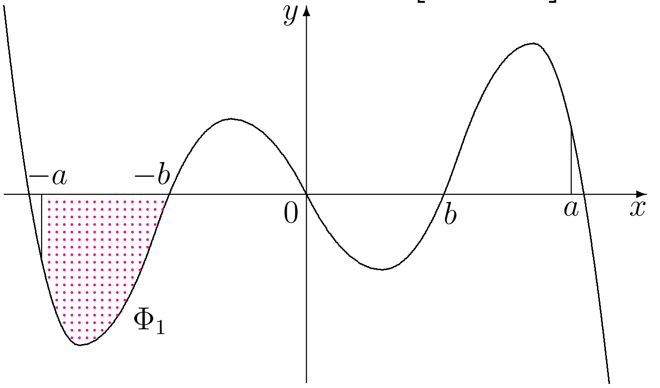
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

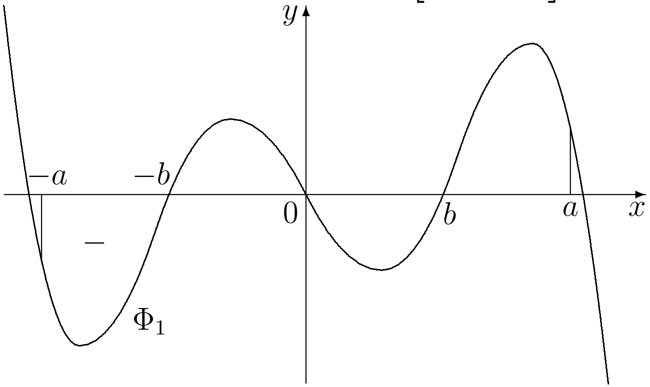
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$=$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

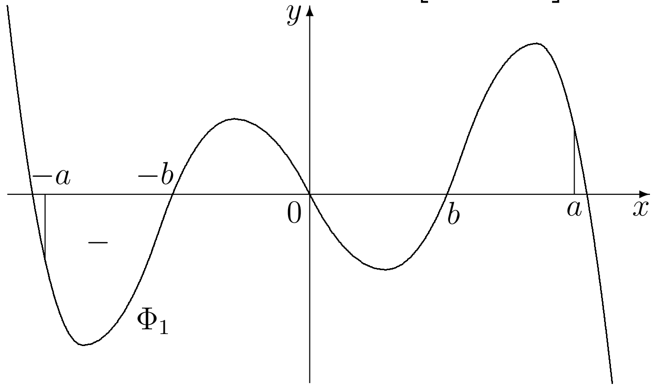
Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

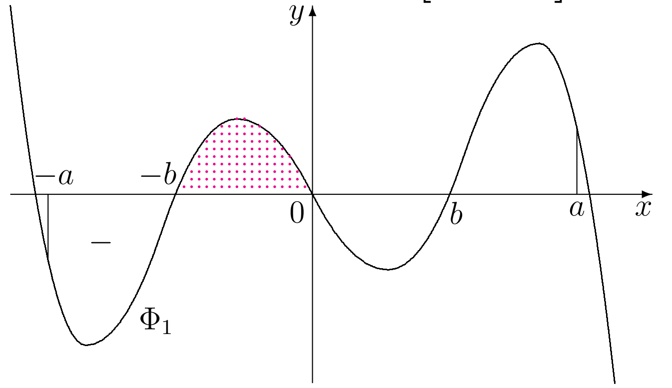
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

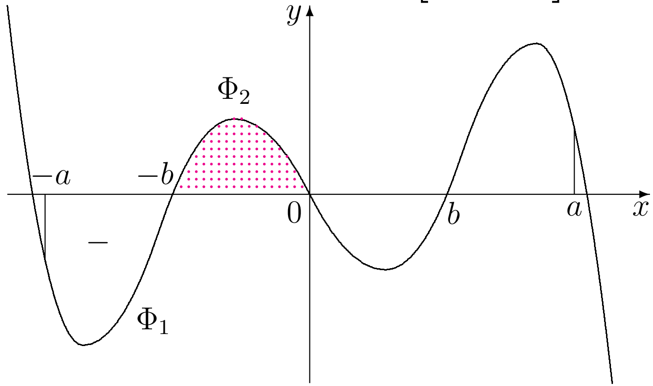
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a;a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

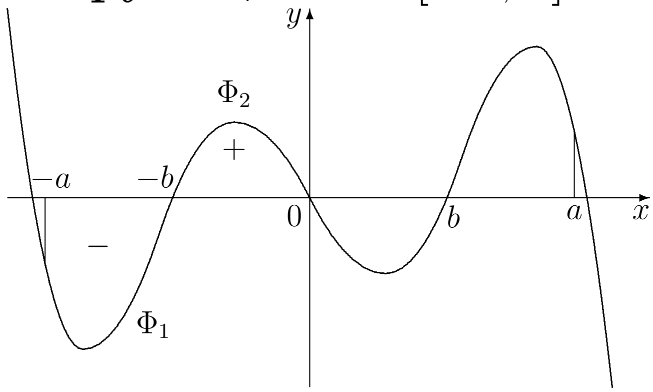
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} +$$



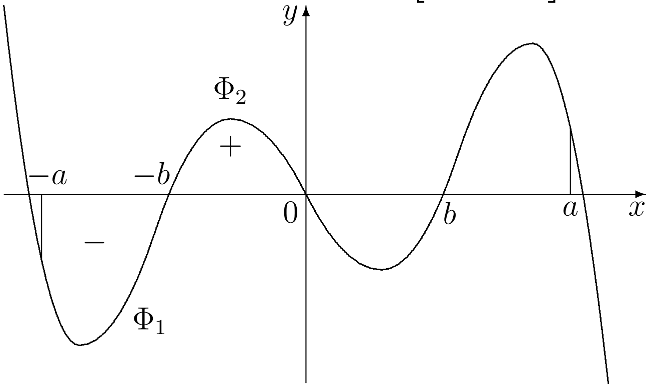
Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx = -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

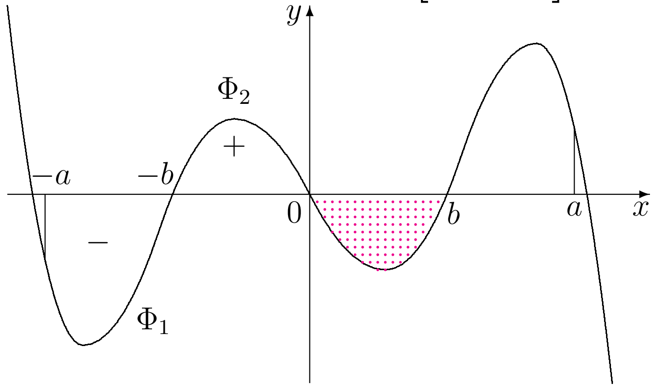
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

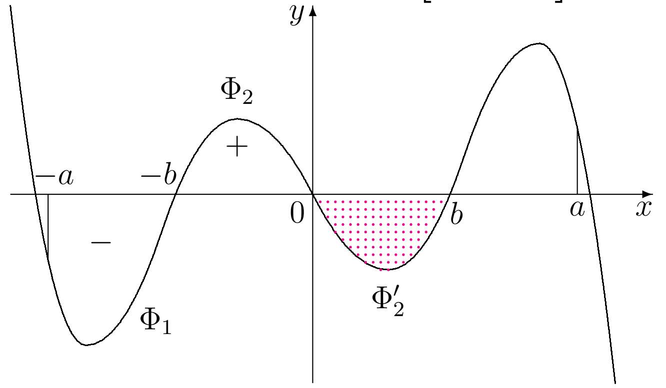
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

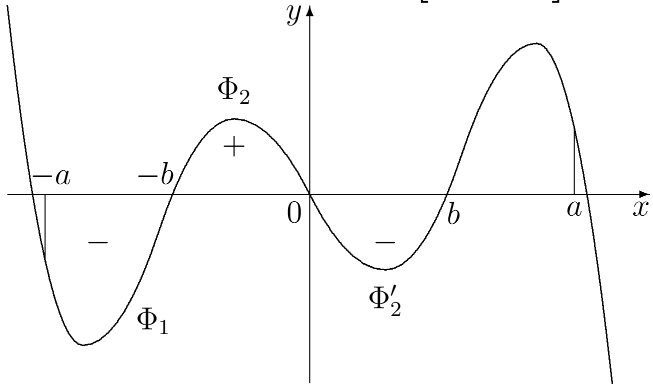
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

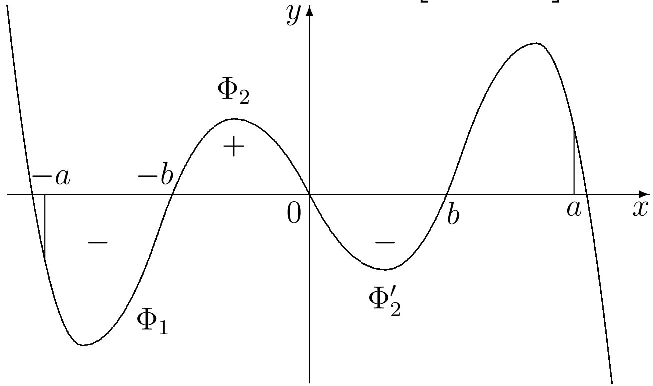
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int_{0}^{b} f(x)\,dx + \int_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + (-S_{\Phi_2'}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

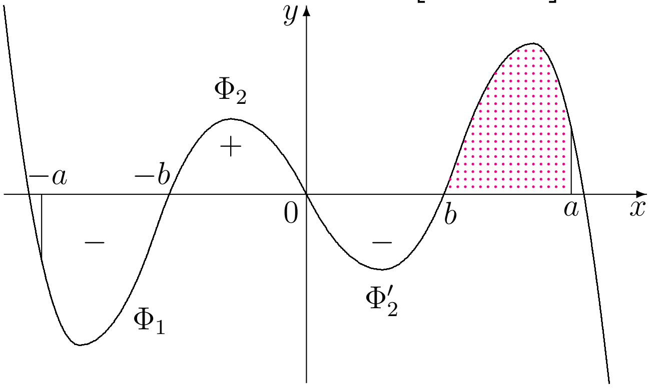
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + (-S_{\Phi_2'}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

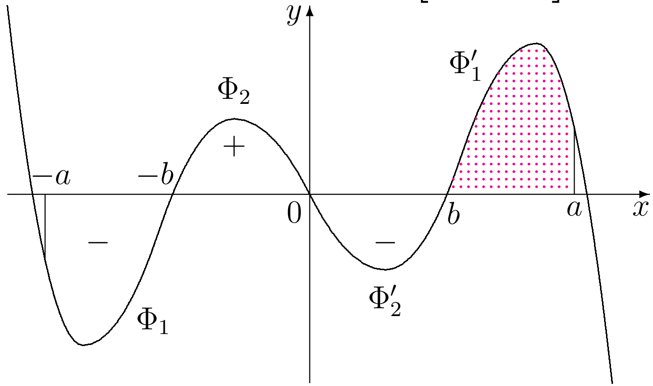
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + (-S_{\Phi'_2}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

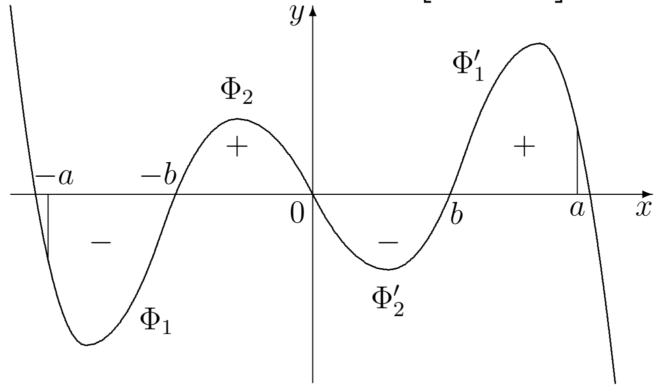
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a;a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + (-S_{\Phi_2'}) +$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

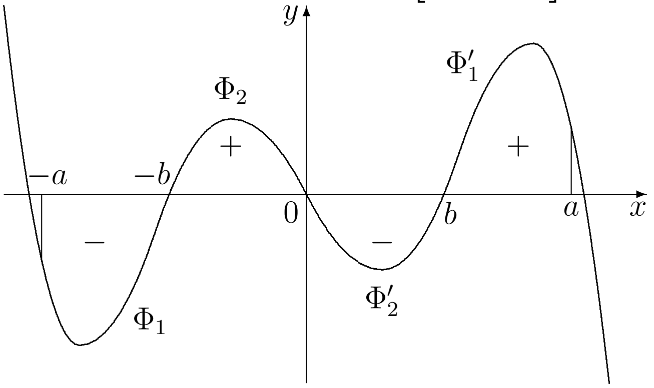
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + (-S_{\Phi'_2}) + S_{\Phi'_1} =$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

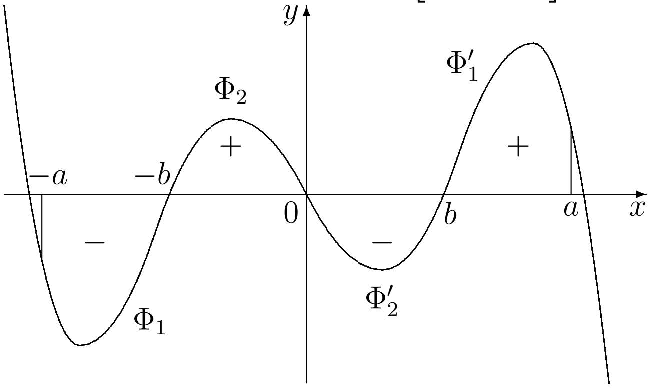
Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + (-S_{\Phi'_2}) + S_{\Phi'_1} =$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

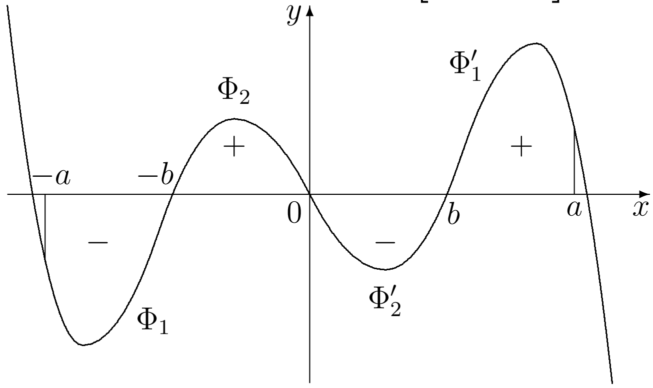
Но по условию из соображений симметрии $S_{\Phi_1} = S_{\Phi'_1}$ и $S_{\Phi_2} = S_{\Phi'_2}$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a;a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+\int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + (-S_{\Phi'_2}) + S_{\Phi'_1} = 0.$$



Воспользуемся свойством **аддитивности интеграла по отрезку**.

Интеграл от знакоположительной функции равен площади S_{trap} криволинейной трапеции.

Интеграл от знакоотрицательной функции отличается от площади S_{trap} криволинейной трапеции только знаком, т.е. интеграл равен $(-S_{trap})$.

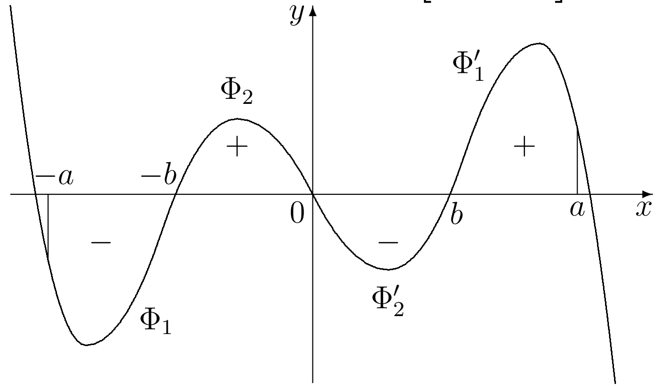
Но по условию из соображений симметрии $S_{\Phi_1} = S_{\Phi'_1}$ и $S_{\Phi_2} = S_{\Phi'_2}$.

XV.4. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{-b} f(x)\,dx + \int\limits_{-b}^{0} f(x)\,dx +$$

$$+ \int\limits_{0}^{b} f(x)\,dx + \int\limits_{b}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= -S_{\Phi_1} + S_{\Phi_2} + (-S_{\Phi_2'}) + S_{\Phi_1'} = 0.$$



Этот результат следует сформулировать и доказать!

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int\limits_{-a}^{a} f(x)\, dx = 0.$

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

По **свойству аддитивности интеграла по отрезку** имеем...

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых, **нечётная** и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 0.$

Доказательство.

$\int_{-a}^{a} f(x)\, dx =$

По **свойству аддитивности интеграла по отрезку** имеем...

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx +$$

По **свойству аддитивности интеграла по отрезку** имеем...

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых, **нечётная** и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

По **свойству аддитивности интеграла по отрезку** имеем...

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad\qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$t = -x$

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a;a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a;a]$, то $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$.*

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left| \begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ & \end{array} \right|$$

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$.

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad\qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left| \begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = & \end{array} \right|$$

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad\qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left| \begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = 0 & \end{array} \right|$$

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых, **нечётная** и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$.

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad\qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left|\begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = 0 & x = -a \to t = \end{array}\right|$$

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \qquad + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left|\begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = 0 & x = -a \to t = a \end{array}\right|$$

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$.

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left| \begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = 0 & x = -a \to t = a \end{array} \right|$$

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых, **нечётная** и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= \int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt +$$

В первом слагаемом проведём **замену переменной**:

$$\left| \begin{array}{ll} t = -x & dt = -dx \\ x = 0 \to t = 0 & x = -a \to t = a \end{array} \right|$$

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= \int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= \int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

Перестановка пределов меняет знак интеграла!

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых, **нечётная** и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\, dx = 0$.

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\, dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\, dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\, dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\, d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\, dx =$$

$$= \int\limits_{a}^{0} f(t)\, dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\, dx = - \int\limits_{0}^{a} f(x)\, dx +$$

Перестановка пределов меняет знак интеграла!

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= \int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = -\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

Перестановка пределов меняет знак интеграла!

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых, **нечётная** и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= \int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = -\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = 0.$$

Перестановка пределов меняет знак интеграла!

XV.4.2. Интеграл от нечётной функции по $[-a; a]$

Теорема 47. *Если функция f, во-первых,* ***нечётная*** *и, во-вторых, интегрируема на $[-a; a]$, то* $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0.$

Доказательство.

$$\int\limits_{-a}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{-a}^{0} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = \int\limits_{a}^{0} f(-t)\,d(-t) + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx =$$

$$= \int\limits_{a}^{0} f(t)\,dt + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = -\int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx + \int\limits_{0}^{a} f(x)\,dx = 0.$$

Перестановка пределов меняет знак интеграла!

Теорема доказана.

XVI. Некоторые приложения определенного интеграла

Рассмотрим некоторые наиболее важные применения определенного интеграла.

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Один из исходных примеров, который ма рассматривали как основу для определения интеграла, нетрудно обобщить.

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a; b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a, b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.

Доказательство.

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.

Доказательство. Задача носит геометрический характер, поэтому напрашивается

XVI.1. Площадь плоской фигуры

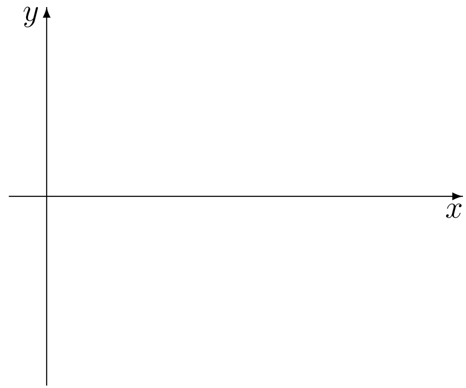
Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.

Доказательство. Задача носит геометрический характер, поэтому напрашивается построить чертёж.

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

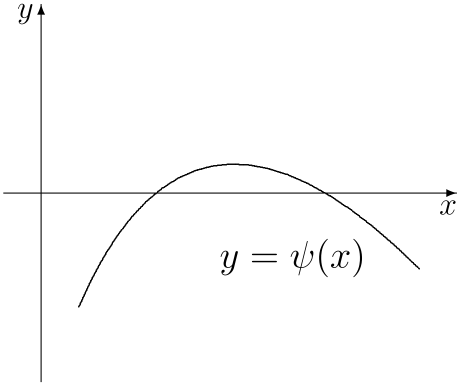
Доказательство. Задача носит геометрический характер, поэтому напрашивается построить чертёж.



XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a,b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.

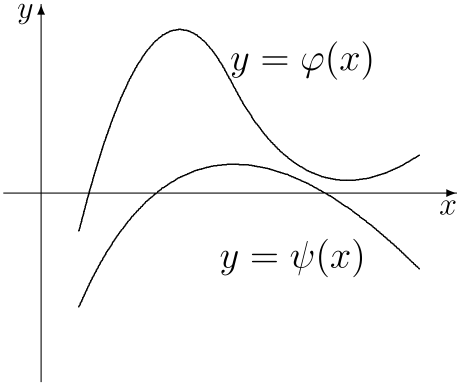
Доказательство. Задача носит геометрический характер, поэтому напрашивается построить чертёж.



XVI.1. Площадь плоской фигуры

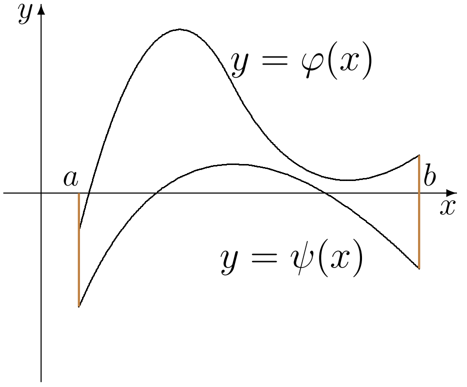
Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a,b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

Доказательство. Задача носит геометрический характер, поэтому напрашивается построить чертёж.



XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.

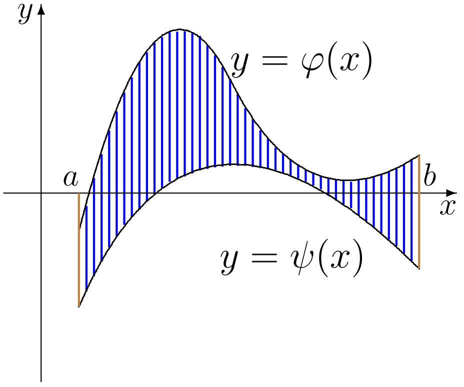


Доказательство. Задача носит геометрический характер, поэтому напрашивается построить чертёж.

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a,b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

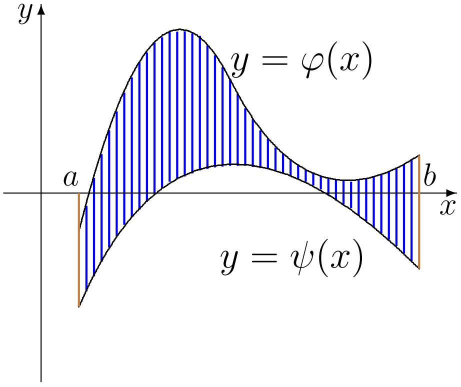
Доказательство. Задача носит геометрический характер, поэтому напрашивается построить чертёж.



XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть $a < b$, функции φ и ψ непрерывны на $[a;b]$, и $\forall x\ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

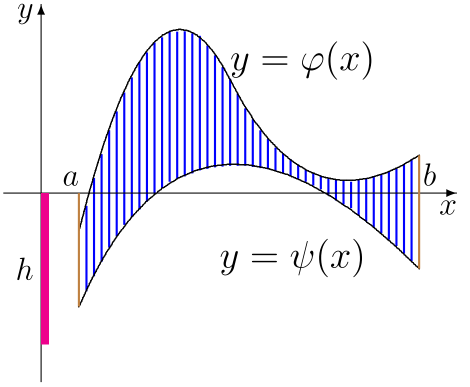
Доказательство. Для того, чтобы не усложнять построения рассуждениями «график проходит выше (ниже) оси Ox», перейдём к новой системе координат, при необходимости «перемещая вниз ось Ox».



XVI.1. Площадь плоской фигуры

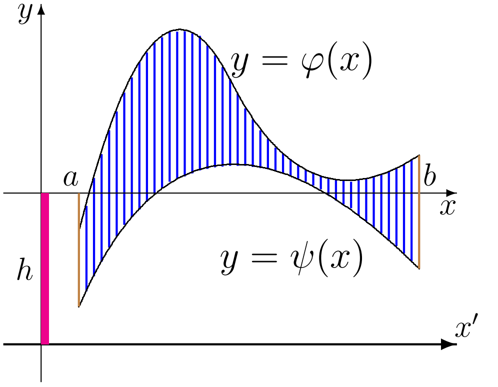
Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a; b]$, *и* $\forall x \ \left(x \in [a, b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\right)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.

Доказательство. Для того, чтобы не усложнять построения рассуждениями «график проходит выше (ниже) оси Ox», перейдём к новой системе координат, при необходимости «перемещая вниз ось Ox».



XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a,b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.

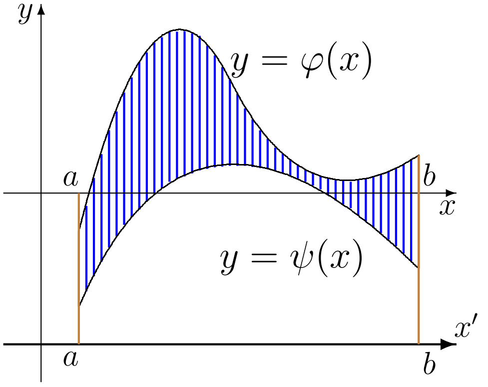


Доказательство. Для того, чтобы не усложнять построения рассуждениями «график проходит выше (ниже) оси Ox», перейдём к новой системе координат, при необходимости «перемещая вниз ось Ox».

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

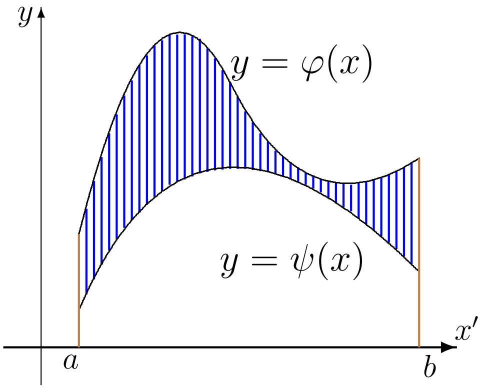
Доказательство. Для того, чтобы не усложнять построения рассуждениями «график проходит выше (ниже) оси Ox», перейдём к новой системе координат, при необходимости «перемещая вниз ось Ox».



XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x \ \left(x \in [a,b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\right)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

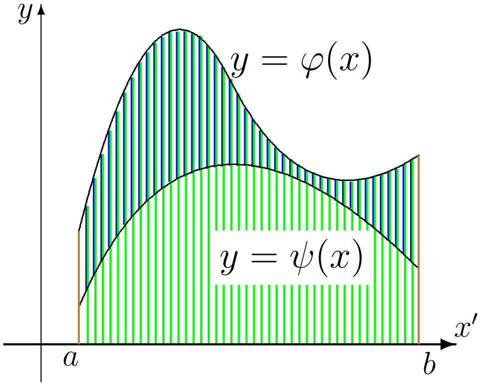
Доказательство. Для того, чтобы не усложнять построения рассуждениями «график проходит выше (ниже) оси Ox», перейдём к новой системе координат, при необходимости «перемещая вниз ось Ox».



XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a; b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a, b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

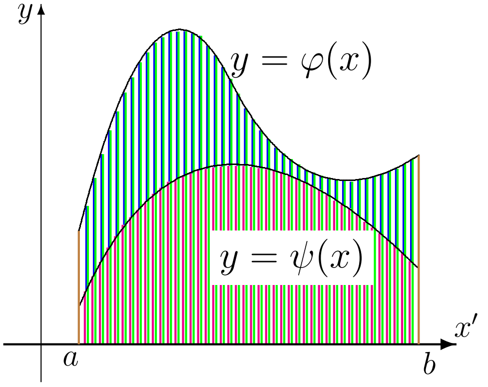
Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и



XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

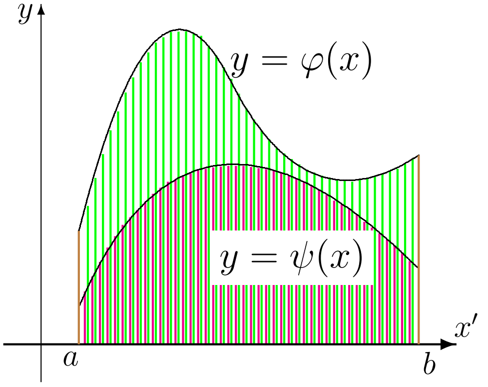
Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.



XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a; b]$, *и* $\forall x \; \big(x \in [a, b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.

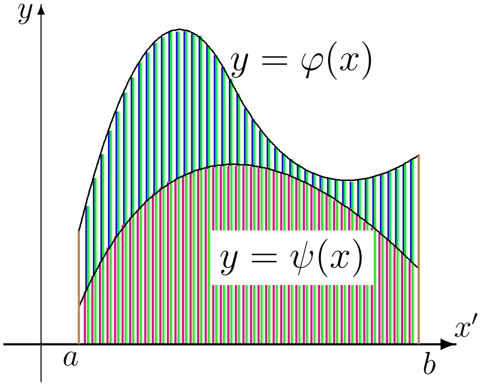
Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.



XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

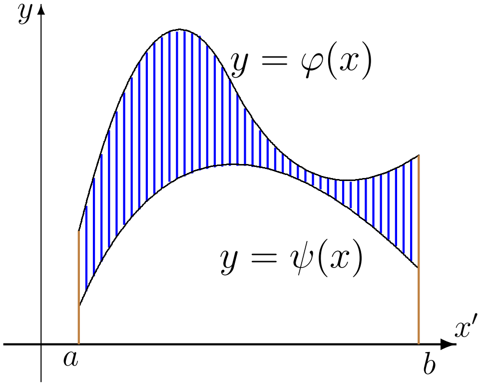
Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.



XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть $a < b$, функции φ и ψ непрерывны на $[a;b]$, и $\forall x \ \big(x \in [a,b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ равна $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.*

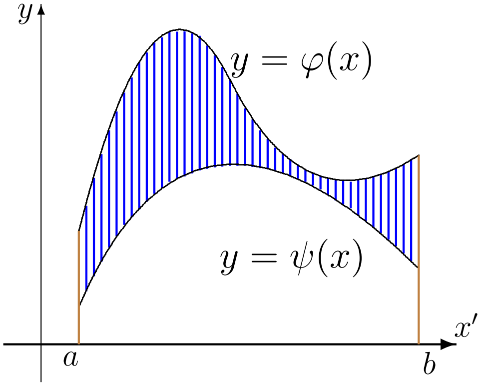
Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.



XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a,b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.

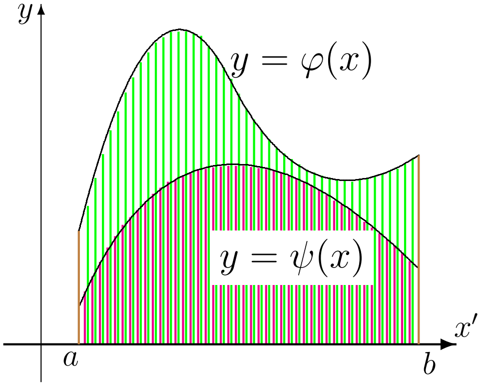
Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.



$S =$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.



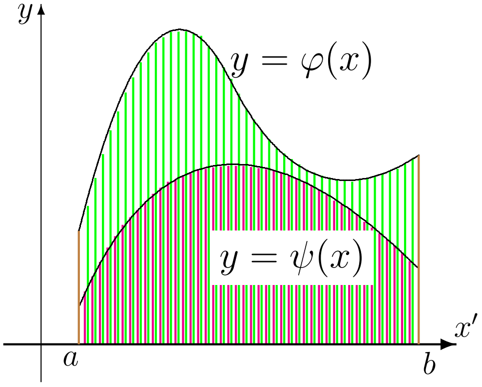
Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.

$S =$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть $a < b$, функции φ и ψ непрерывны на $[a;b]$, и $\forall x\ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.

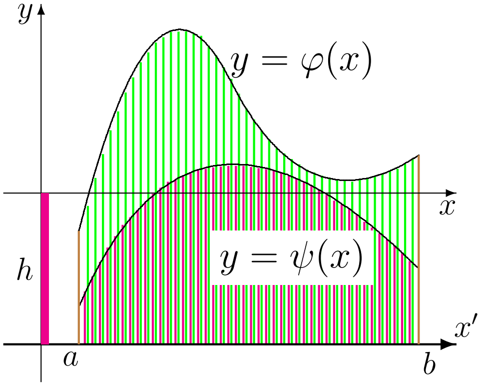


$S = \int_a^b (\qquad\qquad)\,dx - \int_a^b (\qquad\qquad)\,dx =$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a<b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x\ \big(x\in[a,b]\ \Rightarrow\ \varphi(x)\geqslant\psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a\leqslant x\leqslant b,\\ \psi(x)\leqslant y\leqslant\varphi(x),\end{cases}$ *равна* $\int_a^b(\varphi(x)-\psi(x))\,dx$.

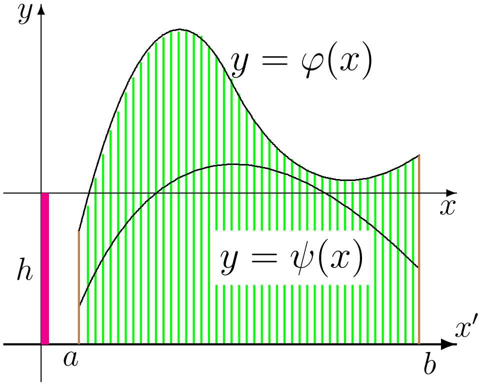
Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y=\varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y=\psi(x)$.



$$S=\int_a^b(\qquad\qquad\qquad)\,dx-\int_a^b(\qquad\qquad\qquad)\,dx=$$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a; b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a, b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.



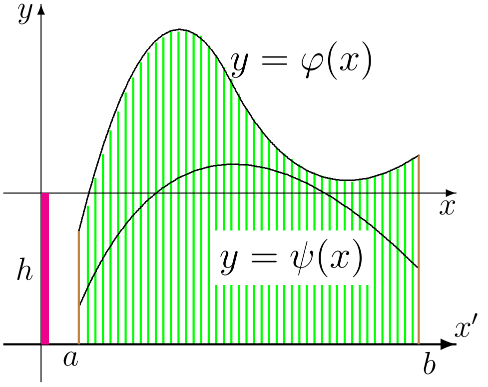
Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.

$$S = \int_a^b (\qquad\qquad\qquad)\, dx - \int_a^b (\qquad\qquad\qquad)\, dx =$$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a; b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a, b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.

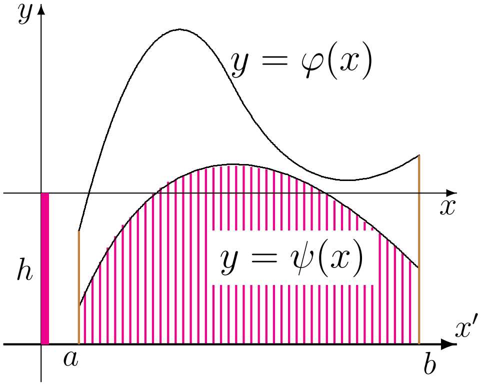


$$S = \int_a^b (\varphi(x) + h)\,dx - \int_a^b (\qquad\qquad)\,dx =$$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

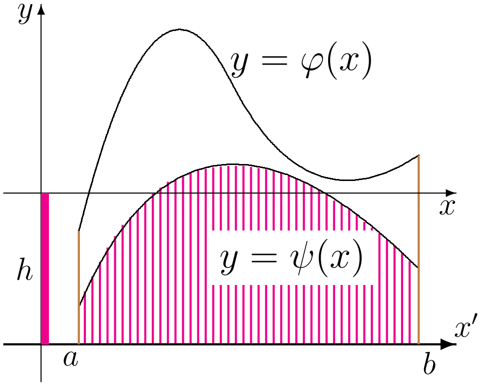
Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.



$$S = \int_a^b (\varphi(x) + h)\,dx - \int_a^b (\qquad\qquad)\,dx =$$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a<b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x\ \left(x\in[a,b]\ \Rightarrow\ \varphi(x)\geqslant\psi(x)\right)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a\leqslant x\leqslant b, \\ \psi(x)\leqslant y\leqslant\varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b(\varphi(x)-\psi(x))\,dx$.



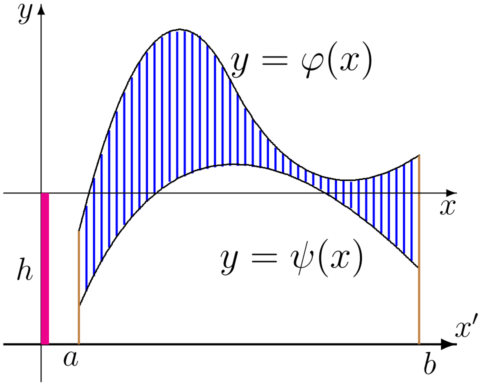
Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y=\varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y=\psi(x)$.

$$S=\int_a^b(\varphi(x)+h)\,dx-\int_a^b(\psi(x)+h)\,dx=$$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a,b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.

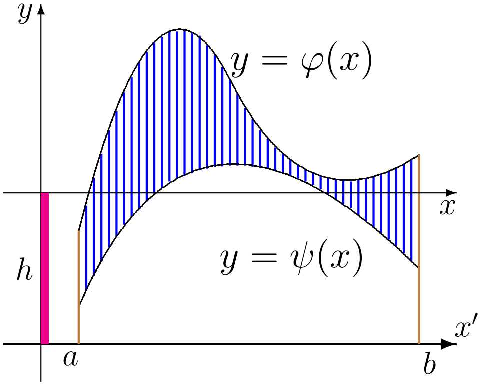


$$S = \int_a^b (\varphi(x) + h)\,dx - \int_a^b (\psi(x) + h)\,dx =$$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.

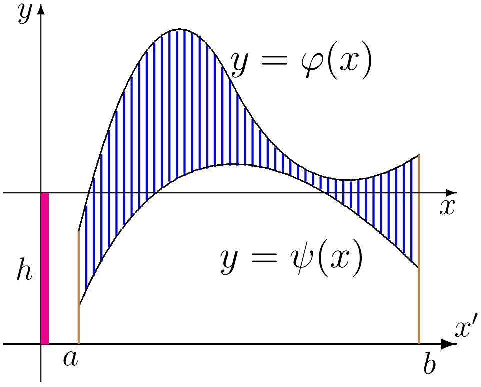


$$S = \int_a^b (\varphi(x) + h)\,dx - \int_a^b (\psi(x) + h)\,dx =$$
$$= \int_a^b \varphi(x)\,dx + \int_a^b h\,dx - \int_a^b \psi(x)\,dx - \int_a^b h\,dx =$$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a,b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.

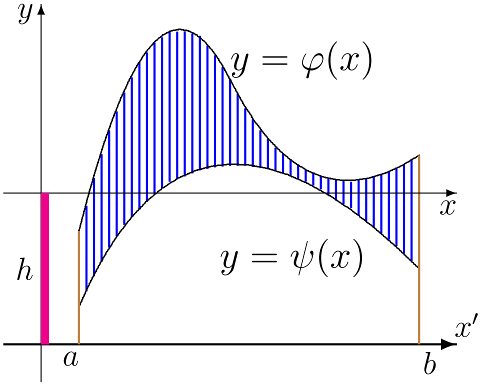


$$S = \int_a^b (\varphi(x) + h)\,dx - \int_a^b (\psi(x) + h)\,dx =$$
$$= \int_a^b \varphi(x)\,dx + \int_a^b h\,dx - \int_a^b \psi(x)\,dx - \int_a^b h\,dx =$$
$$= \int_a^b \varphi(x)\,dx - \int_a^b \psi(x)\,dx =$$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a; b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a, b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.

Доказательство. Теперь интересующую нас фигуру можно представить в виде разности криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \varphi(x)$ и криволинейной трапеции с «кривой стороной» $y = \psi(x)$.

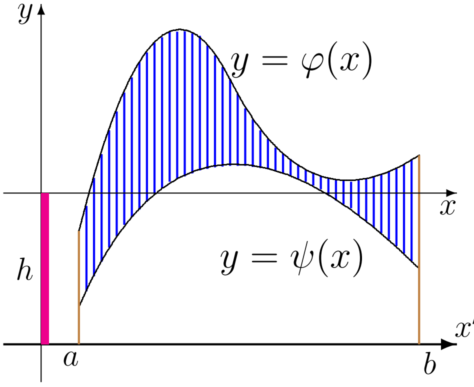


$$S = \int_a^b (\varphi(x) + h)\, dx - \int_a^b (\psi(x) + h)\, dx =$$
$$= \int_a^b \varphi(x)\, dx + \int_a^b h\, dx - \int_a^b \psi(x)\, dx - \int_a^b h\, dx =$$
$$= \int_a^b \varphi(x)\, dx - \int_a^b \psi(x)\, dx = \int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx.$$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a;b]$, *и* $\forall x \ \big(x \in [a,b] \ \Rightarrow \ \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\,dx$.

Доказательство. Теорема доказана.



$$S = \int_a^b (\varphi(x) + h)\,dx - \int_a^b (\psi(x) + h)\,dx =$$
$$= \int_a^b \varphi(x)\,dx + \int_a^b h\,dx - \int_a^b \psi(x)\,dx - \int_a^b h\,dx =$$
$$= \int_a^b \varphi(x)\,dx - \int_a^b \psi(x)\,dx = \int_a^b \left(\varphi(x) - \psi(x)\right)\,dx.$$

XVI.1. Площадь плоской фигуры

Теорема 48. *Пусть* $a < b$, *функции* φ *и* ψ *непрерывны на* $[a; b]$, *и* $\forall x\ \big(x \in [a, b] \Rightarrow \varphi(x) \geqslant \psi(x)\big)$. *Тогда площадь фигуры, заданной неравенствами* $\begin{cases} a \leqslant x \leqslant b, \\ \psi(x) \leqslant y \leqslant \varphi(x), \end{cases}$ *равна* $\int_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$.

Замечание к теореме. Если либо $\varphi(x) \leqslant \psi(x)$, либо $a > b$, то

$$\int\limits_a^b (\varphi(x) - \psi(x))\, dx$$

равен площади с обратным знаком для соответствующей фигуры.

Рассмотреть пример?

XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a, \quad x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $\quad x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

Выполним рисунок.

XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a,b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y=f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x=a$, $x=b$, равен $V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

Выполним рисунок.

XVI.2. Объем тела вращения

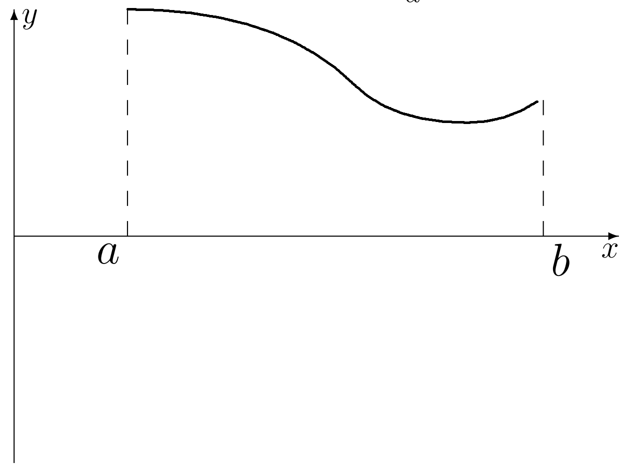
Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a,b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y=f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x=a$, $x=b$, равен $V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

Изобразим участок графика функции $y=f(x)$ на отрезке $[a;\ b]$.

XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен* $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.

Изобразим участок графика функции $y = f(x)$ на отрезке $[a;\ b]$.

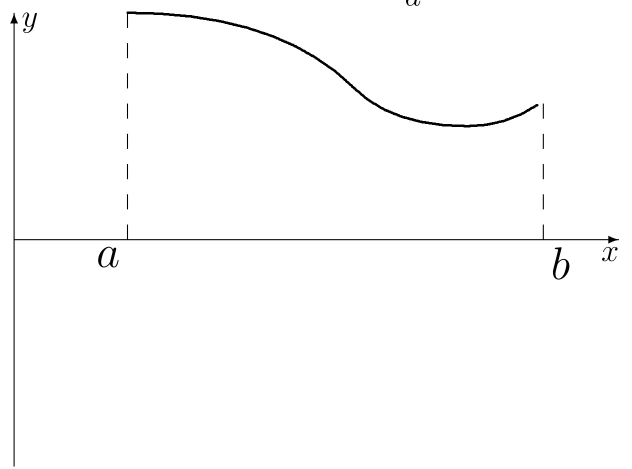


XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

Изобразим участок графика функции $y = f(x)$ на отрезке $[a;\ b]$.

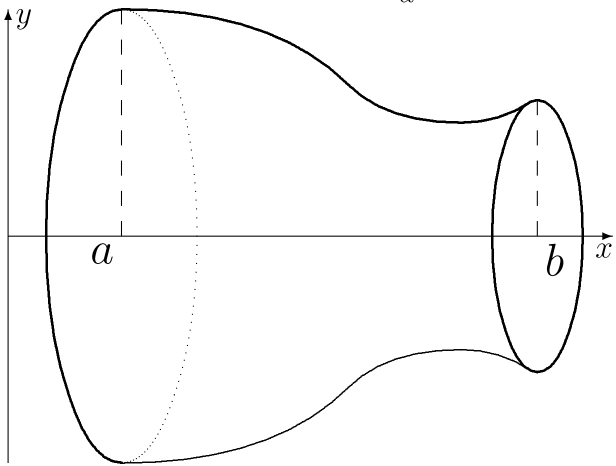
В результате вращения получается тело, объем которого нам необходимо найти.



XVI.2. Объем тела вращения

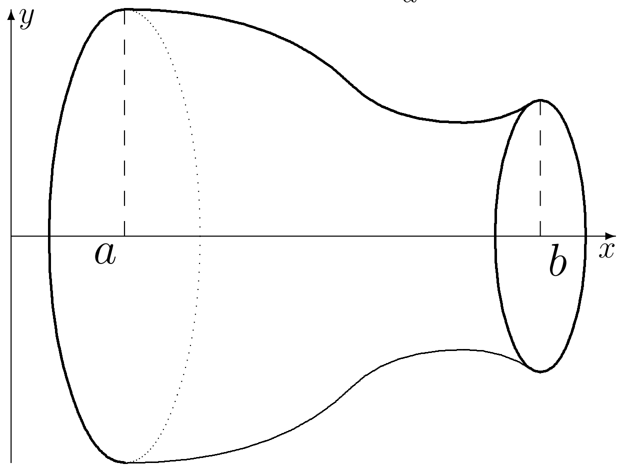
Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a,b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен* $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.

Изобразим участок графика функции $y = f(x)$ на отрезке $[a;\ b]$.
В результате вращения получается тело, объем которого нам необходимо найти.



XVI.2. Объем тела вращения

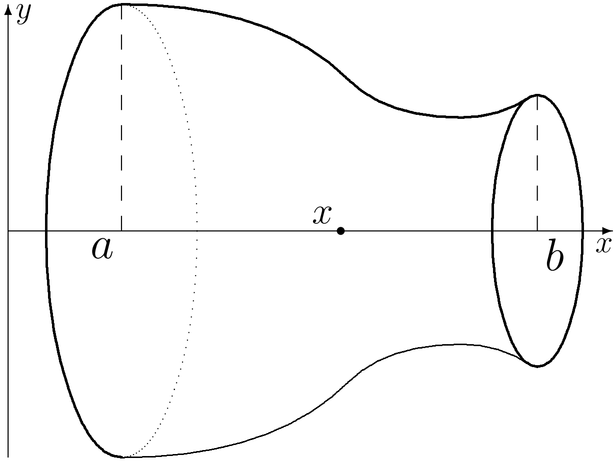
Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\, dx$.*



Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.

XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

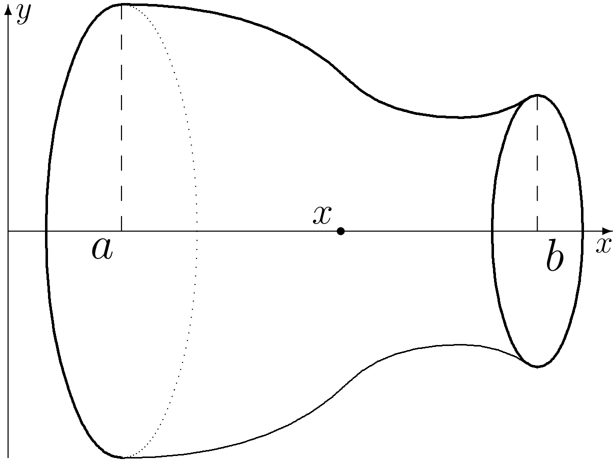


Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.

XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен* $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.

Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.
Построим сечение плоскостью через эту точку.

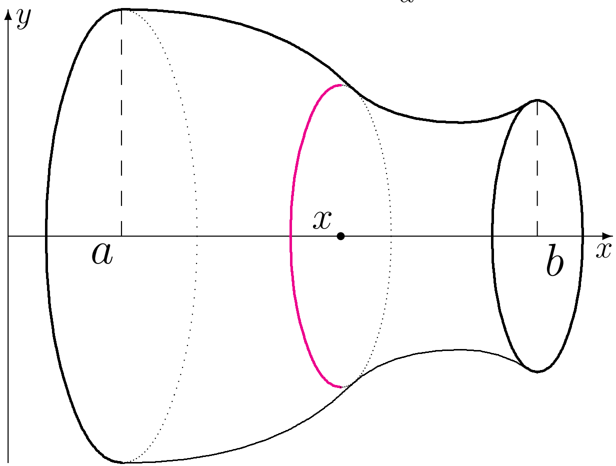


XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен* $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.

Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.

Построим сечение плоскостью через эту точку.



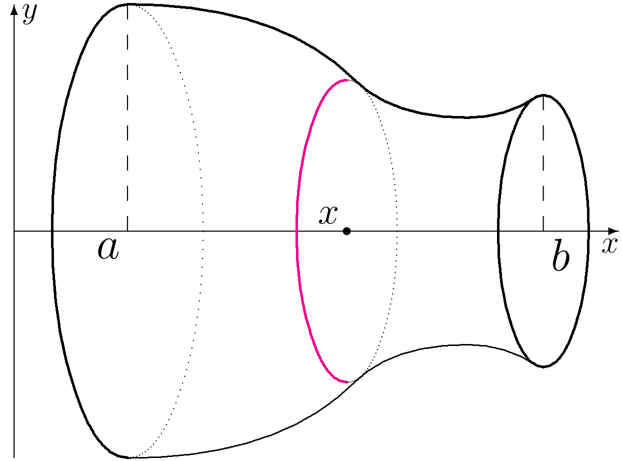
XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен* $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.

Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.

Построим сечение плоскостью через эту точку.

Возьмём приращение аргумента dx.



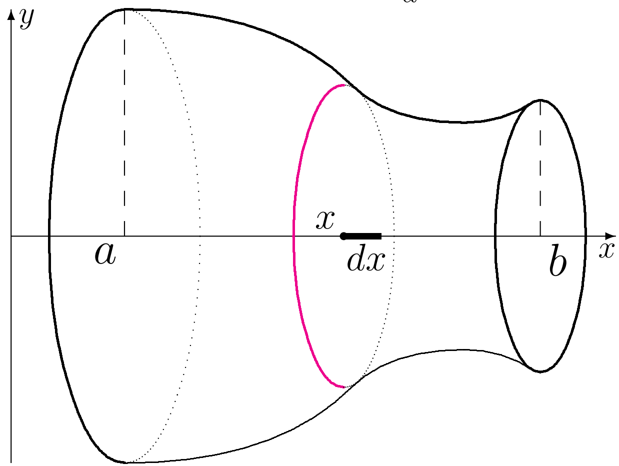
XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.

Построим сечение плоскостью через эту точку.

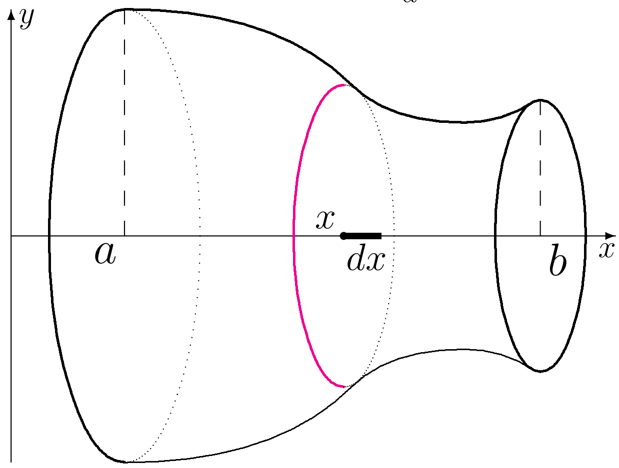
Возьмём приращение аргумента dx.



XVI.2. Объем тела вращения

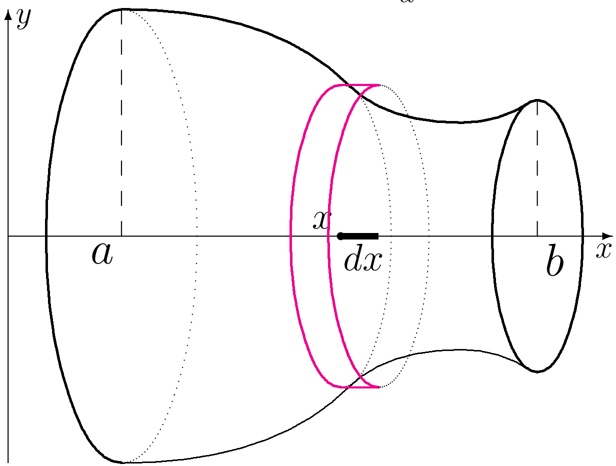
Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.
Построим сечение плоскостью через эту точку.
Возьмём приращение аргумента dx.
Построим цилиндр с высотой dx.



XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен* $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.



Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.

Построим сечение плоскостью через эту точку.

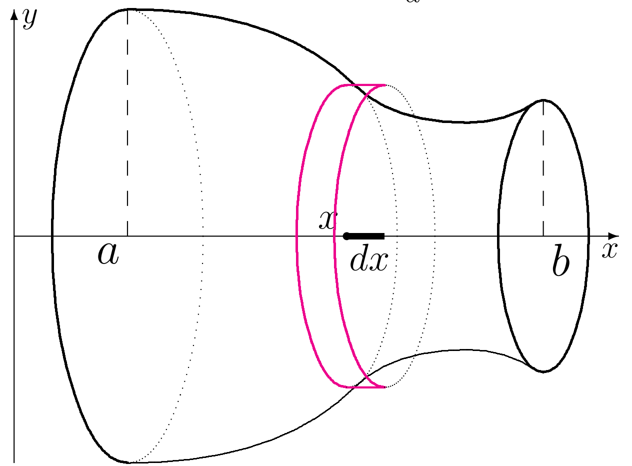
Возьмём приращение аргумента dx.

Построим цилиндр с высотой dx.

XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

Объем цилиндра равен
$\pi R^2 h = \pi \cdot \qquad {}^2.$
Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.
Построим сечение плоскостью через эту точку.
Возьмём приращение аргумента dx.
Построим цилиндр с высотой dx.



XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен* $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.

Объем цилиндра равен

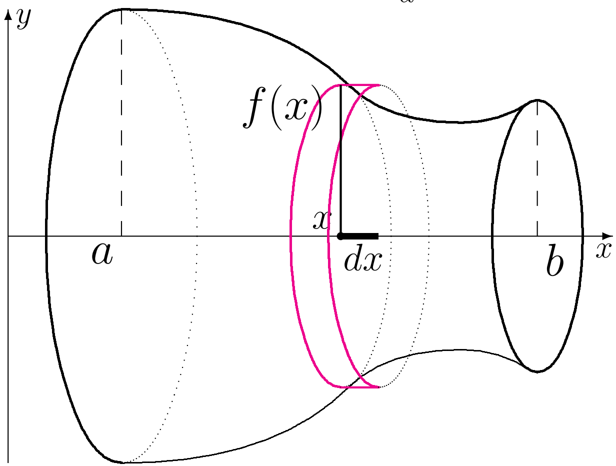
$\pi R^2 h = \pi \cdot \qquad {}^2.$

Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.

Построим сечение плоскостью через эту точку.

Возьмём приращение аргумента dx.

Построим цилиндр с высотой dx.



XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен* $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.

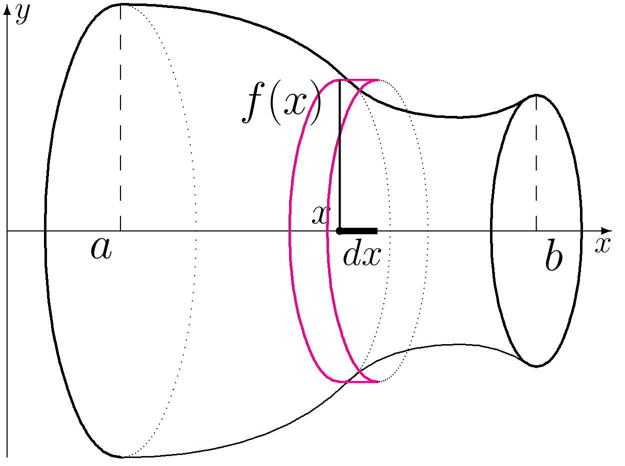
Объем цилиндра равен $\pi R^2 h = \pi \cdot (f(x))^2 \cdot$

Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.

Построим сечение плоскостью через эту точку.

Возьмём приращение аргумента dx.

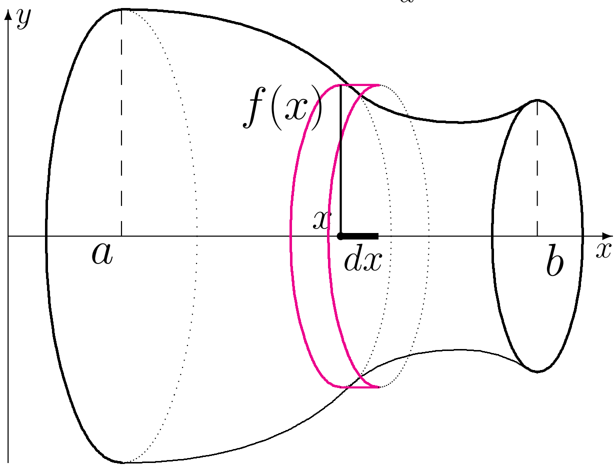
Построим цилиндр с высотой dx.



XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен* $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.

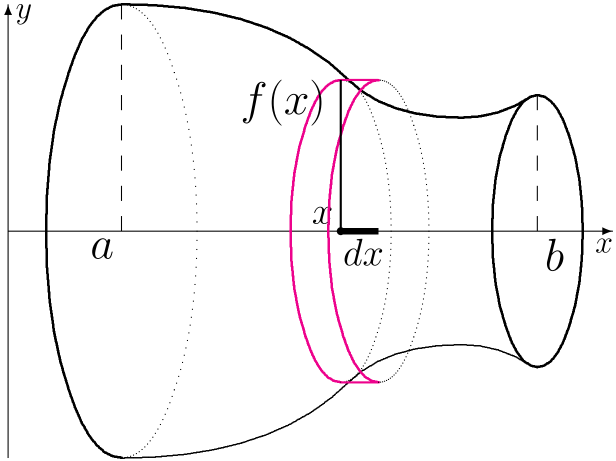
Объем цилиндра равен
$\pi R^2 h = \pi \cdot (f(x))^2 \cdot dx$.
Возьмём точку $x \in [a;\ b]$.
Построим сечение плоскостью через эту точку.
Возьмём приращение аргумента dx.
Построим цилиндр с высотой dx.



XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

Объем цилиндра равен
$\pi R^2 h = \pi\cdot(f(x))^2\cdot dx.$
Теперь осталось просуммировать по отрезку $[a;\ b]$:



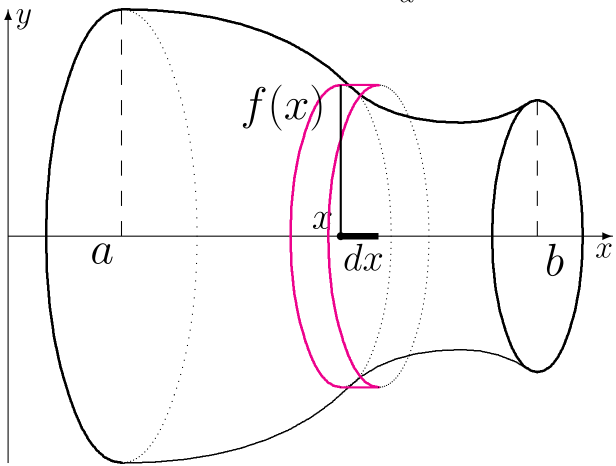
XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен* $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.

Объем цилиндра равен $\pi R^2 h = \pi \cdot (f(x))^2 \cdot dx$.

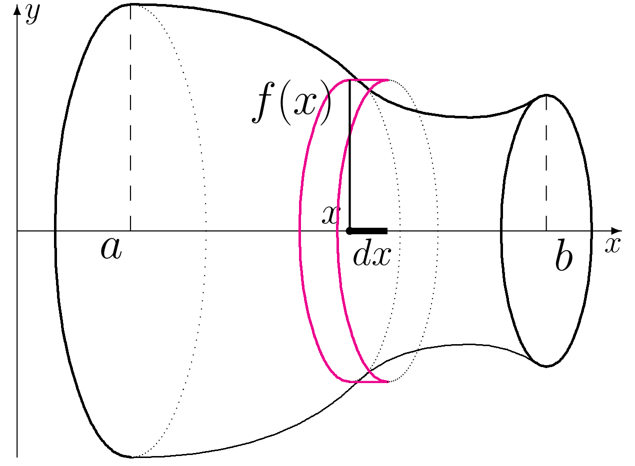
Теперь осталось просуммировать по отрезку $[a;\ b]$:

$V =$



XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*



Объем цилиндра равен $\pi R^2 h = \pi \cdot (f(x))^2 \cdot dx$.

Теперь осталось просуммировать по отрезку $[a;\ b]$:

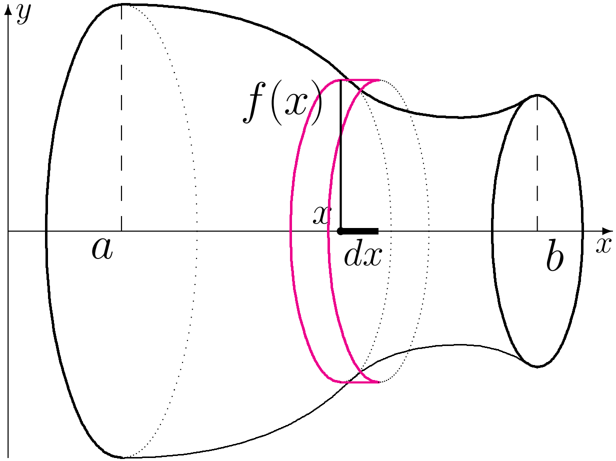
$$V = \pi \int\limits_a^b$$

XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

Объем цилиндра равен $\pi R^2 h = \pi \cdot (f(x))^2 \cdot dx$.
Теперь осталось просуммировать по отрезку $[a;\ b]$:

$$V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx.$$



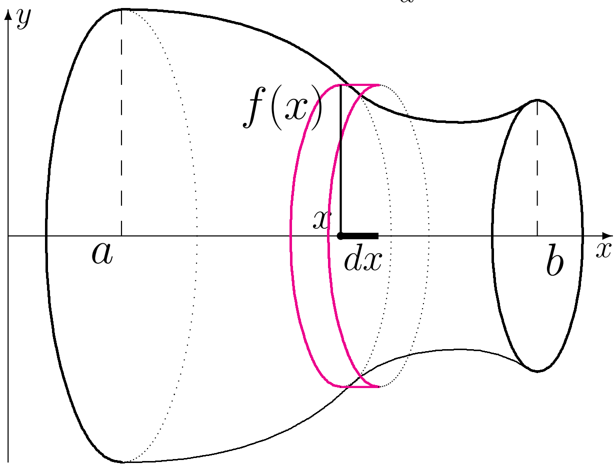
XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a, b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен* $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\, dx$.

Объем цилиндра равен $\pi R^2 h = \pi \cdot (f(x))^2 \cdot dx$.
Теперь осталось просуммировать по отрезку $[a;\ b]$:

$$V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\, dx.$$

Строгое доказательство почти повторяет эти рассуждения:



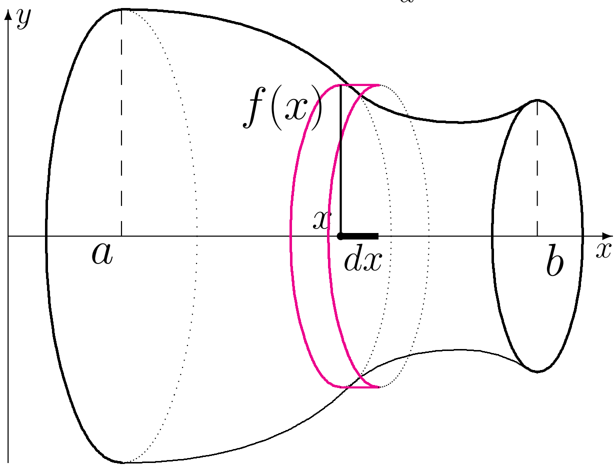
надо сразу рассматривать сумму и потом брать предел при диаметре разбиения, стремящемся к 0.

XVI.2. Объем тела вращения

Теорема 49. *Если f непрерывна на $[a,b]$, то объём V тела, ограниченного поверхностью, полученной вращением кривой $y = f(x)$ вокруг оси Ox, и плоскостями $x = a$, $x = b$, равен $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx$.*

Объем цилиндра равен
$\pi R^2 h = \pi\cdot(f(x))^2\cdot dx.$
Теперь осталось просуммировать по отрезку $[a;\ b]$:

$$V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,dx.$$



Рассмотрим пример?

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \tag{57}$$

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть $a < b$ и функции $u(t)$, $v(t)$ непрерывно-дифференцируемы на $[a, b]$. Тогда длина дуги кривой $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, где $a \leqslant t \leqslant b$, равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\,dt. \tag{57}$$

Доказательство. Начнем, естественно,

с

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой*
$\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\,dt. \tag{57}$$

Доказательство. Начнем, естественно,

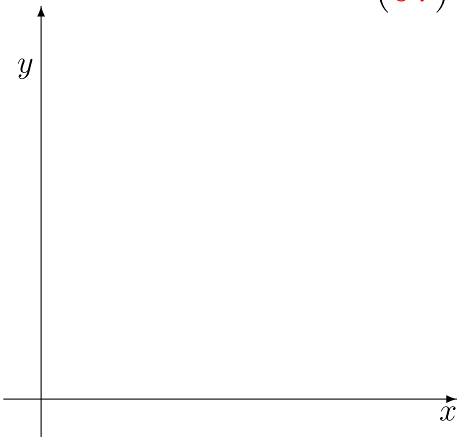
с выполнения рисунка.

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть $a < b$ и функции $u(t)$, $v(t)$ непрерывно-дифференцируемы на $[a, b]$. Тогда длина дуги кривой $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, где $a \leqslant t \leqslant b$, равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\,dt. \tag{57}$$

Доказательство. Начнем, естественно, с выполнения рисунка.

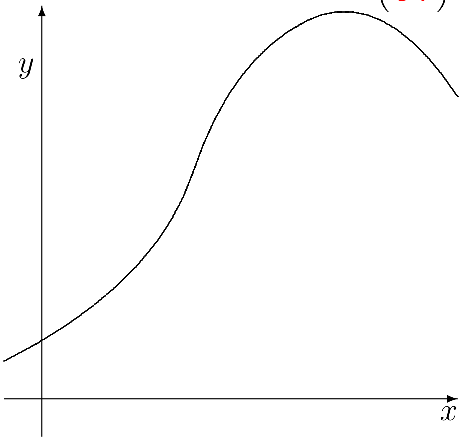


XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\,dt. \tag{57}$$

Доказательство. Начнем, естественно, с выполнения рисунка.

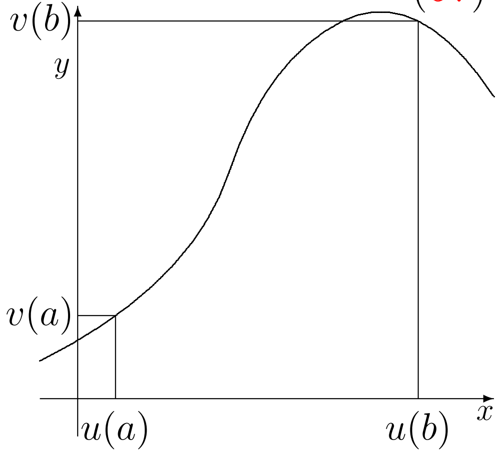


XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$

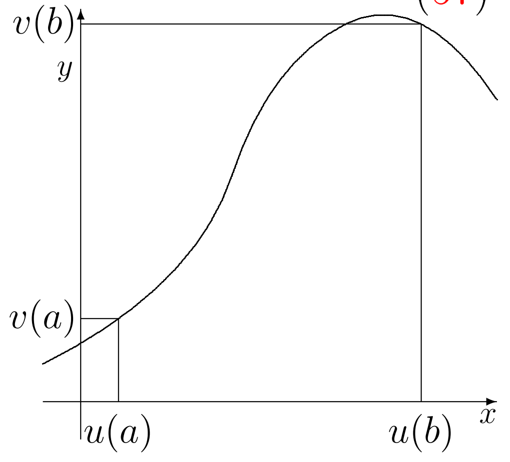
Доказательство. Начнем, естественно, с выполнения рисунка.



XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$

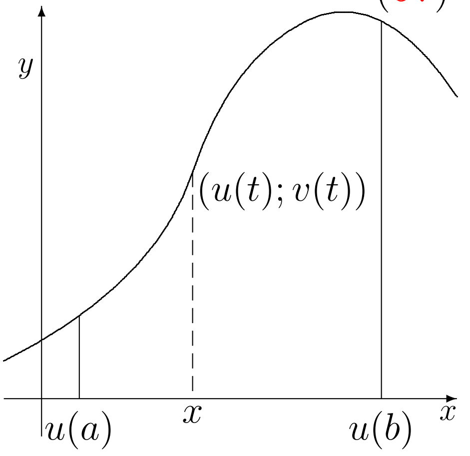


Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\,dt. \qquad (57)$$

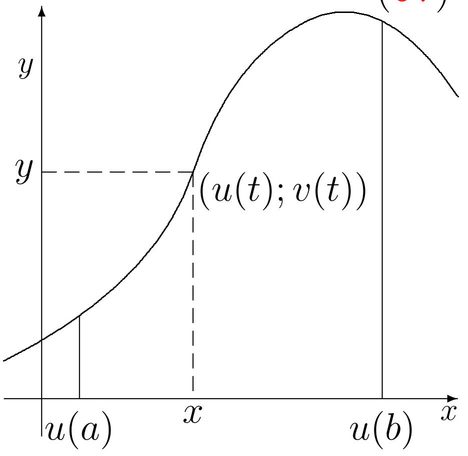


Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$



Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.

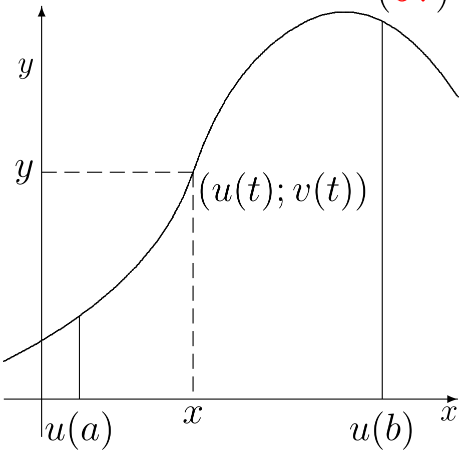
XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$

Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.

Зададим приращение Δt параметра t и выделим участок линии: $\left\{M \,\middle|\, \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{\mathbf{r}}(\tau),\quad \tau \in [t, t + \Delta t]\right\}$.



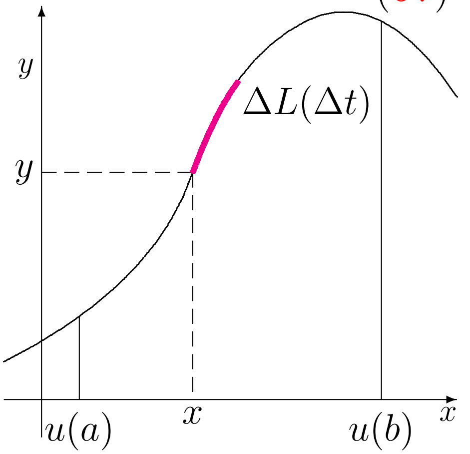
XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть $a < b$ и функции $u(t)$, $v(t)$ непрерывно-дифференцируемы на $[a, b]$. Тогда длина дуги кривой $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, где $a \leqslant t \leqslant b$, равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\,dt. \qquad (57)$$

Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.

Зададим приращение Δt параметра t и выделим участок линии: $\Big\{M \,\big|\, \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{\mathbf{r}}(\tau),\quad \tau \in [t, t + \Delta t]\Big\}$.



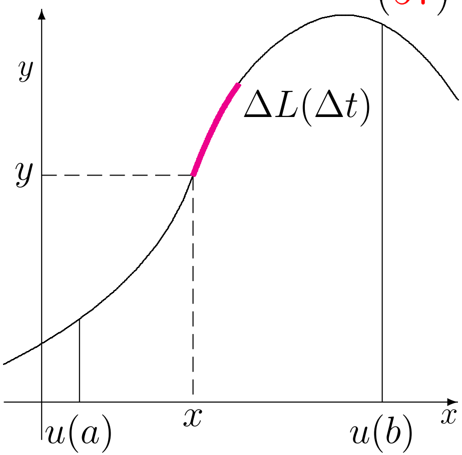
XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$

Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.

Зададим приращение Δt параметра t и выделим участок линии: $\left\{M \,\middle|\, \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{\mathbf{r}}(\tau),\quad \tau \in [t, t + \Delta t]\right\}$.

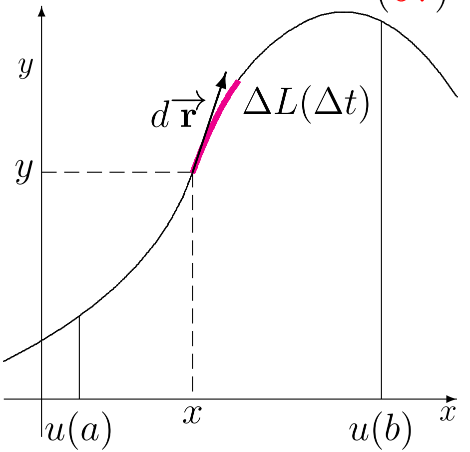


Длина участка ΔL с точностью до бесконечно малых порядка, большего Δt, равна $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t)\right|$.

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\,dt. \qquad (57)$$



Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.

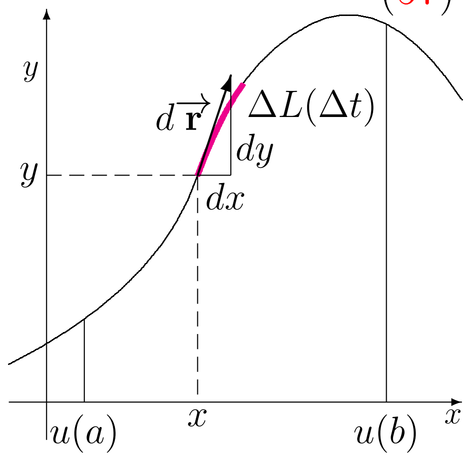
Зададим приращение Δt параметра t и выделим участок линии: $\left\{M \,\middle|\, \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{\mathbf{r}}(\tau),\quad \tau \in [t, t + \Delta t]\right\}$.

Длина участка ΔL с точностью до бесконечно малых порядка, большего Δt, равна $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t)\right|$.

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$



Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.

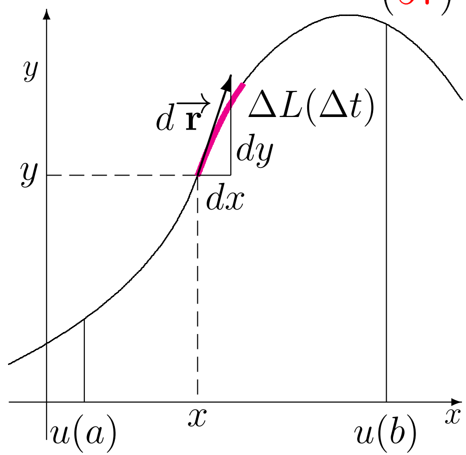
Зададим приращение Δt параметра t и выделим участок линии: $\left\{M \,\middle|\, \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{\mathbf{r}}(\tau),\quad \tau \in [t, t + \Delta t]\right\}$.

Длина участка ΔL с точностью до бесконечно малых порядка, большего Δt, равна $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t)\right|$.

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$



Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.

Зададим приращение Δt параметра t и выделим участок линии: $\Big\{M \,\big|\, \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{\mathbf{r}}(\tau), \quad \tau \in [t, t + \Delta t]\Big\}$.

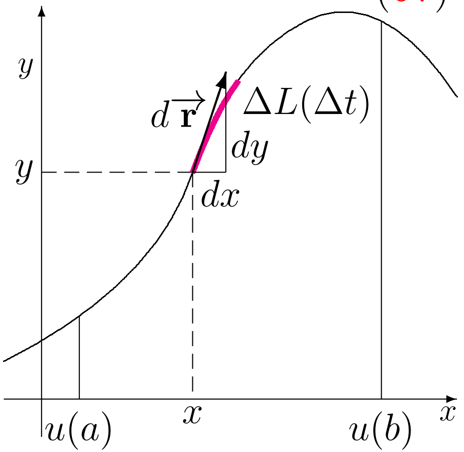
$d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t) =$

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть $a < b$ и функции $u(t)$, $v(t)$ непрерывно-дифференцируемы на $[a, b]$. Тогда длина дуги кривой $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, где $a \leqslant t \leqslant b$, равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$

Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.



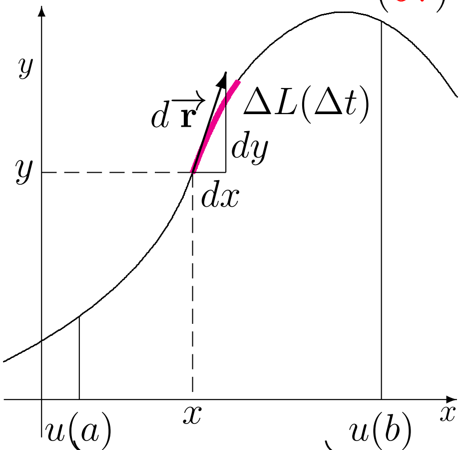
Зададим приращение Δt параметра t и выделим участок линии: $\left\{M \mid \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{\mathbf{r}}(\tau),\quad \tau \in [t, t+\Delta t]\right\}$.

$d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t) = \mathbf{dx}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{dy}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{j}} =$

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$



Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.

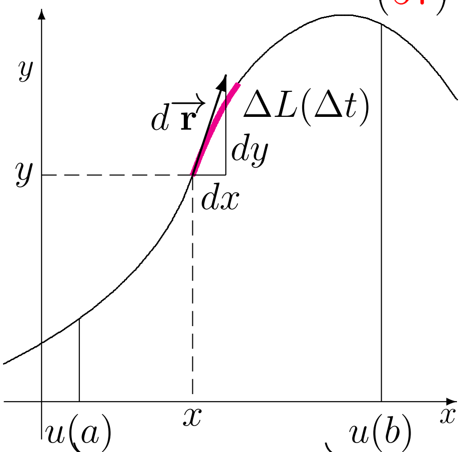
Зададим приращение Δt параметра t и выделим участок линии: $\left\{M \mid \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{\mathbf{r}}(\tau),\quad \tau \in [t, t+\Delta t]\right\}$.

$$d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t) = \mathbf{dx}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{dy}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = \acute{u}(t)\,dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\,dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{j}} =$$

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть $a < b$ и функции $u(t)$, $v(t)$ непрерывно-дифференцируемы на $[a, b]$. Тогда длина дуги кривой $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, где $a \leqslant t \leqslant b$, равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$



Доказательство. Возьмем на графике произвольную точку $(x, y) = \big(u(t);\ v(t)\big)$, где $t \in (a, b)$.

Зададим приращение Δt параметра t и выделим участок линии: $\Big\{M \,\Big|\, \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{\mathbf{r}}(\tau), \quad \tau \in [t, t + \Delta t]\Big\}$.

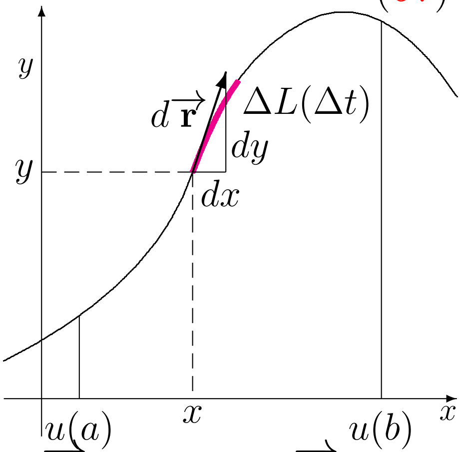
$$d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t) = \mathbf{dx}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{dy}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = \acute{u}(t)\,dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\,dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{j}} =$$
$$= \Big(\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\Big)\, dt.$$

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть $a < b$ и функции $u(t)$, $v(t)$ непрерывно-дифференцируемы на $[a, b]$. Тогда длина дуги кривой*
$\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где $a \leqslant t \leqslant b$, равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \tag{57}$$

Доказательство. Значит,
$|\Delta L| \approx$



$$d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t) = \mathbf{dx}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{dy}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = \acute{u}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{j}} =$$
$$= \left(\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt.$$

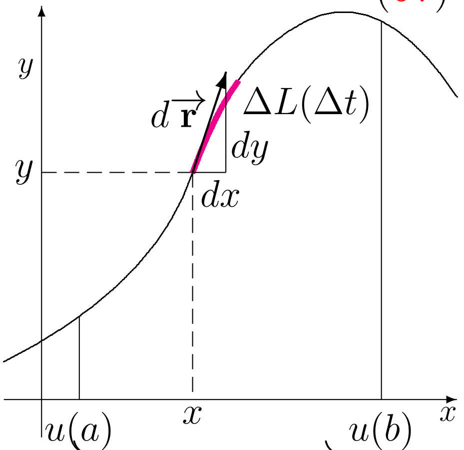
XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть $a < b$ и функции $u(t)$, $v(t)$ непрерывно-дифференцируемы на $[a, b]$. Тогда длина дуги кривой $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, где $a \leqslant t \leqslant b$, равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \tag{57}$$

Доказательство. Значит,

$|\Delta L| \approx \left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}\right| =$



$$d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t) = \mathbf{dx}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{dy}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = \acute{u}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{j}} =$$
$$= \left(\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt.$$

XVI.3. Длина дуги линии

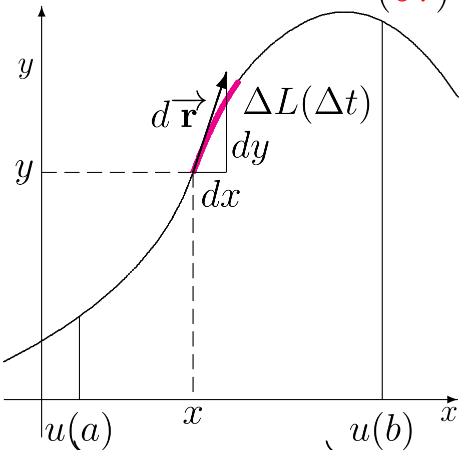
Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \tag{57}$$

Доказательство. Значит,

$|\Delta L| \approx \left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}\right| =$

Здесь $\approx$ означает, что это равенство выполняется с точностью до бесконечно малых порядка большего, чем Δt.



$$d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t) = \mathbf{dx}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{dy}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = \acute{u}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{j}} =$$

$$= \left(\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt.$$

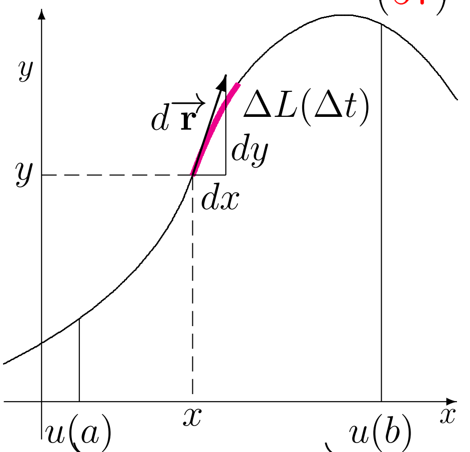
XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$

Доказательство. Значит,

$$|\Delta L| \approx \left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}\right| = \left|\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| dt =$$



$$d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t) = \mathbf{dx}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{dy}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = \acute{u}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{j}} =$$

$$= \left(\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt.$$

XVI.3. Длина дуги линии

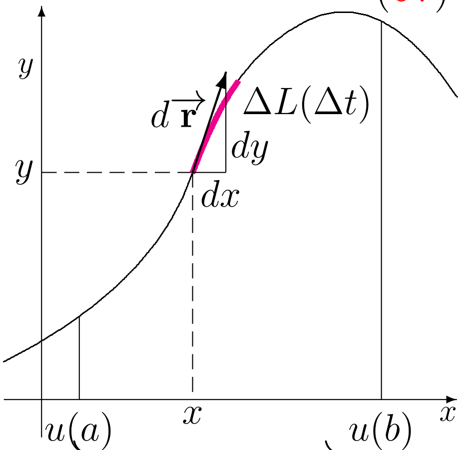
Теорема 50. *Пусть $a < b$ и функции $u(t)$, $v(t)$ непрерывно-дифференцируемы на $[a, b]$. Тогда длина дуги кривой $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, где $a \leqslant t \leqslant b$, равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$

Доказательство. Значит,

$$|\Delta L| \approx \left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}\right| = \left|\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| dt =$$

$$= \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt.$$



$$d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t) = \mathbf{dx}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{dy}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = \acute{u}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{j}} =$$

$$= \left(\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt.$$

XVI.3. Длина дуги линии

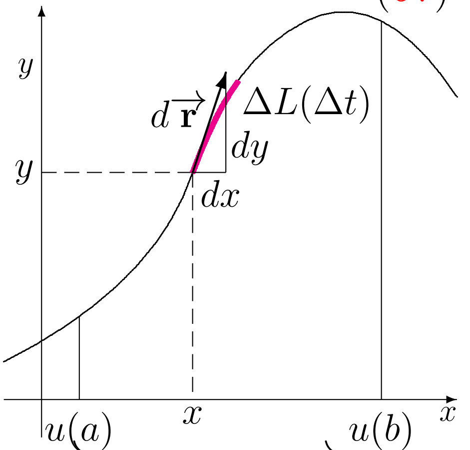
Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$

Доказательство. Значит,

$$|\Delta L| \approx \left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}\right| = \left|\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| dt =$$
$$= \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt.$$

Осталось «просуммировать» по отрезк$[a;\ b]$, и получим формулу (57).

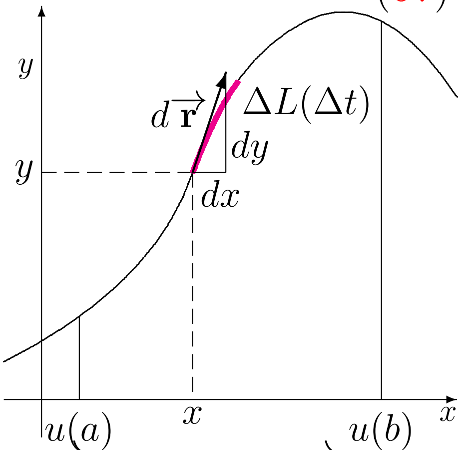


$$d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t) = \mathbf{dx}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{dy}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = \acute{u}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{j}} =$$
$$= \left(\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt.$$

XVI.3. Длина дуги линии

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt. \qquad (57)$$



Доказательство. Значит,

$$|\Delta L| \approx \left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}\right| = \left|\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| dt =$$

$$= \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\, dt.$$

Осталось «просуммировать» по отрезк$[a;\ b]$, и получим формулу (57).

Теорема доказана.

$$d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t, \Delta t) = \mathbf{dx}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \mathbf{dy}(t, \Delta t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = \acute{u}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\, dt \cdot \overrightarrow{\mathbf{j}} =$$

$$= \left(\acute{u}(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{v}(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt.$$

XVI.4. Длина дуги линии $y = f(x)$

Теорема 50. *Пусть* $a < b$ *и функции* $u(t)$, $v(t)$ *непрерывно-дифференцируемы на* $[a, b]$. *Тогда длина дуги кривой* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = u(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + v(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $a \leqslant t \leqslant b$, *равна*

$$\int_a^b \sqrt{\acute{u}^2(t) + \acute{v}^2(t)}\,dt. \qquad (57)$$

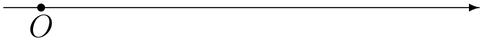
Замечание 2. *Часто линия представляет собой часть графика функции* f, *заданной выражением* $f(x)$, *где* $a \leqslant x \leqslant b$. *В этом случае можно считать, что линия задана параметрическими уравнениями* $\begin{cases} x = x, \\ y = f(x). \end{cases}$ *В этом случае формулу (57) для вычисления длины дуги этой кривой можно представить в виде*

$$\int_a^b \sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\,dx. \qquad (58)$$

Рассмотрим пример?

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

В полярной системе координат на плоскости зафиксирована **полярная ось** и точка O на ней, называемая **полюсом**.



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

В полярной системе координат на плоскости зафиксирована **полярная ось** и точка O на ней, называемая **полюсом**.

Положение точки на плоскости характеризуется:

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

В полярной системе координат на плоскости зафиксирована **полярная ось** и точка O на ней, называемая **полюсом**.

Положение точки на плоскости характеризуется:

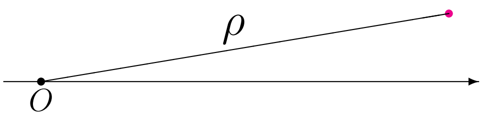
во-первых, расстоянием ρ от этой точки до полюса O;

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

В полярной системе координат на плоскости зафиксирована **полярная ось** и точка O на ней, называемая **полюсом**.

Положение точки на плоскости характеризуется:

во-первых, расстоянием ρ от этой точки до полюса O;



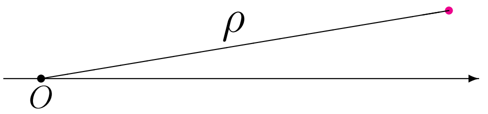
XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

В полярной системе координат на плоскости зафиксирована **полярная ось** и точка O на ней, называемая **полюсом**.

Положение точки на плоскости характеризуется:

во-первых, расстоянием ρ от этой точки до полюса O;

во-вторых, углом φ между радиусом-вектором этой точки и полярной осью.



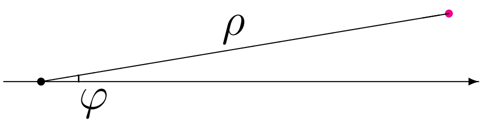
XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

В полярной системе координат на плоскости зафиксирована **полярная ось** и точка O на ней, называемая **полюсом**.

Положение точки на плоскости характеризуется:

во-первых, расстоянием ρ от этой точки до полюса O;

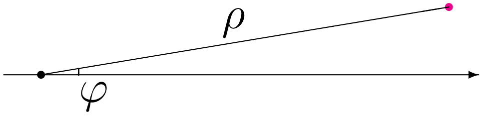
во-вторых, углом φ между радиусом-вектором этой точки и полярной осью.



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением

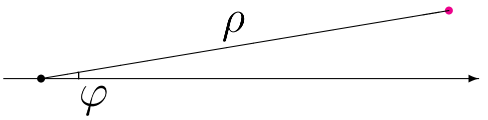
$\rho = \rho(\varphi)$.



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

Начнем понемногу увеличивать величину угла φ

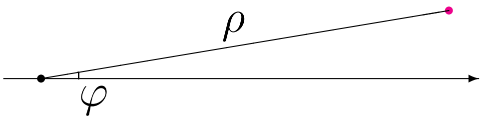


XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

Начнем понемногу увеличивать величину угла φ

Постепенно конец радиуса-вектора станет описывать интересующую нас кривую $\rho = \rho(\varphi)$.

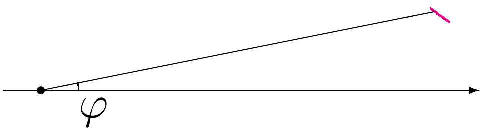


XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

Начнем понемногу увеличивать величину угла φ

Постепенно конец радиуса-вектора станет описывать интересующую нас кривую $\rho = \rho(\varphi)$.

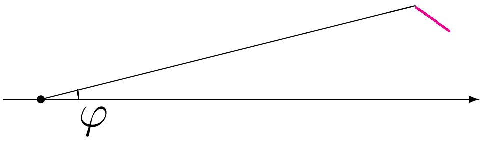


XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

Начнем понемногу увеличивать величину угла φ

Постепенно конец радиуса-вектора станет описывать интересующую нас кривую $\rho = \rho(\varphi)$.

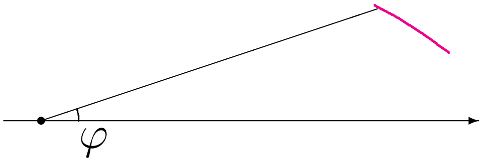


XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

Начнем понемногу увеличивать величину угла φ

Постепенно конец радиуса-вектора станет описывать интересующую нас кривую $\rho = \rho(\varphi)$.

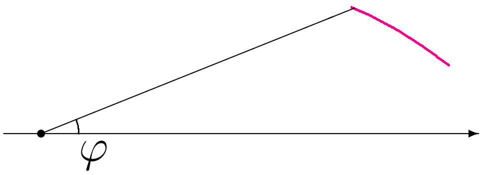


XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

Начнем понемногу увеличивать величину угла φ

Постепенно конец радиуса-вектора станет описывать интересующую нас кривую $\rho = \rho(\varphi)$.

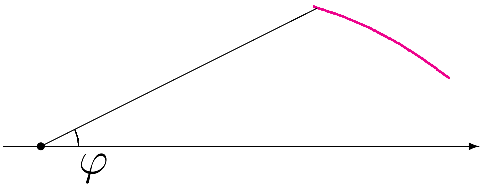


XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

Начнем понемногу увеличивать величину угла φ

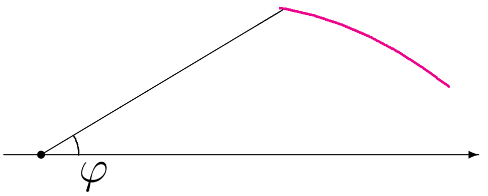
Постепенно конец радиуса-вектора станет описывать интересующую нас кривую $\rho = \rho(\varphi)$.



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

Начнем понемногу увеличивать величину угла φ



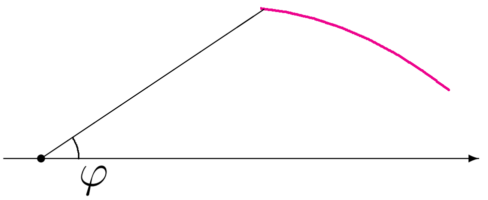
Постепенно конец радиуса-вектора станет описывать интересующую нас кривую $\rho = \rho(\varphi)$.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

Начнем понемногу увеличивать величину угла φ

Постепенно конец радиуса-вектора станет описывать интересующую нас кривую $\rho = \rho(\varphi)$.

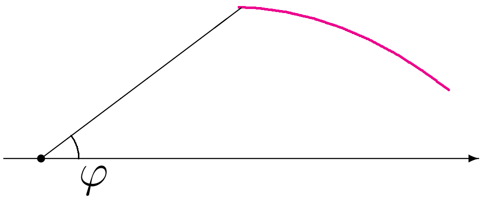


XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

Начнем понемногу увеличивать величину угла φ

Постепенно конец радиуса-вектора станет описывать интересующую нас кривую $\rho = \rho(\varphi)$.

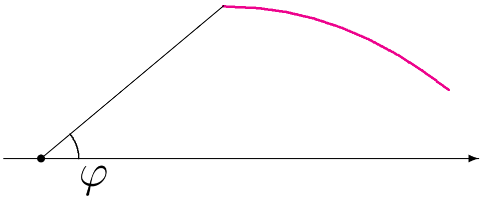


XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

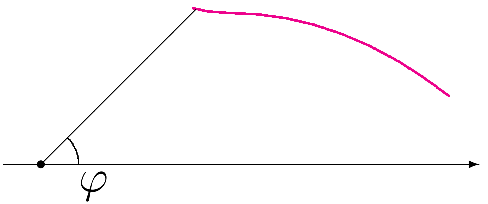
Начнем понемногу увеличивать величину угла φ

Постепенно конец радиуса-вектора станет описывать интересующую нас кривую $\rho = \rho(\varphi)$.



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Рассмотрим кривую, заданную уравнением $\rho = \rho(\varphi)$.

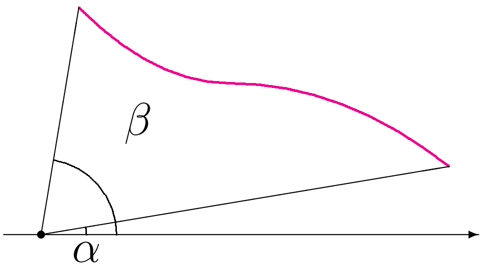


Начнем понемногу увеличивать величину угла φ

Постепенно конец радиуса-вектора станет описывать интересующую нас кривую $\rho = \rho(\varphi)$.

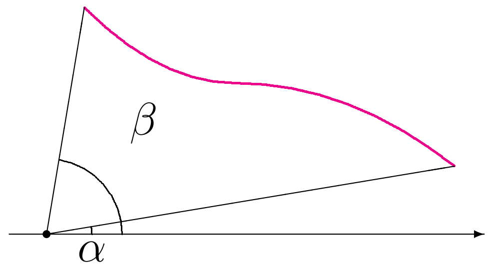
XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Попытаемся понять, как найти площадь изображённого сектора (вообще говоря, не кругового).



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

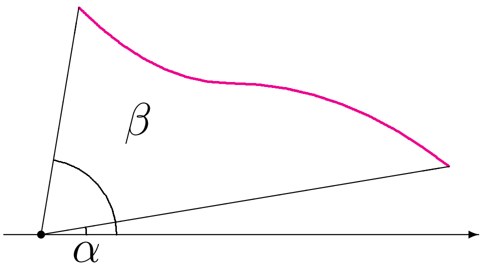
Попытаемся понять, как найти площадь изображённого сектора (вообще говоря, не кругового).



Для этого сначала поймём, как приближённо найти площадь сектора, отвечающего маленькому значению изменения угла.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Попытаемся понять, как найти площадь изображённого сектора (вообще говоря, не кругового).

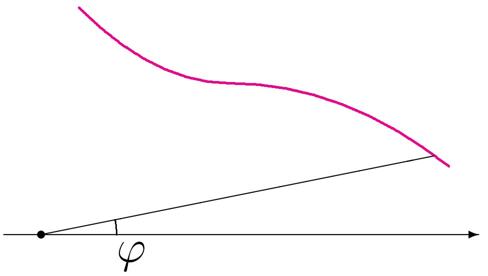


Для этого сначала поймём, как приближённо найти площадь сектора, отвечающего маленькому значению изменения угла.

Зафиксируем некоторое значение угла φ.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Попытаемся понять, как найти площадь изображённого сектора (вообще говоря, не кругового).

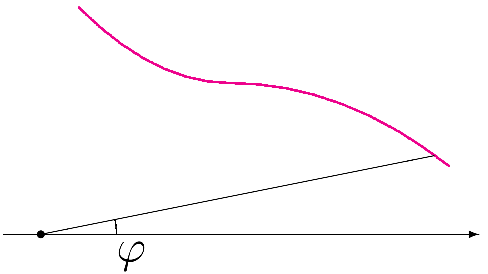


Для этого сначала поймём, как приближённо найти площадь сектора, отвечающего маленькому значению изменения угла.

Зафиксируем некоторое значение угла φ.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Попытаемся понять, как найти площадь изображённого сектора (вообще говоря, не кругового).



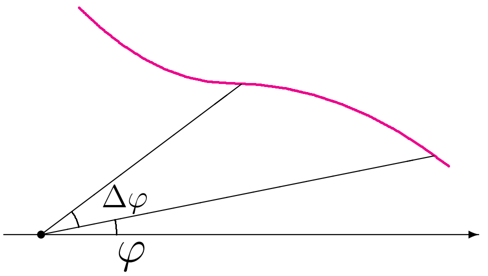
Для этого сначала поймём, как приближённо найти площадь сектора, отвечающего маленькому значению изменения угла.

Зафиксируем некоторое значение угла φ.

Зададим приращение $\Delta\varphi$ величины угла.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Попытаемся понять, как найти площадь изображённого сектора (вообще говоря, не кругового).

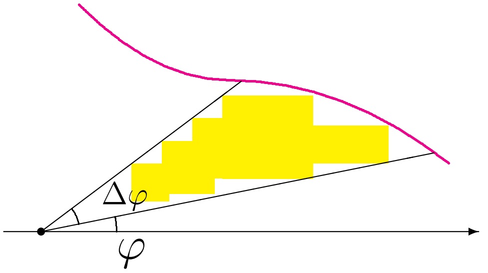


Для этого сначала поймём, как приближённо найти площадь сектора, отвечающего маленькому значению изменения угла.

Зафиксируем некоторое значение угла φ.

Зададим приращение $\Delta\varphi$ величины угла.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах



Попытаемся понять, как найти площадь изображённого сектора (вообще говоря, не кругового).

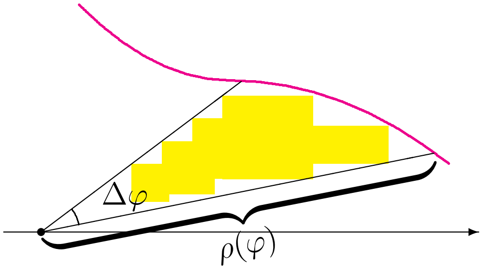
Для этого сначала поймём, как приближённо найти площадь сектора, отвечающего маленькому значению изменения угла.

Зафиксируем некоторое значение угла φ.

Зададим приращение $\Delta\varphi$ величины угла.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Попытаемся понять, как найти площадь изображённого сектора (вообще говоря, не кругового).



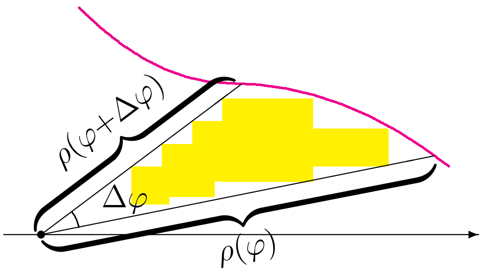
Для этого сначала поймём, как приближённо найти площадь сектора, отвечающего маленькому значению изменения угла.

Зафиксируем некоторое значение угла φ.

Зададим приращение $\Delta\varphi$ величины угла.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Попытаемся понять, как найти площадь изображённого сектора (вообще говоря, не кругового).



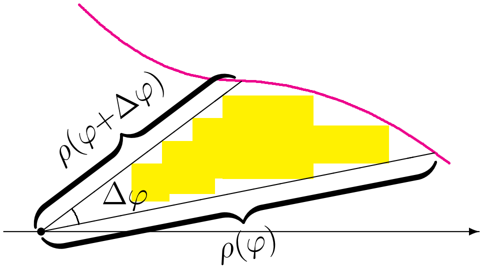
Для этого сначала поймём, как приближённо найти площадь сектора, отвечающего маленькому значению изменения угла.

Зафиксируем некоторое значение угла φ.

Зададим приращение $\Delta\varphi$ величины угла.

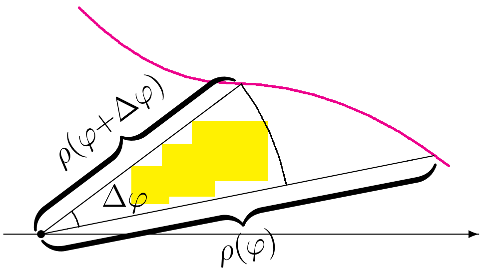
XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Посмотрим, можно ли приближённо представить этого сектора как площадь кругового сектора.



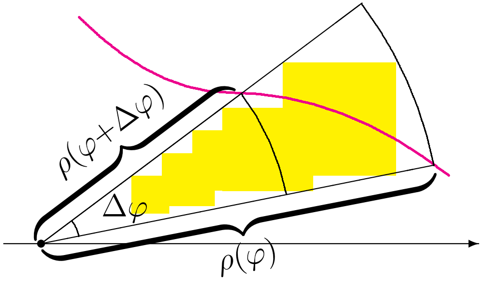
XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

Посмотрим, можно ли приближённо представить этого сектора как площадь кругового сектора.



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

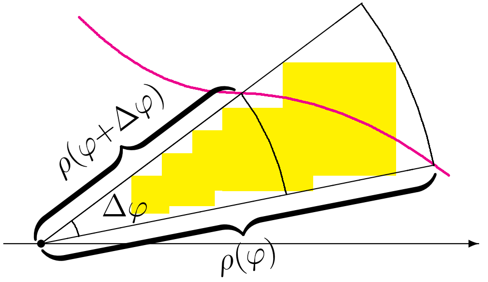
Посмотрим, можно ли приближённо представить этого сектора как площадь кругового сектора.



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

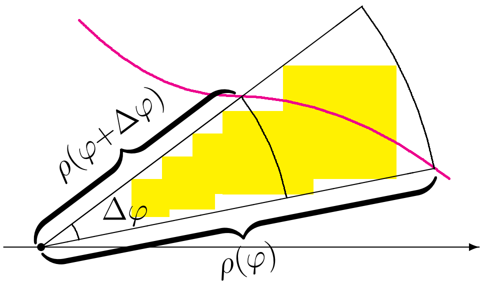
Посмотрим, можно ли приближённо представить этого сектора как площадь кругового сектора.

А что значит «можно»?

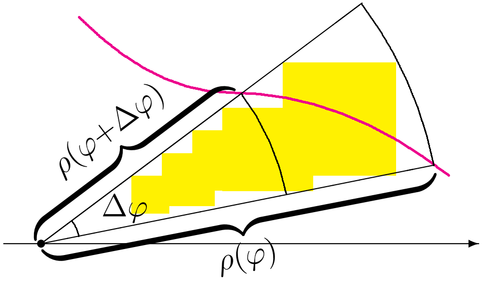


XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

В математическом анализе корректность аппроксимации обычно означает, что разность между «бо́льшим» и «ме́ньшим» значением такого «приближения» представляет собой бесконечно малую величину порядка, бо́льшего, чем $\Delta\varphi$.



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

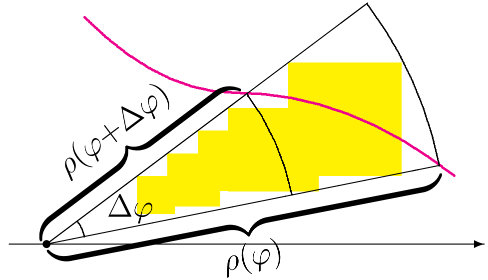


В математическом анализе корректность аппроксимации обычно означает, что разность между «бо́льшим» и «ме́ньшим» значением такого «приближения» представляет собой бесконечно малую величину порядка, бо́льшего, чем $\Delta\varphi$.

Как найти площадь кругового сектора радиуса R с центральным углом α?

Ясно, что площадь сектора прямо пропорциональна величине α центрального угла.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

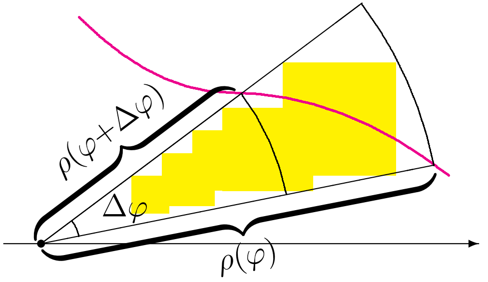


В математическом анализе корректность аппроксимации обычно означает, что разность между «бо́льшим» и «ме́ньшим» значением такого «приближения» представляет собой бесконечно малую величину порядка, бо́льшего, чем $\Delta\varphi$.

Как найти площадь кругового сектора радиуса R с центральным углом α?

Пусть для угла α площадь сектора равна $S_{\text{сектора}}$.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах



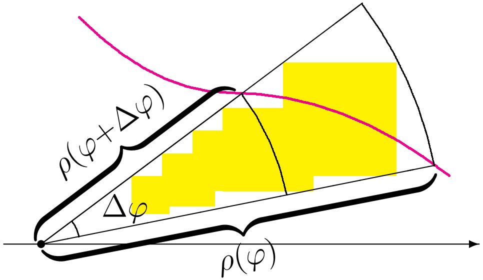
В математическом анализе корректность аппроксимации обычно означает, что разность между «бо́льшим» и «ме́ньшим» значением такого «приближения» представляет собой бесконечно малую величину порядка, бо́льшего, чем $\Delta\varphi$.

Как найти площадь кругового сектора радиуса R с центральным углом α?

Пусть для угла α площадь сектора равна $S_{\text{сектора}}$.

Сектор с углом 2π — это круг.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах



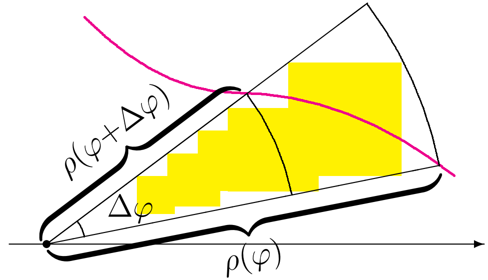
В математическом анализе корректность аппроксимации обычно означает, что разность между «бóльшим» и «мéньшим» значением такого «приближения» представляет собой бесконечно малую величину порядка, бóльшего, чем $\Delta\varphi$.

Как найти площадь кругового сектора радиуса R с центральным углом α?

Пусть для угла α площадь сектора равна $S_{\text{сектора}}$.

Для угла 2π площадь сектора равна πR^2.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах



В математическом анализе корректность аппроксимации обычно означает, что разность между «бо́льшим» и «ме́ньшим» значением такого «приближения» представляет собой бесконечно малую величину порядка, бо́льшего, чем $\Delta\varphi$.

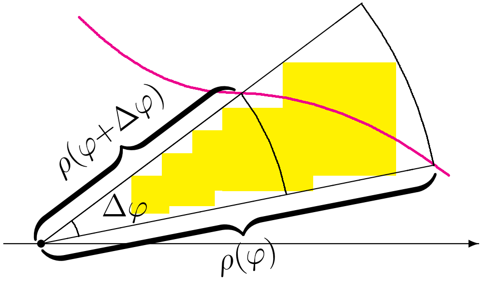
Как найти площадь кругового сектора радиуса R с центральным углом α?

Пусть для угла α площадь сектора равна $S_{\text{сектора}}$.

Для угла 2π площадь сектора равна πR^2.

$$\frac{\alpha}{\quad} = \frac{S_{\text{сектора}}}{\quad}.$$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах



В математическом анализе корректность аппроксимации обычно означает, что разность между «бо́льшим» и «ме́ньшим» значением такого «приближения» представляет собой бесконечно малую величину порядка, бо́льшего, чем $\Delta\varphi$.

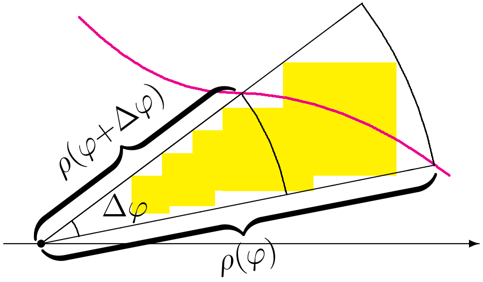
Как найти площадь кругового сектора радиуса R с центральным углом α?

Пусть для угла α площадь сектора равна $S_{\text{сектора}}$.

Для угла 2π площадь сектора равна πR^2.

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{S_{\text{сектора}}}{}.$$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах



В математическом анализе корректность аппроксимации обычно означает, что разность между «бо́льшим» и «ме́ньшим» значением такого «приближения» представляет собой бесконечно малую величину порядка, бо́льшего, чем $\Delta\varphi$.

Как найти площадь кругового сектора радиуса R с центральным углом α?

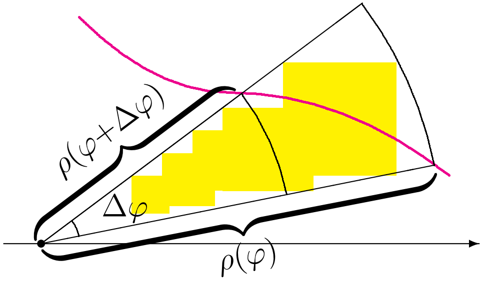
Пусть для угла α площадь сектора равна $S_{\text{сектора}}$.

Для угла 2π площадь сектора равна πR^2.

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{S_{\text{сектора}}}{\pi R^2}.$$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} =$



В математическом анализе корректность аппроксимации обычно означает, что разность между «бо́льшим» и «ме́ньшим» значением такого «приближения» представляет собой бесконечно малую величину порядка, бо́льшего, чем $\Delta\varphi$.

Как найти площадь кругового сектора радиуса R с центральным углом α?

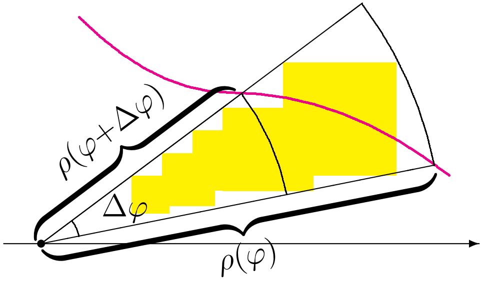
Пусть для угла α площадь сектора равна $S_{\text{сектора}}$.

Для угла 2π площадь сектора равна πR^2.

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{S_{\text{сектора}}}{\pi R^2}.$$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \dfrac{\alpha}{2} \cdot R^2.$



В математическом анализе корректность аппроксимации обычно означает, что разность между «бо́льшим» и «ме́ньшим» значением такого «приближения» представляет собой бесконечно малую величину порядка, бо́льшего, чем $\Delta\varphi$.

Как найти площадь кругового сектора радиуса R с центральным углом α?

Пусть для угла α площадь сектора равна $S_{\text{сектора}}$.

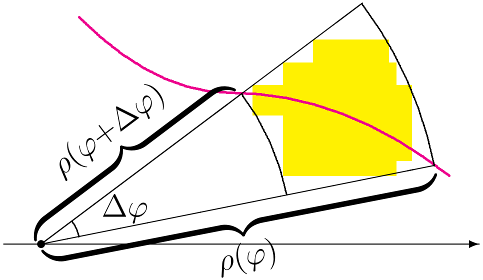
Для угла 2π площадь сектора равна πR^2.

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{S_{\text{сектора}}}{\pi R^2}.$$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \dfrac{\alpha}{2} \cdot R^2.$

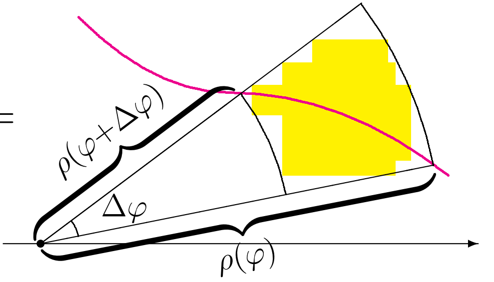
$\lim\limits_{\Delta\varphi \to 0} \dfrac{\Delta S}{\Delta\varphi} =$



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

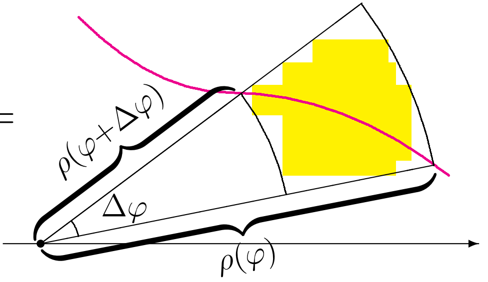
$S_{\text{сектора}} = \dfrac{\alpha}{2} \cdot R^2.$

$$\lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{\Delta S}{\Delta\varphi} = \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{S_{\text{большого}} - S_{\text{маленького}}}{\Delta\varphi} =$$



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$$S_{\text{сектора}} = \frac{\alpha}{2} \cdot R^2.$$

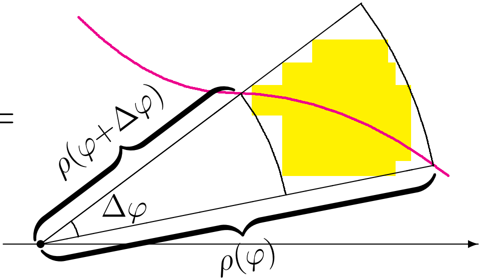


$$\lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{\Delta S}{\Delta\varphi} = \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{S_{\text{большого}} - S_{\text{маленького}}}{\Delta\varphi} =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{\Delta\varphi} \left| \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi) - \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi+\Delta\varphi) \right| =$$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \dfrac{\alpha}{2} \cdot R^2.$



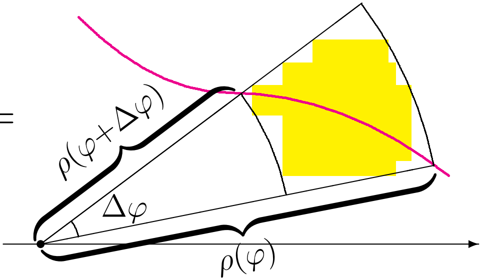
$$\lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{\Delta S}{\Delta\varphi} = \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{S_{\text{большого}} - S_{\text{маленького}}}{\Delta\varphi} =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{\Delta\varphi} \left| \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi) - \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi+\Delta\varphi) \right| =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{2} \left| \rho^2(\varphi) - \rho^2(\varphi+\Delta\varphi) \right| =$$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \dfrac{\alpha}{2} \cdot R^2.$



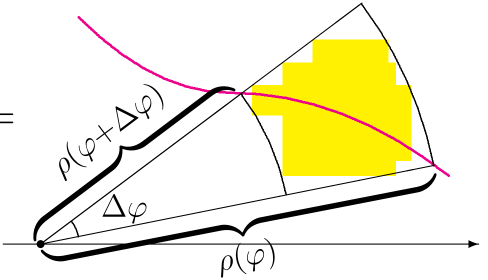
$$\lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{\Delta S}{\Delta\varphi} = \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{S_{\text{большого}} - S_{\text{маленького}}}{\Delta\varphi} =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{\Delta\varphi} \left| \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi) - \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi+\Delta\varphi) \right| =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{2} \left| \rho^2(\varphi) - \rho^2(\varphi+\Delta\varphi) \right| =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi) + \rho(\varphi+\Delta\varphi)| \cdot |\rho(\varphi) - \rho(\varphi+\Delta\varphi)|}{2} =$$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах



$S_{\text{сектора}} = \frac{\alpha}{2} \cdot R^2.$

$$\lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{\Delta S}{\Delta\varphi} = \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{S_{\text{большого}} - S_{\text{маленького}}}{\Delta\varphi} =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{\Delta\varphi} \left| \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi) - \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi+\Delta\varphi) \right| =$$

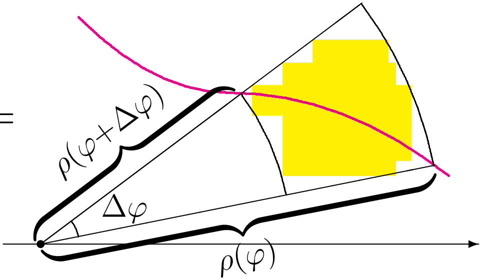
$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{2} \left| \rho^2(\varphi) - \rho^2(\varphi+\Delta\varphi) \right| =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi)+\rho(\varphi+\Delta\varphi)| \cdot |\rho(\varphi)-\rho(\varphi+\Delta\varphi)|}{2} =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi)+\rho(\varphi+\Delta\varphi)|}{2} \cdot \lim_{\Delta\varphi\to 0} |\rho(\varphi)-\rho(\varphi+\Delta\varphi)| =$$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \dfrac{\alpha}{2} \cdot R^2.$



$$\lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{\Delta S}{\Delta\varphi} = \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{S_{\text{большого}} - S_{\text{маленького}}}{\Delta\varphi} =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{\Delta\varphi} \left| \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi) - \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi + \Delta\varphi) \right| =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{2} \left| \rho^2(\varphi) - \rho^2(\varphi + \Delta\varphi) \right| =$$

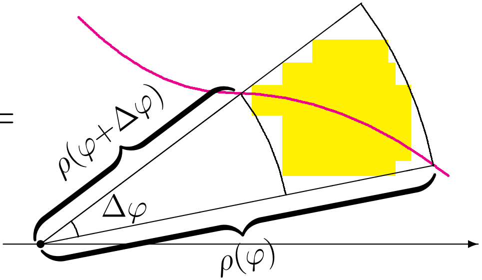
$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi) + \rho(\varphi + \Delta\varphi)| \cdot |\rho(\varphi) - \rho(\varphi + \Delta\varphi)|}{2} =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi) + \rho(\varphi + \Delta\varphi)|}{2} \cdot \lim_{\Delta\varphi\to 0} |\rho(\varphi) - \rho(\varphi + \Delta\varphi)| =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi) + \rho(\varphi + \Delta\varphi)|}{2} \cdot 0 =$$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \frac{\alpha}{2} \cdot R^2.$



$$\lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{\Delta S}{\Delta\varphi} = \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{S_{\text{большого}} - S_{\text{маленького}}}{\Delta\varphi} =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{\Delta\varphi} \left| \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi) - \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi+\Delta\varphi) \right| =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{2} \left| \rho^2(\varphi) - \rho^2(\varphi+\Delta\varphi) \right| =$$

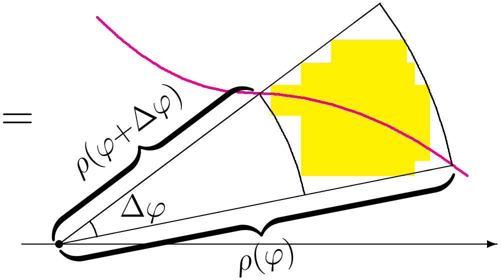
$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi)+\rho(\varphi+\Delta\varphi)| \cdot |\rho(\varphi)-\rho(\varphi+\Delta\varphi)|}{2} =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi)+\rho(\varphi+\Delta\varphi)|}{2} \cdot \lim_{\Delta\varphi\to 0} |\rho(\varphi)-\rho(\varphi+\Delta\varphi)| =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi)+\rho(\varphi+\Delta\varphi)|}{2} \cdot 0 = 0.$$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \frac{\alpha}{2} \cdot R^2.$



$$\lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{\Delta S}{\Delta\varphi} = \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{S_{\text{большого}} - S_{\text{маленького}}}{\Delta\varphi} =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{\Delta\varphi} \left| \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi) - \frac{\Delta\varphi}{2}\rho^2(\varphi+\Delta\varphi) \right| =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{1}{2} \left| \rho^2(\varphi) - \rho^2(\varphi+\Delta\varphi) \right| =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi)+\rho(\varphi+\Delta\varphi)| \cdot |\rho(\varphi)-\rho(\varphi+\Delta\varphi)|}{2} =$$

$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi)+\rho(\varphi+\Delta\varphi)|}{2} \cdot \lim_{\Delta\varphi\to 0} |\rho(\varphi)-\rho(\varphi+\Delta\varphi)| =$$

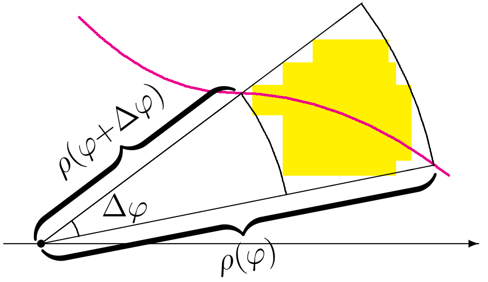
$$= \lim_{\Delta\varphi\to 0} \frac{|\rho(\varphi)+\rho(\varphi+\Delta\varphi)|}{2} \cdot 0 = 0.$$

Аппроксимация круговым сектором корректна.

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \frac{\alpha}{2} \cdot R^2.$

Итак, $dS = \frac{\rho^2(\varphi)}{2} d\varphi.$

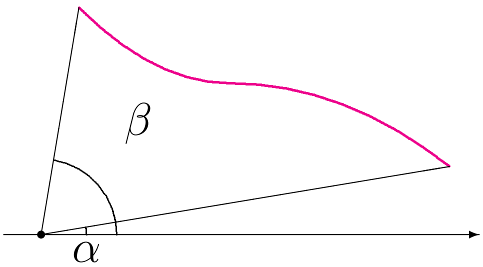


XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \dfrac{\alpha}{2} \cdot R^2.$

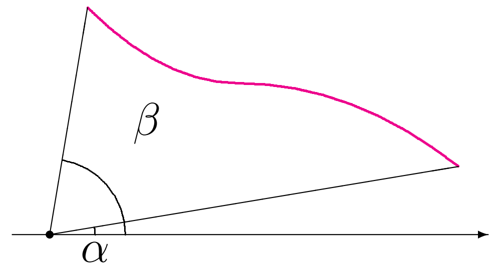
Итак, $dS = \dfrac{\rho^2(\varphi)}{2} d\varphi.$

$S =$



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \frac{\alpha}{2} \cdot R^2.$



Итак, $dS = \frac{\rho^2(\varphi)}{2} d\varphi.$

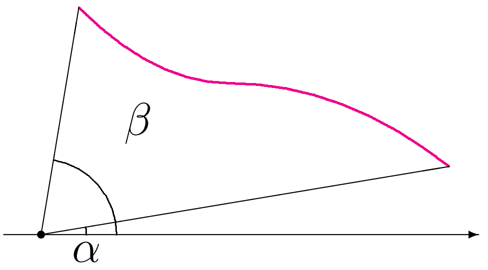
$S = \int_{\alpha}^{\beta} dS =$

XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \frac{\alpha}{2} \cdot R^2.$

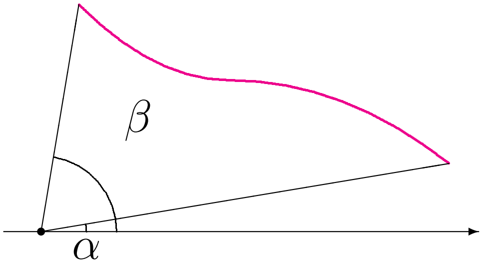
Итак, $dS = \frac{\rho^2(\varphi)}{2} d\varphi.$

$S = \int_{\alpha}^{\beta} dS = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\rho^2(\varphi)}{2}\, d\varphi.$



XVI.5. Вычисление площади фигуры в полярных координатах

$S_{\text{сектора}} = \frac{\alpha}{2} \cdot R^2.$



Итак, $dS = \frac{\rho^2(\varphi)}{2} d\varphi.$

$$S = \int_\alpha^\beta dS = \int_\alpha^\beta \frac{\rho^2(\varphi)}{2} d\varphi.$$

Получили формулу для вычисления площади сектора, ограниченного **в полярных координатах** кривой $\rho = \rho(\varphi)$.

XVII. Числовые ряды

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Например, можно рассматривать последовательность сумм «соседей»:

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Например, можно рассматривать последовательность сумм «соседей»:

$a_1 + a_2,$

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Например, можно рассматривать последовательность сумм «соседей»:

$a_1 + a_2, a_2 + a_3,$

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Например, можно рассматривать последовательность сумм «соседей»:

$a_1 + a_2, a_2 + a_3, a_3 + a_4, \ldots,$

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Например, можно рассматривать последовательность сумм «соседей»:

$a_1 + a_2, a_2 + a_3, a_3 + a_4, \ldots, a_n +$

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Например, можно рассматривать последовательность сумм «соседей»:

$a_1 + a_2, a_2 + a_3, a_3 + a_4, \ldots, a_n + a_{n+1}, \ldots$

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Например, можно рассматривать последовательность сумм «соседей»:

$a_1 + a_2, a_2 + a_3, a_3 + a_4, \ldots, a_n + a_{n+1}, \ldots$

Но ничего особенно интересного не «просматривается».

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Другим «экстремальным» вариантом суммирования является построение «сумматорной последовательности»

$a_1,$

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Другим «экстремальным» вариантом суммирования является построение «сумматорной последовательности»

$a_1, a_1 + a_2,$

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Другим «экстремальным» вариантом суммирования является построение «сумматорной последовательности»

$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots,$

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Другим «экстремальным» вариантом суммирования является построение «сумматорной последовательности»

$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots, a_1 +$

XVII. Числовые ряды

Рассмотрим последовательность $a_1, \ldots, a_n, \ldots$. Какие новые интересные последовательности можно из нее получить?

Самой первой операцией с числами, которую вы рассматривали в средней школе, была операция «сложение».

Поэтому напрашивается рассмотреть последовательность разных сумм членов исходной последовательности.

Наиболее интересными являются, в некотором смысле, самые «экстремальные».

Другим «экстремальным» вариантом суммирования является построение «сумматорной последовательности»

$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots, a_1 + a_2 + \ldots + a_n, \ldots$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$

Обозначим члены «сумматорной» последовательности, например, через $S_1, S_2, \ldots$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$

Обозначим члены «сумматорной» последовательности, например, через $S_1, S_2, \ldots$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$

Через S_i нетрудно выразить члены исходной последовательности $a_1, a_2, \ldots$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1,$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$

Через S_i нетрудно выразить члены исходной последовательности $a_1, a_2, \ldots$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1,$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$

Через S_i нетрудно выразить члены исходной последовательности $a_1, a_2, \ldots$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$

Через S_i нетрудно выразить члены исходной последовательности $a_1, a_2, \ldots$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$

Запишем формулы, связывающие между собой a_i и S_j.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} =$	$\longleftrightarrow$	$S_n =$

Запишем формулы, связывающие между собой a_i и S_j.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n =$

Запишем формулы, связывающие между собой a_i и S_j.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$

Запишем формулы, связывающие между собой a_i и S_j.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

$\lim\limits_{n\to\infty} a_n =$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (S_n - S_{n-1}) =$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (S_n - S_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} S_n - \lim_{n\to\infty} S_{n-1} =$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (S_n - S_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} S_n - \lim_{n\to\infty} S_{n-1} = S - S =$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (S_n - S_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} S_n - \lim_{n\to\infty} S_{n-1} = S - S = 0.$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Rightarrow$	

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Rightarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

На данном этапе нас интересует наличие или отсутствие пределов последовательностей.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} =$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0,$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n =?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0,$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2},$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \dots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \dots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \dots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0,$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} =$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \dots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \dots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \dots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0,$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} = 1 - \frac{1}{2^2},$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0,$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} = 1 - \frac{1}{2^2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} =$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1+a_2, a_1+a_2+a_3, \ldots$
$S_1, S_2-S_1, S_3-S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty}\frac{1}{2^k} = 0,$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} = 1 - \frac{1}{2^2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} = 1 - \frac{1}{2^3}, \ldots$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n} \right) =$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} = 1 - \frac{1}{2^2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} = 1 - \frac{1}{2^3}, \ldots$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) =$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} = 1 - \frac{1}{2^2}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} = 1 - \frac{1}{2^3}, \ldots$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1+a_2, a_1+a_2+a_3, \ldots$
$S_1, S_2-S_1, S_3-S_2\ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1}-S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1+a_2+\ldots+a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty}\frac{1}{2^k}=0,\quad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^n}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)=1.$$

Гипотеза подверждается! Но...

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n} \right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n} \right) = 1.$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} =$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1+a_2, a_1+a_2+a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1.$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = 0,$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1+a_2, a_1+a_2+a_3, \ldots$
$S_1, S_2-S_1, S_3-S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n=a_1+a_2+\ldots+a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty}\frac{1}{2^k}=0,\quad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^n}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)=1.$$

$$\lim_{k\to\infty}\frac{1}{\sqrt{k}}=0,\quad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\geqslant$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1.$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1.$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) =$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1+a_2, a_1+a_2+a_3, \ldots$
$S_1, S_2-S_1, S_3-S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty}\frac{1}{2^k}=0,\quad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\ldots+\frac{1}{2^n}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{2^n}\right)=1.$$

$$\lim_{k\to\infty}\frac{1}{\sqrt{k}}=0,\quad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\geqslant$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\geqslant\left(\frac{1}{\sqrt{n}}+\frac{1}{\sqrt{n}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)=\frac{n}{\sqrt{n}}=$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1.$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) = \frac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n}.$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1.$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} =$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) = \frac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n}.$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n} \right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n} \right) = 1.$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \geqslant \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \geqslant \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) = \frac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n}.$$

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\overset{?}{\Rightarrow}$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1.$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Гипотеза опровергнута!

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = ?$

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1.$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Гипотеза опровергнута!

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$S_1, \ldots, S_n$ *может* расходиться!

$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ обязательно существует и конечен?

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{2^k} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1.$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \geqslant \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Гипотеза опровергнута!

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$S_1, \ldots, S_n$ *может* расходиться!

Таким образом, ***не любая бесконечно малая последовательность имеет имеет сходящуюся «сумматорную» последовательность!***

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$S_1, \ldots, S_n$ *может* расходиться!

Таким образом, ***не любая бесконечно малая последовательность имеет имеет сходящуюся «сумматорную» последовательность!***

Для сходимости сумматорной последовательности необходимо, чтобы *члены исходной убывали достаточно быстро с ростом n.*

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$S_1, \ldots, S_n$ *может* расходиться!

Эффективность любой науки во многом определяется уровнем развития ее понятийного аппарата.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$S_1, \ldots, S_n$ *может* расходиться!

Эффективность любой науки во многом определяется уровнем развития ее понятийного аппарата.

Введем понятия ряда и сходимости ряда.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$S_1, \ldots, S_n$ *может* расходиться!

Рядом *назовем выражение*

$$a_1 + \cdots + a_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n, \tag{59}$$

при этом a_n *называют* **общим членом ряда** (59).

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1+a_2, a_1+a_2+a_3, \ldots$
$S_1, S_2-S_1, S_3-S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$S_1, \ldots, S_n$ *может* расходиться!

Рядом *назовем выражение*

$$a_1 + \cdots + a_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n, \qquad (59)$$

при этом a_n *называют* **общим членом ряда** (59).

Итак родовое понятие для термина «ряд» — это

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$S_1, \ldots, S_n$ *может* расходиться!

Рядом *назовем выражение*

$$a_1 + \cdots + a_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n, \qquad (59)$$

при этом a_n *называют* **общим членом ряда** (59).

Итак родовое понятие для термина «ряд» — это **выражение**.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$S_1, \ldots, S_n$ *может* расходиться!

Рядом *назовем выражение*
$$a_1 + \cdots + a_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n, \qquad (59)$$
при этом a_n *называют* **общим членом ряда** (59).

Последовательность **частичных сумм***:* $S_n = a_1 + \cdots + a_n.$ (60)

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$S_1, \ldots, S_n$ *может* расходиться!

Рядом *назовем выражение*
$$a_1 + \cdots + a_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n, \qquad (59)$$
при этом a_n *называют* **общим членом ряда** (59).

Последовательность **частичных сумм**: $S_n = a_1 + \cdots + a_n.$ (60)

Если последовательность (60) сходится, то ряд (59) назовем сходящимся, а предел $S = \lim\limits_{n\to\infty} S_n$ – суммой ряда (59): $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = S$.

XVII. Числовые ряды

Последовательность		«Сумматорная» последовательность
$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$	$\longrightarrow$	$a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \ldots$
$S_1, S_2 - S_1, S_3 - S_2 \ldots$	$\longleftarrow$	$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_n, \ldots$
$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$	$\longleftrightarrow$	$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	$\Leftarrow$	$\lim\limits_{n\to\infty} S_n = S \in \mathbb{R}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$	$\Rightarrow$	$S_1, \ldots, S_n$ расходится!
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$	НО!	$S_1, \ldots, S_n$ *может* расходиться!

Рядом *назовем выражение*

$$a_1 + \cdots + a_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n, \qquad (59)$$

при этом a_n *называют* **общим членом ряда** (59).

Последовательность **частичных сумм***:* $S_n = a_1 + \cdots + a_n$. (60)

Общий член сходящегося ряда обязательно является бесконечно малым, но обратное, вообще говоря, неверно: ряд с бесконечно малым общим членом может быть расходящимся.

XVII.1. Определение числового ряда

Определение 34. **Ряд** — *это выражение вида* $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots,$ *где* a_i *— элементы некоторого* ***кольца*** **K**. *Это выражение часто записывают в символическом виде с помощью так называемого* **символа суммирования**: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n.$. *При этом* a_i *называются* **членами ряда** *или* **слагаемыми ряда**. *Если все члены ряда* a_i *являются числами, то ряд называется* **числовым рядом**.

XVII.2. Частичная сумма ряда

Определение 35. *Для любого натурального числа n n-ной* **частичной суммой** *числового ряда $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ называется число $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$. Предел последовательности частичных сумм при n стремящемся к бесконечности, если он существует и конечен, называется* **суммой** *этого ряда. Если S — сумма числового ряда $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$, то обычно пишут $S = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ или $S = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.*

Следует ознакомиться с правилами работы с **символом суммирования** $\sum\limits_{?}^{?}$ и аналогичным **символом произведения** $\prod\limits_{?}^{?}$.

XVII. Частичная сумма ряда

XVII. Частичная сумма ряда

Таким образом, сумма числового ряда $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ — это $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$, если это — число.

XVII. Частичная сумма ряда

Таким образом, сумма числового ряда $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ — это $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$, если это — число.

XVII. Частичная сумма ряда

Таким образом, сумма числового ряда $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ — это $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$, если это — число.

Если сумма ряда существует и является числом, он называется **сходящимся**, в противном случае — **расходящимся**.

XVII. Частичная сумма ряда

Таким образом, сумма числового ряда $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ — это $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$, если это — число.

Если сумма ряда существует и является числом, он называется **сходящимся**, в противном случае — **расходящимся**.

Ряд $a_{n+1} + a_{n+2} + \ldots$ называется n-ным **остатком** ряда $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$.

XVII. Частичная сумма ряда

Вычисление суммы произвольного ряда является, мягко говоря, непростой (а часто откровенно «безнадежной» задачей).
Суммы некоторых числовых рядов приведены в приложении.

XVII. Частичная сумма ряда

Вычисление суммы произвольного ряда является, мягко говоря, непростой (а часто откровенно «безнадежной» задачей).

К счастью, обычно значение суммы ряда требуется знать лишь приближенно, с некоторой точностью, что, как правило, сравнительно несложно осуществить с помощью современной компьютерной техники.

XVII. Частичная сумма ряда

Вычисление суммы произвольного ряда является, мягко говоря, непростой (а часто откровенно «безнадежной» задачей).

Здесь мы должны отметить два очень важных факта.

Во-первых, обеспечение заданной наперед точности при приближенных вычислениях суммы ряда является достаточно непростой задачей, см. замечание к **примеру**.

XVII. Частичная сумма ряда

Вычисление суммы произвольного ряда является, мягко говоря, непростой (а часто откровенно «безнадежной» задачей).

Здесь мы должны отметить два очень важных факта.

Во-вторых, в некоторых ситуациях дело осложняется необходимостью суммировать чрезмерно большое число членов ряда для достижения нужной точности. В таких случаях применяют методы ускорения сходимости ряда, разговор о которых выходит за рамки данной работы.

XVII. Частичная сумма ряда

Какие проблемы возникают в теории рядов? Мы попытались дать предварительный ответ во введении.

XVII. Частичная сумма ряда

Какие проблемы возникают в теории рядов? Мы попытались дать предварительный ответ во введении. Пока можно лишь отметить, что теория рядов, наряду с дифференцированием и интегрированием, является одним из «столпов» современного математического анализа.

XVII. Частичная сумма ряда

Какие еще вопросы теории рядов «бросаются в глаза»?

XVII. Частичная сумма ряда

Какие еще вопросы теории рядов «бросаются в глаза»? Во-первых, хотелось бы получить хорошие (удобные и мощные) признаки сходимости ряда, в идеале это должен быть критерий сходимости ряда. Отметим сразу, что такой удобный для практического вычисления критерий не найден (критерий Коши или теорему об остатке ряда трудно назвать практическим). Кроме того, нужен способ быстрого вычисления суммы ряда.

XVII. Частичная сумма ряда

Какие еще вопросы теории рядов «бросаются в глаза»? Во-первых, хотелось бы получить хорошие (удобные и мощные) признаки сходимости ряда, в идеале это должен быть критерий сходимости ряда. Отметим сразу, что такой удобный для практического вычисления критерий не найден (критерий Коши или теорему об остатке ряда трудно назвать практическим). Кроме того, нужен способ быстрого вычисления суммы ряда.

XVII. Частичная сумма ряда

Какие еще вопросы теории рядов «бросаются в глаза»? Во-первых, хотелось бы получить хорошие (удобные и мощные) признаки сходимости ряда, в идеале это должен быть критерий сходимости ряда. Отметим сразу, что такой удобный для практического вычисления критерий не найден (критерий Коши или теорему об остатке ряда трудно назвать практическим). Кроме того, нужен способ быстрого вычисления суммы ряда. На первый взгляд, благодаря развитию современной вычислительной техники эта проблема не является столь уж острой — вместо суммы ряда надо взять частичную сумму с достаточно большим номером n. Но надо научиться определять, какое n является достаточно большим.

XVII. Частичная сумма ряда

Какие еще вопросы теории рядов «бросаются в глаза»?
Во-вторых, в ряде случаев, даже когда это удается сделать, найденное значение n оказывается неприемлемо большим.

XVII. Частичная сумма ряда

Какие еще вопросы теории рядов «бросаются в глаза»?
Во-вторых, в ряде случаев, даже когда это удается сделать, найденное значение n оказывается неприемлемо большим.
Второго круга проблем (проблем, связанных с вычислением суммы ряда) мы в данном курсе практически не коснемся. При необходимости Вы можете самостоятельно ознакомиться с этим разделом теории, который называется «ускорение сходимости ряда». Мы сосредоточимся только на свойствах и признаках сходимости рядов.

XVII.3. Свойства сходящихся числовых рядов

XVII.3. Свойства сходящихся числовых рядов

Как можно изучать новое понятие?

XVII.3. Свойства сходящихся числовых рядов

Как можно изучать новое понятие?

XVII.3. Свойства сходящихся числовых рядов

Как можно изучать новое понятие?

Обычно применяется два способа:

XVII.3. Свойства сходящихся числовых рядов

Как можно изучать новое понятие?

Обычно применяется два способа:

— рассмотреть большое число примеров (моделей);

XVII.3. Свойства сходящихся числовых рядов

Как можно изучать новое понятие?

Обычно применяется два способа:

— рассмотреть большое число примеров (моделей);

— изучить свойства объектов из объема понятия (например, сформулировать свойства, элементарные теоремы и др.).

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то для любых чисел* λ *и* μ *ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\lambda a_n + \mu b_n)$ *также сходится, причем* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\lambda a_n + \mu b_n) = \lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$.

Долго конспектировать...

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

Теперь компактненько так получилось...

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

Доказательство. Это очевидное следствие свойств предела.

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

Например, рассмотрим почленную сумму рядов $\sum\limits_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2}$ и $\sum\limits_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$.

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ — *сходится.*

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} \right) \stackrel{?}{=} \qquad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*

$$\lambda \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n) \text{ — сходится.}$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} \right) \stackrel{?}{=} \quad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$$

$$\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} =$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} \right) \stackrel{?}{=} \quad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$$

$$\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{n(n+1)} =$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} \right) \stackrel{?}{=} \quad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$$

$$\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+n+2}{n(n+1)(n+2)} =$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*

$\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} \right) \stackrel{?}{=} \quad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$$

$$\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+n+2}{n(n+1)(n+2)} =$$

$$= \frac{2(n+1)}{n(n+1)(n+2)} =$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*

$\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ — *сходится.*

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} \right) \stackrel{?}{=} \quad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$$

$$\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+n+2}{n(n+1)(n+2)} =$$

$$= \frac{2(n+1)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{2}{n(n+2)}.$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$= \sum_{n=1}^{n} \frac{2}{n^2+2n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} \right) \stackrel{?}{=} \quad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$$

$$\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} = \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+n+2}{n(n+1)(n+2)} =$$

$$= \frac{2(n+1)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{2}{n(n+2)}.$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*

$\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ — *сходится.*

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = \sum_{n=1}^{n} \frac{2}{n^2+2n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} \right) \stackrel{?}{=} \quad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*
$\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \ \ldots = \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right) = \sum_{n=1}^{n} \frac{2}{n^2+2n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n}\right) \stackrel{?}{=} \quad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$1 - \cancel{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \cancel{\frac{1}{3}} - \frac{1}{5} + \ldots = \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = \sum_{n=1}^{n} \frac{2}{n^2 + 2n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\boxed{\frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \frac{1}{n^2 + n}} \right) \stackrel{?}{=} \quad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + n}$$

Если раскрыть «...», слагаемое с номером $n = 4$ равно $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right)$, поэтому $\frac{1}{4}$ тоже уничтожится.

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$1 - \cancel{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{4}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \frac{1}{5} + \cancel{\ldots} = \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = \sum_{n=1}^{n} \frac{2}{n^2 + 2n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \frac{1}{n^2 + n} \right) \stackrel{?}{=} \quad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + n}$$

Если раскрыть «…», слагаемое с номером $n = 4$ равно $\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right)$, поэтому $\frac{1}{4}$ тоже уничтожится.

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*

$\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ — *сходится.*

$$1 - \cancel{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{4}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{5}} + \cancel{\ldots} = \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = \sum_{n=1}^{n} \frac{2}{n^2 + 2n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} \right) \stackrel{?}{=} \quad \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$$

$\frac{1}{5}$ уничтожится с первым слагаемым в члене ряда с номером $n = 5$, имеющим вид $\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right)$.

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*

$$\lambda \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n) \text{ — \textit{сходится.}}$$

$$1 - \cancel{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{4}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{5}} + \cancel{\ldots} = \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) = \sum_{n=1}^{n} \frac{2}{n^2+2n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n} \right) = \frac{3}{2} \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n}$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ — *сходится.*

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right) + \dots$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \frac{1}{n^2 + n}\right) = \frac{3}{2} \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + n}$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)+\ldots \stackrel{?}{=} \frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\ldots=$$

$$=\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n^2+3n+2}+\frac{1}{n^2+n}\right)=\frac{3}{2}\stackrel{?}{=}\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+3n+2}+\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+n}$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*

$\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ — *сходится.*

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)+\ldots \stackrel{?}{=} \frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\ldots =$$

$$= \sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n^2+3n+2}+\frac{1}{n^2+n}\right) = \frac{3}{2} \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+3n+2}+\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)+\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right) =$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*

$\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ — *сходится.*

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)+\ldots \stackrel{?}{=} \frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\ldots=$$

$$=\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n^2+3n+2}+\frac{1}{n^2+n}\right)=\frac{3}{2}\stackrel{?}{=}\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+3n+2}+\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+n}=$$

$$=\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)+\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots=$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*

$\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ — *сходится.*

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)+\ldots \stackrel{?}{=} \frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\ldots =$$

$$= \sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n^2+3n+2}+\frac{1}{n^2+n}\right) = \frac{3}{2} \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+3n+2}+\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)+\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\frac{1}{4}+\ldots+1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots =$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*

$\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ — *сходится.*

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)+\ldots \overset{?}{=} \frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\ldots=$$

$$=\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n^2+3n+2}+\frac{1}{n^2+n}\right) = \frac{3}{2} \overset{?}{=} \sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+3n+2}+\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+n}=$$

$$=\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)+\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}+\ldots+1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots=$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right) + \ldots \stackrel{?}{=} \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \frac{1}{n^2 + n}\right) = \frac{3}{2} \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) + \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \ldots + 1 - \cancel{\frac{1}{2}} + \cancel{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots =$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)+\ldots \stackrel{?}{=} \frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\ldots=$$

$$=\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n^2+3n+2}+\frac{1}{n^2+n}\right) = \frac{3}{2} \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+3n+2}+\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+n}=$$

$$=\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)+\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}+\ldots+1-\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\frac{1}{4}+\ldots=$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty}(\lambda a_n + \mu b_n)$ — *сходится.*

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)+\ldots\overset{?}{=}\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\ldots=$$

$$=\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n^2+3n+2}+\frac{1}{n^2+n}\right)=\frac{3}{2}\overset{?}{=}\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+3n+2}+\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{n^2+n}=$$

$$=\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)+\sum_{n=1}^{n}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}+\ldots+1-\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}+\ldots=$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*

$\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ — *сходится.*

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right) + \ldots \overset{?}{=} \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2+3n+2} + \frac{1}{n^2+n}\right) = \frac{3}{2} \overset{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+3n+2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2+n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) + \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \ldots + 1 - \cancel{\frac{1}{2}} + \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \ldots = \frac{1}{2} + 1 =$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right) + \ldots \overset{?}{=} \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \frac{1}{n^2 + n}\right) = \frac{3}{2} \overset{?}{=} \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) + \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \ldots + 1 - \cancel{\frac{1}{2}} + \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \ldots = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}.$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то*
$\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right) + \ldots = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \frac{1}{n^2 + n}\right) = \frac{3}{2} = \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + n} =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) + \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \ldots + 1 - \cancel{\frac{1}{2}} + \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{4}} + \ldots = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}.$$

XVII.3.1. Линейность суммы ряда

Утверждение XVII.1. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ *сходятся, то* $\lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda a_n + \mu b_n)$ *— сходится.*

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right) + \ldots = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \ldots + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots =$$

$$= \sum_{n=1}^{n} \left(\frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \frac{1}{n^2 + n}\right) = \frac{3}{2} = \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + 3n + 2} + \sum_{n=1}^{n} \frac{1}{n^2 + n}$$

Ура, все подтвердилось!

XVII.3.2. Замечание о линейности суммы ряда

Замечание 3. *В **свойстве линейности** обратное утверждение не верно, то есть из сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\lambda a_n + \mu b_n)$ *не следует сходимость рядов* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$.

Доказательство.

XVII.3.2. Замечание о линейности суммы ряда

Замечание 3. *В* ***свойстве линейности*** *обратное утверждение не верно, то есть из сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\lambda a_n + \mu b_n)$ *не следует сходимость рядов* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$.

Доказательство. В самом деле, пусть $a_n = b_n = 1$, $\lambda = 1$, $\mu = -1$. Тогда ряд

XVII.3.2. Замечание о линейности суммы ряда

Замечание 3. *В* ***свойстве линейности*** *обратное утверждение не верно, то есть из сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\lambda a_n + \mu b_n)$ *не следует сходимость рядов* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$.

Доказательство. В самом деле, пусть $a_n = b_n = 1$, $\lambda = 1$, $\mu = -1$. Тогда ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}(\lambda a_n + \mu b_n) = (1-1) + (1-1) + \ldots = 0 + 0 + \ldots$$

сходится, но ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \ldots$ — расходится.

XVII.3.2. Замечание о линейности суммы ряда

Замечание 3. *В* ***свойстве линейности*** *обратное утверждение не верно, то есть из сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\lambda a_n + \mu b_n)$ *не следует сходимость рядов* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$.

Доказательство. В самом деле, пусть $a_n = b_n = 1$, $\lambda = 1$, $\mu = -1$. Тогда ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}(\lambda a_n + \mu b_n) = (1-1) + (1-1) + \ldots = 0 + 0 + \ldots$$

сходится, но ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \ldots$ — расходится.

XVII.3.3. О сходимости остатка ряда

Утверждение XVII.2. *Для любого натурального числа n ряды $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ и $\sum\limits_{k=n}^{\infty} a_k$ сходятся или расходятся одновременно.*

XVII.3.3. О сходимости остатка ряда

Утверждение XVII.2. *Для любого натурального числа n ряды $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ и $\sum\limits_{k=n}^{\infty} a_k$ сходятся или расходятся одновременно.*

Таким образом, у ряда при «отбрасывании» конечного числа членов ряда сходимость не меняется.

XVII.3.3. О сходимости остатка ряда

Утверждение XVII.2. *Для любого натурального числа* n *ряды* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=n}^{\infty} a_k$ *сходятся или расходятся одновременно.*

Доказательство. Это очевидное следствие свойств предела.

XVII.3.4. О перегруппировке членов ряда

Оказывается, «школьное правило» о «распределительном законе» для рядов выполняется не всегда...

XVII.3.4. О перегруппировке членов ряда

Теорема 51. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится, то сходится и ряд*

$$(a_1 + a_2 + \ldots + a_{k_1}) + (a_{k_1+1} + \ldots + a_{k_2}) + \ldots + (a_{k_n} + \ldots) + \ldots,$$

причем его сумма равна сумме исходного ряда.

Доказательство.

XVII.3.4. О перегруппировке членов ряда

Теорема 51. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится, то сходится и ряд*

$$(a_1 + a_2 + \ldots + a_{k_1}) + (a_{k_1+1} + \ldots + a_{k_2}) + \ldots + (a_{k_n} + \ldots) + \ldots,$$

причем его сумма равна сумме исходного ряда.

Доказательство. Очевидное следствие из **определения суммы ряда**.

XVII.4. Признаки сходимости числовых рядов

В настоящий момент задача вычисления суммы числового ряда чаще всего решается с помощью компьютера, хотя нередко и компьютерное вычисление оказывается довольно сложной задачей.

На первый план выдвигается вопрос о том, существует ли сумма ряда.

XVII.4.1. Необходимый признак сходимости ряда

Теорема 52. *Если ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится, то последовательность его членов является бесконечно малой, то есть* $\lim\limits_{k\to\infty} a_k = 0$.

XVII.4.1. Необходимый признак сходимости ряда

Теорема 52. *Если ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится, то последовательность его членов является бесконечно малой, то есть* $\lim\limits_{k\to\infty} a_k = 0$.

Доказательство. Пусть ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится и S — его сумма.

Из определения частичной суммы имеем $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$, поэтому

XVII.4.1. Необходимый признак сходимости ряда

Теорема 52. *Если ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится, то последовательность его членов является бесконечно малой, то есть* $\lim\limits_{k\to\infty} a_k = 0$.

Доказательство. Пусть ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится и S — его сумма.

Из определения частичной суммы имеем $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$, поэтому

XVII.4.1. Необходимый признак сходимости ряда

Теорема 52. *Если ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится, то последовательность его членов является бесконечно малой, то есть* $\lim\limits_{k\to\infty} a_k = 0.$

Доказательство. Пусть ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится и S — его сумма.

Из определения частичной суммы имеем $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$, поэтому $\lim\limits_{n\to\infty} a_{n+1} =$

XVII.4.1. Необходимый признак сходимости ряда

Теорема 52. *Если ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится, то последовательность его членов является бесконечно малой, то есть* $\lim\limits_{k\to\infty} a_k = 0$.

Доказательство. Пусть ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится и S — его сумма.

Из определения частичной суммы имеем $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$, поэтому $\lim\limits_{n\to\infty} a_{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} (S_{n+1} - S_n)$

XVII.4.1. Необходимый признак сходимости ряда

Теорема 52. *Если ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится, то последовательность его членов является бесконечно малой, то есть* $\lim\limits_{k\to\infty} a_k = 0.$

Доказательство. Пусть ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится и S — его сумма.

Из определения частичной суммы имеем $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$, поэтому $\lim\limits_{n\to\infty} a_{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} (S_{n+1} - S_n) \stackrel{?}{=} \lim\limits_{n\to\infty} S_{n+1} - \lim\limits_{n\to\infty} S_n =$

XVII.4.1. Необходимый признак сходимости ряда

Теорема 52. *Если ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится, то последовательность его членов является бесконечно малой, то есть* $\lim\limits_{k\to\infty} a_k = 0$.

Доказательство. Пусть ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится и S — его сумма.

Из определения частичной суммы имеем $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$, поэтому $\lim\limits_{n\to\infty} a_{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} (S_{n+1} - S_n) \overset{?}{=} \lim\limits_{n\to\infty} S_{n+1} - \lim\limits_{n\to\infty} S_n =$

Равенство, помеченное сверху знаком вопроса, выполняется, поскольку по условию существуют пределы $\lim\limits_{n\to\infty} S_{n+1}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$.

XVII.4.1. Необходимый признак сходимости ряда

Теорема 52. *Если ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится, то последовательность его членов является бесконечно малой, то есть* $\lim\limits_{k\to\infty} a_k = 0$.

Доказательство. Пусть ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится и S — его сумма.

Из определения частичной суммы имеем $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$, поэтому $\lim\limits_{n\to\infty} a_{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} (S_{n+1} - S_n) \stackrel{?}{=} \lim\limits_{n\to\infty} S_{n+1} - \lim\limits_{n\to\infty} S_n = S - S = 0$. Равенство, помеченное сверху знаком вопроса, выполняется, поскольку по условию существуют пределы $\lim\limits_{n\to\infty} S_{n+1}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$.

XVII.4.1. Необходимый признак сходимости ряда

Теорема 52. *Если ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится, то последовательность его членов является бесконечно малой, то есть* $\lim\limits_{k\to\infty} a_k = 0$.

Доказательство. Пусть ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится и S — его сумма.

Из определения частичной суммы имеем $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$, поэтому $\lim\limits_{n\to\infty} a_{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} (S_{n+1} - S_n) \stackrel{?}{=} \lim\limits_{n\to\infty} S_{n+1} - \lim\limits_{n\to\infty} S_n = S - S = 0$. Равенство, помеченное сверху знаком вопроса, выполняется, поскольку по условию существуют пределы $\lim\limits_{n\to\infty} S_{n+1}$ и $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$.

Теорема доказана.

XVII.4.2. Замечание о необходимом признаке сходимости ряда. Гармонический ряд

Замечание 4. ***Необходимый признак сходимости ряда*** *не является достаточным.*

XVII.4.2. Замечание о необходимом признаке сходимости ряда. Гармонический ряд

Замечание 4. ***Необходимый признак сходимости ряда*** *не является достаточным.*

Доказательство.

XVII.4.2. Замечание о необходимом признаке сходимости ряда. Гармонический ряд

Замечание 4. ***Необходимый признак сходимости ряда*** *не является достаточным.*

Доказательство. Контрпример: **гармонический ряд**

$$1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n} + \ldots \tag{61}$$

расходится, несмотря на то, что последовательность общих членов этого ряда монотонно убывает и стремится к 0.

XVII.4.2. Замечание о необходимом признаке сходимости ряда. Гармонический ряд

Замечание 4. ***Необходимый признак сходимости ряда*** *не является достаточным.*

Доказательство расходимости **гармонического ряда**

$$1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}+\ldots$$

опирается на следующую лемму.

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\dfrac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

1

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \dots, \quad 1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}, \dots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\ \frac{1}{3}\ +\ \frac{1}{4}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$1, \quad 1+\dfrac{1}{2}, \quad \dots, \quad 1+\dfrac{1}{2}+\dots+\dfrac{1}{n}, \dots$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \dots, \quad 1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}, \dots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$1, \quad 1+\dfrac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\overbrace{\frac{1}{5}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{6}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{7}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{8}}^{\geqslant 1/8}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{5}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{6}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{7}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{8}}^{\geqslant 1/8}}_{\geqslant}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{5}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{6}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{7}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{8}}^{\geqslant 1/8}}_{\geqslant \frac{1}{2}}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$1, \quad 1+\dfrac{1}{2}, \quad \dots, \quad 1+\dfrac{1}{2}+\dots+\dfrac{1}{n}, \dots$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{5}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{6}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{7}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{8}}^{\geqslant 1/8}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+$$

$$+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}+\frac{1}{14}+\frac{1}{15}+\frac{1}{16}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{5}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{6}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{7}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{8}}^{\geqslant 1/8}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+$$

$$+\overbrace{\frac{1}{9}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{10}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{11}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{12}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{13}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{14}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{15}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{16}}^{\geqslant 1/16}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1,\quad 1+\frac{1}{2},\quad \dots,\quad 1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n},\dots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{5}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{6}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{7}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{8}}^{\geqslant 1/8}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+$$

$$+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{9}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{10}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{11}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{12}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{13}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{14}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{15}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{16}}^{\geqslant 1/16}}_{\geqslant}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{5}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{6}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{7}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{8}}^{\geqslant 1/8}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+$$

$$+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{9}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{10}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{11}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{12}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{13}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{14}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{15}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{16}}^{\geqslant 1/16}}_{\geqslant \frac{1}{2}}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \dots, \quad 1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}, \dots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{5}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{6}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{7}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{8}}^{\geqslant 1/8}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+$$

$$+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{9}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{10}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{11}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{12}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{13}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{14}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{15}}^{\geqslant 1/16}+\overbrace{\frac{1}{16}}^{\geqslant 1/16}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\text{следующие 32 слагаемых...}$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{5}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{6}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{7}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{8}}^{\geqslant 1/8}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{9}}^{\geqslant 1/16}+\ldots+\overbrace{\frac{1}{16}}^{\geqslant 1/16}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\ldots$$

Значит, у последовательности из леммы 1 есть подпоследовательность $3/2+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{2}$, которая неограниченно возрастает!

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\dfrac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Проиллюстрируем идею доказательства

$$1+\frac{1}{2}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{3}}^{\geqslant 1/4}+\overbrace{\frac{1}{4}}^{\geqslant 1/4}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{5}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{6}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{7}}^{\geqslant 1/8}+\overbrace{\frac{1}{8}}^{\geqslant 1/8}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\underbrace{\overbrace{\frac{1}{9}}^{\geqslant 1/16}+\ldots+\overbrace{\frac{1}{16}}^{\geqslant 1/16}}_{\geqslant \frac{1}{2}}+\ldots$$

Значит, у последовательности из леммы 1 есть подпоследовательность $3/2+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{2}$, которая неограниченно возрастает!

Осталось оформить доказательство.

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \dots, \quad 1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}, \dots$$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство.

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}$.

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\dfrac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}$.
Тот факт, что последовательность $S_1, S_2, \ldots$ возрастает, очевиден, так как $S_{n+1} - S_n =$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$1, \quad 1+\dfrac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}$. Тот факт, что последовательность $S_1, S_2, \ldots$ возрастает, очевиден, так как $S_{n+1}-S_n = \dfrac{1}{n+1} > 0$.

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}$.
Тот факт, что последовательность $S_1, S_2, \ldots$ возрастает, очевиден, так как $S_{n+1}-S_n = \frac{1}{n+1} > 0$.
Осталось проверить, что эта последовательность не ограничена.

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \dots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}$.
Докажем, что последовательность S_n не ограничена:

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \dots, \quad 1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}, \dots$$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\dots+\frac{1}{n}$.

Докажем, что последовательность S_n не ограничена:

$S_{2n} - S_n =$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}$.
Докажем, что последовательность S_n не ограничена:
$S_{2n} - S_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \ldots + \frac{1}{2n} \geqslant$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}$.

Докажем, что последовательность S_n не ограничена:

$$S_{2n}-S_n = \frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n} \geqslant \underbrace{\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\ldots+\frac{1}{2n}}_{n \text{ слагаемых}} =$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}$.
Докажем, что последовательность S_n не ограничена:
$$S_{2n}-S_n = \frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n} \geqslant \underbrace{\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\ldots+\frac{1}{2n}}_{n \text{ слагаемых}} = \frac{1}{2}.$$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}$.
Докажем, что последовательность S_n не ограничена:

$$S_{2n}-S_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n} \geqslant \underbrace{\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\ldots+\frac{1}{2n}}_{n\ \text{слагаемых}}=\frac{1}{2}.$$

Следовательно,

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}$.

Докажем, что последовательность S_n не ограничена:

$$S_{2n}-S_n = \frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n} \geqslant \underbrace{\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\ldots+\frac{1}{2n}}_{n \text{ слагаемых}} = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, $S_{2^n} \geqslant \underbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{2}}_{n \text{ слагаемых}} \geqslant$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}$.
Докажем, что последовательность S_n не ограничена:

$$S_{2n}-S_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n}\geqslant\underbrace{\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\ldots+\frac{1}{2n}}_{n\text{ слагаемых}}=\frac{1}{2}.$$

Следовательно, $S_{2^n}\geqslant\underbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{2}}_{n\text{ слагаемых}}\geqslant\frac{n}{2}\xrightarrow{n\to\infty}$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\dfrac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}$.
Докажем, что последовательность S_n не ограничена:

$$S_{2n}-S_n = \frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n} \geqslant \underbrace{\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\ldots+\frac{1}{2n}}_{n \text{ слагаемых}} = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, $S_{2^n} \geqslant \underbrace{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{2}}_{n \text{ слагаемых}} \geqslant \dfrac{n}{2} \xrightarrow{n\to\infty} +\infty.$

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}$.
Докажем, что последовательность S_n не ограничена:

$$S_{2n}-S_n = \frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{2n} \geqslant \underbrace{\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\ldots+\frac{1}{2n}}_{n \text{ слагаемых}} = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, $S_{2^n} \geqslant \underbrace{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{2}}_{n \text{ слагаемых}} \geqslant \frac{n}{2} \xrightarrow{n\to\infty} +\infty.$

Лемма доказана.

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$$1,\quad 1+\frac{1}{2},\quad \ldots,\quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}$.

Продолжение доказательства расходимости гармонического ряда.

Таким образом, по **лемме 1** имеем, что **гармонический ряд** расходится.

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1,\quad 1+\dfrac{1}{2},\quad \ldots,\quad 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n},\ldots$ *неограниченно возрастает.*

Доказательство. Положим $S_n = 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}$.

Продолжение доказательства расходимости гармонического ряда.

Таким образом, по **лемме 1** имеем, что **гармонический ряд** расходится.

Каждое слагаемое вносит все меньший «вклад» в итоговую сумму, но, все-таки этот вклад достаточно велик, чтобы, постепенно накапливаясь, приводить к неограниченному росту частичных сумм.

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$1, \quad 1+\dfrac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$	
$S_1 =$	
$S_{10} =$	
$S_{20} =$	
$S_{50} =$	
$S_{100} =$	
$S_{200} =$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$	
$S_1 = 1$ $S_{10} =$ $S_{20} =$ $S_{50} =$ $S_{100} =$ $S_{200} =$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$	
$S_1 = 1$ $S_{10} = 2.929$ $S_{20} =$ $S_{50} =$ $S_{100} =$ $S_{200} =$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$1, \quad 1+\dfrac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}$	
$S_1 = 1$	
$S_{10} = 2.929$	
$S_{20} = 3.59774$	
$S_{50} =$	
$S_{100} =$	
$S_{200} =$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$	
$S_1 = 1$	
$S_{10} = 2.929$	
$S_{20} = 3.59774$	
$S_{50} = 4.4992$	
$S_{100} =$	
$S_{200} =$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$	
$S_1 = 1$	
$S_{10} = 2.929$	
$S_{20} = 3.59774$	
$S_{50} = 4.4992$	
$S_{100} = 5.18738$	
$S_{200} =$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$	
$S_1 = 1$	
$S_{10} = 2.929$	
$S_{20} = 3.59774$	
$S_{50} = 4.4992$	
$S_{100} = 5.18738$	
$S_{200} = 5.878$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$	для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$
$S_1 = 1$	
$S_{10} = 2.929$	
$S_{20} = 3.59774$	
$S_{50} = 4.4992$	
$S_{100} = 5.18738$	
$S_{200} = 5.878$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$	для $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
$S_1 = 1$	$S_1 = 1$
$S_{10} = 2.929$	
$S_{20} = 3.59774$	
$S_{50} = 4.4992$	
$S_{100} = 5.18738$	
$S_{200} = 5.878$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\dfrac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\dfrac{1}{2}+\ldots+\dfrac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}$	для $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^2}$
$S_1 = 1$	$S_1 = 1$
$S_{10} = 2.929$	$S_{10} = 1.54977$
$S_{20} = 3.59774$	
$S_{50} = 4.4992$	
$S_{100} = 5.18738$	
$S_{200} = 5.878$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$	для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$
$S_1 = 1$	$S_1 = 1$
$S_{10} = 2.929$	$S_{10} = 1.54977$
$S_{20} = 3.59774$	$S_{20} = 1.59616$
$S_{50} = 4.4992$	
$S_{100} = 5.18738$	
$S_{200} = 5.878$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*

$$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$	для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$
$S_1 = 1$	$S_1 = 1$
$S_{10} = 2.929$	$S_{10} = 1.54977$
$S_{20} = 3.59774$	$S_{20} = 1.59616$
$S_{50} = 4.4992$	$S_{50} = 1.62513$
$S_{100} = 5.18738$	
$S_{200} = 5.878$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$	для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$
$S_1 = 1$	$S_1 = 1$
$S_{10} = 2.929$	$S_{10} = 1.54977$
$S_{20} = 3.59774$	$S_{20} = 1.59616$
$S_{50} = 4.4992$	$S_{50} = 1.62513$
$S_{100} = 5.18738$	$S_{100} = 1.63498$
$S_{200} = 5.878$	

XVII.4.3. Лемма о частичных суммах гармонического ряда

Лемма 1. *Последовательность*
$1, \quad 1+\frac{1}{2}, \quad \ldots, \quad 1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}, \ldots$ *неограниченно возрастает.*

Например, для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$	для $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$
$S_1 = 1$	$S_1 = 1$
$S_{10} = 2.929$	$S_{10} = 1.54977$
$S_{20} = 3.59774$	$S_{20} = 1.59616$
$S_{50} = 4.4992$	$S_{50} = 1.62513$
$S_{100} = 5.18738$	$S_{100} = 1.63498$
$S_{200} = 5.878$	$S_{200} = 1.63995$

XVII.4.4. Достаточный признак расходимости ряда

Теорема 53. *Если* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$, *то ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *расходится.*

XVII.4.4. Достаточный признак расходимости ряда

Теорема 53. *Если* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$, *то ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *расходится.*

Доказательство.

XVII.4.4. Достаточный признак расходимости ряда

Теорема 53. *Если* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$, *то ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *расходится.*

Доказательство. Это очевидное следствие необходимого признака сходимости ряда.

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Как обобщение и уточнение **необходимого признака сходимости ряда** можно рассматривать доказанный ниже критерий Коши сходимости ряда.

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Как обобщение и уточнение **необходимого признака сходимости ряда** можно рассматривать доказанный ниже критерий Коши сходимости ряда.

Этот критерий выходит далеко за рамки теории рядов, поскольку критерий Коши является «непременным атрибутом» многих математических теорий.

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится тогда и только тогда, когда*

для любого положительного числа ε *найдется такое натуральное число* N, *что для любых таких натуральных чисел* m, n, *что* $N < m < n$, *имеет место неравенство* $|a_{m+1} + a_{m+2} + \ldots + a_n| < \varepsilon$.

Какая-то громоздкая формулировка...

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Другое дело!

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall\varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad\Rightarrow\quad |S_n - S_m| = \left|\sum_{k=m+1}^{n} a_k\right| < \varepsilon\right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда

$\exists N$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists N \ \forall n \ \forall m \ \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда

$\exists N \quad \forall n > N$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \, \exists N \, \forall n \, \forall m \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда

$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_1 + a_2 + \ldots + a_n - A| =$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \; \exists N \; \forall n \; \forall m \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_1 + a_2 + \ldots + a_n - A| = |S_n - A| < \frac{\varepsilon}{2}.$$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда $\exists N \quad \forall n > N \quad |a_1 + a_2 + \ldots + a_n - A| = |S_n - A| < \dfrac{\varepsilon}{2}$.

Таким образом, если $n > m > N$, то

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \, \exists N \, \forall n \, \forall m \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда

$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_1 + a_2 + \ldots + a_n - A| = |S_n - A| < \dfrac{\varepsilon}{2}.$

Таким образом, если $n > m > N$, то

$|a_{m+1} + a_{m+2} + \ldots + a_n| =$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left|\sum_{k=m+1}^{n} a_k\right| < \varepsilon\right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда

$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_1 + a_2 + \ldots + a_n - A| = |S_n - A| < \dfrac{\varepsilon}{2}.$

Таким образом, если $n > m > N$, то

$|a_{m+1} + a_{m+2} + \ldots + a_n| = |S_n - S_m| =$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \; \exists N \; \forall n \; \forall m \; \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда $\exists N \quad \forall n > N \quad |a_1 + a_2 + \ldots + a_n - A| = |S_n - A| < \dfrac{\varepsilon}{2}$.

Таким образом, если $n > m > N$, то

$|a_{m+1} + a_{m+2} + \ldots + a_n| = |S_n - S_m| = |S_n - A - (S_m - A)| \leqslant$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда

$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_1 + a_2 + \ldots + a_n - A| = |S_n - A| < \dfrac{\varepsilon}{2}.$

Таким образом, если $n > m > N$, то

$|a_{m+1} + a_{m+2} + \ldots + a_n| = |S_n - S_m| = |S_n - A - (S_m - A)| \leqslant$

$\leqslant |S_n - A| + |S_m - A| <$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad\Rightarrow\quad |S_n - S_m| = \left|\sum_{k=m+1}^{n} a_k\right| < \varepsilon\right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда

$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_1 + a_2 + \ldots + a_n - A| = |S_n - A| < \dfrac{\varepsilon}{2}.$

Таким образом, если $n > m > N$, то

$|a_{m+1} + a_{m+2} + \ldots + a_n| = |S_n - S_m| = |S_n - A - (S_m - A)| \leqslant$

$\leqslant |S_n - A| + |S_m - A| < \dfrac{\varepsilon}{2} + \dfrac{\varepsilon}{2} = \varepsilon.$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $\varepsilon > 0$ и ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ сходится. Обозначим сумму исходного ряда через A. Тогда

$$\exists N \quad \forall n > N \quad |a_1 + a_2 + \ldots + a_n - A| = |S_n - A| < \frac{\varepsilon}{2}.$$

Таким образом, если $n > m > N$, то

$$|a_{m+1} + a_{m+2} + \ldots + a_n| = |S_n - S_m| = |S_n - A - (S_m - A)| \leqslant$$

$$\leqslant |S_n - A| + |S_m - A| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon.$$

Необходимость доказана.

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \; \exists N \; \forall n \; \forall m \; \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Докажем достаточность. Итак, нам дано, что

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall\varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad\Rightarrow\quad |S_n - S_m| = \left|\sum_{k=m+1}^{n} a_k\right| < \varepsilon\right).$$

Доказательство. Докажем достаточность. Итак, нам дано, что $\forall\varepsilon_1 \quad \exists N_1 \quad \forall m, n \quad (m > n > N_1) \Rightarrow |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < \varepsilon_1.$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists N\, \forall n\, \forall m\, \left(n > m > N \quad\Rightarrow\quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Докажем достаточность. Итак, нам дано, что $\forall \varepsilon_1 \quad \exists N_1 \quad \forall m, n \quad (m > n > N_1) \Rightarrow |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < \varepsilon_1.$ Надо доказать, что для некоторого числа A справедливо

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \, \exists N \, \forall n \, \forall m \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказательство. Докажем достаточность. Итак, нам дано, что $\forall \varepsilon_1 \quad \exists N_1 \quad \forall m, n \quad (m > n > N_1) \Rightarrow |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < \varepsilon_1$.
Надо доказать, что для некоторого числа A справедливо
$\forall \varepsilon_2 \quad \exists N_2 \quad \forall n \quad (n > N_2) \Rightarrow |S_n - A| < \varepsilon_2$.

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad \Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists N \ \forall n \ \forall m \ \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Сначала докажем, что последовательность частичных сумм исходного ряда ограничена.

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad \Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Сначала докажем, что последовательность частичных сумм исходного ряда ограничена.

$\forall \varepsilon_1 \quad \exists N_1 \quad \forall m, n \quad (m > n > N_1) \Rightarrow |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < \varepsilon_1.$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Сначала докажем, что последовательность частичных сумм исходного ряда ограничена.

$\forall \varepsilon_1 \quad \exists N_1 \quad \forall m, n \quad (m > n > N_1) \Rightarrow |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < \varepsilon_1.$

Надо: $\quad \forall \varepsilon_2 \quad \exists N_2 \quad \forall n \quad (n > N_2) \Rightarrow |S_n - A| < \varepsilon_2.$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \; \exists N \; \forall n \; \forall m \; \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Сначала докажем, что последовательность частичных сумм исходного ряда ограничена.

$\forall \varepsilon_1 \quad \exists N_1 \quad \forall m, n \quad (m > n > N_1) \Rightarrow |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < \varepsilon_1.$

Надо: $\quad \forall \varepsilon_2 \quad \exists N_2 \quad \forall n \quad (n > N_2) \Rightarrow |S_n - A| < \varepsilon_2.$ По условию

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists N\, \forall n\, \forall m \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Сначала докажем, что последовательность частичных сумм исходного ряда ограничена.
$\forall \varepsilon_1 \quad \exists N_1 \quad \forall m, n \quad (m > n > N_1) \Rightarrow |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < \varepsilon_1.$
Надо: $\forall \varepsilon_2 \quad \exists N_2 \quad \forall n \quad (n > N_2) \Rightarrow |S_n - A| < \varepsilon_2.$ По условию
$\exists N_0 \in \mathbb{N}\, \forall n > m > N_0\, |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < 1,$ т.е. $|S_n - S_m| < 1.$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists N\, \forall n\, \forall m \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Сначала докажем, что последовательность частичных сумм исходного ряда ограничена.

$\forall \varepsilon_1 \quad \exists N_1 \quad \forall m, n \quad (m > n > N_1) \Rightarrow |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < \varepsilon_1.$

Надо: $\forall \varepsilon_2 \quad \exists N_2 \quad \forall n \quad (n > N_2) \Rightarrow |S_n - A| < \varepsilon_2$. По условию

$\exists N_0 \in \mathbb{N}\, \forall n > m > N_0\, |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < 1,$ т.е. $|S_n - S_m| < 1.$

Следовательно, $\forall n > N_0\; S_{N_0+1} - 1 < S_n < S_{N_0+1} + 1.$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists N\, \forall n\, \forall m\, \left(n > m > N \quad\Rightarrow\quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Сначала докажем, что последовательность частичных сумм исходного ряда ограничена.

$\forall \varepsilon_1 \quad \exists N_1 \quad \forall m, n \quad (m > n > N_1) \Rightarrow |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < \varepsilon_1.$

Надо: $\quad \forall \varepsilon_2 \quad \exists N_2 \quad \forall n \quad (n > N_2) \Rightarrow |S_n - A| < \varepsilon_2.$ По условию $\exists N_0 \in \mathbb{N}\, \forall n > m > N_0\, |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < 1,$ т.е. $|S_n - S_m| < 1.$ Следовательно, $\forall n > N_0\; S_{N_0+1} - 1 < S_n < S_{N_0+1} + 1.$ Положим

$L = \min\left\{S_1, S_2, \ldots, S_{N_0}, S_{N_0+1} - 1\right\}, \quad B = \max\left\{S_1, S_2, \ldots, S_{N_0}, S_{N_0+1} + 1\right\}.$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists N\, \forall n\, \forall m \left(n > m > N \quad\Rightarrow\quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Сначала докажем, что последовательность частичных сумм исходного ряда ограничена.
$\forall \varepsilon_1 \quad \exists N_1 \quad \forall m, n \quad (m > n > N_1) \Rightarrow |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < \varepsilon_1$.
Надо: $\quad \forall \varepsilon_2 \quad \exists N_2 \quad \forall n \quad (n > N_2) \Rightarrow |S_n - A| < \varepsilon_2$. По условию $\exists N_0 \in \mathbb{N}\ \forall n > m > N_0\ |a_m + a_{m+1} + \ldots + a_n| < 1$, т.е. $|S_n - S_m| < 1$.
Следовательно, $\forall n > N_0\ S_{N_0+1} - 1 < S_n < S_{N_0+1} + 1$. Положим
$L = \min\left\{S_1, S_2, \ldots, S_{N_0}, S_{N_0+1} - 1\right\}, \quad B = \max\left\{S_1, S_2, \ldots, S_{N_0}, S_{N_0+1} + 1\right\}$.
Тогда $L \leqslant S_n \leqslant B$, то есть последовательность S_n ограничена.

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \, \exists N \, \forall n \, \forall m \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказано, что последовательность S_n ограничена.
По **теореме Больцано-Вейерштрасса** из последовательности частичных сумм $S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots$, в силу ее ограниченности, можно выбрать сходящуюся подпоследовательность $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}, \ldots$.

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \,\exists N \,\forall n \,\forall m \left(n > m > N \quad\Rightarrow\quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Доказано, что последовательность S_n ограничена.
По **теореме Больцано-Вейерштрасса** из последовательности частичных сумм $S_1, S_2, \ldots, S_n, \ldots$, в силу ее ограниченности, можно выбрать сходящуюся подпоследовательность $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}, \ldots$.
Пусть A — предел этой подпоследовательности.

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Выбрали последовательность $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}, \ldots \to A$.

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists N\, \forall n\, \forall m \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Выбрали последовательность $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}, \ldots \to A$.

Надо: $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N > 0 \quad \forall n > N \quad |S_n - A| <$

$$< \varepsilon.$$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists N\, \forall n\, \forall m\, \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Выбрали последовательность $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}, \ldots \to A$.
$\forall \varepsilon' > 0 \quad \exists N' > 0 \quad \forall m > n > N \quad |S_m - S_n| < \varepsilon'$.

Надо: $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N > 0 \quad \forall n > N \quad |S_n - A| <$

$$< \varepsilon.$$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0 \, \exists N \, \forall n \, \forall m \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Выбрали последовательность $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}, \ldots \to A$.
$\forall \varepsilon' > 0 \quad \exists N' > 0 \quad \forall m > n > N \quad |S_m - S_n| < \varepsilon'$.
$\forall \varepsilon'' > 0 \quad \exists N'' > 0 \quad \forall k > N'' \quad \left| S_{i_k} - A \right| < \varepsilon''$.
Надо: $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N > 0 \quad \forall n > N \quad |S_n - A| <$

$$< \varepsilon.$$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists N\, \forall n\, \forall m \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Выбрали последовательность $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}, \ldots \to A$.
$\forall \varepsilon' > 0 \quad \exists N' > 0 \quad \forall m > n > N \quad |S_m - S_n| < \varepsilon'$.
$\forall \varepsilon'' > 0 \quad \exists N'' > 0 \quad \forall k > N'' \quad \left|S_{i_k} - A\right| < \varepsilon''$.
Надо: $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N > 0 \quad \forall n > N \quad |S_n - A| <$
$< \left|S_n - S_{i_k}\right| + \left|S_{i_k} - A\right| < \qquad < \varepsilon$.

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists N\, \forall n\, \forall m\, \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Выбрали последовательность $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}, \ldots \to A$.
$\forall \varepsilon' > 0 \quad \exists N' > 0 \quad \forall m > n > N \quad |S_m - S_n| < \varepsilon'$.
$\forall \varepsilon'' > 0 \quad \exists N'' > 0 \quad \forall k > N'' \quad \left|S_{i_k} - A\right| < \varepsilon''$.
Надо: $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N > 0 \quad \forall n > N \quad |S_n - A| <$
$< \left|S_n - S_{i_k}\right| + \left|S_{i_k} - A\right| < \qquad < \varepsilon$. Сделаем так...

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N\ \forall n\ \forall m\ \left(n > m > N \quad \Rightarrow \quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Выбрали последовательность $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}, \ldots \to A$.
$\forall \varepsilon' > 0 \quad \exists N' > 0 \quad \forall m > n > N \quad |S_m - S_n| < \varepsilon'$.
$\forall \varepsilon'' > 0 \quad \exists N'' > 0 \quad \forall k > N'' \quad \left|S_{i_k} - A\right| < \varepsilon''$.
Надо: $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N > 0 \quad \forall n > N \quad |S_n - A| <$
$< \left|S_n - S_{i_k}\right| + \left|S_{i_k} - A\right| < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} < \varepsilon$. Сделаем так...

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall \varepsilon > 0\, \exists N\, \forall n\, \forall m\, \left(n > m > N \quad\Rightarrow\quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Выбрали последовательность $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}, \ldots \to A$.
$\forall \varepsilon' > 0 \quad \exists N' > 0 \quad \forall m > n > N \quad |S_m - S_n| < \varepsilon'$.
$\forall \varepsilon'' > 0 \quad \exists N'' > 0 \quad \forall k > N'' \quad \left|S_{i_k} - A\right| < \varepsilon''$.
Надо: $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N > 0 \quad \forall n > N \quad |S_n - A| <$
$< \left|S_n - S_{i_k}\right| + \left|S_{i_k} - A\right| < \dfrac{\varepsilon}{2} + \dfrac{\varepsilon}{2} < \varepsilon$. Сделаем так...

$$\varepsilon' = \varepsilon'' = \frac{\varepsilon}{2}, \quad N \geqslant \max\{N', N''\}.$$

XVII.4.5. Критерий Коши сходимости ряда

Теорема 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ *сходится* $\quad\Leftrightarrow$

$$\forall\varepsilon > 0\, \exists N\, \forall n\, \forall m \left(n > m > N \quad\Rightarrow\quad |S_n - S_m| = \left| \sum_{k=m+1}^{n} a_k \right| < \varepsilon \right).$$

Выбрали последовательность $S_{i_1}, S_{i_2}, \ldots, S_{i_k}, \ldots \to A$.
$\forall\varepsilon' > 0 \quad \exists N' > 0 \quad \forall m > n > N \quad |S_m - S_n| < \varepsilon'$.
$\forall\varepsilon'' > 0 \quad \exists N'' > 0 \quad \forall k > N'' \quad \left|S_{i_k} - A\right| < \varepsilon''$.
Надо: $\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N > 0 \quad \forall n > N \quad |S_n - A| <$
$< \left|S_n - S_{i_k}\right| + \left|S_{i_k} - A\right| < \dfrac{\varepsilon}{2} + \dfrac{\varepsilon}{2} < \varepsilon$. Сделаем так...

$\varepsilon' = \varepsilon'' = \dfrac{\varepsilon}{2}, \quad N \geqslant \max\{N', N''\}$. Теорема доказана.

XVII.5. Признаки сходимости знакоположительных рядов

Везде далее в этом разделе рассматриваются только числовые ряды, все члены которых являются действительными числами.

XVII.5.1. Признак сравнения для сходимости рядов

Теорема 55. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и для любого* n *имеет место неравенство* $a_n \leqslant b_n$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) если ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *сходится, то и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *также сходится;*

2) если ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится, то и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *также расходится.*

Доказательство.

XVII.5.1. Признак сравнения для сходимости рядов

Теорема 55. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и для любого* n *имеет место неравенство* $a_n \leqslant b_n$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) если ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *сходится, то и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *также сходится;*

Доказательство. Сошлемся на существование предела ограниченной монотонной последовательности (частичные суммы «маленького» ряда

XVII.5.1. Признак сравнения для сходимости рядов

Теорема 55. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и для любого* n *имеет место неравенство* $a_n \leqslant b_n$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) если ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *сходится, то и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *также сходится;*

Доказательство. Сошлемся на существование предела ограниченной монотонной последовательности (частичные суммы «маленького» ряда

$\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ не превосходят частичных сумм «большого» ряда

XVII.5.1. Признак сравнения для сходимости рядов

Теорема 55. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и для любого* n *имеет место неравенство* $a_n \leqslant b_n$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) если ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *сходится, то и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *также сходится;*

Доказательство. Сошлемся на существование предела ограниченной монотонной последовательности (частичные суммы «маленького» ряда

$\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ не превосходят частичных сумм «большого» ряда

$\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$, поэтому ограничены суммой последнего ряда.

XVII.5.1. Признак сравнения для сходимости рядов

Теорема 55. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и для любого* n *имеет место неравенство* $a_n \leqslant b_n$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

2) если ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится, то и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *также расходится.*

Доказательство.

XVII.5.1. Признак сравнения для сходимости рядов

Теорема 55. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и для любого n имеет место неравенство $a_n \leqslant b_n$. Тогда справедливы следующие утверждения:*

2) если ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится, то и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *также расходится.*

Доказательство. Во втором случае частичные суммы «маленького» ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ «выталкивают в бесконечность» частичные суммы «большого» ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$, и требуемый результат получаем прямо из определений.

Рассмотрим пример?

XVII.5.2. Признак сравнения в предельной форме

Теорема 56. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = k$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) если $k = 0$, *то из сходимости ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *следует сходимость ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$, *а из расходимости ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *следует расходимость ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$;

XVII.5.2. Признак сравнения в предельной форме

Теорема 56. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = k$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

$$1)\ k = 0 \ \Rightarrow \ \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ сходится } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ сходится}, \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ расходится } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ расходится}. \end{cases}$$

XVII.5.2. Признак сравнения в предельной форме

Теорема 56. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и* $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = k$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) $k = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ сходится} \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ сходится}, \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ расходится} \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ расходится}. \end{cases}$

2) если $k = \infty$, *то из сходимости ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *следует сходимость ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$, *а из расходимости ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *следует расходимость ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$;

XVII.5.2. Признак сравнения в предельной форме

Теорема 56. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = k$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

$$1)\ k = 0 \ \Rightarrow \ \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ сходится} \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ сходится}, \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ расходится} \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ расходится}. \end{cases}$$

$$2)\ k = \infty \ \Rightarrow \ \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ сходится} \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ сходится}, \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ расходится} \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ расходится}. \end{cases}$$

XVII.5.2. Признак сравнения в предельной форме

Теорема 56. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = k$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) $k = 0 \;\Rightarrow\; \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ сходится } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ сходится}, \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ расходится } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ расходится}. \end{cases}$

2) $k = \infty \;\Rightarrow\; \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ сходится } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ сходится}, \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ расходится } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ расходится}. \end{cases}$

3) если k *— число, отличное от нуля, то ряды* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *сходятся или расходятся одновременно.*

XVII.5.2. Признак сравнения в предельной форме

Теорема 56. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = k$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

1) $k = 0 \;\Rightarrow\; \left\{ \begin{array}{l} \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ *сходится* } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ *сходится*}, \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ *расходится* } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ *расходится*}. \end{array} \right.$

2) $k = \infty \;\Rightarrow\; \left\{ \begin{array}{l} \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ *сходится* } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ *сходится*}, \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ *расходится* } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ *расходится*}. \end{array} \right.$

3) $0 < k < \infty \;\Rightarrow\; \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится* $\Leftrightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *сходится.*

Доказательство проведите самостоятельно.

XVII.5.2. Признак сравнения в предельной форме

Теорема 56. *Пусть все члены рядов* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k$ *положительны и* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = k$. *Тогда справедливы следующие утверждения:*

$$1)\ k = 0 \ \Rightarrow \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ сходится } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ сходится,} \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ расходится } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ расходится.} \end{cases}$$

$$2)\ k = \infty \ \Rightarrow \begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ сходится } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ сходится,} \\ \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ расходится } \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ расходится.} \end{cases}$$

$$3)\ 0 < k < \infty \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ сходится } \Leftrightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} b_k \text{ сходится.}$$

Рассмотрим пример?

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) Пусть все члены ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *положительны и существует такое положительное число* $q < 1$, *что* $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q$ *для любого* n. *Тогда исходный ряд сходится.*

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \Rightarrow \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

2) Пусть все члены ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *положительны и существует такое положительное число* $q > 1$, *что* $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} \geqslant q$ *для любого* n. *Тогда исходный ряд расходится.*

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \ \Rightarrow \ \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

2) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q > 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \geqslant q \ \Rightarrow \ \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится.*

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \ \Rightarrow \ \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

2) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q > 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \geqslant q \ \Rightarrow \ \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится.*

3) (предельная форма). Пусть все члены ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *положительны и существует* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = q$*. Тогда при* $q > 1$ *исходный ряд расходится, а при* $q < 1$ *— сходится.*

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \ \Rightarrow \ \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

2) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q > 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \geqslant q \ \Rightarrow \ \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится.*

3) $$\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q \ \Rightarrow \begin{cases} q < 1 \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ сходится,} \\ q > 1 \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ расходится.} \end{cases}$$

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \Rightarrow \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

Утверждение следует из признака сравнения.

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \Rightarrow \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots =$

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \Rightarrow \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots =$

$= a_1 + a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} +$

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots =$$

$$= a_1 + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} +$$

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \Rightarrow \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots =$

$= a_1 + a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} + a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} \cdot \dfrac{a_3}{a_2} + a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} \cdot \ldots \cdot$

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q\ \Rightarrow\ \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots =$$

$$= a_1 + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \ldots \cdot \frac{a_n}{a_{n-1}} + \ldots \leqslant$$

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots =$

$= a_1 + a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} + a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} \cdot \dfrac{a_3}{a_2} + a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} \cdot \ldots \cdot \dfrac{a_n}{a_{n-1}} + \ldots \leqslant$

$\leqslant a_1 + a_1 \cdot q +$

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots =$

$= a_1 + a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} + a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} \cdot \dfrac{a_3}{a_2} + a_1 \cdot \dfrac{a_2}{a_1} \cdot \ldots \cdot \dfrac{a_n}{a_{n-1}} + \ldots \leqslant$

$\leqslant a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q \cdot q + \ldots$

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots =$$

$$= a_1 + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \ldots \cdot \frac{a_n}{a_{n-1}} + \ldots \leqslant$$

$$\leqslant a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q \cdot q + \ldots + a_1 \cdot \underbrace{q \cdot q \cdot \ldots \cdot q}_{n-1 \text{ множитель}} + \ldots =$$

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots =$$

$$= a_1 + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \ldots \cdot \frac{a_n}{a_{n-1}} + \ldots \leqslant$$

$$\leqslant a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q \cdot q + \ldots + a_1 \cdot \underbrace{q \cdot q \cdot \ldots \cdot q}_{n-1 \text{ множитель}} + \ldots =$$

Из формулы для суммы всех членов геометрической прогрессии.

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots =$$
$$= a_1 + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \ldots \cdot \frac{a_n}{a_{n-1}} + \ldots \leqslant$$
$$\leqslant a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q \cdot q + \ldots + a_1 \cdot \underbrace{q \cdot q \cdot \ldots \cdot q}_{n-1 \text{ множитель}} + \ldots = \frac{a_1}{1-q}.$$

Из формулы для суммы всех членов геометрической прогрессии.

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

1) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q < 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \leqslant q \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Доказательство.

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots =$$

$$= a_1 + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} + a_1 \cdot \frac{a_2}{a_1} \cdot \ldots \cdot \frac{a_n}{a_{n-1}} + \ldots \leqslant$$

$$\leqslant a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q \cdot q + \ldots + a_1 \cdot \underbrace{q \cdot q \cdot \ldots \cdot q}_{n-1 \text{ множитель}} + \ldots = \frac{a_1}{1-q}.$$

Следовательно, по **признаку сравнения** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится.

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

2) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q > 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \geqslant q \Rightarrow \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится.*

Доказательство.

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

2) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q > 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \geqslant q \Rightarrow \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится.*

Доказательство.

Второе утверждение доказывается аналогично, только знаки неравенства «переворачиваются», при этом суммы n членов геометрической прогрессии неограниченно растут,

поэтому исходный ряд ...

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

2) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \exists q > 1 \quad \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \geqslant q \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится.*

Доказательство.

Второе утверждение доказывается аналогично, только знаки неравенства «переворачиваются», при этом суммы n членов геометрической прогрессии неограниченно растут,
поэтому исходный ряд расходится.

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

$$3)\ \forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q \ \Rightarrow \ \begin{cases} q < 1 \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \ \textit{сходится}, \\ q > 1 \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \ \textit{расходится}. \end{cases}$$

Доказательство.

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

$$\textit{3)}\ \forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q \ \Rightarrow \begin{cases} q < 1 \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \ \textit{сходится}, \\ q > 1 \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \ \textit{расходится}. \end{cases}$$

Доказательство.

Третий пункт следует из первых двух и **теоремы о сходимости остатка ряда**:

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

$$\textit{3)}\ \forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q \Rightarrow \begin{cases} q < 1 \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \textit{ сходится,} \\ q > 1 \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \textit{ расходится.} \end{cases}$$

Доказательство.

Третий пункт следует из первых двух и **теоремы о сходимости остатка ряда**: если, например, $q < 1$, то, по определению предела найдется такое натуральное число N, что для любого $n > N$ имеет место неравенство ,

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

3) $\forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = q \Rightarrow \begin{cases} q < 1 \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ *сходится*,} \\ q > 1 \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ *расходится*.} \end{cases}$

Доказательство.

Третий пункт следует из первых двух и **теоремы о сходимости остатка ряда**: если, например, $q < 1$, то, по определению предела найдется такое натуральное число N, что для любого $n > N$ имеет место неравенство $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} < \dfrac{q+1}{2}$,

XVII.5.3. Признак д'Аламбера сходимости знакоположительного ряда

Теорема 57. *Справедливы следующие утверждения*

$$\text{3) } \forall n \in \mathbb{R}\ a_n > 0\ \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q \Rightarrow \begin{cases} q < 1 \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ сходится}, \\ q > 1 \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k \text{ расходится}. \end{cases}$$

Доказательство.

Третий пункт следует из первых двух и **теоремы о сходимости остатка ряда**: если, например, $q < 1$, то, по определению предела найдется такое натуральное число N, что для любого $n > N$ имеет место неравенство $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} < \dfrac{q+1}{2}$,

после чего остается к N-ному остатку ряда применить доказанное уже свойство пункта 2 доказываемой теоремы.

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство.

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд ...

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится
(согласно необходимому признаку сходимости ряда),

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится

а второй — …

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится
а второй — сходится.

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится
а второй — сходится.
Действительно,

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится

а второй — сходится.

Действительно, $\dfrac{1}{n(n+1)} =$

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится

а второй — сходится.

Действительно, $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} -$

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится

а второй — сходится.

Действительно, $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$,

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится
а второй — сходится.
Действительно, $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$, следовательно,

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится

а второй — сходится.

Действительно, $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$, следовательно,

$$S_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) +$$

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится

а второй — сходится.

Действительно, $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$, следовательно,

$$S_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \ldots$$

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится

а второй — сходится.

Действительно, $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$, следовательно,

$$S_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) =$$

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится

а второй — сходится.

Действительно, $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$, следовательно,

$$S_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} \underset{n\to\infty}{\longrightarrow}$$

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится

а второй — сходится.

Действительно, $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$, следовательно,

$$S_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} \underset{n\to\infty}{\to} 1.$$

Рассмотрим пример?

XVII.5.4. Замечание к признаку д'Аламбера

Замечание 5. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Доказательство. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится
а второй — сходится.
Действительно, $\dfrac{1}{n(n+1)} = \dfrac{1}{n} - \dfrac{1}{n+1}$, следовательно,

$$S_n = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) =$$

$$= 1 - \frac{1}{n+1} \underset{n\to\infty}{\to} 1.$$

Перейдём к **интегральному признаку** или рядам **Лейбницевского типа?**

XVII.5.5. Радикальный признак Коши сходимости знакоположительного ряда

Теорема 58. *Справедливы следующие утверждения:*

1. *Пусть все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *положительны и существует такое положительное число* $q > 1$, *что* $\sqrt[n]{a_n} \geqslant q$ *для любого* n. *Тогда исходный ряд расходится.*

2. *Пусть все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *положительны и существует такое положительное число* $q < 1$, *что* $\sqrt[n]{a_n} \leqslant q$ *для любого* n. *Тогда исходный ряд сходится.*

3. *(предельная форма) Пусть все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *положительны и* $\lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q$. *Тогда при* $q > 1$ *исходный ряд расходится, а при* $q < 1$ — *сходится.*

XVII.5.5. Радикальный признак Коши сходимости знакоположительного ряда

Теорема 58. *Справедливы следующие утверждения:*

1. $a_k > 0, \quad \sqrt[n]{a_n} \geqslant q > 1 \quad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится;*

2. *Пусть все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *положительны и существует такое положительное число* $q < 1$, *что* $\sqrt[n]{a_n} \leqslant q$ *для любого* n. *Тогда исходный ряд сходится.*

3. *(предельная форма) Пусть все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *положительны и* $\lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q$. *Тогда при* $q > 1$ *исходный ряд расходится, а при* $q < 1$ *— сходится.*

Доказательство.

XVII.5.5. Радикальный признак Коши сходимости знакоположительного ряда

Теорема 58. *Справедливы следующие утверждения:*

1. $a_k > 0, \qquad \sqrt[n]{a_n} \geqslant q > 1 \quad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится;*

2. $a_k > 0, \qquad \sqrt[n]{a_n} \leqslant q < 1 \quad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится;*

3. *(предельная форма) Пусть все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *положительны и* $\lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q$. *Тогда при* $q > 1$ *исходный ряд расходится, а при* $q < 1$ *— сходится.*

Доказательство.

XVII.5.5. Радикальный признак Коши сходимости знакоположительного ряда

Теорема 58. *Справедливы следующие утверждения:*

1. $a_k > 0, \qquad \sqrt[n]{a_n} \geqslant q > 1 \quad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится;*

2. $a_k > 0, \qquad \sqrt[n]{a_n} \leqslant q < 1 \quad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится;*

3. $a_k > 0, \qquad \lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q \quad \Rightarrow \begin{cases} q > 1 \ \Rightarrow \ \text{ряд расходится,} \\ q < 1 \ \Rightarrow \ \text{ряд сходится.} \end{cases}$

Доказательство.

XVII.5.5. Радикальный признак Коши сходимости знакоположительного ряда

Теорема 58. *Справедливы следующие утверждения:*

1. $a_k > 0, \qquad \sqrt[n]{a_n} \geqslant q > 1 \quad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится;*

2. $a_k > 0, \qquad \sqrt[n]{a_n} \leqslant q < 1 \quad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится;*

3. $a_k > 0, \qquad \lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q \quad \Rightarrow \begin{cases} q > 1 \ \Rightarrow \ \text{ряд расходится,} \\ q < 1 \ \Rightarrow \ \text{ряд сходится.} \end{cases}$

Доказательство. Вновь применяем признак сравнения к исходному ряду и сумме членов геометрической прогрессии $a_1 q + a_1 q^2 + \ldots + a_1 q^n + \ldots,$ поскольку с помощью индукции легко доказать, что в первом случае

XVII.5.5. Радикальный признак Коши сходимости знакоположительного ряда

Теорема 58. *Справедливы следующие утверждения:*

1. $a_k > 0, \qquad \sqrt[n]{a_n} \geqslant q > 1 \qquad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится;*

2. $a_k > 0, \qquad \sqrt[n]{a_n} \leqslant q < 1 \qquad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится;*

3. $a_k > 0, \qquad \lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q \qquad \Rightarrow \begin{cases} q > 1 \ \Rightarrow \ \text{ряд расходится}, \\ q < 1 \ \Rightarrow \ \text{ряд сходится}. \end{cases}$

Доказательство. Вновь применяем признак сравнения к исходному ряду и сумме членов геометрической прогрессии $a_1q + a_1q^2 + \ldots + a_1q^n + \ldots,$ поскольку с помощью индукции легко доказать, что в первом случае $\dfrac{a_n}{a_1} \geqslant q^n$, а во втором случае $\dfrac{a_n}{a_1} \leqslant q^n$.

XVII.5.5. Радикальный признак Коши сходимости знакоположительного ряда

Теорема 58. *Справедливы следующие утверждения:*

1. $a_k > 0, \qquad \sqrt[n]{a_n} \geqslant q > 1 \quad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится;*

2. $a_k > 0, \qquad \sqrt[n]{a_n} \leqslant q < 1 \quad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится;*

3. $a_k > 0, \qquad \lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q \quad \Rightarrow \begin{cases} q > 1 \ \Rightarrow \ \text{ряд расходится,} \\ q < 1 \ \Rightarrow \ \text{ряд сходится.} \end{cases}$

Доказательство. Сведение третьего случая к первым двум проводится аналогично рассуждениям при доказательстве признака д'Аламбера.

XVII.5.5. Радикальный признак Коши сходимости знакоположительного ряда

Теорема 58. *Справедливы следующие утверждения:*

1. $a_k > 0, \quad \sqrt[n]{a_n} \geqslant q > 1 \quad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *расходится;*

2. $a_k > 0, \quad \sqrt[n]{a_n} \leqslant q < 1 \quad \Rightarrow \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится;*

3. $a_k > 0, \quad \lim\limits_{k\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q \quad \Rightarrow \begin{cases} q > 1 \ \Rightarrow \ \text{ряд расходится,} \\ q < 1 \ \Rightarrow \ \text{ряд сходится.} \end{cases}$

Доказательство. Сведение третьего случая к первым двум проводится аналогично рассуждениям при доказательстве признака д'Аламбера.

XVII.5.6. Замечание к радикальному признаку Коши

Замечание 6. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

XVII.5.6. Замечание к радикальному признаку Коши

Замечание 6. *Этот признак не дает никакой информации в случае $q = 1$.*

Решение. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1,

XVII.5.6. Замечание к радикальному признаку Коши

Замечание 6. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Решение. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд

XVII.5.6. Замечание к радикальному признаку Коши

Замечание 6. *Этот признак не дает никакой информации в случае $q = 1$.*

Решение. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится (согласно необходимому признаку сходимости),

XVII.5.6. Замечание к радикальному признаку Коши

Замечание 6. *Этот признак не дает никакой информации в случае* $q = 1$.

Решение. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится (согласно необходимому признаку сходимости),
а второй, как мы доказали выше (замечание к признаку д'Аламбера),

XVII.5.6. Замечание к радикальному признаку Коши

Замечание 6. *Этот признак не дает никакой информации в случае $q = 1$.*

Решение. В самом деле, для каждого из рядов

$$1 + 1 + \ldots + 1 \ldots \quad \text{и} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$$

параметр q равен 1, но первый ряд расходится (согласно необходимому признаку сходимости),
а второй, как мы доказали выше (замечание к признаку д'Аламбера),
сходится.

Перейдём к рядам **Лейбницевского типа?**

XVII.5.7. Ряды лейбницевского типа

Единственный признак сходимости для не знакопостоянных рядов, который мы рассмотрим, относится к одному достаточно узкому классу рядов, который, тем не менее, часто возникает в исследованиях.

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Пусть числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *(все* a_n *— действительные числа) обладает следующими свойствами:*

1. $a_n > 0$;

2. $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$;

3. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.

Тогда, во-первых, исходный ряд сходится, и, во-вторых, модуль n-ного остатка ряда не превосходит a_{n+1}*, то есть*

$$\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}. \tag{62}$$

Доказательство.

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$*;* *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$*;* *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$*, то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ *сходится,*

II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство.

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится*,
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$
$= (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + \ldots + (a_{2n-1} - a_{2n})$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если 1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$
$= (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + \ldots + (a_{2n-1} - a_{2n})$ — монотонно возрастающая последовательность с положительными членами, так как, по условию, $a_{2k-1} - a_{2k}$ — положительные числа.

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$
$= (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + \ldots + (a_{2n-1} - a_{2n})$ — монотонно возрастающая последовательность с положительными членами, так как, по условию, $a_{2k-1} - a_{2k}$ — положительные числа.
С другой стороны, эта последовательность ограничена, так как

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$
$= (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + \ldots + (a_{2n-1} - a_{2n})$ — монотонно возрастающая последовательность с положительными членами, так как, по условию, $a_{2k-1} - a_{2k}$ — положительные числа.
С другой стороны, эта последовательность ограничена, так как
$0 < S_{2n} = a_1 - (a_2 - a_3) - \ldots - (a_{2n-2} - a_{2n-1}) - a_{2n} \leqslant a_1$.

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$
$= (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + \ldots + (a_{2n-1} - a_{2n})$ — монотонно возрастающая последовательность с положительными членами, так как, по условию, $a_{2k-1} - a_{2k}$ — положительные числа.
С другой стороны, эта последовательность ограничена, так как
$0 < S_{2n} = a_1 - (a_2 - a_3) - \ldots - (a_{2n-2} - a_{2n-1}) - a_{2n} \leqslant a_1$.
Следовательно, S_{2n} — сходящаяся последовательность.

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится*,

II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$
$= (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + \ldots + (a_{2n-1} - a_{2n}) \quad \to S.$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится*,
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$
$= (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + \ldots + (a_{2n-1} - a_{2n}) \quad \to S$.
$S_n = P_n + Q_n$, где

n	1	2	3	4	5	$\ldots$	$2n$	$2n+1$	$\ldots$
P_n		S_2	S_2	S_3	S_3	$\ldots$	S_{2n}	S_{2n}	$\ldots$.
Q_n	a_1	0	a_3	0	a_5	$\ldots$	0	a_{2n+1}	$\ldots$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$
$= (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + \ldots + (a_{2n-1} - a_{2n}) \quad \to S$.
$S_n = P_n + Q_n$, где

n	1	2	3	4	5	$\ldots$	$2n$	$2n+1$	$\ldots$
P_n		S_2	S_2	S_3	S_3	$\ldots$	S_{2n}	S_{2n}	$\ldots$.
Q_n	a_1	0	a_3	0	a_5	$\ldots$	0	a_{2n+1}	$\ldots$

Поэтому $\lim_{n\to\infty} S_n =$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ *сходится,*

II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$
$= (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + \ldots + (a_{2n-1} - a_{2n}) \quad \to S$.

$S_n = P_n + Q_n$, где

n	1	2	3	4	5	$\ldots$	$2n$	$2n+1$	$\ldots$
P_n		S_2	S_2	S_3	S_3	$\ldots$	S_{2n}	S_{2n}	$\ldots$
Q_n	a_1	0	a_3	0	a_5	$\ldots$	0	a_{2n+1}	$\ldots$

.

Поэтому $\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} (P_n + Q_n) =$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$
$= (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + \ldots + (a_{2n-1} - a_{2n}) \quad \to S.$
$S_n = P_n + Q_n$, где

n	1	2	3	4	5	$\ldots$	$2n$	$2n+1$	$\ldots$
P_n		S_2	S_2	S_3	S_3	$\ldots$	S_{2n}	S_{2n}	$\ldots$.
Q_n	a_1	0	a_3	0	a_5	$\ldots$	0	a_{2n+1}	$\ldots$

Поэтому $\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty}(P_n + Q_n) = S + 0 = S$.

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. $S_{2n} = a_1 - a_2 + \ldots + a_{2n-1} - a_{2n} =$
$= (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + \ldots + (a_{2n-1} - a_{2n}) \quad \to S$.
$S_n = P_n + Q_n$, где

n	1	2	3	4	5	$\ldots$	$2n$	$2n+1$	$\ldots$
P_n		S_2	S_2	S_3	S_3	$\ldots$	S_{2n}	S_{2n}	$\ldots$.
Q_n	a_1	0	a_3	0	a_5	$\ldots$	0	a_{2n+1}	$\ldots$

Поэтому $\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty}(P_n + Q_n) = S + 0 = S$.
Значит, исходный ряд сходится.

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если 1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*

II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. Доказательство утверждения II):

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. Доказательство утверждения II):

$$= \sum_{n=2k+1}^{\infty} a_n =$$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* 1) $a_n > 0$; 2) $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,* II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. Доказательство утверждения II):

$$< (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots = \sum_{n=2k+1}^{\infty} a_n =$$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. Доказательство утверждения II):

$$0< (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots = \sum_{n=2k+1}^{\infty} a_n =$$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* 1) $a_n > 0$; 2) $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; 3) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ *сходится*,

II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. Доказательство утверждения II):

$$0< (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots = \sum_{n=2k+1}^{\infty} a_n =$$

$$= a_{2k+1} - (a_{2k+2} - a_{2k+3}) - \ldots < a_{2k+1}.$$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. Доказательство утверждения II):

$$0< (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots = \sum_{n=2k+1}^{\infty} a_n =$$

$$= a_{2k+1} - (a_{2k+2} - a_{2k+3}) - \ldots < a_{2k+1}.$$

$$= \sum_{n=2k}^{\infty} a_n =$$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. Доказательство утверждения II):

$$0< (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots = \sum_{n=2k+1}^{\infty} a_n =$$

$$= a_{2k+1} - (a_{2k+2} - a_{2k+3}) - \ldots < a_{2k+1}.$$

$$< -a_{2k} + (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots = \sum_{n=2k}^{\infty} a_n =$$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если 1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*

II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. Доказательство утверждения II):

$$0< (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots = \sum_{n=2k+1}^{\infty} a_n =$$

$$= a_{2k+1} - (a_{2k+2} - a_{2k+3}) - \ldots < a_{2k+1}.$$

$$-a_{2k}< -a_{2k} + (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots = \sum_{n=2k}^{\infty} a_n =$$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если 1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*

II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. Доказательство утверждения II):

$$0< (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots= \sum_{n=2k+1}^{\infty} a_n =$$

$$= a_{2k+1} - (a_{2k+2} - a_{2k+3}) - \ldots < a_{2k+1}.$$

$$-a_{2k}< -a_{2k} + (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots= \sum_{n=2k}^{\infty} a_n =$$

$$= -(a_{2k} - a_{2k+1}) - (a_{2k+2} - a_{2k+3}) + \ldots < 0.$$

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если 1)* $a_n > 0$*; 2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$*; 3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$*, то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1}a_{n+1} + (-1)^{n+2}a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство. Доказательство утверждения II):

$$0 < (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots = \sum_{n=2k+1}^{\infty} a_n =$$

$$= a_{2k+1} - (a_{2k+2} - a_{2k+3}) - \ldots < a_{2k+1}.$$

$$-a_{2k} < -a_{2k} + (a_{2k+1} - a_{2k+2}) + (a_{2k+3} - a_{2k+4}) + \ldots = \sum_{n=2k}^{\infty} a_n =$$

$$= -(a_{2k} - a_{2k+1}) - (a_{2k+2} - a_{2k+3}) + \ldots < 0.$$

Теорема доказана.

XVII.5.8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда

Теорема 59. *Если* *1)* $a_n > 0$; *2)* $a_1 > a_2 > \ldots > a_n > \ldots$; *3)* $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, *то I) ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n$ *сходится,*
II) $\left|(-1)^{n+1} a_{n+1} + (-1)^{n+2} a_{n+2} + \ldots\right| \leqslant a_{n+1}$.

Доказательство.

Рассмотрим пример?

XVII.6. Абсолютная сходимость ряда

Определение 36. *Числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *(здесь* a_n *могут быть комплексными числами) называется* **абсолютно сходящимся**, *если сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$. *Если ряд сходится, но не абсолютно, то такой ряд называется* **условно сходящимся**.

XVII.6. Абсолютная сходимость ряда

Определение 36. *Числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *(здесь* a_n *могут быть комплексными числами) называется* **абсолютно сходящимся***, если сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$*. Если ряд сходится, но не абсолютно, то такой ряд называется* **условно сходящимся***.*

Как мы увидим позднее, некоторые из привычных нам свойств суммы конечного числа слагаемых выполняются только для абсолютно сходящихся рядов.

Рассмотрим пример?

XVII.6. Абсолютная сходимость ряда

Определение 36. *Числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *(здесь* a_n *могут быть комплексными числами) называется* **абсолютно сходящимся**, *если сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$. *Если ряд сходится, но не абсолютно, то такой ряд называется* **условно сходящимся**.

XVII.6.1. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда

Теорема 60. ***Абсолютно сходящийся*** *ряд сходится.*

Рассмотрим пример?

XVII.7. Свойства числовых рядов (продолжение)

Следующие теоремы показывают, что не все «обычные» свойства суммы конечного числа слагаемых переносятся в теорию рядов. Мы докажем теорему Римана о том, что в условно сходящемся ряде вообще говоря, нельзя «безнаказанно» переставлять слагаемые. Сначала мы докажем, что переставлять слагаемые можно для абсолютно сходящихся рядов.

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

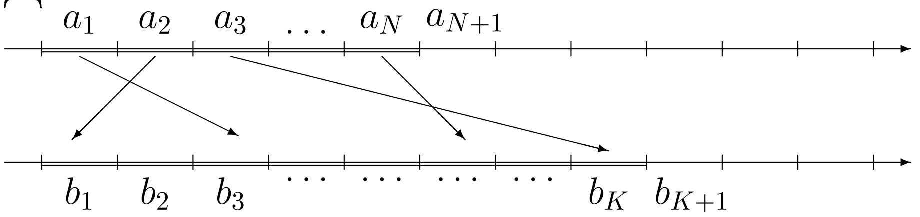
Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.



XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Пусть ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ получен перестановкой членов исходного ряда. В частности, для каждого m имеем $a_m = b_{k_m}$ для единственным образом определенного k_m.

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Пусть ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ получен перестановкой членов исходного ряда. В частности, для каждого m имеем $a_m = b_{k_m}$ для единственным образом определенного k_m.

Положим $R_n = \sum\limits_{m=n+1}^{\infty} |a_m|$, $S = \sum\limits_{m=1}^{\infty} a_m$, $S_n = \sum\limits_{m=1}^{n} a_m$, $S'_n = \sum\limits_{m=1}^{n} b_m$.

Возьмем произвольное положительное число ε. По условию для положительного числа $\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{3}$ найдется такой номер N, что для любого $n > N$ справедливо неравенство $|R_n| < \varepsilon_1$.

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Пусть K — максимальное из чисел $k_1, k_2, \ldots, k_N$.

Тогда для любого $n > K$ получаем

$$|S'_n - S'_K| =$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Пусть K — максимальное из чисел $k_1, k_2, \ldots, k_N$.

Тогда для любого $n > K$ получаем

$$|S'_n - S'_K| = \left| \sum_{m=K+1}^{n} b_m \right| \leqslant$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Пусть K — максимальное из чисел $k_1, k_2, \ldots, k_N$.

Тогда для любого $n > K$ получаем

$$|S'_n - S'_K| = \left| \sum_{m=K+1}^{n} b_m \right| \leqslant \sum_{m=K+1}^{n} |b_m| \leqslant$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Пусть K — максимальное из чисел $k_1, k_2, \ldots, k_N$.

Тогда для любого $n > K$ получаем

$$|S'_n - S'_K| = \left| \sum_{m=K+1}^{n} b_m \right| \leqslant \sum_{m=K+1}^{n} |b_m| \leqslant \sum_{m=N+1}^{\infty} |a_m| <$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Пусть K — максимальное из чисел $k_1, k_2, \ldots, k_N$.

Тогда для любого $n > K$ получаем

$$|S'_n - S'_K| = \left|\sum_{m=K+1}^{n} b_m\right| \leqslant \sum_{m=K+1}^{n} |b_m| \leqslant \sum_{m=N+1}^{\infty} |a_m| < \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{3},$$

и

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Пусть K — максимальное из чисел $k_1, k_2, \ldots, k_N$.

Тогда для любого $n > K$ получаем

$$|S'_n - S'_K| = \left|\sum_{m=K+1}^{n} b_m\right| \leqslant \sum_{m=K+1}^{n} |b_m| \leqslant \sum_{m=N+1}^{\infty} |a_m| < \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{3},$$

и

$$|S'_K - S_{N+1}| =$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Пусть K — максимальное из чисел $k_1, k_2, \ldots, k_N$.

Тогда для любого $n > K$ получаем

$$|S'_n - S'_K| = \left|\sum_{m=K+1}^{n} b_m\right| \leqslant \sum_{m=K+1}^{n} |b_m| \leqslant \sum_{m=N+1}^{\infty} |a_m| < \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{3},$$

и

$$|S'_K - S_{N+1}| = \left|\sum_{m=1}^{K} b_m - \sum_{m=1}^{N+1} a_m\right| \leqslant$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Пусть K — максимальное из чисел $k_1, k_2, \ldots, k_N$.

Тогда для любого $n > K$ получаем

$$|S'_n - S'_K| = \left|\sum_{m=K+1}^{n} b_m\right| \leqslant \sum_{m=K+1}^{n} |b_m| \leqslant \sum_{m=N+1}^{\infty} |a_m| < \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{3},$$

и

$$|S'_K - S_{N+1}| = \left|\sum_{m=1}^{K} b_m - \sum_{m=1}^{N+1} a_m\right| \leqslant \sum_{m=N+1}^{\infty} |a_m| <$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Пусть K — максимальное из чисел $k_1, k_2, \ldots, k_N$.

Тогда для любого $n > K$ получаем

$$|S'_n - S'_K| = \left|\sum_{m=K+1}^{n} b_m\right| \leqslant \sum_{m=K+1}^{n} |b_m| \leqslant \sum_{m=N+1}^{\infty} |a_m| < \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{3},$$

и

$$|S'_K - S_{N+1}| = \left|\sum_{m=1}^{K} b_m - \sum_{m=1}^{N+1} a_m\right| \leqslant \sum_{m=N+1}^{\infty} |a_m| < \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon}{3}.$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Поэтому для любого $n > K$

$$|S'_n - S| =$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Поэтому для любого $n > K$

$$|S'_n - S| = |S'_n - S'_K + S'_K - S_{N+1} + S_{N+1} - S| \leqslant$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Поэтому для любого $n > K$

$$|S'_n - S| = |S'_n - S'_K + S'_K - S_{N+1} + S_{N+1} - S| \leqslant$$

$$\leqslant |S'_n - S'_K| + |S'_K - S_{N+1}| + |S_{N+1} - S| <$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Поэтому для любого $n > K$

$$|S'_n - S| = |S'_n - S'_K + S'_K - S_{N+1} + S_{N+1} - S| \leqslant$$

$$\leqslant |S'_n - S'_K| + |S'_K - S_{N+1}| + |S_{N+1} - S| <$$

$$< \varepsilon_1 + \varepsilon_1 + |S_{N+1} - S| <$$

XVII.7.1. Теорема о перестановке слагаемых

Теорема 61. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится абсолютно, то при любой перестановке членов этого ряда получим абсолютно сходящийся ряд с той же суммой.*

Доказательство.

Поэтому для любого $n > K$

$$|S'_n - S| = |S'_n - S'_K + S'_K - S_{N+1} + S_{N+1} - S| \leqslant$$

$$\leqslant |S'_n - S'_K| + |S'_K - S_{N+1}| + |S_{N+1} - S| <$$

$$< \varepsilon_1 + \varepsilon_1 + |S_{N+1} - S| < \varepsilon_1 + \varepsilon_1 + |R_{N+1}| < 3\varepsilon_1 = \varepsilon.$$

Теорема доказана.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Рассмотрим пример?

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Иными словами, в условно сходящихся рядах **нельзя** переставлять слагаемые.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Иными словами, в условно сходящихся рядах **нельзя** переставлять слагаемые.

Слово «нельзя» означает, что при этом сумма ряда может измениться.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Доказательство. Так как $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится условно, то ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$ расходится, то есть его частичные суммы не ограничены.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Доказательство. $\forall M \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall m > N \quad \sum\limits_{n=1}^{m} |a_n| > M.$

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Доказательство. $\forall M \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall m > N \quad \sum\limits_{n=1}^{m} |a_n| > M.$

Пусть $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ — ряд из всех положительных слагаемых ряда,

и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ — ряд из всех отрицательных слагаемых ряда.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A*.*

Доказательство. $\forall M \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall m > N \quad \sum\limits_{n=1}^{m} |a_n| > M.$

Пусть $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ — ряд из всех положительных слагаемых ряда,

и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ — ряд из всех отрицательных слагаемых ряда.

В силу расходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$ и сходимости исходного ряда получаем, что ряды $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ расходятся (рассуждения «от противного»).

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Доказательство. $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ — ряды из всех положительных и, соответственно, отрицательных слагаемых ряда.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Доказательство. $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ — ряды из всех положительных и, соответственно, отрицательных слагаемых ряда.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ построим следующим образом.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A*.*

Доказательство. $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ — ряды из всех положительных и, соответственно, отрицательных слагаемых ряда.

Положим $b_1 = a_{i_1}$, $b_2 = a_{j_1}$, $p = q = 1$.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Доказательство. $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ — ряды из всех положительных и, соответственно, отрицательных слагаемых ряда.

Положим $b_1 = a_{i_1}$, $b_2 = a_{j_1}$, $p = q = 1$.

Пусть $b_1, b_2, \ldots, b_{p+q}$ уже выбраны, причем p штук из них совпадает с $a_{i_1}, a_{i_2}, \ldots, a_{i_p}$, а остальные — с $a_{j_1}, a_{j_2}, \ldots, a_{j_q}$.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A*.*

Доказательство. $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ — ряды из всех положительных и, соответственно, отрицательных слагаемых ряда.

Положим $b_1 = a_{i_1}$, $b_2 = a_{j_1}$, $p = q = 1$.

Если $\sum\limits_{n=1}^{p+q} b_n < A$, то положим $b_{p+q+1} = a_{i_{p+1}}$,

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Доказательство. $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ — ряды из всех положительных и, соответственно, отрицательных слагаемых ряда.

Положим $b_1 = a_{i_1}$, $b_2 = a_{j_1}$, $p = q = 1$.

Если $\sum\limits_{n=1}^{p+q} b_n < A$, то положим $b_{p+q+1} = a_{i_{p+1}}$, иначе $b_{p+q+1} = a_{j_{q+1}}$.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Доказательство. $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ — ряды из всех положительных и, соответственно, отрицательных слагаемых ряда.

Положим $b_1 = a_{i_1}$, $b_2 = a_{j_1}$, $p = q = 1$.

Если $\sum\limits_{n=1}^{p+q} b_n < A$, то положим $b_{p+q+1} = a_{i_{p+1}}$, иначе $b_{p+q+1} = a_{j_{q+1}}$.

Индукцией можно показать, что $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = A$.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Доказательство. $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ — ряды из всех положительных и, соответственно, отрицательных слагаемых ряда.

Положим $b_1 = a_{i_1}$, $b_2 = a_{j_1}$, $p = q = 1$.

Если $\sum\limits_{n=1}^{p+q} b_n < A$, то положим $b_{p+q+1} = a_{i_{p+1}}$, иначе $b_{p+q+1} = a_{j_{q+1}}$.

Индукцией можно показать, что $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = A$. При этом p и q растут неограниченно, иначе некоторый остаток ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ совпадал бы с каким-либо расходящимся остатком ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ или $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$.

XVII.7.2. Теорема Римана

Теорема 62. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то для любого числа* A *можно найти такую перестановку членов исходного ряда, что суммой полученного ряда будет число* A.

Доказательство. $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{i_k}$ и $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{j_k}$ — ряды из всех положительных и, соответственно, отрицательных слагаемых ряда.

Положим $b_1 = a_{i_1}$, $b_2 = a_{j_1}$, $p = q = 1$.

Если $\sum\limits_{n=1}^{p+q} b_n < A$, то положим $b_{p+q+1} = a_{i_{p+1}}$, иначе $b_{p+q+1} = a_{j_{q+1}}$.

Индукцией можно показать, что $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = A$. Теорема доказана.

XVII.7.3. Следствие из доказательства теоремы Римана

Следствие 1. *Если ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ *сходится условно, то существует такая перестановка членов этого ряда, что полученный ряд станет расходящимся.*

Рассмотрим пример?

XVIII. Функциональные ряды: основные определения

До сих пор мы считали, что слагаемые ряда — это числа. Но основу, «ядро» теории рядов составляют так называемые функциональные ряды — ряды, все члены которых являются функциями. Итак, в данном разделе мы рассмотрим так называемые **функциональные ряды**.

XVIII.0. Определение функционального ряда

Определение 37. Функциональным рядом *называется выражение* $f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \ldots$, *часто записываемое в виде* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$.

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Понятие суммы ряда переносится с теории числовых рядов в теорию функциональных рядов естественным образом, так как при каждом *значении* x_0 аргумента x получаем *числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x_0)$.

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Понятие суммы ряда переносится с теории числовых рядов в теорию функциональных рядов естественным образом, так как при каждом *значении* x_0 аргумента x получаем *числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x_0)$.

Получим определение суммы ряда на языке «эпсилон-дельта».

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Понятие суммы ряда переносится с теории числовых рядов в теорию функциональных рядов естественным образом, так как при каждом *значении* x_0 аргумента x получаем *числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x_0)$.

Получим определение суммы ряда на языке «эпсилон-дельта».

$$\forall \varepsilon > 0$$

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Понятие суммы ряда переносится с теории числовых рядов в теорию функциональных рядов естественным образом, так как при каждом *значении* x_0 аргумента x получаем *числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x_0)$.

Получим определение суммы ряда на языке «эпсилон-дельта».

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N}$$

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Понятие суммы ряда переносится с теории числовых рядов в теорию функциональных рядов естественным образом, так как при каждом *значении* x_0 аргумента x получаем *числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n\left(x_0\right)$.

Получим определение суммы ряда на языке «эпсилон-дельта».

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N$$

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Понятие суммы ряда переносится с теории числовых рядов в теорию функциональных рядов естественным образом, так как при каждом *значении* x_0 аргумента x получаем *числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x_0)$.

Получим определение суммы ряда на языке «эпсилон-дельта».

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \qquad\qquad\qquad\qquad < \varepsilon.$$

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Понятие суммы ряда переносится с теории числовых рядов в теорию функциональных рядов естественным образом, так как при каждом *значении* x_0 аргумента x получаем *числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x_0)$.

Получим определение суммы ряда на языке «эпсилон-дельта».

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left| \sum_{k=1}^{n} \qquad\qquad \right| < \varepsilon.$$

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Понятие суммы ряда переносится с теории числовых рядов в теорию функциональных рядов естественным образом, так как при каждом *значении* x_0 аргумента x получаем *числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n\left(x_0\right)$.

Получим определение суммы ряда на языке «эпсилон-дельта».

$$\forall \varepsilon>0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n>N \quad\left|\sum_{k=1}^{n} f_k(x)-S(x)\right|<\varepsilon .$$

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Понятие суммы ряда переносится с теории числовых рядов в теорию функциональных рядов естественным образом, так как при каждом *значении* x_0 аргумента x получаем *числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x_0)$.

Получим определение суммы ряда на языке «эпсилон-дельта».

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left| \sum_{k=1}^{n} f_k(x) - S(x) \right| < \varepsilon.$$

Надо еще указать, из какого множества выбираются x.

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Понятие суммы ряда переносится с теории числовых рядов в теорию функциональных рядов естественным образом, так как при каждом *значении* x_0 аргумента x получаем *числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n\,(x_0)$.

Получим определение суммы ряда на языке «эпсилон-дельта».

$$\forall x \in D \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\sum_{k=1}^{n} f_k(x) - S(x)\right| < \varepsilon.$$

Надо еще указать, из какого множества выбираются x.

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Понятие суммы ряда переносится с теории числовых рядов в теорию функциональных рядов естественным образом, так как при каждом *значении* x_0 аргумента x получаем *числовой ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n\,(x_0)$.

Получим определение суммы ряда на языке «эпсилон-дельта».

$$\forall x \in D \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left| \sum_{k=1}^{n} f_k(x) - S(x) \right| < \varepsilon.$$

Надо еще указать, из какого множества выбираются x.

Для получения формулировки осталось добавить нужные слова...

XVIII.1. Определение суммы функционального ряда

Определение 38. *Функция* $S(x)$ *называется* **суммой функционального ряда** *на множестве* D, *если*

$$\forall x \in D \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left| \sum_{k=1}^{n} f_k(x) - S(x) \right| < \varepsilon. \quad (63)$$

XVIII.2. Проблематика теории функциональных рядов

Какие вопросы мы должны рассмотреть?

XVIII.2. Проблематика теории функциональных рядов

Какие вопросы мы должны рассмотреть?

Во-первых, это те проблемы, которые «переходят по наследству» от теории числовых рядов: нахождение суммы, сходимость ряда и т.п.

XVIII.2. Проблематика теории функциональных рядов

Какие вопросы мы должны рассмотреть?

Во-первых, это те проблемы, которые «переходят по наследству» от теории числовых рядов: нахождение суммы, сходимость ряда и т.п.

Эти проблемы решаются достаточно успешно с помощью уже рассмотренного нами математического аппарата.

XVIII.2. Проблематика теории функциональных рядов

Какие вопросы мы должны рассмотреть?

Во-первых, это те проблемы, которые «переходят по наследству» от теории числовых рядов: нахождение суммы, сходимость ряда и т.п.

Но к этим проблемам добавляются новые: изучение свойств суммы ряда, как функции от x, в частности,

XVIII.2. Проблематика теории функциональных рядов

Какие вопросы мы должны рассмотреть?

Во-первых, это те проблемы, которые «переходят по наследству» от теории числовых рядов: нахождение суммы, сходимость ряда и т.п.

Но к этим проблемам добавляются новые: изучение свойств суммы ряда, как функции от x, в частности,

— нахождение условий непрерывности суммы ряда;

XVIII.2. Проблематика теории функциональных рядов

Какие вопросы мы должны рассмотреть?

Во-первых, это те проблемы, которые «переходят по наследству» от теории числовых рядов: нахождение суммы, сходимость ряда и т.п.

Но к этим проблемам добавляются новые: изучение свойств суммы ряда, как функции от x, в частности,

— нахождение условий непрерывности суммы ряда;

— дифференцируемости суммы ряда, точнее, совпадает ли производная суммы ряда с «почленной производной», и если не всегда, то при каких условиях выполняется равенство

XVIII.2. Проблематика теории функциональных рядов

Какие вопросы мы должны рассмотреть?

Во-первых, это те проблемы, которые «переходят по наследству» от теории числовых рядов: нахождение суммы, сходимость ряда и т.п.

Но к этим проблемам добавляются новые: изучение свойств суммы ряда, как функции от x, в частности,

— нахождение условий непрерывности суммы ряда;

— дифференцируемости суммы ряда, точнее, совпадает ли производная суммы ряда с «почленной производной», и если не всегда, то при каких условиях выполняется равенство

$$\frac{d}{dx}\left(f_0(x) + f_1(x) + \ldots\right) \stackrel{?}{=}$$

XVIII.2. Проблематика теории функциональных рядов

Какие вопросы мы должны рассмотреть?

Во-первых, это те проблемы, которые «переходят по наследству» от теории числовых рядов: нахождение суммы, сходимость ряда и т.п.

Но к этим проблемам добавляются новые: изучение свойств суммы ряда, как функции от x, в частности,

— нахождение условий непрерывности суммы ряда;

— дифференцируемости суммы ряда, точнее, совпадает ли производная суммы ряда с «почленной производной», и если не всегда, то при каких условиях выполняется равенство

$$\frac{d}{dx}\left(f_0(x) + f_1(x) + \ldots\right) \stackrel{?}{=} \frac{d\, f_0(x)}{dx} + \frac{d\, f_1(x)}{dx} + \ldots$$

— условия почленной интегрируемости ряда.

XVIII.3. Точка и область сходимости ряда

Определение 39. *Такое значение переменной x, при котором ряд $f_1(x) + f_2(x) + \ldots$ сходится (расходится) называют* **точкой сходимости** *(соответственно,* **расходимости***) этого ряда. Множество всех точек сходимости (соответственно, расходимости) ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ называется* **областью сходимости** *(соответственно,* **областью расходимости***) этого ряда.*

XVIII.3. Точка и область сходимости ряда

Определение 39. *Такое значение переменной x, при котором ряд $f_1(x) + f_2(x) + \ldots$ сходится (расходится) называют* **точкой сходимости** *(соответственно,* **расходимости***) этого ряда. Множество всех точек сходимости (соответственно, расходимости) ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ называется* **областью сходимости** *(соответственно,* **областью расходимости***) этого ряда.*

Частичные суммы функционального ряда являются функциями, поэтому сумма ряда тоже является функцией. Это один из важных и популярных способов задания функции, в особенности для числовых функций, не являющихся элементарными.

Рассмотрим пример?

XVIII.4. Элементарные свойства функциональных рядов

Все **элементарные свойства числовых рядов** переносятся на функциональные ряды.

Их доказательство получается непосредственным применением соответствующих свойств числовых рядов.

XVIII.4.1. Линейность суммы функционального ряда

Теорема 63. *Если ряды* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ *и* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} g_n(x)$ *сходятся (абсолютно сходятся, условно сходятся) на множестве* D*, то для любых чисел* λ *и* μ *сходится (соответственно, абсолютно сходится, условно сходится) на множестве* D *ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda f_n(x) + \mu g_n(x))$*. При этом* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\lambda f_n(x) + \mu g_n(x)) = \lambda \sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x) + \mu \sum\limits_{n=1}^{\infty} g_n(x)$*.*

XVIII.4.2. Область сходимости остатка ряда

Для любого номера N область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ совпадает с пересечением области сходимости ряда $\sum\limits_{n=N+1}^{\infty} f_n(x)$ с пересечением областей определения функций $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_N(x)$.

Рассмотрим пример?

XVIII.4.2. Область сходимости остатка ряда

Для любого номера N область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ совпадает с пересечением области сходимости ряда $\sum\limits_{n=N+1}^{\infty} f_n(x)$ с пересечением областей определения функций $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_N(x)$.

Перейдём к степенным рядам?

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Одной из причин (хотя и далеко не главной) успехов, достигнутых математическим анализом является тот факт, что основные преобразования: дифференцирование и интегрирование, обладают «хорошими» свойствами.

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Одной из причин (хотя и далеко не главной) успехов, достигнутых математическим анализом является тот факт, что основные преобразования: дифференцирование и интегрирование, обладают «хорошими» свойствами.

Например, $\dfrac{d}{dx}\left(f(x)+g(x)\right)=\dfrac{df(x)}{dx}+\dfrac{dg(x)}{dx}$ и т.п.

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Одной из причин (хотя и далеко не главной) успехов, достигнутых математическим анализом является тот факт, что основные преобразования: дифференцирование и интегрирование, обладают «хорошими» свойствами.

Например, $\dfrac{d}{dx}\left(f(x)+g(x)\right)=\dfrac{df(x)}{dx}+\dfrac{dg(x)}{dx}$ и т.п.

Естественно, хотелось бы, чтобы эти свойства конечной суммы функций сохранились бы при переходе к бесконечной сумме, то есть к ряду.

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Одной из причин (хотя и далеко не главной) успехов, достигнутых математическим анализом является тот факт, что основные преобразования: дифференцирование и интегрирование, обладают «хорошими» свойствами.

Например, $\dfrac{d}{dx}\left(f(x)+g(x)\right)=\dfrac{df(x)}{dx}+\dfrac{dg(x)}{dx}$ и т.п.

Естественно, хотелось бы, чтобы эти свойства конечной суммы функций сохранились бы при переходе к бесконечной сумме, то есть к ряду.

По этому поводу говорят о **почленном дифференцировании** и **почленном интегрировании**.

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Почленной производной ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ называется ряд

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Почленной производной ряда $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ называется ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d}{dx} f_n(x), \tag{64}$$

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Почленной производной ряда $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ называется ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d}{dx} f_n(x), \tag{64}$$

и **почленным интегралом** — ряды

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Почленной производной ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ называется ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d}{dx} f_n(x), \tag{64}$$

и **почленным интегралом** — ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_a^b f_n(x)\,dx \text{ или } \sum_{n=1}^{\infty} \int f_n(x)\,dx. \tag{65}$$

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Почленной производной ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ называется ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d}{dx} f_n(x), \tag{64}$$

и **почленным интегралом** — ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int\limits_a^b f_n(x)\,dx \text{ или } \sum_{n=1}^{\infty} \int f_n(x)\,dx. \tag{65}$$

Можно было бы ожидать совпадения почленной и «обычной» производных: $\dfrac{d}{dx}\left(\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)\right) \stackrel{?}{=} \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{d}{dx} f_n(x)$,

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Почленной производной ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ называется ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d}{dx} f_n(x), \tag{64}$$

и **почленным интегралом** — ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_a^b f_n(x)\, dx \text{ или } \sum_{n=1}^{\infty} \int f_n(x)\, dx. \tag{65}$$

Также можно было бы ожидать совпадения почленного и «обычного» интегралов от суммы ряда.

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Почленной производной ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ называется ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d}{dx} f_n(x), \tag{64}$$

и **почленным интегралом** — ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int\limits_a^b f_n(x)\,dx \text{ или } \sum_{n=1}^{\infty} \int f_n(x)\,dx. \tag{65}$$

Но, оказывается, это верно не всегда. Для «сбытия мечт» необходима, как правило, сходимость не простая

XVIII.5. Равномерная сходимость ряда

Почленной производной ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ называется ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{d}{dx} f_n(x), \tag{64}$$

и **почленным интегралом** — ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int\limits_a^b f_n(x)\,dx \text{ или } \sum_{n=1}^{\infty} \int f_n(x)\,dx. \tag{65}$$

Но, оказывается, это верно не всегда. Для «сбытия мечт» необходима, как правило, сходимость не простая
(хоть и не золотая).

XVIII.5.1. Определение равномерной сходимости последовательности

Определение 40. *Говорят, что последовательность функций* $S_1(x); S_2(x); \ldots; S_k(x); \ldots$ *сходится к функции* $S(x)$ *на множестве* D **равномерно**, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall x \in D \quad \forall n > N \quad |S(x) - S_n(x)| < \varepsilon. \tag{66}$$

XVIII.5.1. Определение равномерной сходимости последовательности

Определение 40. *Говорят, что последовательность функций* $S_1(x); S_2(x); \ldots; S_k(x); \ldots$ *сходится к функции* $S(x)$ *на множестве* D **равномерно**, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall x \in D \quad \forall n > N \quad |S(x) - S_n(x)| < \varepsilon. \tag{66}$$

Если интерпретировать функции $S_k(x)$ как частичные суммы функционального ряда, то получим определение равномерной сходимости ряда.

XVIII.5.1. Определение равномерной сходимости последовательности

Определение 41. *Говорят, что ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *сходится к функции* $S(x)$ *на множестве* D **равномерно**, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall x \in D \quad \forall n > N \qquad \left| S(x) - \sum_{k=1}^{n} f_k(x) \right| < \varepsilon. \quad (67)$$

XVIII.5.1. Определение равномерной сходимости последовательности

Определение 41. *Говорят, что ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *сходится к функции* $S(x)$ *на множестве* D **равномерно**, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall x \in D \quad \forall n > N \qquad \left| S(x) - \sum_{k=1}^{n} f_k(x) \right| < \varepsilon. \quad (67)$$

Таким образом, если ряд сходится равномерно, то по $\varepsilon > 0$ можно найти такой N, который «годится» для любого x, то есть обеспечивает выполнение нужного неравенства сразу при всех интересующих нас x.

XVIII.5.1. Определение равномерной сходимости последовательности

Определение 41. *Говорят, что ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *сходится к функции* $S(x)$ *на множестве* D **равномерно**, *если*

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall x \in D \quad \forall n > N \qquad \left| S(x) - \sum_{k=1}^{n} f_k(x) \right| < \varepsilon. \quad (67)$$

$$\boxed{\forall x \in D} \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left| S(x) - \sum_{k=1}^{n} f_k(x) \right| < \varepsilon$$

«обычная» сходимость на D

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \boxed{\forall x \in D} \quad \forall n > N \quad \left| S(x) - \sum_{k=1}^{n} f_k(x) \right| < \varepsilon$$

равномерная сходимость на D

Рассмотрим пример?

XVIII.5.2. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда

Теорема 64. *Пусть* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *— некоторый функциональный ряд и* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *— такой числовой знакоположительный ряд, что выполняются следующие утверждения:*

1. *для любого номера* n *и любого* x *из* D *имеет место неравенство* $|f_n(x)| \leqslant a_n$*;*
2. *ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *сходится.*

Тогда ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *сходится на множестве* D *абсолютно и равномерно.* **Доказательство.**

XVIII.5. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда

Доказательство практически повторяет соответствующее доказательство для несобственных интегралов. Номер N_0 выбирается из условия, чтобы для любого $n > N_0$ выполнялось неравенство $\sum\limits_{k=n+1}^{\infty} a_k < \varepsilon$. Такое N_0 найдется по условию 2. Из этого неравенства в силу 1 для любого x из D получаем

XVIII.5. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда

Доказательство практически повторяет соответствующее доказательство для несобственных интегралов. Номер N_0 выбирается из условия, чтобы для любого $n > N_0$ выполнялось неравенство $\sum\limits_{k=n+1}^{\infty} a_k < \varepsilon$. Такое N_0 найдется по условию 2. Из этого неравенства в силу 1 для любого x из D получаем

$$\sum_{k=n+1}^{\infty} f_k(x)| \leqslant \sum_{k=n+1}^{\infty} |f_k(x)| \leqslant \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k < \varepsilon.$$

Значит, в определении равномерной сходимости в качестве N можно взять N_0.

Теорема доказана.

XVIII.5. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости ряда

Определение 42. *В условиях предыдущей теоремы ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ *называется* **мажорирующим рядом** *для ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *на* D*. В этом случае говорят еще, что ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k$ **мажорирует** *на* D *ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$*.*

Рассмотрим пример?

XVIII.6. Свойства равномерно сходящихся рядов

Теоремы этого раздела почти повторяют соответствующие результаты из теории несобственных интегралов.

XVIII.7. Теорема о непрерывности суммы ряда

Теорема 65. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывными функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно, то сумма этого ряда является непрерывной на* D *функцией.*

Доказательство

XVIII.7. Теорема о непрерывности суммы ряда

Теорема 65. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывными функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно, то сумма этого ряда является непрерывной на* D *функцией.*

Доказательство вновь почти повторяет соответствующее доказательство для несобственных интегралов.

XVIII.7. Теорема о непрерывности суммы ряда

Теорема 65. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывными функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно, то сумма этого ряда является непрерывной на* D *функцией.*

Доказательство. Надо доказать, что в условиях теоремы для любого x из D

$$\forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta > 0 \; \forall \Delta x \; \begin{cases} |\Delta x| < \delta \\ a \leqslant x + \Delta x \leqslant b \end{cases} \Rightarrow |S(x + \Delta x) - S(x)| < \varepsilon.$$

XVIII.7. Теорема о непрерывности суммы ряда

Теорема 65. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывными функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно, то сумма этого ряда является непрерывной на* D *функцией.*

Доказательство. Надо доказать, что в условиях теоремы для любого x из D

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0\ \forall\, \Delta x \begin{cases} |\Delta x| < \delta \\ a \leqslant x + \Delta x \leqslant b \end{cases} \Rightarrow |S(x + \Delta x) - S(x)| < \varepsilon.$$

Обозначим через $S_n(x)$ n-ую частичную сумму ряда $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$, то есть $S_n(x) = f_1(x) + f_2(x) + \ldots + f_n(x)$. По условию найдется такой номер N_0, что для любого $n > N_0$ и любого x из D имеем неравенство

XVIII.7. Теорема о непрерывности суммы ряда

Теорема 65. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывными функциями на отрезке* $D = [a, b]$*, и этот ряд на* D *сходится равномерно, то сумма этого ряда является непрерывной на* D *функцией.*

Доказательство.

$$|S_n(x) - S(x)| = |f_1(x) + f_2(x) + \ldots + f_n(x) - S(x)| < \frac{\varepsilon}{3}.$$

XVIII.7. Теорема о непрерывности суммы ряда

Теорема 65. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывными функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно, то сумма этого ряда является непрерывной на* D *функцией.*

Доказательство. В частности, для любого такого Δx, что $a \leqslant x + \Delta x \leqslant b$ имеем

$$|S_n(x + \Delta x) - S(x + \Delta x)| =$$

$$= \qquad .$$

XVIII.7. Теорема о непрерывности суммы ряда

Теорема 65. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывными функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно, то сумма этого ряда является непрерывной на* D *функцией.*

Доказательство. В частности, для любого такого Δx, что $a \leqslant x + \Delta x \leqslant b$ имеем

$$|S_n(x + \Delta x) - S(x + \Delta x)| =$$

$$= \| f_1(x + \Delta x) + f_2(x + \Delta x) + \ldots + f_n(x + \Delta x) - S(x + \Delta x)| < \frac{\varepsilon}{3}.$$

XVIII.7. Теорема о непрерывности суммы ряда

Теорема 65. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывными функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно, то сумма этого ряда является непрерывной на* D *функцией.*

Доказательство. В силу непрерывности функций $f_k(x)$ найдутся такие положительные числа δ_k, что, если $|\Delta x| < \delta_k$, то $|f_k(x + \Delta x) - f_k(x)| < \dfrac{\varepsilon}{3(N+1)}$. Положим $\delta_0 = \min\{\delta_1, \dots, \delta_{N+1}\}$. Поэтому, если $|\Delta x| < \delta_0$, то

$$|S(x + \Delta x) - S(x)| \leqslant$$

$$|S(x+\Delta x)-S_{N+1}(x+\Delta x)|+|S_{N+1}(x+\Delta x)-S_{N+1}(x)|+|S_{N+1}(x)-S(x)| <$$
$$< \frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon}{3} + (N+1)\frac{\varepsilon}{3(N+1)} = \varepsilon.$$

Значит, в определении непрерывности в качестве δ можно взять δ_0.

Теорема доказана.

XVIII.8. Замечание о сумме неравномерно сходящегося ряда

Замечание 7. *Сумма неравномерно сходящегося ряда непрерывных функций может быть как непрерывной, так и разрывной функцией.*

Рассмотрим пример?

XVIII.9. Теорема о почленном интегрировании ряда

Теорема 66. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются интегрируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно к интегрируемой на* $[a, b]$ *функции* $S(x)$, *то*

$$\int\limits_a^b S(x)\,dx = \int\limits_a^b \sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)\,dx = \sum_{k=1}^{\infty} \int\limits_a^b f_k(x)\,dx.$$

Доказательство.

XVIII.9. Теорема о почленном интегрировании ряда

Теорема 66. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются интегрируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$*, и этот ряд на* D *сходится равномерно к интегрируемой на* $[a, b]$ *функции* $S(x)$*, то*

$$\int\limits_a^b S(x)\,dx = \int\limits_a^b \sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)\,dx = \sum_{k=1}^{\infty} \int\limits_a^b f_k(x)\,dx.$$

Доказательство. Мы докажем, что

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \int\limits_a^b f_k(x)\,dx = \int\limits_a^b \lim_{n\to\infty} \left(\sum_{k=1}^{n} f_k(x) \right)\,dx,$$

XVIII.9. Теорема о почленном интегрировании ряда

Теорема 66. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются интегрируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно к интегрируемой на* $[a, b]$ *функции* $S(x)$, *то*

$$\int\limits_a^b S(x)\,dx = \int\limits_a^b \sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)\,dx = \sum_{k=1}^{\infty} \int\limits_a^b f_k(x)\,dx.$$

Доказательство.

то есть

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \quad \forall n > N \quad \left| \sum_{k=1}^{n} \int\limits_a^b f_k(x)\,dx - \int\limits_a^b S(x)\,dx \right| < \varepsilon.$$

XVIII.9. Теорема о почленном интегрировании ряда

Теорема 66. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются интегрируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно к интегрируемой на* $[a, b]$ *функции* $S(x)$, *то*

$$\int\limits_a^b S(x)\,dx = \int\limits_a^b \sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)\,dx = \sum_{k=1}^{\infty} \int\limits_a^b f_k(x)\,dx.$$

Доказательство. По условию для любого положительного числа ε найдется такой номер N_0, что для любого $n > N_0$ и для любого x из $D = [a, b]$ выполняется неравенство

$$\left| \sum_{k=1}^{n} f_k(x) - S(x) \right| < \frac{\varepsilon}{b-a}.$$

XVIII.9. Теорема о почленном интегрировании ряда

Теорема 66. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются интегрируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно к интегрируемой на* $[a, b]$ *функции* $S(x)$, *то*

$$\int\limits_a^b S(x)\,dx = \int\limits_a^b \sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)\,dx = \sum_{k=1}^{\infty} \int\limits_a^b f_k(x)\,dx.$$

Доказательство.

Поэтому, используя линейность интеграла, получаем

$$\left| \int\limits_a^b \sum_{k=1}^{n} f_k(x)\,dx - \int\limits_a^b S(x)\,dx \right| =$$

XVIII.9. Теорема о почленном интегрировании ряда

Теорема 66. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются интегрируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *и этот ряд на* D *сходится равномерно к интегрируемой на* $[a, b]$ *функции* $S(x)$, *то*

$$\int\limits_a^b S(x)\,dx = \int\limits_a^b \sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)\,dx = \sum_{k=1}^{\infty} \int\limits_a^b f_k(x)\,dx.$$

Доказательство.
Поэтому, используя линейность интеграла, получаем

$$\left| \int\limits_a^b \sum_{k=1}^{n} f_k(x)\,dx - \int\limits_a^b S(x)\,dx \right| = \left| \int\limits_a^b \left(\sum_{k=1}^{n} f_k(x) - S(x) \right) dx \right| \leqslant$$

$$\leqslant \int\limits_a^b \left| \sum_{k=1}^{n} |f_k(x) - S(x)| \right| dx < \int\limits_a^b \frac{\varepsilon}{b-a} dx < \varepsilon.$$

Таким образом, в качестве N можно взять N_0.

Теорема доказана.

XVIII.10. Теорема о почленном дифференцировании ряда

Теорема 67. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывно-дифференцируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *причем этот ряд на* D *сходится к функции* $S(x)$, *и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f'_k(x)$ *сходится на* D *равномерно, то* $S'(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} f'_k(x)$.

Доказательство.

XVIII.10. Теорема о почленном дифференцировании ряда

Теорема 67. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывно-дифференцируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$*, причем этот ряд на* D *сходится к функции* $S(x)$*, и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k'(x)$ *сходится на* D *равномерно, то* $S'(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k'(x)$.

Доказательство. По **теореме о почленном интегрировании**

$$\int\limits_a^y \sum_{k=1}^{\infty} f_k'(x)\,dx =$$

XVIII.10. Теорема о почленном дифференцировании ряда

Теорема 67. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывно-дифференцируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *причем этот ряд на* D *сходится к функции* $S(x)$, *и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k'(x)$ *сходится на* D *равномерно, то* $S'(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k'(x)$.

Доказательство. По **теореме о почленном интегрировании**

$$\int\limits_a^y \sum_{k=1}^{\infty} f_k'(x)\,dx = \sum_{k=1}^{\infty} \int\limits_a^y f_k'(x)\,dx =$$

XVIII.10. Теорема о почленном дифференцировании ряда

Теорема 67. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывно-дифференцируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *причем этот ряд на* D *сходится к функции* $S(x)$, *и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k'(x)$ *сходится на* D *равномерно, то* $S'(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k'(x)$.

Доказательство. По формуле Ньютона-Лейбница

$$\int\limits_a^y \sum_{k=1}^{\infty} f_k'(x)\,dx = \sum_{k=1}^{\infty} \int\limits_a^y f_k'(x)\,dx =$$

XVIII.10. Теорема о почленном дифференцировании ряда

Теорема 67. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывно-дифференцируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *причем этот ряд на* D *сходится к функции* $S(x)$, *и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f'_k(x)$ *сходится на* D *равномерно, то* $S'(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} f'_k(x)$.

Доказательство. По формуле Ньютона-Лейбница

$$\int\limits_a^y \sum_{k=1}^{\infty} f'_k(x)\,dx = \sum_{k=1}^{\infty} \int\limits_a^y f'_k(x)\,dx =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} (f_k(y) - f_k(a)) =$$

XVIII.10. Теорема о почленном дифференцировании ряда

Теорема 67. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывно-дифференцируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *причем этот ряд на* D *сходится к функции* $S(x)$, *и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f'_k(x)$ *сходится на* D *равномерно, то* $S'(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} f'_k(x)$.

Доказательство. По **формуле Ньютона-Лейбница**

$$\int\limits_a^y \sum_{k=1}^{\infty} f'_k(x)\,dx = \sum_{k=1}^{\infty} \int\limits_a^y f'_k(x)\,dx =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} (f_k(y) - f_k(a)) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(y) - \sum_{k=1}^{\infty} f_k(a) =$$

XVIII.10. Теорема о почленном дифференцировании ряда

Теорема 67. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывно-дифференцируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *причем этот ряд на* D *сходится к функции* $S(x)$, *и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k'(x)$ *сходится на* D *равномерно, то* $S'(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k'(x)$.

Доказательство. По формуле Ньютона-Лейбница

$$\int\limits_a^y \sum_{k=1}^{\infty} f_k'(x)\,dx = \sum_{k=1}^{\infty} \int\limits_a^y f_k'(x)\,dx =$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty}(f_k(y) - f_k(a)) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(y) - \sum_{k=1}^{\infty} f_k(a) = S(y) - S(a).$$

XVIII.10. Теорема о почленном дифференцировании ряда

Теорема 67. *Если все члены ряда* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k(x)$ *являются непрерывно-дифференцируемыми функциями на отрезке* $D = [a, b]$, *причем этот ряд на* D *сходится к функции* $S(x)$, *и ряд* $\sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k'(x)$ *сходится на* D *равномерно, то* $S'(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} f_k'(x)$.

Доказательство. По **формуле Ньютона-Лейбница**

$$\int\limits_a^y \sum_{k=1}^{\infty} f_k'(x)\, dx = S(y) - S(a).$$

Дифференцируя полученное равенство по y, получаем доказываемое равенство.

Рассмотрим пример?

XIX. Степенные ряды

Можно ожидать, что выбирая слагаемые ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ в каком-либо конкретном классе функций, можно получить ряды с хорошими в некотором смысле свойствами.

XIX. Степенные ряды

Можно ожидать, что выбирая слагаемые ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ в каком-либо конкретном классе функций, можно получить ряды с хорошими в некотором смысле свойствами. Первым «кандидатом» на проверку является, видимо, класс степенных функций. Дело в том, что конечные суммы степенных функций — это многочлены[3], их свойства хорошо изучены. Формула Тейлора позволяет n раз дифференцируемую в окрестности точки $x = x_0$ функцию F аппроксимировать многочленом.

[3]Напомним, что в алгебре под **многочленом** понимается **выражение**, с этой точки зрения мы сейчас говорим о *функции, определяемой многочленом*, то есть выражением вида $a_0 + \ldots + a_n x^n$.

XIX. Степенные ряды

Можно ожидать, что выбирая слагаемые ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ в каком-либо конкретном классе функций, можно получить ряды с хорошими в некотором смысле свойствами. Первым «кандидатом» на проверку является, видимо, класс степенных функций. Дело в том, что конечные суммы степенных функций — это многочлены[4], их свойства хорошо изучены. Формула Тейлора позволяет n раз дифференцируемую в окрестности точки $x = x_0$ функцию F аппроксимировать многочленом. Можно было бы ожидать, что «повышая степень многочлена до бесконечности», то есть переходя к соответствующему ряду, мы получим в точности саму функцию F.

---

[4] Напомним, что в алгебре под **многочленом** понимается **выражение**, с этой точки зрения мы сейчас говорим о *функции, определяемой многочленом*, то есть выражением вида $a_0 + \ldots + a_n x^n$.

XIX. Степенные ряды

Опережая события отметим, что это не совсем так, но «исключения» на сегодняшний день можно рассматривать скорее, как «патологию», а для «нормальной функции» ее разложение в ряд Тейлора (о котором мы будем говорить ниже) сходится к самой функции. «Бог хитер, но не зловреден», и в ряде случаев результаты превысят ожидания.

XIX. Степенные ряды

Опережая события отметим, что это не совсем так, но «исключения» на сегодняшний день можно рассматривать скорее, как «патологию», а для «нормальной функции» ее разложение в ряд Тейлора (о котором мы будем говорить ниже) сходится к самой функции. «Бог хитер, но не зловреден», и в ряде случаев результаты превысят ожидания.

Вновь забегая вперед, отметим, что мы не остановимся на степенных функциях в качестве членов функционального ряда, «на эту роль попробуются» многие другие функции, причем результат часто оказывается таким замечательным, что на сегодняшний день без теории рядов, этой «рабочей лошадки», немыслимы многие разделы современной математики. В частности, ниже мы поговорим о рядах Тейлора и рядах Фурье.

XIX.1. Определение степенного ряда

Определение 43. Степенным рядом, *называется функциональный ряд вида* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *или, в более общем случае,* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$.

XIX.1. Определение степенного ряда

Определение 43. Степенным рядом, *называется функциональный ряд вида* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *или, в более общем случае,* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k \left(x - x_0\right)^k$.

Мы, как правило, будем формулировать утверждения для рядов вида $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$. Дело в том, что ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k \left(x - x_0\right)^k$ сводится к ряду $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k y^k$ с помощью замены переменной $y = x - x_0$.

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *Для ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *справедливы следующие утверждения:*

1) Пусть ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$*. Тогда этот ряд* ***абсолютно сходится*** *для любого такого* x*, что* $|x| < |x_0|$*.*

2) Пусть ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *расходится при* $x = x_0$*. Тогда этот ряд расходится для любого такого* x*, что* $|x| > |x_0|$*.*

Доказательство.

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \Rightarrow \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится***.

Доказательство. 1). Утверждение требует доказательства только при $x_0 \neq 0$.

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится***.

Доказательство. 1). Утверждение требует доказательства только при $x_0 \neq 0$.

Согласно **необходимому признаку сходимости ряда** имеем $\lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0$.

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \left(|x| < |x_0| \Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится***.

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0$.

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится***.

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0$.

По **теореме об ограниченности последовательности, имеющей конечный предел**,

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \Rightarrow \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится***.

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0$.

По **теореме об ограниченности последовательности, имеющей конечный предел**,

$\exists K \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad |a_n x_0^n| < K$.

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \Rightarrow \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k\right)$ ***абсолютно сходится.***

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0$.

По **теореме об ограниченности последовательности, имеющей конечный предел**,

$\exists K \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad |a_n x_0^n| < K.$

Поэтому для такого x, что $|x| < |x_0|$ имеем...

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится.***

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\quad \lim\limits_{n \to \infty} a_n x_0^n = 0.$

$|a_n x^n| =$

По **теореме об ограниченности последовательности, имеющей конечный предел**,

$\exists K \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad |a_n x_0^n| < K.$

Поэтому для такого x, что $|x| < |x_0|$ имеем...

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \; \left(|x| < |x_0| \; \Rightarrow \; \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится.***

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0$.

$$|a_n x^n| = |a_n x_0^n| \left|\frac{x}{x_0}\right|^n <$$

По **теореме об ограниченности последовательности, имеющей конечный предел**,

$\exists K \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad |a_n x_0^n| < K$.

Поэтому для такого x, что $|x| < |x_0|$ имеем...

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится.***

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\quad \lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0.$

$$|a_n x^n| = |a_n x_0^n| \left|\frac{x}{x_0}\right|^n < K \left|\frac{x}{x_0}\right|^n,$$

По **теореме об ограниченности последовательности, имеющей конечный предел**,

$\exists K \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad |a_n x_0^n| < K.$

Поэтому для такого x, что $|x| < |x_0|$ имеем...

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится.***

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0$.

$$|a_n x^n| = |a_n x_0^n| \left|\frac{x}{x_0}\right|^n < K \left|\frac{x}{x_0}\right|^n, \quad \left|\frac{x}{x_0}\right| < 1.$$

По **теореме об ограниченности последовательности, имеющей конечный предел**,

$\exists K \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad |a_n x_0^n| < K.$

Поэтому для такого x, что $|x| < |x_0|$ имеем...

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \left(|x| < |x_0| \Rightarrow \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится***.

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0$.

$$|a_n x^n| = |a_n x_0^n| \left|\frac{x}{x_0}\right|^n < K \left|\frac{x}{x_0}\right|^n, \quad \left|\frac{x}{x_0}\right| < 1.$$

Ряд $K + K\left|\frac{x}{x_0}\right| + \ldots + K\left|\frac{x}{x_0}\right|^n + \ldots$ сходится,

так как это сумма членов геометрической прогрессии с положительным знаменателем, меньшим 1.

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится***.

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0$.

$$|a_n x^n| = |a_n x_0^n| \left|\frac{x}{x_0}\right|^n < K \left|\frac{x}{x_0}\right|^n, \quad \left|\frac{x}{x_0}\right| < 1.$$

Ряд $K + K\left|\frac{x}{x_0}\right| + \ldots + K\left|\frac{x}{x_0}\right|^n + \ldots$ сходится.

Поэтому, по **признаку сравнения**, ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \left|a_k x^k\right|$

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k\right)$ ***абсолютно сходится.***

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0$.

$$|a_n x^n| = |a_n x_0^n| \left|\frac{x}{x_0}\right|^n < K \left|\frac{x}{x_0}\right|^n, \quad \left|\frac{x}{x_0}\right| < 1.$$

Ряд $K + K\left|\frac{x}{x_0}\right| + \ldots + K\left|\frac{x}{x_0}\right|^n + \ldots$ сходится.

Поэтому, по **признаку сравнения**, ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \left|a_k x^k\right|$ сходится.

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится***.

Доказательство. 1). $x_0 \neq 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n x_0^n = 0$.

$$|a_n x^n| = |a_n x_0^n| \left|\frac{x}{x_0}\right|^n < K \left|\frac{x}{x_0}\right|^n, \quad \left|\frac{x}{x_0}\right| < 1.$$

Ряд $K + K\left|\frac{x}{x_0}\right| + \ldots + K\left|\frac{x}{x_0}\right|^n + \ldots$ сходится.

Поэтому, по **признаку сравнения**, ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \left|a_k x^k\right|$ сходится.

Таким образом, получаем, что ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ **сходится абсолютно**, что и требовалось доказать.

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится****.*

2) Если ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *расходится при* $x = x_0$, *то этот ряд расходится для любого такого* x, *что* $|x| > |x_0|$.

Доказательство. 2). От противного.

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \left(|x| < |x_0| \Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится.***

2) Если ряд $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *расходится при* $x = x_0$, *то этот ряд расходится для любого такого* x, *что* $|x| > |x_0|$.

Доказательство. 2). От противного.

В самом деле, если бы ряд $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ сходился для некоторого такого числа x_1, что $|x_1| > |x_0|$, то,

XIX.2. Теорема Абеля

Теорема 68. *1) Если* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится при* $x = x_0$, *то* $\forall x \ \left(|x| < |x_0| \ \Rightarrow \ \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k \right)$ ***абсолютно сходится****.*

2) Если ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *расходится при* $x = x_0$*, то этот ряд расходится для любого такого* x*, что* $|x| > |x_0|$*.*

Доказательство. 2). От противного.

В самом деле, если бы ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ сходился для некоторого такого числа x_1, что $|x_1| > |x_0|$, то,

по **пункту 1),** он сходился бы и при $x = x_0$, противоречие.

Теорема доказана.

XIX.3. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда

Теорема 69. *Если степенной ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится не всюду, но более, чем в одной точке, то существует такое положительное число* R*, что при* $|x| < R$ *ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится, а при* $|x| > R$ *ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *расходится.*

Доказательство.

XIX.3. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда

Теорема 69. *Если степенной ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится не всюду, но более, чем в одной точке, то существует такое положительное число* R*, что при* $|x| < R$ *ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится, а при* $|x| > R$ *ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *расходится.*

Доказательство. Так как ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ сходится более, чем в одной точке, то он сходится при некотором $x_1 \neq 0$ и расходится при некотором значении x_2 переменной x.

XIX.3. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда

Теорема 69. *Если степенной ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится не всюду, но более, чем в одной точке, то существует такое положительное число* R*, что при* $|x| < R$ *ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится, а при* $|x| > R$ *ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *расходится.*

Доказательство. Так как ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ сходится более, чем в одной точке, то он сходится при некотором $x_1 \neq 0$ и расходится при некотором значении x_2 переменной x. Обозначим через M область сходимости исходного ряда, и положим $R = \sup\limits_{x \in M} |x|$.

XIX.3. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда

Теорема 69. *Если степенной ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится не всюду, но более, чем в одной точке, то существует такое положительное число* R*, что при* $|x| < R$ *ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится, а при* $|x| > R$ *ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *расходится.*

Доказательство.

Обозначим через M область сходимости исходного ряда, и положим $R = \sup\limits_{x \in M} |x|$.D силу теоремы Абеля $0 < |x_1| \leqslant R \leqslant |x_2|$, поэтому R является положительным числом. Если $|a| < R$, то по выбору R найдется такое число y, что при $x = y$ исходный ряд сходится и $|a| < |y| \leqslant R$.

XIX.3. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда

Теорема 69. *Если степенной ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится не всюду, но более, чем в одной точке, то существует такое положительное число* R*, что при* $|x| < R$ *ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *сходится, а при* $|x| > R$ *ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ *расходится.*

Доказательство.

Обозначим через M область сходимости исходного ряда, и положим $R = \sup\limits_{x \in M} |x|$.D силу теоремы Абеля $0 < |x_1| \leqslant R \leqslant |x_2|$, поэтому R является положительным числом. Если $|a| < R$, то по выбору R найдется такое число y, что при $x = y$ исходный ряд сходится и $|a| < |y| \leqslant R$. Поэтому по теореме Абеля ряд при $x = a$ сходится. Аналогично получаем, что если $|b| > R$, то ряд при $x = b$ расходится.

XIX.3.1. Определение радиуса сходимости степенного ряда

Определение 44. *Число R из формулировки* ***теоремы 69*** *называется* **радиусом сходимости** *степенного ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$. *Множество* $\{x \mid |x| < R\}$ *называется* **кругом сходимости** *этого ряда. Если все члены степенного ряда имеют только вещественные значения, то множество* $(-R; R)$ *называется* **интервалом сходимости**. *Для ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$ *интервалом сходимости называется множество* $(x_0 - R; x_0 + R)$.

XIX.3.2. Следствие из теоремы о радиусе сходимости степенного ряда

Следствие 2. *Для произвольного степенного ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x-x_0)^k$ *с вещественными членами область сходимости есть либо множество всех действительных чисел, либо одноэлементное множество* $\{x_0\}$, *либо область сходимости имеет вид* $(x_0-R; x_0+R)$, $(x_0-R; x_0+R]$, $[x_0-R; x_0+R)$ *или* $[x_0-R; x_0+R]$, *где* $0 < R \in \mathbb{R}$, *то есть* R *— положительное вещественное число.*

XIX.3.2. Следствие из теоремы о радиусе сходимости степенного ряда

Следствие 2. *Для произвольного степенного ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k \left(x - x_0\right)^k$ *с вещественными членами область сходимости есть либо множество всех действительных чисел, либо одноэлементное множество* $\{x_0\}$, *либо область сходимости имеет вид* $(x_0 - R; x_0 + R)$, $(x_0 - R; x_0 + R]$, $[x_0 - R; x_0 + R)$ *или* $[x_0 - R; x_0 + R]$, *где* $0 < R \in \mathbb{R}$, *то есть* R *— положительное вещественное число.*

Отметим, что при $|x| = R$ ряд может как сходиться, так и расходиться.

XIX.3.3. Замечание к теореме о радиусе сходимости степенного ряда

Замечание 8. *Обычно радиус степенного ряда удобно находить с помощью* ***признака сходимости д'Аламбера для произвольных рядов*** *или радикального признака Коши для ряда из модулей слагаемых.*

Рассмотрим пример?

XIX.4. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда

Теорема 70. *Пусть* R *— радиус сходимости ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$, *и* $-R < a < b < R$. *Тогда на отрезке* $[a, b]$ *этот ряд сходится абсолютно и равномерно.*

Доказательство.

XIX.4. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда

Теорема 70. *Пусть* R *— радиус сходимости ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$, *и* $-R < a < b < R$. *Тогда на отрезке* $[a, b]$ *этот ряд сходится абсолютно и равномерно.*

Доказательство. Пусть $m = \max\{|a|, |b|\}$.

XIX.4. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда

Теорема 70. *Пусть* R *— радиус сходимости ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$*, и* $-R < a < b < R$*. Тогда на отрезке* $[a, b]$ *этот ряд сходится абсолютно и равномерно.*

Доказательство. Пусть $m = \max\{|a|, |b|\}$. По теореме Абеля ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ сходится при $x = m$.

XIX.4. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда

Теорема 70. *Пусть* R *— радиус сходимости ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$*, и* $-R < a < b < R$*. Тогда на отрезке* $[a, b]$ *этот ряд сходится абсолютно и равномерно.*

Доказательство. Для любого x из $[a, b]$ по определению m имеет место неравенство $|x| \leqslant m$, поэтому ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k m^k$ мажорирует ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ на отрезке $[a, b]$.

XIX.4. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда

Теорема 70. *Пусть* R *— радиус сходимости ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$*, и* $-R < a < b < R$*. Тогда на отрезке* $[a, b]$ *этот ряд сходится абсолютно и равномерно.*

Доказательство. По признаку Вейерштрасса ряд $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ сходится на $[a, b]$ равномерно. Абсолютная сходимость этого ряда на $[a, b]$ следует из теоремы Абеля, а возможность почленного дифференцирования и интегрирования — из соответствующих теорем.

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. ***Радиусы сходимости*** *степенных рядов*

$$S(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \tag{68}$$

$$T(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1} \tag{69}$$

совпадают, причем $S'(x) = T(x)$.

Доказательство.

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*

$$S(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1} \text{ совпадают и } S'(x) = T(x).$$

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*
$$S(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1} \text{ совпадают и } S'(x) = T(x).$$

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**. Надо доказать, что при таких x, что $|x| < R$ **ряд (69)** сходится, а при $|x| > R$ **ряд (69)** расходится.

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*
$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.
Пусть $|x| < R$.

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*

$S(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**. Пусть $|x| < R$.

Докажем, что ряд (69) сходится.

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*

$$S(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1} \text{ *совпадают и* } S'(x) = T(x).$$

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.

Пусть $|x| < R$.

Положим $p = \dfrac{R + |x|}{2}$,

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*

$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**. Пусть $|x| < R$.

Положим $p = \dfrac{R + |x|}{2}, \quad q = \dfrac{|x|}{p}$

Мы хотим доказать сходимость **ряда (69)** с помощью **признака сравнения**, сравнивая ряды $\sum\limits_{k=1}^{\infty} |a_k k x^{k-1}|$ и сходящийся ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} |a_k p^k|$ (он сходится, по **теореме Абеля** так как $p < R$).

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*

$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.

Пусть $|x| < R$.

Положим $p = \dfrac{R + |x|}{2}, \quad q = \dfrac{|x|}{p}$

$|k a_k x^{k-1}| \leqslant$

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*
$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.
Пусть $|x| < R$.

Положим $p = \dfrac{R + |x|}{2}, \quad q = \dfrac{|x|}{p}$

$|ka_k x^{k-1}| \leqslant |ka_k p^{n-1} q^{n-1}| =$

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*

$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.

Пусть $|x| < R$.

Положим $p = \dfrac{R + |x|}{2}, \quad q = \dfrac{|x|}{p}$

$$|ka_k x^{k-1}| \leqslant |ka_k p^{n-1} q^{n-1}| = a_k p^k \frac{|kq^{k-1}|}{p}.$$

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*

$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.

Пусть $|x| < R$.

Положим $p = \dfrac{R + |x|}{2}, \quad q = \dfrac{|x|}{p} < 1,$

$$|ka_k x^{k-1}| \leqslant |ka_k p^{n-1} q^{n-1}| = a_k p^k \frac{|kq^{k-1}|}{p}.$$

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*

$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.

Пусть $|x| < R$.

Положим $p = \dfrac{R + |x|}{2}, \quad q = \dfrac{|x|}{p} < 1, \quad \lim\limits_{k\to\infty} kq^{k-1} =$

$|ka_k x^{k-1}| \leqslant |ka_k p^{n-1} q^{n-1}| = a_k p^k \dfrac{|kq^{k-1}|}{p}.$

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*
$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.
Пусть $|x| < R$.

Положим $p = \dfrac{R + |x|}{2}, \quad q = \dfrac{|x|}{p} < 1, \quad \lim\limits_{k\to\infty} kq^{k-1} = 0.$

$|ka_k x^{k-1}| \leqslant |ka_k p^{n-1} q^{n-1}| = a_k p^k \dfrac{|kq^{k-1}|}{p}.$

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*

$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.

Пусть $|x| < R$.

Положим $p = \dfrac{R + |x|}{2}, \quad q = \dfrac{|x|}{p} < 1, \quad \lim\limits_{k\to\infty} kq^{k-1} = 0.$

$$|ka_k x^{k-1}| \leqslant |ka_k p^{n-1} q^{n-1}| = a_k p^k \frac{|kq^{k-1}|}{p}.$$

$\exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |kq^{k-1}| \leqslant p.$

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*

$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.

Пусть $|x| < R$.

Положим $p = \dfrac{R + |x|}{2}, \quad q = \dfrac{|x|}{p} < 1, \quad \lim\limits_{k\to\infty} kq^{k-1} = 0.$

$$|ka_k x^{k-1}| \leqslant |ka_k p^{n-1} q^{n-1}| = a_k p^k \frac{|kq^{k-1}|}{p}.$$

$\exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad |kq^{k-1}| \leqslant p.$

Таким образом, начиная с этого номера N, имеем $|ka_k x^{k-1}| \leqslant a_k p^k$, поэтому, по **признаку сравнения** и **теореме об остатке ряда**, получаем сходимость ряда (69) в точке x.

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*
$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.
Пусть теперь $|x| > R$.

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов* $S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**. Пусть теперь $|x| > R$.

Если ряд (69) сходился бы, то, по **теореме о равномерной сходимости степенного ряда** и **теореме о почленном интегрировании ряда**, ряд (68) отличался бы только, быть может, слагаемым a_0 от ряда, полученного почленным интегрированием ряда (69) по отрезку $[0, x]$.

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов*
$S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.
Пусть теперь $|x| > R$.

Если ряд (69) сходился бы, то, по **теореме о равномерной сходимости степенного ряда** и **теореме о почленном интегрировании ряда**, ряд (68) отличался бы только, быть может, слагаемым a_0 от ряда, полученного почленным интегрированием ряда (69) по отрезку $[0, x]$.
В частности и ряд (68) сходился бы в точке x, что противоречит определению R и неравенству $|x| > R$.

XIX.4.1. Следствие: теорема о радиусе сходимости почленной производной

Теорема 71. *Радиусы сходимости степенных рядов* $S(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k x^k, \quad T(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k k x^{k-1}$ *совпадают и* $S'(x) = T(x)$.

Доказательство. Пусть R — радиус сходимости **ряд (68)**.
Пусть теперь $|x| > R$.

Если ряд (69) сходился бы, то, по **теореме о равномерной сходимости степенного ряда** и **теореме о почленном интегрировании ряда**, ряд (68) отличался бы только, быть может, слагаемым a_0 от ряда, полученного почленным интегрированием ряда (69) по отрезку $[0, x]$.
В частности и ряд (68) сходился бы в точке x, что противоречит определению R и неравенству $|x| > R$.

Следствие доказано.

XIX.4.2. Следствие: теорема о непрерывности суммы степенного ряда

Следствие 3. *Сумма степенного ряда есть функция непрерывная на любом отрезке из области его сходимости.*

XIX.4.2. Следствие: теорема о непрерывности суммы степенного ряда

Следствие 3. *Сумма степенного ряда есть функция непрерывная на любом отрезке из области его сходимости.*

Доказательство проведите самостоятельно.

XIX.4.3. Следствие: теорема о почленном интегрировании степенного ряда

Следствие 3. *Сумма степенного ряда есть функция непрерывная на любом отрезке из области его сходимости.*

Следствие 4. *Степенной ряд можно почленно интегрировать и дифференцировать внутри области его сходимости сколько угодно раз.*

Доказательство.

XIX.4.3. Следствие: теорема о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда

Следствие 3. *Сумма степенного ряда есть функция непрерывная на любом отрезке из области его сходимости.*

Следствие 4. *Степенной ряд можно почленно интегрировать и дифференцировать внутри области его сходимости сколько угодно раз.*

Доказательство. Это очевидное следствие из теоремы **о равномерной сходимости степенного ряда**, теоремы **о радиусе сходимости почленной производной** и теорем **о почленном интегрировании** и **дифференцировании функциональных рядов**.

XIX.4.3. Следствие: теорема о почленном интегрировании и дифференцировании степенного ряда

Следствие 3. *Сумма степенного ряда есть функция непрерывная на любом отрезке из области его сходимости.*

Следствие 4. *Степенной ряд можно почленно интегрировать и дифференцировать внутри области его сходимости сколько угодно раз.*

С помощью последнего свойства можно аналитически (не численно) найти сумму некоторых степенных рядов.

Рассмотрим пример?

XIX.5. Ряды Тейлора

В курсе математического анализа была рассмотрена *формула Тейлора:* $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k + R_{n+1}(x - x_0)$. Для «хороших» функций (см. соответствующую теорему) при *приближении* значения переменной x к числу x_0 улучшается точность аппроксимации.

XIX.5. Ряды Тейлора

В курсе математического анализа была рассмотрена *формула Тейлора:* $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k + R_{n+1}(x - x_0)$. Для «хороших» функций (см. соответствующую теорему) при *приближении* значения переменной x к числу x_0 улучшается точность аппроксимации.

Можно поставить вопрос иначе: улучшается ли аппроксимация при увеличении значения n, если *зафиксировать значение* переменной x?

XIX.5. Ряды Тейлора

В курсе математического анализа была рассмотрена *формула Тейлора:* $f(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k + R_{n+1}(x - x_0)$. Для «хороших» функций (см. соответствующую теорему) при *приближении* значения переменной x к числу x_0 улучшается точность аппроксимации.

Можно поставить вопрос иначе: улучшается ли аппроксимация при увеличении значения n, если *зафиксировать значение* переменной x?

Забегая вперед отметим, что ответ будет отрицательным, что выдвигает на первый план другой вопрос: как найти множество всех тех значений переменной x, для которых с ростом n аппроксимация улучшается, то есть для каких значений переменной x с ростом n уменьшается $R_{n+1}(x - x_0)$?

XIX.5. Ряды Тейлора

Для ответа на эти вопросы напрашивается осуществить предельный переход по $n \to \infty$, чтобы получить *точное* представление функции $f(x)$ в виде ряда. Такое представление мы сейчас рассмотрим.

XIX.5.1. Определение ряда Тейлора

Определение 45. *Пусть функция* $f(x)$ *бесконечное число раз дифференцируема в точке* x_0. **Рядом Тейлора функции** $f(x)$ **в окрестности точки** x_0 *называется ряд*

$$f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k + \ldots .$$

XIX.5.1. Определение ряда Тейлора

Определение 45. *Пусть функция $f(x)$ бесконечное число раз дифференцируема в точке x_0.* **Рядом Тейлора функции $f(x)$ в окрестности точки** x_0 *называется ряд*

$$f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k + \ldots .$$

Сначала рассмотрим вопрос о единственности разложения.

XIX.5.2. Теорема о единственности разложения в степенной ряд

Теорема 72. *Если в некотором интервале, содержащем точку* x_0 *имеет место тождество* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k(x-x_0)^k = \sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k(x-x_0)^k$, *причем ряды в левой и правой части в этом интервале сходятся, то* $a_k = b_k$ *для всех* k. *Таким образом, если в окрестности точки* x_0 *ряд* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k(x-x_0)^k$ *сходится к функции* $f(x)$, *то, во-первых, этот ряд является ее рядом Тейлора, и, во-вторых, это разложение единственно.*

Доказательство.

XIX.5.2. Теорема о единственности разложения в степенной ряд

Теорема 72. *Если существует* (a, b), *включающий в себя* x_0, *что* $\forall x \in (a, b) \quad \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k = \sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k (x - x_0)^k$, *то* $a_k = b_k$.

Доказательство.

XIX.5.2. Теорема о единственности разложения в степенной ряд

Теорема 72. *Если существует* (a, b)*, включающий в себя* x_0*, что* $\forall x \in (a, b) \quad \sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k = \sum_{k=0}^{\infty} b_k (x - x_0)^k$*, то* $a_k = b_k$*.*

Доказательство. Согласно теореме **о равномерной сходимости степенного ряда**, теореме **о радиусе сходимости почленной производной** и теореме **о почленном дифференцировании степенного ряда** получаем, дифференцируя левую и правую части тождества n раз и подставляя в качестве x значение x_0, что

XIX.5.2. Теорема о единственности разложения в степенной ряд

Теорема 72. *Если существует* (a, b)*, включающий в себя* x_0*, что* $\forall x \in (a, b) \quad \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k(x - x_0)^k = \sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k(x - x_0)^k$*, то* $a_k = b_k$*.*

Доказательство. Согласно теореме **о равномерной сходимости степенного ряда**, теореме **о радиусе сходимости почленной производной** и теореме **о почленном дифференцировании степенного ряда** получаем, дифференцируя левую и правую части тождества n раз и подставляя в качестве x значение x_0, что
$\mathbf{n}! \cdot a_n = \mathbf{n}! \cdot b_n$, то есть

XIX.5.2. Теорема о единственности разложения в степенной ряд

Теорема 72. *Если существует* (a, b)*, включающий в себя* x_0*, что* $\forall x \in (a, b) \quad \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k(x - x_0)^k = \sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k(x - x_0)^k$*, то* $a_k = b_k$*.*

Доказательство. Согласно теореме **о равномерной сходимости степенного ряда**, теореме **о радиусе сходимости почленной производной** и теореме **о почленном дифференцировании степенного ряда** получаем, дифференцируя левую и правую части тождества n раз и подставляя в качестве x значение x_0, что
$\mathbf{n}! \cdot a_n = \mathbf{n}! \cdot b_n$, то есть $a_n = b_n$,

XIX.5.2. Теорема о единственности разложения в степенной ряд

Теорема 72. *Если существует* (a, b), *включающий в себя* x_0, *что* $\forall x \in (a, b) \quad \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k = \sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k (x - x_0)^k$, *то* $a_k = b_k$.

Доказательство. Согласно теореме **о равномерной сходимости степенного ряда**, теореме **о радиусе сходимости почленной производной** и теореме **о почленном дифференцировании степенного ряда** получаем, дифференцируя левую и правую части тождества n раз и подставляя в качестве x значение x_0, что

$\mathbf{n}! \cdot a_n = \mathbf{n}! \cdot b_n$, то есть $a_n = b_n$,

что и требовалось доказать.

XIX.5.2. Теорема о единственности разложения в степенной ряд

Теорема 72. *Если существует* (a, b), *включающий в себя* x_0, *что* $\forall x \in (a, b) \quad \sum_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k = \sum_{k=0}^{\infty} b_k (x - x_0)^k$, *то* $a_k = b_k$.

Естественный вопрос: обязан ли ряд Тейлора функции $f(x)$ сходиться к $f(x)$?

XIX.5.2. Теорема о единственности разложения в степенной ряд

Теорема 72. *Если существует* (a, b)*, включающий в себя* x_0*, что* $\forall x \in (a, b) \quad \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k(x - x_0)^k = \sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k(x - x_0)^k$*, то* $a_k = b_k$*.*

Естественный вопрос: обязан ли ряд Тейлора функции $f(x)$ сходиться к $f(x)$?

Дифференцируемость функции — локальное свойство.

XIX.5.2. Теорема о единственности разложения в степенной ряд

Теорема 72. *Если существует* (a, b)*, включающий в себя* x_0*, что* $\forall x \in (a, b) \quad \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k = \sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k (x - x_0)^k$*, то* $a_k = b_k$*.*

Естественный вопрос: обязан ли ряд Тейлора функции $f(x)$ сходиться к $f(x)$?
Дифференцируемость функции — локальное свойство.

Поэтому вряд ли можно ожидать, не накладывая на функцию $f(x)$ дополнительных ограничений, что даже в области сходимости ряда Тейлора он будет сходиться к этой функции.

Рассмотрим пример?

XIX.5.2. Теорема о единственности разложения в степенной ряд

Теорема 72. *Если существует* (a, b), *включающий в себя* x_0, *что* $\forall x \in (a, b) \quad \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k = \sum\limits_{k=0}^{\infty} b_k (x - x_0)^k$, *то* $a_k = b_k$.

Рассмотренный пример показывает, что для ряда Тейлора функции f в окрестности точки x_0 для любого значения x_1 аргумента x возможен один из случаев: во-первых, этот ряд может сходиться к $f(x_1)$, во-вторых, этот ряд может сходиться, но не к $f(x_1)$, и, наконец, этот ряд может расходиться при $x = x_1$.

XIX.5.3. Критерий сходимости ряда Тейлора к функции

Теорема 73. *Ряд Тейлора функции $f(x)$ сходится к функции $f(x)$ в точке x тогда и только тогда, когда остаточный член формулы Тейлора стремится в точке x к нулю при $n \to \infty$.*

Доказательство проведите самостоятельно.

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x)=\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k\left(x-x_0\right)^k$. *Тогда* $a_k=\dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

Доказательство.

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

Доказательство. Используя возможность почленного дифференцирования степенного ряда, берем n раз производную от левой и правой части исходного равенства и подставляем $x = x_0$.

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x)=\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k\,(x-x_0)^k$. *Тогда* $a_k=\dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

Доказательство. Используя возможность почленного дифференцирования степенного ряда, берем n раз производную от левой и правой части исходного равенства и подставляем $x=x_0$.
При этом получаем равенства $n!a_n=f^{(n)}(x_0)$, откуда следуют доказываемые равенства.

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

Доказательство. Используя возможность почленного дифференцирования степенного ряда, берем n раз производную от левой и правой части исходного равенства и подставляем $x = x_0$.

При этом получаем равенства $n!a_n = f^{(n)}(x_0)$, откуда следуют доказываемые равенства.

Например,

$$f(x) = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + a_3 (x - x_0)^3 + ...,$$

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

Доказательство. Используя возможность почленного дифференцирования степенного ряда, берем n раз производную от левой и правой части исходного равенства и подставляем $x = x_0$.
При этом получаем равенства $n!a_n = f^{(n)}(x_0)$, откуда следуют доказываемые равенства.
Например,
$f(x) = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + a_3 (x - x_0)^3 + \ldots, \quad f(x_0) = a_0;$

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

Доказательство. Используя возможность почленного дифференцирования степенного ряда, берем n раз производную от левой и правой части исходного равенства и подставляем $x = x_0$.
При этом получаем равенства $n!a_n = f^{(n)}(x_0)$, откуда следуют доказываемые равенства.
Например,
$f(x) = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + a_3 (x - x_0)^3 + ..., \quad f(x_0) = a_0;$
$f'(x) = a_1 + 2a_2 (x - x_0) + 3a_3 (x - x_0)^2 + \ldots,$

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

Доказательство. Используя возможность почленного дифференцирования степенного ряда, берем n раз производную от левой и правой части исходного равенства и подставляем $x = x_0$.

При этом получаем равенства $n!a_n = f^{(n)}(x_0)$, откуда следуют доказываемые равенства.

Например,

$f(x) = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + a_3 (x - x_0)^3 + ..., \quad f(x_0) = a_0;$

$f'(x) = a_1 + 2a_2 (x - x_0) + 3a_3 (x - x_0)^2 + \ldots, \quad f'(x_0) = a_1;$

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

Доказательство. Используя возможность почленного дифференцирования степенного ряда, берем n раз производную от левой и правой части исходного равенства и подставляем $x = x_0$.
При этом получаем равенства $n!a_n = f^{(n)}(x_0)$, откуда следуют доказываемые равенства.
Например,
$f(x) = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + a_3 (x - x_0)^3 + ...,\quad f(x_0) = a_0;$
$f'(x) = a_1 + 2a_2 (x - x_0) + 3a_3 (x - x_0)^2 + \ldots,\quad f'(x_0) = a_1;$
$f''(x) = 2a_2 + 6a_3 (x - x_0) + \ldots,$

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

Доказательство. Используя возможность почленного дифференцирования степенного ряда, берем n раз производную от левой и правой части исходного равенства и подставляем $x = x_0$.
При этом получаем равенства $n!a_n = f^{(n)}(x_0)$, откуда следуют доказываемые равенства.
Например,
$$f(x) = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + a_3 (x - x_0)^3 + ..., \quad f(x_0) = a_0;$$
$$f'(x) = a_1 + 2a_2 (x - x_0) + 3a_3 (x - x_0)^2 + \ldots, \quad f'(x_0) = a_1;$$
$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3 (x - x_0) + \ldots, \quad f''(x_0) = a_1;$$

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

Доказательство. Используя возможность почленного дифференцирования степенного ряда, берем n раз производную от левой и правой части исходного равенства и подставляем $x = x_0$.

При этом получаем равенства $n!a_n = f^{(n)}(x_0)$, откуда следуют доказываемые равенства.

Например,

$f(x) = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + a_3 (x - x_0)^3 + ..., \quad f(x_0) = a_0;$

$f'(x) = a_1 + 2a_2 (x - x_0) + 3a_3 (x - x_0)^2 + \ldots, \quad f'(x_0) = a_1;$

$f''(x) = 2a_2 + 6a_3 (x - x_0) + \ldots, \quad f''(x_0) = a_1;$

$f'''(x) = 6a_3 + 24a_2 (x - x_0) + \ldots,$

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

Доказательство. Используя возможность почленного дифференцирования степенного ряда, берем n раз производную от левой и правой части исходного равенства и подставляем $x = x_0$.
При этом получаем равенства $n!a_n = f^{(n)}(x_0)$, откуда следуют доказываемые равенства.
Например,

$$f(x) = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + a_3 (x - x_0)^3 + ..., \quad f(x_0) = a_0;$$

$$f'(x) = a_1 + 2a_2 (x - x_0) + 3a_3 (x - x_0)^2 + \ldots, \quad f'(x_0) = a_1;$$

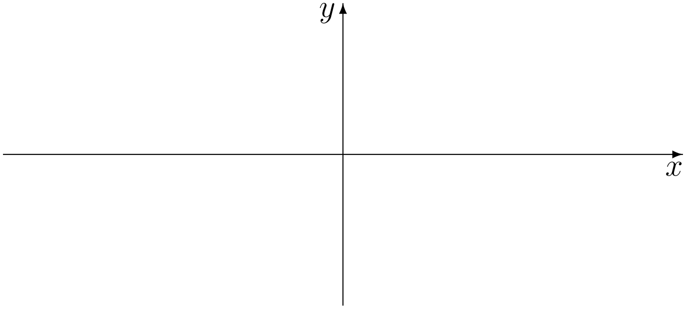
$$f''(x) = 2a_2 + 6a_3 (x - x_0) + \ldots, \quad f''(x_0) = a_1;$$

$$f'''(x) = 6a_3 + 24a_2 (x - x_0) + \ldots, \quad f'''(x_0) = a_1...$$

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

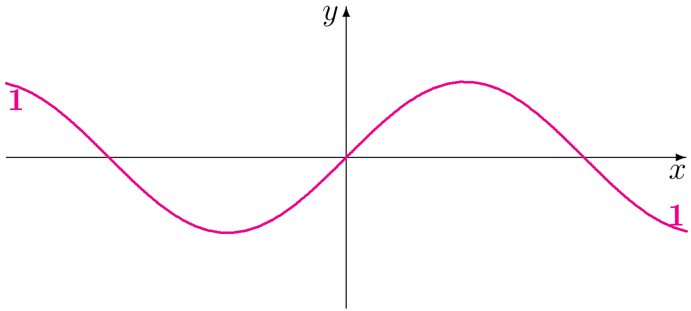
1) график $y = \sin x$;



XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

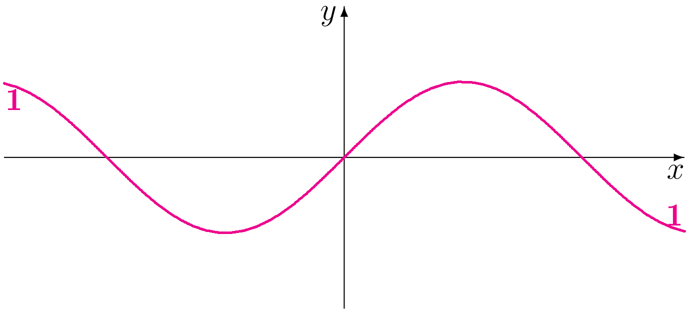
1) график $y = \sin x$;



XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

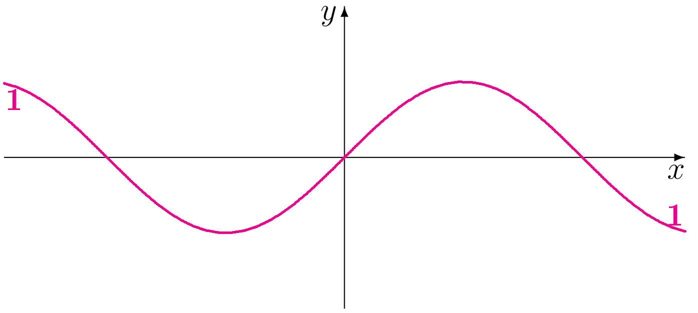


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$								
$f^{(n)}(0)$									

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

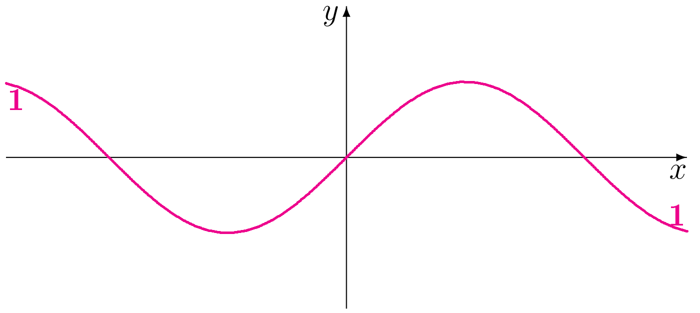


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$								
$f^{(n)}(0)$	0								

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

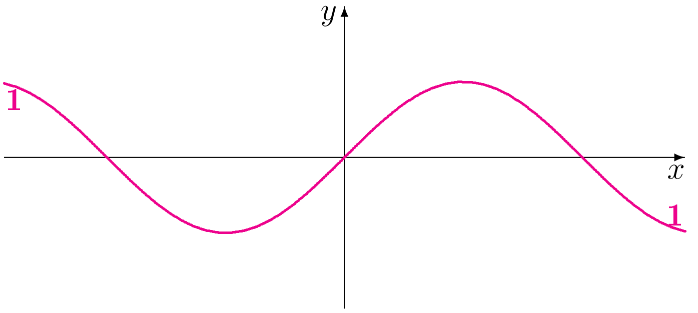


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$							
$f^{(n)}(0)$	0								

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

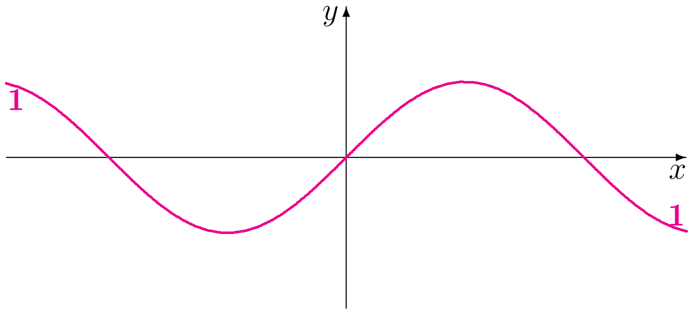


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$							
$f^{(n)}(0)$	0	1							

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

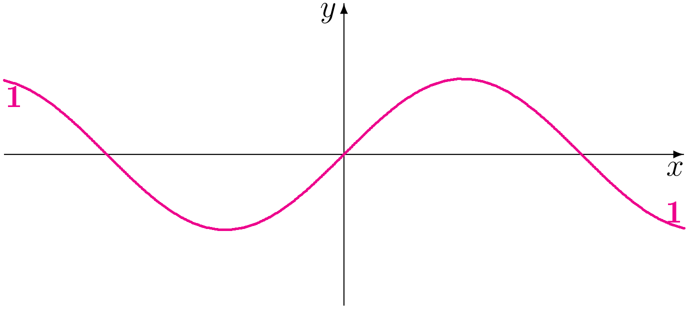


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$						
$f^{(n)}(0)$	0	1							

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

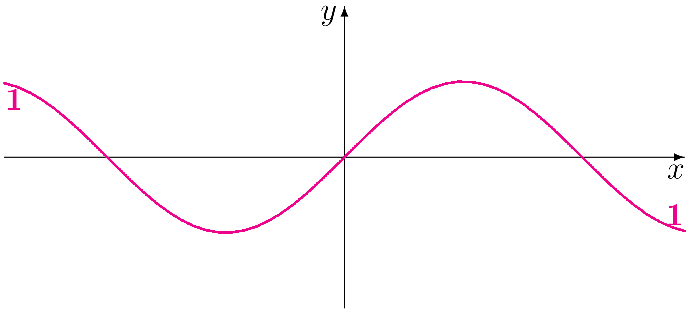


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$						
$f^{(n)}(0)$	0	1	0						

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

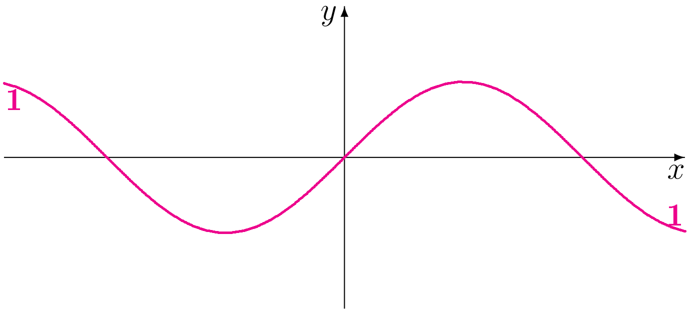


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$					
$f^{(n)}(0)$	0	1	0						

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

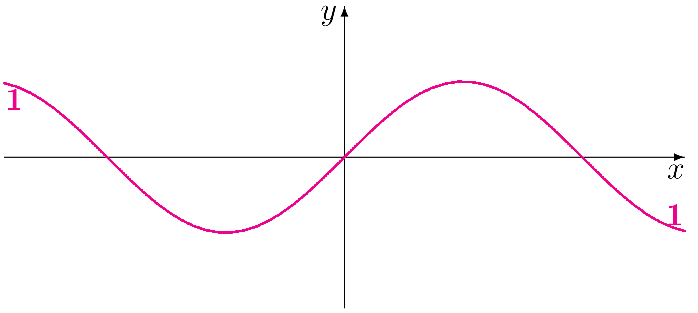


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$					
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1					

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

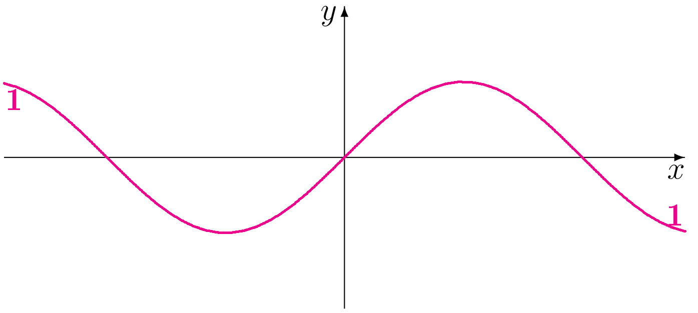


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$				
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1					

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

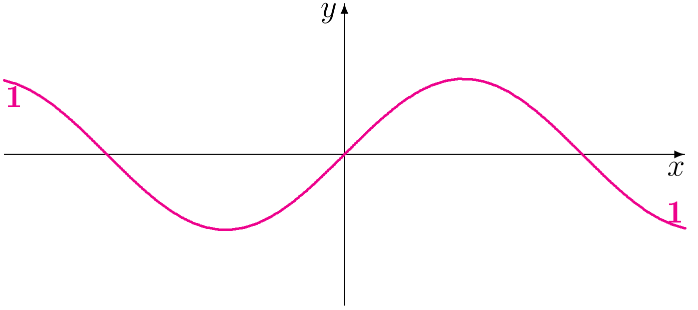


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$				
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0				

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

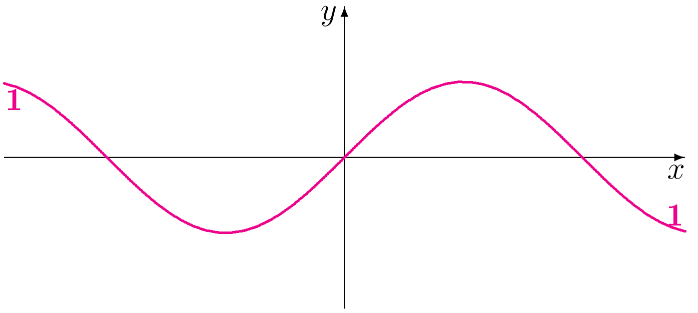


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$			
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0				

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

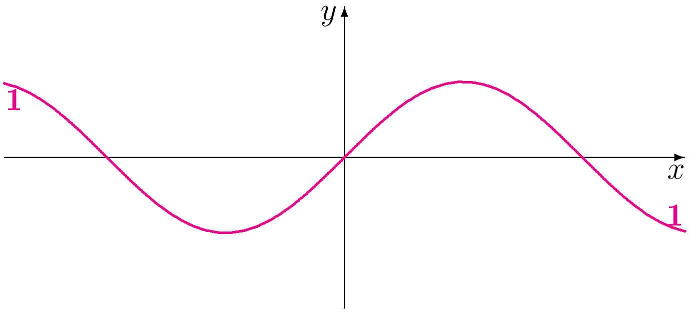


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$			
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1			

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

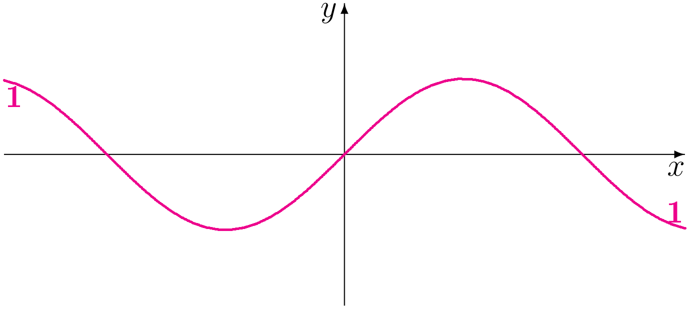


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$		
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1			

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

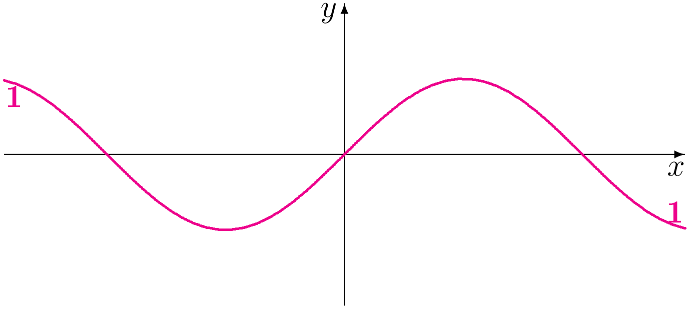


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$		
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0		

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

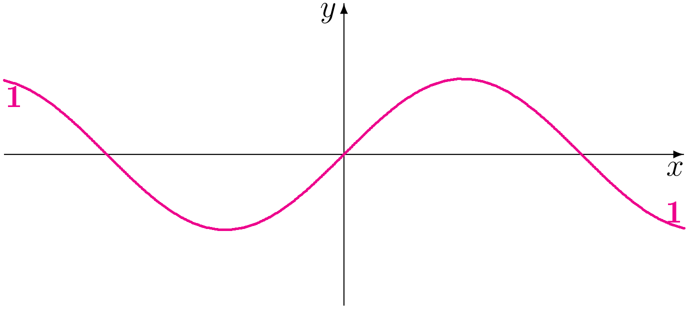


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0		

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

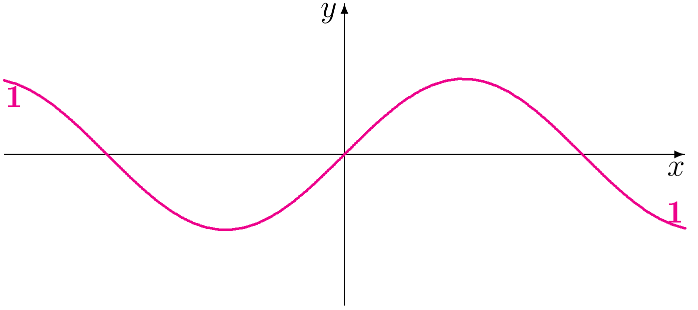


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

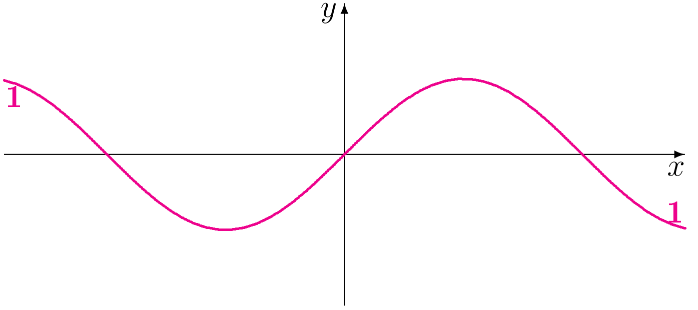


n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;



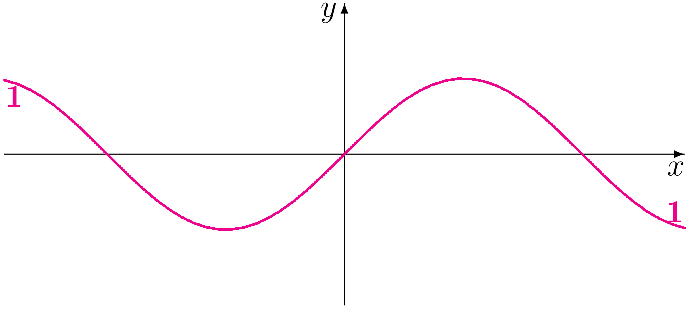
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) =$



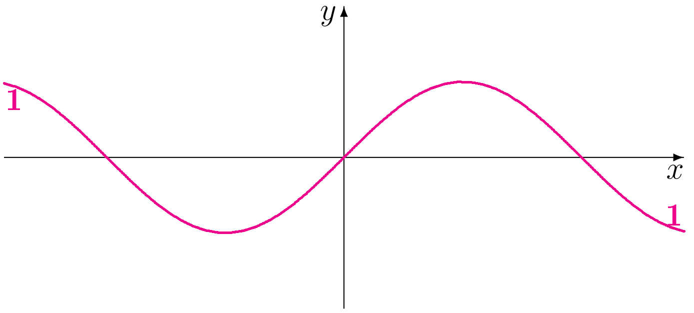
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x$



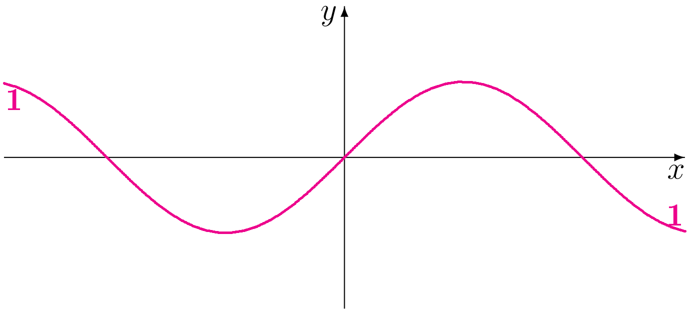
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;



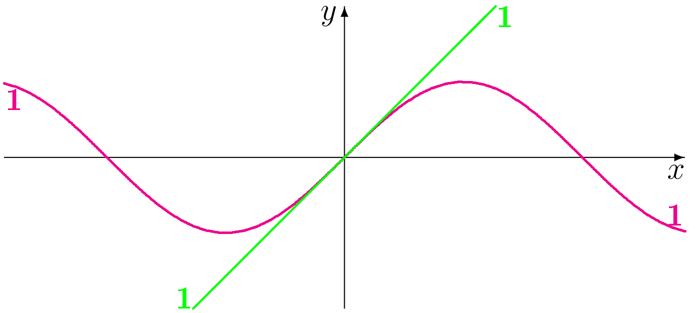
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

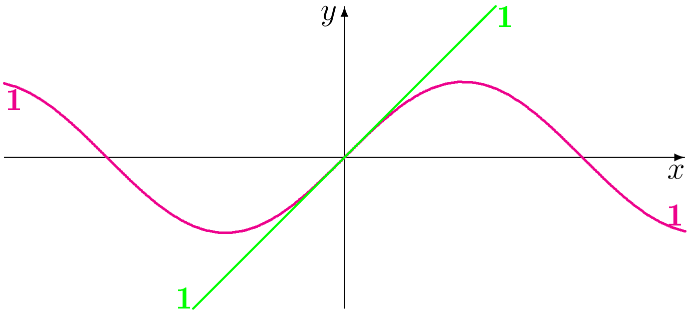
XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) =$



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

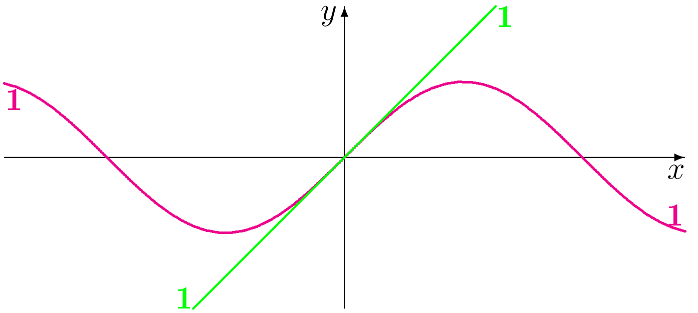
XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x$



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

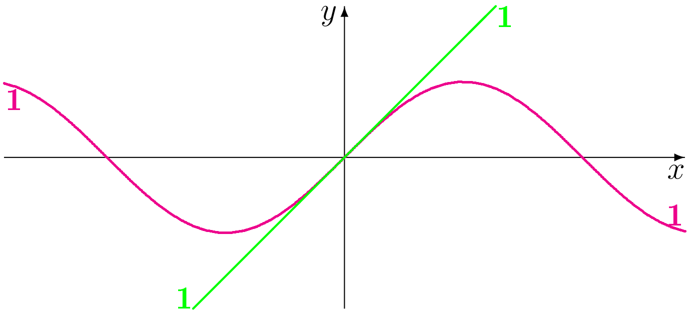
XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6}$



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

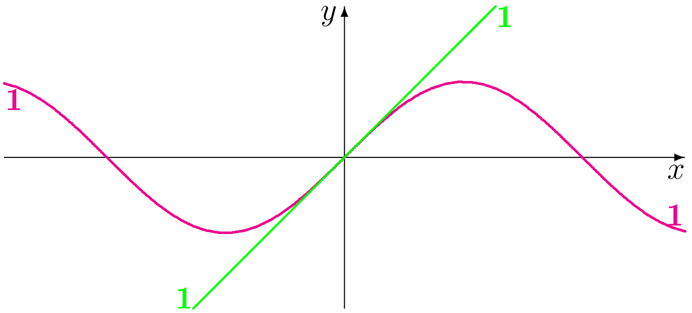
XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x)=\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x-x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y=\sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

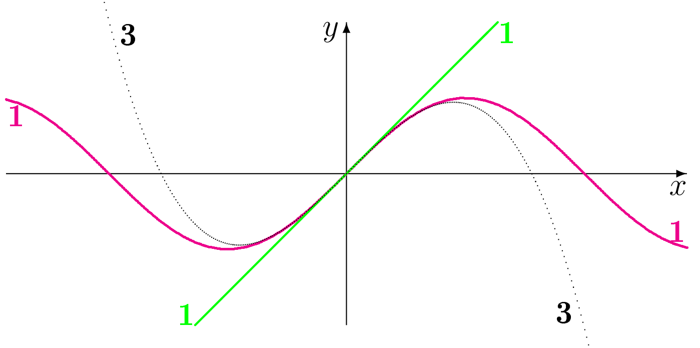
XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

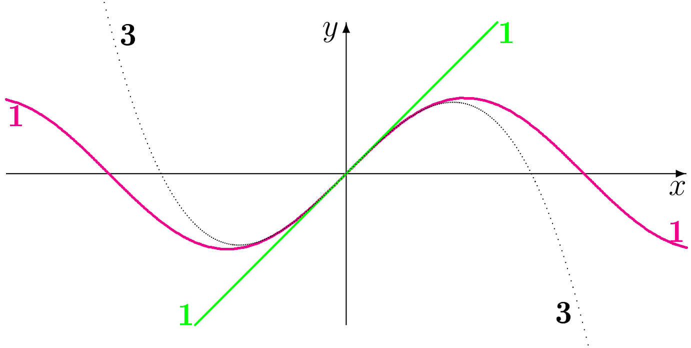
Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;

4) $S_5(x) =$



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

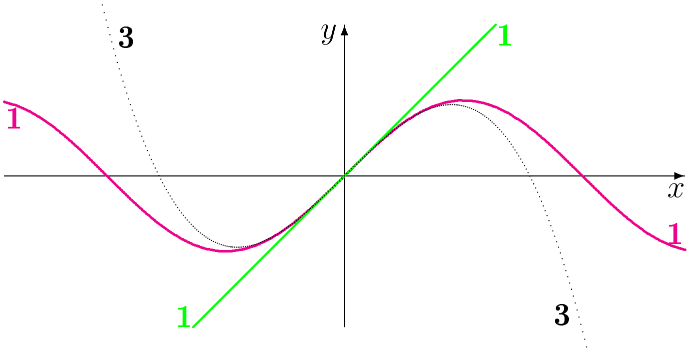
Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;

4) $S_5(x) = x - \dfrac{x^3}{6}$



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

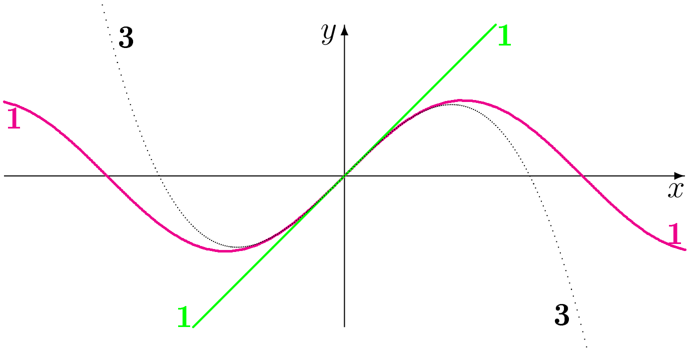
Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;

4) $S_5(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120}$



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

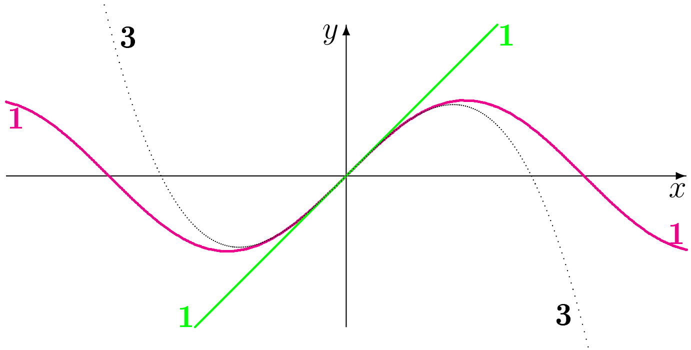
Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;

4) $S_5(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120} = S_6(x)$;



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

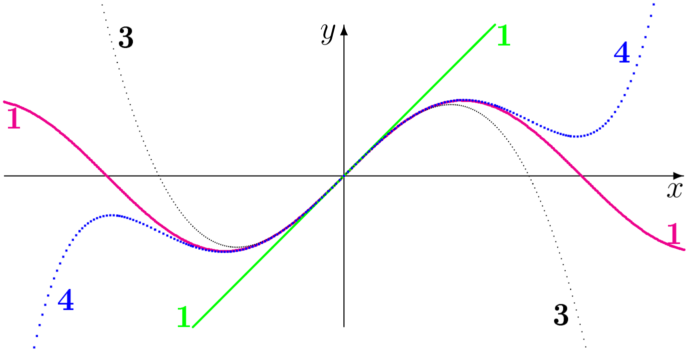
Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;

4) $S_5(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120} = S_6(x)$;



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.

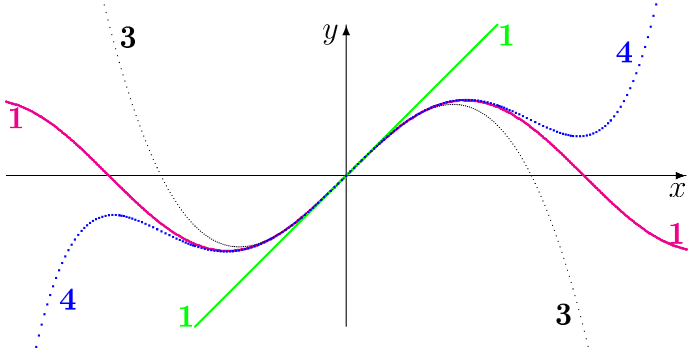
1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;

4) $S_5(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120} = S_6(x)$;

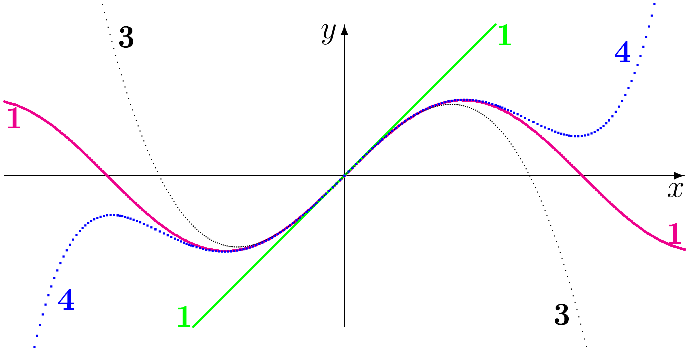
5) $S_7(x) =$



n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.



1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;

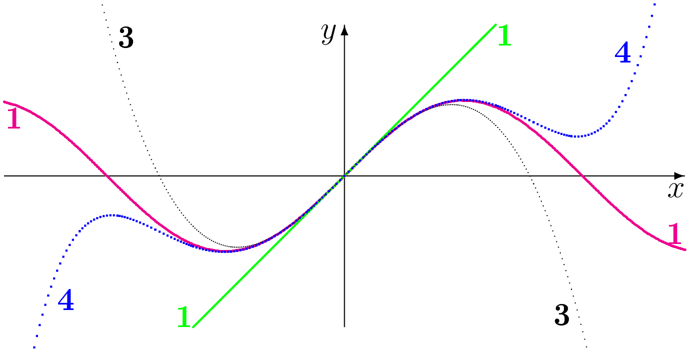
4) $S_5(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120} = S_6(x)$;

5) $S_7(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120}$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.



1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;

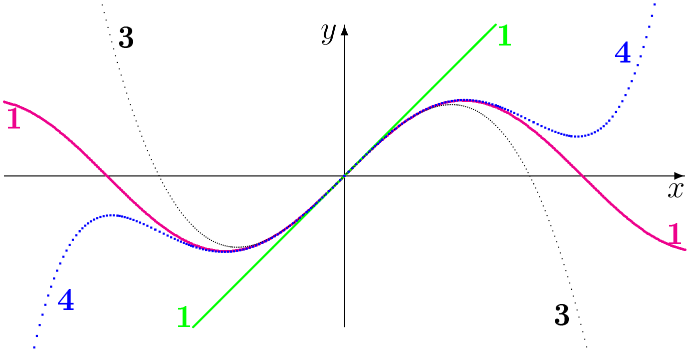
4) $S_5(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120} = S_6(x)$;

5) $S_7(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120} + \dfrac{x^7}{5040}$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x - x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.



1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;

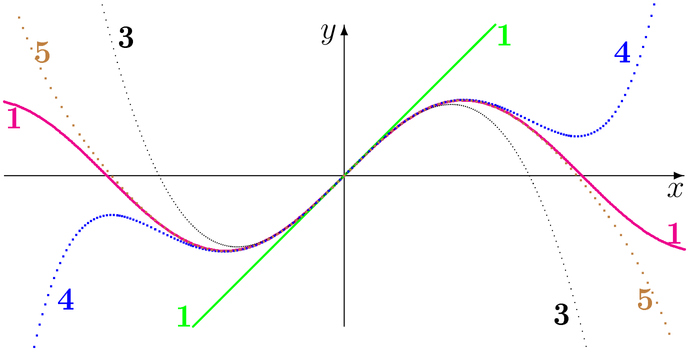
4) $S_5(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120} = S_6(x)$;

5) $S_7(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120} + \dfrac{x^7}{5040} = S_8(x)$.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

XIX.5.4. Теорема о коэффициентах ряда Тейлора

Теорема 74. *Пусть в некоторой окрестности точки* x_0 $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (x-x_0)^k$. *Тогда* $a_k = \dfrac{f^{(k)}(x_0)}{n!}$.



1) график $y = \sin x$;

2) $S_1(x) = x = S_2(x)$;

3) $S_3(x) = x - \dfrac{x^3}{6} = S_4(x)$;

4) $S_5(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120} = S_6(x)$;

5) $S_7(x) = x - \dfrac{x^3}{6} + \dfrac{x^5}{120} + \dfrac{x^7}{5040} = S_8(x)$.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f^{(n)}(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$f^{(n)}(0)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

Рассмотрим пример?

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m:$

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m:$

Для любого натурального числа n найдется бо̀льшее натуральное число m.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m:$

Для любого натурального числа n найдется бо̀льшее натуральное число m.

Это утверждение истинно.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*
а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$
б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$
в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n:$

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n:$

Для любого натурального числа n найдется мѐньшее натуральное число m.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m$;

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n$;

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m$.

Решение.

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n:$

Для любого натурального числа n найдется mѐньшее натуральное число m.

Это неверно: для $n = 1$ меньшего натурального числа не существует.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m:$

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m:$

существует натуральное число m, которое больше любого натурального числа.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m:$

существует натуральное число m, которое больше любого натурального числа.

Иными словами: существует наибольшее натуральное число.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m:$

существует натуральное число m, которое больше любого натурального числа.

Иными словами: существует наибольшее натуральное число.

Это, очевидно неверно: $m < m + 1 \in \mathbb{N}$.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m:$

существует натуральное число m, которое больше любого натурального числа.

Иными словами: существует наибольшее натуральное число.

Это, очевидно неверно: $m < m + 1 \in \mathbb{N}$.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **пример обратного перевода**?

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя **правила перевода**):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

а) Натуральное число всегда положительно:

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя **правила перевода**):*
а) *Натуральное число всегда положительно;*
б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*
в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

а) Натуральное число всегда положительно:
$\forall n \in \mathbb{N} \quad n > 0.$

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

а) Натуральное число всегда положительно:

$\forall n \in \mathbb{N} \quad n > 0.$

$\forall n \quad (n \in \mathbb{N} \ \Rightarrow \ n > 0)\,,$

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя **правила перевода**):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

б) Целое число, кратное 4, является чётным.

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

б) Целое число, кратное 4, является чётным.

$$\forall n \in \mathbb{Z} \quad (\exists k \in \mathbb{Z} \quad n = 4k \;\Rightarrow\; \exists m \in \mathbb{Z} \quad n = 2m)\,,$$

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя **правила перевода**):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

б) Целое число, кратное 4, является чётным.

$$\forall n \in \mathbb{Z} \quad (\exists k \in \mathbb{Z} \quad n = 4k \;\Rightarrow\; \exists m \in \mathbb{Z} \quad n = 2m)\,,$$

$$\forall n \quad n \in \mathbb{Z} \quad \Rightarrow \quad \left(\exists k \begin{cases} k \in \mathbb{Z}, \\ n = 4k \end{cases} \Rightarrow \; \exists m \begin{cases} m \in \mathbb{Z}, \\ n = 2m \end{cases} \right),$$

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*
а) *Натуральное число всегда положительно;*
б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*
в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

в) синус не всегда положителен:

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*

а) Натуральное число всегда положительно;

б) Целое число, кратное 4, является чётным;

в) синус не всегда положителен.

Решение.

в) синус не всегда положителен:

$\exists x \in \mathbb{R} \quad \sin x \leqslant 0$

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

в) синус не всегда положителен:

$\exists x \in \mathbb{R} \quad \sin x \leqslant 0$

$$\exists x \begin{cases} x \in \mathbb{R}, \\ \sin x \leqslant 0. \end{cases}$$

Вернёмся к лекции?

Задача XX.1. (Ответ приведен на стр.5011.) Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Задача XXI.2. (Ответ приведен на стр.5035.) Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} =$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} =$

n	1	2	3	4	5	
$\dfrac{1}{n}$						

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n} =$

n	1	2	3	4	5	
$\dfrac{1}{n}$	1					

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} =$

n	1	2	3	4	5	
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$				

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} =$

n	1	2	3	4	5	
$\frac{1}{n}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$			

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n} =$

n	1	2	3	4	5	
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$		

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} =$

n	1	2	3	4	5	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$

n	1	2	3	4	5	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

n	1	2	3	4	5	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

n	1	2	3	4	5	...
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	...

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$\forall \varepsilon > 0$

n	1	2	3	4	5	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	$\ldots$

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Докажем.

$\forall\varepsilon>0 \quad \exists N\in\mathbb{N}$

n	1	2	3	4	5	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	$\ldots$

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N$$

n	1	2	3	4	5	...
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	...

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

n	1	2	3	4	5	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	$\ldots$

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{1}{n}-0\right|<\varepsilon.$$

$$\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Leftarrow$$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

$$\frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Leftarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

$$\frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Leftarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{1}{n}-0\right|<\varepsilon.$$

$$\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Leftarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left| \frac{1}{n} - 0 \right| < \varepsilon.$$

$$\frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Leftarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}$.

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{1}{n}-0\right|<\varepsilon.$$

$$\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Leftarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}.$

Итак, при

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

$$\frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Leftarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N \geqslant \frac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N \geqslant \frac{1}{\varepsilon} \quad \forall n > N \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{n} \ \ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0 \quad \exists N\in\mathbb{N} \quad \forall n>N \quad \left|\frac{1}{n}-0\right|<\varepsilon.$$

$$\frac{1}{n}<\varepsilon \quad \Leftarrow \quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$ $\forall n>N \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{n} \qquad \varepsilon.$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

$$\frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Leftarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}$ $\forall n > N \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{n} < \varepsilon.$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n} =$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$						

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$	0					

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$				

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{2}{3}$			

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{3}{4}$		

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	...
$\frac{1}{n}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{4}{5}$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{4}{5}$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{4}{5}$	$\ldots$

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n} = 1.$ Доказем.

$\forall \varepsilon > 0$

n	1	2	3	5	6	$\dots$
$\frac{1}{n}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\dots$

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} = 1.$ Доказем.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N}$

n	1	2	3	5	6	$\dots$
$\frac{1}{n}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\dots$

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} = 1.$ Доказем.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N$

n	1	2	3	5	6	...
$\frac{1}{n}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	...

По определению
предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

n	1	2	3	5	6	$\dots$
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{4}{5}$	$\dots$

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|\quad<\varepsilon\quad\Leftarrow$$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Leftarrow$$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Leftarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Leftarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Leftarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Leftarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$.

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Leftarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Leftarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon} \quad \forall n > N \quad \Rightarrow \quad \left|\dfrac{n-1}{n} - 1\right| \ \ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Leftarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}\quad\forall n>N\quad\Rightarrow\quad\left|\dfrac{n-1}{n}-1\right|=\dfrac{1}{n}\ \ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Leftarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon.}$$

Значит, можно положить $N \geqslant \frac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N \geqslant \frac{1}{\varepsilon} \quad \forall n > N \quad \Rightarrow \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} \qquad \varepsilon.$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Доказем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Leftarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$ $\forall n>N$ $\Rightarrow$ $\left|\dfrac{n-1}{n}-1\right|=\dfrac{1}{n}<\varepsilon$.

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n = \ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$						

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos \pi n$	$\cos \pi =$					

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$	$\cos\pi = -1$					

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos \pi n$	$\cos \pi = -1$	$\cos 2\pi =$				

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$	$\cos\pi = -1$	$\cos 2\pi = 1$				

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos \pi n$	$\cos \pi = -1$	$\cos 2\pi = 1$	$\cos 3\pi =$			

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$	$\cos\pi = -1$	$\cos 2\pi = 1$	$\cos 3\pi = -1$			

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$	$\cos\pi = -1$	$\cos 2\pi = 1$	$\cos 3\pi = -1$	$\cos 4\pi =$		

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$	$\cos\pi=-1$	$\cos 2\pi = 1$	$\cos 3\pi=-1$	$\cos 4\pi = 1$		

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos \pi n$	$\cos \pi = -1$	$\cos 2\pi = 1$	$\cos 3\pi = -1$	$\cos 4\pi = 1$	$\cos 5\pi =$	

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\cos\pi n$	$\cos\pi = -1$	$\cos 2\pi = 1$	$\cos 3\pi = -1$	$\cos 4\pi = 1$	$\cos 5\pi = -1$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$ — предел не существует!

n	1	2	3	5	6	...
$\cos\pi n$	$\cos\pi=-1$	$\cos 2\pi=1$	$\cos 3\pi=-1$	$\cos 4\pi=1$	$\cos 5\pi=-1$	...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

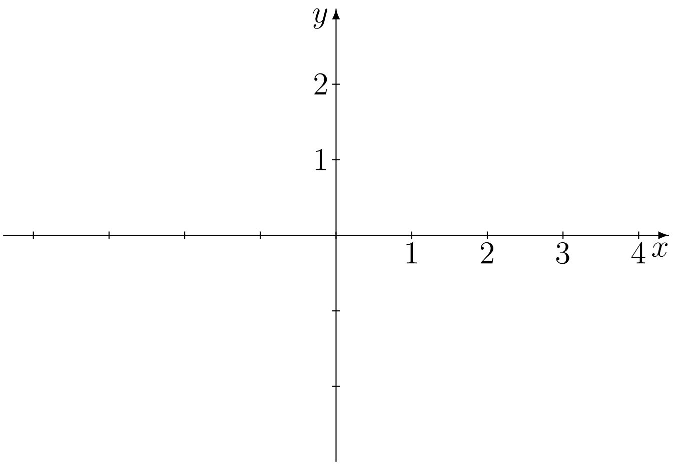
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

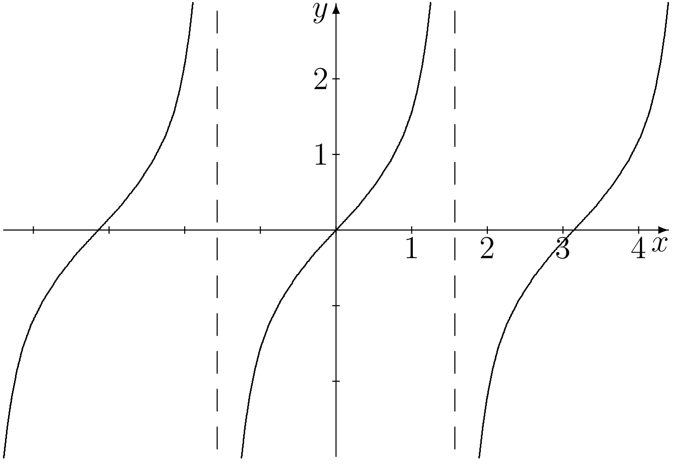


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n =$

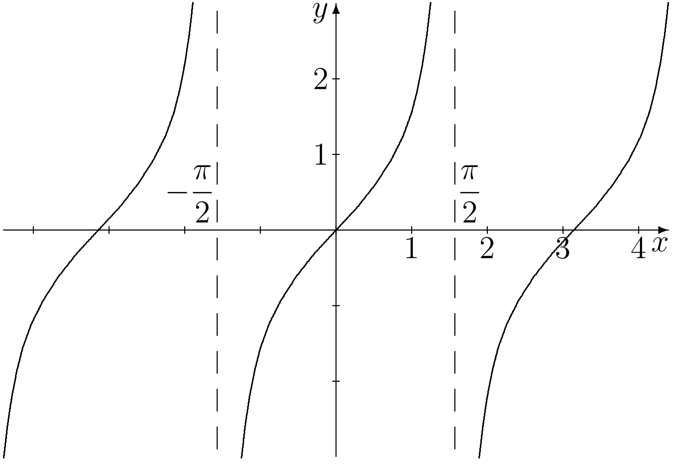


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n =$

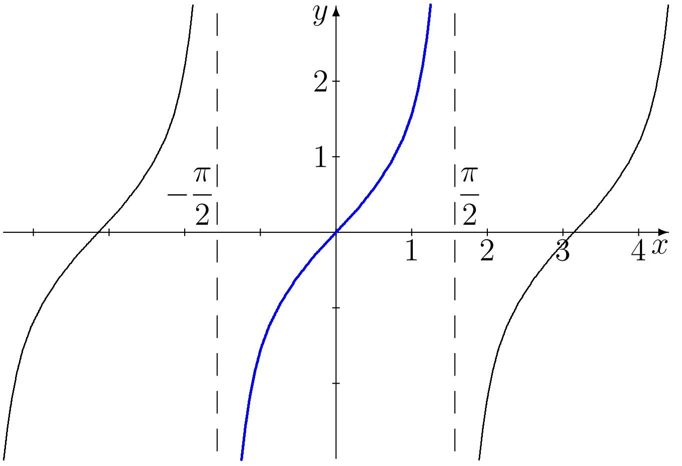


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

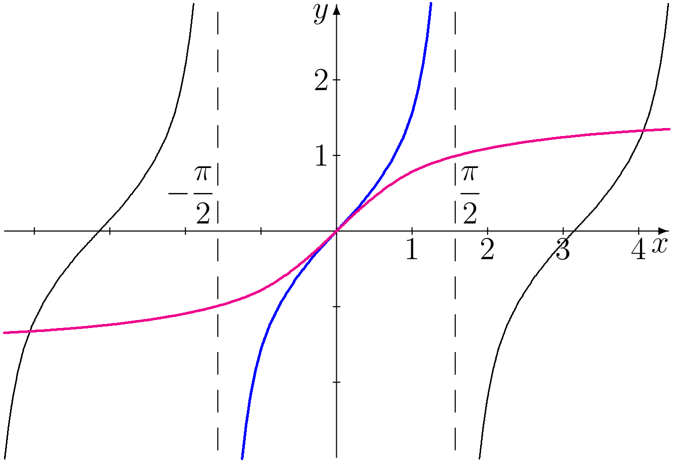


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n =$

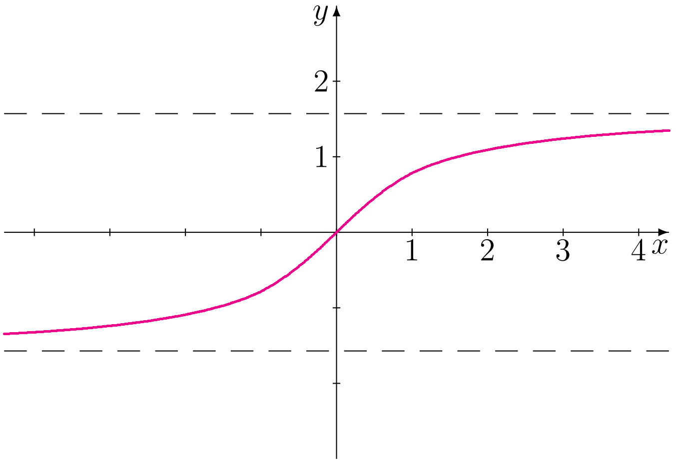


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n =$

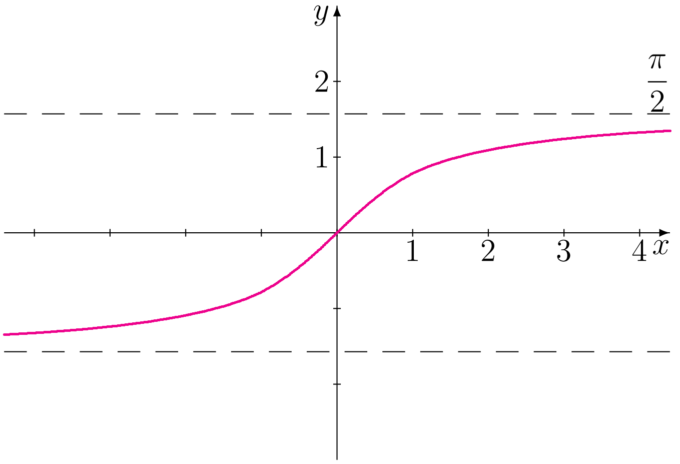


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n =$

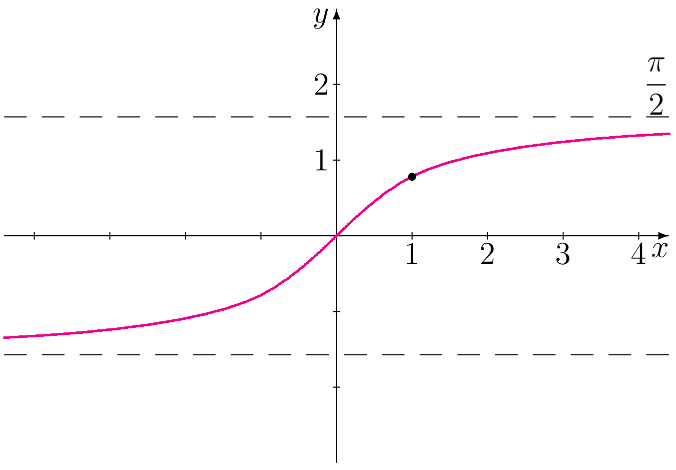


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

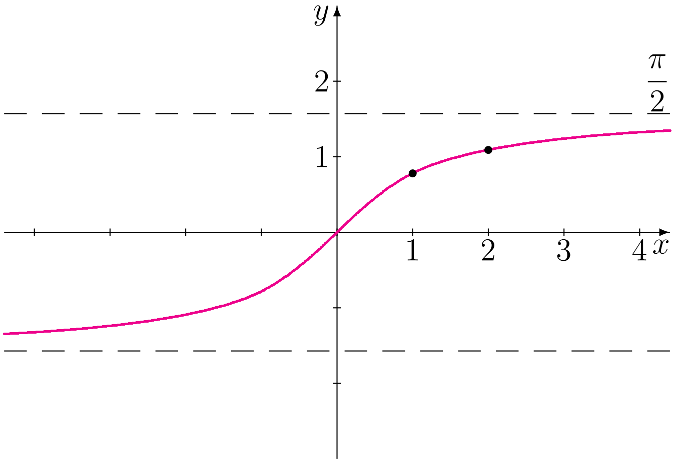


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

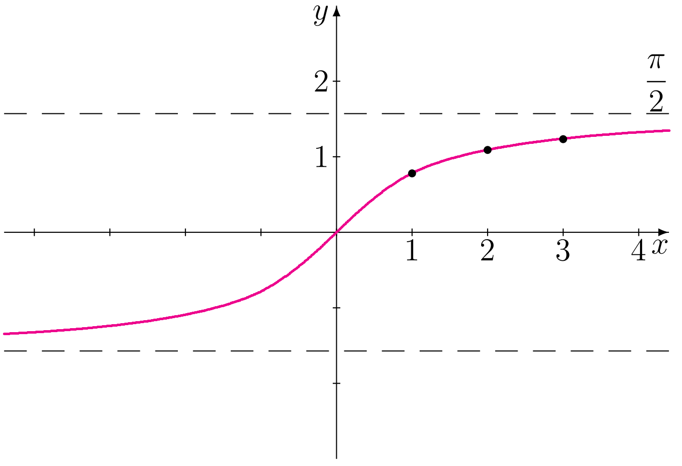


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n =$

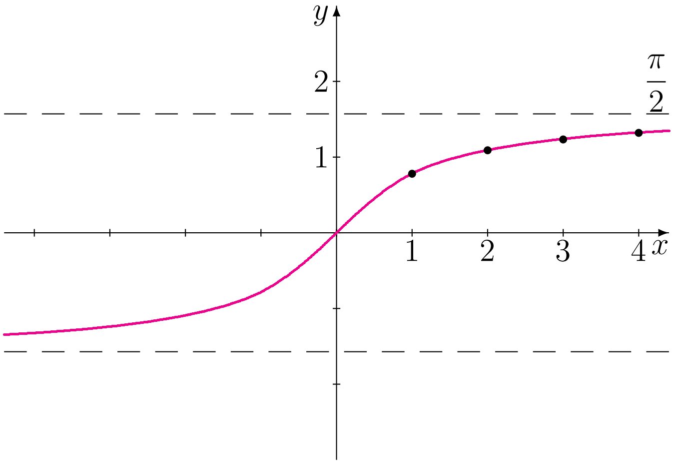


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

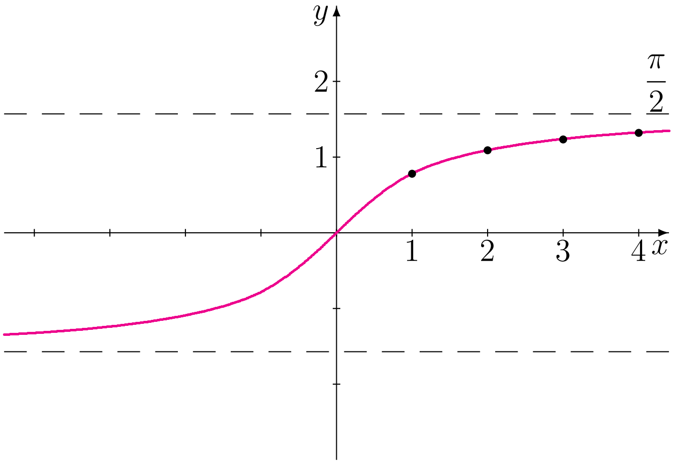


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.



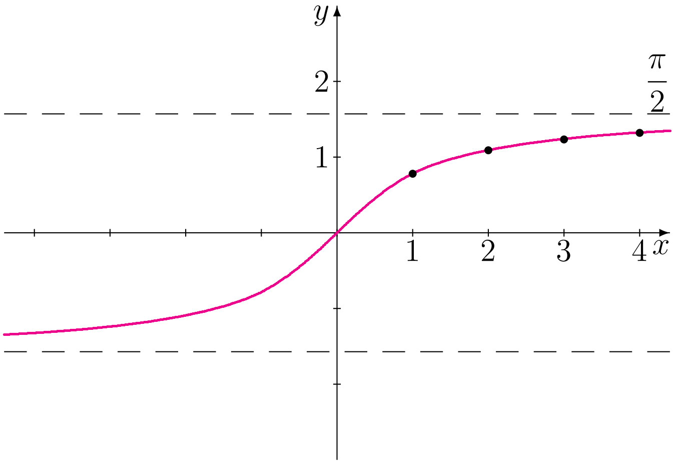
Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$\forall \varepsilon > 0$



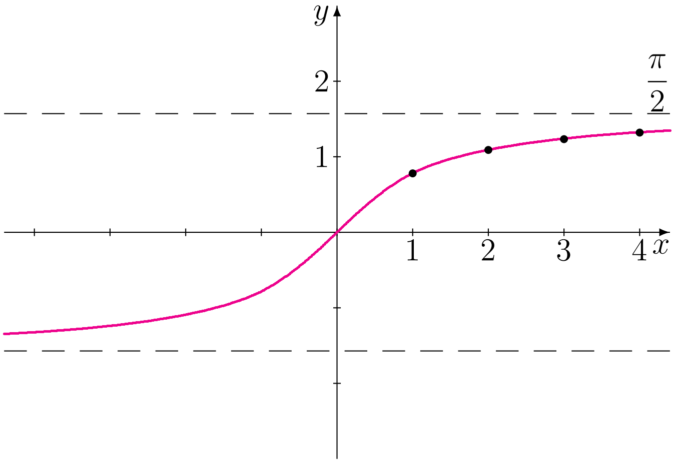
Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N}$



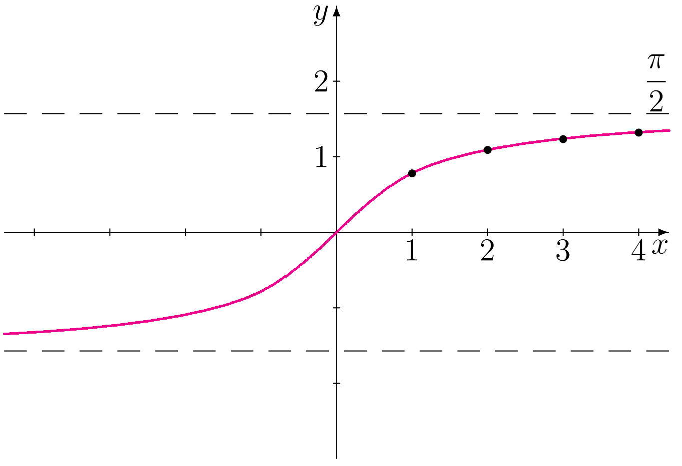
Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n=\dfrac{\pi}{2}$.

$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N$



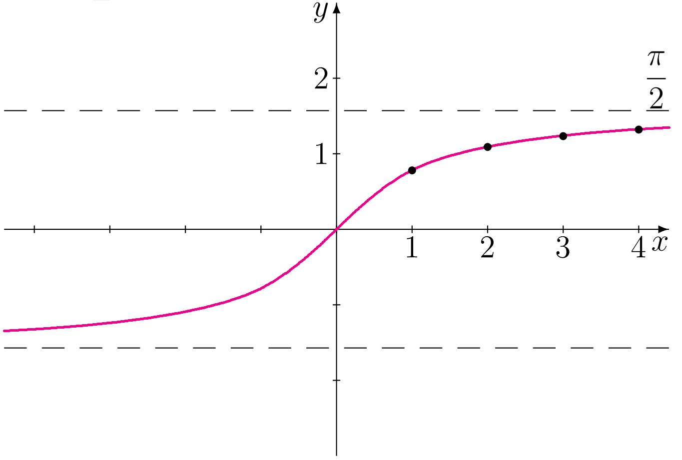
Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

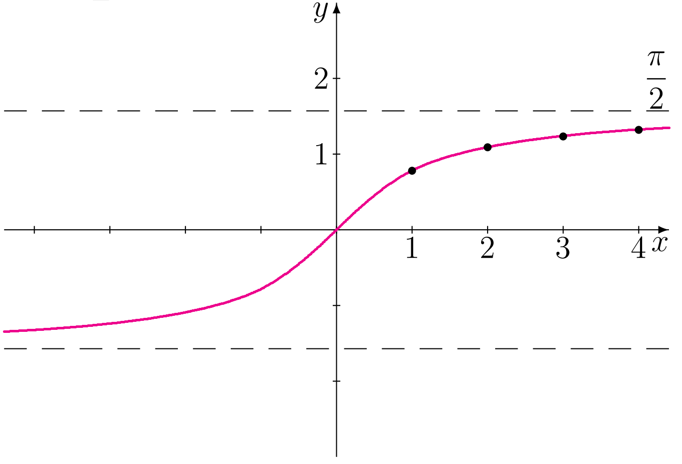
а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| =$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

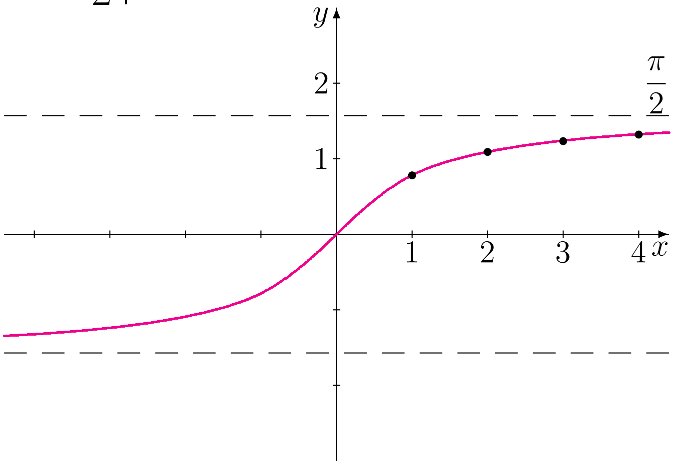
а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n.$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

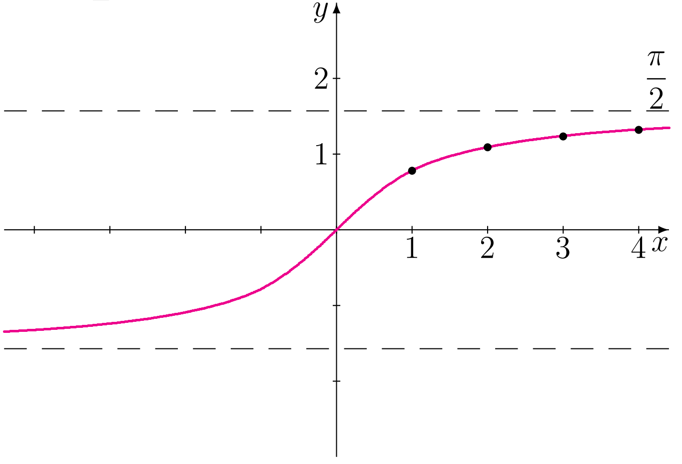
Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n < \varepsilon,$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

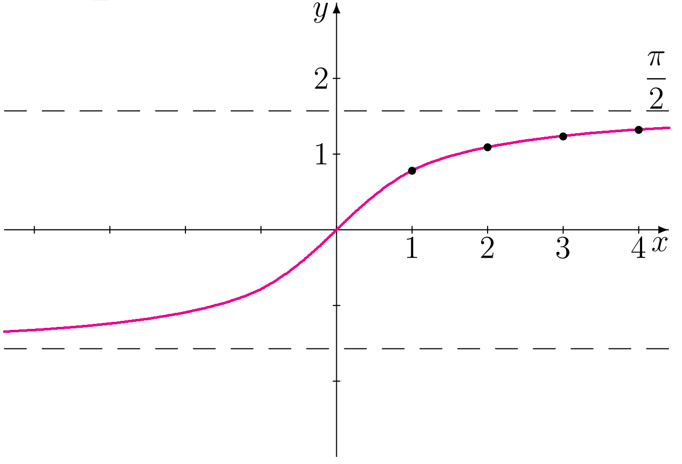
Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n = \frac{\pi}{2}$.

$$\forall\varepsilon>0 \quad \exists N\in\mathbb{N} \quad \forall n>N \quad \left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right| = \frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n<\varepsilon, \quad \operatorname{arctg} n \quad\quad \frac{\pi}{2}-\varepsilon,$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

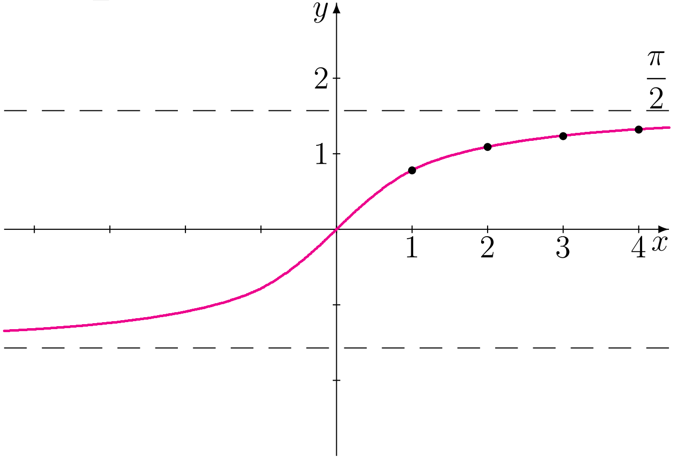
Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n < \varepsilon, \quad \operatorname{arctg} n > \frac{\pi}{2} - \varepsilon,$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

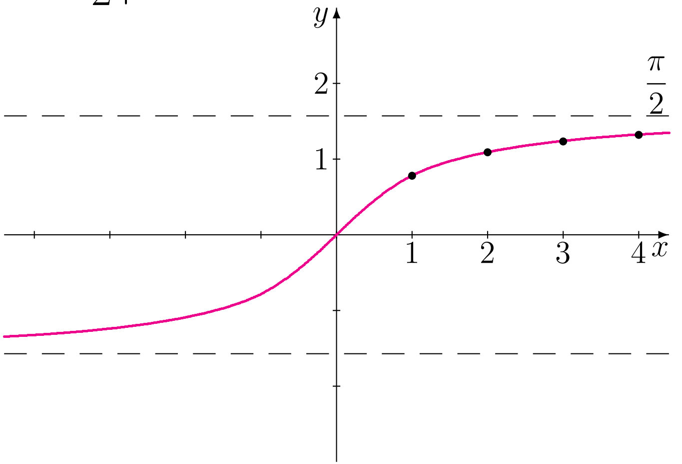
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n=\dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n<\varepsilon,\quad \operatorname{arctg} n>\frac{\pi}{2}-\varepsilon,$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n)\ \boxed{}\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right),$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

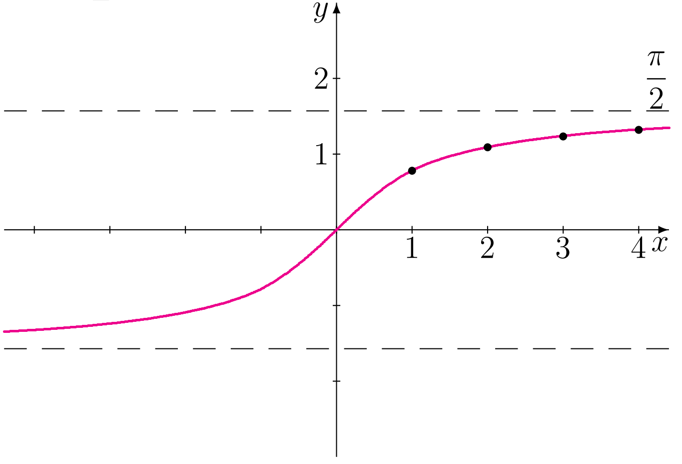
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$. Можно считать, что $0<\varepsilon<\dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n<\varepsilon,\quad \operatorname{arctg} n>\frac{\pi}{2}-\varepsilon,$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n)\quad\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right),$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

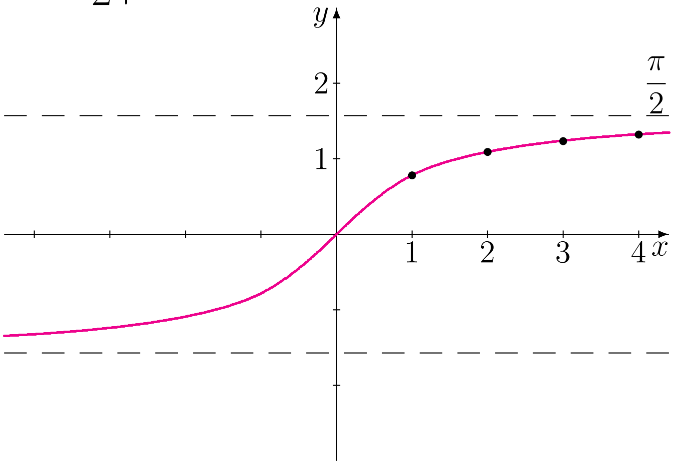
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n=\dfrac{\pi}{2}$. Можно считать, что $0<\varepsilon<\dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n<\varepsilon,\quad \operatorname{arctg} n>\frac{\pi}{2}-\varepsilon,$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n)\ >\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right),$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n=\dfrac{\pi}{2}$. Можно считать, что $0<\varepsilon<\dfrac{\pi}{2}$.

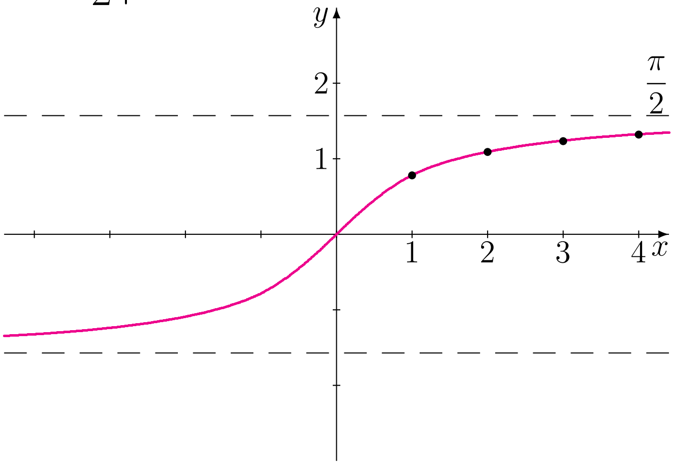
$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n<\varepsilon,\quad\operatorname{arctg} n>\frac{\pi}{2}-\varepsilon,$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n)\ >\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right),$$

$$n\qquad\qquad\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right).$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$. Можно считать, что $0 < \varepsilon < \dfrac{\pi}{2}$.

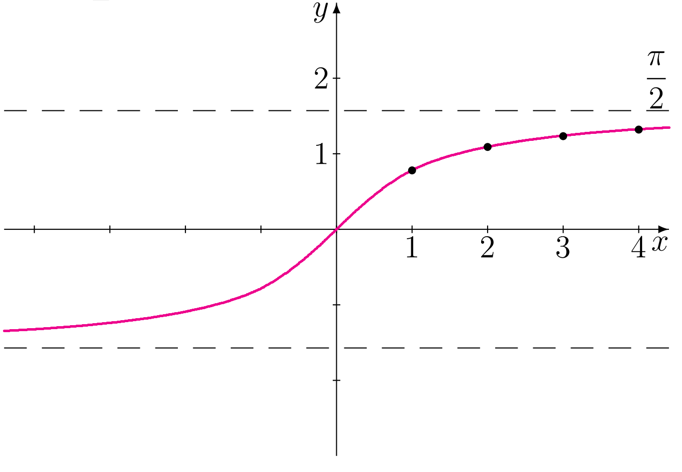
$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \dfrac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$

$\left|\operatorname{arctg} n - \dfrac{\pi}{2}\right| = \dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n.$

$\dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n < \varepsilon, \quad \operatorname{arctg} n > \dfrac{\pi}{2} - \varepsilon,$

$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n) > \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - \varepsilon\right),$

$n > \qquad \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - \varepsilon\right).$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$. Можно считать, что $0 < \varepsilon < \dfrac{\pi}{2}$.

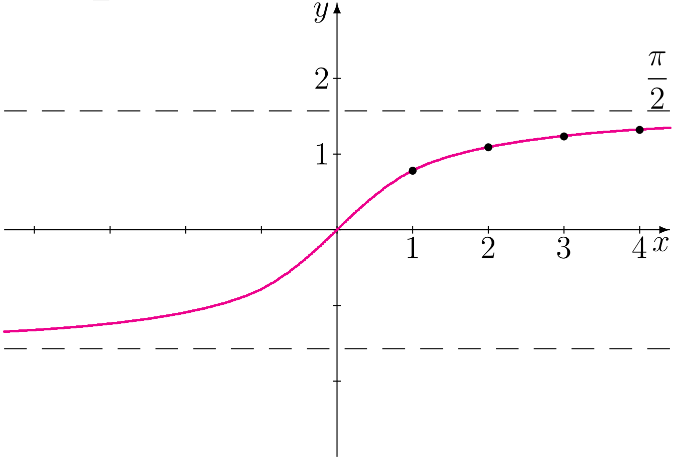
$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists N\in\mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n < \varepsilon, \quad \operatorname{arctg} n > \frac{\pi}{2} - \varepsilon,$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n) > \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right),$$

$$n > N \geqslant \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right).$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$. Можно считать, что $0 < \varepsilon < \dfrac{\pi}{2}$.

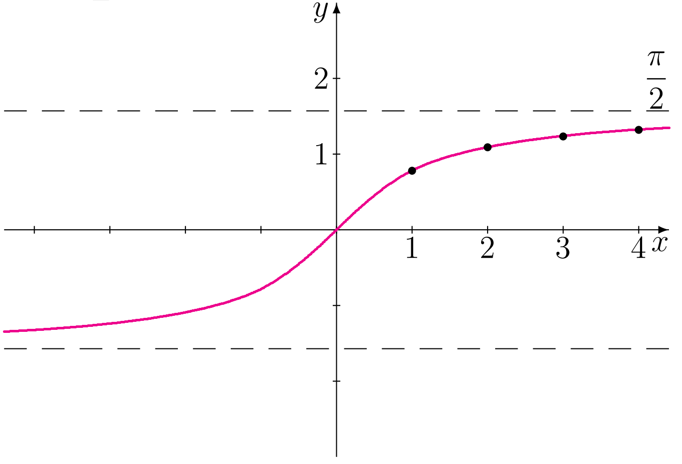
$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \dfrac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$

$\left|\operatorname{arctg} n - \dfrac{\pi}{2}\right| = \dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n.$

$\dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n < \varepsilon, \quad \operatorname{arctg} n > \dfrac{\pi}{2} - \varepsilon,$

$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n) > \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - \varepsilon\right),$

$n > N \geqslant \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - \varepsilon\right).$



Вернёмся к лекции?

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке* a *на* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$*?*

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке* a *на* $\lim\limits_{x \to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки.

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на $\lim\limits_{x\to a} f(x)$?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»? Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке* a *на* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»? Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»? Это не формулировка, а бла-бла-бла!!!

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»? Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»? Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на $\lim\limits_{x \to a} f(x)$?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.
Значения этих функций отличаются только в точке a.

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на $\lim\limits_{x\to a} f(x)$?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.
Значения этих функций отличаются только в точке a.
Получаем следующую формулировку.

Пример 4. *Если значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$.* ???

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.
Значения этих функций отличаются только в точке a.
Получаем следующую формулировку.

Пример 4. *Если значения функций* f *и* g *совпадают везде, кроме* $x = a$, *и* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$. *Существует ли* $\lim\limits_{x \to a} g(x)$ *и*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.
Значения этих функций отличаются только в точке a.
Получаем следующую формулировку.

Пример 4. *Если значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.
Значения этих функций отличаются только в точке a.
Получаем следующую формулировку.

Пример 4. *Если значения функций* f *и* g *совпадают везде, кроме* $x = a$, *и* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$. *Существует ли* $\lim\limits_{x \to a} g(x)$ *и если «да», то чему он равен?*

Обсуждение формулировки. Но значения функций «вдали от a» нас не интересует!

Пример 4. *Если значения функций* f *и* g *совпадают везде, кроме* $x = a$, *и* $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$. *Существует ли* $\lim\limits_{x \to a} g(x)$ *и если «да», то чему он равен?*

Обсуждение формулировки. Но значения функций «вдали от a» нас не интересует!
Поэтому формулировку целесообразно уточнить.

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Обсуждение формулировки. Но значения функций «вдали от a» нас не интересует!
Поэтому формулировку целесообразно уточнить.

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение.

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение. О чем сейчас надо думать?

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение. О чем сейчас надо думать?

Об анализе **определения** предела функции!

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x \to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon.$$

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon.$$

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon.$$

В этом определении значение функции f в точке a игнорируется.

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon.$

В этом определении значение функции f в точке a игнорируется. Функция f в точке a может быть даже не определена!

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ |f(x) - A| < \varepsilon.$

В этом определении значение функции f в точке a игнорируется.

Функция f в точке a может быть даже не определена!

Ответ. $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \lim\limits_{x\to a} f(x) = A.$

Вернёмся к лекции?

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty;$

б) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = A.$

Решение.

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

a) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \quad \Rightarrow$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow \ f(x) > \varepsilon.$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall\varepsilon > 0$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \qquad\qquad\qquad\qquad |f(x) - A| < \varepsilon.$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x \qquad\qquad\qquad\qquad \Rightarrow \quad |f(x) - A| < \varepsilon.$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x \quad |x| > \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - A| < \varepsilon.$

Вернёмся к лекции или выполним упражнения?

Задача XXII.3. (Ответ приведен на стр.5073.) Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Задача XXII.4. (Ответ приведен на стр.5144.) Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Задача XXII.5. (Ответ приведен на стр.5191.) Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:

а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$; **д)** $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Задача XXIII.6. (Ответ приведен на стр.5198.) Вычислите пределы:

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$;

д) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}=$$

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x .

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^4.

Пример 6. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} = \lim_{x \to \infty} \frac{\left(x^4 - x^2 + 5\right)/x^4}{\left(5x^4 + 2x - 2\right)/x^4} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^4.

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(x^4 - x^2 + 5\right)/x^4}{\left(5x^4 + 2x - 2\right)/x^4} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^4}{x^4} - \frac{x^2}{x^4} + \frac{5}{x^4}}{\frac{5x^4}{x^4} + \frac{2x}{x^4} - \frac{2}{x^4}} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^4.

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(x^4 - x^2 + 5\right)/x^4}{\left(5x^4 + 2x - 2\right)/x^4} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^4}{x^4} - \frac{x^2}{x^4} + \frac{5}{x^4}}{\frac{5x^4}{x^4} + \frac{2x}{x^4} - \frac{2}{x^4}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2} + \frac{5}{x^4}}{5 + \frac{2}{x^3} - \frac{2}{x^4}} =$$

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^4-x^2+5\right)/x^4}{\left(5x^4+2x-2\right)/x^4}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^4}{x^4}-\frac{x^2}{x^4}+\frac{5}{x^4}}{\frac{5x^4}{x^4}+\frac{2x}{x^4}-\frac{2}{x^4}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{1}{x^2}+\frac{5}{x^4}}{5+\frac{2}{x^3}-\frac{2}{x^4}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^4}}{\lim\limits_{x\to\infty}5+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x^3}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x^4}}=$$

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(x^4 - x^2 + 5\right)/x^4}{\left(5x^4 + 2x - 2\right)/x^4} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^4}{x^4} - \frac{x^2}{x^4} + \frac{5}{x^4}}{\frac{5x^4}{x^4} + \frac{2x}{x^4} - \frac{2}{x^4}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2} + \frac{5}{x^4}}{5 + \frac{2}{x^3} - \frac{2}{x^4}} = \frac{\lim\limits_{x\to\infty} 1 - \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x^2} + \lim\limits_{x\to\infty} \frac{5}{x^4}}{\lim\limits_{x\to\infty} 5 + \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2}{x^3} - \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2}{x^4}} = \frac{1}{5}.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} =$$

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x .

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^2.

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^2.

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{9x^4}{x^4}+\frac{5}{x^4}}+\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^2.

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{9x^4}{x^4}+\frac{5}{x^4}}+\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9+\frac{5}{x^4}}+1+\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}{1-\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}} =$$

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{9x^4}{x^4}+\frac{5}{x^4}}+\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9+\frac{5}{x^4}}+1+\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}{1-\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{9+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^4}}+1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}}{1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}} =$$

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{9x^4}{x^4}+\frac{5}{x^4}}+\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9+\frac{5}{x^4}}+1+\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}{1-\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{9+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^4}}+1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}}{1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}} = \frac{3+1}{1} =$$

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{9x^4}{x^4}+\frac{5}{x^4}}+\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9+\frac{5}{x^4}}+1+\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}{1-\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{9+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^4}}+1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}}{1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}} = \frac{3+1}{1} = 4.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4} =$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \hline & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l} x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2} & x^3 \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3 & x^3 \\ \hline \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 \qquad\qquad\qquad & x^3 \\ \hline
-x^3+2x^2-4x+8 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x = 2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x = 2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x - 2)$.

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8 & x - 2 \\ \cline{2-2} \underline{x^4 - 2x^3 \phantom{{}+ 2x^2 - 4x + 8}} & x^3 - x^2 \\ -x^3 + 2x^2 - 4x + 8 & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3 & x^3-x^2 \\ \hline \quad -x^3+2x^2-4x+8 & \\ \quad -x^3+2x^2 & \\ \hline \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l} x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3 \qquad\qquad\qquad & x^3-x^2 \\ \hline -x^3+2x^2-4x+8 & \\ -x^3+2x^2 \qquad\quad & \\ \hline -4x+8 & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 \qquad\qquad\qquad & x^3-x^2-4 \\ \cline{1-1}
-x^3+2x^2-4x+8 & \\
-x^3+2x^2 \qquad\quad & \\ \cline{1-1}
-4x+8 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-4 \\ \cline{1-1}
-x^3+2x^2-4x+8 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-4x+8 & \\
-4x+8 & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 \qquad\qquad\qquad & x^3-x^2-4 \\ \cline{1-1}
-x^3+2x^2-4x+8 & \\
-x^3+2x^2 \qquad\quad & \\ \cline{1-1}
-4x+8 & \\
-4x+8 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3\phantom{{}+2x^2-4x+8} & x^3-x^2-4 \\ \cline{1-1}
-x^3+2x^2-4x+8 & \\
-x^3+2x^2\phantom{{}-4x+8} & \\ \cline{1-1}
-4x+8 & \\
-4x+8 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \hline & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2} & x^3 \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3 & x^3 \\ \hline \end{array}$$

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3 & x^3 \\ \hline \quad -x^3+x^2+4 & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3 & x^3-x^2 \\ \hline -x^3+x^2+4 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2 \\ \hline
\quad -x^3+x^2+4 & \\
\quad -x^3+2x^2 & \\ \hline
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 \qquad\qquad & x^3-x^2 \\ \cline{1-1}
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 \quad\; & \\ \cline{1-1}
-x^2+4 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-x \\ \cline{1-1}
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-x^2+4 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}.$

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-x \\ \cline{1-1}
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-x^2+4 & \\
-x^2+2x & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3 - x^2 - 4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x = 2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x = 2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4 - 3x^3 + x^2 + 4 & x - 2 \\ \cline{2-2}
x^4 - 2x^3 \phantom{{}+x^2+4} & x^3 - x^2 - x \\ \cline{1-1}
-x^3 + x^2 + 4 & \\
-x^3 + 2x^2 \phantom{{}+4} & \\ \cline{1-1}
-x^2 + 4 & \\
-x^2 + 2x & \\ \cline{1-1}
-2x + 4 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3 - x^2 - 4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x = 2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x = 2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x - 2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4 - 3x^3 + x^2 + 4 & x - 2 \\ \cline{2-2}
x^4 - 2x^3 & x^3 - x^2 - x - 2 \\ \cline{1-1}
-x^3 + x^2 + 4 & \\
-x^3 + 2x^2 & \\ \cline{1-1}
-x^2 + 4 & \\
-x^2 + 2x & \\ \cline{1-1}
-2x + 4 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-x-2 \\ \cline{1-1}
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-x^2+4 & \\
-x^2+2x & \\ \cline{1-1}
-2x+4 & \\
-2x+4 & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{\qquad\qquad}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3\phantom{{}+x^2+4} & x^3-x^2-x-2 \\ \cline{1-1}
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2\phantom{{}+4} & \\ \cline{1-1}
-x^2+4 & \\
-x^2+2x & \\ \cline{1-1}
-2x+4 & \\
-2x+4 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-x-2 \\ \hline
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \hline
-x^2+4 & \\
-x^2+2x & \\ \hline
-2x+4 & \\
-2x+4 & \\ \hline
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-x-2 \\ \cline{1-1}
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-x^2+4 & \\
-x^2+2x & \\ \cline{1-1}
-2x+4 & \\
-2x+4 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \hline & \end{array}$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \hline & x^2 \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} \underline{x^3-2x^2} & x^2 \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2 \\ \hline x^2-4 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x \\ \hline x^2-4 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l}
x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 & x^2+x \\ \cline{1-1}
\quad x^2-4 & \\
\quad x^2-2x & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x \\ \hline \quad x^2-4 & \\ \quad x^2-2x & \\ \hline \qquad 2x-4 & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 & x^2+x+2 \\ \cline{1-1}
x^2-4 & \\
x^2-2x & \\ \cline{1-1}
2x-4 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l}
x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 & x^2+x+2 \\ \cline{1-1}
x^2-4 & \\
x^2-2x & \\ \cline{1-1}
2x-4 & \\
2x-4 & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 & x^2+x+2 \\ \cline{1-1}
x^2-4 & \\
x^2-2x & \\ \cline{1-1}
2x-4 & \\
2x-4 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x+2 \\ \hline x^2-4 & \\ x^2-2x & \\ \hline 2x-4 & \\ 2x-4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \hline & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$x^3-x^2-x-2\ \Big|\ \frac{x-2}{x^2}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} \underline{x^3-2x^2} & x^2 \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2 \\ \hline x^2-x-2 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x \\ \cline{1-1} x^2-x-2 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x \\ \hline x^2-x-2 & \\ x^2-2x & \\ \hline \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} \underline{x^3-2x^2} & x^2+x \\ x^2-x-2 & \\ \underline{x^2-2x} & \\ x-2 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x+1 \\ \cline{1-1} x^2-x-2 & \\ x^2-2x & \\ \cline{1-1} x-2 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 & x^2+x+1 \\ \cline{1-1}
x^2-x-2 & \\
x^2-2x & \\ \cline{1-1}
x-2 & \\
x-2 & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 & x^2+x+1 \\ \cline{1-1}
x^2-x-2 & \\
x^2-2x & \\ \cline{1-1}
x-2 & \\
x-2 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^2+x+2\right)}{(x-2)\left(x^2+x+1\right)}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x+1 \\ \hline x^2-x-2 & \\ x^2-2x & \\ \hline x-2 & \\ x-2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^2+x+2\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^2+x+1\right)}=$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}\left(x^2+x+2\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^2+x+1\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x+2}{x^2+x+1}=$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-4\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}\left(x^2+x+2\right)}{\cancel{(x-2)}\left(x^2+x+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{x^2+x+2}{x^2+x+1} = \frac{8}{7}.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} =$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} =$$

При попытке подставить в дробь $x = 3$ видим, что

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} =$$

При попытке подставить в дробь $x = 3$ видим, что получилась

неопределенность

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=$$

При попытке подставить в дробь $x=3$ видим, что получилась неопределенность $\left[\dfrac{0}{0}\right]$.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить в дробь $x=3$ видим, что получилась неопределенность $\left[\dfrac{0}{0}\right]$.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить в дробь $x = 3$ видим, что получилась неопределенность $\left[\dfrac{0}{0}\right]$.

Для многочленов проблему можно было бы решить выделением множителя

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить в дробь $x=3$ видим, что получилась неопределенность $\left[\dfrac{0}{0}\right]$.

Для многочленов проблему можно было бы решить выделением множителя $(x-3)$,

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить в дробь $x=3$ видим, что получилась неопределенность $\left[\dfrac{0}{0}\right]$.

Для многочленов проблему можно было бы решить выделением множителя $(x-3)$,

но данном случае проблема состоит в наличии в знаменателе иррационального выражения.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

Напрашивается стандартный ход, известный из школьного курса математики:

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

Напрашивается стандартный ход, известный из школьного курса математики:

избавиться от иррациональности умножением на сопряженное выражение.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Напрашивается стандартный ход, известный из школьного курса математики:

избавиться от иррациональности умножением на сопряженное выражение.

$\sqrt{x+1}+1-x=\sqrt{x+1}+(1-x)$, значит сопряженное выражение имеет вид

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

Напрашивается стандартный ход, известный из школьного курса математики:

избавиться от иррациональности умножением на сопряженное выражение.

$\sqrt{x+1}+1-x = \sqrt{x+1}+(1-x)$, значит сопряженное выражение имеет вид $\sqrt{x+1}+1-x = \sqrt{x+1}-(1-x)$.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)} =$$

Напрашивается стандартный ход, известный из школьного курса математики:

избавиться от иррациональности умножением на сопряженное выражение.

$\sqrt{x+1}+1-x = \sqrt{x+1}+(1-x)$, значит сопряженное выражение имеет вид $\sqrt{x+1}+1-x = \sqrt{x+1}-(1-x)$.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2} =$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{3x-x^2} =$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{3x-x^2} =$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{-x(x-3)} =$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{3x-x^2} =$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{-x(x-3)} = \lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-(1-x)}{-x} =$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{3x-x^2}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{-x(x-3)}=\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-(1-x)}{-x}=$$

$$\frac{\lim\limits_{x\to 3}\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\lim\limits_{x\to 3}(-x)}=$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\begin{bmatrix}\frac{0}{0}\end{bmatrix}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{3x-x^2}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{-x(x-3)}=\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-(1-x)}{-x}=$$

$$\frac{\lim\limits_{x\to 3}\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\lim\limits_{x\to 3}(-x)}=-\frac{4}{3}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$1)\ \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x = \left|\begin{array}{l} t=-x \\ x\to\infty \\ t\to \end{array}\right| =$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$1)\ \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x = \left|\begin{array}{c} t=-x \\ x\to\infty \\ t\to\infty \end{array}\right| =$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$1)\ \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x=\left|\begin{array}{l} t=-x \\ x\to\infty \\ t\to\infty \end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{-t}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

1) $$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x = \left|\begin{array}{l} t=-x \\ x\to\infty \\ t\to\infty \end{array}\right| = \lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{-t} =$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^{-1} =$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

1) $$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x=\left|\begin{array}{l} t=-x\\ x\to\infty\\ t\to\infty\end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{-t}=$$

$$=\lim_{t\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^{-1}=\left(\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^{-1}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;
3) $\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

1) $$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x=\left|\begin{array}{l} t=-x\\ x\to\infty\\ t\to\infty\end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{-t}=$$
$$=\lim_{t\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^{-1}=\left(\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^{-1}=e^{-1}.$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+2}{x}\right)^x=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $$\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^x=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^x=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^{2}}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$2)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^{x}}{x^{x}}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^{x}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$2)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^x=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^x=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x=\left|\begin{array}{l}1/t=2/x\\ x\to+\infty\\ t\to\end{array}\right|=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $$\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^x=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^x=$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x=\left|\begin{array}{c}1/t=2/x\\ x\to+\infty\\ t\to+\infty\end{array}\right|=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $$\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^x=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^x=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x=\left|\begin{array}{c}1/t=2/x\\ x\to+\infty\\ t\to+\infty\end{array}\right|=\lim_{t\to+\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{2t}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $$\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^{x}}{x^{x}}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^{x}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}=\left|\begin{array}{c}1/t=2/x\\ x\to+\infty\\ t\to+\infty\end{array}\right|=\lim_{t\to+\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{2t}=$$

$$=\lim_{t\to+\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right)^{2}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $$\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^x=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^x=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x=\left|\begin{array}{c}1/t=2/x\\ x\to+\infty\\ t\to+\infty\end{array}\right|=\lim_{t\to+\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{2t}=$$

$$=\lim_{t\to+\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^2=\left(\lim_{t\to+\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^2=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $$\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^{x}}{x^{x}}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^{x}=$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}=\left|\begin{array}{c}1/t=2/x\\ x\to+\infty\\ t\to+\infty\end{array}\right|=\lim_{t\to+\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{2t}=$$
$$=\lim_{t\to+\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right)^{2}=\left(\lim_{t\to+\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right)^{2}=e^{2}.$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$3)\ \lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}=\left|\begin{array}{c} t=1/x \\ x\to 0 \\ t\to \end{array}\right|=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$3)\ \lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}=\left|\begin{array}{c} t=1/x \\ x\to 0 \\ t\to\infty \end{array}\right|=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$3)\ \lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}=\left|\begin{array}{c} t=1/x \\ x\to 0 \\ t\to\infty \end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

3) $$\lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}=\left|\begin{array}{c} t=1/x \\ x\to 0 \\ t\to\infty \end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t=e.$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x =$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^{2}}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $$\lim_{x\to 0}\cos^{2/x^{2}}x=\lim_{x\to 0}\left(\cos^{2}x\right)^{1/x^{2}}=\lim_{x\to 0}\left(1-\sin^{2}x\right)^{1/x^{2}}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\left(1-\sin^{2}x\right)^{1/\left(-\sin^{2}x\right)}\right)^{\left(-\sin^{2}x\right)/x^{2}}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$4)\ \lim_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=\lim_{x\to 0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=\lim_{x\to 0}\left(1-\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\left(1-\sin^2 x\right)^{1/\left(-\sin^2 x\right)}\right)^{\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****,* *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $$\lim_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=\lim_{x\to 0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=\lim_{x\to 0}\left(1-\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\left(1-\sin^2 x\right)^{1/\left(-\sin^2 x\right)}\right)^{\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=$$

$$=e^{-\lim\limits_{x\to 0}(\sin x/x)^2}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$;
3) $\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $\lim\limits_{x\to0}\cos^{2/x^2}x=\lim\limits_{x\to0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to0}\left(1-\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$=\lim\limits_{x\to0}\left(\left(1-\sin^2 x\right)^{1/\left(-\sin^2 x\right)}\right)^{\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=e^{\lim\limits_{x\to0}\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=$

$=e^{-\lim\limits_{x\to0}(\sin x/x)^2}=e^{-1}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$4)\ \lim_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=\lim_{x\to 0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=\lim_{x\to 0}\left(1-\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\left(1-\sin^2 x\right)^{1/\left(-\sin^2 x\right)}\right)^{\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=$$

$$=e^{-\lim\limits_{x\to 0}(\sin x/x)^2}=e^{-1}=\frac{1}{e}.$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^{2}}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;
3) $\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x\right)=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****,* *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^{2}}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=\ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}\right)=$
$=\ln e=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=\ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}\right)=$
$=\ln e=1.$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$;
3) $\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to0}\cos^{2/x^{2}}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x+3}\ln(x+1)=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;
3) $\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x+3}\ln(x+1)=\lim\limits_{x\to0}\ln(1+x)^{1/(x+3)}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x+3}\ln(x+1)=\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/(x+3)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\ln(1+x)^{1/x}\right)^{x/(x+3)}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$6)\ \lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x+3}\ln(x+1)=\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/(x+3)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\ln(1+x)^{1/x}\right)^{x/(x+3)}=\left(\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/x}\right)^{\lim\limits_{x\to 0}x/(x+3)}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$6)\ \lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x+3}\ln(x+1)=\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/(x+3)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\ln(1+x)^{1/x}\right)^{x/(x+3)}=\left(\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/x}\right)^{\lim\limits_{x\to 0}x/(x+3)}=$$

$$=\ln\left(\lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}\right)^1=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;

3) $\lim\limits_{x\to0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;

6) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$6)\ \lim_{x\to0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim_{x\to0}\frac{1}{x+3}\ln(x+1)=\lim_{x\to0}\ln(1+x)^{1/(x+3)}=$$

$$=\lim_{x\to0}\left(\ln(1+x)^{1/x}\right)^{x/(x+3)}=\left(\lim_{x\to0}\ln(1+x)^{1/x}\right)^{\lim\limits_{x\to0}x/(x+3)}=$$

$$=\ln\left(\lim_{x\to0}(1+x)^{1/x}\right)^1=\ln e=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$;
3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$;
6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$6)\ \lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x+3}\ln(x+1)=\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/(x+3)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\ln(1+x)^{1/x}\right)^{x/(x+3)}=\left(\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/x}\right)^{\lim\limits_{x\to 0}x/(x+3)}=$$

$$=\ln\left(\lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}\right)^1=\ln e=1.$$

Вернёмся к лекции?

Задача XXIV.7. (Ответ приведен на стр.5287.)

$$\lim_{x\to-2} \frac{2x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \dots$$

Задача XXIV.8. (Ответ приведен на стр.5296.) Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Задача XXIV.9. (Ответ приведен на стр.5381.) Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Задача XXIV.10. (Ответ приведен на стр.5449.) Вычислите, используя **второй замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\left(x^2+1\right)^{x^2}}{\left(x^2-1\right)^{x^2+1}}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Задача XXV.11. (Ответ приведен на стр.5522.) Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции:

а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x < 1; \\ x^2, & \text{при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

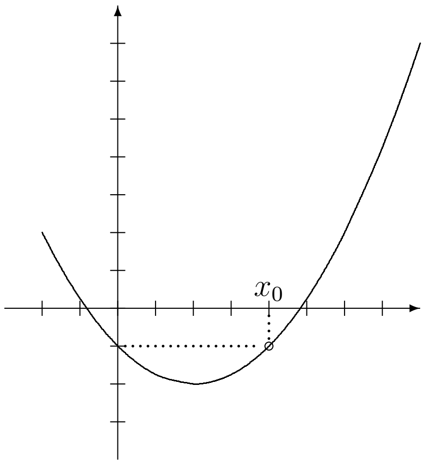
Задача XXV.12. (Ответ приведен на стр.5609.) При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, & \text{при } x < -1, \\ bx^2, & \text{при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, & \text{при } x > 0; \end{cases}$

б) $q(x) = \begin{cases} \sin ax, & \text{при } x < \pi/2, \\ -1, & \text{при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{при } x \leqslant 0, \\ x^2, & \text{при } x > 0; \end{cases}$

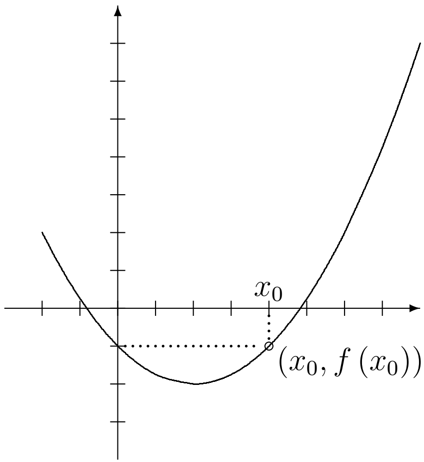
г) $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, & \text{при } x < 2, \\ bx^2, & \text{при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

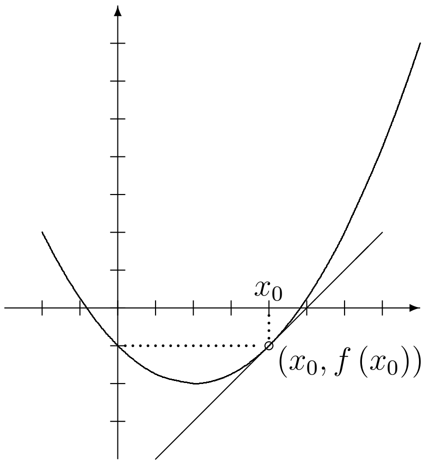
Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



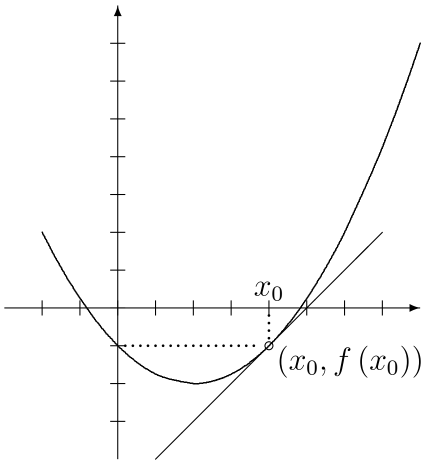
Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

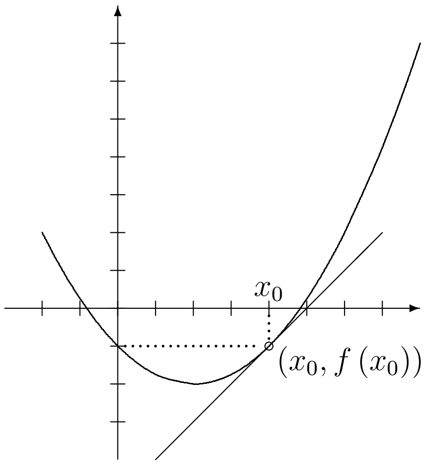


Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

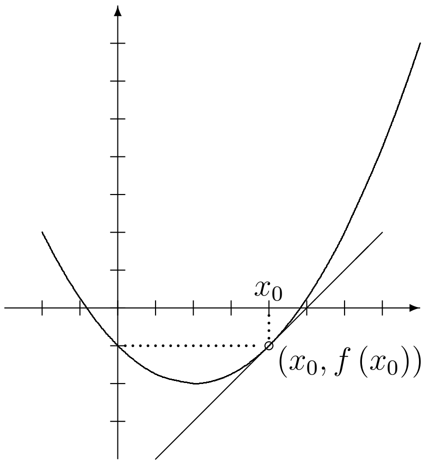
Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Сначала разберёмся, что такое «касательная».

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

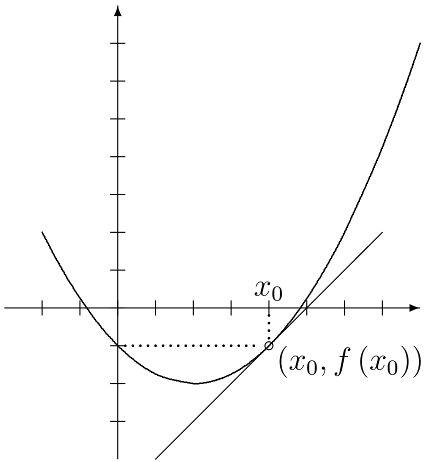


Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Сначала разберёмся, что такое «касательная».

Есть идеи?

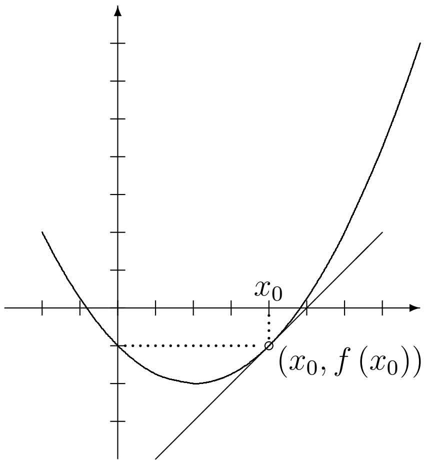
Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Применим стратегию смены ролей и приоритетов, точнее, её «эстремальную» версию:

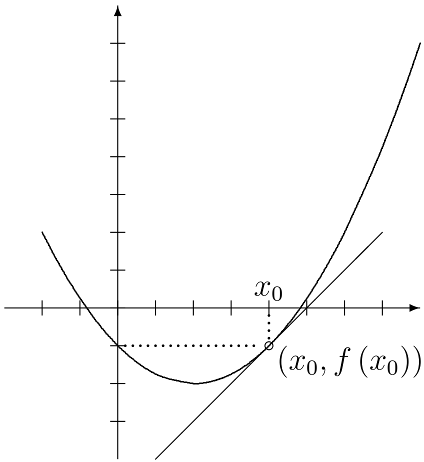
Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Применим стратегию смены ролей и приоритетов, точнее, её «эстремальную» версию: рассмотрим случай, когда прямая ***не является касательной***.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

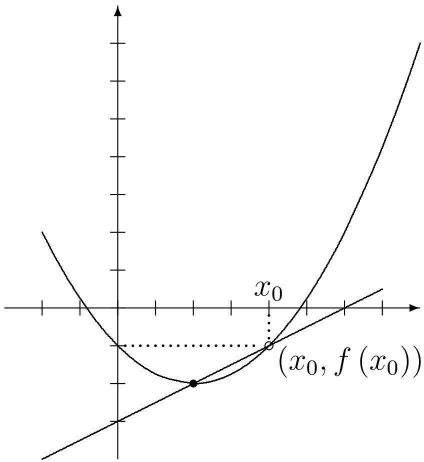


Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Применим стратегию смены ролей и приоритетов, точнее, её «эстремальную» версию: рассмотрим случай, когда прямая ***не является касательной***.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

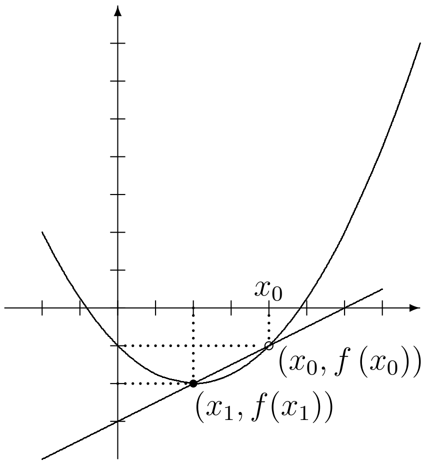


Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Применим стратегию смены ролей и приоритетов, точнее, её «эстремальную» версию: рассмотрим случай, когда прямая ***не является касательной***.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

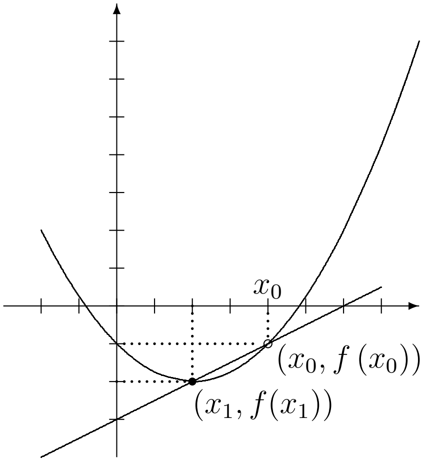


Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Применим стратегию смены ролей и приоритетов, точнее, её «эстремальную» версию: рассмотрим случай, когда прямая ***не является касательной***.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

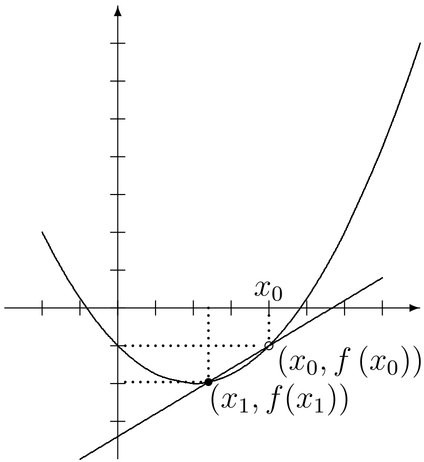


Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Теперь осталось устремить значения x_1 к x_0.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

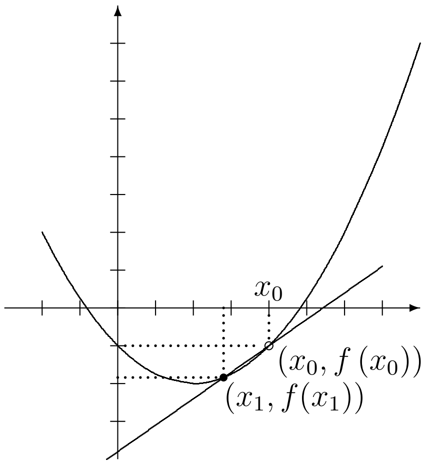


Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Теперь осталось устремить значения x_1 к x_0.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

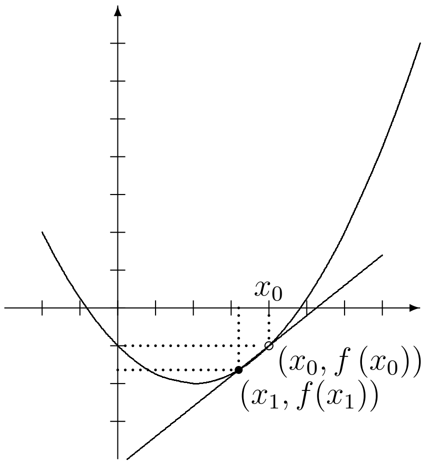


Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Теперь осталось устремить значения x_1 к x_0.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

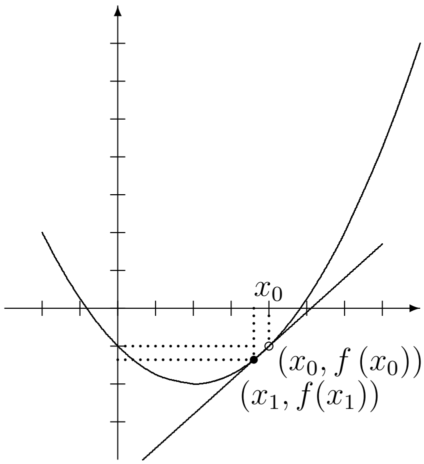


Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Теперь осталось устремить значения x_1 к x_0.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

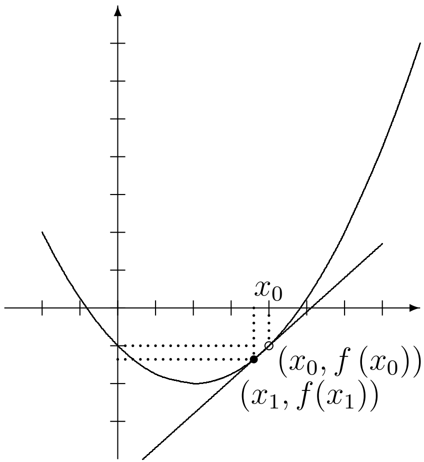


Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Теперь осталось устремить значения x_1 к x_0.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



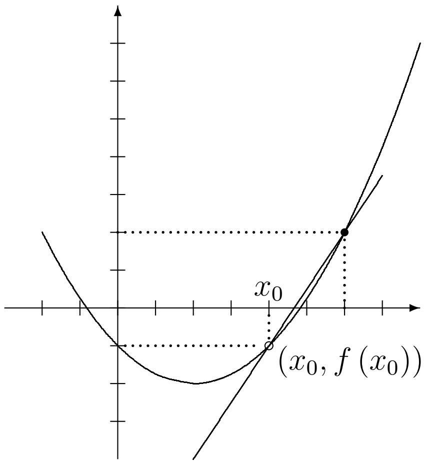
Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Теперь осталось устремить значения x_1 к x_0.

Или с другой стороны от x_0...

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



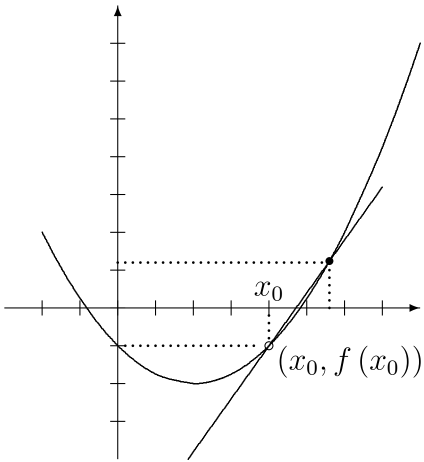
Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Теперь осталось устремить значения x_1 к x_0.

Или с другой стороны от x_0...

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



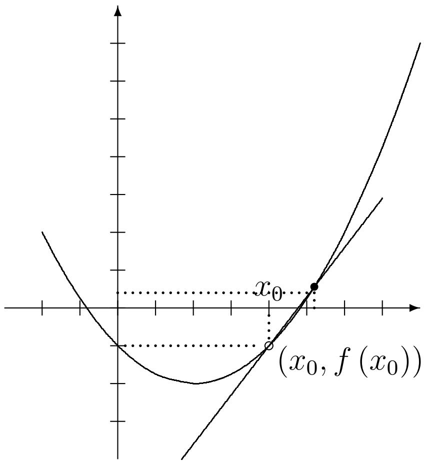
Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Теперь осталось устремить значения x_1 к x_0.

Или с другой стороны от x_0...

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



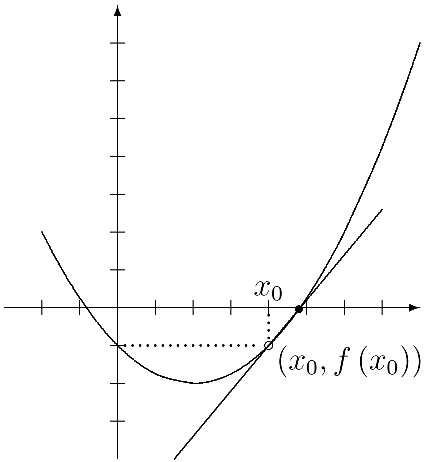
Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Теперь осталось устремить значения x_1 к x_0.

Или с другой стороны от x_0...

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



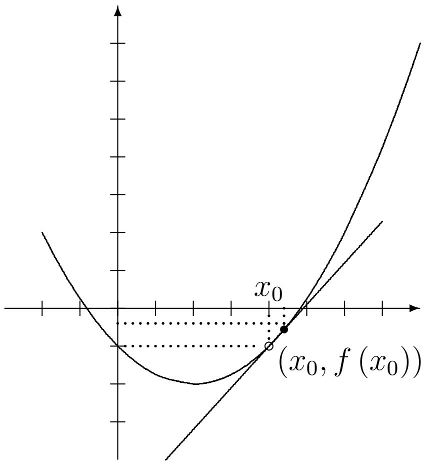
Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Теперь осталось устремить значения x_1 к x_0.

Или с другой стороны от x_0...

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



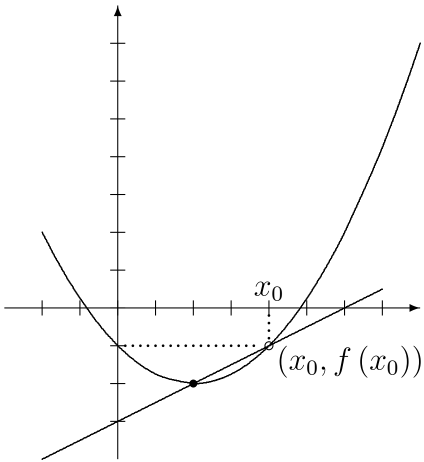
Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пусть секущая «лишь немного» отличается от касательной.

Теперь осталось устремить значения x_1 к x_0.

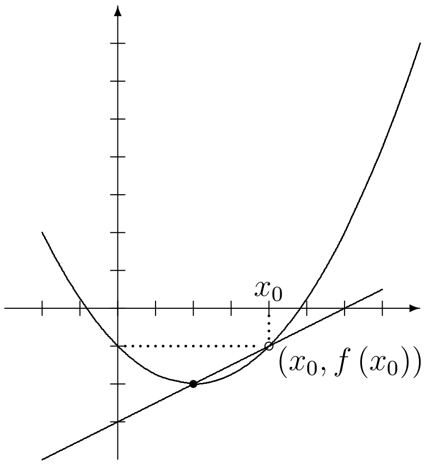
Или с другой стороны от x_0...

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Составим уравнение секущей.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

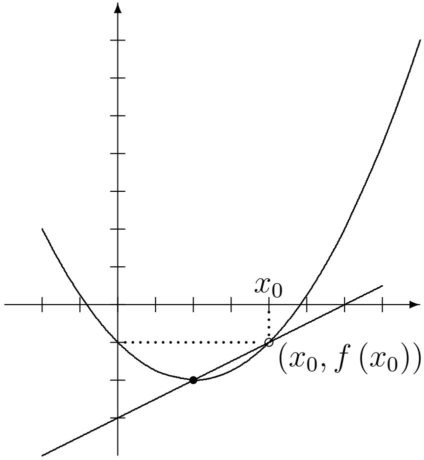


Применим

стратегию составления уравнений.

Составим уравнение секущей.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

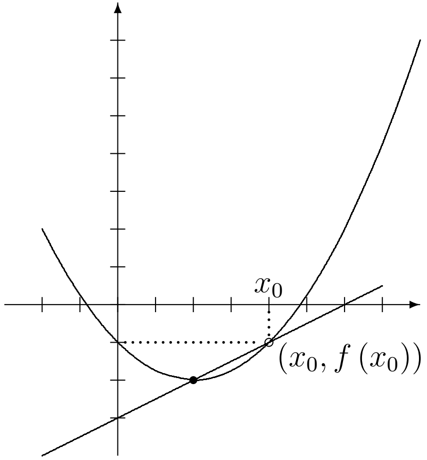


Применим

стратегию составления уравнений.

Что надо найти?

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



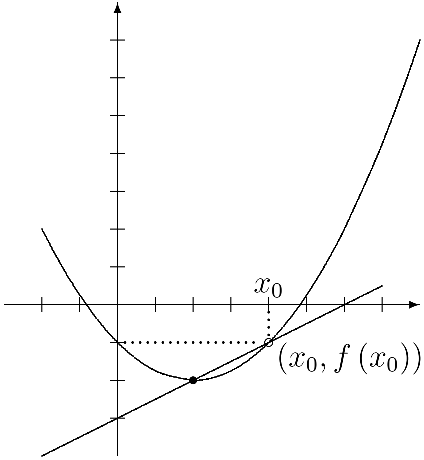
Применим

стратегию составления уравнений.

Что надо найти?

Уравнение секущей.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

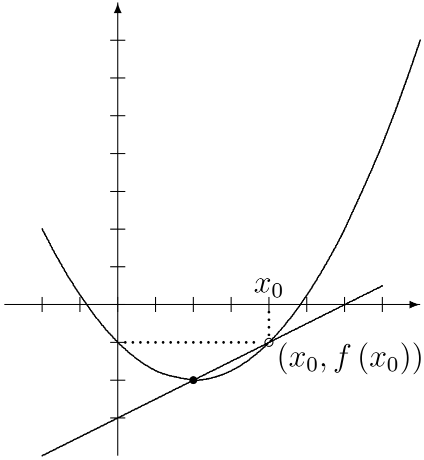
стратегию составления уравнений.

Что надо найти?

Уравнение секущей.

В каком виде представим ответ?

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

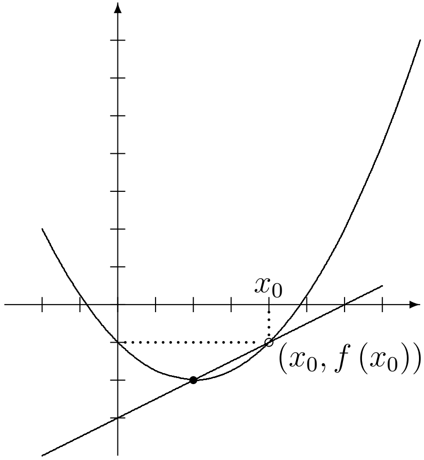
Что надо найти?

Уравнение секущей.

В каком виде представим ответ?

Уравнением линии. Что такое *уравнение линии?*

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это

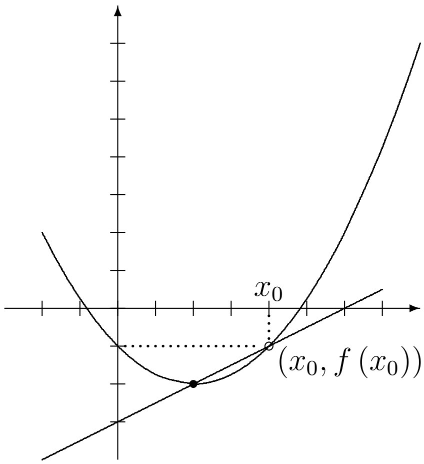
Что надо найти?

Уравнение секущей.

В каком виде представим ответ?

Уравнением линии. Что такое *уравнение линии?*

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение

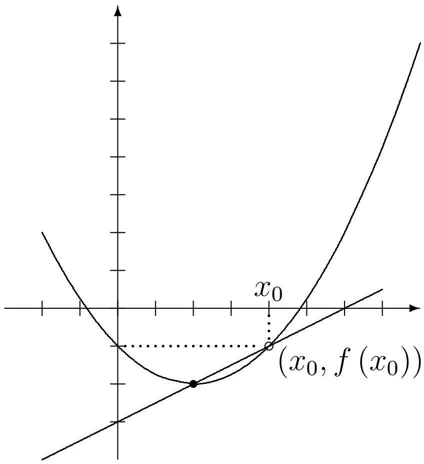
Что надо найти?

Уравнение секущей.

В каком виде представим ответ?

Уравнением линии. Что такое *уравнение линии?*

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение

о произвольной точки линии.

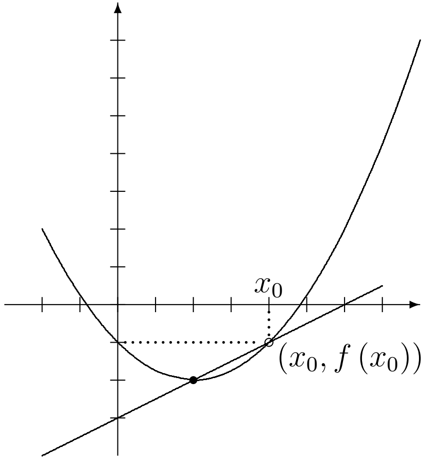
Что надо найти?

Уравнение секущей.

В каком виде представим ответ?

Уравнением линии. Что такое *уравнение линии?*

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

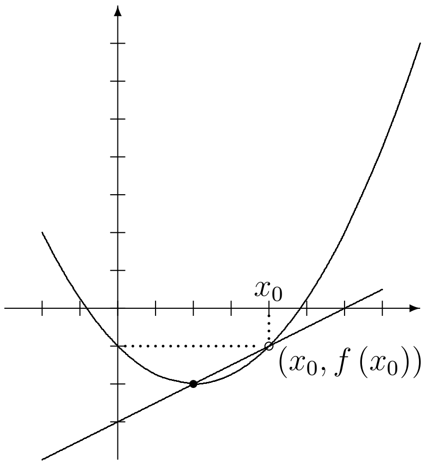
Что надо найти?

Уравнение секущей.

В каком виде представим ответ?

Уравнением линии. Что такое *уравнение линии?*

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



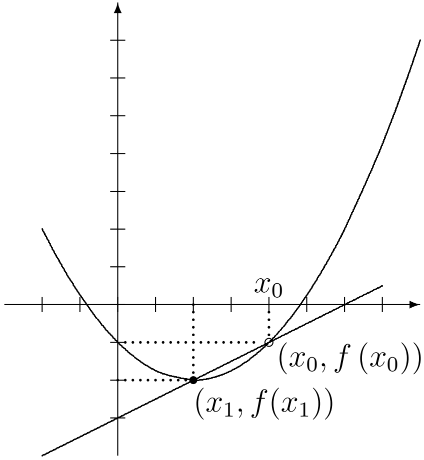
Применим

стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

Сведём задание к числовым параметрам и введём переменные.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

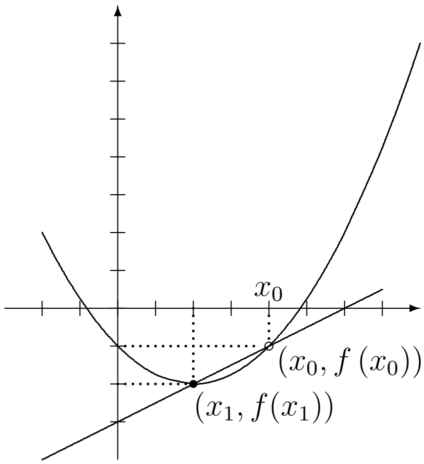
стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение

о координатах произвольной точки линии.

Сведём задание к числовым параметрам и введём переменные.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

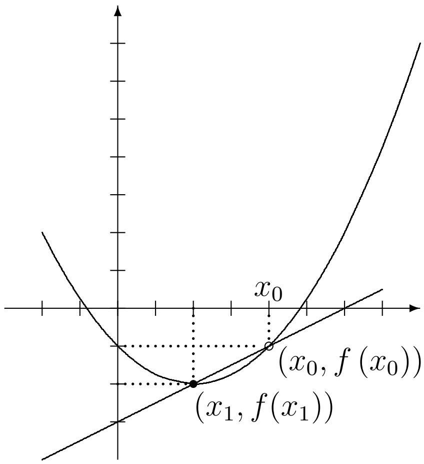
стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

Сведём задание к числовым параметрам и введём переменные.

По определению уравнения линии надо

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



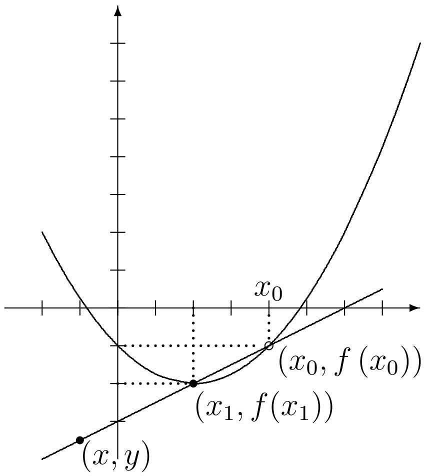
Применим **стратегию составления уравнений.**

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

Сведём задание к числовым параметрам и введём переменные.

По определению уравнения линии надо взять произвольную точку и обозначить её координаты буквами.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



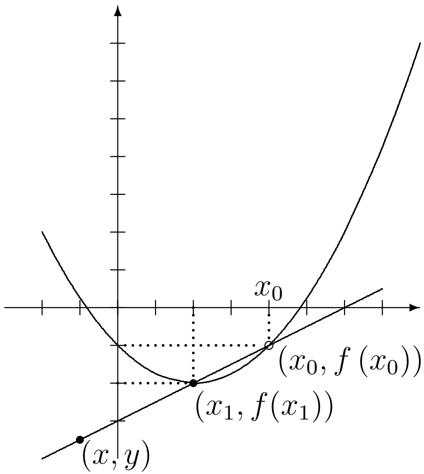
Применим **стратегию составления уравнений.**

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

Сведём задание к числовым параметрам и введём переменные.

По определению уравнения линии надо взять произвольную точку и обозначить её координаты буквами.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

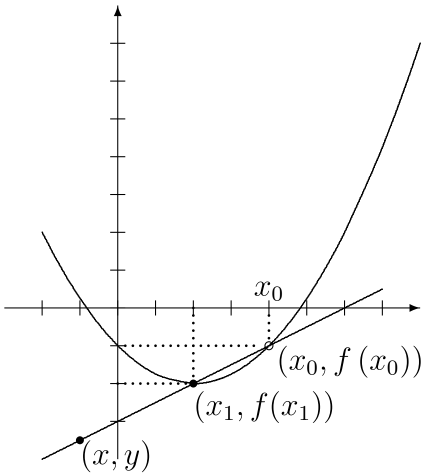
стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение

о координатах произвольной точки линии.

Составим уравнение.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

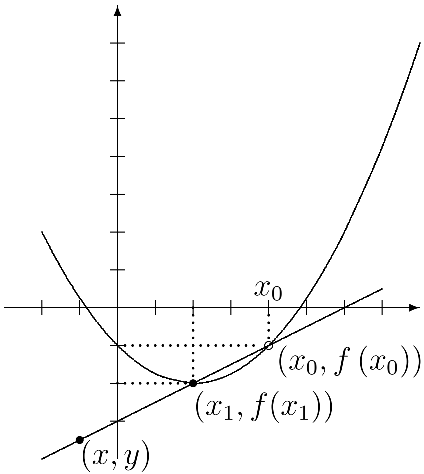
стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

Составим уравнение.

Значение какой величины

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

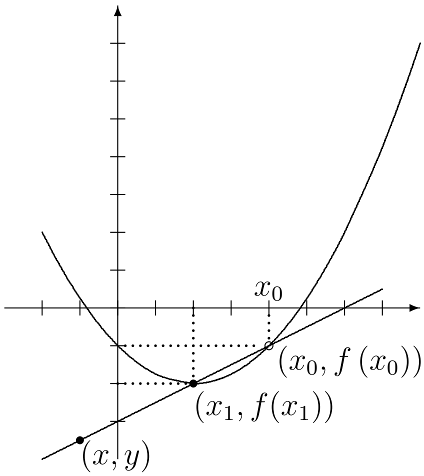
стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

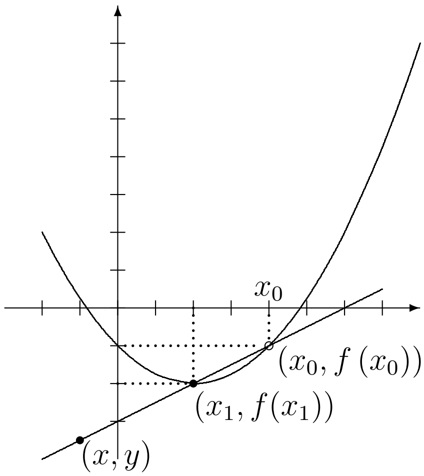
стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



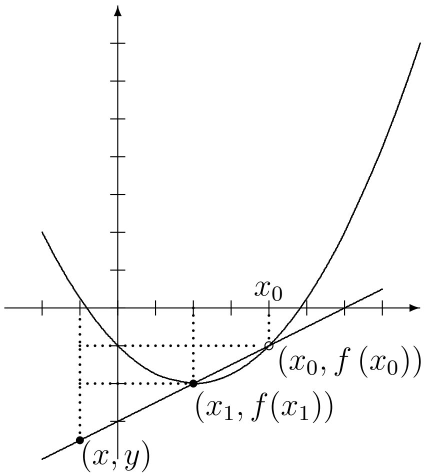
Применим

стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

Воспользуемся подобием треугольников.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

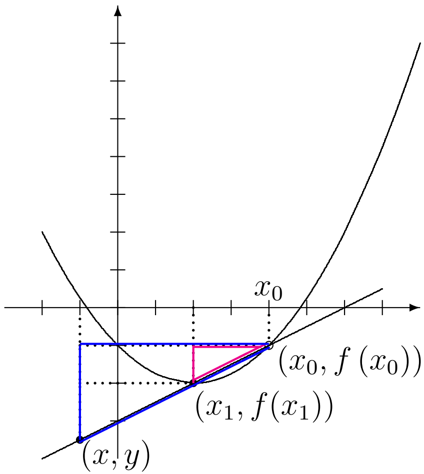
стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение

о координатах произвольной точки линии.

Воспользуемся подобием треугольников.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



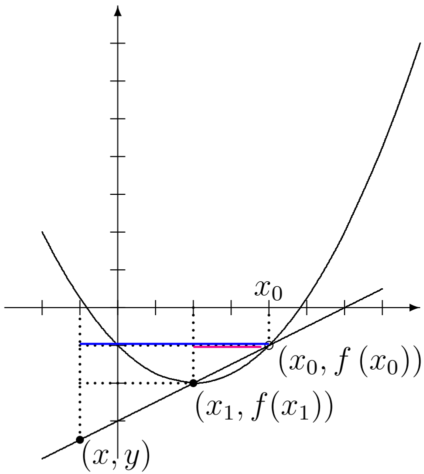
Применим

стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

Воспользуемся подобием треугольников.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



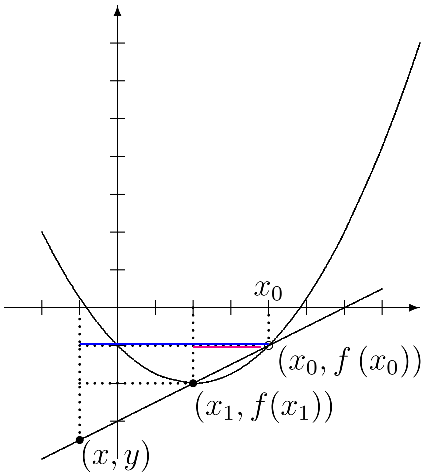
Применим

стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

Воспользуемся подобием треугольников.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

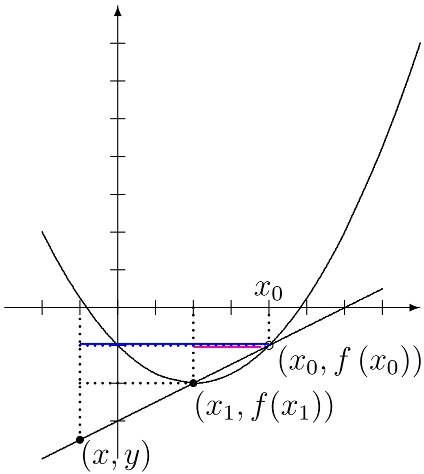
Уравнение линии — это утверждение

о координатах произвольной точки линии.

$$\frac{}{} = \frac{}{x_1 - x_0}.$$

Воспользуемся подобием треугольников.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

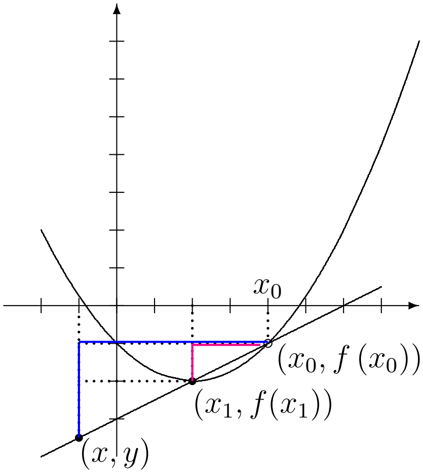
Уравнение линии — это утверждение

о координатах произвольной точки линии.

$$\underline{\hspace{6cm}} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Воспользуемся подобием треугольников.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

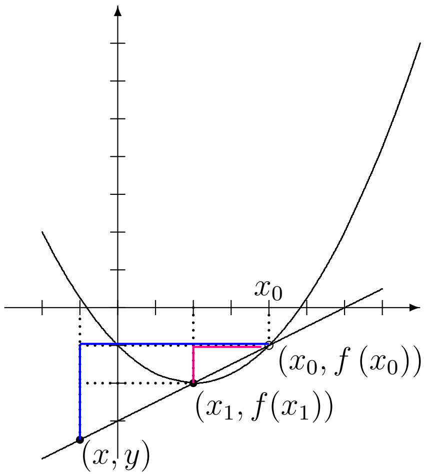
Уравнение линии — это утверждение

о координатах произвольной точки линии.

$$\underline{\hspace{5cm}} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Воспользуемся подобием треугольников.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

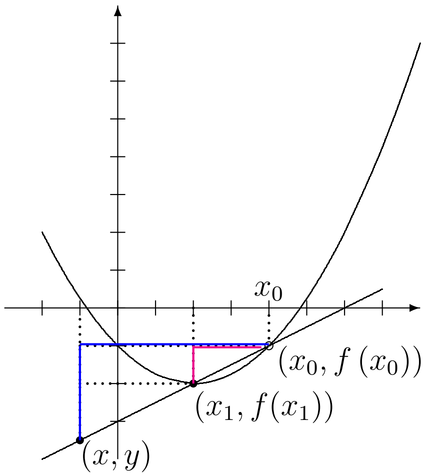
Уравнение линии — это утверждение

о координатах произвольной точки линии.

$$\frac{}{f(x_1) - f(x_0)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Воспользуемся подобием треугольников.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

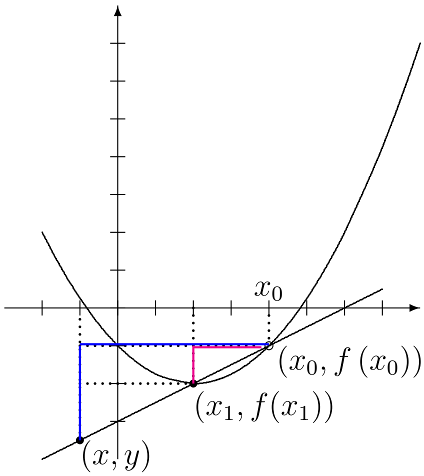
Уравнение линии — это утверждение

о координатах произвольной точки линии.

$$\frac{y - f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Воспользуемся подобием треугольников.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

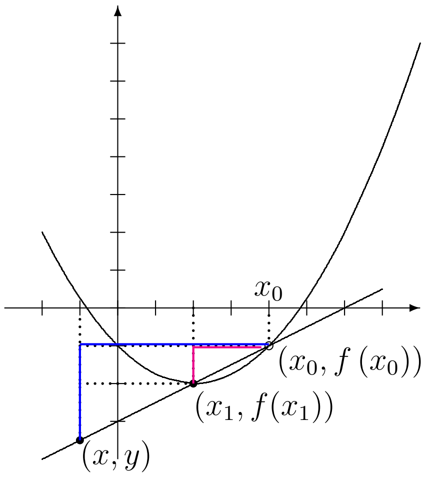
Уравнение линии — это утверждение

о координатах произвольной точки линии.

$$\frac{y - f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Получили уравнение касательной.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

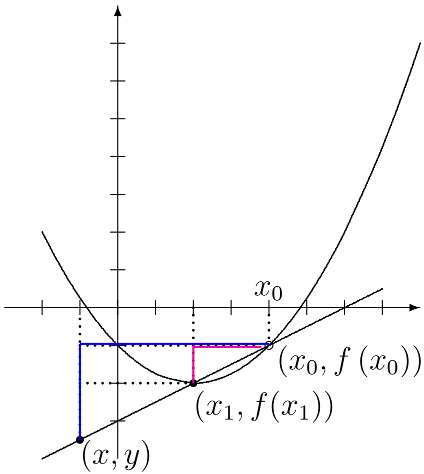
стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

$$\frac{y - f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Выразим из него y:

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

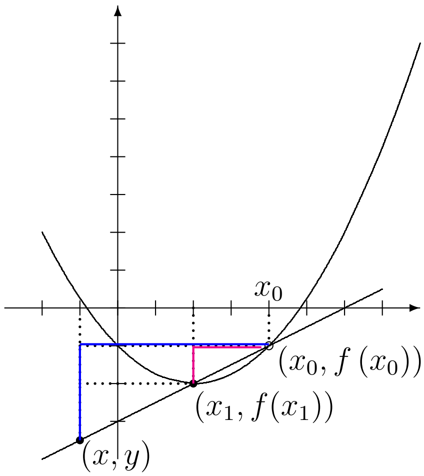
Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

$$\frac{y - f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Выразим из него y:

$$y = f(x_0) +$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

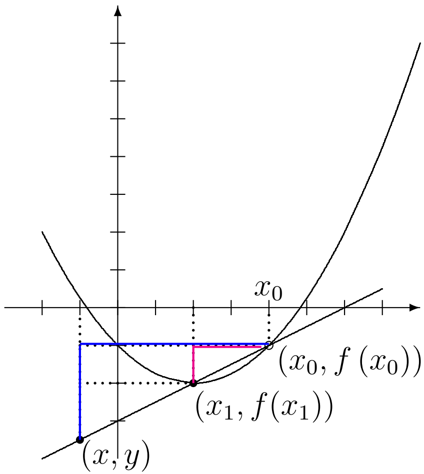
Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

$$\frac{y - f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Выразим из него y:

$$y = f(x_0) + \underline{\hspace{5cm}}(x - x_0).$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение

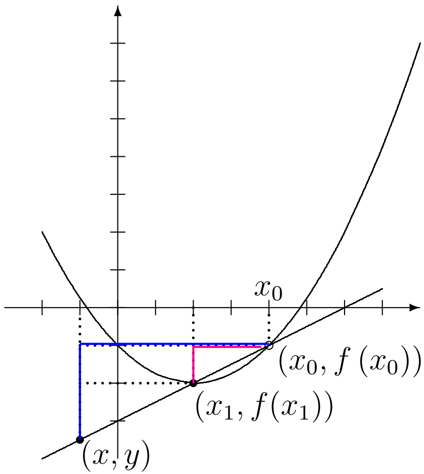
о координатах произвольной точки линии.

$$\frac{y - f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Выразим из него y:

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0).$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим **стратегию составления уравнений.**

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

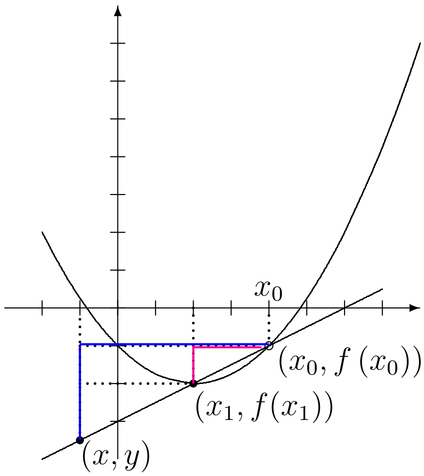
$$\frac{y - f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Выразим из него y:

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0).$$

Переходя к пределу при $x_1 \to x_0$, получаем уравнение касательной:

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Применим

стратегию составления уравнений.

Уравнение линии — это утверждение о координатах произвольной точки линии.

$$\frac{y - f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

Выразим из него y:

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0).$$

Переходя к пределу при $x_1 \to x_0$, получаем уравнение касательной:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)\,(x - x_0)\,. \qquad (70)$$

Вернёмся к лекции?

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение.

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Сначала рассмотрим применение **эндоструктурных моделей** функции.

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:
— формулой;
— графиком;
— таблицей значений.

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:
— формулой;
— графиком;
— таблицей значений.

Задание таблицей значений возможно только для функций с областью определения, состоящей из конечного числа элементов. Это нас не устраивает.

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:
— формулой;
— графиком;
— таблицей значений.

Какой вариант предпочтительнее:
— основанный на задании функции формулой;
— основанный на задании графиком?

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:
— формулой;
— графиком;
— таблицей значений.

Какой вариант предпочтительнее:
— основанный на задании функции формулой;
— основанный на задании графиком?

Наиболее мощный аппарат в математике разработан для обработки равенств, поэтому предпочтём

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:
— формулой; — графиком; — таблицей значений.

Наиболее мощный аппарат в математике разработан для обработки равенств, поэтому предпочтём
задание функции формулой.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F:\ A \mapsto B$$

Функция F отображает множество A во множество B.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F: A \mapsto B \qquad\qquad \longrightarrow \; F(x) = \Phi(x)$$

Функция F обычно моделируется с помощью формулы. Здесь $F(x)$ — значение функции F на элементе x, а $\Phi(x)$ — некоторое обобщенное алгебраическое выражение, задающее эту функцию.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F: A \mapsto B \qquad\qquad \longrightarrow \; F(x) = \Phi(x)$$

Функция F обычно моделируется с помощью формулы. Здесь $F(x)$ — значение функции F на элементе x, а $\Phi(x)$ — некоторое обобщенное алгебраическое выражение, задающее эту функцию.

Например, если функция F задана формулой $F(x) = x^2 - x$, то $F(x)$ — значение функции F на элементе x, и под $\Phi(x)$ понимается алгебраическое выражение $\left(x^2 - x\right)$.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F:\ A \mapsto B \qquad\qquad \longrightarrow\ F(x) = \Phi(x)$$

Функция F обычно моделируется с помощью формулы. Здесь $F(x)$ — значение функции F на элементе x, а $\Phi(x)$ — некоторое обобщенное алгебраическое выражение, задающее эту функцию.

Например, если функция F задана формулой $F(x) = x^2 - x$, то $F(x)$ — значение функции F на элементе x, и под $\Phi(x)$ понимается алгебраическое выражение $\left(x^2 - x\right)$.

Ту же функцию F можно было задать другим алгебраическим выражением, например, $x(x-1)$.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F : \ A \mapsto B \qquad\qquad\qquad \longrightarrow \ F(x) = \Phi(x)$$

$$\text{производная} \downarrow$$

$$f(x) = \lim_{x \to a} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F:\ A \mapsto B \qquad\qquad \longrightarrow\ F(x) = \Phi(x)$$

$$\text{производная}\downarrow$$

$$f(x) = \lim_{x \to a} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

Производная f функции F определяется указанной формулой.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F:\ A \mapsto B \qquad\qquad\qquad \longrightarrow\ F(x) = \Phi(x)$$

$$\text{производная} \downarrow$$

$$f(x) = \lim_{x \to a} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

Производная f функции F определяется указанной формулой.

Но вычисление по этой формуле затруднительно.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{ccc} F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x) = \Phi(x) \\ \text{производная} \downarrow & & \\ f(x) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x) = \varphi(x) \end{array}$$

Производная f функции F определяется указанной формулой.

Но вычисление по этой формуле затруднительно.

Можно рассчитывать, что функцию f тоже можно будет «смоделировать» с помощью какого-либо обобщенного алгебраического выражения $\varphi(x)$.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$
\begin{array}{ccc}
F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x) = \Phi(x) \\
\text{производная} \downarrow & & \downarrow \\
f(x) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x) = \varphi(x)
\end{array}
$$

Производная f функции F определяется указанной формулой.

Но вычисление по этой формуле затруднительно.

Можно рассчитывать, что функцию f тоже можно будет «смоделировать» с помощью какого-либо обобщенного алгебраического выражения $\varphi(x)$.

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{rcl} F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x) = \Phi(x) \\ \text{производная} \downarrow & & \downarrow \\ f(x) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x) = \varphi(x) \end{array}$$

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций:

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{ccc} F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x) = \Phi(x) \\ \text{производная} \downarrow & & \downarrow \\ f(x) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x) = \varphi(x) \end{array}$$

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической —

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{rcl} F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x) = \Phi(x) \\ \text{производная} \downarrow & & \downarrow \\ f(x) = \lim\limits_{x\to a} \dfrac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x) = \varphi(x) \end{array}$$

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{ccc} F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x) = \Phi(x) \\ \text{производная} \downarrow & & \downarrow \\ f(x) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x) = \varphi(x) \end{array}$$

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и вычисления суперпозиции (композиции) элементарных функций.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и вычисления суперпозиции (композиции) элементарных функций. *Надо знать:*

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и вычисления суперпозиции (композиции) элементарных функций. *Надо знать:*

— производные основных элементарных функций (таблица производных);

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и вычисления суперпозиции (композиции) элементарных функций. *Надо знать:*
— производные основных элементарных функций;
— формулы для производных суммы, разности, произведения, частного;

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и вычисления суперпозиции (композиции) элементарных функций. *Надо знать:*
— производные основных элементарных функций;
— формулы для производных суммы, разности, произведения, частного;
— формулу для дифференцирования «сложной функции» (суперпозиции функций).

Вернёмся к лекции?

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\sqrt{x+1}\cdot\cos^2\left(3-2x^3\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\sqrt{\mathbf{x+1}}\cdot\cos^2\left(3-2x^3\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\sqrt{\mathbf{x+1}}\cdot\cos^2\left(3-2x^3\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\sqrt{\mathbf{x}+\mathbf{1}}\cdot\cos^2\left(3-2x^3\right).$$

Теперь полученное значение необходимо запомнить...

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I}\cdot\cos^2\left(3-2\mathbf{x^3}\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I}\cdot\cos^2\left(3-\mathbf{2x^3}\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I}\cdot\cos^2\left(\mathbf{3-2x^3}\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I}\cdot\left(\cos\left(\mathbf{3}-\mathbf{2x^3}\right)\right)^2.$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I}\cdot\left(\cos\left(\mathbf{3}-\mathbf{2x^3}\right)\right)^{\mathbf{2}}.$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I}\cdot\underbrace{\cos^2\left(3-2x^3\right)}_{II}$$

Последним действием будет перемножение полученных значений.

Вернёмся к лекции или **рассмотрим другой вспомогательный пример?**

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

1) $\sin^3(3^x - \sqrt{x})$;

2) $\dfrac{e^{\sqrt{x}} \operatorname{arctg} 2x}{\cos 2x}$;

3) $3^{\sqrt{x+1}} \cos^3 x - 4x$;

4) $e^{2x+1} \ln^2\left(\sqrt[3]{x+1} - x^3\right)$;

5) $\dfrac{2^{2x+3} - 3^{2x+3}}{\sin\sqrt{2x+3} - x^2}$;

6) $\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
1) $\sin^3(3^x - \sqrt{x})$.

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
1) $\sin^3(3^x - \sqrt{x})$.

Решение. Последнее действие —

$$\sin^3\left(3^x - \sqrt{x}\right) = \left(\sin\left(3^x - \sqrt{x}\right)\right)^3.$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
1) $\sin^3\left(3^x - \sqrt{x}\right)$.

Решение. Последнее действие — возведение в куб:

$$\sin^3\left(3^x - \sqrt{x}\right) = \left(\sin\left(3^x - \sqrt{x}\right)\right)^3.$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

2) $\dfrac{e^{\sqrt{x}}\operatorname{arctg} 2x}{\cos 2x}$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

2) $\dfrac{e^{\sqrt{x}}\operatorname{arctg} 2x}{\cos 2x}$.

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

2) $\dfrac{e^{\sqrt{x}}\operatorname{arctg}2x}{\cos 2x}$.

Решение. Последнее действие —

$$\frac{\mathbf{e^{\sqrt{x}}} \cdot \operatorname{arctg}\mathbf{2x}}{\cos \mathbf{2x}}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

2) $\dfrac{e^{\sqrt{x}} \operatorname{arctg} 2x}{\cos 2x}$.

Решение. Последнее действие — деление.

$$\frac{\mathbf{e}^{\sqrt{\mathbf{x}}} \cdot \operatorname{arctg} \mathbf{2x}}{\cos \mathbf{2x}}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
3) $3^{\sqrt{x+1}}\cos^3 x - 4x$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
3) $3^{\sqrt{x+1}}\cos^3 x - 4x.$

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
3) $3^{\sqrt{x+1}}\cos^3 x - 4x$.

Решение. Последнее действие —

$$\mathbf{3^{\sqrt{x+1}}\cos^3 x - 4x}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
3) $3^{\sqrt{x+1}}\cos^3 x - 4x$.

Решение. Последнее действие — вычитание.

$$\mathbf{3^{\sqrt{x+1}}\cos^3 x} - \mathbf{4x}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
4) $e^{2x+1}\ln^2\left(\sqrt[3]{x+1}-x^3\right)$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
4) $e^{2x+1}\ln^2\left(\sqrt[3]{x+1}-x^3\right)$.

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
4) $e^{2x+1}\ln^2\left(\sqrt[3]{x+1}-x^3\right)$.

Решение. Последнее действие —

$$\mathbf{e^{2x+1}}\cdot\ln^{\mathbf{2}}\left(\sqrt[3]{x+1}-\mathbf{x^3}\right)$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
4) $e^{2x+1} \ln^2 \left(\sqrt[3]{x+1} - x^3 \right)$.

Решение. Последнее действие — произведение.

$$\mathbf{e^{2x+1}} \cdot \ln^{\mathbf{2}} \left(\sqrt[3]{x+1} - \mathbf{x^3} \right)$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

5) $\dfrac{2^{2x+3}-3^{2x+3}}{\sin\sqrt{2x+3}-x^2}$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

5) $\dfrac{2^{2x+3}-3^{2x+3}}{\sin\sqrt{2x+3}-x^2}$.

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

5) $\dfrac{2^{2x+3}-3^{2x+3}}{\sin\sqrt{2x+3}-x^2}$.

Решение. Последнее действие —

$$\frac{\mathbf{2^{2x+3}-3^{2x+3}}}{\sin\sqrt{\mathbf{2x+3}}-\mathbf{x^2}}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

5) $\dfrac{2^{2x+3}-3^{2x+3}}{\sin\sqrt{2x+3}-x^2}$.

Решение. Последнее действие — деление.

$$\frac{\mathbf{2^{2x+3}-3^{2x+3}}}{\sin\sqrt{\mathbf{2x+3}}-\mathbf{x^2}}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

б) $\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

б) $\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
б) $\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение. Последнее действие —

$$\arcsin^4 \mathbf{x} - \dfrac{\mathbf{3-4x}}{\mathbf{x^2-1}}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

б) $\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение. Последнее действие — вычитание.

$$\arcsin^4 \mathbf{x} - \frac{\mathbf{3-4x}}{\mathbf{x^2-1}}$$

Вернёмся к лекции или **рассмотрим другой вспомогательный пример?**

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x};$

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x};$

3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x;$

4) $\delta(x) = e^{2x+1} \ln^2 x;$

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x};$

6) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' =$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' =$

Последнее действие — возведение в куб.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}.$

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' =$

Последнее действие — возведение в куб.

$$\left(t^3\right)' = 3t^2.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3 \ \bullet^2$

Последнее действие — возведение в куб.

$$\left(t^3\right)' = 3t^2.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3 \sin^2 \sqrt{x} \cdot$

Последнее действие — возведение в куб.

$$\left(t^3\right)' = 3t^2.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3 \sin^2 \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3 \sin^2 \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие — вычисление синуса.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие — вычисление синуса.

$$(\sin t)' = \cos t.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \qquad .$

Следующее действие — вычисление синуса.

$$(\sin t)' = \cos t.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие — вычисление синуса.

$$(\sin t)' = \cos t.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3 \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3 \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие — вычисление квадратного корня.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3 \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие — вычисление квадратного корня.

$$\left(\sqrt{t}\right)' = \left(t^{1/2}\right)' =$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos\sqrt{x}\, \cdot$

Следующее действие — вычисление квадратного корня.

$$\left(\sqrt{t}\right)' = \left(t^{1/2}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{t}}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие — вычисление квадратного корня.

$$\left(\sqrt{t}\right)' = \left(t^{1/2}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{t}}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3 \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Следующее действие — вычисление квадратного корня.

$$\left(\sqrt{t}\right)' = \left(t^{1/2}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{t}}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}.$

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}.$

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' =$$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' =$$

Последнее действие — деление.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' =$$

Последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a'b - ab'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{\bullet \cdot \bullet \quad - \quad \bullet \cdot \bullet}{\bullet^2}.$$

Последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a'b - ab'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{\qquad\qquad \cdot \cos 2x - e^{\sqrt{x}} \cdot \qquad\qquad}{\cos^2 2x}.$$

Последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a'b - ab'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot \qquad\qquad \cdot \cos 2x - e^{\sqrt{x}} \cdot \qquad}{\cos^2 2x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \cos 2x - e^{\sqrt{x}} \cdot}{\cos^2 2x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \cos 2x - e^{\sqrt{x}} \cdot (-\sin 2x) \cdot}{\cos^2 2x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \cos 2x - e^{\sqrt{x}} \cdot (-\sin 2x) \cdot 2}{\cos^2 2x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.
$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' =$$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' =$$

Последнее действие — сложение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x$.

Решение.
$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' =$

Последнее действие — сложение.

$$(a - b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' = \qquad\qquad\qquad\qquad + $$

Последнее действие — сложение.

$$(a - b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' = 3^{\sqrt{x+1}} \ln 3 \cdot \qquad\qquad\qquad +$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' = 3^{\sqrt{x+1}} \ln 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} +$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' = 3^{\sqrt{x+1}} \ln 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + 3\cos^2 x \cdot$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' = 3^{\sqrt{x+1}} \ln 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + 3\cos^2 x \cdot (-\sin x).$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x$.

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$$=$$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$$=$$

Последнее действие — произведение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$=$

Последнее действие — произведение.

$$(a \cdot b)' = a' \cdot b + a \cdot b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
4) $\delta(x) = e^{2x+1} \ln^2 x$.

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1} \ln^2 x\right)' =$

$$= \qquad \cdot \qquad + \qquad \cdot$$

Последнее действие — произведение.

$$(a \cdot b)' = a' \cdot b + a \cdot b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$$= \qquad\qquad \cdot \ln^2 x + e^{2x+1} \cdot$$

Последнее действие — произведение.

$$(a \cdot b)' = a' \cdot b + a \cdot b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1} \ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1} \ln^2 x\right)' =$

$$= e^{2x+1} \cdot \quad \cdot \ln^2 x + e^{2x+1} \cdot$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$$= e^{2x+1}\cdot 2\cdot \ln^2 x + e^{2x+1}\cdot$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$$= e^{2x+1}\cdot 2\cdot\ln^2 x + e^{2x+1}\cdot 2\ln x\,\cdot$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$$= e^{2x+1}\cdot 2\cdot\ln^2 x + e^{2x+1}\cdot 2\ln x\cdot\frac{1}{x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$.

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$.

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' =$$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$.

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' =$$

Последнее действие — деление.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}.$

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' =$$

Последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a' \cdot b - a \cdot b'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$.

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' = \frac{\quad \cdot \sin x - \left(x^2 - 2^x\right) \cdot \quad}{\sin^2 x}.$$

Последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a' \cdot b - a \cdot b'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}.$

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' = \frac{(\qquad - \qquad\qquad) \cdot \sin x - \left(x^2 - 2^x\right) \cdot \qquad}{\sin^2 x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$.

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' = \frac{(2x - 2^x \ln 2) \cdot \sin x - \left(x^2 - 2^x\right) \cdot}{\sin^2 x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$.

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' = \frac{(2x - 2^x \ln 2) \cdot \sin x - \left(x^2 - 2^x\right) \cdot \cos x}{\sin^2 x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$=$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$=$

Последнее действие — вычитание.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$=$

Последнее действие — вычитание.

$$(a-b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$$= \qquad\qquad - $$

Последнее действие — вычитание.

$$(a-b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$= 4\arcsin^3 x \cdot \qquad\qquad\qquad -$

Последнее действие — вычитание.

$$(a-b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$= 4\arcsin^3 x \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} -$

Последнее действие — вычитание.

$$(a-b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$$= 4\arcsin^3 x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} -$$

В последнем слагаемом последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$= 4\arcsin^3 x \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} -$

В последнем слагаемом последнее действие — деление.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$= 4\arcsin^3 x \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} -$

В последнем слагаемом последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a' \cdot b - a \cdot b'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$$= 4\arcsin^3 x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{\cdot \left(x^2-1\right) - (3-4x) \cdot}{\left(x^2-1\right)^2}.$$

В последнем слагаемом последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a' \cdot b - a \cdot b'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$$= 4\arcsin^3 x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{(-4)\cdot\left(x^2-1\right) - (3-4x)\cdot}{\left(x^2-1\right)^2}.$$

В последнем слагаемом последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a'\cdot b - a\cdot b'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$$= 4\arcsin^3 x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{(-4)\cdot\left(x^2-1\right) - (3-4x)\cdot 2x}{\left(x^2-1\right)^2}.$$

Вернёмся к лекции или **рассмотрим другой вспомогательный пример?**

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ?

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Функцию.

В каком виде представим ответ? Формулой.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ? Формулой.
Введем переменные.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Функцию.

В каком виде представим ответ? Формулой.

Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Функцию.

В каком виде представим ответ? Формулой.

Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.

Составим уравнение.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Функцию.

В каком виде представим ответ? Формулой.

Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.

Составим уравнение. Арксинус — это функция, обратная синусу на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ? Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.
Составим уравнение. Арксинус — это функция, обратная синусу на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Как мы уже отмечали, основная ассоциация, связанная с понятием обратной функции — **равенства**:
$\sin(\arcsin x) = x \quad$ и $\quad \arcsin(\sin x) = x$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ? Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.
Составим уравнение. Арксинус — это функция, обратная синусу на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Как мы уже отмечали, основная ассоциация, связанная с понятием обратной функции — **равенства**:
$\sin(\arcsin x) = x \quad$ и $\quad \arcsin(\sin x) = x$.

Какое из них выбрать?

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Функцию.

В каком виде представим ответ? Формулой.

Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.

Составим уравнение. Арксинус — это функция, обратная синусу на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Как мы уже отмечали, основная ассоциация, связанная с понятием обратной функции — **равенства**:

$\sin(\arcsin x) = x \quad$ и $\quad \arcsin(\sin x) = x$.

Какое из них выбрать? Нам нужен $(\arcsin x)'$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ? Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.
Составим уравнение. Арксинус — это функция, обратная синусу на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Как мы уже отмечали, основная ассоциация, связанная с понятием обратной функции — **равенства**:
$\boxed{\sin(\arcsin x) = x}$ и $\arcsin(\sin x) = x$.

Какое из них выбрать? Нам нужен $(\arcsin x)'$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.** Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \ \Rightarrow$$

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.** Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \;\Rightarrow\; 1 = \cos(\arcsin x) \cdot$$

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.** Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \;\Rightarrow\; 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)'.$$

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.** Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \;\Rightarrow\; 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)'\,.$$

Таким образом,

$(\arcsin x)' =$

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.** Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \;\Rightarrow\; 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)'.$$

Таким образом,

$(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\cos(\arcsin x)} =$

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \;\Rightarrow\; 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)' .$$

Таким образом,
$(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\underbrace{\cos(\arcsin x)}_{\geq 0}} =$

поскольку $-\dfrac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \dfrac{\pi}{2}$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.** Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \;\Rightarrow\; 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)'.$$

Таким образом,

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\underbrace{\cos(\arcsin x)}_{\geq 0}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin x)}} =$$

поскольку $-\dfrac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \dfrac{\pi}{2}$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \;\Rightarrow\; 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)'\,.$$

Таким образом,
$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\underbrace{\cos(\arcsin x)}_{\geq 0}} = \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2(\arcsin x)}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение.

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а)

Конечно, можно воспользоваться типовым алгоритмом интегрирования дробно-рациональной функции.

Но уж очень громоздко получится...

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

Применим **логарифмическое дифференцирование.**

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*
а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\cdot$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \Bigg($$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \Big($$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) =$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \big($$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b,$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \Big($$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) =$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \Big($$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \Big(3\ln(x-1) +$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) - \right.$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) -\right.$$

$$\left. -2\ln(x) - 4\ln(x+1)\right)' =$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a\cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$= \dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$

$= \dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) -\right.$

$\left.-2\ln(x) - 4\ln(x+1)\right)' =$

$= \dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) -\right.$$

$$\left. -2\ln(x) - 4\ln(x+1)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\frac{3}{x-1} + \qquad\qquad\qquad\qquad\right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a\cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) -\right.$$

$$\left. -2\ln(x) - 4\ln(x+1)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\frac{3}{x-1} + \frac{2x+1}{x^2+x+4} - \qquad\qquad \right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\cdot\left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\cdot\left(3\ln(x-1)+\ln\left(x^2+x+4\right)-\right.$$

$$\left.-2\ln(x)-4\ln(x+1)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\cdot\left(\frac{3}{x-1}+\frac{2x+1}{x^2+x+4}-\frac{2}{x}-\qquad\right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a\cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) -\right.$$

$$\left. -2\ln(x) - 4\ln(x+1)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\frac{3}{x-1} + \frac{2x+1}{x^2+x+4} - \frac{2}{x} - \frac{4}{x+1}\right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\cdot\left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\cdot\left(3\ln(x-1)+\ln\left(x^2+x+4\right)-\right.$$

$$\left.-2\ln(x)-4\ln(x+1)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\cdot\left(\frac{3}{x-1}+\frac{2x+1}{x^2+x+4}-\frac{2}{x}-\frac{4}{x+1}\right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a\cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' =$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' =$

Применим **логарифмическое дифференцирование.**

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x \cdot (\qquad\qquad\qquad)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) =$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x \cdot (\qquad\qquad\qquad)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = \ \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x \cdot (\qquad\qquad\qquad)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a^b) = b\cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x \cdot (x \cdot \qquad)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x\cdot(\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x\cdot (x\cdot\ln(\sin x))' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a^b) = b\cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x \cdot (x \cdot \ln(\sin x))' = \sin^x x \cdot$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$$= \sin^x x \cdot (x \cdot \ln(\sin x))' = \sin^x x \cdot \left(\qquad\qquad\qquad\qquad \right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$$= \sin^x x \cdot (x \cdot \ln(\sin x))' = \sin^x x \cdot \left(\ln(\sin x) + \qquad\qquad\qquad\qquad \right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$$= \sin^x x \cdot (x \cdot \ln(\sin x))' = \sin^x x \cdot \left(\ln(\sin x) + x \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x\right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x\cdot(\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x\cdot (x\cdot\ln(\sin x))' = \sin^x x\cdot\left(\ln(\sin x) + x\cdot\dfrac{1}{\sin x}\cdot\cos x\right).$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a^b) = b\cdot\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$$= \sin^x x \cdot (x \cdot \ln(\sin x))' = \sin^x x \cdot \left(\ln(\sin x) + x \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x \right).$$

Вернёмся к лекции?

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение.

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t \cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = \\ \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = \\ \dfrac{dy}{dx} = \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t \cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t \cos t)'}{} = \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t\cos t)'}{(t + \sin t)'} = \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t\cos t)'}{(t+\sin t)'} = \underline{\hspace{6cm}}. \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t\cos t)'}{(t+\sin t)'} = \dfrac{1\cdot}{\rule{4.5cm}{0.4pt}}. \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t \cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t \cos t)'}{(t + \sin t)'} = \dfrac{1 \cdot \cos t -}{}. \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t\cos t)'}{(t + \sin t)'} = \dfrac{1 \cdot \cos t - t \cdot}{}. \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t\cos t)'}{(t+\sin t)'} = \dfrac{1\cdot\cos t - t\cdot\sin t}{}. \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t\cos t)'}{(t + \sin t)'} = \dfrac{1 \cdot \cos t - t \cdot \sin t}{1+}. \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t\cos t)'}{(t + \sin t)'} = \dfrac{1 \cdot \cos t - t \cdot \sin t}{1 + \cos t}. \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\cos t - t\sin t}{1 + \cos t}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t\cos t)'}{(t + \sin t)'} = \dfrac{1 \cdot \cos t - t \cdot \sin t}{1 + \cos t}. \end{cases}$$

Пример 18. *Найти производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\cos t - t\sin t}{1 + \cos t}. \end{cases}$$

Вернёмся к лекции?

Задача XXVI.13. (Ответ приведен на стр.5686.) Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Задача XXVI.14. (Ответ приведен на стр.5721.) Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4 \sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos \sqrt{1-\sin^2 x} + \lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}} - \dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Задача XXVI.15. (Ответ приведен на стр.5800.) Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2 \cdot \ln^x x)'$; **г)** $(x^{x^x})'$.

Задача XXVI.16. (Ответ приведен на стр.5848.) Найдите производные функций, **заданных параметрически**: **а)** $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Задача XXVI.17. (Ответ приведен на стр.5886.) Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$

е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Задача XXVII.18. (Ответ приведен на стр.5989.) Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Задача XXVII.19. (Ответ приведен на стр.6021.) Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Задача XXVII.20. (Ответ приведен на стр.6053.) Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Задача XXVII.21. (Ответ приведен на стр.6083.) Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Выполним лабораторную работу на построение касательной, проходящей через точку вне графика функции?

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение.

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение. Типовой план применения производной для оптимизации величины:

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение. Типовой план применения производной для оптимизации величины:
1) понять, какую величину необходимо оптимизировать;

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение. Типовой план применения производной для оптимизации величины:
1) понять, какую величину необходимо оптимизировать;
2) выразить оптимизируемую величину как функцию от некоторой величины;

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение. Типовой план применения производной для оптимизации величины:
1) понять, какую величину необходимо оптимизировать;
2) выразить оптимизируемую величину как функцию от некоторой величины;
3) исследовать полученную функцию на минимум или максимум;

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение. Типовой план применения производной для оптимизации величины:

1) понять, какую величину необходимо оптимизировать;

2) выразить оптимизируемую величину как функцию от некоторой величины;

3) исследовать полученную функцию на минимум или максимум;

4) интерпретировать результат в терминах исходной модели.

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение. Типовой план применения производной для оптимизации величины:

1) понять, какую величину необходимо оптимизировать;
2) выразить оптимизируемую величину как функцию от некоторой величины;
3) исследовать полученную функцию на минимум или максимум;
4) интерпретировать результат в терминах исходной модели.

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение. Типовой план применения производной для оптимизации величины:

1) понять, какую величину необходимо оптимизировать;

2) выразить оптимизируемую величину как функцию от некоторой величины;

3) исследовать полученную функцию на минимум или максимум;

4) интерпретировать результат в терминах исходной модели.

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение. Типовой план применения производной для оптимизации величины:

1) понять, какую величину необходимо оптимизировать;

Итак, оптимизировать надо ***время движения.***

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

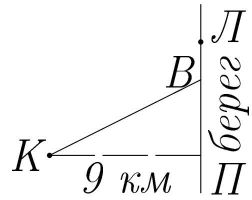
Решение. Типовой план применения производной для оптимизации величины:

1) понять, какую величину необходимо оптимизировать;

Итак, оптимизировать надо ***время движения.***

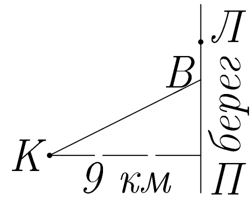
Для упрощения реализации **остальных пунктов плана** перейдем к иллюстрации геометрического характера.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки. $T_{\min}$?*



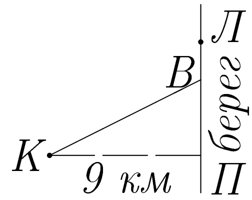
Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим **стратегию составления уравнений.**

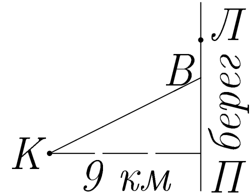
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.*
ПЛ$=15$ *км,* B — *точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

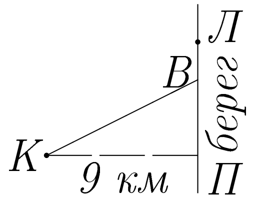
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ$=$ 15 км, B — точка высадки. $T_{\min}$?*



Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку причаливания.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*= 15 *км*, *B — точка высадки.* $T_{\min}$?

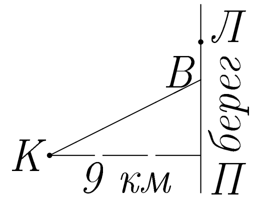


Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку причаливания.

В каком виде представим ответ?

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*

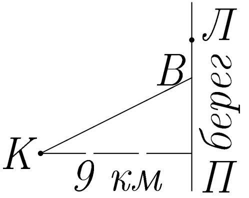


Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку причаливания.

В каком виде представим ответ? В качестве ответа укажем,

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*

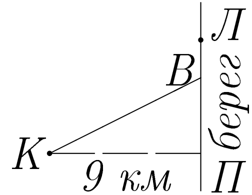


Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку причаливания.

В каком виде представим ответ? В качестве ответа укажем, например, расстояние в километрах от точки берега, ближайшей к кораблю, до точки причаливания.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.*
ПЛ$=15$ *км*, $\quad B$ — *точка высадки.* $T_{\min}$?



Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим **стратегию составления уравнений.**

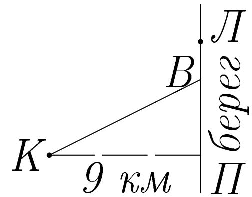
Что надо найти? Точку причаливания.

В каком виде представим ответ? В качестве ответа укажем, например, расстояние в километрах от точки берега, ближайшей к кораблю, до точки причаливания.

Можно было бы, например, указать

расстояние от лагеря до точки причаливания или

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим **стратегию составления уравнений.**

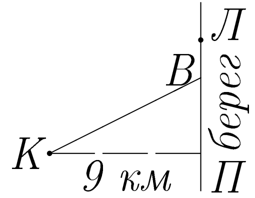
Что надо найти? Точку причаливания.

В каком виде представим ответ? В качестве ответа укажем, например, расстояние в километрах от точки берега, ближайшей к кораблю, до точки причаливания.

Можно было бы, например, указать

расстояние от лагеря до точки причаливания или $\angle$ПКБ.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки. $T_{\min}$?*



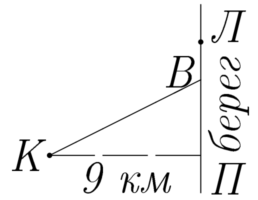
Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку причаливания.

В каком виде представим ответ? В качестве ответа укажем, например, расстояние в километрах от точки берега, ближайшей к кораблю, до точки причаливания.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим **стратегию составления уравнений.**

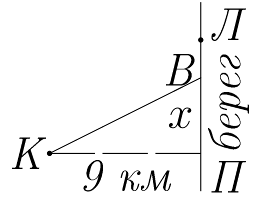
Что надо найти? Точку причаливания.

В каком виде представим ответ? В качестве ответа укажем, например, расстояние в километрах от точки берега, ближайшей к кораблю, до точки причаливания.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Пусть x — расстояние в километрах от точки, ближайшей к кораблю, до точки, в которой надо пристать, $T(x)$ — время, затраченное на весь путь.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, В — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. Для реализации **остальных пунктов плана** применим **стратегию составления уравнений.**

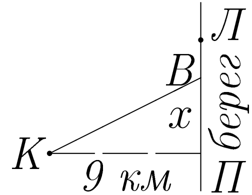
Что надо найти? Точку причаливания.

В каком виде представим ответ? В качестве ответа укажем, например, расстояние в километрах от точки берега, ближайшей к кораблю, до точки причаливания.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Пусть x — расстояние в километрах от точки, ближайшей к кораблю, до точки, в которой надо пристать, $T(x)$ — время, затраченное на весь путь.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$=15$ *км,* $\quad B$ *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*

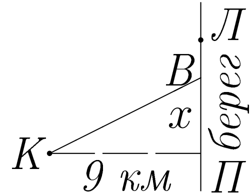


Решение.

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.*
ПЛ$=15$ *км,* $\quad B$ *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



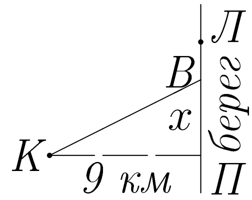
Решение.

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$= 15$ *км,* B — *точка высадки.* $T_{\min}$*?*



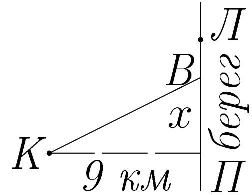
Решение. $T(x) =$

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ*$= 15$ *км,* $\quad B$ *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) =$

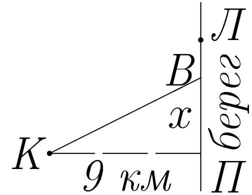
Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Движение проходило в 2 этапа, поэтому искомое время представим

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ$=15$ км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x)=$

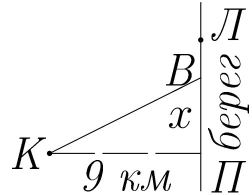
Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Движение проходило в 2 этапа, поэтому искомое время представим суммой времени, затраченного на плавание и времени движения пешком.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$=15$ *км,* B — *точка высадки.* $T_{\min}$*?*



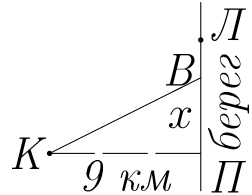
Решение. $T(x) = \qquad\qquad +$

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь. Движение проходило в 2 этапа, поэтому искомое время представим суммой времени, затраченного на плавание и времени движения пешком.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$=15$ *км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \qquad\qquad +$

Составим уравнение.

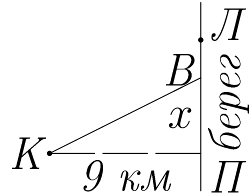
Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Движение проходило в 2 этапа, поэтому искомое время представим суммой времени, затраченного на плавание и времени движения пешком.

Продолжительность каждого этапа найдем как

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ*$= 15$ *км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \qquad\qquad +$

Составим уравнение.

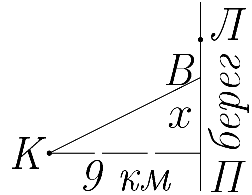
Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Движение проходило в 2 этапа, поэтому искомое время представим суммой времени, затраченного на плавание и времени движения пешком.

Продолжительность каждого этапа найдем как
отношение расстояния к скорости движения.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ$=15$ км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \underline{\qquad\qquad} + \underline{\qquad\quad}.$

Составим уравнение.

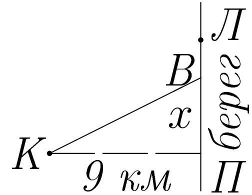
Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Движение проходило в 2 этапа, поэтому искомое время представим суммой времени, затраченного на плавание и времени движения пешком.

Продолжительность каждого этапа найдем как

отношение расстояния к скорости движения.



Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.*
ПЛ$= 15$ *км,* B — *точка высадки.* $T_{\min}$*?*

Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81 + x^2}}{\quad} + \dfrac{\quad}{\quad}$.

Составим уравнение.

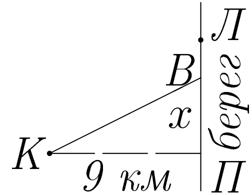
Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Движение проходило в 2 этапа, поэтому искомое время представим суммой времени, затраченного на плавание и времени движения пешком.

Продолжительность каждого этапа найдем как
отношение расстояния к скорости движения.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ$=15$ км, $\quad B$ — точка высадки. $T_{\min}$?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \underline{\qquad}$.

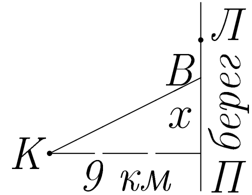
Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Движение проходило в 2 этапа, поэтому искомое время представим суммой времени, затраченного на плавание и времени движения пешком.

Продолжительность каждого этапа найдем как отношение расстояния к скорости движения.



Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.*
ПЛ $= 15$ *км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*

Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{}.$

Составим уравнение.

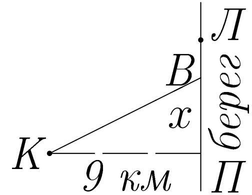
Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Движение проходило в 2 этапа, поэтому искомое время представим суммой времени, затраченного на плавание и времени движения пешком.

Продолжительность каждого этапа найдем как
отношение расстояния к скорости движения.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$= 15$ *км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

Составим уравнение.

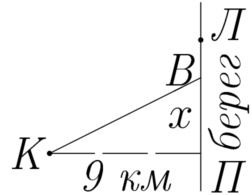
Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Движение проходило в 2 этапа, поэтому искомое время представим суммой времени, затраченного на плавание и времени движения пешком.

Продолжительность каждого этапа найдем как отношение расстояния к скорости движения.

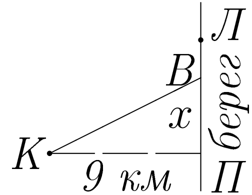
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* $ПЛ = 15$ *км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81 + x^2}}{4} + \dfrac{15 - x}{5}.$

$T'(x) =$

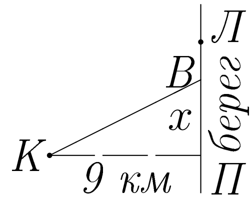
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* $ПЛ = 15$ *км,* B — *точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

$T'(x) =$ $\qquad\qquad\qquad$ $-$

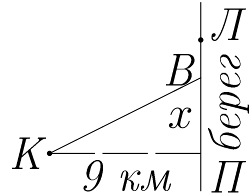
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ$=15$ км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} -$$

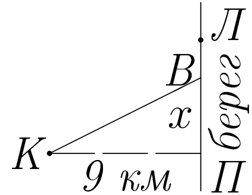
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км,   B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ*$= 15$ *км,* $\quad B$ *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*

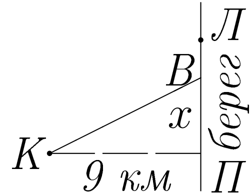


Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$

$$T'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*

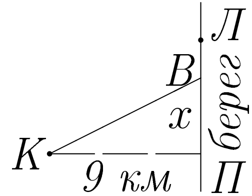


Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$

$$T'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} = \frac{1}{5},$$ откуда

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



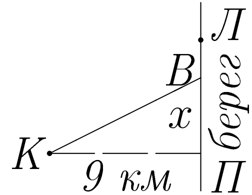
Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$

$$T'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} = \frac{1}{5},$$ откуда

$$5x = 4\sqrt{81+x^2},$$

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, $\quad B$ — точка высадки. $T_{\min}$?*

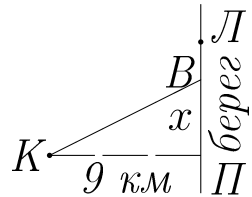


Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$

$$T'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} = \frac{1}{5},$$ откуда

$$5x = 4\sqrt{81+x^2}, \quad 25x^2 = 16(81+x^2),$$



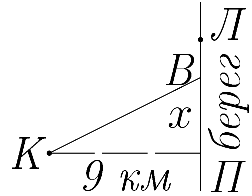
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ*$=15$ *км,* $\quad B$ *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*

Решение. $T(x)=\dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4}+\dfrac{15-x}{5}$.

$$T'(x)=\frac{x}{4\sqrt{81+x^2}}-\frac{1}{5}.$$

$$T'(x)=0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}}=\frac{1}{5},$$ откуда

$$5x=4\sqrt{81+x^2}, \quad 25x^2=16(81+x^2), \quad 9x^2=16\cdot 81,$$



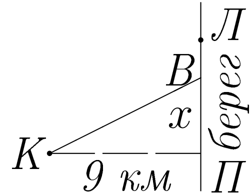
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ$=$ 15 км, $\quad B$ — точка высадки.* $T_{\min}$*?*

Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$

$$T'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} = \frac{1}{5},$$ откуда

$$5x = 4\sqrt{81+x^2}, \quad 25x^2 = 16(81+x^2), \quad 9x^2 = 16\cdot 81, \quad x = \pm 12.$$



Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ*$=15$ *км, $\quad B$ — точка высадки.* $T_{\min}$*?*

Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

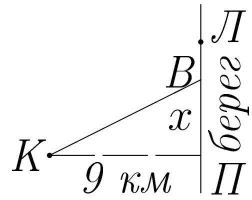
$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$

$T'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{x}{4\sqrt{81+x^2}} = \dfrac{1}{5}$, откуда

$5x = 4\sqrt{81+x^2}, \quad 25x^2 = 16(81+x^2), \quad 9x^2 = 16\cdot 81, \quad x = \pm 12.$

Ясно, что $0 \leqslant x \leqslant 15$, поэтому $x =$

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки. $T_{\min}$?*



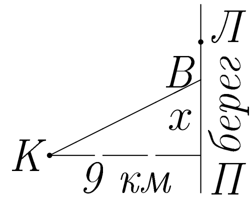
Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$

$$T'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} = \frac{1}{5},$$ откуда

$$5x = 4\sqrt{81+x^2}, \quad 25x^2 = 16(81+x^2), \quad 9x^2 = 16\cdot 81, \quad x = \pm 12.$$

Ясно, что $0 \leqslant x \leqslant 15$, поэтому $x = 12$.



Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ$=15$ км, B — точка высадки. $T_{\min}$?*

Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$

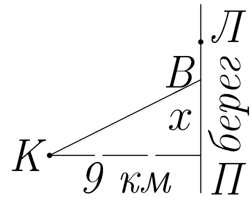
$$T'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} = \frac{1}{5},$$ откуда

$$5x = 4\sqrt{81+x^2}, \quad 25x^2 = 16(81+x^2), \quad 9x^2 = 16\cdot 81, \quad x = \pm 12.$$

Ясно, что $0 \leqslant x \leqslant 15$, поэтому $x = 12$.

Ответ.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки. $T_{\min}$?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$

$T'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{x}{4\sqrt{81+x^2}} = \dfrac{1}{5}$, откуда

$5x = 4\sqrt{81+x^2}, \quad 25x^2 = 16(81+x^2), \quad 9x^2 = 16\cdot 81, \quad x = \pm 12.$

Ясно, что $0 \leqslant x \leqslant 15$, поэтому $x = 12$.

Ответ. Курьер должен пристать в точке, отстоящей на 12 км от точки берега, ближайшей к кораблю. **К лекции** или **ещё пример?**

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Надо найти *круг*.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Надо найти *круг.*
В каком виде представим ответ?

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти *круг.*

В каком виде представим ответ?

Ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например,

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти *круг.*

В каком виде представим ответ?

Ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например,

его положение относительно других фигур (исключая исходный прямоугольник), или «физические характеристики» объекта, идеализированной моделью которого является этот круг («плотность материала», цвет и т.п.).

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Надо найти *круг.*
В каком виде представим ответ?
Ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например,
его положение относительно других фигур (исключая исходный прямоугольник), или «физические характеристики» объекта, идеализированной моделью которого является этот круг («плотность материала», цвет и т.п.).
Поэтому для однозначного ответа достаточно будет указать, например, *радиус* или *диаметр* этого круга.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Надо найти *круг*.
В каком виде представим ответ? Укажем диаметр круга.
Ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например,
его положение относительно других фигур (исключая исходный прямоугольник), или «физические характеристики» объекта, идеализированной моделью которого является этот круг («плотность материала», цвет и т.п.).
Поэтому для однозначного ответа достаточно будет указать, например, *радиус* или *диаметр* этого круга.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти *круг*.

В каком виде представим ответ? Укажем диаметр круга.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти *круг.*

В каком виде представим ответ? Укажем диаметр круга.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Как обычно, первым из параметров, обозначенных буквами, будет искомый параметр: диаметр искомого круга. Обозначим его через d. Точнее, пусть d — длина диаметра искомого круга *в сантиметрах.*

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти *круг.*

В каком виде представим ответ? Укажем диаметр круга.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

d — диаметр искомого круга *в сантиметрах.*

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Надо найти *круг.*
В каком виде представим ответ? Укажем диаметр круга.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
d — диаметр искомого круга *в сантиметрах.*
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*

Первый этап: надо найти *круг*.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*
Первый этап: надо найти *круг.*
Второй этап: ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например,

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*
Первый этап: надо найти *круг.*
Второй этап: ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например, его положение относительно других фигур (исключая исходный прямоугольник), или «физические характеристики» объекта, идеализированной моделью которого является этот круг («плотность материала», цвет и т.п.).

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*
Первый этап: надо найти *круг.*
Второй этап: ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например, его положение относительно других фигур (исключая исходный прямоугольник), или «физические характеристики» объекта, идеализированной моделью которого является этот круг («плотность материала», цвет и т.п.). Поэтому для однозначного ответа достаточно будет указать, например, *радиус* или *диаметр* этого круга.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Третий этап: сразу указать, чему равен искомый диаметр, не представляется возможным. Поэтому введем переменные.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Третий этап: сразу указать, чему равен искомый диаметр, не представляется возможным. Поэтому введем переменные. Как обычно, первым из параметров, обозначенных буквами, будет искомый параметр: диаметр искомого круга. Обозначим его через d. Точнее, пусть d — длина диаметра искомого круга *в сантиметрах.*

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Третий этап: сразу указать, чему равен искомый диаметр, не представляется возможным. Поэтому введем переменные. Как обычно, первым из параметров, обозначенных буквами, будет искомый параметр: диаметр искомого круга. Обозначим его через d. Точнее, пусть d — длина диаметра искомого круга *в сантиметрах*. Мы оставляем за собой право вводить остальные переменные по мере необходимости.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Третий этап: сразу указать, чему равен искомый диаметр, не представляется возможным. Поэтому введем переменные. Как обычно, первым из параметров, обозначенных буквами, будет искомый параметр: диаметр искомого круга. Обозначим его через d. Точнее, пусть d — длина диаметра искомого круга *в сантиметрах*. Мы оставляем за собой право вводить остальные переменные по мере необходимости.

Ясно, что мы вряд ли обойдемся без длин сторон исходного прямоугольника. Обозначим их через a и b. Точнее, a и b — длины сторон исходного прямоугольника *в сантиметрах*.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Третий этап: сразу указать, чему равен искомый диаметр, не представляется возможным. Поэтому введем переменные. Как обычно, первым из параметров, обозначенных буквами, будет искомый параметр: диаметр искомого круга. Обозначим его через d. Точнее, пусть d — длина диаметра искомого круга *в сантиметрах*. Мы оставляем за собой право вводить остальные переменные по мере необходимости.

Ясно, что мы вряд ли обойдемся без длин сторон исходного прямоугольника. Обозначим их через a и b. Точнее, a и b — длины сторон исходного прямоугольника *в сантиметрах*.

Будем, для определенности, считать, что $a \leq b$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Четвертый этап. В данном примере мы продемонстрируем, как меняется характер решения задачи при выборе разных величин в качестве основных параметров системы уравнений и неравенств.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. В данном примере «естественный» процесс решения состоит в том, что мы выразим максимизируемую величину (площадь прямоугольника) через какой-либо параметр, потом с помощью процесса нахождения максимального значения найдем, при каком значении этого параметра площадь прямоугольника будет максимальна, и, наконец, выразим d через это значение параметра.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение.

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение.

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.
Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение.

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b =$

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b =$

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$. Поэтому достаточно выразить через d величины a и b. Для этого достаточно составить систему уравнений, связывающих между собой величины a, b, d:

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b =$

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$. Поэтому достаточно выразить через d величины a и b. Для этого достаточно составить систему уравнений, связывающих между собой величины a, b, d:

$$\begin{cases} d^2 = a^2 + b^2, \\ 2a + 2b = 56. \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b =$

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$. Поэтому достаточно выразить через d величины a и b. Для этого достаточно составить систему уравнений, связывающих между собой величины a, b, d:

$$\begin{cases} d^2 = a^2 + b^2, \\ 2a + 2b = 56. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}, \\ b = \dfrac{28 + \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}. \end{cases}$$

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b = \dfrac{28^2 - \left(2d^2 - 28^2\right)}{4} =$

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$. Поэтому достаточно выразить через d величины a и b. Для этого достаточно составить систему уравнений, связывающих между собой величины a, b, d:

$$\begin{cases} d^2 = a^2 + b^2, \\ 2a + 2b = 56. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}, \\ b = \dfrac{28 + \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}. \end{cases}$$

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b = \dfrac{28^2 - \left(2d^2 - 28^2\right)}{4} = 2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$.

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$. Поэтому достаточно выразить через d величины a и b. Для этого достаточно составить систему уравнений, связывающих между собой величины a, b, d:

$$\begin{cases} d^2 = a^2 + b^2, \\ 2a + 2b = 56. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}, \\ b = \dfrac{28 + \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}. \end{cases}$$

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Поэтому $S'(d) = -d$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Поэтому $S'(d) = -d$. Тут мы встречаемся со странным «препятствием». Получается, что экстремум достигается при $d = 0$, что явно невозможно!

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Поэтому $S'(d) = -d$. Тут мы встречаемся со странным «препятствием». Получается, что экстремум достигается при $d = 0$, что явно невозможно! Если вы не в состоянии самостоятельно преодолеть это «препятствие», лучше выразить S как функцию от какой-либо другой величины, например как функцию от a.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Поэтому $S'(d) = -d$. Тут мы встречаемся со странным «препятствием». Получается, что экстремум достигается при $d = 0$, что явно невозможно! Если вы не в состоянии самостоятельно преодолеть это «препятствие», лучше выразить S как функцию от какой-либо другой величины, например как функцию от a.

Это мы сделаем ниже, а сейчас покажем, как преодолеть вышеуказанное «препятствие».

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. На самом деле никакого «препятствия» нет!

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. На самом деле никакого «препятствия» нет! Дело в том, что из уравнения $a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}$ и аналогичного уравнения для b следует, что $d \geq 14\sqrt{2}$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. На самом деле никакого «препятствия» нет! Дело в том, что из уравнения $a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}$ и аналогичного уравнения для b следует, что $d \geq 14\sqrt{2}$. Поэтому мы должны искать экстремумы функции, заданной выражением $S(d) = 2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$, не на всей числовой оси, а только на луче $d \geq 14\sqrt{2}$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. На самом деле никакого «препятствия» нет! Дело в том, что из уравнения $a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}$ и аналогичного уравнения для b следует, что $d \geq 14\sqrt{2}$. Поэтому мы должны искать экстремумы функции, заданной выражением $S(d) = 2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$, не на всей числовой оси, а только на луче $d \geq 14\sqrt{2}$. Для положительных значений переменной d производная $S'(d) = -d$ этой функции отрицательна, поэтому эта функция на указанном луче убывает.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. На самом деле никакого «препятствия» нет! Дело в том, что из уравнения $a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}$ и аналогичного уравнения для b следует, что $d \geq 14\sqrt{2}$. Поэтому мы должны искать экстремумы функции, заданной выражением $S(d) = 2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$, не на всей числовой оси, а только на луче $d \geq 14\sqrt{2}$. Для положительных значений переменной d производная $S'(d) = -d$ этой функции отрицательна, поэтому эта функция на указанном луче убывает. Следовательно, ее максимальное значение достигается при наименьшем допустимом значении переменной d, то есть при $d = 14\sqrt{2}$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней».

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a. Из уравнения $2a + 2b = 56$ получаем $b = 28 - a$, поэтому $S = ab = a(28 - a)$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a. Из уравнения $2a + 2b = 56$ получаем $b = 28 - a$, поэтому $S = ab = a(28 - a)$. Так как $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то нам надо найти максимум этой функции на отрезке $0 \leq a \leq 28$ (на самом деле даже на интервале $(0; 28)$, так как при $a = 0$ и $a = 28$ прямоугольник «вырождается»).

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a. Из уравнения $2a + 2b = 56$ получаем $b = 28 - a$, поэтому $S = ab = a(28 - a)$. Так как $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то нам надо найти максимум этой функции на отрезке $0 \leq a \leq 28$ (на самом деле даже на интервале $(0; 28)$, так как при $a = 0$ и $a = 28$ прямоугольник «вырождается»). Получаем $S'(a) = 28 - 2a$, откуда $S'(a) = 0$ тогда и только тогда, когда $a = 14$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a. Из уравнения $2a + 2b = 56$ получаем $b = 28 - a$, поэтому $S = ab = a(28 - a)$. Так как $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то нам надо найти максимум этой функции на отрезке $0 \leq a \leq 28$ (на самом деле даже на интервале $(0; 28)$, так как при $a = 0$ и $a = 28$ прямоугольник «вырождается»). Получаем $S'(a) = 28 - 2a$, откуда $S'(a) = 0$ тогда и только тогда, когда $a = 14$. Для $0 < a < 14$ имеем $S'(a) > 0$, и для $14 < a < 29$ имеем $S'(a) > 0$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a. Из уравнения $2a + 2b = 56$ получаем $b = 28 - a$, поэтому $S = ab = a(28 - a)$. Так как $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то нам надо найти максимум этой функции на отрезке $0 \leq a \leq 28$ (на самом деле даже на интервале $(0; 28)$, так как при $a = 0$ и $a = 28$ прямоугольник «вырождается»). Получаем $S'(a) = 28 - 2a$, откуда $S'(a) = 0$ тогда и только тогда, когда $a = 14$. Для $0 < a < 14$ имеем $S'(a) > 0$, и для $14 < a < 29$ имеем $S'(a) > 0$. Значит, $a = 14$ является точкой локального максимума.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Мы исследуем функцию на максимум на отрезке $[0; 28]$, поэтому, согласно теореме об экстремуме функции на отрезке, следует еще рассмотреть случаи $a = 0$ и $a = 28$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Мы исследуем функцию на максимум на отрезке $[0;28]$, поэтому, согласно теореме об экстремуме функции на отрезке, следует еще рассмотреть случаи $a = 0$ и $a = 28$.
Поскольку $S(0) = S(28) = 0$, то максимальное значение функции S достигается при $a = b = 14$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Мы исследуем функцию на максимум на отрезке $[0; 28]$, поэтому, согласно теореме об экстремуме функции на отрезке, следует еще рассмотреть случаи $a = 0$ и $a = 28$.
Поскольку $S(0) = S(28) = 0$, то максимальное значение функции S достигается при $a = b = 14$.
При этом $d = \sqrt{a^2 + b^2} = 14\sqrt{2}$, что совпадает с результатом предыдущих вычислений.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. По поводу примененных нами обозначений следует отметить, что, вообще говоря, совместное использование обозначений $S(d)$ и $S(a)$ в рамках решения одной задачи недопустимо, поскольку выражения $2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$ и $a(28 - a)$ отличаются существенно, и замена буквы d на букву a приводит к выражению, задающему другую функцию, чем $a \cdot (28 - a)$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. По поводу примененных нами обозначений следует отметить, что, вообще говоря, совместное использование обозначений $S(d)$ и $S(a)$ в рамках решения одной задачи недопустимо, поскольку выражения $2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$ и $a(28-a)$ отличаются существенно, и замена буквы d на букву a приводит к выражению, задающему другую функцию, чем $a \cdot (28-a)$.
Оправдывает нас, пожалуй, только тот факт, что мы не предполагаем *одновременного* использования этих обозначений на «чистовике», а на «черновике» мы можем себе позволить некоторые вольности.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. По поводу примененных нами обозначений следует отметить, что, вообще говоря, совместное использование обозначений $S(d)$ и $S(a)$ в рамках решения одной задачи недопустимо, поскольку выражения $2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$ и $a(28 - a)$ отличаются существенно, и замена буквы d на букву a приводит к выражению, задающему другую функцию, чем $a \cdot (28 - a)$.
Оправдывает нас, пожалуй, только тот факт, что мы не предполагаем *одновременного* использования этих обозначений на «чистовике», а на «черновике» мы можем себе позволить некоторые вольности.

Вернемся **к лекции** или рассмотрим **другой пример?**

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти?

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Минимальное время изготовления заказа.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Минимальное время изготовления заказа.
В каком виде представим ответ?

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Минимальное время изготовления заказа.
В каком виде представим ответ? Укажем, сколько рабочих делает детали A и сколько — детали B.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум. От какого параметра зависит время изготовления заказа?

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.

От какого параметра зависит время изготовления заказа?

Во-первых, от времени изготовления одной детали,

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.

От какого параметра зависит время изготовления заказа?

Во-первых, от времени изготовления одной детали,

во-вторых, от числа рабочих.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.

От какого параметра зависит время изготовления заказа?

Во-первых, от времени изготовления одной детали,

во-вторых, от числа рабочих.

Обозначим через τ время изготовления одной детали типа A.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.

От какого параметра зависит время изготовления заказа?

Во-первых, от времени изготовления одной детали,

во-вторых, от числа рабочих.

Обозначим через τ время изготовления одной детали типа A.

Тогда время изготовления одной детали типа B равно 2τ.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.
От какого параметра зависит время изготовления заказа?
Во-первых, от времени изготовления одной детали,
во-вторых, от числа рабочих.
Обозначим через τ время изготовления одной детали типа A.
Тогда время изготовления одной детали типа B равно 2τ.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.

Точное значение τ нам неизвестно, поэтому τ надо рассматривать как положительную константу (параметр).

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.

Время исполнения заказа зависит ещё от того, сколько рабочих будут изготовлять детали типа A и сколько — типа B.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.

Время исполнения заказа зависит ещё от того, сколько рабочих будут изготовлять детали типа A и сколько — типа B.
Обозначим, например, через n количество рабочих, занимающихся изготовлением деталей типа A.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.
Время исполнения заказа зависит ещё от того, сколько рабочих будут изготовлять детали типа A и сколько — типа B.
Обозначим, например, через n количество рабочих, занимающихся изготовлением деталей типа A.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.
Все детали A изготовят за $\dfrac{1005 \cdot \tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.
Все детали A изготовят за $\dfrac{1005 \cdot \tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}$.

Время исполнения заказа: $T(n) =$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих. Все детали A изготовят за $\dfrac{1005 \cdot \tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}$.

Время исполнения заказа: $T(n) = \max\limits_{1 \le n \le 192}$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих. Все детали A изготовят за $\dfrac{1005 \cdot \tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}$. Время исполнения заказа: $T(n) = \max\limits_{1 \leq n \leq 192} \left\{ \dfrac{1005 \cdot \tau}{n}, \dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n} \right\}.$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.
Все детали A изготовят за $\dfrac{1005\cdot\tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}$.
Время исполнения заказа: $T(n)=\max\limits_{1\leq n\leq 192}\left\{\dfrac{1005\cdot\tau}{n},\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right\}$.
Минимальность $T(n)$ равносильна минимальности функции
$f(n)=\Bigg|\qquad\qquad\qquad\qquad\Bigg|$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.
Все детали A изготовят за $\dfrac{1005\cdot\tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}$.
Время исполнения заказа: $T(n)=\max\limits_{1\le n\le 192}\left\{\dfrac{1005\cdot\tau}{n},\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right\}$.
Минимальность $T(n)$ равносильна минимальности функции $f(n)=\left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n}-\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.
Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005 \cdot \tau}{n} - \dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}\right|$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005 \cdot \tau}{n} - \dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192-n}\right|$. **Способ I.**

Ясно, что $f(n)$ примет минимальное значение тогда и только тогда, когда выражение под знаком модуля будет «как можно ближе к нулю».

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.**

Перейдем от переменной n, принимающей только натуральные значения, к переменной x, принимающей действительные значения на интервале $(1;192)$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих. Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.** $\dfrac{1005\cdot\tau}{x} = \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}$ при $x = 38.4$, значит, минимум будет либо при $n =$, либо при $n =$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих. Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.** $\dfrac{1005\cdot\tau}{x} = \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}$ при $x = 38.4$, значит, минимум будет либо при $n = 38$, либо при $n = 39$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005 \cdot \tau}{n} - \dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}\right|$. **Способ I.**

Получаем $f(38) > f(39)$, значит, $n = 39$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.**

Получаем $f(38) > f(39)$, значит, $n = 39$.

Надо, правда, еще доказать, что в других точках значение модуля будет больше.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.**

Получаем $f(38) > f(39)$, значит, $n = 39$.

С ростом x имеем $\dfrac{1005\cdot\tau}{x} \searrow$ и $\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x} \nearrow$,

значит $f(39)$ минимально.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.**

Получаем $f(38) > f(39)$, значит, $n = 39$.

Ответ: деталь A должно делать 39 рабочих, а деталь B — остальные 153 рабочих.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n)=\left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n}-\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ II.**

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих. Минимизируем $f(n)=\left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n}-\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ II.** Для того чтобы можно было дифференцировать без проблем, вместо модуля рассмотрим квадрат: $g(x)=\left(\dfrac{1005\cdot\tau}{x}-\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)^2$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих. Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.** Для того чтобы можно было дифференцировать без проблем, вместо модуля рассмотрим квадрат: $g(x) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{x} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)^2$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$g'(x) =$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005 \cdot \tau}{n} - \dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}\right)^2.$ **Способ II.**

$$g'(x) = 2\left(\frac{1005 \cdot \tau}{x} - \frac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - x}\right) \cdot$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\frac{1005\cdot\tau}{n} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2.$ **Способ II.**

$$g'(x) = 2\left(\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)\cdot\left(-\frac{1005\tau}{x^2}-\right.$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2.$ **Способ II.**

$$g'(x) = 2\left(\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)\cdot\left(-\frac{1005\tau}{x^2} - \frac{4020\tau}{(192-x)^2}\right).$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$2\left(\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)\cdot\left(-\frac{1005\tau}{x^2} - \frac{4020\tau}{(192-x)^2}\right) = 0.$$

$$g'(x) = 2\left(\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)\cdot\left(-\frac{1005\tau}{x^2} - \frac{4020\tau}{(192-x)^2}\right).$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n)=\left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n}-\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$2\left(\frac{1005\cdot\tau}{x}-\frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)\cdot\underbrace{\left(-\frac{1005\tau}{x^2}-\frac{4020\tau}{(192-x)^2}\right)}_{<0}=0.$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$2\underbrace{\left(\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)}_{=0}\cdot\underbrace{\left(-\frac{1005\tau}{x^2} - \frac{4020\tau}{(192-x)^2}\right)}_{<0} = 0.$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n)=\left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n}-\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$\frac{1005\cdot\tau}{x}-\frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}=0.$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x} = 0.$$

Дальнейшие рассуждения аналогичны предыдущему случаю.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих. Минимизируем $g(n)=\left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n}-\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.** $\dfrac{1005\cdot\tau}{x}-\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}=0.$

Минимальность $g(39)$ теперь обосновывается тем, что левее от критической точки производная отрицательна, то есть $g(n)$ убывает, а правее — положительна, то есть $g(n)$ — возрастает.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x} = 0.$$

Минимальность $g(39)$ теперь обосновывается тем, что левее от критической точки производная отрицательна, то есть $g(n)$ убывает, а правее — положительна, то есть $g(n)$ — возрастает. **К лекции?**

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*
$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

Решение данной задачи обычно проводится стандартными способами исследования на экстремум функций нескольких переменных, например, с помощью метода множителей Лагранжа, максимизируя функцию

$$\begin{aligned} L(x,y,u,v,\lambda) = \; & (x-y)^2+(u-v)^2+ \\ & +\lambda\left((x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2-1\right). \end{aligned}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*
$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

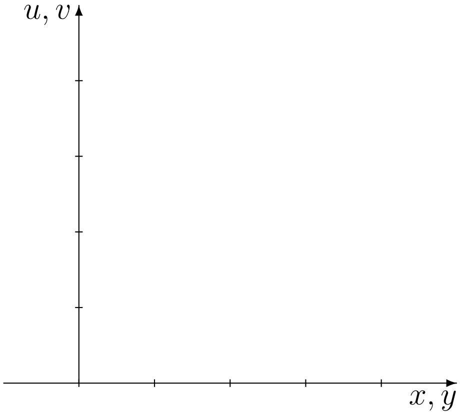
Однако, эта задача была предложена школьникам, будущим абитуриентам Уральского государственного технического университета при проведении олимпиады по математике. Поэтому мы рассмотрим решение, использующее теоретический материал, не выходящий за рамки школьного курса математики.

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*
$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$
Выражение, значение которого надо максимизировать, напоминает выражение в формуле для нахождения расстояния между точками, точнее, квадрата этого расстояния.

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

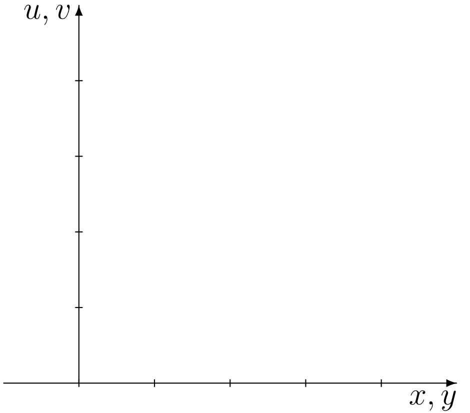
Выражение, значение которого надо максимизировать, напоминает выражение в формуле для нахождения расстояния между точками, точнее, квадрата этого расстояния.



Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

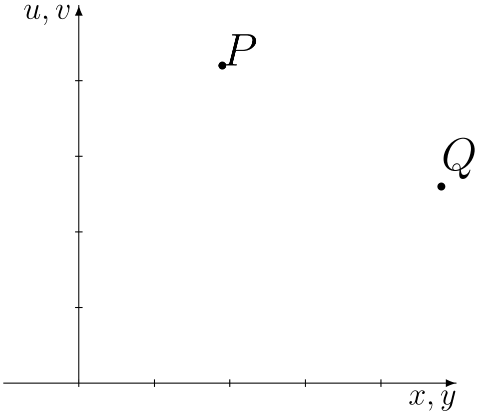
$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

Выражение, значение которого надо максимизировать, напоминает выражение в формуле для нахождения расстояния между точками, точнее, квадрата этого расстояния. Рассмотрим точки P и Q с координатами, соответственно, $(x;\ u)$ и $(y;\ v)$.



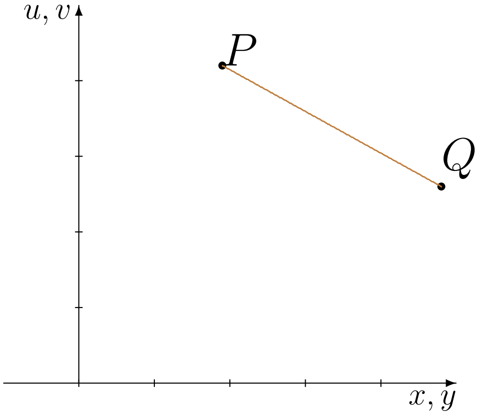
Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*
$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

Выражение, значение которого надо максимизировать, напоминает выражение в формуле для нахождения расстояния между точками, точнее, квадрата этого расстояния. Рассмотрим точки P и Q с координатами, соответственно, $(x;\ u)$ и $(y;\ v)$.



Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*
$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

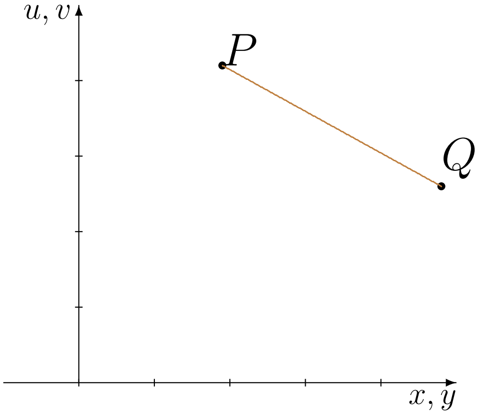
Выражение, значение которого надо максимизировать, напоминает выражение в формуле для нахождения расстояния между точками, точнее, квадрата этого расстояния. Рассмотрим точки P и Q с координатами, соответственно, $(x;\ u)$ и $(y;\ v)$.



Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

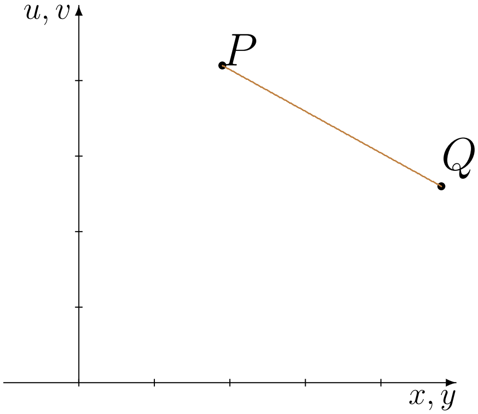
Напрашивается равенство (71) преобразовать к следующему виду:



Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

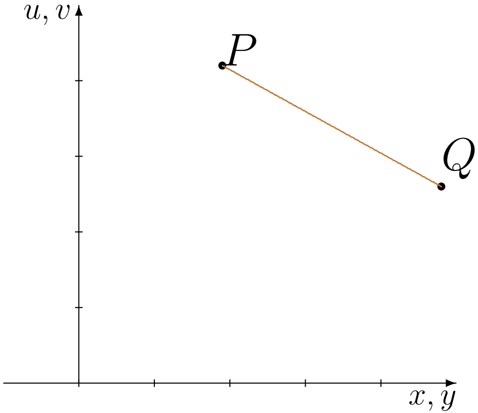
Напрашивается равенство (71) преобразовать к следующему виду:



$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*
$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

Выражение $(x-1)^2+(u-3)^2$ равно квадрату расстояния от P до $K(1;\ 3)$.

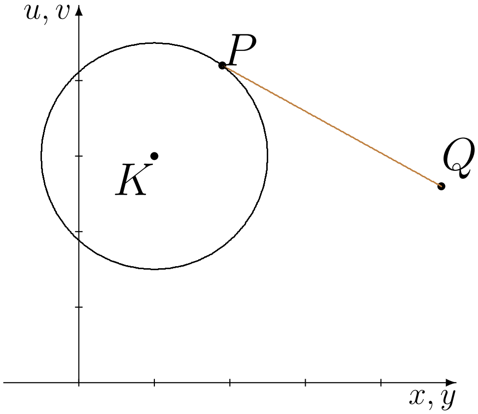


$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

Выражение $(x-1)^2+(u-3)^2$ равно квадрату расстояния от P до $K(1;\ 3)$.

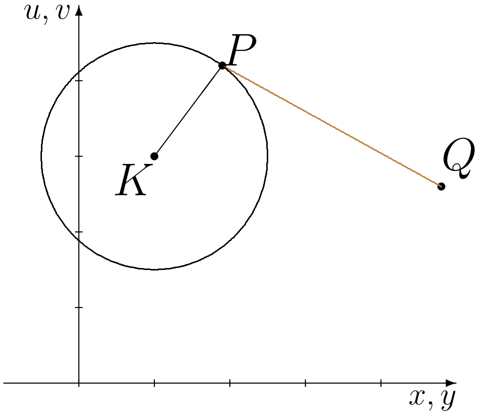


$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

Выражение $(x-1)^2+(u-3)^2$ равно квадрату расстояния от P до $K(1;\ 3)$.



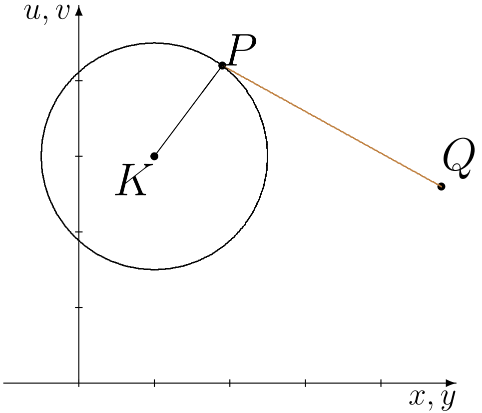
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

Выражение $(x-1)^2+(u-3)^2$ равно квадрату расстояния от P до $K(1;\ 3)$.

Введем переменную: обозначим это расстояние через R. Тогда равенство (72) равносильно системе...

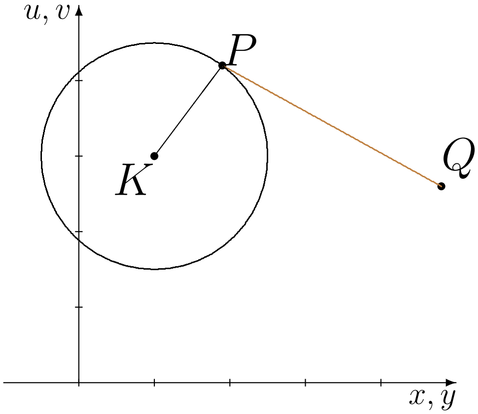


$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

Выражение $(x-1)^2+(u-3)^2$ равно квадрату расстояния от P до $K(1;\ 3)$.



Введем переменную: обозначим это расстояние через R. Тогда равенство (72) равносильно системе...

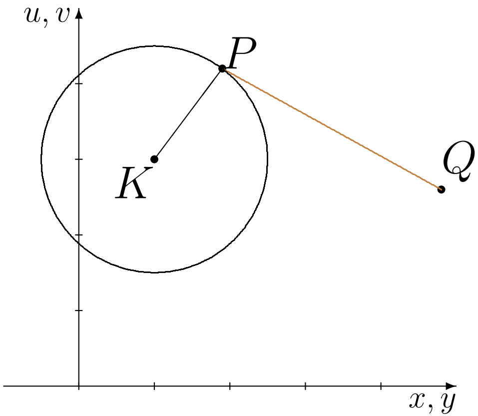
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

Выражение $(x-1)^2+(u-3)^2$ равно квадрату расстояния от P до $K(1;\ 3)$.
Выражение $(y-4)^2+(v-2)^2$ равно квадрату расстояния от Q до $M(4;\ 2)$.

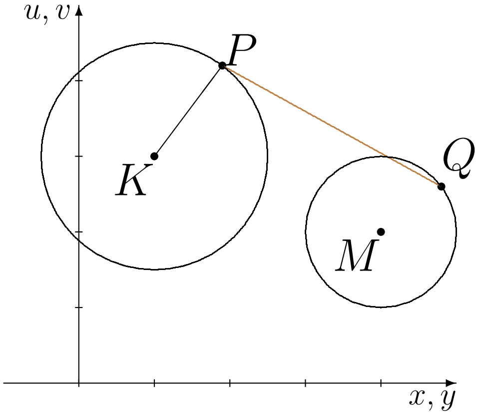


$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*
$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

Выражение $(x-1)^2+(u-3)^2$ равно квадрату расстояния от P до $K(1;\ 3)$.
Выражение $(y-4)^2+(v-2)^2$ равно квадрату расстояния от Q до $M(4;\ 2)$.



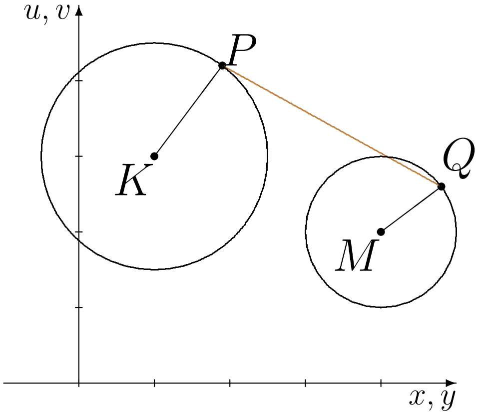
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

Выражение $(x-1)^2+(u-3)^2$ равно квадрату расстояния от P до $K(1;\ 3)$.
Выражение $(y-4)^2+(v-2)^2$ равно квадрату расстояния от Q до $M(4;\ 2)$.



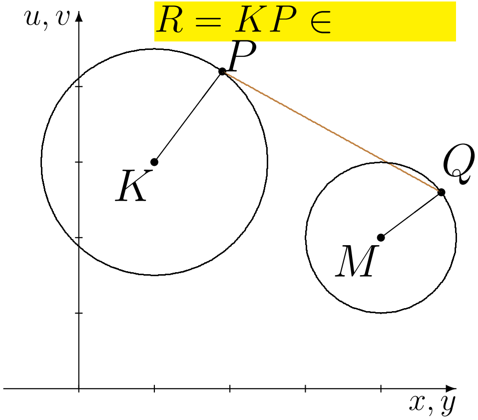
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

Выражение $(x-1)^2+(u-3)^2$ равно квадрату расстояния от P до $K(1;\ 3)$.
Выражение $(y-4)^2+(v-2)^2$ равно квадрату расстояния от Q до $M(4;\ 2)$.



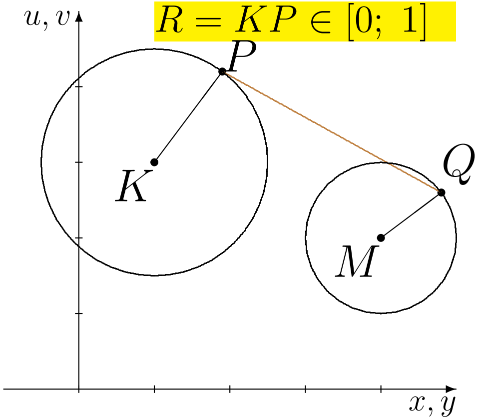
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

Выражение $(x-1)^2+(u-3)^2$ равно квадрату расстояния от P до $K(1;\ 3)$.
Выражение $(y-4)^2+(v-2)^2$ равно квадрату расстояния от Q до $M(4;\ 2)$.



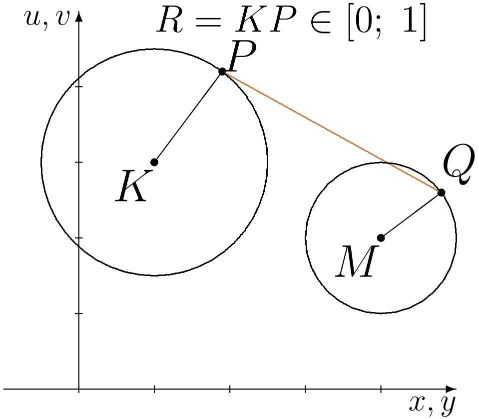
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

Ясно, что длина PQ будет максимальна, когда эти точки находятся в следующей конфигурации...



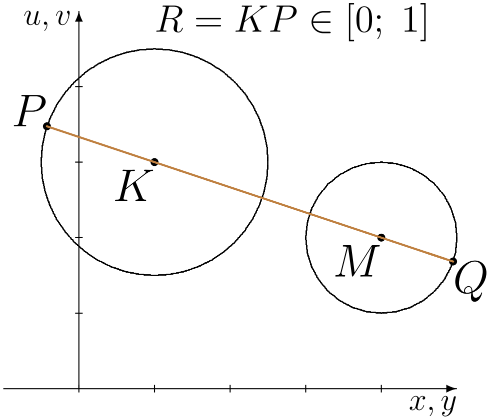
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

Ясно, что длина PQ будет максимальна, когда эти точки находятся в следующей конфигурации...

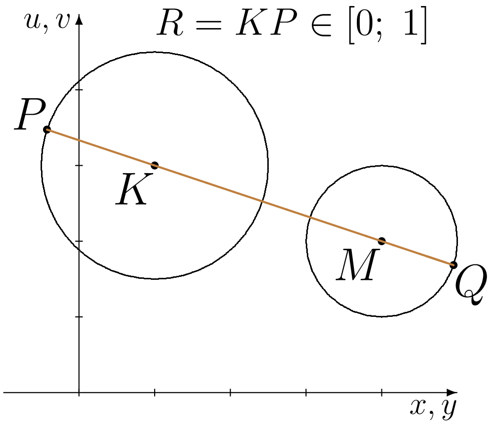


$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$



Если d — длина PQ, то...

$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

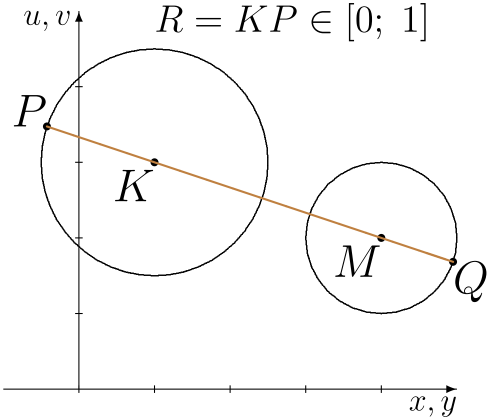
$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$d =$

Если d — длина PQ, то...



$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

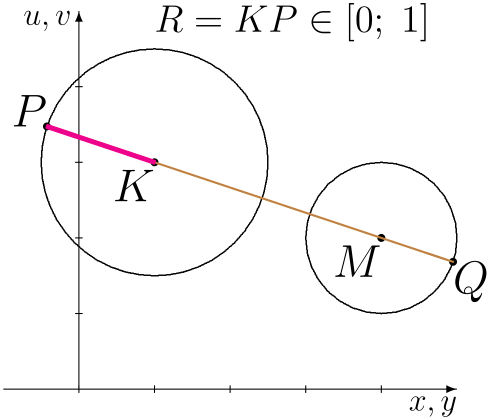
$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

$d =$

Если d — длина PQ, то...

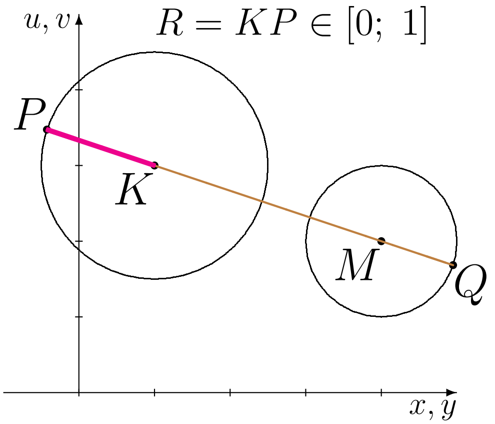


$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$



$d = R+$

Если d — длина PQ, то...

$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

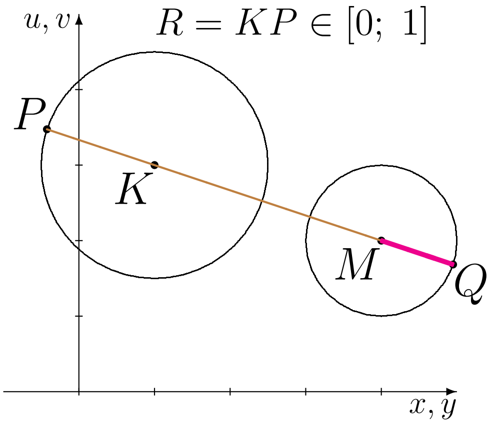
$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$*, если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$d = R+$

Если d — длина PQ, то...



$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

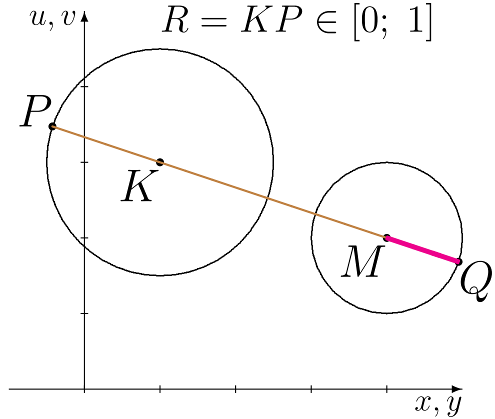
$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

$d = R + \sqrt{1-R^2} +$

Если d — длина PQ, то...



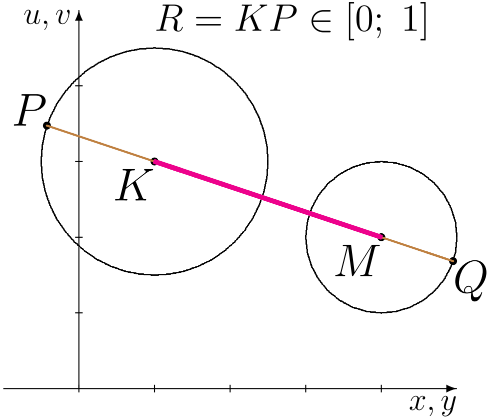
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

$d = R + \sqrt{1-R^2} +$



Если d — длина PQ, то...

$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

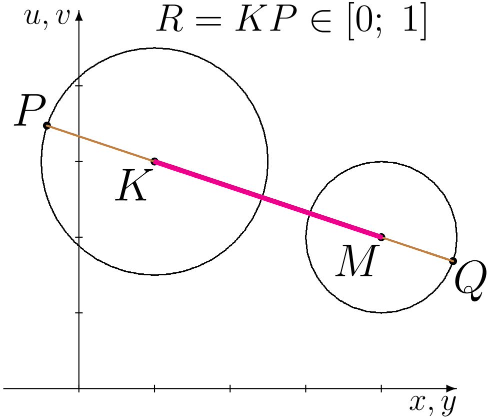
$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d=R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$

Если d — длина PQ, то...

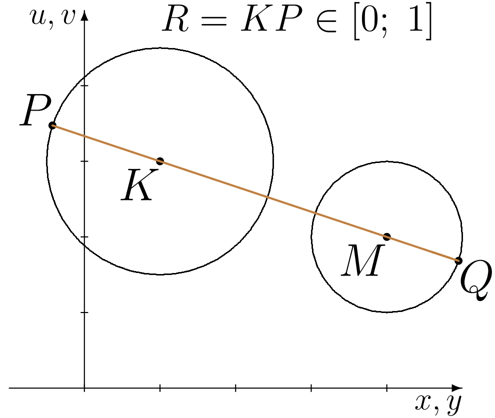


$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*
$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$d = R + \sqrt{1-R^2} + \sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$



$\Bigg\{$

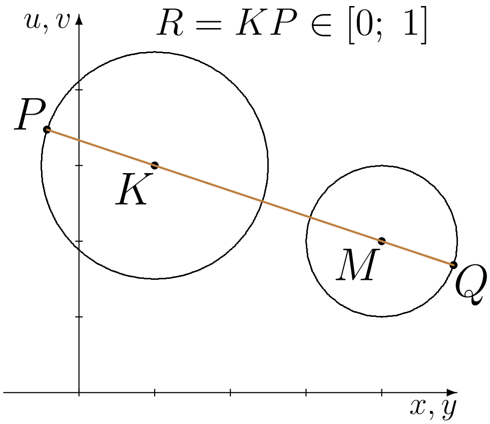
$$(x-1)^2+(u-3)^2 = 1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2 = R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2 = 1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d=R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$



$$\begin{cases} d'(R)=0; \\ \end{cases}$$

$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

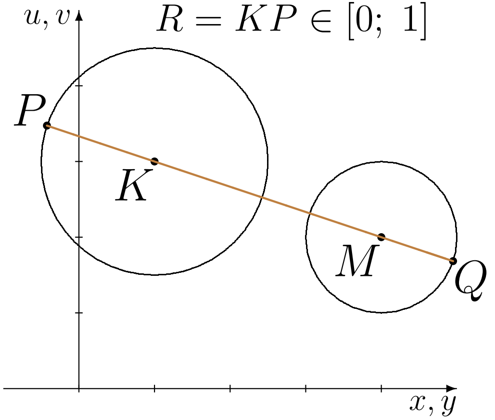
$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d=R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$

$R=KP\in[0;\ 1]$



$$\begin{cases} d'(R)=0; \\ d''(R)<0. \end{cases}$$

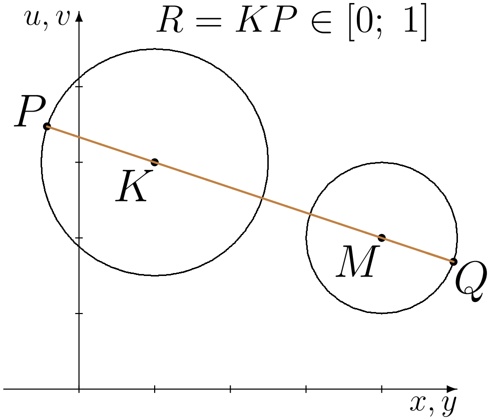
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$*, если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

$$d=R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$



$$\begin{cases} d'(R)=0; \\ d''(R)<0. \end{cases}$$

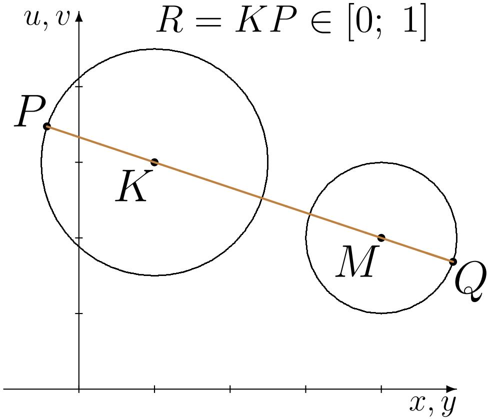
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$*, если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

$$d = R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$



$$\begin{cases} 1+\dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}}=0; \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} d'(R)=0; \\ d''(R)<0. \end{cases}$$

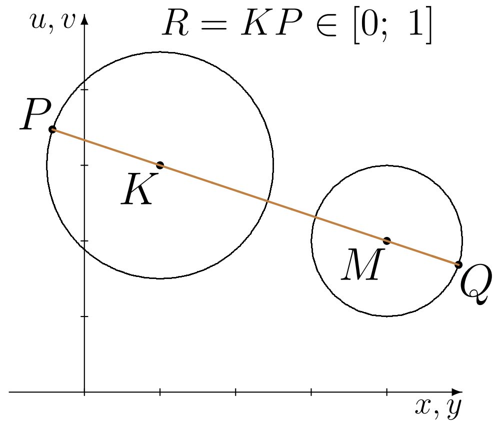
$$(x-1)^2+(u-3)^2 = 1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d=R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$



$$\begin{cases} 1+\dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}}=0; \\ \dfrac{-R^2-1}{(1-R^2)^{3/2}}<0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d'(R)=0; \\ d''(R)<0. \end{cases}$$

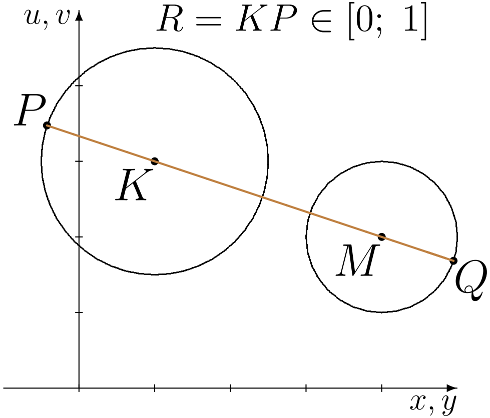
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \tag{71}$$

$$d=R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$



$$\begin{cases} 1+\dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}}=0; \\ \\ \dfrac{-R^2-1}{(1-R^2)^{3/2}}<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R= \\ \\ \end{cases}$$

$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \tag{72}$$

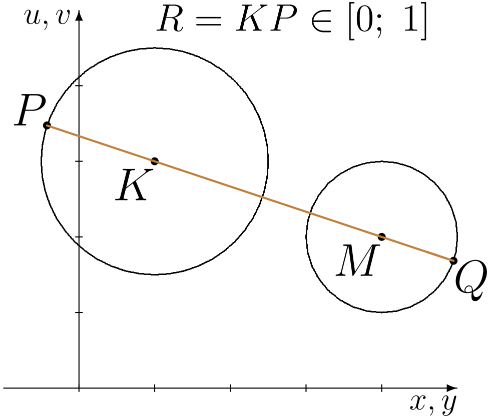
$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \tag{73}$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d = R + \sqrt{1-R^2} + \sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$

$$\begin{cases} 1 + \dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}} = 0; \\ \dfrac{-R^2-1}{(1-R^2)^{3/2}} < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R = \dfrac{1}{\sqrt{2}}, \end{cases}$$



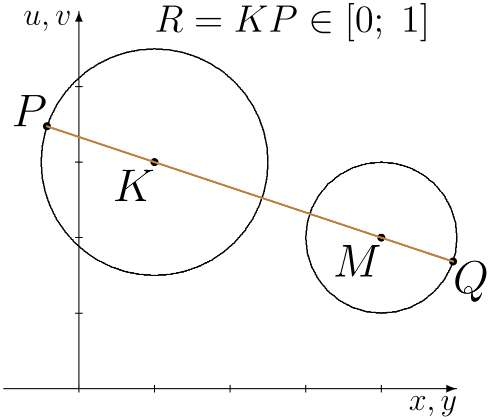
$$(x-1)^2+(u-3)^2 = 1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2 = R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2 = 1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d=R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$



$$\begin{cases} 1+\dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}}=0; \\ \dfrac{-R^2-1}{\left(1-R^2\right)^{3/2}}<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \\ d_{\max}= \end{cases}$$

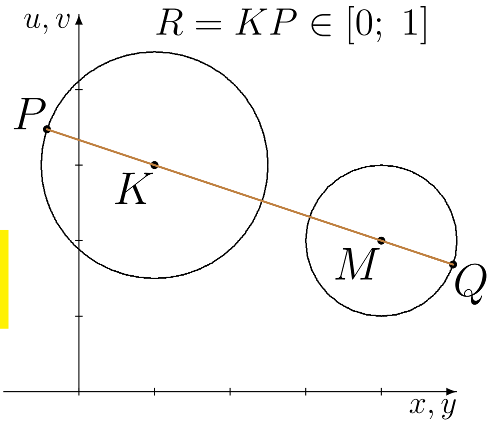
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d=R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$



$$\begin{cases} 1+\dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}}=0; \\[2ex] \dfrac{-R^2-1}{(1-R^2)^{3/2}}<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \\ d_{\max}=\sqrt{2}+\sqrt{10}. \end{cases}$$

$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

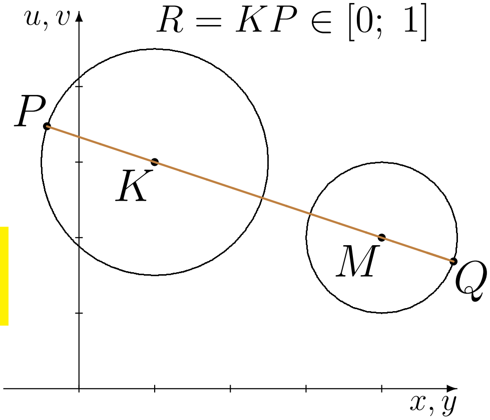
$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$*, если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d=R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$

$$\begin{cases} 1+\dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}}=0; \\ \dfrac{-R^2-1}{\left(1-R^2\right)^{3/2}}<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \\ d_{\max}=\sqrt{2}+\sqrt{10}. \end{cases}$$



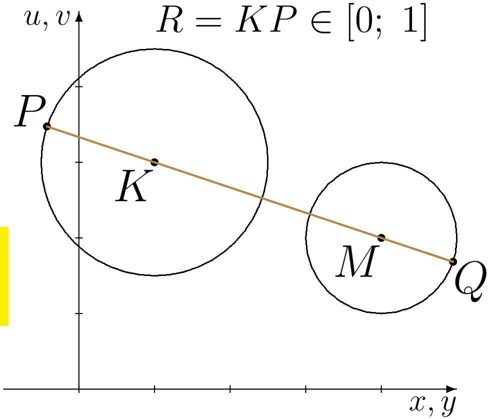
$$(x-1)^2+(u-3)^2=1-(y-4)^2-(v-2)^2. \qquad (72)$$

$$\begin{cases} (x-1)^2+(u-3)^2=R^2; \\ (y-4)^2+(v-2)^2=1-R^2. \end{cases} \qquad (73)$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d=R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$



$$\begin{cases} 1+\dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}}=0; \\ \dfrac{-R^2-1}{(1-R^2)^{3/2}}<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \\ d_{\max}=\sqrt{2}+\sqrt{10}. \end{cases}$$

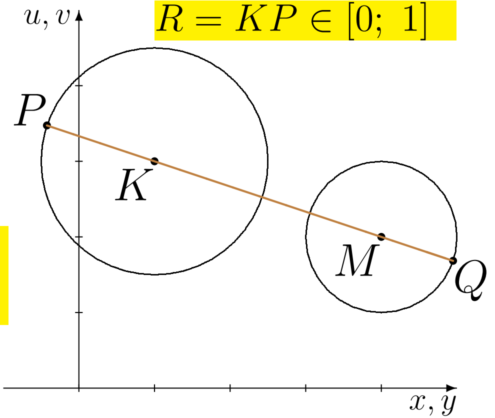
Проверим на концах отрезка:

$$\sqrt{2}+\sqrt{10}=d_{\max}.$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d = R + \sqrt{1-R^2} + \sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$



$$\begin{cases} 1 + \dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}} = 0; \\ \dfrac{-R^2-1}{(1-R^2)^{3/2}} < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R = \dfrac{1}{\sqrt{2}}, \\ d_{\max} = \sqrt{2} + \sqrt{10}. \end{cases}$$

Проверим на концах отрезка:

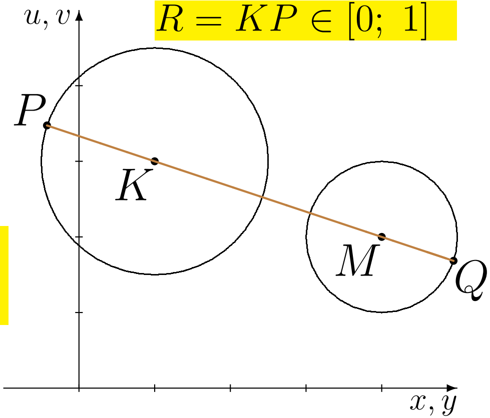
$$\sqrt{2} + \sqrt{10} = d_{\max}.$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d = R + \sqrt{1-R^2} + \sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$

$R = KP \in [0;\ 1]$

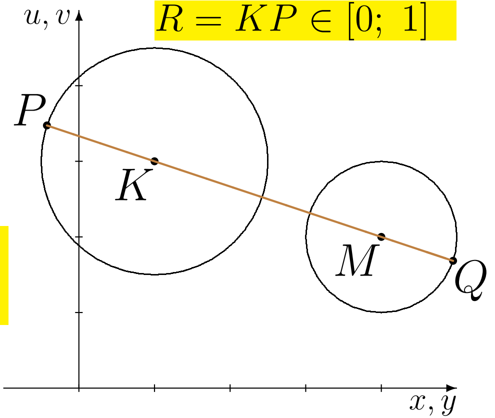


$$\begin{cases} 1 + \dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}} = 0; \\ \dfrac{-R^2-1}{(1-R^2)^{3/2}} < 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R = \dfrac{1}{\sqrt{2}}, \\ d_{\max} = \sqrt{2} + \sqrt{10}. \end{cases}$$

Проверим на концах отрезка:

$d(0) = \qquad \sqrt{2} + \sqrt{10} = d_{\max}.$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*
$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$



$d=R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$

$$\begin{cases} 1+\dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}}=0; \\ \dfrac{-R^2-1}{(1-R^2)^{3/2}}<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \\ d_{\max}=\sqrt{2}+\sqrt{10}. \end{cases}$$

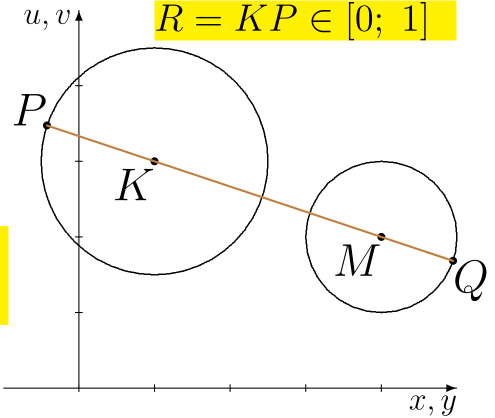
Проверим на концах отрезка:

$d(0)=1+\sqrt{10}= \qquad \sqrt{2}+\sqrt{10}=d_{\max}.$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$R = KP \in [0;\ 1]$



$$d = R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$

$$\begin{cases} 1+\dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}}=0; \\ \dfrac{-R^2-1}{(1-R^2)^{3/2}}<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \\ d_{\max}=\sqrt{2}+\sqrt{10}. \end{cases}$$

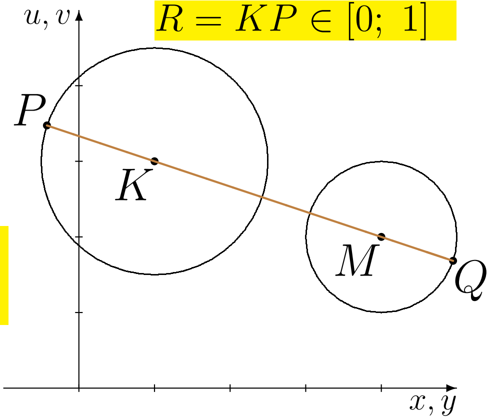
Проверим на концах отрезка:

$$d(0)=1+\sqrt{10}=d(1) \qquad \sqrt{2}+\sqrt{10}=d_{\max}.$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$$d = R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$$



$$\begin{cases} 1+\dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}}=0; \\ \dfrac{-R^2-1}{(1-R^2)^{3/2}}<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \\ d_{\max}=\sqrt{2}+\sqrt{10}. \end{cases}$$

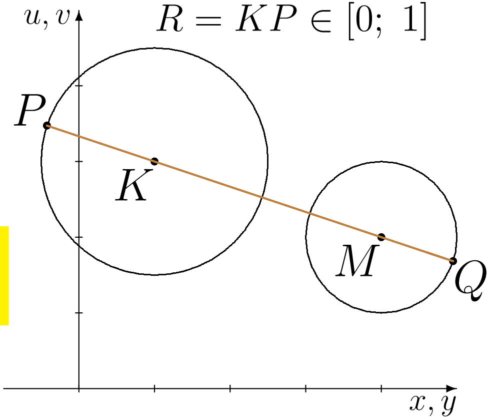
Проверим на концах отрезка:

$$d(0)=1+\sqrt{10}=d(1)<\sqrt{2}+\sqrt{10}=d_{\max}.$$

Пример 22. *Найдите максимум для* $(x-y)^2+(u-v)^2$, *если*

$$(x-1)^2+(y-4)^2+(u-3)^2+(v-2)^2=1. \qquad (71)$$

$d = R+\sqrt{1-R^2}+\sqrt{(4-1)^2+(2-3)^2}.$



$$\begin{cases} 1+\dfrac{-R}{\sqrt{1-R^2}}=0; \\[2ex] \dfrac{-R^2-1}{\left(1-R^2\right)^{3/2}}<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} R=\dfrac{1}{\sqrt{2}}, \\ d_{\max}=\sqrt{2}+\sqrt{10}. \end{cases}$$

Проверим на концах отрезка:

$d(0)=1+\sqrt{10}=d(1)<\sqrt{2}+\sqrt{10}=d_{\max}.$

Вернёмся к лекции?

Задача XXVIII.22. (Ответ приведен на стр.6111.) Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Задача XXVIII.23. (Ответ приведен на стр.6148.) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Задача XXVIII.24. (Ответ приведен на стр.6178.) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Задача XXVIII.25. (Ответ приведен на стр.6211.) Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

XXIX.1. Задачи на оптимизацию геометрических величин

Задача XXIX.26. (Ответ приведен на стр.6251.) В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Задача XXIX.27. (Ответ приведен на стр.6293.) На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Задача XXIX.28. (Ответ приведен на стр.6328.) Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

XXIX.2. Задачи с экономическим содержанием

Задача XXIX.29. (Ответ приведен на стр.6364.) Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Задача XXIX.30. (Ответ приведен на стр.6384.) В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

XXIX.3. Задачи на оптимизацию величин с учётом производительности

Задача XXIX.31. (Ответ приведен на стр.6395.) Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Задача XXIX.32. (Ответ приведен на стр.6406.) В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Задача XXIX.33. (Ответ приведен на стр.6427.) Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

XXIX.4. Задачи на поиск целочисленных решений

Задача XXIX.34. (Ответ приведен на стр.6455.) Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

XXIX.5. Задачи на правило Лопиталя

Задача XXIX.35. (Ответ приведен на стр.6502.) Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$; **г)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение.

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$$\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} =$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$$\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = -2.$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20$ *в окрестности точки* $x=2$.

Решение. $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20=$

$= -2+$

$\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=-2.$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20$ *в окрестности точки* $x=2$.

Решение. $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20=$

$=-2+$

$\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=-2.$

$\dfrac{d}{dx}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$= -2+$

$\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = -2.$

$\dfrac{d}{dx}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(24x^3 - 105x^2 + 144x - 63\right)\Big|_{x=2} =$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$= -2+$

$\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = -2.$

$\dfrac{d}{dx}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(24x^3 - 105x^2 + 144x - 63\right)\Big|_{x=2} =-3.$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$$= -2 + \frac{-3}{1!}(x-2) +$$

$$\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = -2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(24x^3 - 105x^2 + 144x - 63\right)\Big|_{x=2} = -3.$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20$ *в окрестности точки* $x=2$.

Решение. $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20=$

$$=-2+\frac{-3}{1!}(x-2)+$$

$$\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=-2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=\left(24x^3-105x^2+144x-63\right)\Big|_{x=2}=-3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$$= -2 + \frac{-3}{1!}(x-2) +$$

$$\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = -2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(24x^3 - 105x^2 + 144x - 63\right)\Big|_{x=2} = -3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(72x^2 - 210x + 144\right)\Big|_{x=2} =$$

Пример 23. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$$= -2 + \frac{-3}{1!}(x-2) +$$

$$\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = -2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(24x^3 - 105x^2 + 144x - 63\right)\Big|_{x=2} = -3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(72x^2 - 210x + 144\right)\Big|_{x=2} = 12.$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$$= -2 + \frac{-3}{1!}(x-2) + \frac{12}{2!}(x-2)^2 +$$

$$\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = -2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(24x^3 - 105x^2 + 144x - 63\right)\Big|_{x=2} = -3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(72x^2 - 210x + 144\right)\Big|_{x=2} = 12.$$

Пример 23. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить многочлен* $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20$ *в окрестности точки* $x=2$.

Решение. $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20=$

$$= -2+\frac{-3}{1!}(x-2)+\frac{12}{2!}(x-2)^2+$$

$$\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=-2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=\left(24x^3-105x^2+144x-63\right)\Big|_{x=2}=-3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=\left(72x^2-210x+144\right)\Big|_{x=2}=12.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20$ *в окрестности точки* $x=2$.

Решение. $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20=$

$$=-2+\frac{-3}{1!}(x-2)+\frac{12}{2!}(x-2)^2+$$

$$\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=-2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=\left(24x^3-105x^2+144x-63\right)\Big|_{x=2}=-3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=\left(72x^2-210x+144\right)\Big|_{x=2}=12.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=(144x-210)\Big|_{x=2}=$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$$= -2 + \frac{-3}{1!}(x-2) + \frac{12}{2!}(x-2)^2 +$$

$$\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = -2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(24x^3 - 105x^2 + 144x - 63\right)\Big|_{x=2} = -3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(72x^2 - 210x + 144\right)\Big|_{x=2} = 12.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = (144x - 210)\Big|_{x=2} = 78.$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$$= -2 + \frac{-3}{1!}(x-2) + \frac{12}{2!}(x-2)^2 + \frac{78}{3!}(x-2)^3 +$$

$$\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = -2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(24x^3 - 105x^2 + 144x - 63\right)\Big|_{x=2} = -3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(72x^2 - 210x + 144\right)\Big|_{x=2} = 12.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = (144x - 210)\Big|_{x=2} = 78.$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20$ *в окрестности точки* $x=2$.

Решение. $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20=$

$$= -2+\frac{-3}{1!}(x-2)+\frac{12}{2!}(x-2)^2+\frac{78}{3!}(x-2)^3+$$

$$\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=-2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=\left(24x^3-105x^2+144x-63\right)\Big|_{x=2}=-3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=\left(72x^2-210x+144\right)\Big|_{x=2}=12.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=(144x-210)\Big|_{x=2}=78.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20$ *в окрестности точки* $x=2$.

Решение. $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20=$

$$=-2+\frac{-3}{1!}(x-2)+\frac{12}{2!}(x-2)^2+\frac{78}{3!}(x-2)^3+$$

$$\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=-2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=\left(24x^3-105x^2+144x-63\right)\Big|_{x=2}=-3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=\left(72x^2-210x+144\right)\Big|_{x=2}=12.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=(144x-210)\Big|_{x=2}=78.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=(144)\Big|_{x=2}=$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$$= -2 + \frac{-3}{1!}(x-2) + \frac{12}{2!}(x-2)^2 + \frac{78}{3!}(x-2)^3 +$$

$$\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = -2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(24x^3 - 105x^2 + 144x - 63\right)\Big|_{x=2} = -3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = \left(72x^2 - 210x + 144\right)\Big|_{x=2} = 12.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = (144x - 210)\Big|_{x=2} = 78.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20\right)\Big|_{x=2} = (144)\Big|_{x=2} = 144.$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20$ *в окрестности точки* $x=2$.

Решение. $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20=$

$$=-2+\frac{-3}{1!}(x-2)+\frac{12}{2!}(x-2)^2+\frac{78}{3!}(x-2)^3+\frac{144}{4!}(x-2)^4=$$

$$\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=-2.$$

$$\frac{d}{dx}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=\left(24x^3-105x^2+144x-63\right)\Big|_{x=2}=-3.$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=\left(72x^2-210x+144\right)\Big|_{x=2}=12.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=(144x-210)\Big|_{x=2}=78.$$

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(6x^4-35x^3+72x^2-63x+20\right)\Big|_{x=2}=(144)\Big|_{x=2}=144.$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$= -2 +$

$$= -2 + \frac{-3}{1!}(x-2) + \frac{12}{2!}(x-2)^2 + \frac{78}{3!}(x-2)^3 + \frac{144}{4!}(x-2)^4 =$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$= -2 - 3(x-2) +$

$$= -2 + \frac{-3}{1!}(x-2) + \frac{12}{2!}(x-2)^2 + \frac{78}{3!}(x-2)^3 + \frac{144}{4!}(x-2)^4 =$$

Пример 23. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 +$

$$= -2 + \frac{-3}{1!}(x-2) + \frac{12}{2!}(x-2)^2 + \frac{78}{3!}(x-2)^3 + \frac{144}{4!}(x-2)^4 =$$

Пример 23. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить многочлен* $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20$ *в окрестности точки* $x=2$.

Решение. $6x^4-35x^3+72x^2-63x+20=$

$$=-2-3(x-2)+6(x-2)^2+13(x-2)^3+$$

$$=-2+\frac{-3}{1!}(x-2)+\frac{12}{2!}(x-2)^2+\frac{78}{3!}(x-2)^3+\frac{144}{4!}(x-2)^4=$$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

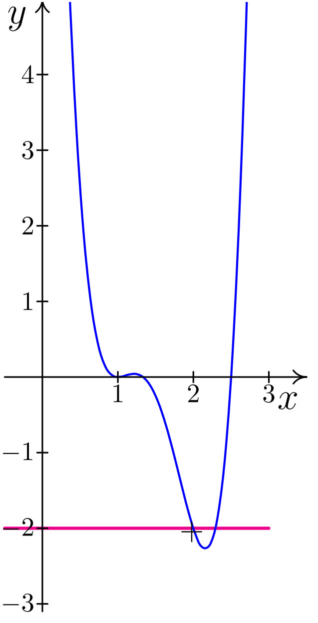
Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$
$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4.$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$
$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4$.
$S_0(x) = -2,$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$
$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4.$
$S_0(x) = -2,$



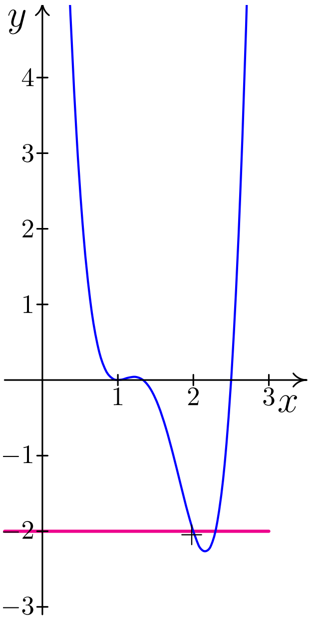
Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4.$

$S_0(x) = -2,$

$S_1(x) = -2 - 3(x-2),$



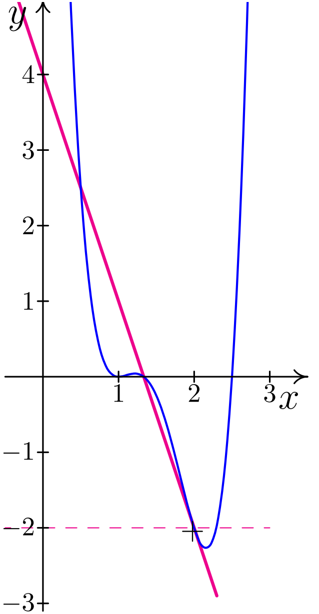
Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

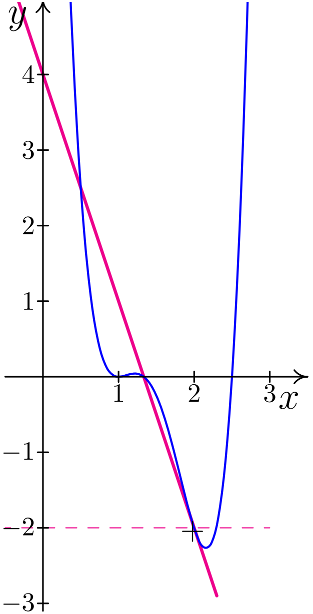
$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4.$

$S_0(x) = -2,$

$S_1(x) = -2 - 3(x-2),$



Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.



Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4.$

$S_0(x) = -2,$

$S_1(x) = -2 - 3(x-2),$

$S_2(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2,$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

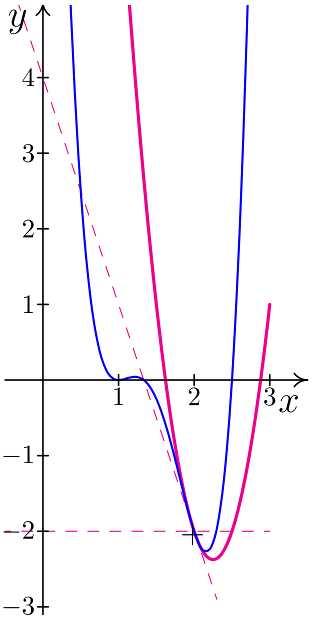
Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4.$

$S_0(x) = -2,$

$S_1(x) = -2 - 3(x-2),$

$S_2(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2,$



Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

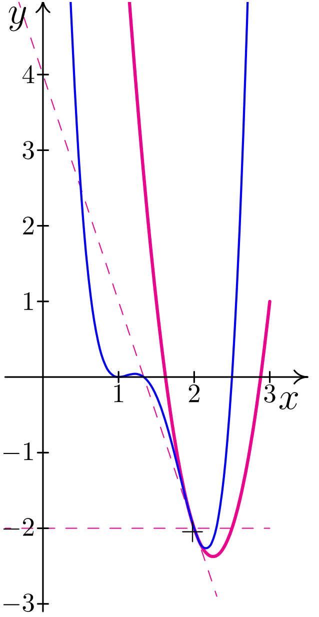
$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4.$

$S_0(x) = -2,$

$S_1(x) = -2 - 3(x-2),$

$S_2(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2,$

$S_3(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3,$



Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$

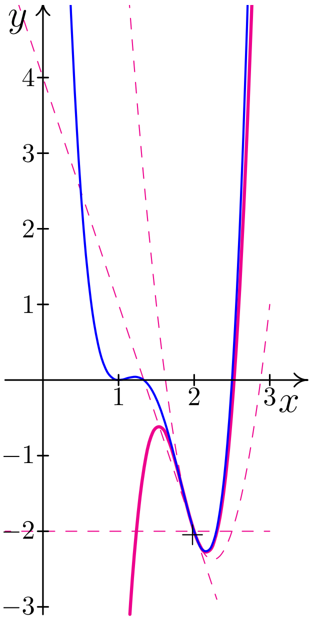
$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4$.

$S_0(x) = -2$,

$S_1(x) = -2 - 3(x-2)$,

$S_2(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2$,

$S_3(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3$,



Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$
$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4$.

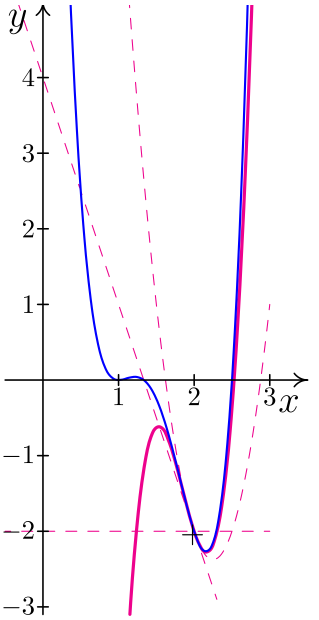
$S_0(x) = -2,$

$S_1(x) = -2 - 3(x-2),$

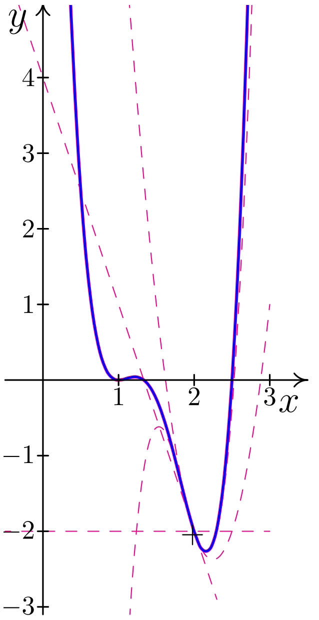
$S_2(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2,$

$S_3(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3,$

$S_4(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 +$
$+ 6(x-2)^4,$



Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.



Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$
$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4.$
$S_0(x) = -2,$
$S_1(x) = -2 - 3(x-2),$
$S_2(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2,$
$S_3(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3,$
$S_4(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 +$
$+6(x-2)^4,$

Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.

Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$
$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4.$

$S_0(x) = -2,$

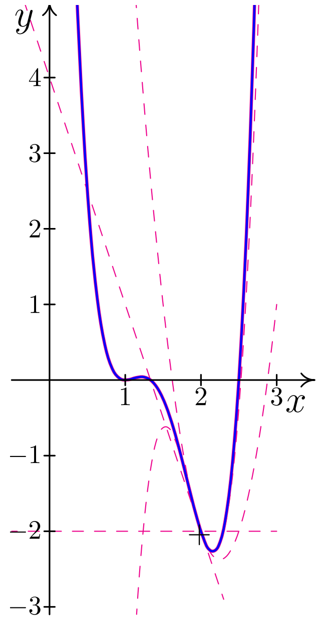
$S_1(x) = -2 - 3(x-2),$

$S_2(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2,$

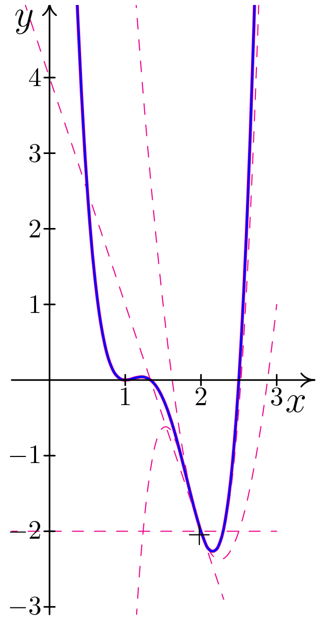
$S_3(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3,$

$S_4(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 +$
$+6(x-2)^4,$

В данном случае $S_4(x)$ совпадает с исходным выражением.



Пример 23. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить многочлен* $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20$ *в окрестности точки* $x = 2$.



Решение. $6x^4 - 35x^3 + 72x^2 - 63x + 20 =$
$= -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 + 6(x-2)^4$.
$S_0(x) = -2$,
$S_1(x) = -2 - 3(x-2)$,
$S_2(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2$,
$S_3(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3$,
$S_4(x) = -2 - 3(x-2) + 6(x-2)^2 + 13(x-2)^3 +$
$+6(x-2)^4$,
В данном случае $S_4(x)$ совпадает с исходным выражением.

Это верно только для многочленов.

Вернёмся к лекции?

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$(\cos x)\Big|_{x=0} =$

$\cos x =$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1,$

$\cos x =$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$(\cos x)\,\Big|_{x=0} = 1,$

$\cos x = 1 +$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\dfrac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} =$

$\cos x = 1 +$

Пример 24. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$(\cos x)\,\big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\dfrac{d}{dx}\cos x\right)\big|_{x=0} = (-\sin x)\,\big|_{x=0} =$

$\cos x = 1 +$

Пример 24. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\,\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} =(-\sin x)\,\Big|_{x=0} =0,$$

$$\cos x =1+$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\big|_{x=0} = (-\sin x)\big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\big|_{x=0} =$$

$$\cos x = 1 +$$

Пример 24. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$(\cos x)\big|_{x=0} = 1,\qquad \left(\dfrac{d}{dx}\cos x\right)\big|_{x=0} = (-\sin x)\big|_{x=0} = 0,$

$\left(\dfrac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\big|_{x=0} = (-\cos x)\big|_{x=0} =$

$\cos x = 1 +$

Пример 24. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$(\cos x)\big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\dfrac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\big|_{x=0} = 0,$

$\left(\dfrac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\big|_{x=0} = -1,$

$\cos x = 1 +$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\Big|_{x=0} = -1,$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$(\cos x)\,\Big|_{x=0} = 1,\qquad \left(\dfrac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\,\Big|_{x=0} = 0,$

$\left(\dfrac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\,\Big|_{x=0} = -1,\qquad \left(\dfrac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} =$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\Big|_{x=0} =$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\,\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\,\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\,\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\,\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\big|_{x=0} = (-\sin x)\big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\big|_{x=0} = (-\cos x)\big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\big|_{x=0} = (\sin x)\big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\big|_{x=0} =$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\cos x)\Big|_{x=0} =$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\,\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\,\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\,\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\,\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\cos x)\,\Big|_{x=0} = 1,$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\cos x)\Big|_{x=0} = 1,$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\big|_{x=0} = (-\sin x)\big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\big|_{x=0} = (-\cos x)\big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\big|_{x=0} = (\sin x)\big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\big|_{x=0} = (\cos x)\big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d^5}{dx^5}\cos x\right)\big|_{x=0} =$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d^5}{dx^5}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} =$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d^5}{dx^5}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0 \ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d^5}{dx^5}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0\ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d^5}{dx^5}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0\ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$*.*

Решение.

$$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d^5}{dx^5}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0\ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d^5}{dx^5}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0\ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\big|_{x=0} = (-\sin x)\big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\big|_{x=0} = (-\cos x)\big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\big|_{x=0} = (\sin x)\big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\big|_{x=0} = (\cos x)\big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d^5}{dx^5}\cos x\right)\big|_{x=0} = (-\sin x)\big|_{x=0} = 0\ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots +$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

$$(\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d}{dx}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

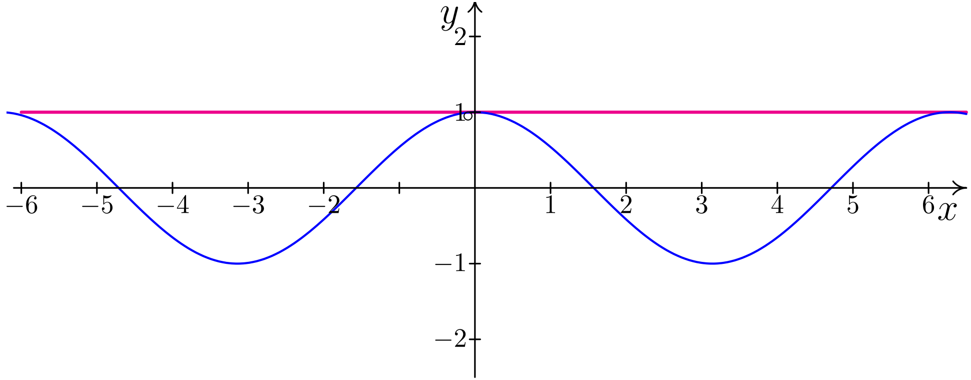
$$\left(\frac{d^2}{dx^2}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\cos x)\Big|_{x=0} = -1, \qquad \left(\frac{d^3}{dx^3}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\sin x)\Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\frac{d^4}{dx^4}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (\cos x)\Big|_{x=0} = 1, \qquad \left(\frac{d^5}{dx^5}\cos x\right)\Big|_{x=0} = (-\sin x)\Big|_{x=0} = 0\ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

Пример 24. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

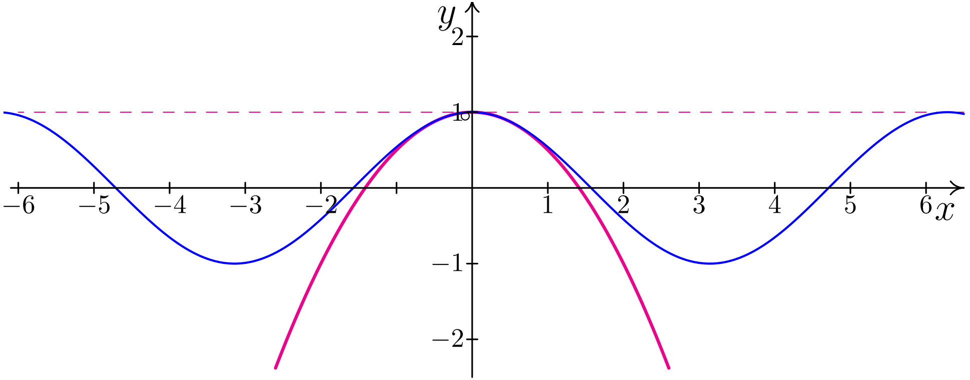


$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$S_0 = S_1 = 1$$

Пример 24. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

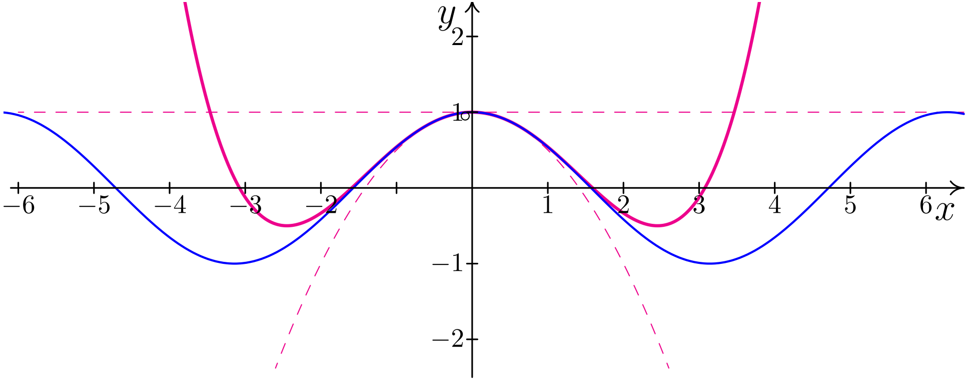


$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$S_2 = S_3 = 1 - \frac{x^2}{2!}$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

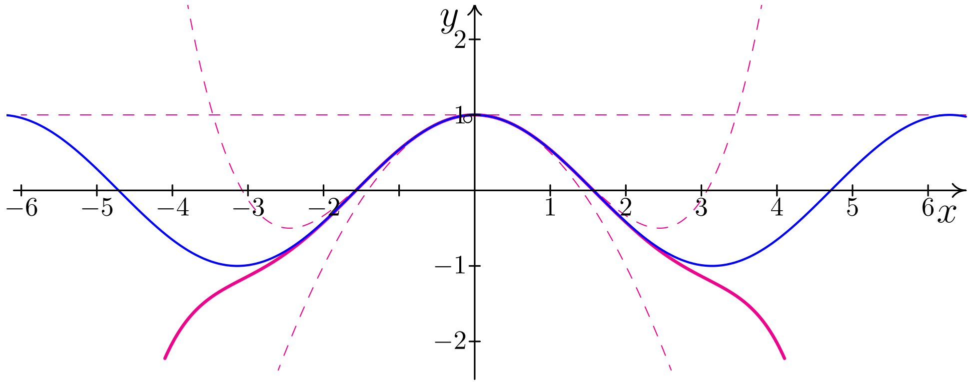


$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$S_4 = S_5 = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}$$

Пример 24. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

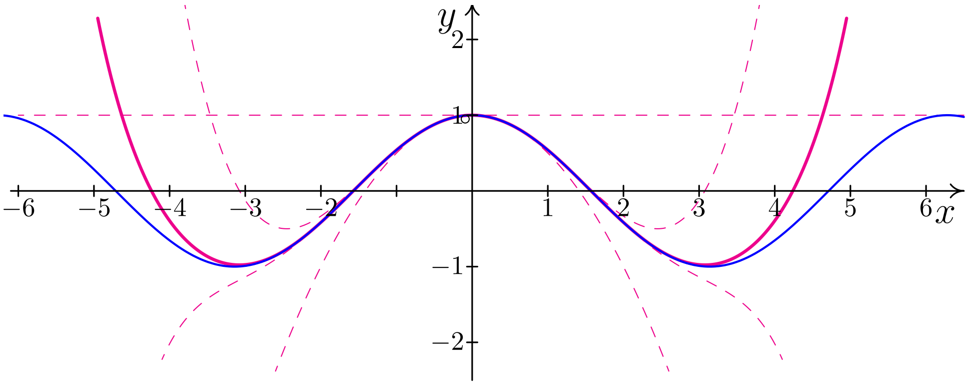


$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$S_6 = S_7 = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!}$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

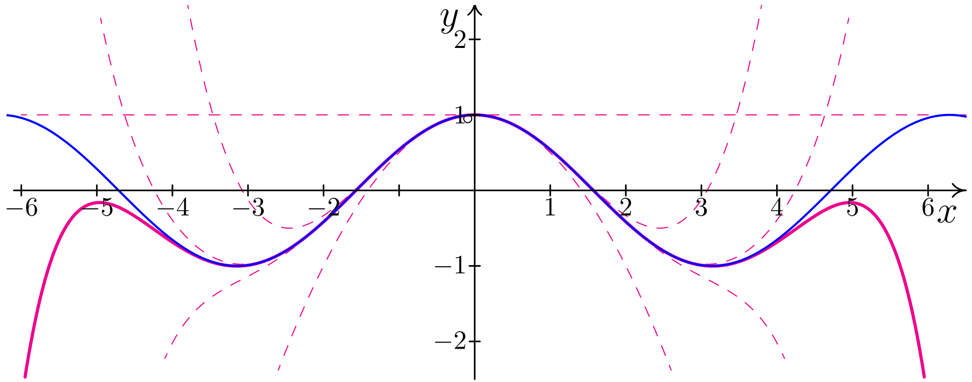


$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$S_8 = S_9 = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!}$$

Пример 24. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

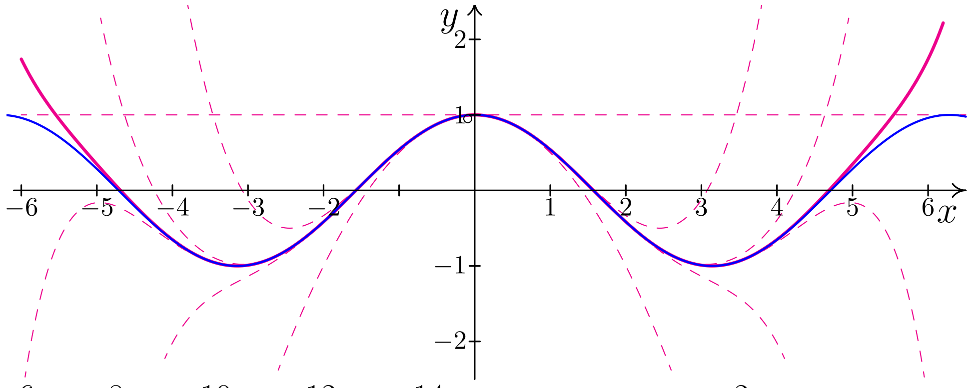


$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$S_{10} = S_{11} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!}$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

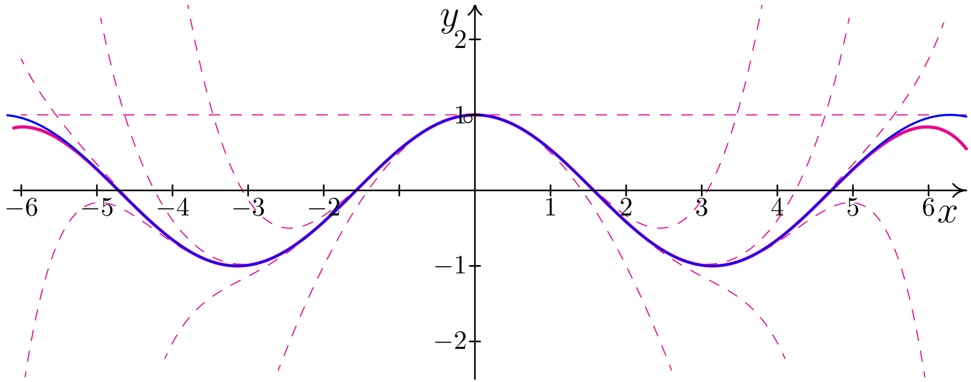


$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$S_{12} = S_{13} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!}$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

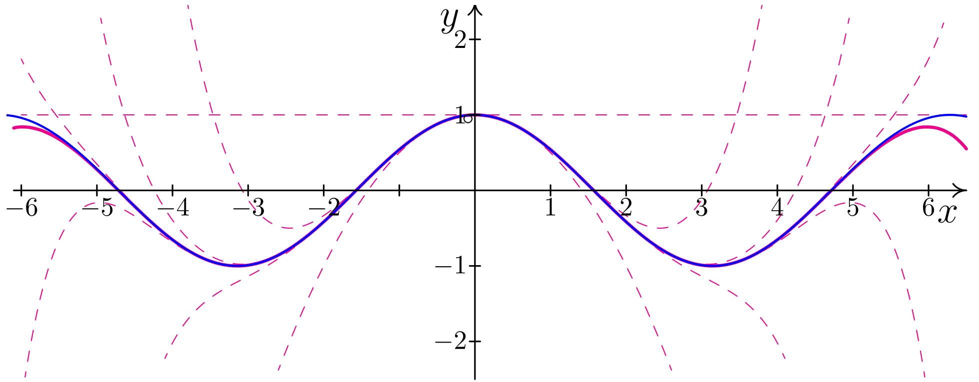


$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$S_{14} = S_{14} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!}.$$

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$*.*

Решение.

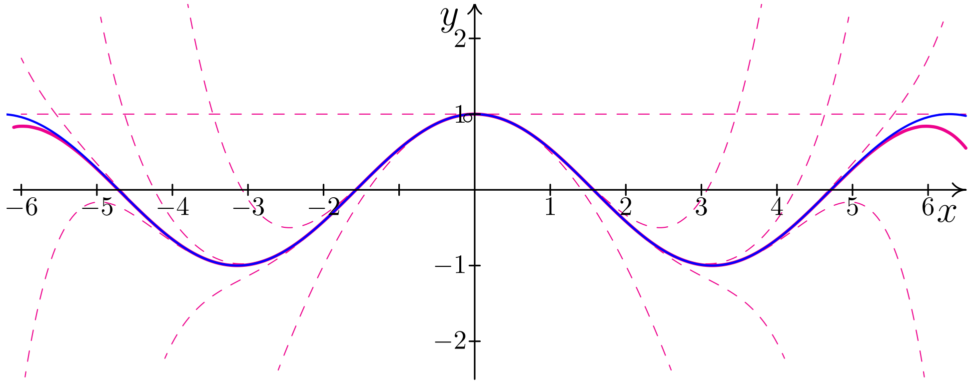


$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

Обратите внимание, что мы с помощью формулы Тейлора восстановили всю исходную функцию ***по маленькой окрестности точки 0*** (см. тему **ряды Тейлора** и **пример**).

Пример 24. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

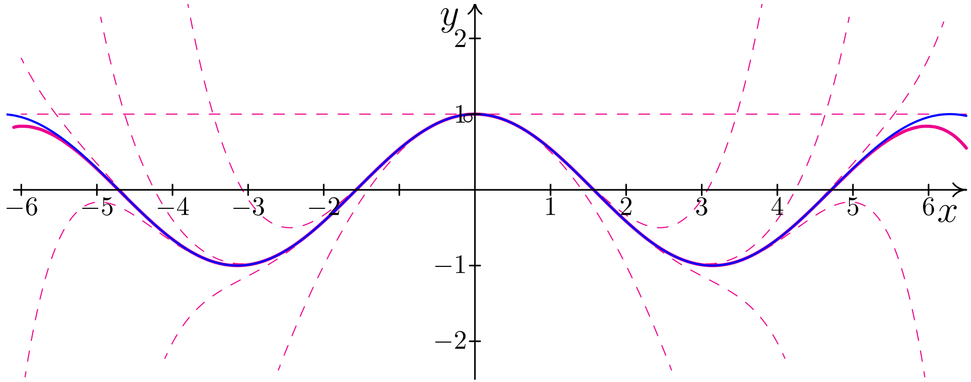


$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

Основные элементарные функции выбраны удачно ещё и потому, что внутри области непрерывности каждая из них может быть аппроксимирована формулой Тейлора, причём в некоторой окрестности этой точки с увеличением n точность аппроксимации увеличивается.

Пример 24. *Используя* **формулу Тейлора,** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.

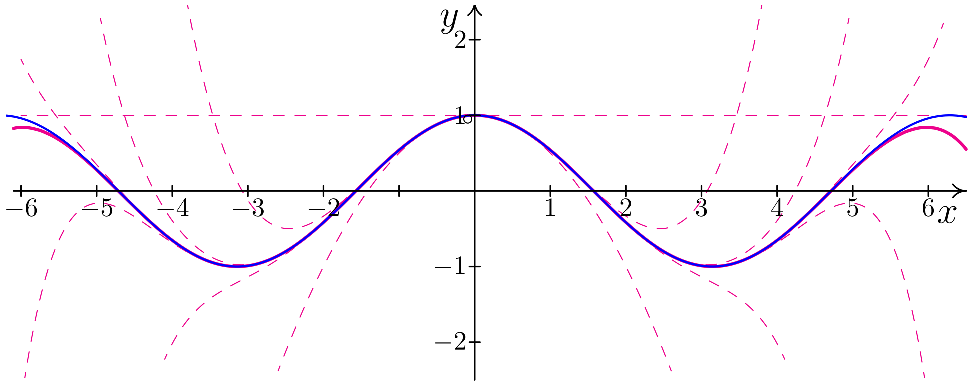


$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

В данном примере в формуле Тейлора с увеличением n точность аппроксимации улучшается на всей числовой оси, хотя использовали только информацию о поведении косинуса в произвольно малой окрестности точки 0.

Пример 24. *Используя* ***формулу Тейлора,*** *разложить функцию* $\cos x$ *в окрестности точки* $x = 0$.

Решение.



$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!} - \frac{x^{14}}{14!} + \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \ldots$$

Вернёмся к лекции?

Задача XXIX.36. (Ответ приведен на стр.6592.) Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Задача XXIX.37. (Ответ приведен на стр.6615.) Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Пример 25. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение.

Пример 25. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение.

Пример 25. *Докажите, что функция* $f(x; y) = \dfrac{xy}{x^2 + y^2}$ *не имеет предела при* $(x; y) \to (0; 0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

Пример 25. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x, kx) =$$

Пример 25. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x,kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot kx}{x^2+(kx)^2} =$$

Пример 25. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x,kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x \cdot kx}{x^2+(kx)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{kx^2}{(1+k^2)x^2} =$$

Пример 25. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x,kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot kx}{x^2+(kx)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{kx^2}{(1+k^2)x^2} = \frac{k}{1+k^2}.$$

Пример 25. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x,kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot kx}{x^2+(kx)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{kx^2}{(1+k^2)x^2} = \frac{k}{1+k^2}.$$

Итак, при разных k получаем разные значения предела.

Пример 25. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x,kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot kx}{x^2+(kx)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{kx^2}{(1+k^2)x^2} = \frac{k}{1+k^2}.$$

Итак, при разных k получаем разные значения предела.

Следовательно, $\lim\limits_{(x;y)\to(0;0)} f(x;y)$

Пример 25. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x,kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot kx}{x^2+(kx)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{kx^2}{(1+k^2)x^2} = \frac{k}{1+k^2}.$$

Итак, при разных k получаем разные значения предела.

Следовательно, $\lim\limits_{(x;y)\to(0;0)} f(x;y)$ не существует.

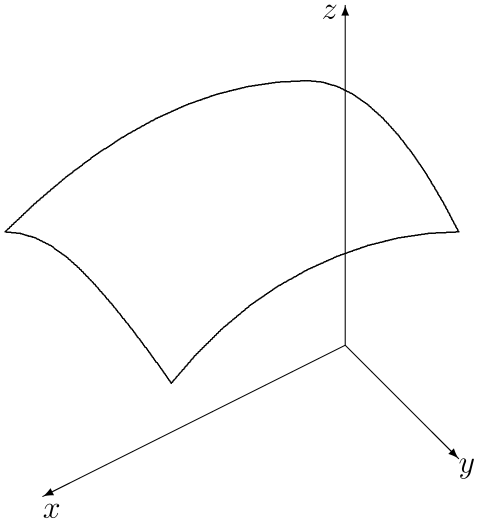
Вернёмся к лекции?

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

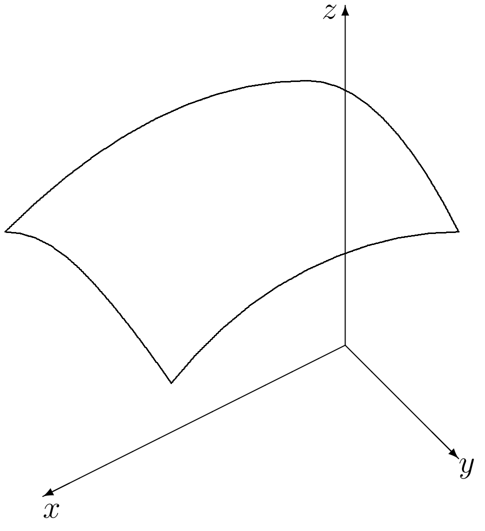
Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.



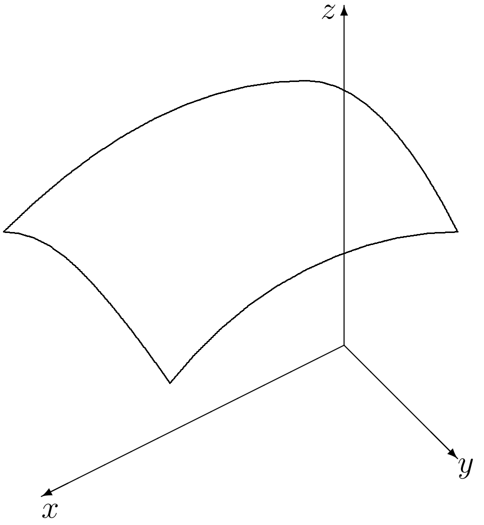
Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это



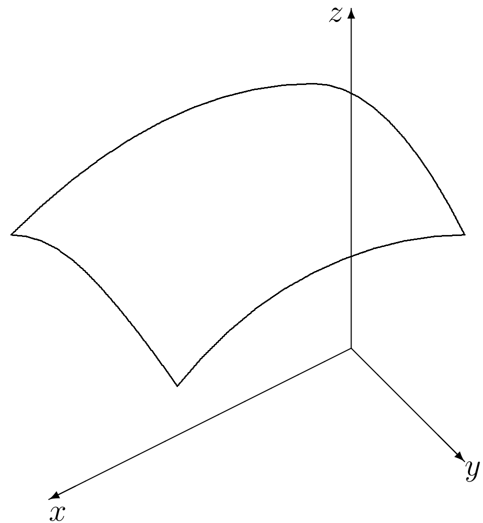
Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о



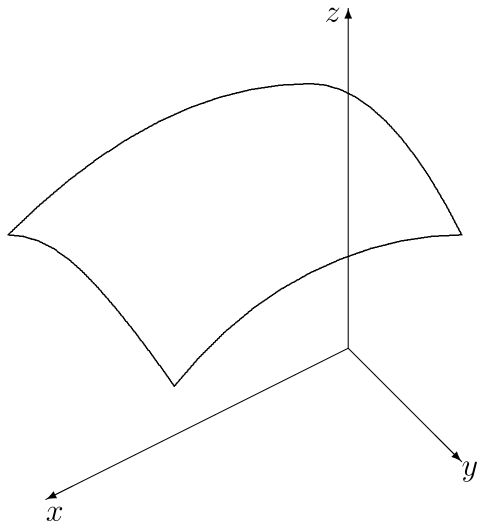
Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

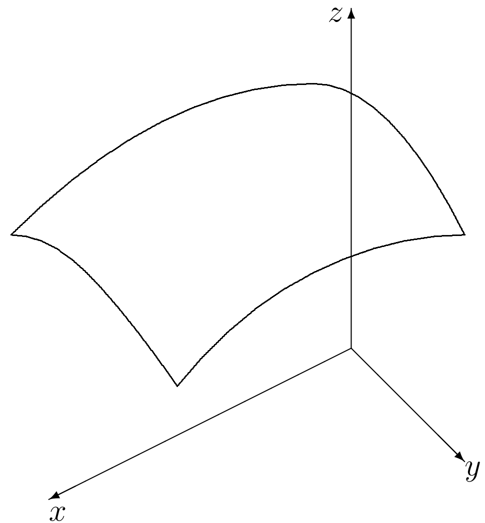
Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.

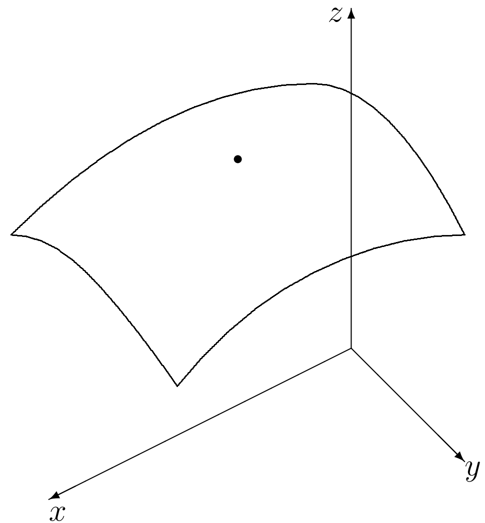
Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.

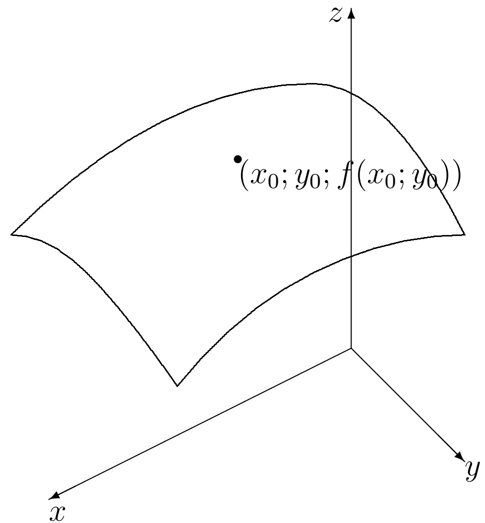
Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.

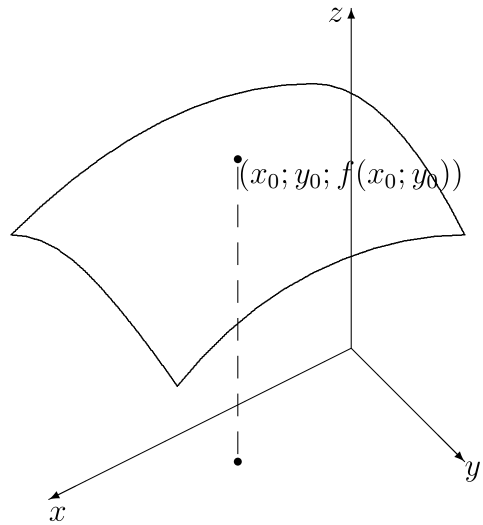
Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

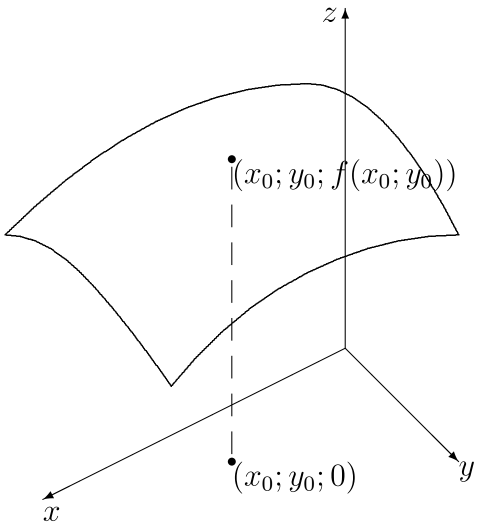
Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.

Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности. Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.

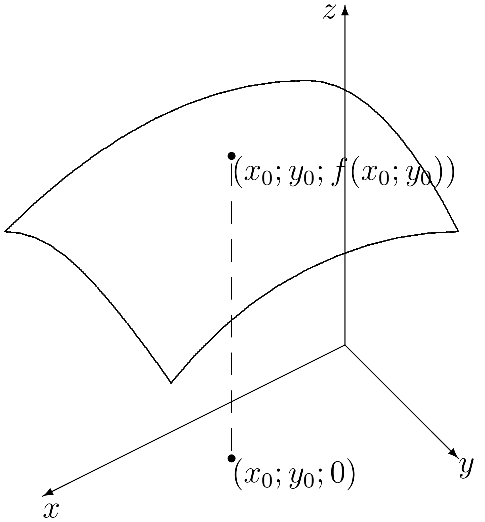


Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.

Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.

Проведём касательную плоскость в этой точке.

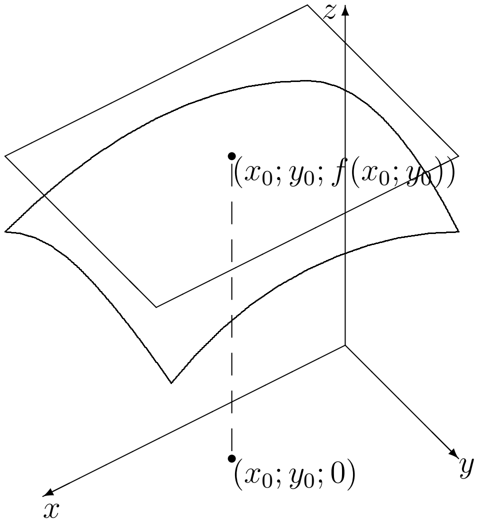


Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.

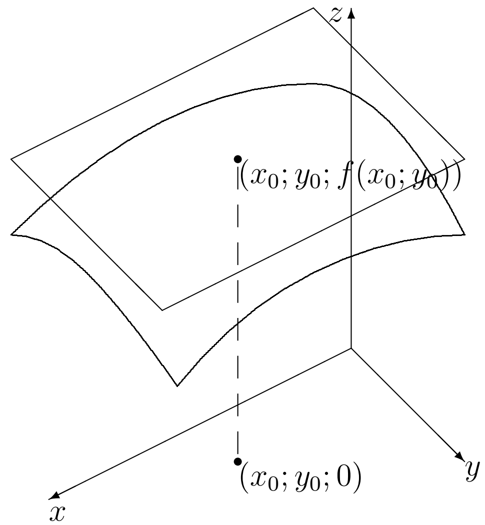
Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.

Проведём касательную плоскость в этой точке.



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

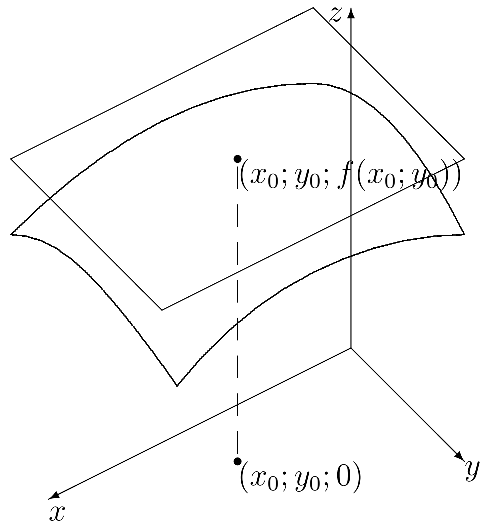
Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

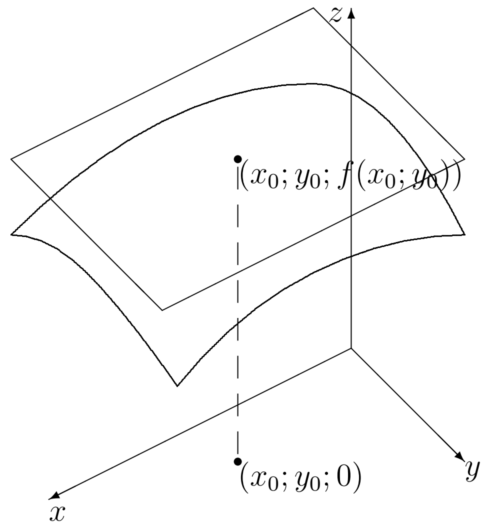
Для этого надо уменьшить число переменных в функции $z = f(x, y)$.



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

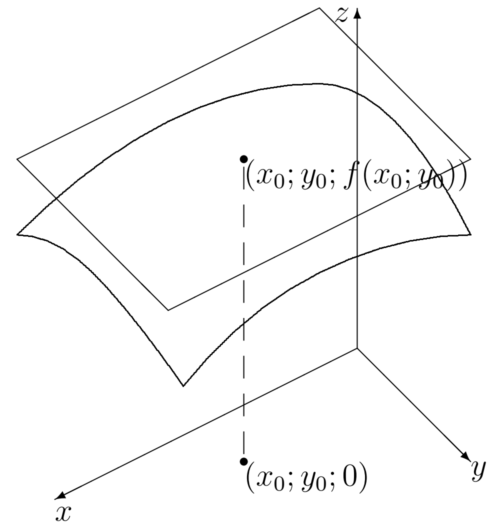
Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y =$



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

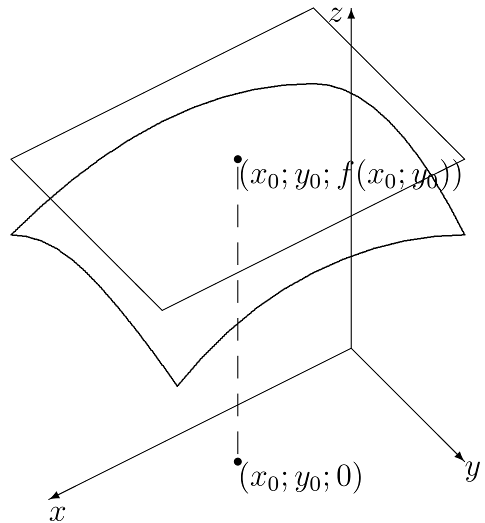


Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

$y = y_0$ — это уравнение



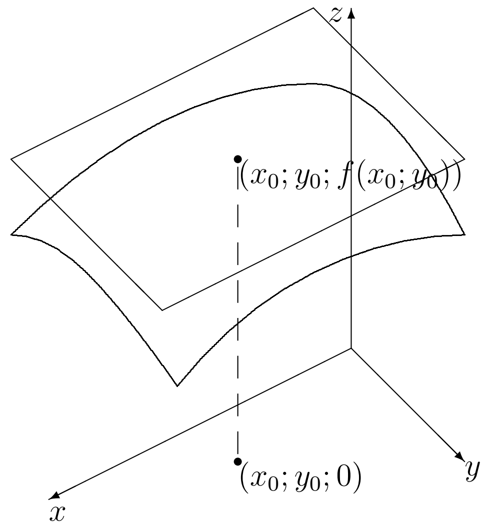
Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

$y = y_0$ — это уравнение

При этом x и z могут изменяться независимо друг от друга...



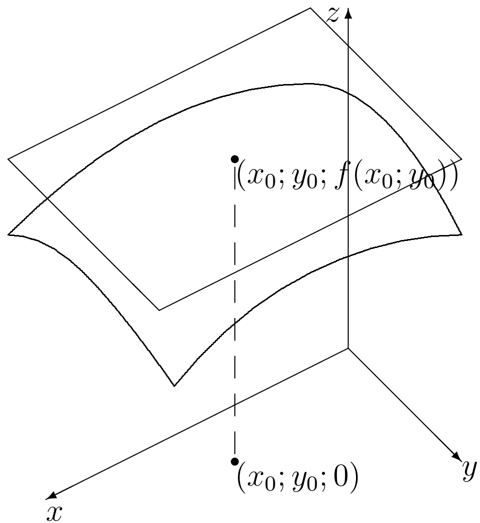
Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

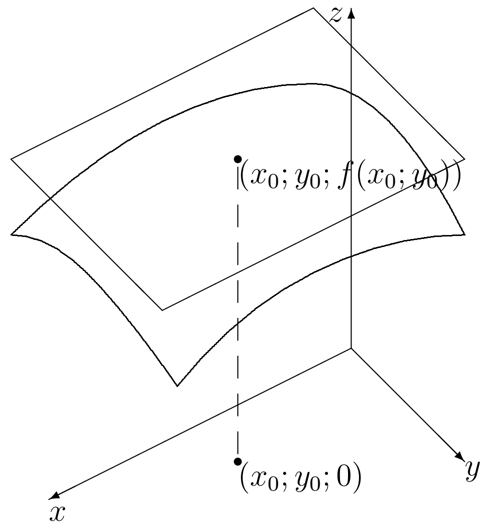
$y = y_0$ — это уравнение

При этом x и z могут изменяться независимо друг от друга...



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.



Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

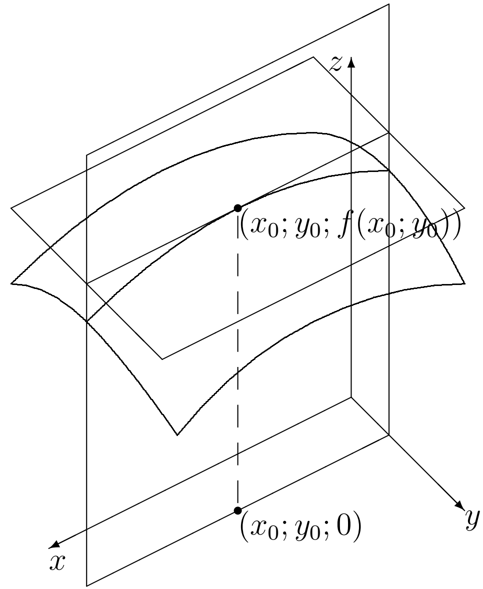
$y = y_0$ — это уравнение плоскости.

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

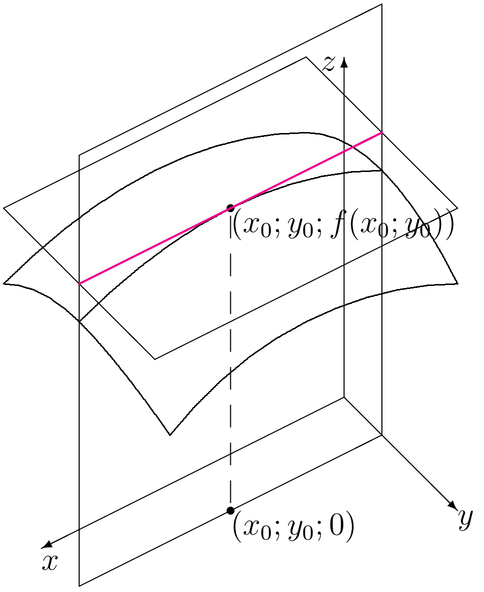
Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

$y = y_0$ — это уравнение плоскости.



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

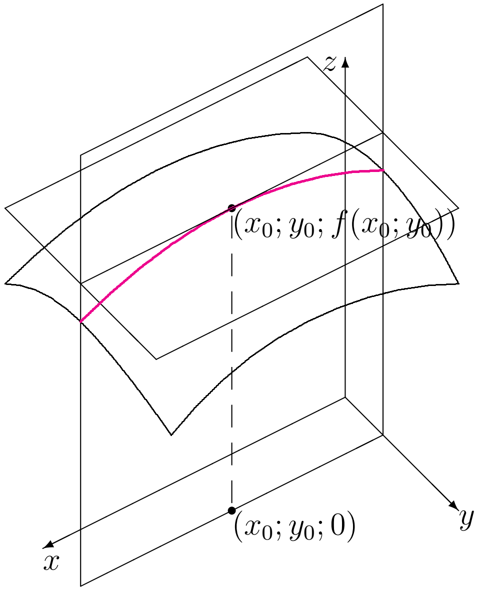
Решение.



Уравнение касательной

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

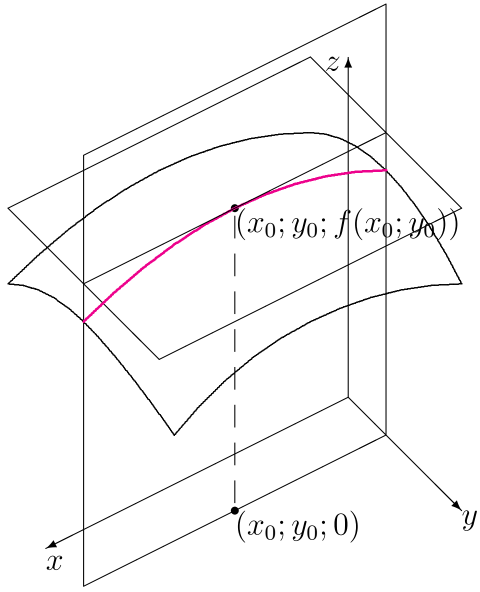
Решение.



Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.



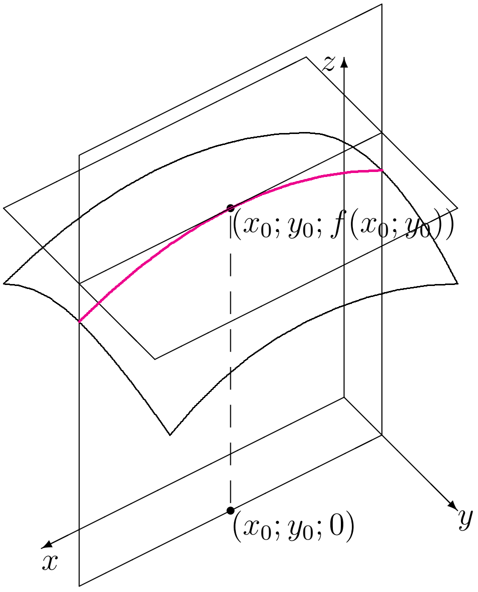
Уравнение касательной к графику

$z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$z =$

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.



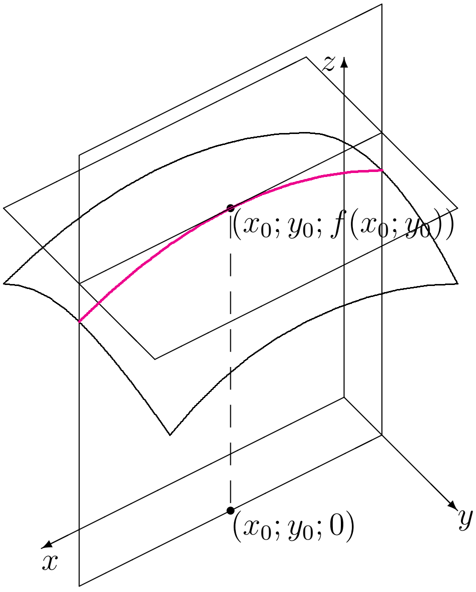
Уравнение касательной к графику

$z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$z = f(x_0, y_0)+$

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

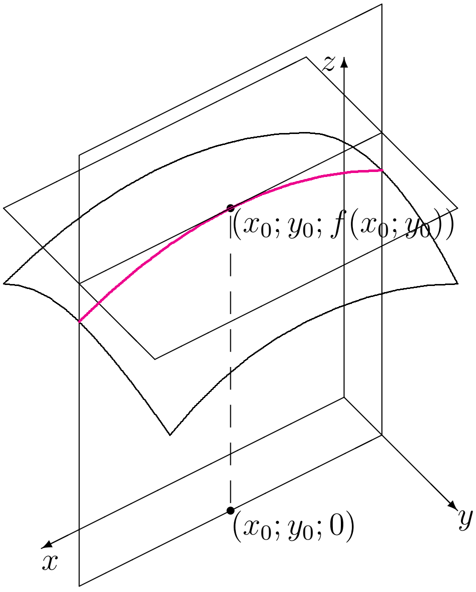


Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot ($

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

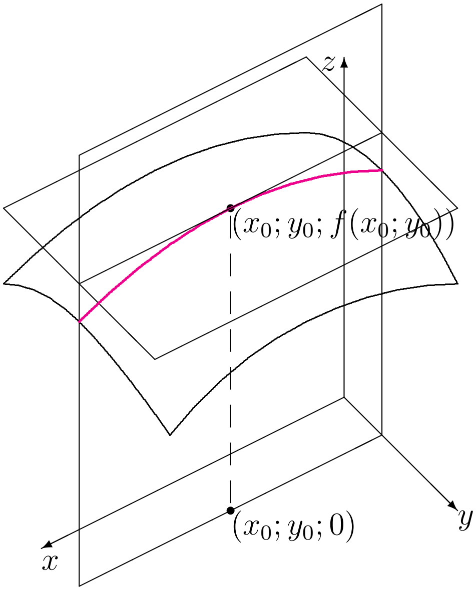


Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$$z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (\quad - x_0).$$

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

Решение.

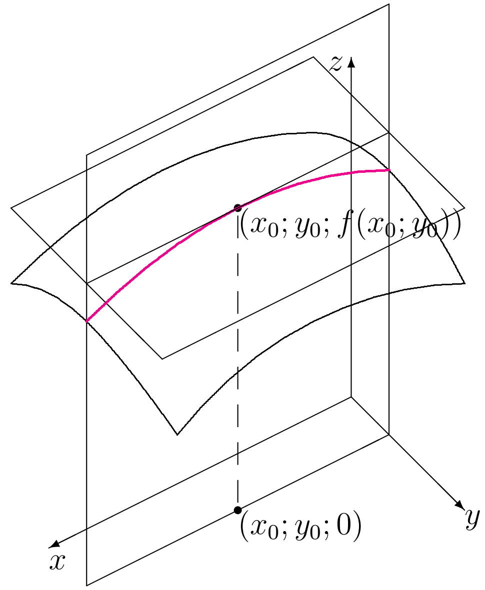


Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$$z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (x - x_0).$$

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

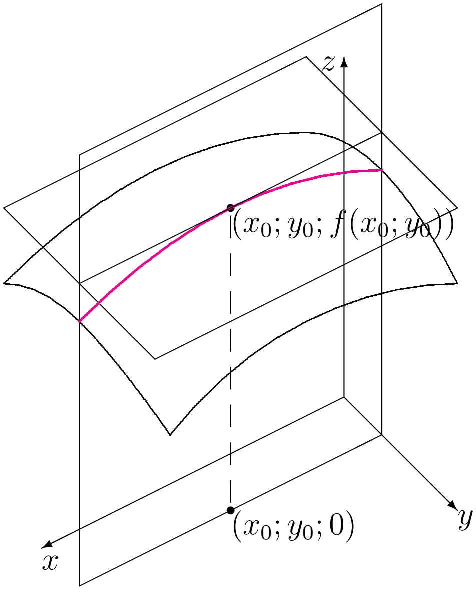


Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид $z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

Производная $\alpha'(x) = (f(x, y_0))'$ называется **частной производной** функции $z = f(x, y)$ по переменной x.

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.



Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$$z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (x - x_0).$$

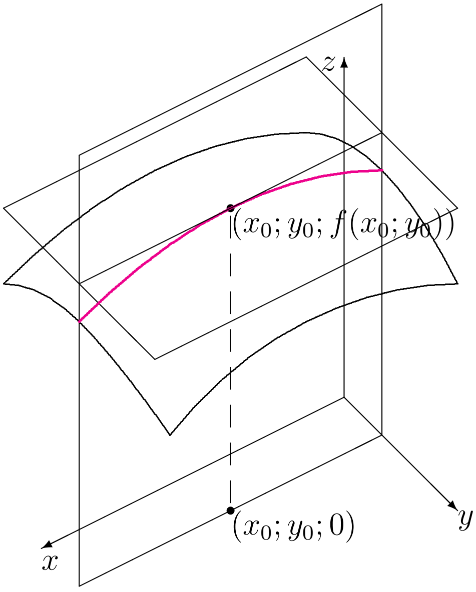
Частная производная по x обозначается как

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = f'_x(x, y) = f_x(x, y).$$

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

В сечении $y = y_0$:



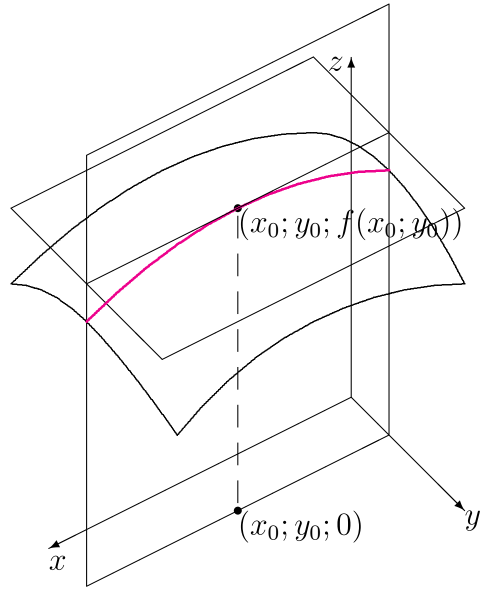
Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид $z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$



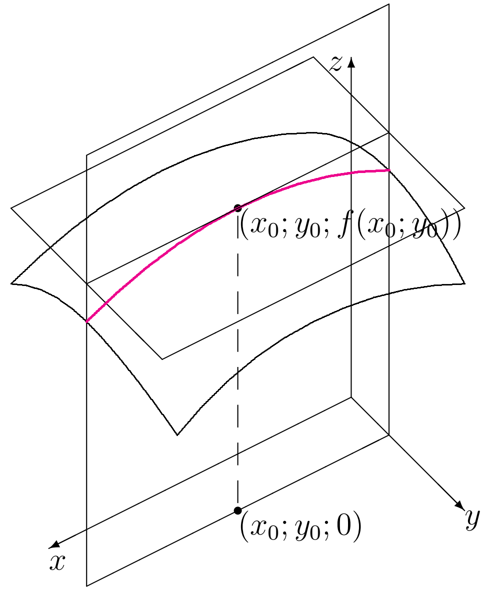
Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид $z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x,y)$.*

Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x}\bigg|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$



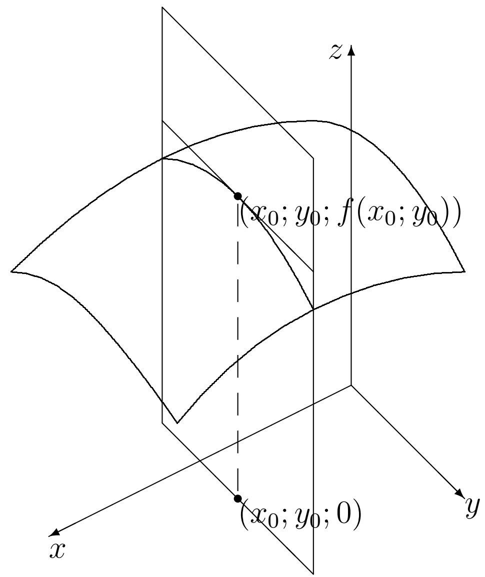
Аналогично, проводя сечение плоскостью $x = x_0$, получаем...

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x}\bigg|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$



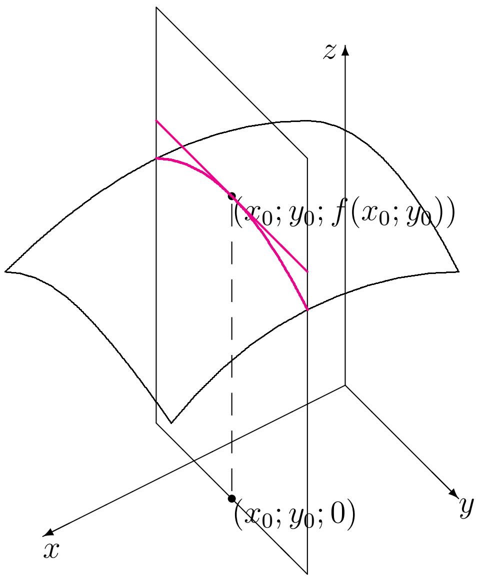
Аналогично, проводя сечение плоскостью $x = x_0$, получаем...

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$



Аналогично, проводя сечение плоскостью $x = x_0$, получаем...

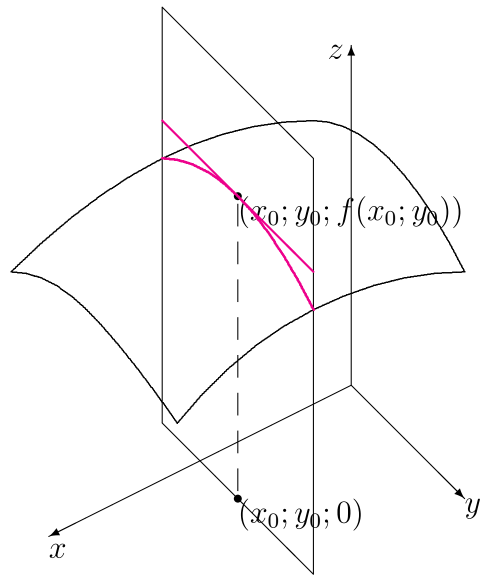
Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

В сечении $y = y_0$:

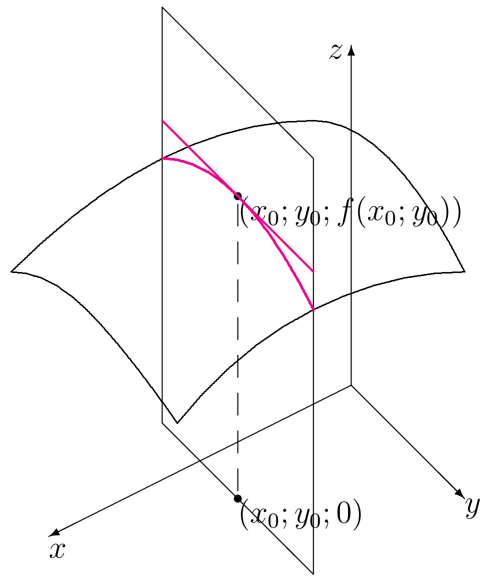
$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$

В сечении $x = x_0$:



Аналогично, проводя сечение плоскостью $x = x_0$, получаем...

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*



Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$

В сечении $x = x_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (y - y_0).$$

Аналогично, проводя сечение плоскостью $x = x_0$, получаем...

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

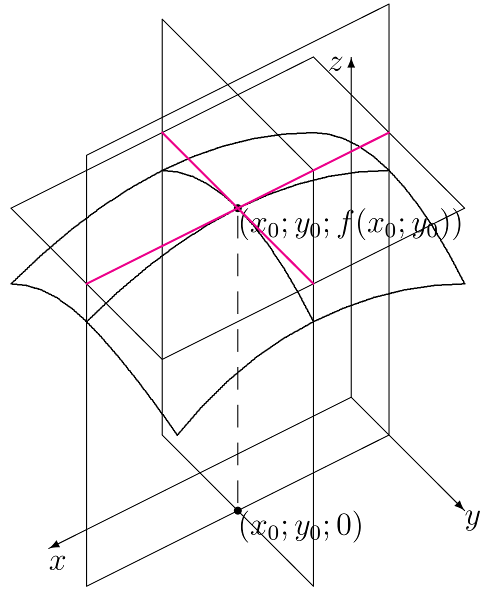
В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$

В сечении $x = x_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (y - y_0).$$

«Объединим результаты»: нетрудно понять, что каждая из этих формул является частным случаем формулы...



Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

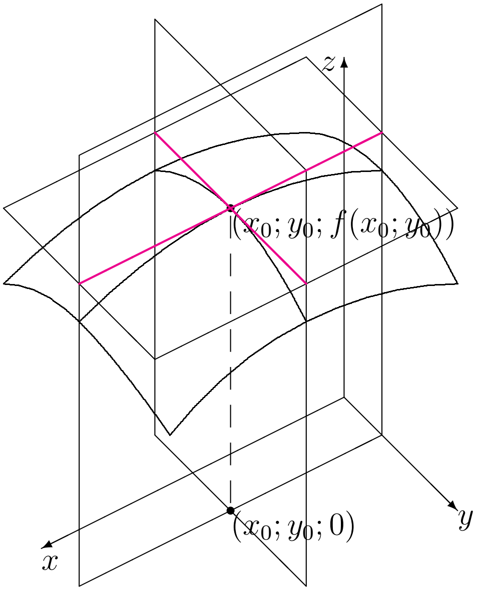
Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0, y_0)} \cdot (x - x_0).$$

В сечении $x = x_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(x_0, y_0)} \cdot (y - y_0).$$



$$z = f(x_0, y_0) + f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0). \qquad (74)$$

Пример 26. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

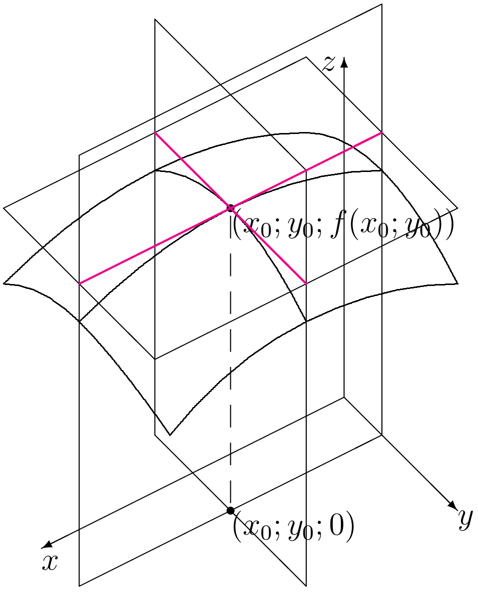
Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0, y_0)} \cdot (x - x_0).$$

В сечении $x = x_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(x_0, y_0)} \cdot (y - y_0).$$



$$z = f(x_0, y_0) + f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0). \qquad (74)$$

Вернёмся к лекции?

Пример 27. *Вычислите* **а)** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$; **б)** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$; **г)** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение.

Пример 27. *Вычислите* *а)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. *б)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. *г)* $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. а) $\dfrac{\partial x^y}{\partial x} =$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. а) $\dfrac{\partial x^y}{\partial x} =$

$= (x^y)'_x =$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. а) $\dfrac{\partial x^y}{\partial x} =$

$= (x^y)'_x = (\mathbf{x}^y)'_x =$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. а) $\dfrac{\partial x^y}{\partial x} =$

$$= (x^y)'_x = (\mathbf{x}^y)'_x = y\cdot x^{y-1}.$$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$; ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. б) $\dfrac{\partial x^y}{\partial y} =$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$; ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. б) $\dfrac{\partial x^y}{\partial y} =$

$= \left(x^y\right)'_y =$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$; ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. б) $\dfrac{\partial x^y}{\partial y} =$

$= (x^y)'_y = (x^{\mathbf{y}})'_y =$

Пример 27. *Вычислите* *а)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$; *б)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. *г)* $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. б) $\dfrac{\partial x^y}{\partial y} =$

$= (x^y)'_y = (x^{\mathbf{y}})'_y = x^y \ln x.$

Пример 27. *Вычислите* *а)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. *б)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. *г)* $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p} =$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p} =$

$$= \left(\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}\right)'_p =$$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p} =$

$$= \left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p = \left(\sqrt{\mathbf{p}^2-2^q\sin \mathbf{p}}\right)'_p =$$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p} =$

$$= \left(\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}\right)'_p = \left(\sqrt{\mathbf{p}^2 - 2^q \sin \mathbf{p}}\right)'_p = \frac{}{2\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}.$$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p} =$

$$= \left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p = \left(\sqrt{\mathbf{p}^2-2^q\sin \mathbf{p}}\right)'_p = \frac{-}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}=$

$$=\left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p=\left(\sqrt{\mathbf{p}^2-2^q\sin\mathbf{p}}\right)'_p=\frac{2p-}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Пример 27. *Вычислите* *а)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. *б)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. *г)* $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p} =$

$$= \left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p = \left(\sqrt{\mathbf{p}^2-2^q\sin \mathbf{p}}\right)'_p = \frac{2p-2^q\cdot}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p} =$

$$= \left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p = \left(\sqrt{\mathbf{p}^2-2^q\sin \mathbf{p}}\right)'_p = \frac{2p-2^q\cdot\cos p}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Пример 27. *Вычислите* **а)** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. **б)** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$; **г)** $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q} =$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$; ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q} =$

$$= \left(\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}\right)'_q =$$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$; ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q} =$

$$= \left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_q = \left(\sqrt{p^2-2^{\mathbf{q}}\sin p}\right)'_q =$$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$; ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q} =$

$$= \left(\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}\right)'_q = \left(\sqrt{p^2 - 2^{\mathbf{q}} \sin p}\right)'_q = \frac{}{2\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}.$$

Пример 27. *Вычислите* *а)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. *б)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$; *г)* $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q} =$

$$= \left(\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}\right)'_q = \left(\sqrt{p^2 - 2^{\mathbf{q}} \sin p}\right)'_q = \frac{-2^q \ln 2 \cdot}{2\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}.$$

Пример 27. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$; ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}=$

$$=\left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_q=\left(\sqrt{p^2-2^{q}\sin p}\right)'_q=\frac{-2^q\ln 2\cdot\sin p}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение.

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$*, заданной системой* $\begin{cases} xy + \sin x + 2\cos^2 y = -\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0 \leqslant y \leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy + \sin x + 2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\, \frac{\pi}{3}\right)} =$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$

$$=\left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)=$$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$

$$=\left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\pi^2}{18}-\frac{1}{2}+2\left(\frac{1}{2}\right)^2=$$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$*, заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$

$$=\left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\pi^2}{18}-\frac{1}{2}+2\left(\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{\pi^2}{18}.$$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$

$$=\left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\pi^2}{18}-\frac{1}{2}+2\left(\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{\pi^2}{18}.$$

Значит,

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$

$$=\left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\pi^2}{18}-\frac{1}{2}+2\left(\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{\pi^2}{18}.$$

Значит, $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$*, заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{3}\right)}=$

$$=\left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\pi^2}{18}-\frac{1}{2}+2\left(\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{\pi^2}{18}.$$

Значит, $y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}$.

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$*, заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant\pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy + \sin x + 2\cos^2 y = -\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0 \leqslant y \leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right) =$$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+4\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+4\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)}{-\dfrac{\pi}{6}+4\cos\dfrac{\pi}{3}\left(-\sin\dfrac{\pi}{3}\right)}=$$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+4\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)}{-\dfrac{\pi}{6}+4\cos\dfrac{\pi}{3}\left(-\sin\dfrac{\pi}{3}\right)}=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{-\dfrac{\pi}{6}+4\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}=$$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\frac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+4\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{\frac{\pi}{3}+\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{-\frac{\pi}{6}+4\cos\frac{\pi}{3}\left(-\sin\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{\pi}{6}+4\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}=\frac{2\pi+6\sqrt{3}}{\pi+3\sqrt{3}}=$$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant\pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+4\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)}{-\dfrac{\pi}{6}+4\cos\dfrac{\pi}{3}\left(-\sin\dfrac{\pi}{3}\right)}=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{-\dfrac{\pi}{6}+4\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}=\frac{2\pi+6\sqrt{3}}{\pi+3\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{\left(2\pi+3\sqrt{3}\right)\left(\pi-3\sqrt{3}\right)}{\pi^2-4\cdot 27}=$$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+4\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)}{-\dfrac{\pi}{6}+4\cos\dfrac{\pi}{3}\left(-\sin\dfrac{\pi}{3}\right)}=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{-\dfrac{\pi}{6}+4\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}=\frac{2\pi+6\sqrt{3}}{\pi+3\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{\left(2\pi+3\sqrt{3}\right)\left(\pi-3\sqrt{3}\right)}{\pi^2-4\cdot 27}=\frac{2\pi^2-3\pi\sqrt{3}-27}{\pi^2-108}.$$

Пример 28. *Проверьте, что* $y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+4\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)}{-\dfrac{\pi}{6}+4\cos\dfrac{\pi}{3}\left(-\sin\dfrac{\pi}{3}\right)}=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{-\dfrac{\pi}{6}+4\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}=\frac{2\pi+6\sqrt{3}}{\pi+3\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{\left(2\pi+3\sqrt{3}\right)\left(\pi-3\sqrt{3}\right)}{\pi^2-4\cdot 27}=\frac{2\pi^2-3\pi\sqrt{3}-27}{\pi^2-108}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) $x^2 dx$; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) $x^2 dx$; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

1) $x^2 dx =$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) x^2dx; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

1) $x^2dx = d\Bigg(\qquad\Bigg).$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) x^2dx; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

1) $x^2dx = d\left(\quad \cdot x^3 \right)$.

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) x^2dx; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

1) $x^2dx = d\left(\frac{1}{3}\cdot x^3\right).$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) $x^2 dx;$ *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y};$ *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}};$ *4)* $\operatorname{tg} x\, dx;$

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx.$

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

2) $\dfrac{1}{\sin^2 y}\, dy =$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) x^2dx; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

2) $\dfrac{1}{\sin^2 y}\, dy = d\left(\qquad\qquad\qquad\right).$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) x^2dx; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\,dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

2) $\dfrac{1}{\sin^2 y}\,dy = d\left(\qquad \cdot \operatorname{ctg} x \right).$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) x^2dx; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

2) $\dfrac{1}{\sin^2 y}\, dy = d\Bigg((-1)\cdot \operatorname{ctg} x\Bigg)$.

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) $x^2 dx$; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

3) $\dfrac{1}{\sqrt{1-s^2}}\, ds =$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) x^2dx; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

3) $\dfrac{1}{\sqrt{1-s^2}}\, ds = d\left(\qquad\qquad\right).$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) $x^2 dx$;   *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$;   *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$;   *4)* $\operatorname{tg} x \, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\,dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

3) $\dfrac{1}{\sqrt{1-s^2}}\,ds = d\left(\arcsin x\right)$.

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) x^2dx;   *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$;   *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$;   *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\,dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

4) $\operatorname{tg} x\, dx =$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) $x^2 dx$; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

4) $\operatorname{tg} x\, dx = \dfrac{\sin x}{\cos x} dx =$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) $x^2 dx$; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

4) $\operatorname{tg} x\, dx = \dfrac{\sin x}{\cos x}\, dx = \dfrac{\sin x\, dx}{\cos x} =$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) x^2dx; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\,dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\,dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

$$4)\ \operatorname{tg} x\,dx = \frac{\sin x}{\cos x}\,dx = \frac{\sin x\,dx}{\cos x} =$$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) $x^2 dx$; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

$$4)\ \operatorname{tg} x\, dx = \frac{\sin x}{\cos x} dx = \frac{\sin x\, dx}{\cos x} = \frac{d(-\cos x)}{\cos x} =$$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) $x^2 dx$; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

$$4)\ \operatorname{tg} x\, dx = \frac{\sin x}{\cos x}\, dx = \frac{\sin x\, dx}{\cos x} = \frac{d(-\cos x)}{\cos x} =$$

$$= -\frac{d(-\cos x)}{-\cos x} =$$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) x^2dx; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

$$\textbf{4)}\ \operatorname{tg} x\, dx = \frac{\sin x}{\cos x}\, dx = \frac{\sin x\, dx}{\cos x} = \frac{d(-\cos x)}{\cos x} =$$

$$= -\frac{d(-\cos x)}{-\cos x} = -d\ln|-\cos x| =$$

Пример 29. *Занесите под знак дифференциала:*

1) $x^2 dx$; *2)* $\dfrac{dy}{\sin^2 y}$; *3)* $\dfrac{ds}{\sqrt{1-s^2}}$; *4)* $\operatorname{tg} x\, dx$;

Решение. Используем **связь дифференциала с производной**: $df = f'(x)\, dx$.

При «занесении под знак дифференциала» **таблицу производных** надо просматривать «по арабски»: справа налево.

4) $\operatorname{tg} x\, dx = \dfrac{\sin x}{\cos x}\, dx = \dfrac{\sin x\, dx}{\cos x} = \dfrac{d(-\cos x)}{\cos x} =$

$= -\dfrac{d(-\cos x)}{-\cos x} = -d \ln|-\cos x| = d\left(\ln\left|\dfrac{1}{\cos x}\right|\right).$

Вернёмся к лекции или **выполним упражнения?**

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:*
а) $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\qquad\qquad)^2\cdot$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3 \cdot (\cos x)^2 \cdot$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\cos x)^2 \cdot d(\cos x) =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\cos x)^2 \cdot d(\cos x) = 3\cos^2 x \cdot (-\sin x)$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\cos x)^2\cdot d(\cos x) = 3\cos^2 x\cdot(-\sin x)\,dx =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\cos x)^2\cdot d(\cos x) = 3\cos^2 x\cdot(-\sin x)\,dx =$

$$= -3\cdot\cos^2 x\sin x\,dx.$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\cos x)^2\cdot d(\cos x) = 3\cos^2 x\cdot(-\sin x)\,dx =$

$$= -3\cdot\cos^2 x\sin x\,dx.$$

Проинтегрируем:

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\cos x)^2 \cdot d(\cos x) = 3\cos^2 x \cdot (-\sin x)\,dx =$

$$= -3\cdot\cos^2 x \sin x\, dx.$$

Проинтегрируем:

$-3\int \cos^2 x \sin x\, dx =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:*
а) $d\left(\cos^3 x\right)$; *б)* $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; *в)* $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\cos x)^2 \cdot d(\cos x) = 3\cos^2 x\cdot(-\sin x)\,dx =$
$$= -3\cdot\cos^2 x\sin x\,dx.$$

Проинтегрируем:

$-3\int\cos^2 x\sin x\,dx =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:*
а) $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\cos x)^2\cdot d(\cos x) = 3\cos^2 x\cdot(-\sin x)\,dx =$

$$= -3\cdot\cos^2 x\sin x\,dx.$$

Проинтегрируем:

$-3\int\cos^2 x\sin x\,dx = 3\int\cos^2 x\,d\cos x =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:*
а) $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\cos x)^2 \cdot d(\cos x) = 3\cos^2 x\cdot(-\sin x)\,dx =$

$$= -3\cdot\cos^2 x\sin x\,dx.$$

Проинтегрируем:

$-3\int\cos^2 x\sin x\,dx = 3\int\cos^2 x\,d\cos x =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\cos x)^2\cdot d(\cos x) = 3\cos^2 x\cdot(-\sin x)\,dx =$

$$= -3\cdot\cos^2 x\sin x\,dx.$$

Проинтегрируем:

$-3\int\cos^2 x\sin x\,dx = 3\int\cos^2 x\,d\cos x = \cos^3 x$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

а) $d\left(\cos^3 x\right) = 3\cdot(\cos x)^2 \cdot d(\cos x) = 3\cos^2 x\cdot(-\sin x)\,dx =$

$$= -3\cdot\cos^2 x\sin x\,dx.$$

Проинтегрируем:

$-3\int\cos^2 x\sin x\,dx = 3\int\cos^2 x\,d\cos x = \cos^3 x + C.$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:*
а) $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\qquad\qquad)^3\cdot$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3\cdot$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:*
а) $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

$= 4\dfrac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} \cdot$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4 \operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

$= 4\dfrac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} \cdot 2$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

$= 4\dfrac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} \cdot 2\, dx =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

$= 4\dfrac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} \cdot 2\,dx = \dfrac{8\sin^3 2x}{\cos^5 2x} dx.$

Проинтегрируем:

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:*
а) $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

$= 4\dfrac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} \cdot 2\,dx = \dfrac{8\sin^3 2x}{\cos^5 2x} dx.$

Проинтегрируем:

$8\displaystyle\int \frac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} dx =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

$= 4\dfrac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} \cdot 2\,dx = \dfrac{8\sin^3 2x}{\cos^5 2x}dx.$

Проинтегрируем:

$$8\int \frac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x}dx =$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:*
а) $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

$= 4\dfrac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} \cdot 2\,dx = \dfrac{8\sin^3 2x}{\cos^5 2x}dx.$

Проинтегрируем:

$$8\int \frac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x}dx = 4\int \operatorname{tg}^3 2x \frac{d(2x)}{\cos^2 2x} =$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

$$= 4\frac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} \cdot 2\,dx = \frac{8\sin^3 2x}{\cos^5 2x}dx.$$

Проинтегрируем:

$$8\int \frac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x}dx = 4\int \operatorname{tg}^3 2x \frac{d(2x)}{\cos^2 2x} =$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:*
а) $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

$= 4\dfrac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} \cdot 2\, dx = \dfrac{8\sin^3 2x}{\cos^5 2x} dx.$

Проинтегрируем:

$$8\int \frac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} dx = 4\int \operatorname{tg}^3 2x \frac{d(2x)}{\cos^2 2x} = 4\int \operatorname{tg}^3 2x\, d(\operatorname{tg} 2x) =$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

$= 4\dfrac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} \cdot 2\, dx = \dfrac{8\sin^3 2x}{\cos^5 2x} dx.$

Проинтегрируем:

$$8\int \frac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} dx = 4\int \operatorname{tg}^3 2x \frac{d(2x)}{\cos^2 2x} = 4\int \operatorname{tg}^3 2x\, d(\operatorname{tg} 2x) = \operatorname{tg}^4 2x$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

б) $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right) = 4(\operatorname{tg} 2x)^3 \cdot d(\operatorname{tg} 2x) = 4\operatorname{tg}^3 2x \cdot \dfrac{1}{\cos^2 2x} \cdot d(2x) =$

$= 4\dfrac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} \cdot 2\, dx = \dfrac{8\sin^3 2x}{\cos^5 2x} dx.$

Проинтегрируем:

$$8\int \frac{\sin^3 2x}{\cos^5 2x} dx = 4\int \operatorname{tg}^3 2x \frac{d(2x)}{\cos^2 2x} = 4\int \operatorname{tg}^3 2x\, d(\operatorname{tg} 2x) = \operatorname{tg}^4 2x + C.$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:*
а) $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\mathrm{tg}^4\, 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\qquad\qquad\qquad)^2.$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2\cdot$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* *а)* $d\left(\cos^3 x\right)$; *б)* $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; *в)* $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$= 3\ln^2(5-7x)\cdot$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$= 3\ln^2(5-7x) \cdot \dfrac{1}{5-7x} \cdot$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$$= 3\ln^2(5-7x) \cdot \frac{1}{5-7x} \cdot d(5-7x) =$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$$= 3\ln^2(5-7x)\cdot\frac{1}{5-7x}\cdot d(5-7x) = 3\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}\cdot$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$$= 3\ln^2(5-7x)\cdot\frac{1}{5-7x}\cdot d(5-7x) = 3\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}\cdot(-7)$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* *а)* $d\left(\cos^3 x\right)$; *б)* $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; *в)* $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$$= 3\ln^2(5-7x)\cdot\frac{1}{5-7x}\cdot d(5-7x) = 3\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}\cdot(-7)\,dx =$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* *а)* $d\left(\cos^3 x\right)$; *б)* $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; *в)* $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$$= 3\ln^2(5-7x)\cdot\frac{1}{5-7x}\cdot d(5-7x) = 3\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}\cdot(-7)\,dx =$$

$$= -21\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx.$$

Проинтегрируем:

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$$= 3\ln^2(5-7x) \cdot \frac{1}{5-7x} \cdot d(5-7x) = 3\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x} \cdot (-7)\,dx =$$

$$= -21\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx.$$

Проинтегрируем:

$$-21\int \frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx =$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$$= 3\ln^2(5-7x) \cdot \frac{1}{5-7x} \cdot d(5-7x) = 3\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x} \cdot (-7)\,dx =$$

$$= -21\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx.$$

Проинтегрируем:

$$-21\int \frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx =$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* ***а)*** $d\left(\cos^3 x\right)$; ***б)*** $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; ***в)*** $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$$= 3\ln^2(5-7x)\cdot\frac{1}{5-7x}\cdot d(5-7x) = 3\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}\cdot(-7)\,dx =$$

$$= -21\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx.$$

Проинтегрируем:

$$-21\int\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx = 3\int\ln^2(5-7x)\frac{d(5-7x)}{5-7x} =$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* *а)* $d\left(\cos^3 x\right)$; *б)* $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; *в)* $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$= 3\ln^2(5-7x) \cdot \dfrac{1}{5-7x} \cdot d(5-7x) = 3\dfrac{\ln^2(5-7x)}{5-7x} \cdot (-7)\, dx =$

$= -21\dfrac{\ln^2(5-7x)}{5-7x} dx.$

Проинтегрируем:

$$-21\int \frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x} dx = 3\int \ln^2(5-7x)\frac{d(5-7x)}{5-7x} =$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* *а)* $d\left(\cos^3 x\right)$; *б)* $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; *в)* $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$= 3\ln^2(5-7x)\cdot\dfrac{1}{5-7x}\cdot d(5-7x) = 3\dfrac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}\cdot(-7)\,dx =$

$= -21\dfrac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx.$

Проинтегрируем:

$-21\displaystyle\int\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx = 3\int\ln^2(5-7x)\frac{d(5-7x)}{5-7x} =$

$= 3\displaystyle\int\ln^2(5-7x)\,d(\ln(5-7x)) =$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* *а)* $d\left(\cos^3 x\right)$; *б)* $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; *в)* $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$$= 3\ln^2(5-7x)\cdot\frac{1}{5-7x}\cdot d(5-7x) = 3\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}\cdot(-7)\,dx =$$

$$= -21\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx.$$

Проинтегрируем:

$$-21\int\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx = 3\int\ln^2(5-7x)\frac{d(5-7x)}{5-7x} =$$

$$= 3\int\ln^2(5-7x)\,d(\ln(5-7x)) = \ln^3(5-7x)$$

Пример 30. *Вычислить и проинтегрировать результат:* *а)* $d\left(\cos^3 x\right)$; *б)* $d\left(\operatorname{tg}^4 2x\right)$; *в)* $d\left(\ln^3(5-7x)\right)$.

Решение.

в) $d\left(\ln^3(5-7x)\right) = 3(\ln(5-7x))^2 \cdot d(\ln(5-7x)) =$

$$= 3\ln^2(5-7x)\cdot\frac{1}{5-7x}\cdot d(5-7x) = 3\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}\cdot(-7)\,dx =$$

$$= -21\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx.$$

Проинтегрируем:

$$-21\int\frac{\ln^2(5-7x)}{5-7x}dx = 3\int\ln^2(5-7x)\frac{d(5-7x)}{5-7x} =$$

$$= 3\int\ln^2(5-7x)\,d(\ln(5-7x)) = \ln^3(5-7x)+C.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx =$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; *в)* $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx = \int e^{-x^3} \underbrace{x^2 dx}_{...d(x^3)} =$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln\left(\log_2 x\right)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx = \int e^{-x^3} \underbrace{x^2 dx}_{...d(x^3)} = \cdot \int e^{-x^3} d\left(x^3\right) =$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx;$ ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}};$ ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln\left(\log_2 x\right)}{x\,\ln x} dx.$

Решение.

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx = \int e^{-x^3} \underbrace{x^2 dx}_{\dots d(x^3)} = \dfrac{1}{3} \cdot \int e^{-x^3} d\left(x^3\right) =$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln\left(\log_2 x\right)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

а) $$\int x^2 e^{-x^3} dx = \int e^{-x^3} \underbrace{x^2 dx}_{...d(x^3)} = \frac{1}{3} \cdot \int e^{-x^3} d\left(x^3\right) =$$

$$= -\frac{1}{3} \int e^{-x^3} d\left(-x^3\right) =$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; *в)* $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx = \int e^{-x^3} \underbrace{x^2 dx}_{\dots d(x^3)} = \dfrac{1}{3} \cdot \int e^{-x^3} d\left(x^3\right) =$

$$= -\frac{1}{3} \int e^{-x^3} d\left(-x^3\right) = -\frac{e^{-x^3}}{3} + C.$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; *в)* $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x \ln x} dx$.

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{...d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{...d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} = \cdot \int \frac{d(x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$;   *б)* $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$;   *в)* $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x}dx$.

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{...d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2}\cdot \int \frac{d(x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{...d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2} \cdot \int \frac{d(x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

$$\text{б)} \int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{...d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2} \cdot \int \frac{d(x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{1-x^2} + C =$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln\left(\log_2 x\right)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{...d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2} \cdot \int \frac{d(x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{1-x^2} + C = -\sqrt{1-x^2} + C.$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

в) $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx =$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

в) $$\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\log_2 x\,\ln 2} dx =$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x \ln x} dx$.

Решение.

в) $$\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x \ln x} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{x \log_2 x \ln 2} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} \cdot \frac{1}{x \ln 2} dx =$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

в) $$\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\log_2 x\,\ln 2} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} \cdot \frac{1}{x\,\ln 2} dx =$$

$$= \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} d(\log_2 x) =$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx;$ ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}};$ ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\log_2 x\,\ln 2} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} \cdot \frac{1}{x\,\ln 2} dx =$$

$$= \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} d(\log_2 x) = \int \ln(\log_2 x)\; d(\ln(\log_2 x)) =$$

Пример 31. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; *в)* $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\ \ln x} dx.$

Решение.

в) $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\ \ln x} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\ \log_2 x\ \ln 2} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} \cdot \frac{1}{x\ \ln 2} dx =$

$\displaystyle= \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} d(\log_2 x) = \int \ln(\log_2 x)\ d(\ln(\log_2 x)) = \frac{1}{2} \ln^2(\log_2 x) + C.$

Вернёмся к лекции или **выполним упражнения?**

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\displaystyle\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

Решение.

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx =$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx =$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{(2x-7)+}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{(2x-7)+}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

$8x-24 = \qquad 4(2x-7)+?$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $$\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+}{x^2-7x+15}dx =$$

$d(x^2-7x+15)=(2x-7)dx.$

$8x-24=8x-28+?=4(2x-7)+?$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

$8x-24 = 8x-28+? = 4(2x-7)+?$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\textbf{а)}\ \int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$

$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$

$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| +$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$

$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$

$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \int \frac{4}{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{11}{4}}dx =$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $$\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \int \frac{4}{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{11}{4}}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| +$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $$\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \int \frac{4}{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{11}{4}}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \qquad \operatorname{arctg}\frac{2\left(x-\frac{7}{2}\right)}{\sqrt{11}}$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $$\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \int \frac{4}{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{11}{4}}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \frac{8}{\sqrt{11}}\operatorname{arctg}\frac{2\left(x-\frac{7}{2}\right)}{\sqrt{11}}$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $$\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$$
$$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$$
$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \int \frac{4}{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{11}{4}}dx =$$
$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \frac{8}{\sqrt{11}}\operatorname{arctg}\frac{2\left(x-\frac{7}{2}\right)}{\sqrt{11}} + C.$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx =$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $\int \frac{7\;-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{}{3x^2-2x+5}dx =$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $\int \frac{7\ -12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{\qquad}{3x^2-2x+5}dx =$

$d\left(3x^2-2x+5\right) = (6x-2)\,dx$.

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $\int \frac{7 - 12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{}{3x^2-2x+5}dx =$

$d\left(3x^2-2x+5\right) = \left(6x-2\right)dx.$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $$\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$d\left(3x^2-2x+5\right) = (6x-2)\,dx.$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$d\left(3x^2-2x+5\right) = (6x-2)\,dx.$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $$\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$d\left(3x^2-2x+5\right) = (6x-2)\,dx.$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7\ -12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2\,(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{\qquad\qquad}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)}\ \int \frac{7\ -12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2\left(6x-2\right)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(\qquad\right)^2+}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7\ -12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)}\ \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \qquad \operatorname{arctg}$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{14}}\mathrm{arctg}$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx;$

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx;$ *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx.$

$$б)\ \int \frac{7\ -12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3 - 2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{14}}\operatorname{arctg}\frac{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{14}}$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{14}}\operatorname{arctg}\frac{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{14}} - 2\ln$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx;$

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx;$ *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx.$

б) $$\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{14}}\operatorname{arctg}\frac{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{14}} - 2\ln\left|3x^2-2x+5\right|$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx - \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{14}}\operatorname{arctg}\frac{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{14}} - 2\ln\left|3x^2-2x+5\right| + C.$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx =$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\displaystyle\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{в)}\ \int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{\qquad}{2x^2-x+4}dx =$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{}{2x^2-x+4}dx =$

$d\left(2x^2-x+4\right) = (4x-1)\,dx.$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$
$d\left(2x^2-x+4\right) = (4x-1)\,dx$.

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{-3(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$

$d\left(2x^2-x+4\right) = (4x-1)\,dx.$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3\left(4x-1\right)}{2x^2-x+4}dx =$

$d\left(2x^2-x+4\right) = \left(4x-1\right)dx$.

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{в)} \int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3\,(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$

$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $$\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3\,(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$

$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$

$$= \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{31}{16}} -$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{в)} \int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3\,(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$

$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$

$$= \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{31}{16}} - 3\int \frac{d(2x^2-x+4)}{2x^2-x+4} =$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{в)}\ \int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$

$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$

$$= \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{31}{16}} - 3\int \frac{d(2x^2-x+4)}{2x^2-x+4} =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{31}}\operatorname{arctg}\frac{4x-1}{\sqrt{31}} -$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $$\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3\,(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$

$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$

$$= \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{31}{16}} - 3\int \frac{d(2x^2-x+4)}{2x^2-x+4} =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{31}}\operatorname{arctg}\frac{4x-1}{\sqrt{31}} - 3\ln\left(2x^2-x+4\right)$$

Пример 32. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx;$

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx;$ *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx.$

$$\textbf{в)} \int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3\,(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$

$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$

$$= \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{31}{16}} - 3\int \frac{d(2x^2-x+4)}{2x^2-x+4} =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{31}}\operatorname{arctg}\frac{4x-1}{\sqrt{31}} - 3\ln\left(2x^2-x+4\right) + C.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **пример интегрирования дробно-рациональных функций более общего вида?**

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx;$$

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx;$$

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx;$$

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx;$$

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx;$$

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $\int \dfrac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

Степень многочлена в числителе больше степени многочлена в знаменателе.

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l} -6x^3+23x^2-23x+5 & \;-3x+4 \\ \hline & \end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l} -6x^3+23x^2-23x+5 & \;\;-3x+4 \\ \cline{2-2} & \;\;2x^2 \end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

$$\begin{array}{l|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & \;-3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 & \;2x^2 \\ \hline
\end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

$$\begin{array}{r|l} -6x^3+23x^2-23x+5 & \quad -3x+4 \\ \cline{2-2} -6x^3+8x^2 \phantom{{}-23x+5} & \quad 2x^2 \\ \cline{1-1} 15x^2-23x+5 & \end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l} -6x^3+23x^2-23x+5 & -3x+4 \\ \cline{2-2} -6x^3+8x^2 \qquad\qquad\quad & 2x^2-5x \\ \hline 15x^2-23x+5 & \end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$$

$$\begin{array}{l|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 & 2x^2-5x \\ \hline
\qquad 15x^2-23x+5 & \\
\qquad 15x^2-20x & \\ \hline
\end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

$$\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 & 2x^2-5x \\ \hline
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x & \\ \hline
-3x+5 &
\end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 \qquad\qquad\quad & 2x^2-5x+1 \\ \cline{1-1}
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x \quad\; & \\ \cline{1-1}
-3x+5 &
\end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 \qquad\qquad\quad & 2x^2-5x+1 \\ \hline
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x \quad\; & \\ \hline
-3x+5 & \\
-3x+4 & \\ \hline
\end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & \;-3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 & \;2x^2-5x+1 \\ \hline
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x & \\ \hline
-3x+5 & \\
-3x+4 & \\ \hline
1 &
\end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx +$$

$$\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 & 2x^2-5x+1 \\ \cline{1-1}
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x & \\ \cline{1-1}
-3x+5 & \\
-3x+4 & \\ \cline{1-1}
1 &
\end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$

$$
\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 \qquad\qquad\qquad & 2x^2-5x+1 \\ \cline{1-1}
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x \quad\;\; & \\ \cline{1-1}
-3x+5 & \\
-3x+4 & \\ \cline{1-1}
1 &
\end{array}
$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3 + 23x^2 - 23x + 5}{4 - 3x}\, dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3 + 23x^2 - 23x + 5}{4 - 3x}\, dx = \int \left(2x^2 - 5x + 1\right)\, dx + \int \frac{dx}{4 - 3x} =$$

$$= \frac{2x^3}{3} -$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\int \dfrac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \displaystyle\int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx+\int \frac{dx}{4-3x} =$

$= \dfrac{2x^3}{3}-\dfrac{5}{2}x^2+$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\int \dfrac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \displaystyle\int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$

$= \dfrac{2x^3}{3} - \dfrac{5}{2}x^2 + x +$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3 + 23x^2 - 23x + 5}{4 - 3x}\, dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3 + 23x^2 - 23x + 5}{4 - 3x}\, dx = \int \left(2x^2 - 5x + 1\right)\, dx + \int \frac{dx}{4 - 3x} =$$

$$= \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3} \int \frac{(-3)dx}{4 - 3x}\, dx =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\int \dfrac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \displaystyle\int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx+\int \frac{dx}{4-3x} =$

$= \dfrac{2x^3}{3}-\dfrac{5}{2}x^2+x+\dfrac{1}{-3}\displaystyle\int \frac{(-3)dx}{4-3x}\,dx = \frac{2x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+x+$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$

$\displaystyle= \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{(-3)dx}{4-3x}\,dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{d(4-3x)}{4-3x}\,dx =$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$$

$$= \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{(-3)dx}{4-3x}\,dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{d(4-3x)}{4-3x}\,dx =$$

$$= \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x -$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$$

$$= \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{(-3)dx}{4-3x}\,dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{d(4-3x)}{4-3x}\,dx =$$

$$= \frac{2x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x - \frac{1}{3}\ln|4-3x| + C.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \dfrac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx =$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx =$

Степень многочлена в числителе равна степени многочлена в знаменателе. Значит, в дробно-рациональной функции надо выделить целую часть.

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$\begin{array}{l|l} 6x^2-26x+16 & 2x^2-2x+1 \\ \hline & \end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$$\begin{array}{l|l} 6x^2-26x+16 & 2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2} & 3 \end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$\begin{array}{l|l}
6x^2-26x+16 & 2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2}
\underline{6x^2-6x+3} & 3
\end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l} 6x^2-26x+16 & \;2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2} 6x^2-6x+3 & \;3 \\ \cline{1-1} -20x+13 & \end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx +$$

$$\begin{array}{r|l} 6x^2-26x+16 & \;2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2} 6x^2-6x+3 & \;3 \\ \cline{1-1} -20x+13 & \end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{\qquad\qquad}{}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l} 6x^2-26x+16 & 2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2} 6x^2-6x+3 & 3 \\ \hline -20x+13 & \end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$$\begin{array}{r|l} 6x^2-26x+16 & 2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2} 6x^2-6x+3 & 3 \\ \hline -20x+13 & \end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l} 6x^2-26x+16 & 2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2} 6x^2-6x+3 & 3 \\ \cline{1-1} -20x+13 & \end{array}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$d\left(2x^2-2x+1\right) =$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$$

$$d\left(2x^2-2x+1\right) = (4x-2)\,dx.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$$

$$+\int \frac{\Big(\quad (4x-2) \qquad +13}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$d\left(2x^2-2x+1\right) = (4x-2)\,dx.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$$

$$+\int \frac{(-5(4x-2) \qquad + 13}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$d\left(2x^2-2x+1\right) = (4x-2)\,dx.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$$

$$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$d\left(2x^2-2x+1\right) = (4x-2)\,dx.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$\displaystyle + \int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$\displaystyle = 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$$d\left(2x^2-2x+1\right) = (4x-2)\,dx.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$\displaystyle+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$\displaystyle= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$= 3x -$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$$

$$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$$

$$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$$

$$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$$

$$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| +$$

$$4x^2-4x+2 =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \dfrac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$+\int \dfrac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$= 3x - 5\int \dfrac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\displaystyle\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| +$

$4x^2-4x+2 = 4x^2-4x+1+1 =$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$\displaystyle + \int \frac{(-5(4x-2) - 10 + 13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$\displaystyle = 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| +$

$4x^2-4x+2 = 4x^2-4x+1+1 = (2x-1)^2+1.$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$$

$$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$$

$$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| + 3\,\mathrm{arctg}(2x-1) +$$

$$4x^2-4x+2 = 4x^2-4x+1+1 = (2x-1)^2+1.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$$

$$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$$

$$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| + 3\,\mathrm{arctg}(2x-1) + C.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$$d\left(\left(x^2+4\right)^2\right) =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$d\left(\left(x^2+4\right)^2\right) = d\left(x^4+8x^2+16\right) =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$d\left(\left(x^2+4\right)^2\right) = d\left(x^4+8x^2+16\right) = \left(4x^3+16x\right)\,dx.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \displaystyle\int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$

$d\left(\left(x^2+4\right)^2\right) = d\left(x^4+8x^2+16\right) = \left(4x^3+16x\right)\,dx.$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \displaystyle\int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| +$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$\displaystyle= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\ dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| +$$

$$d\left(x^2+4\right) =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$\displaystyle= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$

$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| +$

$d\left(x^2+4\right) = 2x\,dx.$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\ dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} +$$

$$d\left(x^2+4\right) = 2x\,dx.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\ dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| -$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$\displaystyle= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$

$\displaystyle= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$

$\displaystyle\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' =$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

$$\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' = \frac{x^2+4-x\cdot 2x}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\ dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

$$\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' = \frac{x^2+4-x\cdot 2x}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8-\left(x^2+4\right)}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

$$\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' = \frac{x^2+4-x\cdot 2x}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8-\left(x^2+4\right)}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8}{\left(1+x^2\right)^2} - \frac{1}{x^2+4}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\ dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

$$+ \frac{5}{x^2+4} +$$

$$\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' = \frac{x^2+4-x\cdot 2x}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8-\left(x^2+4\right)}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8}{\left(1+x^2\right)^2} - \frac{1}{x^2+4}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$
$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$
$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$
$$+ \frac{5}{x^2+4} + 5\operatorname{arctg}\frac{x}{2} + C =$$
$$\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' = \frac{x^2+4-x\cdot 2x}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8-\left(x^2+4\right)}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8}{\left(1+x^2\right)^2} - \frac{1}{x^2+4}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

$$+ \frac{5}{x^2+4} + 5\operatorname{arctg}\frac{x}{2} + C = 2\ln\left|x^2+4\right| + \frac{3}{x^2+4} + 5\operatorname{arctg}\frac{x}{2} + C.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4)

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{}{x+2} +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{}{x+2} + \frac{}{x+1} +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{}{x+2} + \frac{}{x+1} + \frac{}{x-3} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{}{x+1} + \frac{}{x-3} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{}{x-3} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3) + B(x+2)(x-3) + C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(\qquad\qquad\qquad) + x(\qquad\qquad\qquad\qquad)+}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(\qquad\qquad\qquad\qquad)+}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{rl|l} & = & x^2 \\ & = & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} A+B+C= & \Big| \; x^2 \\ \qquad\qquad\qquad = & \Big| \; x \\ \qquad\qquad\qquad\; = & \Big| \; x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{rl|l} A+B+C=3 & & x^2 \\ & = & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} A+B+C=3 & & x^2 \\ -2A-B+3C= & & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{rl|l} A+B+C=3 & & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & & x \\ = & & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C= & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

Ко второму уравнению прибавим удвоенное первое уравнение

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

Ко второму уравнению прибавим удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

Ко второму уравнению прибавим удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

Ко второму уравнению прибавим удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B+5C= \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

Ко второму уравнению прибавим удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

К третьему уравнению прибавим утроенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

К третьему уравнению прибавим утроенное первое уравнение

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

К третьему уравнению прибавим утроенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B+5C= \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

К третьему уравнению прибавим утроенное первое уравнение

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B+5C=22 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3) + B(x+2)(x-3) + C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C) + x(-2A-B+3C) + (-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ \end{cases}$$

К третьему уравнению прибавим утроенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B+5C=22 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C= \end{cases}$$

К третьему уравнению прибавим утроенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B+5C=22 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B+5C=22 \end{cases}$$

К третьему уравнению прибавим утроенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\left\{ \phantom{\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}} \right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C= \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B= \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A= \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=5, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{}{x+2}\,dx -$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3) + B(x+2)(x-3) + C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C) + x(-2A-B+3C) + (-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=5, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{}{x+2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx +$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=5, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{}{x+2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx + \int \frac{}{x-3}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=5, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx + \int \frac{}{x-3}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=5, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{}{x-3}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=5, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{2}{x-3}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=5, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \displaystyle\int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{2}{x-3}\,dx =$

$=$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{2}{x-3}\,dx =$$

$$= 5\ln|x+2| -$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{2}{x-3}\,dx =$$

$$= 5\ln|x+2| - 4\ln|x+1| +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{2}{x-3}\,dx =$$

$$= 5\ln|x+2| - 4\ln|x+1| + 2\ln|x-3| + C.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5)

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$\displaystyle\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} =$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{\qquad}{x+4} +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{}{x+4} + \frac{}{(x+4)^2} +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{}{x+4}+\frac{}{(x+4)^2}+\frac{}{x+1} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{}{(x+4)^2} + \frac{}{x+1} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{}{x+1} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{\qquad}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1) + B(x+1) + C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1) + B(x+1) + C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{\qquad\qquad}{(x+4)^2(x+1)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(\qquad\qquad)+x(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)+}{(x+4)^2(x+1)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(\qquad\qquad\qquad\qquad)+}{(x+4)^2(x+1)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+}{(x+4)^2(x+1)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{cc|l} & = & x^2 \\ & = & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} A+C= & & x^2 \\ & = & x \\ & \;\;= & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} A+C=2 & \bigg| \; x^2 \\ \qquad\qquad = & \bigg| \; x \\ \qquad\qquad = & \bigg| \; x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}=\frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1}=$$

$$=\frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)}=$$

$$=\frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C= & x \\ \qquad\qquad = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ \qquad\qquad = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C= & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1) + B(x+1) + C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C) + x(5A+B+8C) + (4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1) + B(x+1) + C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C) + x(5A+B+8C) + (4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 5

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 5

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}=\frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1}=$$

$$=\frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)}=$$

$$=\frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 5

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B \\ \ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2 \\ 5A+B+8C=9 \\ 4A+B+16C=-2 \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} x^2 \\ x \\ x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 5

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B+3C= \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1) + B(x+1) + C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C) + x(5A+B+8C) + (4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2 \\ 5A+B+8C=9 \\ 4A+B+16C=-2 \end{array}\right.\left|\begin{array}{l} x^2 \\ x \\ x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 5

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B+3C=-1, \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из третьего уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 4

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2 \\ 5A+B+8C=9 \\ 4A+B+16C=-2 \end{array}\right.\left|\begin{array}{l} x^2 \\ x \\ x^0 \end{array}\right.$$

Из третьего уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 4

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из третьего уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 4

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B+12C= \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из третьего уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 4

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B+12C=-10 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ \end{cases}$$

К третьему уравнению прибавим утроенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B+12C=-10 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C= \end{cases}$$

К третьему уравнению
прибавим утроенное
второе уравнение

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B+12C=-10 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

К третьему уравнению прибавим утроенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B+12C=-10 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\Bigg\{$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление
параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C= \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B= \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1) + B(x+1) + C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C) + x(5A+B+8C) + (4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A= \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

$$5)\ \int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

$$5)\ \int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{}{x+4}\,dx +$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{}{x+4}\,dx + \int \frac{}{(x+4)^2}\,dx -$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{}{x+4}\,dx + \int \frac{}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{2}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{2}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{1}{x+1}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{2}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{1}{x+1}\,dx =$$

$$=$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{2}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{1}{x+1}\,dx =$$

$$= 3\ln|x+4| -$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{2}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{1}{x+1}\,dx =$$

$$= 3\ln|x+4| - \frac{2}{x+4} -$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{2}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{1}{x+1}\,dx =$$

$$= 3\ln|x+4| - \frac{2}{x+4} - \ln|x+1| + C.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6)

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$\dfrac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} =$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{}{x^2+9} +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{}{x^2+9} + \frac{}{x+2} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{A}{x^2+9} + \frac{}{x+2} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+}{x^2+9} + \frac{}{x+2} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{}{x+2} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(\qquad\qquad)(\qquad\qquad)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(\qquad\quad)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{\qquad}{(x^2+9)(x+2)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(\qquad\qquad) + x(\qquad\qquad) +}{(x^2+9)(x+2)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(\qquad\qquad)+}{(x^2+9)(x+2)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+}{(x^2+9)(x+2)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{c|l} = & x^2 \\ = & x \\ = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{rl|l} A+C= & & x^2 \\ = & & x \\ = & & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ \qquad\qquad = & x \\ \qquad\qquad\ = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} A+C=2 & & x^2 \\ 2A+B= & & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{rl|l} A+C & =2 & x^2 \\ 2A+B & =2 & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9}+\frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C= & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем удвоенное первое уравнение

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B-2C= \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Третье уравнение можно пока не менять

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Третье уравнение можно пока не менять

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ 2B \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Третье уравнение
можно
пока не менять

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ 2B+9C= \end{array}\right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9}+\frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Третье уравнение можно пока не менять

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ 2B+9C=35 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ \end{cases}$$

Из третьего уравнения вычтем удвоенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ 2B+9C=35 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9}+\frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C= \end{cases}$$

Из третьего уравнения
вычтем удвоенное
второе уравнение

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ 2B+9C=35 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Из третьего уравнения вычтем удвоенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ 2B+9C=35 \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C= \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B= \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9}+\frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A= \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{}{x^2+9}\,dx +$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{}{x^2+9}\,dx + \int \frac{}{x+2}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{}{x+2}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+}{x^2+9}\,dx + \int \frac{}{x+2}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{\quad}{x+2}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$
$$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{4\,dx}{x^2+9} +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$
$$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{4\,dx}{x^2+9} + 3\ln|x+2| =$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{4\,dx}{x^2+9} + 3\ln|x+2| =$$

$$= -\frac{1}{2}\ln\left|x^2+9\right| +$$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$

$\displaystyle= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{4\,dx}{x^2+9} + 3\ln|x+2| =$

$\displaystyle= -\frac{1}{2}\ln\left|x^2+9\right| + \frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{x}{3} +$

Пример 33. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$
$$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{4\,dx}{x^2+9} + 3\ln|x+2| =$$
$$= -\frac{1}{2}\ln\left|x^2+9\right| + \frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{x}{3} + 3\ln|x+2| + C.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int xe^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\, dx =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int x e^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3 e^x\,dx$.

Решение.

а) $$\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \arcsin x \\ dv = \end{array} \right| =$$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int xe^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\, dx = \left| \begin{array}{l} u = \arcsin x \\ dv = dx \end{array} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

а) $$\int \arcsin x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = \\ dv = dx & \end{matrix} \right| =$$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3 e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & \end{array} \right| =$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int x e^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = \end{array} \right| =$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int x e^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

а) $$\int \arcsin x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x \, dx$; ***б)*** $\int x e^x \, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

а) $$\int \arcsin x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= \arcsin x \cdot$$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$

$= \arcsin x \cdot x -$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int x e^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x \, dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3 e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x \arcsin x - \frac{1}{2} \int \frac{d\left(x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $$\int \arcsin x\,dx = \left|\begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix}\right| =$$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\arcsin x - \frac{1}{2}\int \frac{d\left(x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\arcsin x \ldots$$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int x e^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x\, dx}{\sqrt{1-x^2}} = x \arcsin x - \frac{1}{2} \int \frac{d\left(x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x \arcsin x + \frac{1}{2} \int \frac{d\left(1-x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\,dx$; ***б)*** $\int xe^x\,dx$; ***в)*** $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\arcsin x - \frac{1}{2}\int \frac{d\left(x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\arcsin x + \frac{1}{2}\int \frac{d\left(1-x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} = x\arcsin x + \sqrt{1-x^2} \ldots$$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $$\int \arcsin x\,dx = \left|\begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix}\right| =$$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\arcsin x - \frac{1}{2}\int \frac{d\left(x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\arcsin x + \frac{1}{2}\int \frac{d\left(1-x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} = x\arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C.$$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x \, dx$; ***б)*** $\int x e^x \, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $\int x e^x \, dx =$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x \, dx$; ***б)*** $\int xe^x \, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x \, dx$; ***б)*** $\int x e^x \, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $$\int x e^x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & \\ dv = & \end{array} \right| =$$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x \, dx$; ***б)*** $\int x e^x \, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $\int x e^x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = x \\ dv = e^x dx \end{array} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int x e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = \\ dv = e^x dx & \end{array} \right| =$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int xe^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\, dx = \begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & \end{vmatrix} =$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int xe^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\, dx = \begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = \end{vmatrix} =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int x e^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $$\int x e^x \, dx = \begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{vmatrix} =$$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x\cdot$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\, dx = \begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{vmatrix} = x \cdot e^x -$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int x e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x \cdot e^x - \int e^x\, dx =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x \cdot e^x - \int e^x\, dx =$

$= x\, e^x -$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int x e^x\, dx = \begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{vmatrix} = x \cdot e^x - \int e^x\, dx =$

$= x\, e^x - e^x \ldots$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int x e^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $\int x e^x \, dx = \left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x \cdot e^x - \int e^x \, dx =$

$= x\, e^x - e^x + C.$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $$\int x^3e^x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int xe^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $$\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{l} u = x^3 \\ dv = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x \, dx$; ***б)*** $\int x e^x \, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = x^3 \\ dv = e^x dx \end{array} \right| =$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int xe^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = \\ dv = e^x dx & \end{array} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & \end{array} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = \end{matrix} \right| =$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int x e^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \begin{vmatrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{vmatrix} =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3\cdot$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\,dx$; ***б)*** $\int xe^x\,dx$; ***в)*** $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x -$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\,dx$; ***б)*** $\int xe^x\,dx$; ***в)*** $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left|\begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix}\right| = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left|\begin{matrix} u = & \\ dv = & \end{matrix}\right| =$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int x e^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & \\ dv = & \end{matrix} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & \\ dv = e^x dx & \end{array} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & du = \\ dv = e^x dx & \end{matrix} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3 \int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & \end{array} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int x e^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3 \int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x \, dx \\ dv = e^x dx & v = \end{array} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3 \int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

$$\text{в) } \int x^3e^x\,dx = \begin{vmatrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^xdx & v = e^x \end{vmatrix} = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^xdx =$$

$$= \begin{vmatrix} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^xdx & v = e^x \end{vmatrix} = x^3e^x - 3\ldots$$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $$\int x^3e^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3e^x - 3\Big(x^2e^x - 2\int x\,e^x dx\Big) =$$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3e^x - 3\left(x^2e^x - 2\int x\,e^x dx\right) =$

$\left| \begin{array}{ll} u = & \\ dv = & \end{array} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3e^x\, dx$.

Решение.

в) $$\int x^3e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3e^x - 3\Big(x^2e^x - 2\int x\, e^x dx\Big) =$$

$$\left| \begin{matrix} u = x & \\ dv = & \end{matrix} \right| =$$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3 \int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 e^x - 3\left(x^2 e^x - 2 \int x\, e^x dx\right) =$

$\left| \begin{array}{ll} u = x & \\ dv = e^x dx & \end{array} \right| =$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int x e^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \begin{vmatrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{vmatrix} = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$

$= \begin{vmatrix} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{vmatrix} = x^3 e^x - 3\left(x^2 e^x - 2\int x\, e^x dx\right) =$

$\begin{vmatrix} u = x & du = \\ dv = e^x dx & \end{vmatrix} =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3e^x - 3\left(x^2e^x - 2\int x\,e^x dx\right) =$

$\left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & \end{matrix} \right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left|\begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix}\right| = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left|\begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix}\right| = x^3e^x - 3\left(x^2e^x - 2\int x\,e^x dx\right) =$

$\left|\begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = \end{matrix}\right| =$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $$\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 e^x - 3\left(x^2 e^x - 2\int x\, e^x dx\right) =$$

$$\left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| =$$

Пример 34. ***а)*** $\int \arcsin x\,dx$; ***б)*** $\int xe^x\,dx$; ***в)*** $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\,dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 e^x - 3\left(x^2 e^x - 2\int x\,e^x dx\right) =$

$\left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6\ldots$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $$\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 e^x - 3\left(x^2 e^x - 2\int x\, e^x dx\right) =$$

$$\left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6\left(x\, e^x - \int e^x\, dx\right) =$$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $$\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 e^x - 3\Big(x^2 e^x - 2\int x\, e^x dx\Big) =$$

$$\left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6\Big(x\, e^x - \int e^x\, dx\Big) =$$

$$= x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6\left(x\, e^x - e^x\right) \ldots$$

Пример 34. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left|\begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix}\right| = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left|\begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix}\right| = x^3e^x - 3\left(x^2e^x - 2\int x\,e^x dx\right) =$

$\left|\begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix}\right| = x^3e^x - 3x^2e^x + 6\left(x\,e^x - \int e^x\,dx\right) =$

$= x^3e^x - 3x^2e^x + 6\,(x\,e^x - e^x) + C.$

Вернёмся к лекции, рассмотрим **другой пример** или **решим задачи?**

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение.

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение.   **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ \\ \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \sqrt{1-x^2} \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \sqrt{1-x^2} \\ dv = \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \sqrt{1-x^2} \\ \\ dv = dx \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \\ dv = dx & \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} -$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*

а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x \cdot (-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; **б)** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x \cdot (-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(\qquad - x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} +$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} -$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} +$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x -$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

$$2\int \sqrt{1-x^2}\,dx = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x + 2C.$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx =$

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

$$2\int \sqrt{1-x^2}\,dx = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x + 2C.$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{-2x\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-x)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

$$2\int \sqrt{1-x^2}\,dx = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x + 2C.$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а**) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \qquad\qquad +$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} +$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} +$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} +$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} +$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} +$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{1-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{1-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} +$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{1-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{1-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} = \sqrt{1-x^2}.$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{1-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} = \sqrt{1-x^2}.$$

Ура!

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left|\begin{array}{l} u = e^x \\ dv = \end{array}\right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left|\begin{array}{l} u = e^x \\ dv = \sin x\,dx \end{array}\right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = \\ dv = \sin x\,dx & \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = \end{matrix} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{matrix} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{lr} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\, dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\, dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{l} u = e^x \\ \\ \end{array} \quad\quad\quad\quad\quad\quad \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{matrix} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & \\ dv = & \end{matrix} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \begin{vmatrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{vmatrix} =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \begin{vmatrix} u = e^x & \\ dv = \cos x\,dx & \end{vmatrix} =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; **б)** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = \\ dv = \cos x\,dx & \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; **б)** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x +$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x -$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{matrix} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{matrix} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{matrix} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{matrix} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

$$2\int e^x \sin x\,dx = -e^x \cos x + e^x \sin x + 2C.$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение.   б) $\int e^x \sin x\,dx =$

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

$$2\int e^x \sin x\,dx = -e^x \cos x + e^x \sin x + 2C.$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б) $\int e^x \sin x\,dx = \dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C.$

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

$$2\int e^x \sin x\,dx = -e^x \cos x + e^x \sin x + 2C.$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б) $\int e^x \sin x\,dx = \dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C$.

$$\left(\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C\right)' =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б) $\int e^x \sin x\,dx = \dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C.$

$$\left(\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} +$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **б)** $\int e^x \sin x\,dx = \dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C.$

$$\left(\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + \frac{e^x(\cos x + \sin x)}{2} =$$

Пример 35. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б) $\int e^x \sin x\,dx = \dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C.$

$$\left(\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + \frac{e^x(\cos x + \sin x)}{2} = e^x \sin x.$$

Вернёмся к лекции или **решим задачи?**

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx$.

Решение.

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

$1-\sin^2 t =$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

$1-\sin^2 t = \cos^2 t,$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t =$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)* $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; *б)*; *в)*; *г)*.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t},$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)* $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; *б)*; *в)*; *г)*.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 =$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)* $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; *б)*; *в)*; *г)*.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

$$1-\sin^2 t=\cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t=\frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t}-1=\operatorname{tg}^2 t,$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

$$1-\sin^2 t=\cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t=\frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t}-1=\operatorname{tg}^2 t,$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\mathrm{tg}^2\, t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \mathrm{tg}^2\, t,$$

$$9 - 9\sin^2 t = 9\cos^2 t,$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\mathrm{tg}^2\, t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \mathrm{tg}^2\, t,$$

$$9 - 9\sin^2 t = 9\cos^2 t, \quad 9-(3\sin t)^2 = (3\cos t)^2$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

$$1-\sin^2 t=\cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t=\frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t}-1=\operatorname{tg}^2 t,$$

$$9-9\sin^2 t=9\cos^2 t, \quad 9-(\underbrace{3\sin t}_{x})^2=(3\cos t)^2$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)* $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; *б)*; *в)*; *г)*.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \right| =$

$1-\sin^2 t = \cos^2 t,\qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \dfrac{1}{\cos^2 t},\qquad \dfrac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$

$9 - 9\sin^2 t = 9\cos^2 t,\quad 9 - (\underbrace{3\sin t}_{x})^2 = (3\cos t)^2$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = 3\sin t, & t \in \\ dx = & \end{array} \right| =$

$1-\sin^2 t = \cos^2 t,$ $\quad 1+\operatorname{tg}^2 t = \dfrac{1}{\cos^2 t},\quad \dfrac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$

$9 - 9\sin^2 t = 9\cos^2 t,\quad 9 - (\underbrace{3\sin t}_{x})^2 = (3\cos t)^2$

Пример 36. *Вычислите:* **а)** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; **б)**; **в)**; **г)**.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = \end{array} \right| =$

$1-\sin^2 t = \cos^2 t,$ $\quad 1+\mathrm{tg}^2\, t = \dfrac{1}{\cos^2 t}, \quad \dfrac{1}{\cos^2 t} - 1 = \mathrm{tg}^2\, t,$

$9 - 9\sin^2 t = 9\cos^2 t, \quad 9 - (\underbrace{3\sin t}_{x})^2 = (3\cos t)^2$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| =$

$1 - \sin^2 t = \cos^2 t,$ $\quad 1 + \operatorname{tg}^2 t = \dfrac{1}{\cos^2 t}, \qquad \dfrac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$

$9 - 9\sin^2 t = 9\cos^2 t, \quad 9 - (\underbrace{3\sin t}_{x})^2 = (3\cos t)^2$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$1 - \sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1 + \operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$$

$$9 - 9\sin^2 t = 9\cos^2 t, \quad 9 - (\underbrace{3\sin t}_{x})^2 = (3\cos t)^2$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int\sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int\sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$= 9\int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$= 9 \int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{9t}{2} + \frac{9}{4}\sin 2t$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$= 9\int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{9t}{2} + \frac{9}{4}\sin 2t + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$= 9\int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{9t}{2} + \frac{9}{4}\sin 2t + C = \frac{9t}{2} + \frac{9}{2}\sin t\cos t + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$= 9\int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{9t}{2} + \frac{9}{4}\sin 2t + C = \frac{9t}{2} + \frac{9}{2}\sin t\cos t + C =$$

$$= \frac{9}{2}\arcsin\frac{x}{3} + \frac{9}{2}\cdot\frac{x}{3}\cdot$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$= 9\int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{9t}{2} + \frac{9}{4}\sin 2t + C = \frac{9t}{2} + \frac{9}{2}\sin t\cos t + C =$$

$$= \frac{9}{2}\arcsin\frac{x}{3} + \frac{9}{2}\cdot\frac{x}{3}\cdot\sqrt{1-\frac{x^2}{9}} + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$; ***б)***; ***в)***; ***г)***.

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t, \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$= 9\int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{9t}{2} + \frac{9}{4}\sin 2t + C = \frac{9t}{2} + \frac{9}{2}\sin t\cos t + C =$$

$$= \frac{9}{2}\arcsin\frac{x}{3} + \frac{9}{2}\cdot\frac{x}{3}\cdot\sqrt{1-\frac{x^2}{9}} + C = \frac{9}{2}\arcsin\frac{x}{3} + \frac{x}{2}\sqrt{9-x^2} + C.$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx =$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \right| =$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \right| =$

$1-\sin^2 t =$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \right| =$

$1-\sin^2 t = \cos^2 t,$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\displaystyle \int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t},$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \qquad\qquad\qquad \right| =$$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\mathrm{tg}^2\, t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 =$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \qquad\qquad\qquad \right| =$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{aligned} x &= \\ dx &= \end{aligned} \right| =$

$$1-\sin^2 t=\cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t=\frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t}-1=\operatorname{tg}^2 t,$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \qquad\qquad \right| =$$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$$

$$25 + 25\operatorname{tg}^2 t = \frac{25}{\cos^2 t},$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; **в)**; **г)**.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \qquad\qquad \right| =$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$$

$$25 + 25\operatorname{tg}^2 t = \frac{25}{\cos^2 t}, \quad 25 + (5\operatorname{tg} t)^2 = \left(\frac{5}{\cos t}\right)^2$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\displaystyle \int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \qquad\qquad \right| =$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\mathrm{tg}^2\, t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \mathrm{tg}^2\, t,$$

$$25 + 25\,\mathrm{tg}^2\, t = \frac{25}{\cos^2 t}, \quad 25 + (\underbrace{5\,\mathrm{tg}\, t}_{x})^2 = \left(\frac{5}{\cos t}\right)^2$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = \end{array} \right| =$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$$

$$25 + 25\operatorname{tg}^2 t = \frac{25}{\cos^2 t}, \quad 25 + (\underbrace{5\operatorname{tg} t}_{x})^2 = \left(\frac{5}{\cos t}\right)^2$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| =$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{aligned} x &= 5\operatorname{tg} t \\ dx &= 5\,dt/\cos^2 t \end{aligned} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int\sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{aligned} x &= 5\operatorname{tg} t \\ dx &= 5\,dt/\cos^2 t \end{aligned}\right| = \int\sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

Вообще говоря, $\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 t}} = \dfrac{1}{|\cos t|}$.

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

Вообще говоря, $\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 t}} = \dfrac{1}{|\cos t|}$.

Можно рассматривать только случай, когда $t \in \left(-\dfrac{\pi}{2};\ \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Тогда

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

Вообще говоря, $\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 t}} = \dfrac{1}{|\cos t|}$.

Можно рассматривать только случай, когда $t \in \left(-\dfrac{\pi}{2};\ \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Тогда $\cos t > 0$.

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} =$$

Вообще говоря, $\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\,x} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 t}} = \dfrac{1}{|\cos t|}$.

Можно рассматривать только случай, когда $t \in \left(-\dfrac{\pi}{2};\ \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Тогда $\cos t > 0$.

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int\sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{matrix} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix}\right| = \int\sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int\frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int\frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left|\begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{matrix}\right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y)(1+y)^2 + B(1+y)^2 + C(1-y)^2(1+y) + D(1-y)^2 = 1.$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int\sqrt{25+x^2}\,dx=\left|\begin{array}{l} x=5\operatorname{tg}t\\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{array}\right|=\int\sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t}=$

$$=\int\frac{25\,dt}{\cos^3 t}=\int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t}=\int\frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2}=\left|\begin{array}{l} y=\sin t\\ dy=d\left(\sin t\right)\end{array}\right|=$$

$$=\int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2}=$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2}=\frac{A}{1-y}+\frac{B}{(1-y)^2}+\frac{C}{1+y}+\frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y)+B(1+y)^2+C(1-y)^2(1+y)+D(1-y)^2=1.$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{aligned} x &= 5\operatorname{tg} t \\ dx &= 5\,dt/\cos^2 t \end{aligned} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{aligned} y &= \sin t \\ dy &= d\left(\sin t\right) \end{aligned} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)^2(1+y) + D(1-y)^2 = 1.$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\displaystyle\int\sqrt{25+x^2}\,dx=\left|\begin{matrix}x=5\,\mathrm{tg}\,t\\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{matrix}\right|=\int\sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t}=$

$$=\int\frac{25\,dt}{\cos^3 t}=\int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t}=\int\frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2}=\left|\begin{matrix}y=\sin t\\ dy=d\,(\sin t)\end{matrix}\right|=$$

$$=\int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2}=$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2}=\frac{A}{1-y}+\frac{B}{(1-y)^2}+\frac{C}{1+y}+\frac{D}{(1+y)^2}.$$

$A(1-y^2)(1+y)+B(1+2y+y^2)+C(1-y)(1-y^2)+D(1-y)^2=1.$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D = 1, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; **в)**; **г)**.

Решение.

б) $\int\sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{array}{l} x=5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx=5\,dt/\cos^2 t \end{array}\right| = \int\sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int\frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int\frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left|\begin{array}{l} y=\sin t \\ dy=d(\sin t) \end{array}\right| =$$

$$= \int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ \\ \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int\sqrt{25+x^2}\,dx=\left|\begin{array}{l} x=5\,\mathrm{tg}\,t\\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{array}\right|=\int\sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t}=$$

$$=\int\frac{25\,dt}{\cos^3 t}=\int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t}=\int\frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2}=\left|\begin{array}{l} y=\sin t\\ dy=d\,(\sin t)\end{array}\right|=$$

$$=\int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2}=$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2}=\frac{A}{1-y}+\frac{B}{(1-y)^2}+\frac{C}{1+y}+\frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y)+B(1+2y+y^2)+C(1-y)(1-y^2)+D(1-2y+y^2)=1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1,\\ A+2B-C-2D=0,\\ -A+B-C+D=0,\\ \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int\sqrt{25+x^2}\,dx=\left|\begin{array}{l} x=5\operatorname{tg}t\\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{array}\right|=\int\sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t}=$$

$$=\int\frac{25\,dt}{\cos^3 t}=\int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t}=\int\frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2}=\left|\begin{array}{l} y=\sin t\\ dy=d\left(\sin t\right)\end{array}\right|=$$

$$=\int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2}=$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2}=\frac{A}{1-y}+\frac{B}{(1-y)^2}+\frac{C}{1+y}+\frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y)+B(1+2y+y^2)+C(1-y)(1-y^2)+D(1-2y+y^2)=1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1,\\ A+2B-C-2D=0,\\ -A+B-C+D=0,\\ -A+C=0\end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D = 1, \\ A+2B-C-2D = 0, \\ -A+B-C+D = 0, \\ -A+C = 0 \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int\sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{matrix} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix}\right| = \int\sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int\frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int\frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left|\begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{matrix}\right| =$$

$$= \int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ \\ \\ \\ \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $$\int\sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{array}{l} x=5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{array}\right| = \int\sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int\frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int\frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left|\begin{array}{l} y=\sin t \\ dy=d\,(\sin t)\end{array}\right| =$$

$$= \int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y}+\frac{B}{(1-y)^2}+\frac{C}{1+y}+\frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y)+B(1+2y+y^2)+C(1-y)(1-y^2)+D(1-2y+y^2)=1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l} -A+C=0, \\ \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $$\int\sqrt{25+x^2}\,dx=\left|\begin{array}{l} x=5\,\mathrm{tg}\,t\\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{array}\right|=\int\sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t}=$$

$$=\int\frac{25\,dt}{\cos^3 t}=\int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t}=\int\frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2}=\left|\begin{array}{l} y=\sin t\\ dy=d\,(\sin t)\end{array}\right|=$$

$$=\int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2}=$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2}=\frac{A}{1-y}+\frac{B}{(1-y)^2}+\frac{C}{1+y}+\frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y)+B(1+2y+y^2)+C(1-y)(1-y^2)+D(1-2y+y^2)=1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C+D=1,\\ A+2B-C-2D=0,\\ -A+B-C+D=0,\\ -A+C=0\end{array}\right.\quad\left\{\begin{array}{l} -A+C=0,\\ B+2C+D=1,\\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2 t} \cdot \frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int\sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{array}{l} x=5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array}\right| = \int\sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int\frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int\frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left|\begin{array}{l} y=\sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array}\right| =$$

$$= \int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int\sqrt{25+x^2}\,dx=\left|\begin{array}{l} x=5\,\mathrm{tg}\,t\\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{array}\right|=\int\sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t}=$$

$$=\int\frac{25\,dt}{\cos^3 t}=\int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t}=\int\frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2}=\left|\begin{array}{l} y=\sin t\\ dy=d\,(\sin t)\end{array}\right|=$$

$$=\int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2}=$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2}=\frac{A}{1-y}+\frac{B}{(1-y)^2}+\frac{C}{1+y}+\frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y)+B(1+2y+y^2)+C(1-y)(1-y^2)+D(1-2y+y^2)=1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1,\\ A+2B-C-2D=0,\\ -A+B-C+D=0,\\ -A+C=0\end{cases}\quad\begin{cases} -A+C=0,\\ B+2C+D=1,\\ 2B-2D=0,\\ \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{matrix} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{aligned} x &= 5\operatorname{tg} t \\ dx &= 5\,dt/\cos^2 t \end{aligned} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{aligned} y &= \sin t \\ dy &= d(\sin t) \end{aligned} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=C, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; **в)**; **г)**.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{matrix} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=C, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\int\sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{array}{l} x=5\operatorname{tg}t \\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{array}\right| = \int\sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int\frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int\frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left|\begin{array}{l} y=\sin t \\ dy=d(\sin t)\end{array}\right| =$$

$$= \int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int\sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{array}{l} x=5\operatorname{tg}t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t\end{array}\right| = \int\sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$=\int\frac{25\,dt}{\cos^3 t}=\int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t}=\int\frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2}=\left|\begin{array}{l} y=\sin t \\ dy = d(\sin t)\end{array}\right| =$$

$$=\int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2}=$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2}=\frac{A}{1-y}+\frac{B}{(1-y)^2}+\frac{C}{1+y}+\frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y)+B(1+2y+y^2)+C(1-y)(1-y^2)+D(1-2y+y^2)=1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases}\quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases}\quad \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{matrix} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{matrix} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \\ 2B-2C=0 \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\displaystyle\int\sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{array}{l} x=5\operatorname{tg}t \\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{array}\right| = \int\sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int\frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int\frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left|\begin{array}{l} y=\sin t \\ dy=d(\sin t)\end{array}\right| =$$

$$= \int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \\ 2B-2C=0 \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} \\ \\ C=1/4, \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\displaystyle\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \\ 2B-2C=0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} A=1/4, \\ \\ C=1/4, \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; **в)**; **г)**.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \\ 2B-2C=0 \end{cases} \begin{cases} A=1/4, \\ B=1/4, \\ C=1/4, \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \\ 2B-2C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=1/4, \\ B=1/4, \\ C=1/4, \\ D=1/4. \end{cases}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int\sqrt{25+x^2}\,dx=\left|\begin{matrix} x=5\operatorname{tg}t \\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{matrix}\right|=\int\sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t}=$$

$$=\int\frac{25\,dt}{\cos^3 t}=\int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t}=\int\frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2}=\left|\begin{matrix} y=\sin t \\ dy=d\left(\sin t\right)\end{matrix}\right|=$$

$$=\int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2}=$$

$$=\int\frac{25\,dy}{4(1-y)}+\int\frac{25\,dy}{4(1-y)^2}+\int\frac{25\,dy}{4(1+y)}+\int\frac{25\,dy}{4(1+y)^2}=$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; **в)**; **г)**.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| +$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} +$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| -$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; **в)**; **г)**.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| +$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{aligned} x &= 5\operatorname{tg} t \\ dx &= 5\,dt/\cos^2 t \end{aligned} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{aligned} y &= \sin t \\ dy &= d(\sin t) \end{aligned} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \quad \sin\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int\sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{array}{l} x=5\operatorname{tg}t\\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{array}\right| = \int\sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$=\int\frac{25\,dt}{\cos^3 t}=\int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t}=\int\frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2}=\left|\begin{array}{l} y=\sin t\\ dy=d\left(\sin t\right)\end{array}\right|=$$

$$=\int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2}= \qquad \sin\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right)=\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right)\cos\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right)=$$

$$=\int\frac{25\,dy}{4(1-y)}+\int\frac{25\,dy}{4(1-y)^2}+\int\frac{25\,dy}{4(1+y)}+\int\frac{25\,dy}{4(1+y)^2}=$$

$$=-\frac{25}{4}\ln|1-y|+\frac{25}{4(1-y)}+\frac{25}{4}\ln|1+y|-\frac{25}{4(1+y)}+C=$$

$$=\frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right|+\frac{25\,y}{2(1-y^2)}+C=$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{matrix} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \quad \sin\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \tfrac{x}{5}\ \cos\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{aligned} x &= 5\operatorname{tg} t \\ dx &= 5\,dt/\cos^2 t \end{aligned} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{aligned} y &= \sin t \\ dy &= d\,(\sin t) \end{aligned} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \quad \sin\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \tfrac{x}{5}\ \cos\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \frac{x}{5\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right)}} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \quad \sin\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \tfrac{x}{5}\ \cos\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \frac{x}{5\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{5}\right)}} = \frac{x}{\sqrt{25+x^2}}.$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)*** $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; ***в)***; ***г)***.

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \quad \sin\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \tfrac{x}{5}\,\cos\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \frac{x}{5\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{5}\right)}} = \frac{x}{\sqrt{25+x^2}}.$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C = \frac{25}{4}\ln\frac{\sqrt{25+x^2}+x}{\sqrt{25+x^2}-x} +$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$; *в)*; *г)*.

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \quad \sin\left(\mathrm{arctg}\,\tfrac{x}{5}\right) = \tfrac{x}{5}\,\cos\left(\mathrm{arctg}\,\tfrac{x}{5}\right) = \frac{x}{5\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\left(\mathrm{arctg}\,\frac{x}{5}\right)}} = \frac{x}{\sqrt{25+x^2}}.$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C = \frac{25}{4}\ln\frac{\sqrt{25+x^2}+x}{\sqrt{25+x^2}-x} + \frac{x\sqrt{25+x^2}}{2} + C.$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{l} t = \\ \\ dx = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

$$\text{в) } \int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{2x+1} \\ \\ dx = \end{array} \right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)*; *в)* $\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; *г)*.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t = \sqrt{2x+1} & 2x+1 = t^2 \\ dx = & \end{array} \right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

$$\text{в)}\ \int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{matrix} t = \sqrt{2x+1} & 2x+1 = t^2 \\ dx = & x = \dfrac{t^2-1}{2} \end{matrix} \right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

$$\text{в)}\ \int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)*; *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; *г)*.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t = \sqrt{2x+1} & 2x+1 = t^2 \\ dx = t\,dt & x = \dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t \cdot t\,dt}{t+1} =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & \quad t+1 \\ \hline & \end{array}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & t+1 \\ \cline{2-2} & t \end{array}$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)*; *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; *г)*.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & \quad t+1 \\ \cline{2-2} \underline{t^2+t\qquad\quad} & \quad t \end{array}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{matrix} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{matrix} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & \;t+1 \\ \cline{2-2} \underline{t^2+t\qquad\quad} & \;t-1 \end{array}$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)*; *в)* $\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; *г)*.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{matrix} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{matrix} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & \ \ t+1 \\ \cline{2-2} t^2+t & \ \ t-1 \\ \hline \quad -t & \end{array}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{matrix} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{matrix} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & \; t+1 \\ \cline{2-2} t^2+t & \; t{-}1 \\ \hline \quad -t & \\ \quad -t-1 & \\ \hline \end{array}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & \;t+1 \\ \cline{2-2} t^2+t & \;t-1 \\ \hline \quad -t & \\ \quad -t-1 & \\ \hline \qquad\quad 1 & \end{array}$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{matrix} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{matrix} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{r|l} t^2+0t+0 & t+1 \\ \cline{2-2} t^2+t & t-1 \\ \hline -t & \\ -t-1 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)**; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; **г)**.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t +$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| \ldots$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| + C =$$

$$= \frac{2x+1}{2} -$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)*; *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; *г)*.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{matrix} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{matrix} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| + C =$$

$$= \frac{2x+1}{2} - \sqrt{2x+1} +$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx$; ***г)***.

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{matrix} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dx = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{matrix} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| + C =$$

$$= \frac{2x+1}{2} - \sqrt{2x+1} + \ln\left(\sqrt{2x+1}+1\right) + C.$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx =$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx =$

В подкоренном выражении **выделим полный квадрат**:

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx$.

Решение.

г) $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx =$

В подкоренном выражении **выделим полный квадрат**:

$4x - x^2 =$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx =$

В подкоренном выражении **выделим полный квадрат**:

$4x - x^2 = -\left(x^2 - 4x\right) =$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx =$

В подкоренном выражении **выделим полный квадрат**:

$4x - x^2 = -\left(x^2 - 4x\right) = -(x- \quad)^2 +$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx$.

Решение.

г) $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx =$

В подкоренном выражении **выделим полный квадрат**:

$4x - x^2 = -\left(x^2 - 4x\right) = -(x-2)^2 +$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx =$

В подкоренном выражении **выделим полный квадрат**:

$4x - x^2 = -\left(x^2 - 4x\right) = -(x-2)^2 + 4.$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$

В подкоренном выражении **выделим полный квадрат**:

$4x - x^2 = -\left(x^2 - 4x\right) = -(x-2)^2 + 4.$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)**; **в)**; **г)** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x-2= \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x-2= \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

$$1-\sin^2 t =$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)**; **в)**; **г)** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x-2= \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t,$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x - 2 = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

$$1 - \sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1 + \mathrm{tg}^2\, t =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left|\, x-2= \qquad\qquad \right| =$$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t},$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx$.

Решение.

г) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$

$$= \left| \begin{array}{l} x-2= \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$

$$= \left| \begin{array}{l} x-2= \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\mathrm{tg}^2\, t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \mathrm{tg}^2\, t,$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x-2= \\ \\ \end{array} \right| =$$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4 - (x-2)^2}}\,dx =$

$$= \left| \begin{array}{l} x - 2 = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

$1 - \sin^2 t = \cos^2 t,$ $\quad 1 + \operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \quad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$

$4 - 4\sin^2 t = 4\cos^2 t,$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)*; *в)*; *г)* $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$

$$= \left| \begin{array}{l} x-2= \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

$1-\sin^2 t = \cos^2 t,\quad 1+\mathrm{tg}^2\, t = \frac{1}{\cos^2 t},\quad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \mathrm{tg}^2\, t,$

$4-4\sin^2 t = 4\cos^2 t,\quad 4-(2\sin t)^2 = (2\cos t)^2$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)*; *в)*; *г)* $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \, x - 2 = \qquad \right| =$$

$$1-\sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1+\operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$$

$$4 - 4\sin^2 t = 4\cos^2 t, \quad 4 - (\underbrace{2\sin t}_{x-2})^2 = (2\cos t)^2$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)**; **в)**; **г)** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx$.

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4 - (x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x - 2 = 2\sin t \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

$$1 - \sin^2 t = \cos^2 t, \qquad 1 + \operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \qquad \frac{1}{\cos^2 t} - 1 = \operatorname{tg}^2 t,$$

$$4 - 4\sin^2 t = 4\cos^2 t, \quad 4 - (\underbrace{2\sin t}_{x-2})^2 = (2\cos t)^2$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x-2 = 2\sin t \\ dx = \end{array} \right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx$.

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x-2 = 2\sin t \\ dx = 2\cos t\,dt \end{array} \right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)*; *в)*; *г)* $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4 - (x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x - 2 = 2\sin t \\ dx = 2\cos t\,dt \quad t = \end{array} \right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)**; **в)**; **г)** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} x-2 = 2\sin t & t \in [\pi/2;\ \pi/2] \\ dx = 2\cos t\,dt & t = \end{array} \right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} x-2=2\sin t & t\in[\pi/2;\ \pi/2] \\ dx=2\cos t\,dt & t=\arcsin\dfrac{x-2}{2} \end{array} \right| =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4 - (x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} x - 2 = 2\sin t & t \in [\pi/2;\ \pi/2] \\ dx = 2\cos t\,dt & t = \arcsin\dfrac{x-2}{2} \end{array} \right| = \int \frac{2 + 2\sin t}{2\cos t}.$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)*; *в)*; *г)* $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} x-2 = 2\sin t & t \in [\pi/2;\ \pi/2] \\ dx = 2\cos t\,dt & t = \arcsin\dfrac{x-2}{2} \end{array} \right| = \int \frac{2+2\sin t}{2\cos t}\cdot 2\cos t\,dt =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)****;* ***б)****;* ***в)****;* ***г)*** $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$

$$= \left| \begin{array}{ll} x-2 = 2\sin t & t \in [\pi/2;\ \pi/2] \\ dx = 2\cos t\,dt & t = \arcsin\dfrac{x-2}{2} \end{array} \right| = \int \frac{2+2\sin t}{2\cos t}\cdot 2\cos t\,dt =$$

$$= \int 2\,dt + \int 2\sin t\,dt =$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)**; **в)**; **г)** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4 - (x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} x - 2 = 2\sin t & t \in [\pi/2;\ \pi/2] \\ dx = 2\cos t\,dt & t = \arcsin\dfrac{x-2}{2} \end{array} \right| = \int \frac{2 + 2\sin t}{2\cos t} \cdot 2\cos t\,dt =$$

$$= \int 2\,dt + \int 2\sin t\,dt = 2t + 2\int \sin t\,dt =$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)**; **в)**; **г)** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} x-2=2\sin t & t\in[\pi/2;\ \pi/2] \\ dx=2\cos t\,dt & t=\arcsin\dfrac{x-2}{2} \end{array} \right| = \int \frac{2+2\sin t}{2\cos t}\cdot 2\cos t\,dt =$$

$$= \int 2\,dt + \int 2\sin t\,dt = 2t + 2\int \sin t\,dt = 2t - 2\cos t + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)*; *в)*; *г)* $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} x-2=2\sin t & t\in[\pi/2;\ \pi/2] \\ dx=2\cos t\,dt & t=\arcsin\dfrac{x-2}{2} \end{array} \right| = \int \frac{2+2\sin t}{2\cos t}\cdot 2\cos t\,dt =$$

$$= \int 2\,dt + \int 2\sin t\,dt = 2t + 2\int \sin t\,dt = 2t - 2\cos t + C =$$

$$= 2\arcsin\frac{x-2}{2} -$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx$.

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} x-2=2\sin t & t\in[\pi/2;\ \pi/2] \\ dx=2\cos t\,dt & t=\arcsin\dfrac{x-2}{2} \end{array} \right| = \int \frac{2+2\sin t}{2\cos t}\cdot 2\cos t\,dt =$$

$$= \int 2\,dt + \int 2\sin t\,dt = 2t + 2\int \sin t\,dt = 2t - 2\cos t + C =$$

$$= 2\arcsin\frac{x-2}{2} - 2\sqrt{1-\left(\frac{x-2}{2}\right)^2} + C =$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)**; **в)**; **г)** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x - x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} x-2 = 2\sin t & t \in [\pi/2;\ \pi/2] \\ dx = 2\cos t\,dt & t = \arcsin\dfrac{x-2}{2} \end{array} \right| = \int \frac{2+2\sin t}{2\cos t}\cdot 2\cos t\,dt =$$

$$= \int 2\,dt + \int 2\sin t\,dt = 2t + 2\int \sin t\,dt = 2t - 2\cos t + C =$$

$$= 2\arcsin\frac{x-2}{2} - 2\sqrt{1-\left(\frac{x-2}{2}\right)^2} + C =$$

$$= 2\arcsin\frac{x-2}{2} - \sqrt{4x-x^2} + C.$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$

$$= \left| \begin{array}{ll} x-2 = 2\sin t & t \in [\pi/2;\ \pi/2] \\ dx = 2\cos t\,dt & t = \arcsin\dfrac{x-2}{2} \end{array} \right| = \int \frac{2+2\sin t}{2\cos t}\cdot 2\cos t\,dt =$$

$$= \int 2\,dt + \int 2\sin t\,dt = 2t + 2\int \sin t\,dt = 2t - 2\cos t + C =$$

$$= 2\arcsin\frac{x-2}{2} - 2\sqrt{1-\left(\frac{x-2}{2}\right)^2} + C =$$

$$= 2\arcsin\frac{x-2}{2} - \sqrt{4x-x^2} + C.$$

Но можно было найти ответ проще.

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$
$$= \int \frac{x-2+2}{\sqrt{4-(x-2)^2}}dx =$$

Пример 36. *Вычислите:* **а)**; **б)**; **в)**; **г)** $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$

$$= \int \frac{x-2+2}{\sqrt{4-(x-2)^2}}dx = \int \frac{(x-2)\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} + \int \frac{2\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \int \frac{x-2+2}{\sqrt{4-(x-2)^2}}dx = \int \frac{(x-2)\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} + \int \frac{2\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{d\left(4-(x-2)^2\right)}{\sqrt{4-(x-2)^2}} +$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \int \frac{x-2+2}{\sqrt{4-(x-2)^2}}dx = \int \frac{(x-2)\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} + \int \frac{2\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{d\left(4-(x-2)^2\right)}{\sqrt{4-(x-2)^2}} + 2\arcsin\frac{x-2}{2} =$$

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \int \frac{x-2+2}{\sqrt{4-(x-2)^2}}dx = \int \frac{(x-2)\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} + \int \frac{2\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{d\left(4-(x-2)^2\right)}{\sqrt{4-(x-2)^2}} + 2\arcsin\frac{x-2}{2} =$$

$$= -\sqrt{4x-x^2} + 2\arcsin\frac{x-2}{2} + C.$$

Пример 36. *Вычислите:* *а)*; *б)*; *в)*; *г)* $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \int \frac{x-2+2}{\sqrt{4-(x-2)^2}}dx = \int \frac{(x-2)\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} + \int \frac{2\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{d\left(4-(x-2)^2\right)}{\sqrt{4-(x-2)^2}} + 2\arcsin\frac{x-2}{2} =$$

$$= -\sqrt{4x-x^2} + 2\arcsin\frac{x-2}{2} + C.$$

Результат совпал с **полученным ранее**.

Пример 36. *Вычислите:* ***а)***; ***б)***; ***в)***; ***г)*** $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx.$

Решение.

г) $$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx = \int \frac{x}{\sqrt{4-(x-2)^2}}\,dx =$$

$$= \int \frac{x-2+2}{\sqrt{4-(x-2)^2}}dx = \int \frac{(x-2)\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} + \int \frac{2\,dx}{\sqrt{4-(x-2)^2}} =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{d\left(4-(x-2)^2\right)}{\sqrt{4-(x-2)^2}} + 2\arcsin\frac{x-2}{2} =$$

$$= -\sqrt{4x-x^2} + 2\arcsin\frac{x-2}{2} + C.$$

Вернёмся к лекции или **решим задачи?**

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1 - \sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x-2\cos 2x\sin 2x+\sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x-2\sin^2 2x\right)}dx =$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x + \sin^2 2x\right) - 2\sin 2x \cos 2x}{\left(\cos^2 2x - \sin^2 2x\right) - \sin^2 2x} dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x - 2\cos 2x \sin 2x + \sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x + \cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x - 2\sin^2 2x\right)} dx =$$

$$= \int \frac{1 - 2\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)(1 - 2\operatorname{tg}^2 2x)} \cdot \frac{1}{\cos^2 2x} dx =$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x + \sin^2 2x\right) - 2\sin 2x \cos 2x}{\left(\cos^2 2x - \sin^2 2x\right) - \sin^2 2x} dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x - 2\cos 2x \sin 2x + \sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x + \cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x - 2\sin^2 2x\right)} dx =$$

$$= \int \frac{1 - 2\,\mathrm{tg}\, 2x + \mathrm{tg}^2\, 2x}{(1+\mathrm{tg}^2\, 2x)\,(1 - 2\,\mathrm{tg}^2\, 2x)} \cdot \frac{1}{\cos^2 2x} dx =$$

$$= \left| \quad t = \qquad\qquad \right| =$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x-2\cos 2x\sin 2x+\sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x-2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1-2\operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)(1-2\operatorname{tg}^2 2x)}\cdot\frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x-2\cos 2x\sin 2x+\sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x-2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1-2\operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)\,(1-2\operatorname{tg}^2 2x)}\cdot\frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} \qquad t=\operatorname{tg} x \\ dt = \end{array} \qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x-2\cos 2x\sin 2x+\sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x-2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1-2\operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)(1-2\operatorname{tg}^2 2x)}\cdot\frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| =$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x-2\cos 2x\sin 2x+\sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x-2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1-2\operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)(1-2\operatorname{tg}^2 2x)}\cdot\frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \qquad\qquad\qquad dt.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x-2\cos 2x\sin 2x+\sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x-2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1-2\operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)\,(1-2\operatorname{tg}^2 2x)}\cdot\frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt=dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x + \sin^2 2x\right) - 2\sin 2x \cos 2x}{\left(\cos^2 2x - \sin^2 2x\right) - \sin^2 2x} dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x - 2\cos 2x \sin 2x + \sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x + \cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x - 2\sin^2 2x\right)} dx =$$

$$= \int \frac{1 - 2\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)(1-2\operatorname{tg}^2 2x)} \cdot \frac{1}{\cos^2 2x} dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\, dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} =$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{}{1+t^2}+$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{}{1+t^2} + \frac{}{\sqrt{2}t-1} +$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{}{1+t^2}+\frac{}{\sqrt{2}t-1}+\frac{}{\sqrt{2}t+1}.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{}{\sqrt{2}t-1}+\frac{}{\sqrt{2}t+1}.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{}{\sqrt{2}t+1}.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\, dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*

Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}. \quad \Big| \ldots \cdot \left(\sqrt{2}t-1\right)$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.* Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}. \quad \Big|\ldots\cdot(\sqrt{2}t-1)$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\left(1+\sqrt{2}t\right)} = \frac{(At+B)\left(\sqrt{2}t-1\right)}{1+t^2}+C+\frac{D\left(\sqrt{2}t-1\right)}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*

Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}. \quad \Big|\ldots\cdot(\sqrt{2}t-1)$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\left(1+\sqrt{2}t\right)} = \frac{(At+B)\left(\sqrt{2}t-1\right)}{1+t^2}+C+\frac{D\left(\sqrt{2}t-1\right)}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*

Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.

Подставим в последнее равенство $t=1/\sqrt{2}$.

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}. \quad \Big| \ldots \cdot \left(\sqrt{2}t-1\right)$$

$$\frac{1-\sqrt{2}+\frac{1}{2}}{\left(1+\frac{1}{2}\right)(1+1)} = \frac{\left(A\frac{1}{\sqrt{2}}+B\right)\cdot 0}{1+\frac{1}{2}} + C + \frac{D\cdot 0}{1+1}.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1+\sqrt{2}t\right)} = \frac{(At+B)\left(\sqrt{2}t-1\right)}{1+t^2} + C + \frac{D\left(\sqrt{2}t-1\right)}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*

Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.

Подставим в последнее равенство $t = 1/\sqrt{2}$.

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}. \quad \Big| \ldots \cdot \left(\sqrt{2}t-1\right)$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \qquad \frac{1-\sqrt{2}+\frac{1}{2}}{\left(1+\frac{1}{2}\right)(1+1)} = \frac{\left(A\frac{1}{\sqrt{2}}+B\right)\cdot 0}{1+\frac{1}{2}} + C + \frac{D\cdot 0}{1+1}.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1+\sqrt{2}t\right)} = \frac{(At+B)\left(\sqrt{2}t-1\right)}{1+t^2} + C + \frac{D\left(\sqrt{2}t-1\right)}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*

Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.

Подставим в последнее равенство $t = 1/\sqrt{2}$.

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6},$$

Теперь умножим обе части равенства на $\left(\sqrt{2}t+1\right)$, и, после сокращения, подставим $t = -1/\sqrt{2}$.

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\, dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6},$$

Теперь умножим обе части равенства на $\left(\sqrt{2}t+1\right)$, и, после сокращения, подставим $t = -1/\sqrt{2}$.

В итоге получим D.

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Теперь умножим обе части равенства на $\left(\sqrt{2}t+1\right)$, и, после сокращения, подставим $t=-1/\sqrt{2}$.

В итоге получим D.

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+\left(-A-(4/3)\right)t+}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} & t^0 \\ & t \\ & t^2 \\ & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \quad = 1, & \Big| \; t^0 \\ & \Big| \; t \\ & \Big| \; t^2 \\ & \Big| \; t^3 \end{array} \right.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} 1-B= 1, & & t^0 \\ & & t \\ & & t^2 \\ & & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} 1-B=1, & \\ =-2, & \\ & \\ & \end{array} \right.\left|\begin{array}{l} t^0 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{array}\right.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} 1-B= 1, & t^0 \\ -A-(4/3)= -2, & t \\ & t^2 \\ & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}.$$

$$\left\{\begin{array}{r|l} 1-B = 1, & t^0 \\ -A-(4/3) = -2, & t \\ = 1, & t^2 \\ & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} 1-B=1, & t^0 \\ -A-(4/3)=-2, & t \\ 2B+1=1, & t^2 \\ & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}.$$

$$\left\{\begin{array}{r|l} 1-B= 1, & t^0 \\ -A-(4/3)= -2, & t \\ 2B+1= 1, & t^2 \\ = 0, & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} 1-B=1, & t^0 \\ -A-(4/3)=-2, & t \\ 2B+1=1, & t^2 \\ 2A-(4/3)=0, & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} 1-B = 1, & t^0 \\ -A-(4/3) = -2, & t \\ 2B+1 = 1, & t^2 \\ 2A-(4/3) = 0, & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} 1-B=1, & t^0 \\ -A-(4/3)=-2, & t \\ 2B+1=1, & t^2 \\ 2A-(4/3)=0, & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$=$

$=$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2}+$$

$$=$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-$$

$$=$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int\frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$=$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A=\frac{2}{3}, \quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\int \frac{d\left(t^2\right)}{1+t^2}+$$

$$=$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\int \frac{d\left(t^2\right)}{1+t^2} +$$

$$=$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\, dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\int \frac{d\left(t^2\right)}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\int \frac{d\left(\sqrt{2}t-1\right)}{\sqrt{2}t-1} -$$

$$=$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right| + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right| -$$

$$=$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right| + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right| - \frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\int \frac{d\left(\sqrt{2}t+1\right)}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$=$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right| + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right| - \frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t+1\right| =$$

$$=$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right|+\frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right|-\frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t+1\right| =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+\operatorname{arctg}^2 x\right| +$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\, dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\, dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right| + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right| - \frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t+1\right| =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+\operatorname{arctg}^2 x\right| + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}\operatorname{arctg} x - 1\right| -$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int\frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right|+\frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right|-\frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t+1\right| =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+\operatorname{arctg}^2 x\right|+\frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}\operatorname{arctg} x-1\right|-\frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}\operatorname{arctg} x+1\right|+C.$$

Пример 37. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

Вернёмся к лекции?

$$= \frac{2}{3}\int\frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right|+\frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right|-\frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t+1\right| =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+\operatorname{arctg}^2 x\right|+\frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}\operatorname{arctg} x-1\right|-\frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}\operatorname{arctg} x+1\right|+C.$$

Задача XXXI.38. (Ответ приведен на стр.6665.) **а)** $\sqrt{x} = (\quad)'$; **б)** $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; **в)** $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; **г)** $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; **д)** $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; **е)** $\sin x = (\quad)'$.

Задача XXXI.39. (Ответ приведен на стр.6683.) Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Задача XXXI.40. (Ответ приведен на стр.6719.) **а)** $\int \cos 3x \, dx$;

б) $\int x^2 \sin x^3 \, dx$; **в)** $\int \sin 2x \cos^3 2x \, dx$; **г)** $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \, dx$.

Задача XXXI.41. (Ответ приведен на стр.6734.)

а) $\displaystyle\int (2x - 3x^2)\sin\left(x^2 - x^3\right)\, dx;$ **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx;$

в) $\displaystyle\int x^2 \sin x^3 \cos^4 x^3\, dx;$ **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}.$

Задача XXXI.42. (Ответ приведен на стр.6788.) **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Задача XXXI.43. (Ответ приведен на стр.6817.) Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Задача XXXI.44. (Ответ приведен на стр.6863.) Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\left(x^2-4x-1\right)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$;
д) $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Задача XXXI.45. (Ответ приведен на стр.7017.) **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;

Задача XXXI.46. (Ответ приведен на стр.7078.) Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Задача XXXI.47. (Ответ приведен на стр.7136.) Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

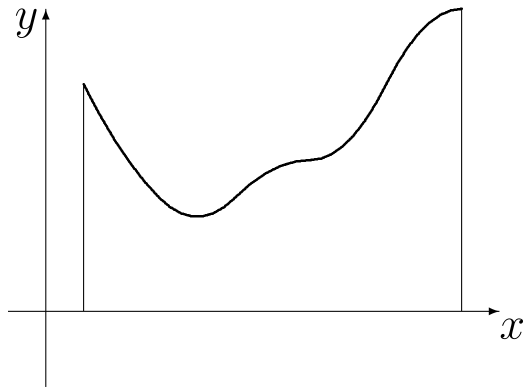
Задача XXXI.48. (Ответ приведен на стр.7207.) **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$;

б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Задача XXXI.49. (Ответ приведен на стр.7297.) **а)** $\int x \arcsin x \, dx$;
б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

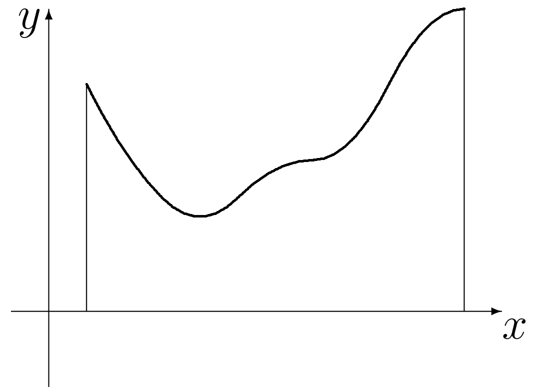
Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение. Пусть S — искомая площадь.



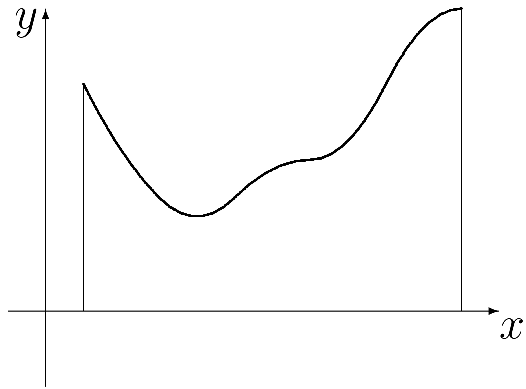
Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение. Пусть S — искомая площадь. Отметим, что в данный момент задача математически некорректна, поскольку мы не определили строго, что такое площадь криволинейной фигуры.



Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

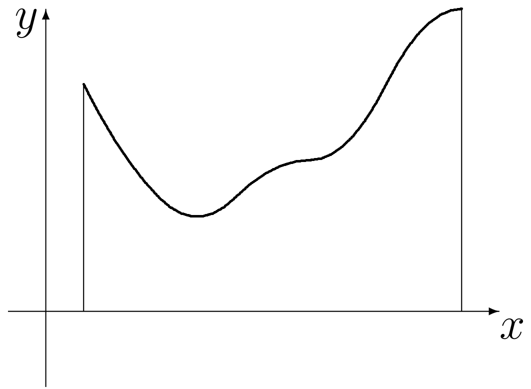
Решение. Пусть S — искомая площадь. Отметим, что в данный момент задача математически некорректна, поскольку мы не определили строго, что такое площадь криволинейной фигуры.



Собственно говоря, в строгом определении этого понятия и состоит наша задача.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

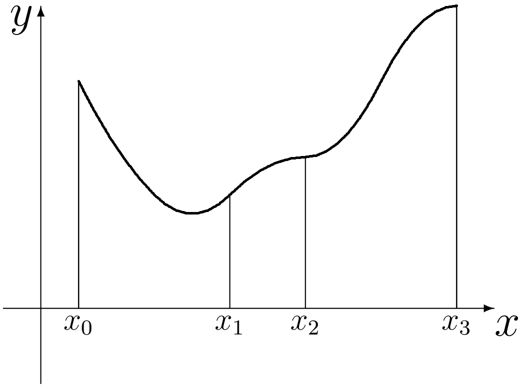
Решение. Разобьем отрезок $[a; b]$ на «маленькие отрезочки», то есть выберем числа x_i, $i \in \{0, 1, 2, \ldots, n\}$, таким образом что



$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

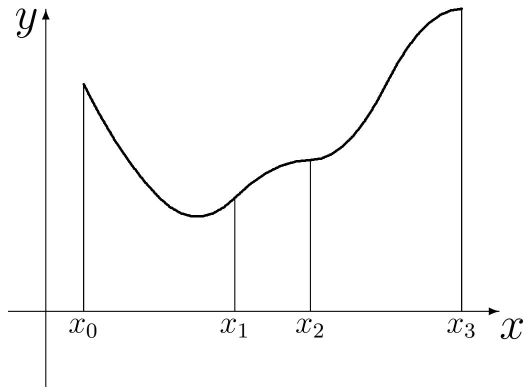
Решение.



$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

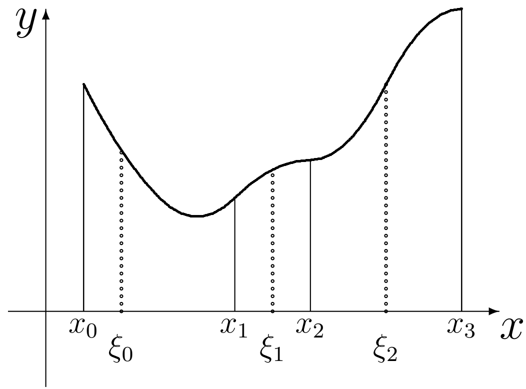


$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

На каждом из «отрезочков» $[x_{i-1}; x_i]$ выберем произвольным образом точку ξ_i.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

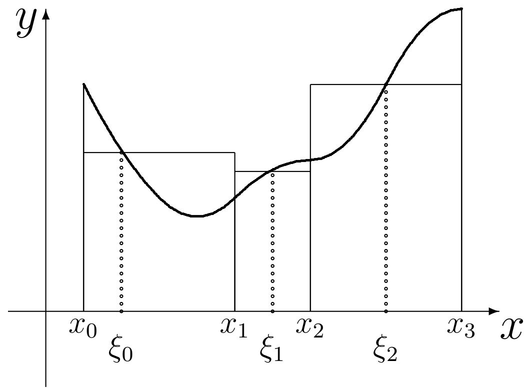


$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

На каждом из «отрезочков» $[x_{i-1}; x_i]$ выберем произвольным образом точку ξ_i.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

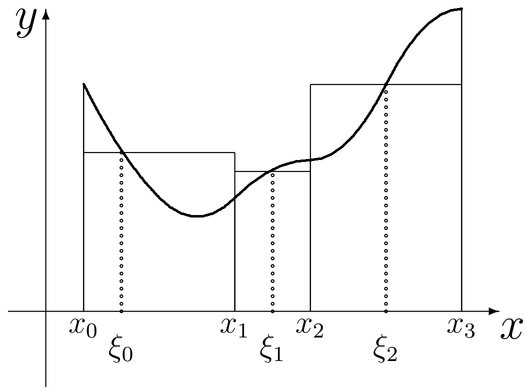


$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

На каждом из «отрезочков» $[x_{i-1}; x_i]$ выберем произвольным образом точку ξ_i. Естественно считать, что искомая площадь примерно равна сумме площадей образовавшихся прямоугольников.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

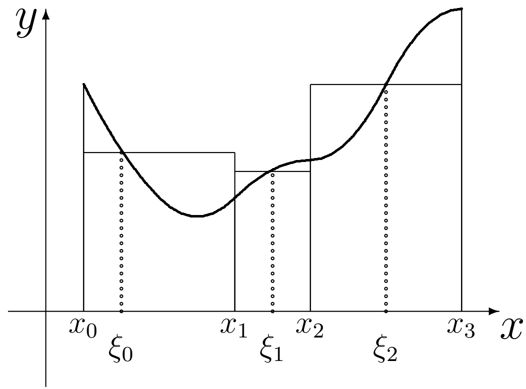


$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

Площадь каждого из прямоугольников равна произведению длины основания, т.е...

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости* xOy, *ограниченной осью* Ox, *прямыми* $x = a$, $x = b$ *и графиком функции* f. *Будем считать, что* f *непрерывна и что на отрезке* $[a; b]$ *значения функции* f *положительны.*

Решение.

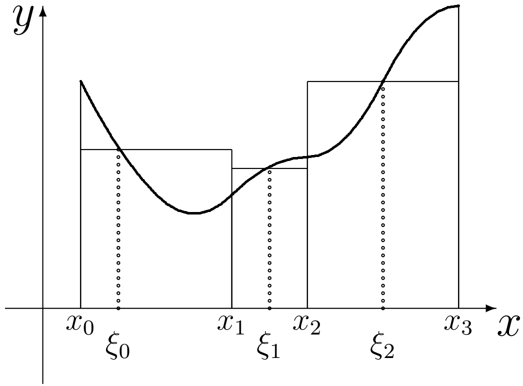


$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

Площадь каждого из прямоугольников равна произведению длины основания, т.е. $x_i - x_{i-1}$ на высоту, равную

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

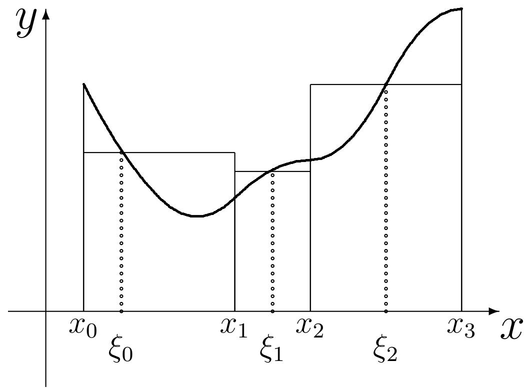


$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

Площадь каждого из прямоугольников равна произведению длины основания, т.е. $x_i - x_{i-1}$ на высоту, равную $f(\xi_i)$.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



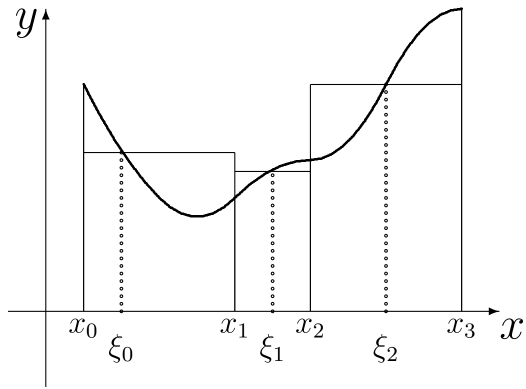
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

Площадь каждого из прямоугольников равна произведению длины основания, т.е. $x_i - x_{i-1}$ на высоту, равную $f(\xi_i)$.

$$S \approx f(\xi_0)\,(x_1 - x_0) + f(\xi_1)\,(x_2 - x_1) + f(\xi_2)\,(x_3 - x_2)\,.$$

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



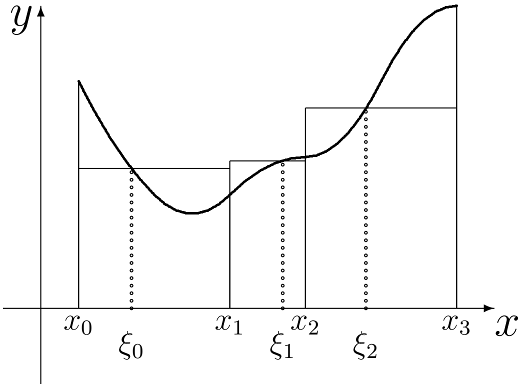
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

$$S \approx f(\xi_0)\,(x_1 - x_0) + f(\xi_1)\,(x_2 - x_1) + f(\xi_2)\,(x_3 - x_2)\,.$$

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



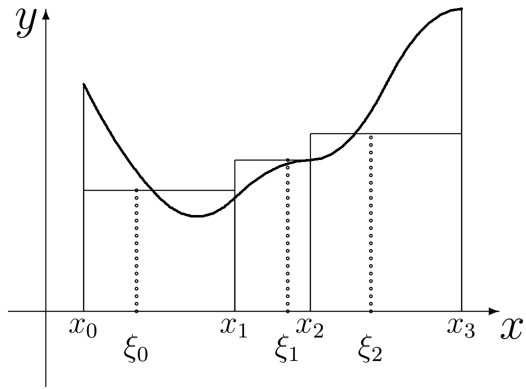
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



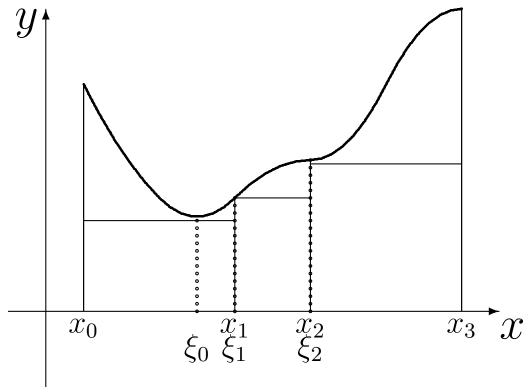
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

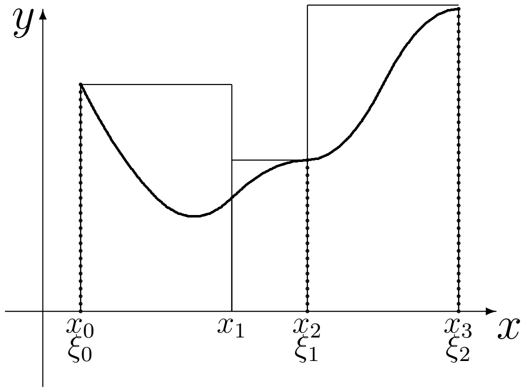
Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

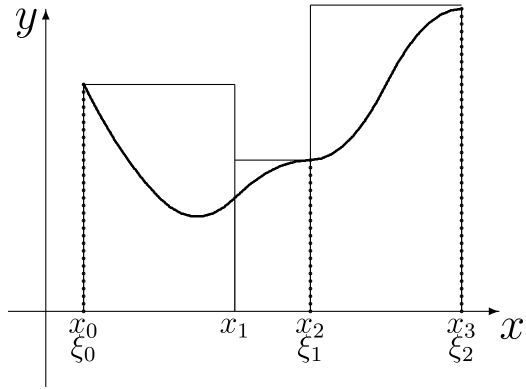
$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$



Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



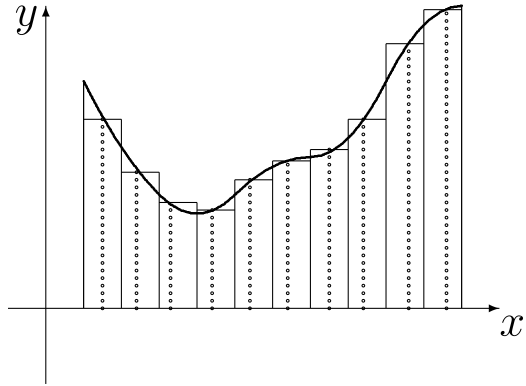
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i. Но при «измельчении» разбиения зависимость от ξ_i резко снижается.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



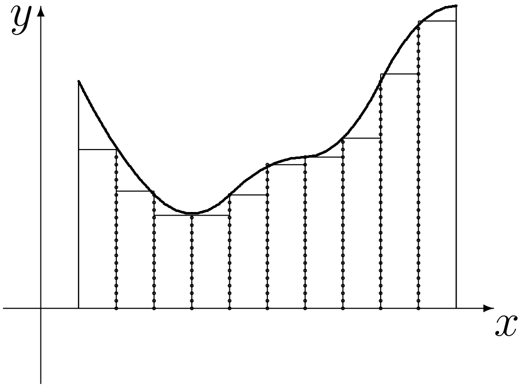
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i. Но при «измельчении» разбиения зависимость от ξ_i резко снижается.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



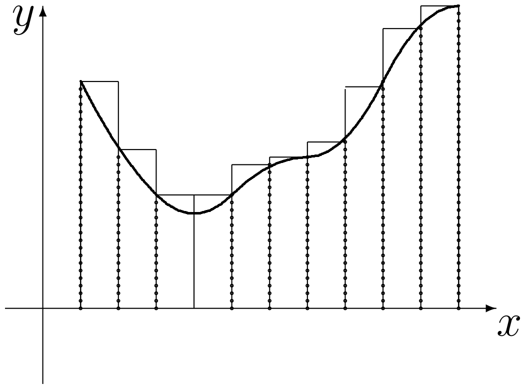
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i. Но при «измельчении» разбиения зависимость от ξ_i резко снижается.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



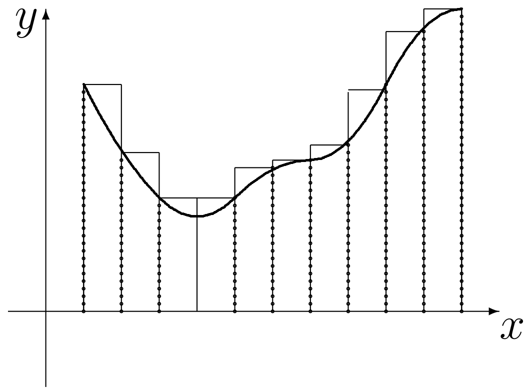
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i. Но при «измельчении» разбиения зависимость от ξ_i резко снижается.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



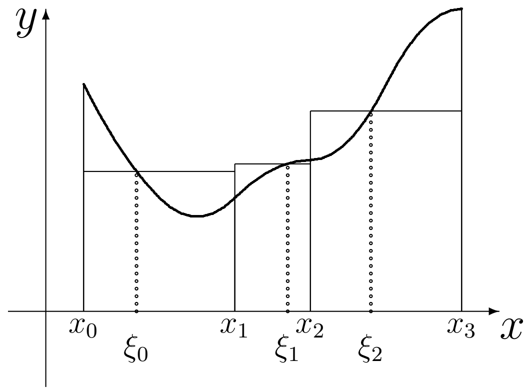
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Появляется искушение записать определение искомой площади в виде $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})$.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



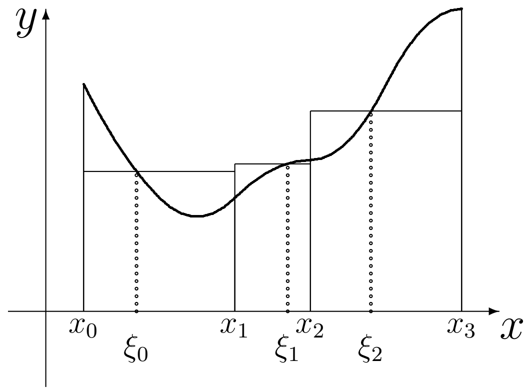
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Однако, мы можем увеличивать количество точек разбиения, «дробя», допустим, $[x_0; x_1]$, и «не трогая» другие отрезки.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



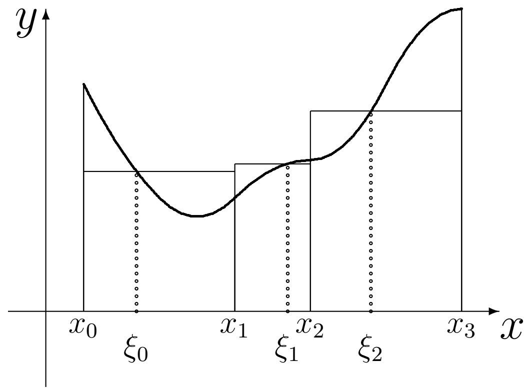
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Итак, мы должны следить не столько за увеличением n, сколько за размерами самого большого «отрезочка» $[x_{i-1}, x_i]$.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

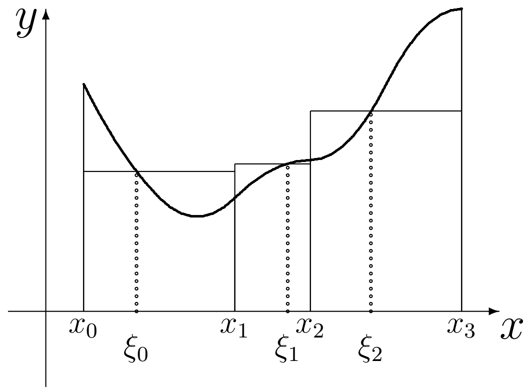
$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Предел надо брать, устремляя к нулю максимум длин этих отрезков!

Итак, мы должны следить не столько за увеличением n, сколько за размерами самого большого «отрезочка» $[x_{i-1}, x_i]$.

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



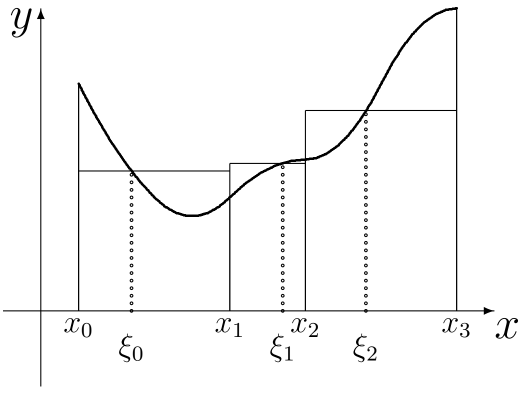
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Предел надо брать, устремляя к нулю максимум длин этих отрезков!

Пример 38. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (75)$$

Предел надо брать, устремляя к нулю максимум длин этих отрезков!

$$S = \lim_{\max\limits_i |x_i - x_{i-1}| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (76)$$

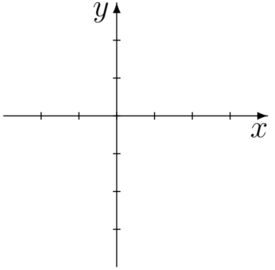
Вернуться к лекции?

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение.

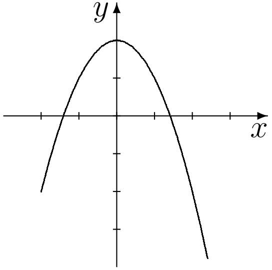
Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение.



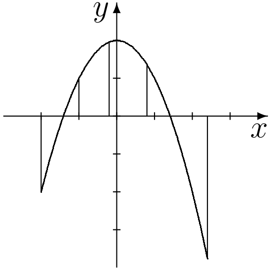
Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение.



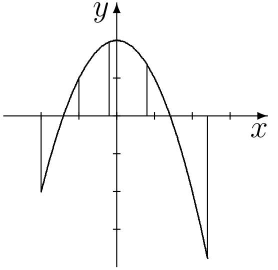
Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение.



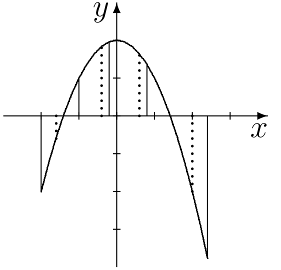
Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



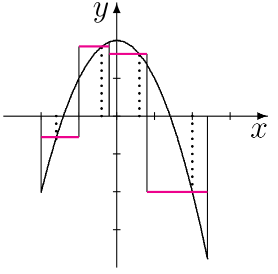
Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



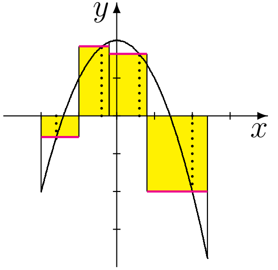
Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



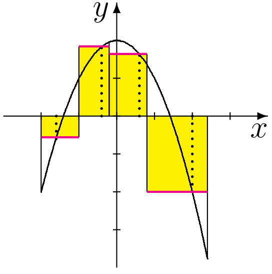
Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

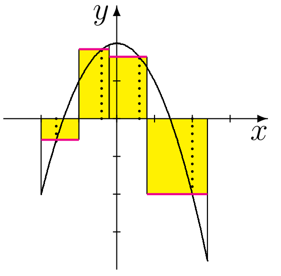
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$$\cdot(-1-(-2))+$$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

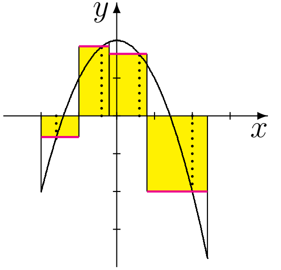


$f\,(-1,6) \cdot (-1 - (-2)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

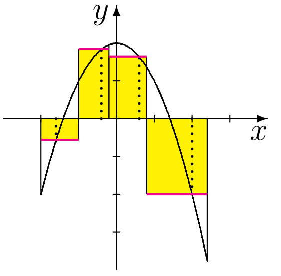
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+ \qquad\qquad\qquad \cdot\,(-0,2-(-1))+$



Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

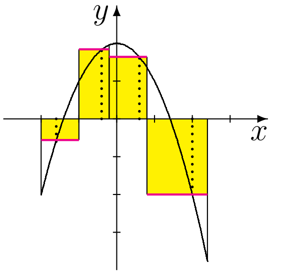
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

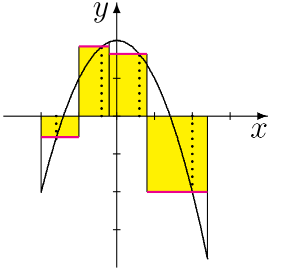
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$

$+ \qquad \cdot (0,8-(-0,2)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

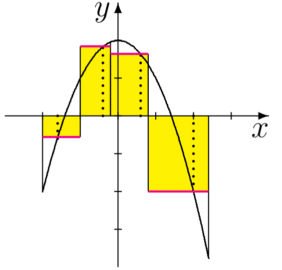


Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

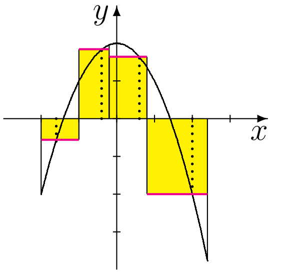


$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$

$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+\qquad\cdot(2,4-0,8)=$

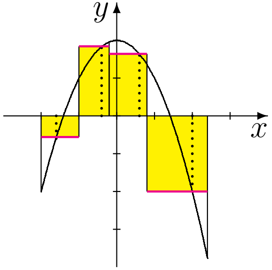
Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

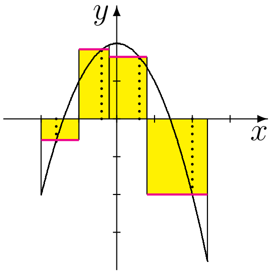


Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 +$

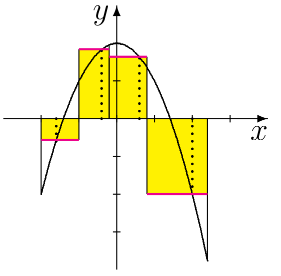
Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

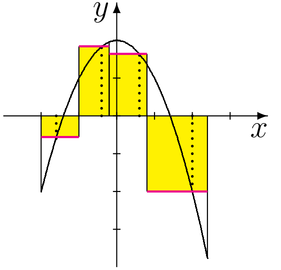


Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$$
$$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$$
$$=-0,56\cdot 1{+}1,84\cdot 0,8{+}1,64\cdot 1+$$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

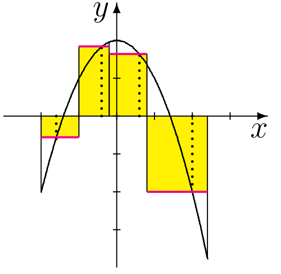
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$

Пример 39. *Найти* **суммы Дарбу** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

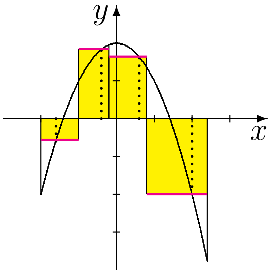
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

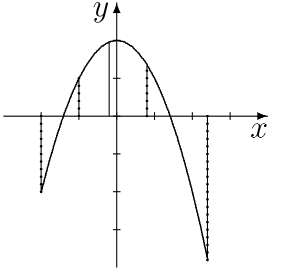


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу:

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

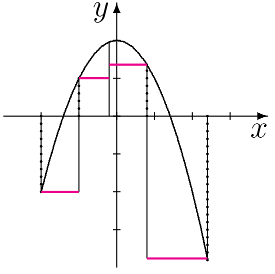


$f(-1,6) \cdot (-1 - (-2)) + f(-0,4) \cdot (-0,2 - (-1)) +$
$+ f(0,6) \cdot (0,8 - (-0,2)) + f(2) \cdot (2,4 - 0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу:

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выберем точки ξ_i произвольно.

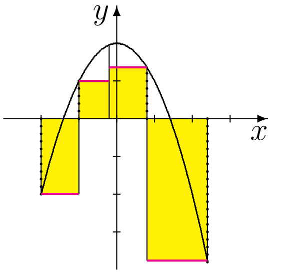


$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$
$=-0,56\cdot 1+1,84\cdot 0,8+1,64\cdot 1+(-2)\cdot 1,6=$
$=-0,648.$

Нижняя сумма Дарбу:

Пример 39. *Найти **суммы Дарбу** для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

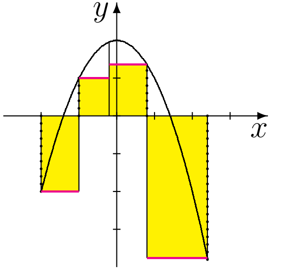


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу:

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

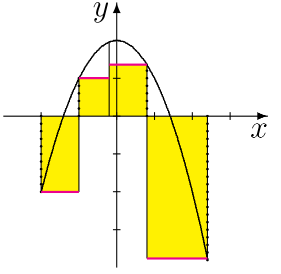


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $\cdot(-1-(-2)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

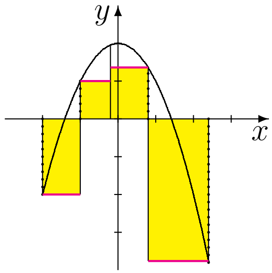
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $\quad f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



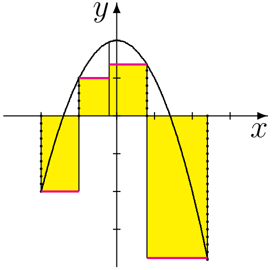
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$

$\cdot(0,8-(-0,2)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



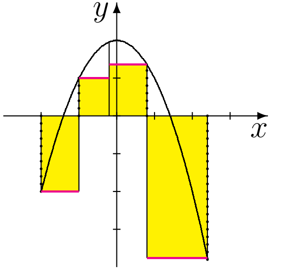
Решение. Выберем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $\quad f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

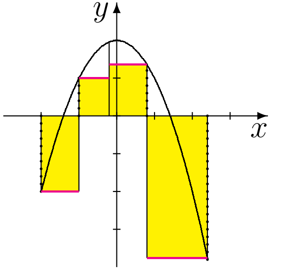
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) +$ $\cdot(-0,2-(-1)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

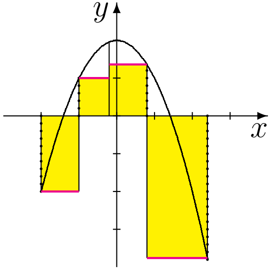


Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



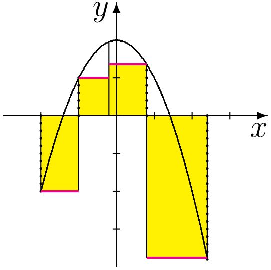
Решение. Выберем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + \qquad \cdot(2,4-0,8) =$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

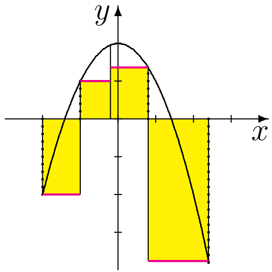


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

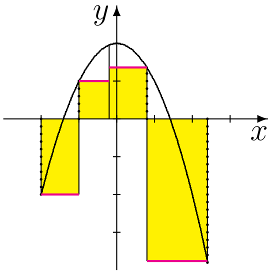
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



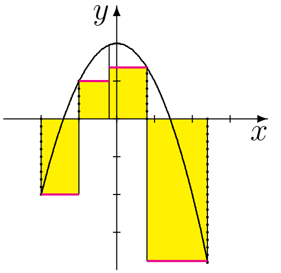
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 +$

Пример 39. *Найти **суммы Дарбу** для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

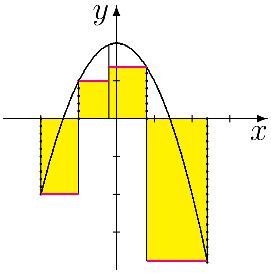


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

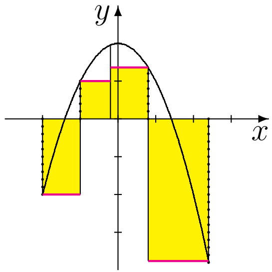
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 0,8 + 1,36 \cdot 1 + (-3,76) \cdot 1,6 =$

Пример 39. *Найти **суммы Дарбу** для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



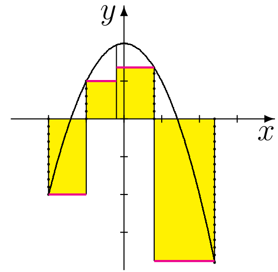
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f(-1,6) \cdot (-1 - (-2)) + f(-0,4) \cdot (-0,2 - (-1)) +$
$+ f(0,6) \cdot (0,8 - (-0,2)) + f(2) \cdot (2,4 - 0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2) \cdot (-1 - (-2)) +$
$+ f(0,8) \cdot (0,8 - (-0,2)) + f(-0,2) \cdot (-0,2 - (-1)) + f(2,4) \cdot (2,4 - 0,8) =$
$= (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 0,8 + 1,36 \cdot 1 + (-3,76) \cdot 1,6 = -5,856.$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



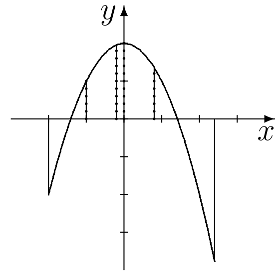
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу:

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



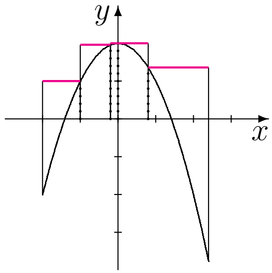
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу:

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



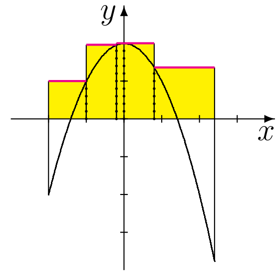
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$
$=-0,56\cdot 1+1,84\cdot 0,8+1,64\cdot 1+(-2)\cdot 1,6=$
$=-0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2))+$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1))+f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8)=$
$=(-2)\cdot 1+1\cdot 0,8+1,36\cdot 1+(-3,76)\cdot 1,6=-5,856.$

Верхняя сумма Дарбу:

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



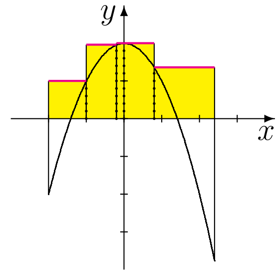
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу:

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



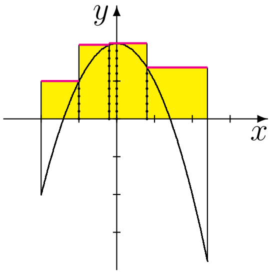
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$
$=-0,56\cdot 1{+}1,84\cdot 0,8{+}1,64\cdot 1{+}(-2)\cdot 1,6=$
$=-0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2))+$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1))+f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8)=$
$=(-2)\cdot 1+1\cdot 0,8{+}1,36\cdot 1{+}(-3,76)\cdot 1,6=-5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $\cdot(-1-(-2))+$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



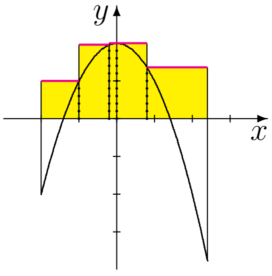
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

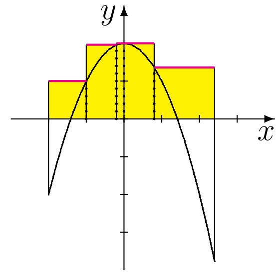
Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$

$\cdot(-0,2-(-1)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

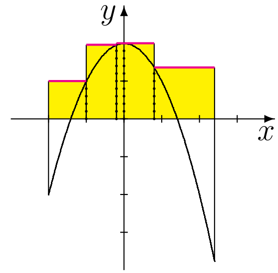


$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) +$

Пример 39. *Найти* **суммы Дарбу** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



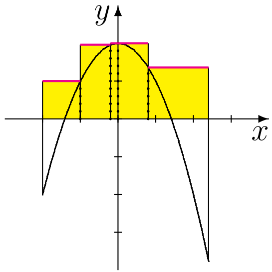
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + \quad \cdot(0,8-(-0,2)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



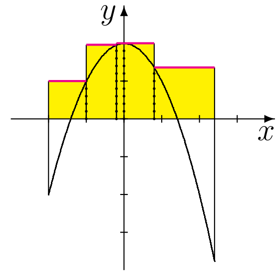
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2)) +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

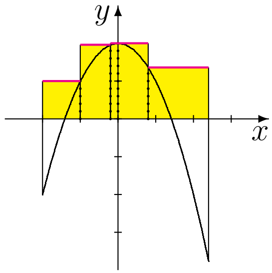
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + \qquad \cdot(2,4-0,8) =$

Пример 39. *Найти* **суммы Дарбу** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



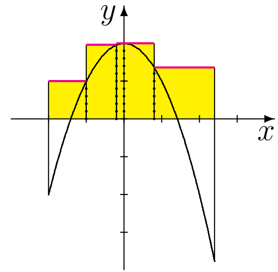
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 0,8 + 1,36 \cdot 1 + (-3,76) \cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



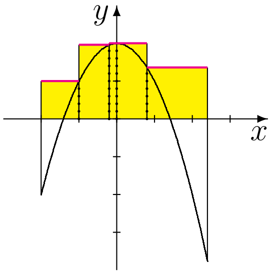
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 0,8 + 1,36 \cdot 1 + (-3,76) \cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1 \cdot 1 +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

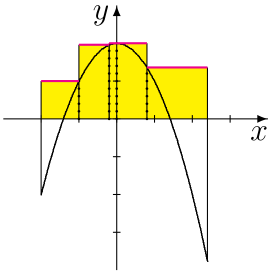


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 0,8 + 1,36 \cdot 1 + (-3,76) \cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1 \cdot 1 + 1,96 \cdot 0,8 +$

Пример 39. *Найти* **суммы Дарбу** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



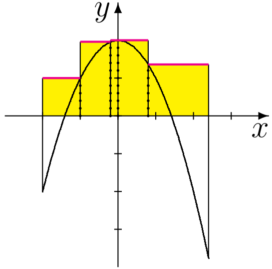
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $\quad f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 + 2\cdot 1 +$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



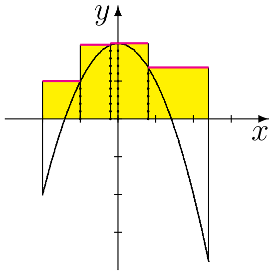
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$
$=-0,56\cdot 1+1,84\cdot 0,8+1,64\cdot 1+(-2)\cdot 1,6=$
$=-0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2))+$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1))+f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8)=$
$=(-2)\cdot 1+1\cdot 0,8+1,36\cdot 1+(-3,76)\cdot 1,6=-5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2))+$
$+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1))+f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(0,8)\cdot(2,4-0,8)=$
$=1\cdot 1+1,96\cdot 0,8+2\cdot 1+1,36\cdot 1,6=$

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$



Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

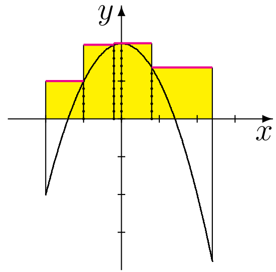
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$
$=-0,56\cdot 1+1,84\cdot 0,8+1,64\cdot 1+(-2)\cdot 1,6=$
$=-0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2))+$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1))+f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8)=$
$=(-2)\cdot 1+1\cdot 0,8+1,36\cdot 1+(-3,76)\cdot 1,6=-5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2))+$
$+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1))+f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(0,8)\cdot(2,4-0,8)=$
$=1\cdot 1+1,96\cdot 0,8+2\cdot 1+1,36\cdot 1,6=6,744,$

Пример 39. *Найти **суммы Дарбу** для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

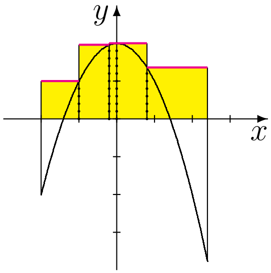
Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 + 2\cdot 1 + 1,36\cdot 1,6 = 6,744,$

Значения сумм сильно различаются...

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

Решение. Выберем точки ξ_i произвольно.



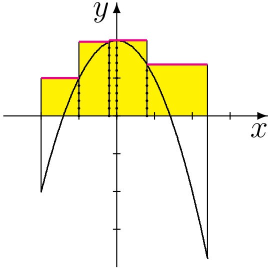
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 + 2\cdot 1 + 1,36\cdot 1,6 = 6,744,$

Диаметр разбиения слишком велик: он равен

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

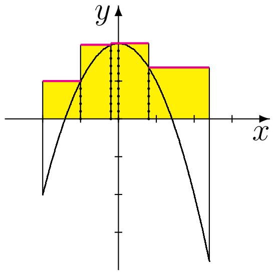
Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 + 2\cdot 1 + 1,36\cdot 1,6 = 6,744,$

Диаметр разбиения слишком велик: он равен 1,6.

Пример 39. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 + 2\cdot 1 + 1,36\cdot 1,6 = 6,744,$

Вернёмся к лекции?

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Пример 40. *Найти* $\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Упростить интеграл занесением под знак дифференциала...

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Упростить интеграл занесением под знак дифференциала...

Не видно, как упростить интеграл «занесением чего-либо под знак интеграла».

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Упростить интеграл занесением под знак дифференциала...

Не видно, как упростить интеграл «занесением чего-либо под знак интеграла».

Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Пример 40. *Найти* $\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Упростить интеграл занесением под знак дифференциала...

Не видно, как упростить интеграл «занесением чего-либо под знак интеграла».

Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Проведем замену переменной или будем интегрировать «по частям».

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left| \phantom{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right| =$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left| \begin{array}{l} \sqrt{5-x} = t; \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left| \begin{array}{l} \sqrt{5-x} = t; \;\; 5-x = t^2 \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left| \begin{array}{l} \sqrt{5-x} = t; \;\; 5-x = t^2 \\ x = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left| \begin{array}{l} \sqrt{5-x} = t; \;\; 5-x = t^2 \\ x = 5 - t^2; \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_{1}^{4} \dfrac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_{1}^{4} \dfrac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left| \begin{array}{l} \sqrt{5-x} = t; \;\; 5 - x = t^2 \\ x = 5 - t^2; \quad dx = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left|\begin{array}{ll} \sqrt{5-x}=t; & 5-x=t^2 \\ x=5-t^2; & dx=-2t\,dt \\ & \\ & \end{array}\right| = \int$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left| \begin{array}{l} \sqrt{5-x} = t; \;\; 5-x = t^2 \\ x = 5 - t^2; \quad\;\; dx = -2t\,dt \\ \alpha = \\ \\ \end{array} \right| = \int$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left| \begin{array}{ll} \sqrt{5-x}=t; & 5-x=t^2 \\ x=5-t^2; & dx=-2t\,dt \\ \alpha=\sqrt{5-1}; & \\ & \end{array} \right| = \int$$

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$$

$$\left| \begin{array}{ll} \sqrt{5-x} = t; & 5 - x = t^2 \\ x = 5 - t^2; & dx = -2t\,dt \\ \alpha = \sqrt{5-1}; & \alpha = 2 \\ & \end{array} \right| = \int$$

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\displaystyle\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\begin{vmatrix} \sqrt{5-x} = t; & 5 - x = t^2 \\ x = 5 - t^2; & dx = -2t\,dt \\ \alpha = \sqrt{5-1}; & \alpha = 2 \\ & \end{vmatrix} = \int\limits_{2}$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left| \begin{array}{ll} \sqrt{5-x} = t; & 5-x = t^2 \\ x = 5-t^2; & dx = -2t\,dt \\ \alpha = \sqrt{5-1}; & \alpha = 2 \\ \beta = & \end{array} \right| = \int\limits_2$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left| \begin{array}{ll} \sqrt{5-x} = t; & 5 - x = t^2 \\ x = 5 - t^2; & dx = -2t\,dt \\ \alpha = \sqrt{5-1}; & \alpha = 2 \\ \beta = \sqrt{5-4}; & \end{array} \right| = \int\limits_2$$

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\displaystyle\int_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left|\begin{array}{ll} \sqrt{5-x}=t; & 5-x=t^2 \\ x=5-t^2; & dx=-2t\,dt \\ \alpha=\sqrt{5-1}; & \alpha=2 \\ \beta=\sqrt{5-4}; & \beta=1 \end{array}\right| = \int_2

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left|\begin{array}{ll} \sqrt{5-x}=t; & 5-x=t^2 \\ x=5-t^2; & dx=-2t\,dt \\ \alpha=\sqrt{5-1}; & \alpha=2 \\ \beta=\sqrt{5-4}; & \beta=1 \end{array}\right| = \int\limits_2^1$$

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left|\begin{array}{ll} \sqrt{5-x}=t; & 5-x=t^2 \\ x=5-t^2; & dx=-2t\,dt \\ \alpha=\sqrt{5-1}; & \alpha=2 \\ \beta=\sqrt{5-4}; & \beta=1 \end{array}\right| = \int\limits_2^1 \frac{}{(5-t^2)\cdot t} =$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$

$$\left|\begin{array}{ll} \sqrt{5-x}=t; & 5-x=t^2 \\ x=5-t^2; & dx=-2t\,dt \\ \alpha=\sqrt{5-1}; & \alpha=2 \\ \beta=\sqrt{5-4}; & \beta=1 \end{array}\right| = \int\limits_2^1 \frac{-2t\,dt}{(5-t^2)\cdot t} =$$

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \int\limits_2^1 \frac{2\,dt}{t^2-5} =$$

$$\left|\begin{array}{ll} \sqrt{5-x}=t; & 5-x=t^2 \\ x=5-t^2; & dx=-2t\,dt \\ \alpha=\sqrt{5-1}; & \alpha=2 \\ \beta=\sqrt{5-4}; & \beta=1 \end{array}\right| = \int\limits_2^1 \frac{-2t\,dt}{(5-t^2)\cdot t} =$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \int\limits_{2}^{1} \frac{2\,dt}{t^2-5} = \frac{2}{2\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\sqrt{5}-t}{\sqrt{5}+t}\right| \Bigg|_{2}^{1} =$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \int\limits_2^1 \frac{2\,dt}{t^2-5} = \frac{2}{2\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\sqrt{5}-t}{\sqrt{5}+t}\right| \Bigg|_2^1 =$

$= \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\ln\left|\frac{\sqrt{5}-}{\sqrt{5}+}\right| - \ln\left|\frac{\sqrt{5}-}{\sqrt{5}+}\right| \right) =$

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \int\limits_2^1 \frac{2\,dt}{t^2-5} = \frac{2}{2\sqrt{5}}\ln\left|\frac{\sqrt{5}-t}{\sqrt{5}+t}\right|\Bigg|_2^1 =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\ln\left|\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}\right| - \ln\left|\frac{\sqrt{5}-}{\sqrt{5}+}\right|\right) =$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \int\limits_2^1 \frac{2\,dt}{t^2-5} = \frac{2}{2\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\sqrt{5}-t}{\sqrt{5}+t}\right| \Bigg|_2^1 =$

$= \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\ln\left|\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}\right| - \ln\left|\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}\right| \right) =$

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \int\limits_2^1 \frac{2\,dt}{t^2-5} = \frac{2}{2\sqrt{5}}\ln\left|\frac{\sqrt{5}-t}{\sqrt{5}+t}\right|\Bigg|_2^1 =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\ln\left|\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}\right| - \ln\left|\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}\right|\right) = \frac{1}{\sqrt{5}}\ln\frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2)} =$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \int\limits_{2}^{1} \frac{2\,dt}{t^2-5} = \frac{2}{2\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\sqrt{5}-t}{\sqrt{5}+t}\right| \Bigg|_{2}^{1} =$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\ln\left|\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}\right| - \ln\left|\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}\right|\right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2)} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} =$$

Пример 40. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \int\limits_2^1 \frac{2\,dt}{t^2-5} = \frac{2}{2\sqrt{5}} \ln \left| \frac{\sqrt{5}-t}{\sqrt{5}+t} \right| \Bigg|_2^1 =$

$= \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\ln \left| \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1} \right| - \ln \left| \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} \right| \right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2)} =$

$= \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \frac{(3+\sqrt{5})^2}{9-5} =$

Пример 40. *Найти* $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \int\limits_2^1 \frac{2\,dt}{t^2-5} = \frac{2}{2\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\sqrt{5}-t}{\sqrt{5}+t}\right|\Bigg|_2^1 =$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\ln\left|\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}\right| - \ln\left|\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}\right|\right) = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-2)} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\frac{(3+\sqrt{5})^2}{9-5} = \frac{2}{\sqrt{5}} \ln\frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 41. *Найти* $\displaystyle\int\limits_0^1 xe^x\,dx.$

Решение.

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx.$

Решение. Разумеется, в основе техники вычислений лежит **формула Ньютона-Лейбница**.

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx.$

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx.$

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Упростить интеграл «занесением чего-либо под знак интеграла» не удается.

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx.$

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx =$$

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx.$

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = x \\ dv = e^x\,dx \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx.$

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & \end{vmatrix} =$$

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx.$

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & v = e^x \end{array} \right| =$$

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & v = e^x \end{array} \right| = xe^x\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 e^x\,dx =$$

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left|\begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & v = e^x \end{array}\right| = xe^x\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 e^x\,dx = e - e^x\Big|_0^1 =$$

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx.$

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & v = e^x \end{array} \right| = xe^x\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 e^x\,dx = e - e^x\Big|_0^1 =$$

$$= e - (e - 1) =$$

Пример 41. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & v = e^x \end{array} \right| = xe^x\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 e^x\,dx = e - e^x\Big|_0^1 =$$

$$= e - (e - 1) = 1.$$

Вернуться к лекции?

Пример 42. *Вычислите площадь:*

а) *одной арки синусоиды* $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$;

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

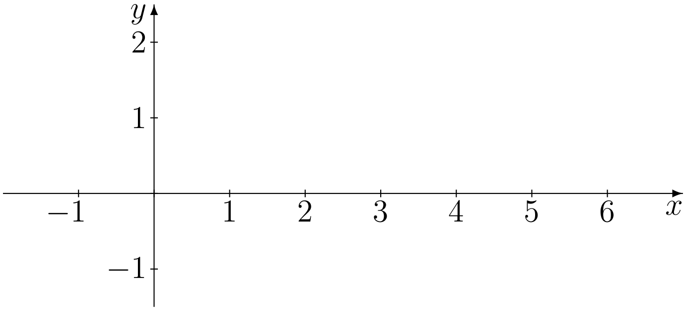
Решение.

Пример 42. *Вычислите площадь:*

а) *одной арки синусоиды* $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

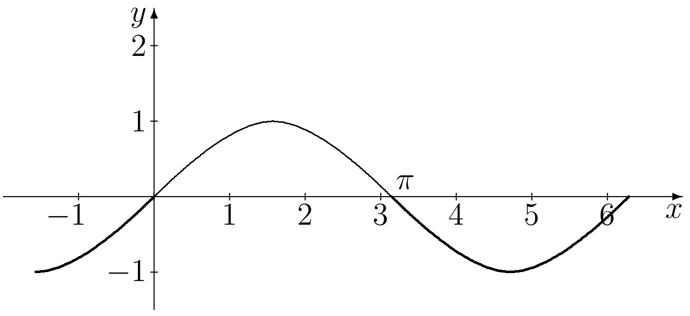


Пример 42. *Вычислите площадь:*

а) одной арки синусоиды $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

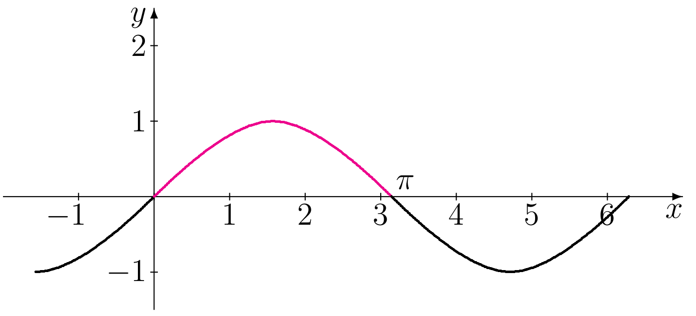


Пример 42. *Вычислите площадь:*

а) одной арки синусоиды $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна



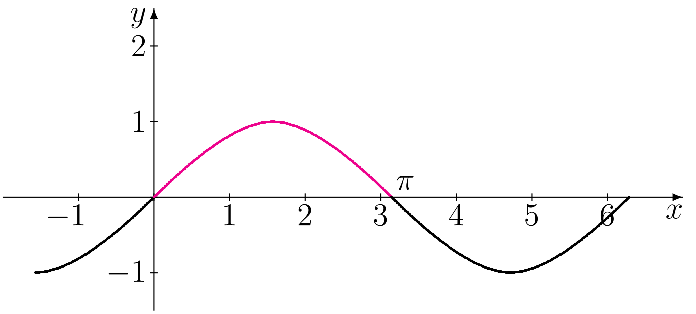
Пример 42. *Вычислите площадь:*

а) одной арки синусоиды $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi];$ *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{\pi} \left(\qquad \right) dx =$$



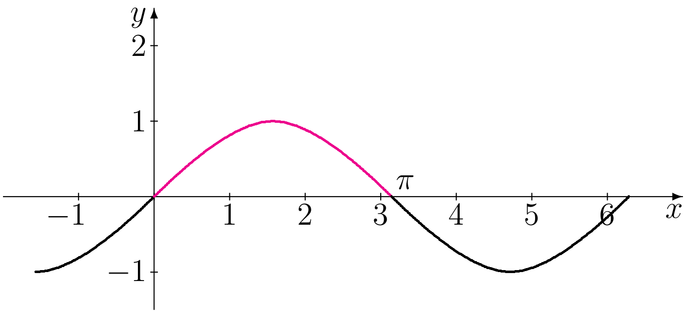
Пример 42. *Вычислите площадь:*

а) одной арки синусоиды $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{\pi} (\qquad - \quad)\, dx =$$



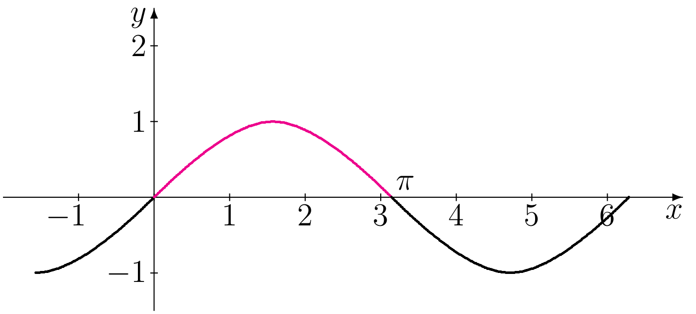
Пример 42. *Вычислите площадь:*

а) одной арки синусоиды $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{\pi} (\sin x - \quad)\, dx =$$

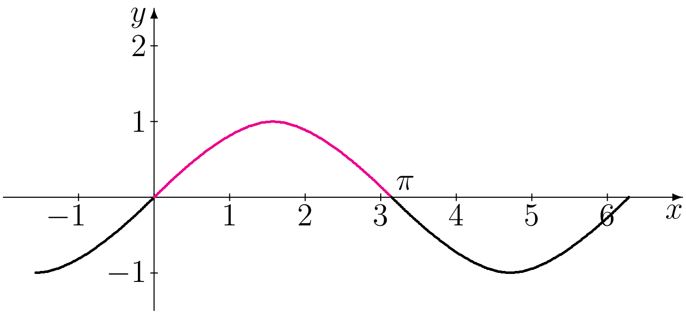


Пример 42. *Вычислите площадь:*

а) одной арки синусоиды $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна $\int_0^{\pi} (\sin x - 0)\ dx =$

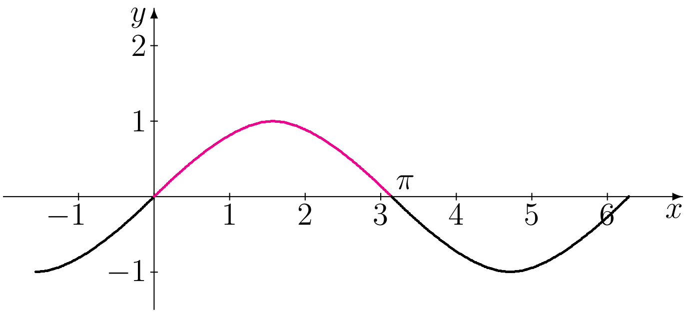


Пример 42. *Вычислите площадь:*

а) одной арки синусоиды $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна $\int_0^{\pi} (\sin x - 0)\ dx = -\cos x\Big|_0^{\pi} =$



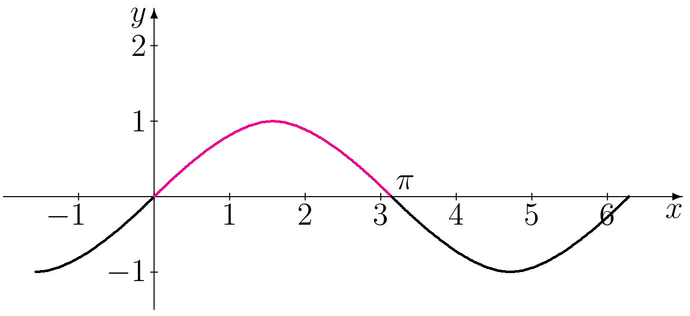
Пример 42. *Вычислите площадь:*

а) *одной арки синусоиды* $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{\pi} (\sin x - 0)\ dx = -\cos x\Big|_0^{\pi} = 2.$$

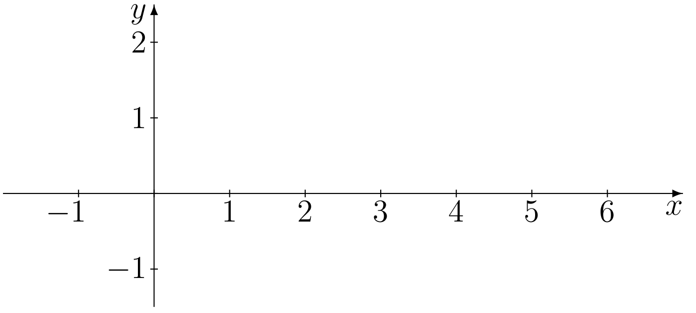


Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б)

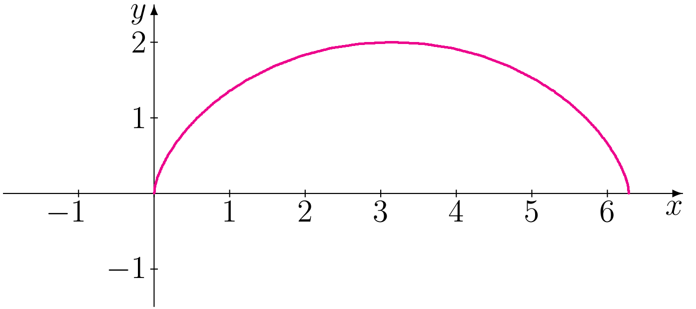


Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б)

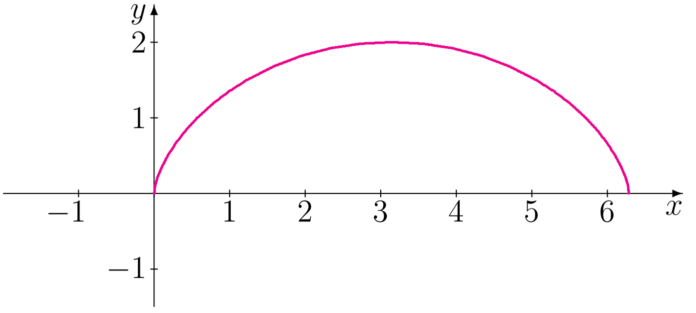


Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна



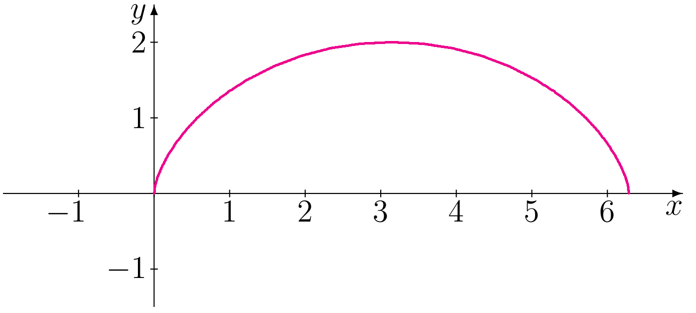
Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} \Big(\qquad\qquad\qquad \Big)\, d\Big(\qquad\qquad \Big) =$$



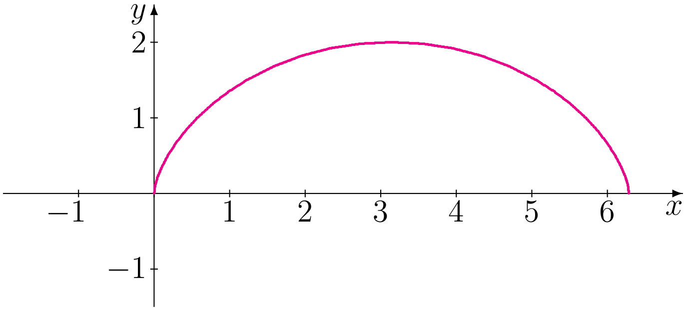
Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} \left(\qquad\qquad\qquad \right) d\,(t - \sin t) =$$

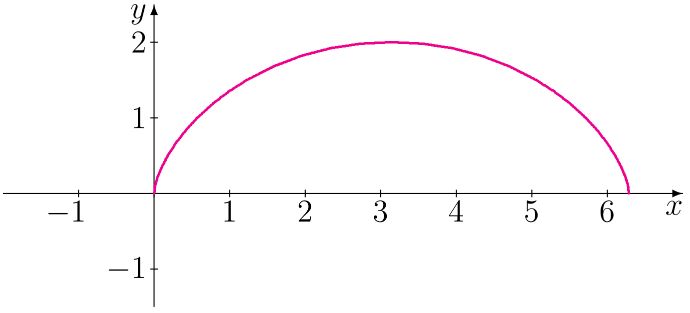


Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна



$$\int_0^{2\pi} \left(\qquad\qquad - \quad \right) d\,(t - \sin t) =$$

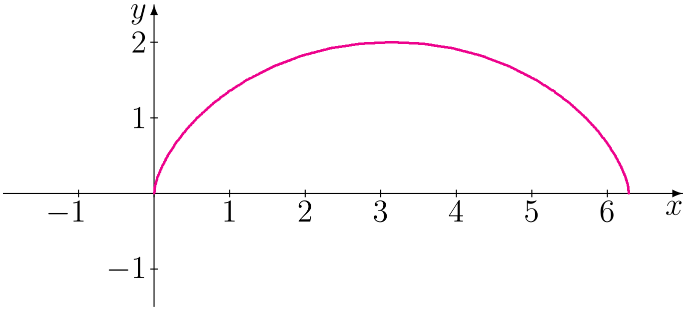
Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - \quad)\, d\,(t - \sin t) =$$



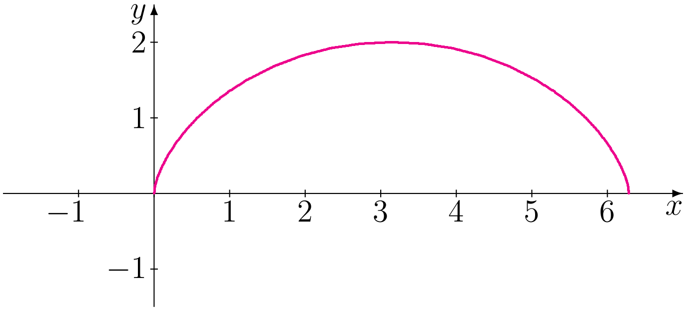
Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

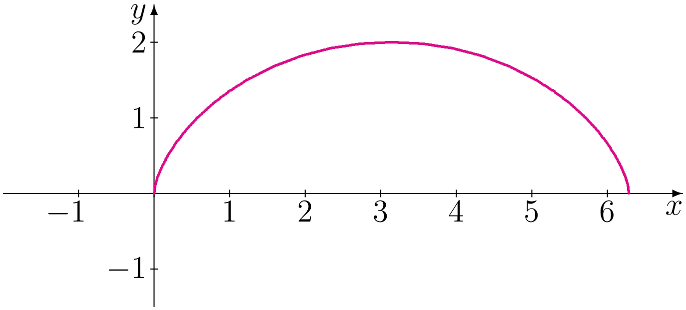
$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\ d\,(t - \sin t) =$$



Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.



б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

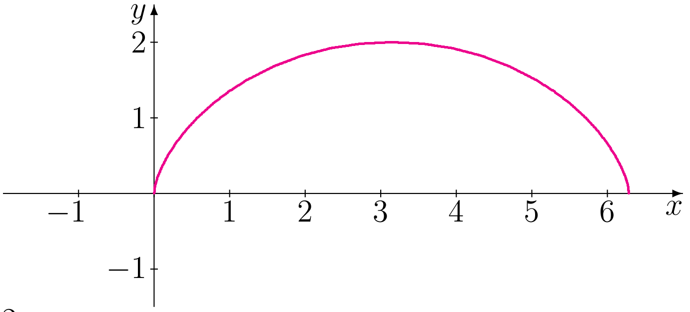
$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\ d\,(t - \sin t) =$$

$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\,(1 - \cos t)\ dt =$$

Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.



б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

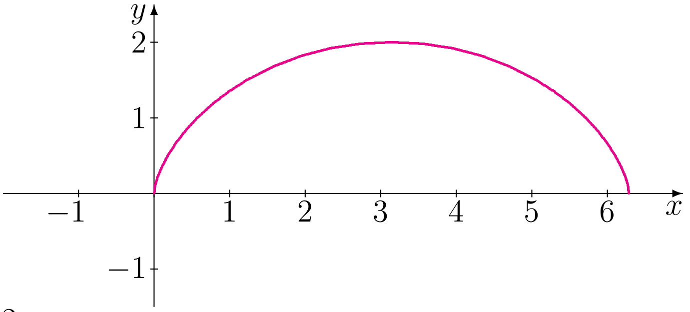
$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\ d\,(t - \sin t) =$$

$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\,(1 - \cos t)\ dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right)\ dt =$$

Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) одной арки циклоиды $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.



б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\, d\,(t - \sin t) =$$

$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\,(1 - \cos t)\ dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right)\ dt =$$

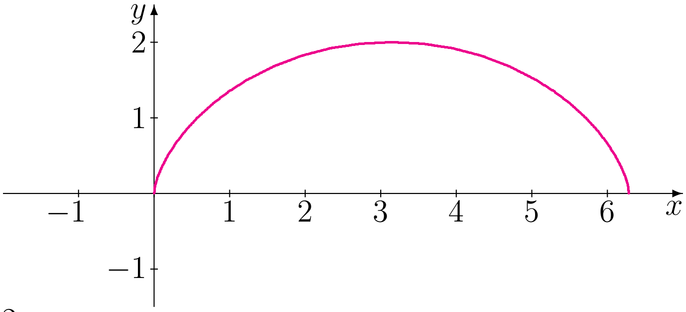
$$= t\Big|_0^{2\pi} - 2\sin t\Big|_0^{2\pi} +$$

Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) одной арки циклоиды $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна



$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\, d\,(t - \sin t) =$$

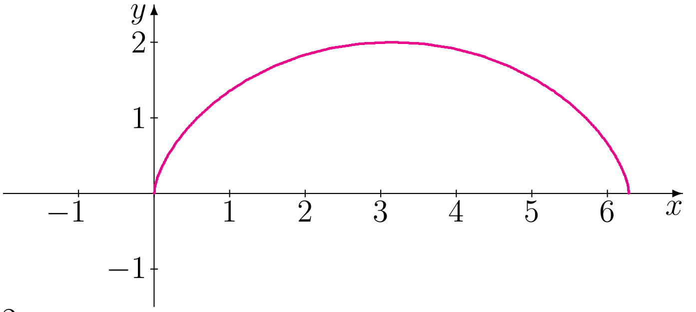
$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)(1 - \cos t)\, dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right) dt =$$

$$= t\Big|_0^{2\pi} - 2\sin t\Big|_0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2t}{2}\, dt =$$

Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.



б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\ d\,(t - \sin t) =$$

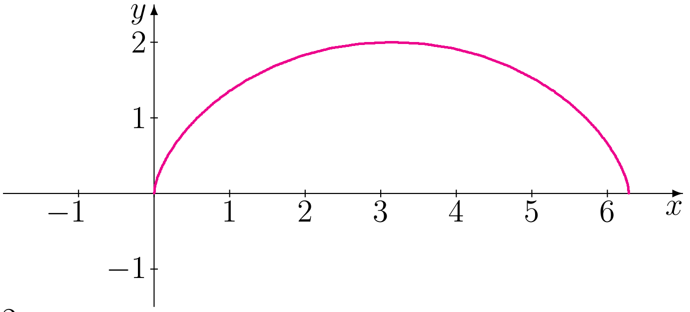
$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\,(1 - \cos t)\ dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right)\ dt =$$

$$= t\Big|_0^{2\pi} - 2\sin t\Big|_0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2t}{2}\,dt = 2\pi + \frac{t}{2}\Big|_0^{2\pi} + \frac{\sin 2t}{4}\Big|_0^{2\pi} =$$

Пример 42. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.



б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\ d\,(t - \sin t) =$$

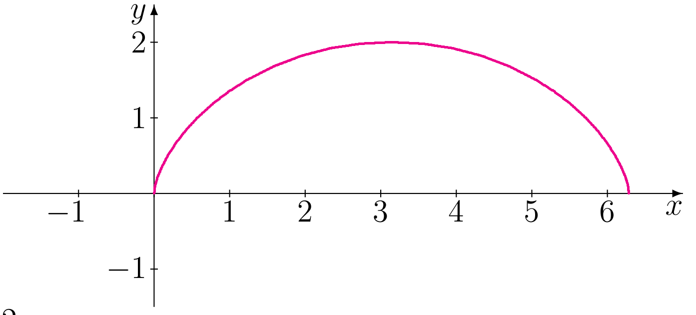
$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)(1 - \cos t)\ dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right)\ dt =$$

$$= t\Big|_0^{2\pi} - 2\sin t\Big|_0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2t}{2}\,dt = 2\pi + \frac{t}{2}\Big|_0^{2\pi} + \frac{\sin 2t}{4}\Big|_0^{2\pi} = 3\pi.$$

Пример 42. *Вычислите площадь:* **а)...**

б) одной арки циклоиды $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.



б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\ d\,(t - \sin t) =$$

$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\,(1 - \cos t)\ dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right)\ dt =$$

$$= t\Big|_0^{2\pi} - 2\sin t\Big|_0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2t}{2}\, dt = 2\pi + \frac{t}{2}\Big|_0^{2\pi} + \frac{\sin 2t}{4}\Big|_0^{2\pi} = 3\pi.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

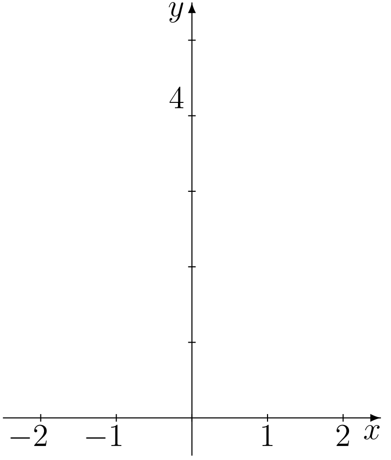
Решение.

Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.

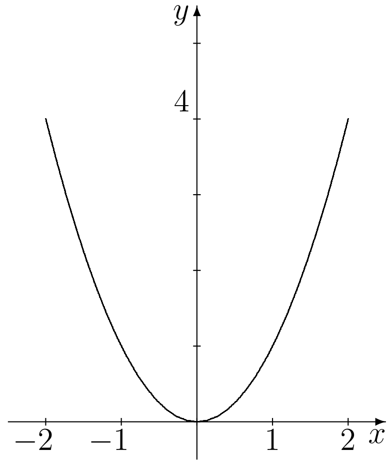
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. Построим схематический рисунок.



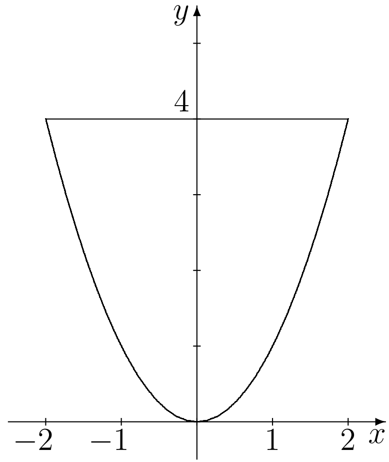
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



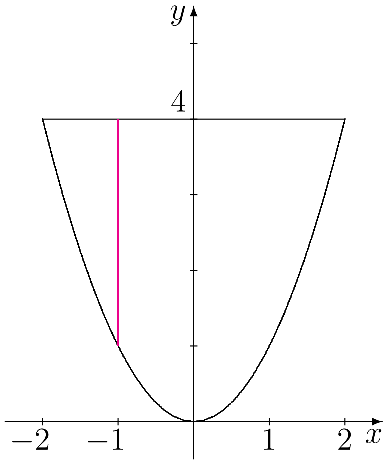
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. Построим схематический рисунок.



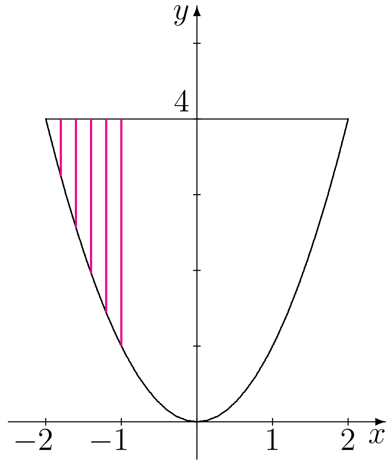
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



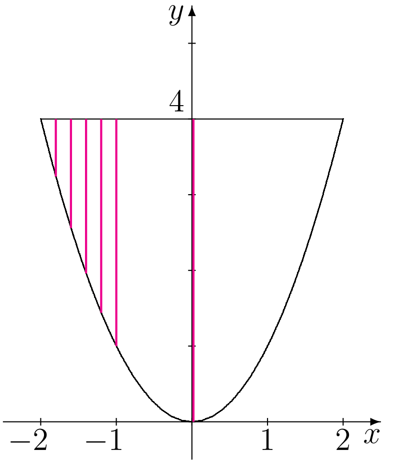
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



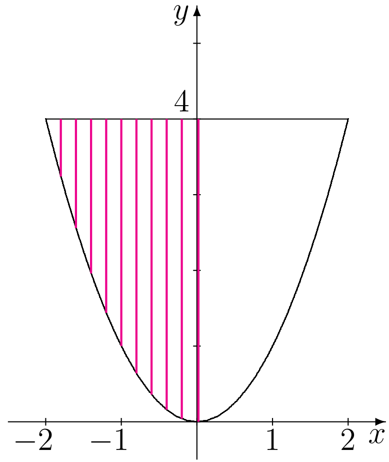
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



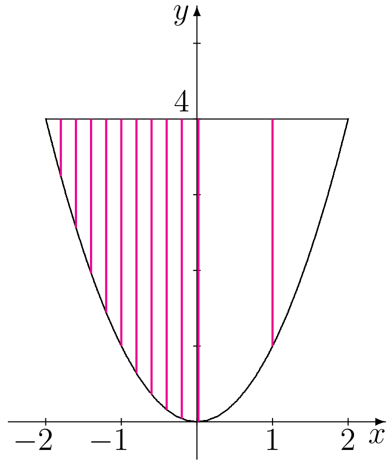
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



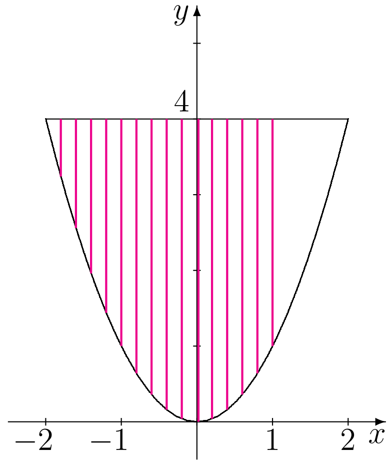
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. Построим схематический рисунок.



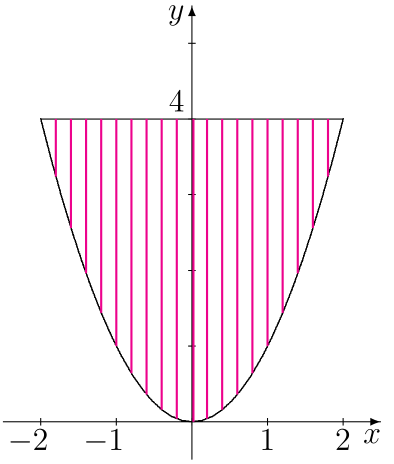
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. Построим схематический рисунок.



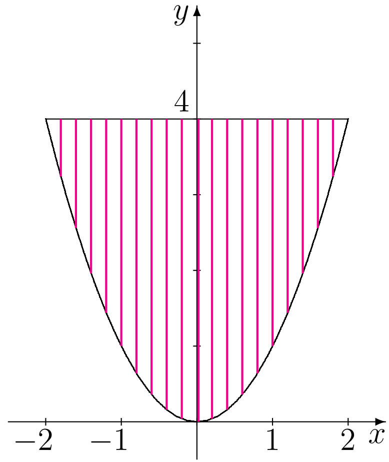
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. Построим схематический рисунок.



Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

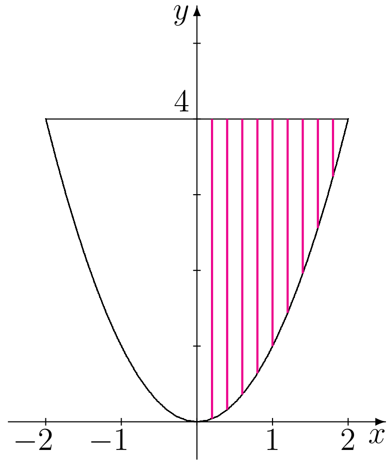
Решение. Построим схематический рисунок.



Следует считать, что вращается, например, правая половина этой фигуры.

Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

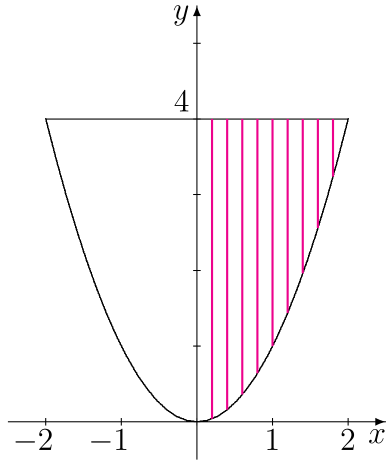
Решение. Построим схематический рисунок.



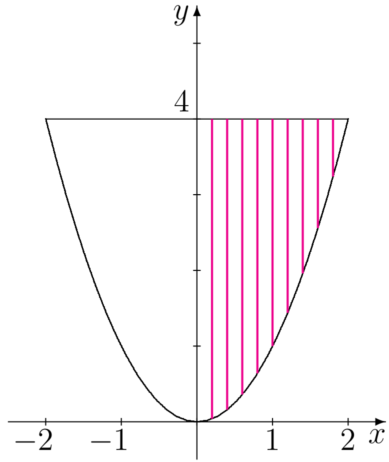
Следует считать, что вращается, например, правая половина этой фигуры.

Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Обратите внимание, что фигура вращается вокруг оси Oy, а не вокруг Ox. Поэтому искомый объем равен



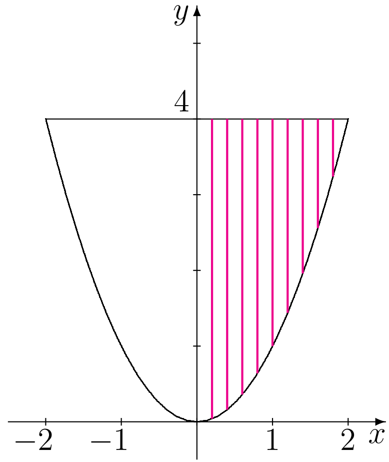
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.



Решение. $V =$

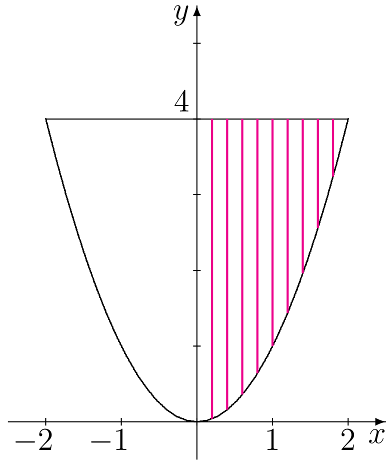
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\, dy =$



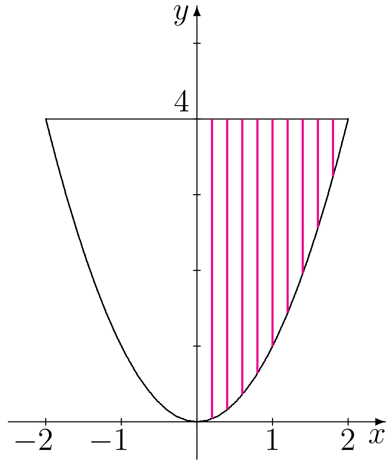
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $V = \pi \displaystyle\int_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| =$



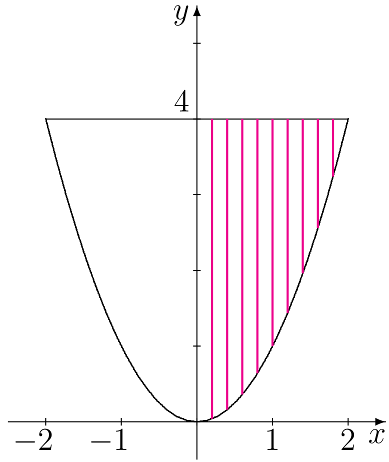
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\, dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$



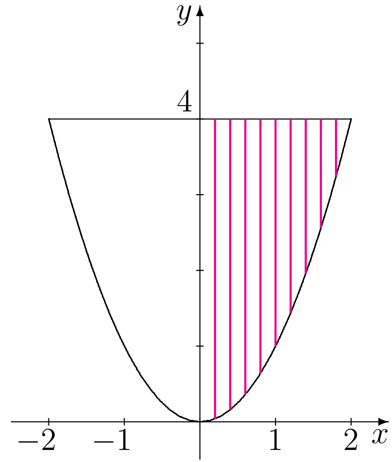
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ \\ \\ \end{array} \right| =$



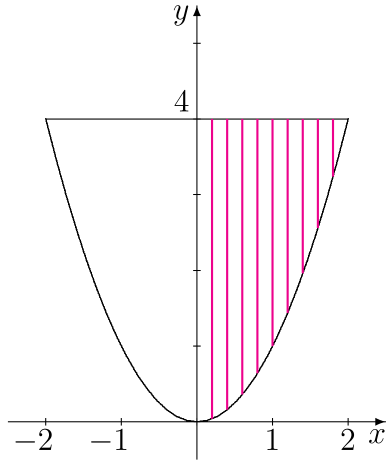
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\, dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\, dx \\ x(0) = \\ \end{array} \right| =$



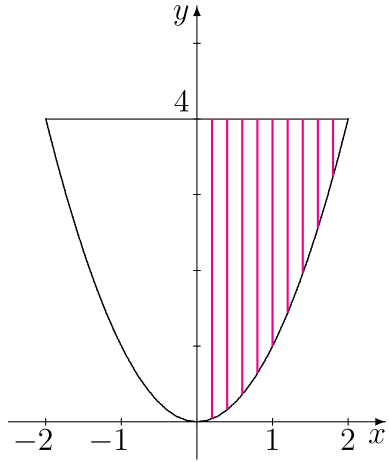
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ \end{array} \right| =$



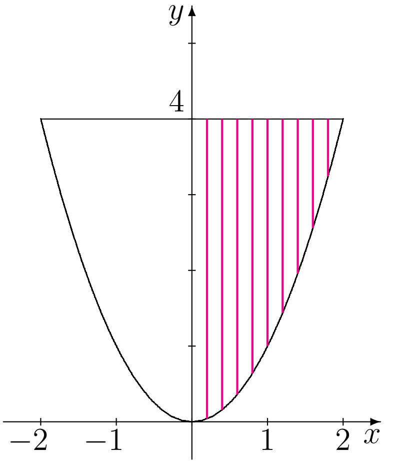
Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\, dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\, dx \\ x(0) = 0 \\ x(4) = \end{array} \right| =$

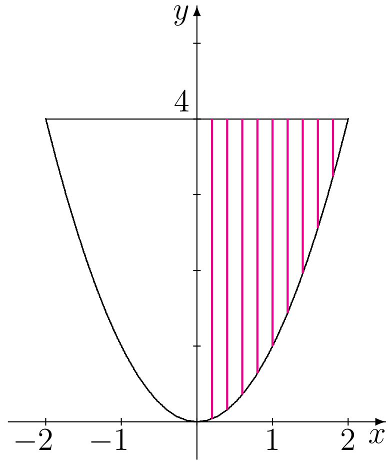


Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ x(4) = 2 \end{array} \right| =$



Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.



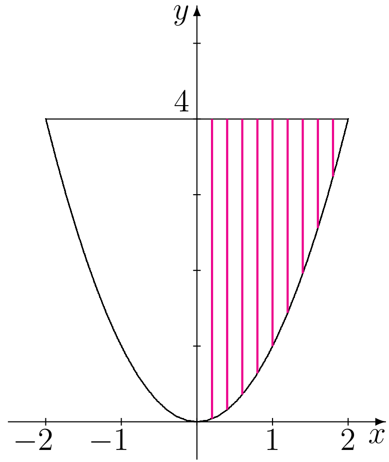
Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{aligned} & y = x^2 \\ & dy = 2x\,dx \\ & x(0) = 0 \\ & x(4) = 2 \end{aligned} \right| =$

$$= \pi \int\limits_0^2 x^2 \cdot 2x\,dx =$$

Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ x(4) = 2 \end{array} \right| =$

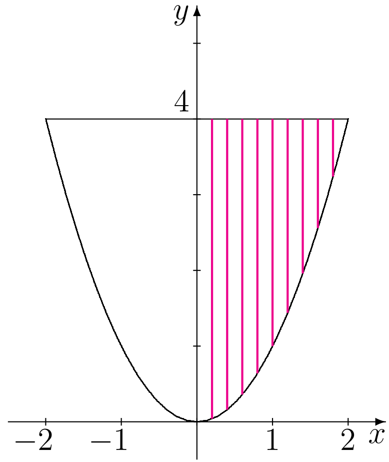
$= \pi \int\limits_0^2 x^2 \cdot 2x\,dx = \pi \dfrac{x^4}{2}\Big|_0^2 =$



Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ x(4) = 2 \end{array} \right| =$

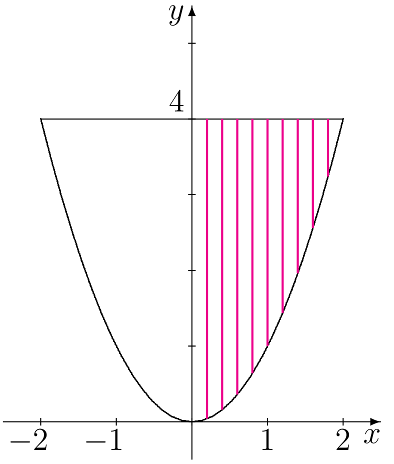
$= \pi \int\limits_0^2 x^2 \cdot 2x\,dx = \pi \dfrac{x^4}{2}\Big|_0^2 = 8\pi.$



Пример 43. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ x(4) = 2 \end{array} \right| =$

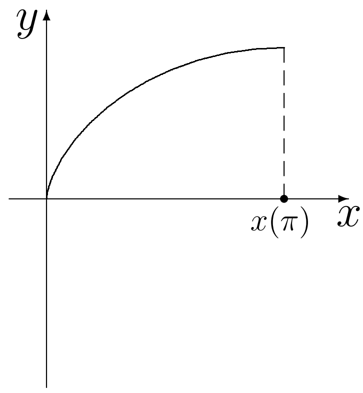
$$= \pi \int\limits_0^2 x^2 \cdot 2x\,dx = \pi \frac{x^4}{2}\Bigg|_0^2 = 8\pi.$$



Вернёмся к лекции или рассмотрим другой пример?

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют системе*
$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

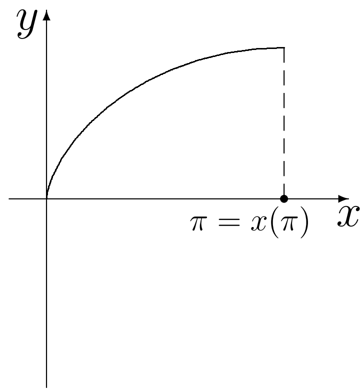
Решение.



Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды***, *т.е. фигуры из точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

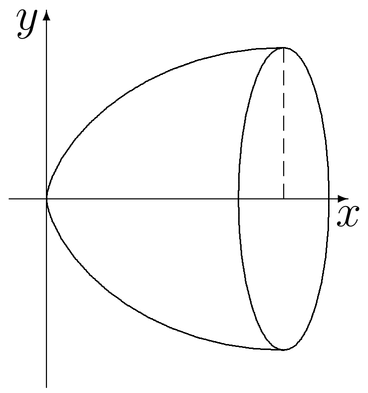
Решение.



Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки **циклоиды**, т.е. фигуры из точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

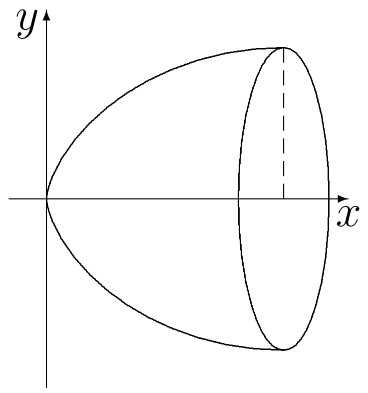
Решение. При вращении первой арки циклоиды получается тело, изображенное на рис.



Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен

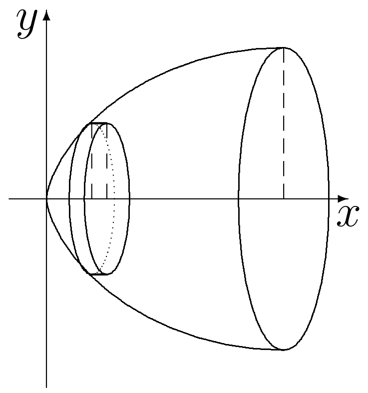


$V_x =$

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды***, *т.е. фигуры из точек, координаты* $(x;y)$ *которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



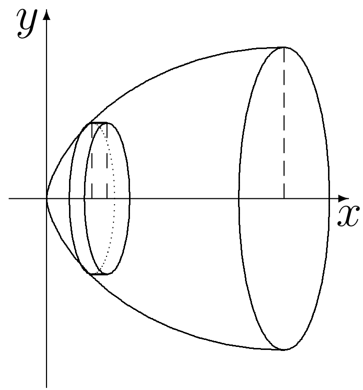
$V_x =$

Разобъём фигуру на «блинчики»-цилиндры.

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



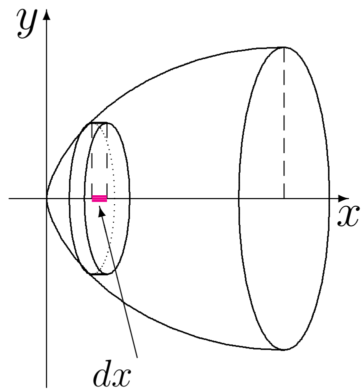
$V_x =$

Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса на высоту цилиндра, равную

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



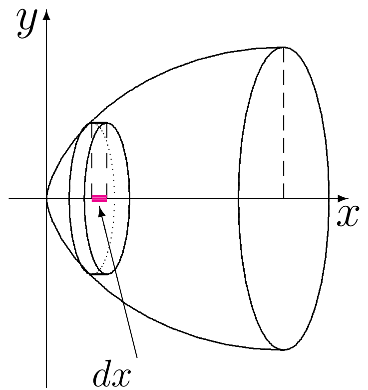
$V_x =$

Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса на высоту цилиндра, равную

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



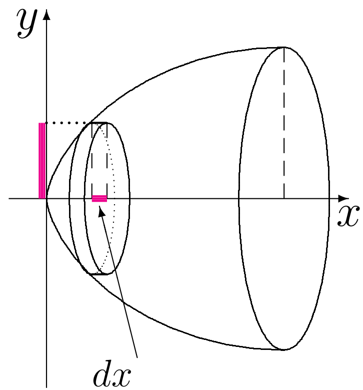
$V_x =$

Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса на высоту цилиндра, равную dx

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



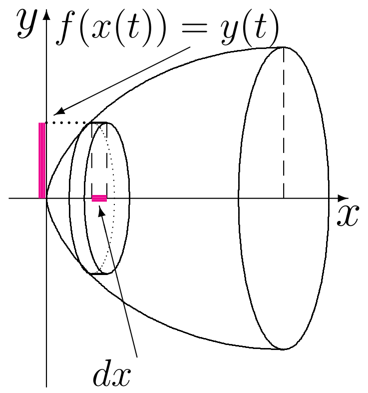
$V_x =$

Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса на высоту цилиндра, равную dx

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют системе*
$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен

$V_x =$

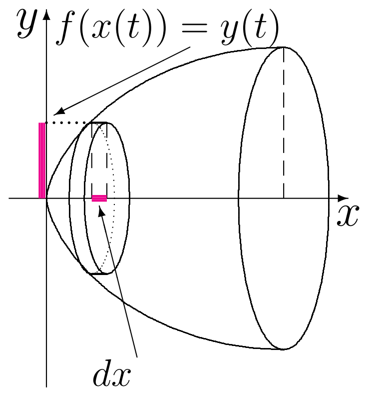


Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса на высоту цилиндра, равную dx

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды***, *т.е. фигуры из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют системе*
$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен

$V_x =$



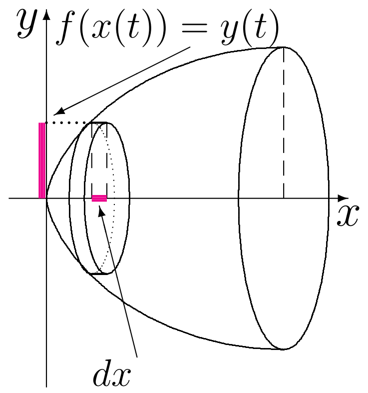
Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса $f(x) = f(x(t)) = y(t)$ на высоту цилиндра, равную dx

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен

$$V_x = \int_0^\pi \pi y^2(x)\, dx =$$



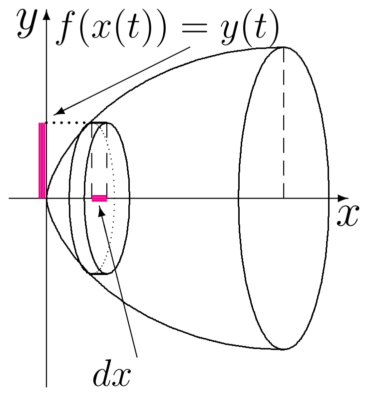
Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса $f(x) = f(x(t)) = y(t)$ на высоту цилиндра, равную dx

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен

$$V_x = \int_0^{\pi} \pi y^2(x)\, dx =$$



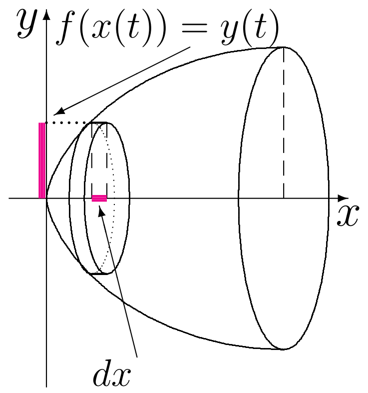
Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса $f(x) = f(x(t)) = y(t)$ на высоту цилиндра, равную $dx = x'(t)\, dt$.

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен

$$V_x = \int_0^\pi \pi y^2(x)\, dx = \int_0^\pi \pi(1-\cos t)^2 \cdot (1-\cos t)\, dt =$$

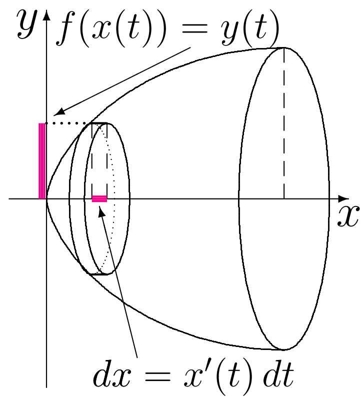


Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса $f(x) = f(x(t)) = y(t)$ на высоту цилиндра, равную $dx = x'(t)\, dt$.

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды***, *т.е. фигуры из точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен

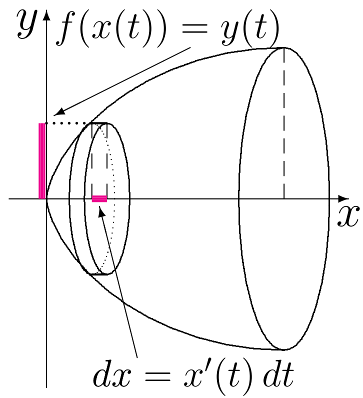


$$V_x = \int_0^\pi \pi y^2(x)\,dx = \int_0^\pi \pi(1-\cos t)^2 \cdot (1-\cos t)\,dt =$$

$$= \pi \int_0^\pi \left(1 - 3\cos t + 3\cos^2 t - \cos^3 t\right)\,dt =$$

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют системе*
$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



$$V_x = \int_0^\pi \pi y^2(x)\,dx = \int_0^\pi \pi(1-\cos t)^2\cdot(1-\cos t)\,dt =$$

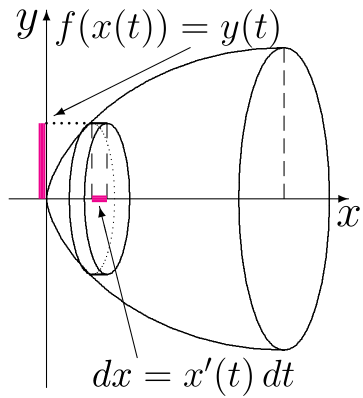
$$= \pi \int_0^\pi \left(1 - 3\cos t + 3\cos^2 t - \cos^3 t\right)\,dt =$$

$$= \pi \int_0^\pi \left(1 - 4\cos t + \frac{3}{2}\cdot(1+\cos 2t) + \sin^2 t\cdot\cos t\right)\,dt =$$

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды***, *т.е. фигуры из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



$$V_x = \int_0^\pi \pi y^2(x)\,dx = \int_0^\pi \pi(1-\cos t)^2\cdot(1-\cos t)\,dt =$$

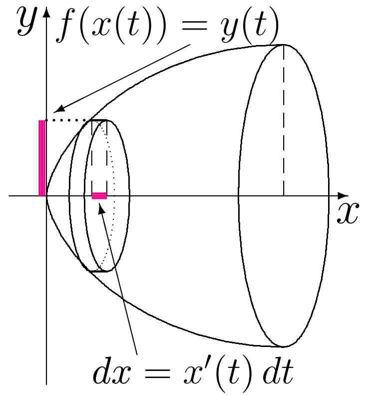
$$= \pi\int_0^\pi \left(1-3\cos t+3\cos^2 t-\cos^3 t\right)\,dt =$$

$$= \pi\int_0^\pi \left(1-4\cos t+\frac{3}{2}\cdot(1+\cos 2t)+\sin^2 t\cdot\cos t\right)\,dt = \frac{5\pi^2}{2}.$$

Пример 44. *Найти объем тела, получающегося при вращении вокруг Ox половины первой арки* ***циклоиды****, т.е. фигуры из точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



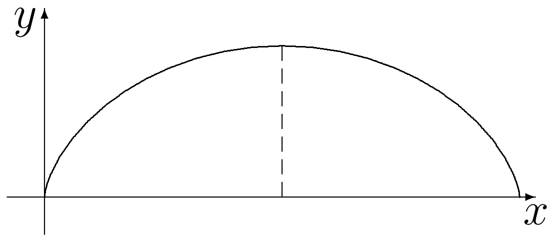
$$V_x = \int_0^\pi \pi y^2(x)\,dx = \int_0^\pi \pi(1-\cos t)^2 \cdot (1-\cos t)\,dt =$$

$$= \pi \int_0^\pi \left(1 - 3\cos t + 3\cos^2 t - \cos^3 t\right)\,dt = \frac{5\pi^2}{2}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *(*$0 \leqslant t \leqslant 2\pi$*) циклоиды*

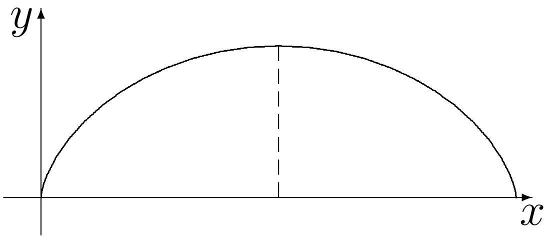
Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*



Решение.

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

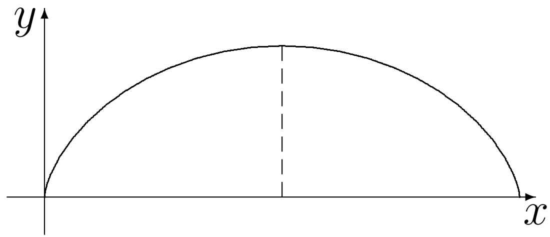
Решение. Согласно формуле, искомая длина равна



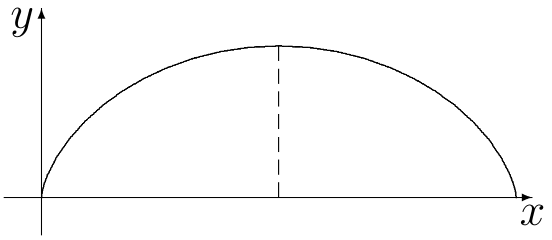
Пример 45. *Найти длину одной арки* $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ *циклоиды* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$

Решение.

$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$



Пример 45. *Найти длину одной арки $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$

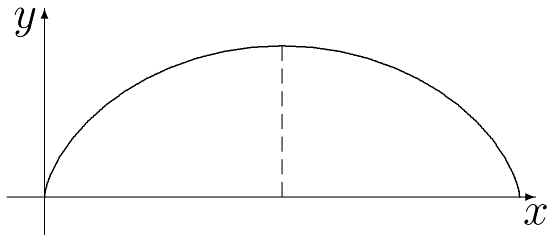


Решение.

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt =$$

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*



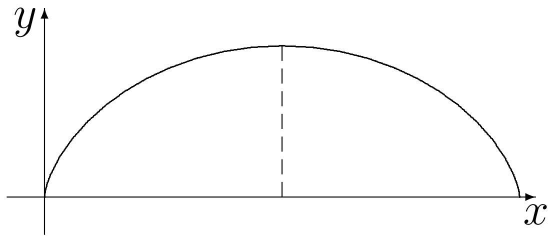
Решение.

$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt =$$

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

Решение.

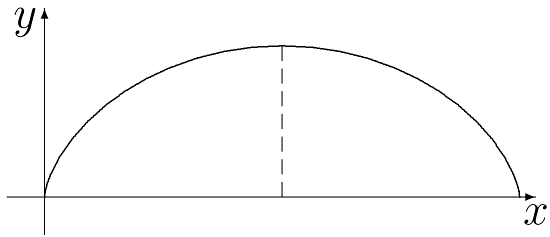


$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} 2 \left|\sin \frac{t}{2}\right|\, dt =$$

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

Решение.



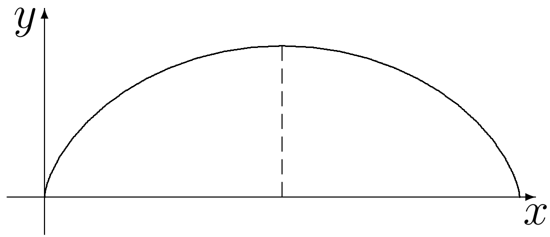
$$\int_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int_0^{2\pi} 2\left|\sin\frac{t}{2}\right|\, dt =$$

На отрезке $]0, 2\pi]$ функция $\sin\dfrac{t}{2}$ неотрицательна.

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\left\{\begin{array}{l} x(t)=t-\sin t, \\ y(t)=1-\cos t. \end{array}\right.$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

Решение.



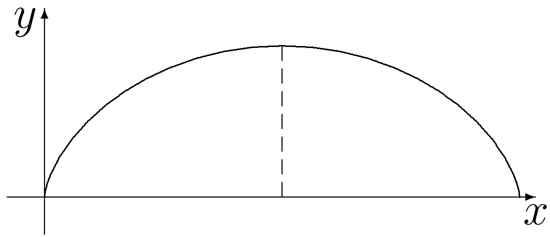
$$\int_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2+\sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{2-2\cos t}\, dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2\frac{t}{2}}\, dt = \int_0^{2\pi} 2\left|\sin\frac{t}{2}\right|\, dt =$$

$$= 2\int_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, dt =$$

Пример 45. *Найти длину одной арки* $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ *циклоиды* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$

Решение.



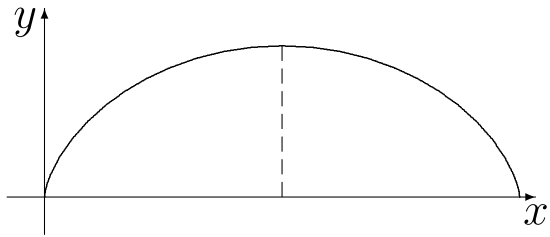
$$\int_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int_0^{2\pi} 2\left|\sin\frac{t}{2}\right|\, dt =$$

$$= 2\int_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, dt = ?\int_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) =$$

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

Решение.



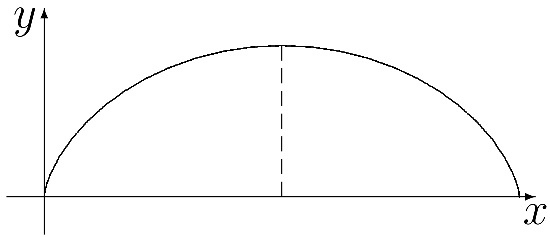
$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} 2\left|\sin \frac{t}{2}\right|\, dt =$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, dt = 4\int\limits_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) =$$

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

Решение.



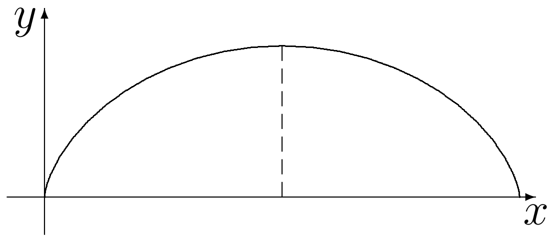
$$\int_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int_0^{2\pi} 2\left|\sin \frac{t}{2}\right|\, dt =$$

$$= 2\int_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, dt = 4\int_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) = -4\cos \frac{t}{2}\Big|_0^{2\pi} =$$

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

Решение.



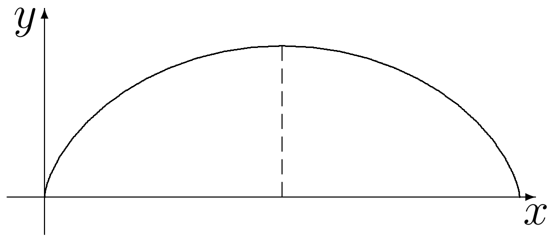
$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} 2\left|\sin\frac{t}{2}\right|\, dt =$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, dt = 4\int\limits_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) = -4\cos\frac{t}{2}\Bigg|_0^{2\pi} = -4\cos\pi +$$

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *($0 \leqslant t \leqslant 2\pi$) циклоиды*

Решение.

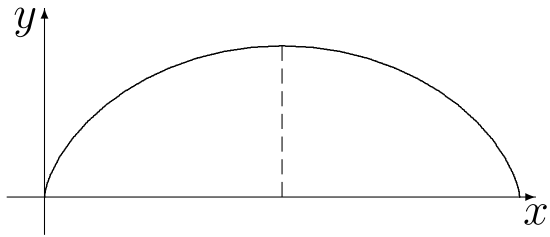


$$\int_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int_0^{2\pi} 2\left|\sin \frac{t}{2}\right|\, dt =$$

$$= 2\int_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, dt = 4\int_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) = -4\cos\frac{t}{2}\Big|_0^{2\pi} = -4\cos\pi + 4\cos 0 =$$

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ *циклоиды*



Решение.

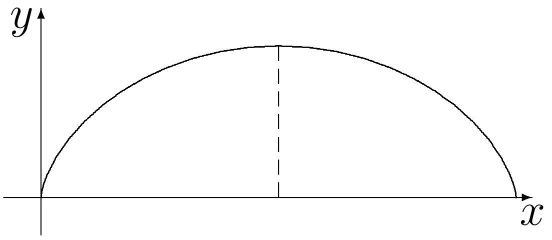
$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} 2\left|\sin \frac{t}{2}\right|\, dt =$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, dt = 4\int\limits_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) = -4\cos\frac{t}{2}\Bigg|_0^{2\pi} = -4\cos\pi + 4\cos 0 = 8.$$

Пример 45. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

Решение.



$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\,dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\,dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2\frac{t}{2}}\,dt = \int\limits_0^{2\pi} 2\left|\sin\frac{t}{2}\right|\,dt =$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\,dt = 4\int\limits_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\,d\left(\frac{t}{2}\right) = -4\cos\frac{t}{2}\Bigg|_0^{2\pi} = -4\cos\pi + 4\cos 0 = 8.$$

Вернёмся к лекции?

Вернёмся к лекции?

Задача XXXI.50. (Ответ приведен на стр.7359.) Вычислите интеграл

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$$

Задача XXXI.51. (Ответ приведен на стр.7427.) Вычислите интеграл

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx.$$

Задача XXXI.52. (Ответ приведен на стр.7458.) Вычислите интеграл

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx.$$

Задача XXXI.53. (Ответ приведен на стр.7488.) Вычислите интеграл

$$\int\limits_0^1 \frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\left(x^2+x+1\right)}\,dx.$$

Задача XXXI.54. (Ответ приведен на стр.7494.) Вычислите интеграл

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx.$$

Задача XXXI.55. (Ответ приведен на стр.7530.) Вычислите интеграл

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$$

Задача XXXI.56. (Ответ приведен на стр.7595.) Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2, \quad x \geqslant 0.$

Задача XXXI.57. (Ответ приведен на стр.7621.) Вычислите длину части графика функции $f(x) = \operatorname{ch} x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ для $0 \leqslant x \leqslant \ln 4$.

Задача XXXI.58. (Ответ приведен на стр.7624.) Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Задача XXXI.59. (Ответ приведен на стр.7707.) Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

Заметим, что общий член $\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

Заметим, что общий член $\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.
Как известно, такую дробно-рациональную функцию можно представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} =$$

Заметим, что общий член $\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.

Как известно, такую дробно-рациональную функцию можно представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} +$$

Заметим, что общий член $\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.

Как известно, такую дробно-рациональную функцию можно представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} +$$

Заметим, что общий член $\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.

Как известно, такую дробно-рациональную функцию можно представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Заметим, что общий член $\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.

Как известно, такую дробно-рациональную функцию можно представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения*.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.*

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения*. Умножим левую и правую части на n.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{n\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{An}{n} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} =$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.*

Умножим левую и правую части на n.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{n\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{An}{n} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} =$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.*

Умножим левую и правую части на n. Проведем сокращения.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} =$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.*

Умножим левую и правую части на n. Проведем сокращения.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n} \cdot (2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n\cdot$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.*

Умножим левую и правую части на n. Проведем сокращения.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n} \cdot (2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n \cdot \left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2} \right).$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.* Умножим левую и правую части на n. Проведем сокращения.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n\cdot\left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n} \cdot (2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n \cdot \left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2} \right).$$

Подставим $n = 0$:

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n\cdot\left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)} =$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)}=\frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}}+\frac{Bn}{n+1}+\frac{Cn}{n+2}=A+n\cdot\left(\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)}=A+$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n} \cdot (2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n \cdot \left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2} \right).$$

Подставим $n = 0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)} = A + 0 \cdot \left(\frac{B}{0+1} + \right.$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)}=\frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}}+\frac{Bn}{n+1}+\frac{Cn}{n+2}=A+n\cdot\left(\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)}=A+0\cdot\left(\frac{B}{0+1}+\frac{C}{0+2}\right)=$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n} \cdot (2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n \cdot \left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2} \right).$$

Подставим $n = 0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)} = A + 0 \cdot \left(\frac{B}{0+1} + \frac{C}{0+2} \right) = A.$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)}=\frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}}+\frac{Bn}{n+1}+\frac{Cn}{n+2}=A+n\cdot\left(\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)}=A+0\cdot\left(\frac{B}{0+1}+\frac{C}{0+2}\right)=A.$$

Значит, $A=1$.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n\cdot\left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n = 0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)} = A + 0\cdot\left(\frac{B}{0+1} + \frac{C}{0+2}\right) = A.$$

Значит, $A = 1$.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} =$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B +$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A(n+1)}{n}+\frac{B(n+1)}{(n+1)}+\frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)}=B+(n+1)\cdot\left(\frac{A}{n}+\right.$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B + (n+1)\cdot\left(\frac{A}{n} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A(n+1)}{n}+\frac{B(n+1)}{(n+1)}+\frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)}=B+(n+1)\cdot\left(\frac{A}{n}+\frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B + (n+1)\cdot\left(\frac{A}{n} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n = -1$.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B + (n+1)\cdot\left(\frac{A}{n} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n = -1$.

$B =$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A(n+1)}{n}+\frac{B(n+1)}{(n+1)}+\frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)}=B+(n+1)\cdot\left(\frac{A}{n}+\frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=-1$.

$$B=\frac{(2-(-1))}{(-1)((-1)+2)}=$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B + (n+1)\cdot\left(\frac{A}{n} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=-1$.

$$B = \frac{(2-(-1))}{(-1)((-1)+2)} = -3.$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B + (n+1)\cdot\left(\frac{A}{n} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=-1$.

$$B = \frac{(2-(-1))}{(-1)((-1)+2)} = -3.$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} =$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \qquad \cdot(n+2)+$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \qquad \cdot(n+2) + C.$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2) + C.$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2) + C.$$

Подставим $n =$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A(n+2)}{n}+\frac{B(n+2)}{(n+1)}+\frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)}=\left(\frac{A}{n}+\frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2)+C.$$

Подставим $n=-2$.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2) + C.$$

Подставим $n = -2$.

$C =$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2)+C.$$

Подставим $n=-2$.

$$C = \frac{(2-(-2))}{(-2)((-2)+1)} =$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2) + C.$$

Подставим $n = -2$.

$$C = \frac{(2-(-2))}{(-2)((-2)+1)} = 2.$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2) + C.$$

Подставим $n=-2$.

$$C = \frac{(2-(-2))}{(-2)((-2)+1)} = 2.$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$S_1 =$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3},$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},\quad S_2=$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 =$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) +$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) =$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} +$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 =$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 =$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} +$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) =$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 =$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},\quad S_2=S_1+a_2=\left(\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{3}+\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4},$$

$$S_3=S_2+a_3=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5},$$

$$S_4=S_3+a_4=$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},\quad S_2=S_1+a_2=\left(\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{3}+\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4},$$

$$S_3=S_2+a_3=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5},$$

$$S_4=S_3+a_4=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 = S_3 + a_4 = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right) =$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},\quad S_2=S_1+a_2=\left(\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{3}+\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4},$$

$$S_3=S_2+a_3=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5},$$

$$S_4=S_3+a_4=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{5}+\frac{2}{6}\right)=-\frac{1}{5}+\frac{2}{6}...$$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 = S_3 + a_4 = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{2}{6} \ldots$$

Значит, $S_n = -\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{2}{n+2}$.

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},\quad S_2=S_1+a_2=\left(\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{3}+\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4},$$

$$S_3=S_2+a_3=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5},$$

$$S_4=S_3+a_4=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{5}+\frac{2}{6}\right)=-\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\ldots$$

Значит, $S_n=-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{2}{n+2}$.

Поэтому $S=$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 = S_3 + a_4 = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{2}{6} \ldots$$

Значит, $S_n = -\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{2}{n+2}$.

Поэтому $S = \lim\limits_{n\to\infty} S_n =$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},\quad S_2=S_1+a_2=\left(\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{3}+\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4},$$

$$S_3=S_2+a_3=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5},$$

$$S_4=S_3+a_4=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{5}+\frac{2}{6}\right)=-\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\ldots$$

Значит, $S_n=-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{2}{n+2}$.

Поэтому $S=\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\lim\limits_{n\to\infty}\left(-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{2}{n+2}\right)=$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},\quad S_2=S_1+a_2=\left(\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{3}+\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4},$$

$$S_3=S_2+a_3=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5},$$

$$S_4=S_3+a_4=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{5}+\frac{2}{6}\right)=-\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\ldots$$

Значит, $S_n=-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{2}{n+2}$.

Поэтому $S=\lim\limits_{n\to\infty} S_n=\lim\limits_{n\to\infty}\left(-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{2}{n+2}\right)=0.$

Пример 46. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},\quad S_2=S_1+a_2=\left(\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{3}+\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4},$$

$$S_3=S_2+a_3=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5},$$

$$S_4=S_3+a_4=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{5}+\frac{2}{6}\right)=-\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\ldots$$

Значит, $S_n=-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{2}{n+2}$.

Поэтому $S=\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\lim\limits_{n\to\infty}\left(-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{2}{n+2}\right)=0.$ **Вернемся к лекции?**

Пример 47. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$.

Решение.

Пример 47. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.

Пример 47. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\frac{1}{n2^n} \leq \frac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

прогрессии

Пример 47. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\frac{1}{n2^n} \leq \frac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии

Пример 47. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии со **знаменателем**

Пример 47. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\frac{1}{n2^n} \le \frac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии со **знаменателем** $\frac{1}{2} < 1$,

Пример 47. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов **геометрической** прогрессии со **знаменателем** $\dfrac{1}{2} < 1$,

поэтому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ сходится? расходится?

Пример 47. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов **геометрической** прогрессии со **знаменателем** $\dfrac{1}{2} < 1$,

поэтому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ сходится.

Пример 47. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии со **знаменателем** $\dfrac{1}{2} < 1$,

поэтому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ сходится.

Согласно **признаку сравнения**, исходный ряд

Пример 47. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.
Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии со **знаменателем** $\dfrac{1}{2} < 1$,

поэтому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ сходится.
Согласно **признаку сравнения**, исходный ряд также сходится.

Пример 47. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\frac{1}{n2^n} \le \frac{1}{2^n}$.
Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов **геометрической** прогрессии со **знаменателем** $\frac{1}{2} < 1$, поэтому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ сходится.
Согласно **признаку сравнения**, исходный ряд также сходится.
Вернёмся к лекции?

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение.

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение.

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение. поэтому

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение. $< \cos\dfrac{1}{n} \leqslant$ поэтому

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение. $0< \cos\dfrac{1}{n} \leqslant$ поэтому

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение. $0 < \cos\frac{1}{n} \leqslant 1$, поэтому

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение. $0 < \cos\dfrac{1}{n} \leqslant 1$, поэтому $\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение. $0 < \cos\frac{1}{n} \leqslant 1$, поэтому $\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right) \quad 0$.

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение. $0 < \cos\frac{1}{n} \leqslant 1$, поэтому $\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right) \leqslant 0$.

Поэтому рассмотрим ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} -\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$, который сходится или расходится одновременно с исходным рядом.

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение. $0 < \cos\frac{1}{n} \leqslant 1$, поэтому $\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right) \leqslant 0$.

Поэтому рассмотрим ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} -\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$, который сходится или расходится одновременно с исходным рядом.

Попытаемся применить **признак сравнения в предельной форме.**

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение. Попробуем так подобрать α с тем, чтобы свести вопрос о сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)\right)$ к сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$.

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение. Попробуем так подобрать α с тем, чтобы свести вопрос о сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)\right)$ к сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$. Для этого достаточно подобрать значение α так, чтобы $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}}$ был числом, отличным от 0.

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}}$$

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \qquad \right] \stackrel{?}{=}$$

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=}$$

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to}$$

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0}$$

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n}\to x\in\mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0}\frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{}{} =$$

По **правилу Лопиталя**...

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-\left(-1/\cos x\right)\cdot}{} =$$

По **правилу Лопиталя**...

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-(-1/\cos x)\cdot(-\sin x)}{} =$$

По **правилу Лопиталя**...

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n}\to x\in\mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0}\frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{-\left(-1/\cos x\right)\cdot\left(-\sin x\right)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

По **правилу Лопиталя**...

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-\left(-1/\cos x\right)\cdot\left(-\sin x\right)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} =$$

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-\left(-1/\cos x\right)\cdot\left(-\sin x\right)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} =$$

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n}\to x\in\mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0}\frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{-\left(-1/\cos x\right)\cdot\left(-\sin x\right)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \frac{1}{\alpha}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-(-1/\cos x)\cdot(-\sin x)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x}\cdot \lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \frac{1}{\alpha}\cdot \lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Согласно **первому замечательному пределу**

т.е.

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n}\to x\in\mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0}\frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{-(-1/\cos x)\cdot(-\sin x)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \frac{1}{\alpha}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Согласно **первому замечательному пределу**

$\alpha - 1 \quad 1$, т.е.

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n}\to x\in\mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0}\frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{-(-1/\cos x)\cdot(-\sin x)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \frac{1}{\alpha}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Согласно **первому замечательному пределу**

$\alpha-1=1$, т.е.

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-(-1/\cos x)\cdot(-\sin x)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x}\cdot \lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \frac{1}{\alpha}\cdot \lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Согласно **первому замечательному пределу**

$\alpha - 1 = 1$, т.е. $\alpha = 2$.

Пример 48. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-(-1/\cos x)\cdot(-\sin x)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \frac{1}{\alpha}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Согласно **первому замечательному пределу**

$\alpha - 1 = 1$, т.е. $\alpha = 2$.

Вернёмся к лекции?

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n5^{n+1}}$; ***б)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n5^{n+1}}$.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$; ***б)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}} =$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(6/5)^n}{5n} =$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(6/5)^n}{5n} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(6/5)^x}{5x} =$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$; ***б)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(6/5)^n}{5n} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(6/5)^x}{5x} =$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

По **правилу Лопиталя...**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(6/5)^n}{5n} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(6/5)^x}{5x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(6/5)^x \ln(6/5)}{5} =$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

По **правилу Лопиталя...**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(6/5)^n}{5n} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(6/5)^x}{5x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(6/5)^x \ln(6/5)}{5} = \infty.$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

По **правилу Лопиталя...**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(6/5)^n}{5n} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(6/5)^x}{5x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(6/5)^x \ln(6/5)}{5} = \infty.$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

Значит, ряд расходится.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(6/5)^n}{5n} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(6/5)^x}{5x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{(6/5)^x \ln(6/5)}{5} = \infty.$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

Значит, ряд расходится.

Можно было применить и другой метод.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}}$; ***б)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}}$.

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$; ***б)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} =$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\qquad}{6^n/(n5^{n+1})} =$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+1}/\left((n+1)5^{(n+1)+1}\right)}{6^n/\left(n5^{n+1}\right)} =$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$; ***б)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+1}/((n+1)5^{(n+1)+1})}{6^n/(n5^{n+1})} = \lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+1}n5^{n+1}}{6^n(n+1)5^{n+2}} =$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+1}/((n+1)5^{(n+1)+1})}{6^n/(n5^{n+1})} = \lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+1}n5^{n+1}}{6^n(n+1)5^{n+2}} =$$

$$= \frac{6}{5} \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} =$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{6^{n+1}/((n+1)5^{(n+1)+1})}{6^n/(n5^{n+1})}=\lim_{n\to\infty}\frac{6^{n+1}n5^{n+1}}{6^n(n+1)5^{n+2}}=$$

$$=\frac{6}{5}\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}=\frac{6}{5}\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+(1/n)}=$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+1}/((n+1)5^{(n+1)+1})}{6^n/(n5^{n+1})} = \lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+1}n5^{n+1}}{6^n(n+1)5^{n+2}} =$$

$$= \frac{6}{5}\lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = \frac{6}{5}\lim_{n\to\infty} \frac{1}{1+(1/n)} = \frac{6}{5}$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$; ***б)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+1}/((n+1)5^{(n+1)+1})}{6^n/(n5^{n+1})} = \lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+1}n5^{n+1}}{6^n(n+1)5^{n+2}} =$$

$$= \frac{6}{5} \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = \frac{6}{5} \lim_{n\to\infty} \frac{1}{1+(1/n)} = \frac{6}{5} > 1.$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+1}/((n+1)5^{(n+1)+1})}{6^n/(n5^{n+1})} = \lim_{n\to\infty} \frac{6^{n+1}n5^{n+1}}{6^n(n+1)5^{n+2}} =$$

$$= \frac{6}{5}\lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = \frac{6}{5}\lim_{n\to\infty} \frac{1}{1+(1/n)} = \frac{6}{5} > 1.$$

По **признаку д'Аламбера** ряд расходится.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}}$; ***б)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n} =$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n} =$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

По **правилу Лопиталя...**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}}{2^x} =$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

По **правилу Лопиталя...**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}}{2^x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2\sqrt{x}\cdot}=$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

По **правилу Лопиталя...**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}}{2^x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2\sqrt{x}\cdot 2^x\ln 2}=$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

По **правилу Лопиталя...**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}}{2^x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{2\sqrt{x}\cdot 2^x \ln 2} = 0.$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

По **правилу Лопиталя...**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}}{2^x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2\sqrt{x}\cdot 2^x\ln 2}=0.$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

Значит, ряд может сходиться.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}}{2^x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2\sqrt{x}\cdot 2^x\ln 2}=0.$$

Сначала проверим на выполнение **необходимого признака сходимости.**

Значит, ряд может сходиться.

Надо применить другой метод.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{}{\sqrt{n}\cdot 2^{-n}} =$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+1}\cdot 2^{-(n+1)}}{\sqrt{n}\cdot 2^{-n}} =$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+1} \cdot 2^{-(n+1)}}{\sqrt{n} \cdot 2^{-n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{1+1/n}}{2^{(n+1)-n}} =$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}\cdot 2^{-(n+1)}}{\sqrt{n}\cdot 2^{-n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+1/n}}{2^{(n+1)-n}}=\frac{1}{2}$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+1}\cdot 2^{-(n+1)}}{\sqrt{n}\cdot 2^{-n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{1+1/n}}{2^{(n+1)-n}} = \frac{1}{2} < 1.$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+1}\cdot 2^{-(n+1)}}{\sqrt{n}\cdot 2^{-n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{1+1/n}}{2^{(n+1)-n}} = \frac{1}{2} < 1.$$

По **признаку д'Аламбера** ряд

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряды:* ***а)*** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n5^{n+1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

Решение. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{2^n}$.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}\cdot 2^{-(n+1)}}{\sqrt{n}\cdot 2^{-n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+1/n}}{2^{(n+1)-n}}=\frac{1}{2}<1.$$

По **признаку д'Аламбера** ряд сходится.

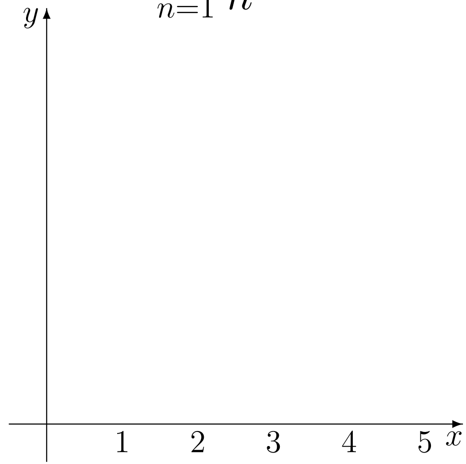
Вернёмся к лекции?

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение.

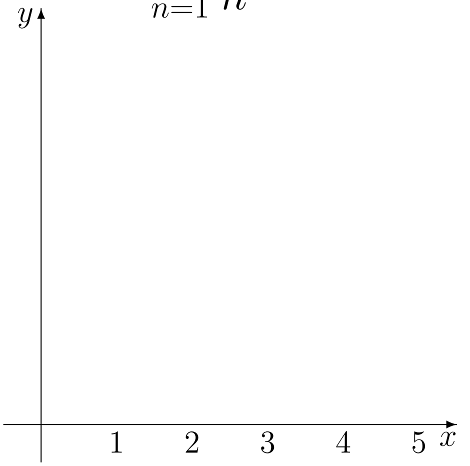
Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. При $\alpha \leqslant 0$ ряд расходится по

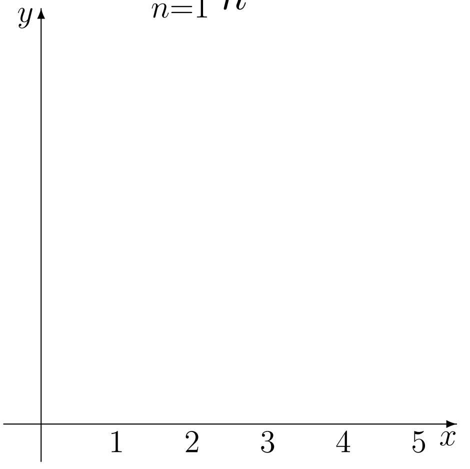


Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. При $\alpha \leqslant 0$ ряд расходится по **необходимому признаку сходимости**.



Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

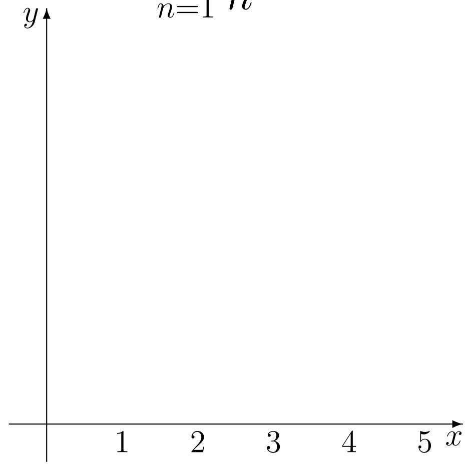
Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

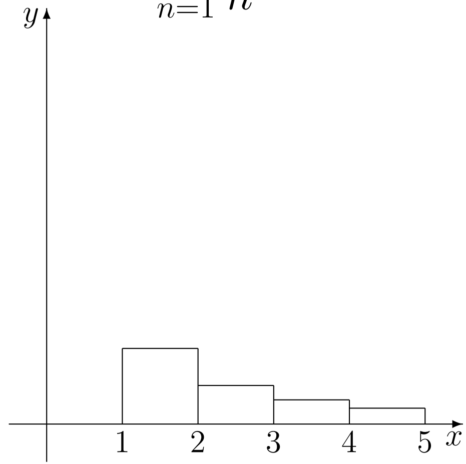


Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant$$

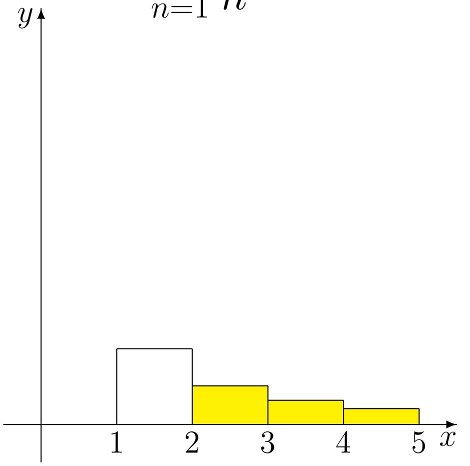


Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

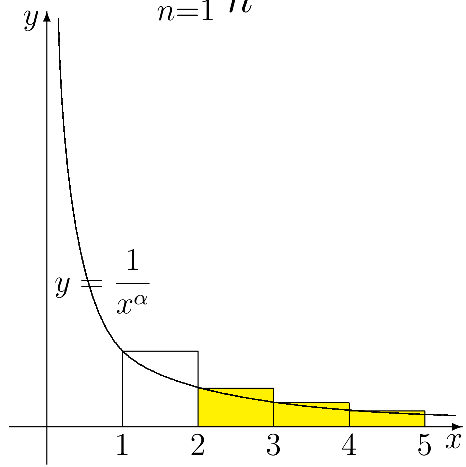


Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.

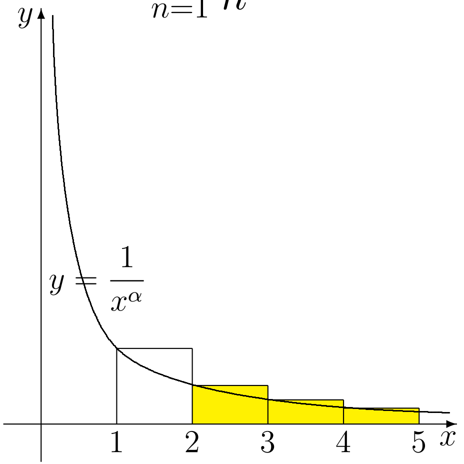
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant$$



Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

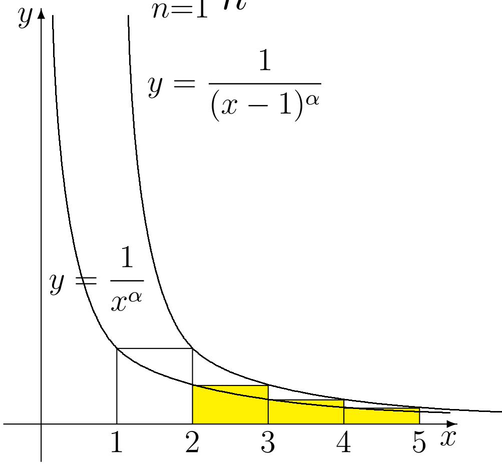


Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.

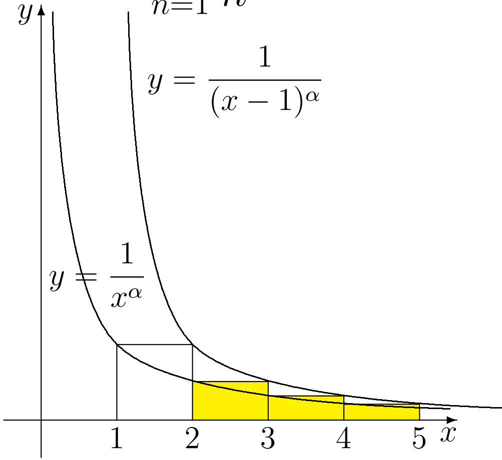


Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

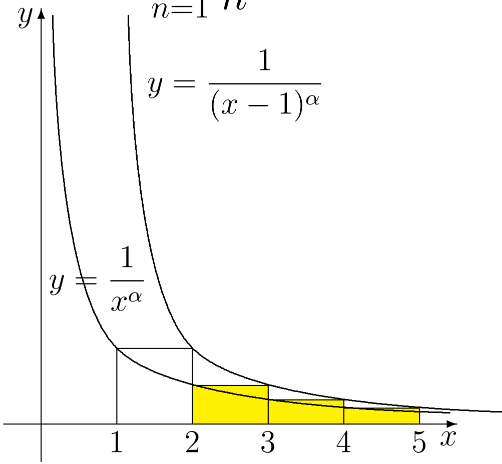
Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

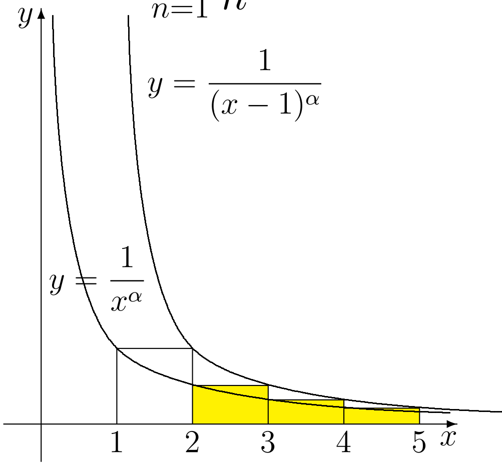
Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $0 < \alpha < 1$



Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

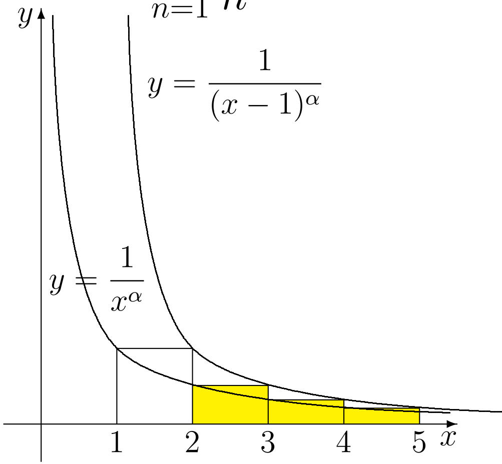
Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $0 < \alpha < 1$

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant$$

Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

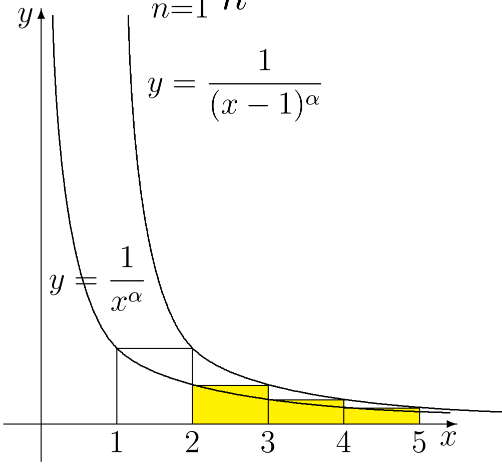
Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant$$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n}.$$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

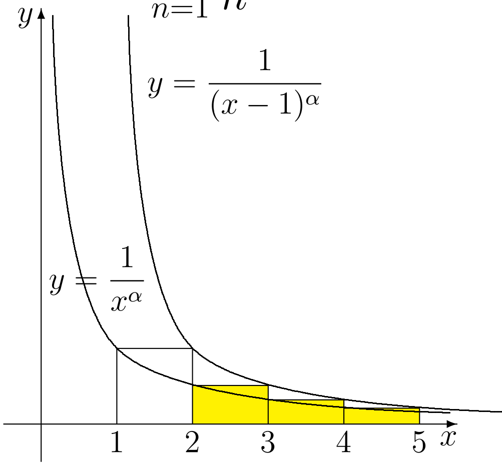
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

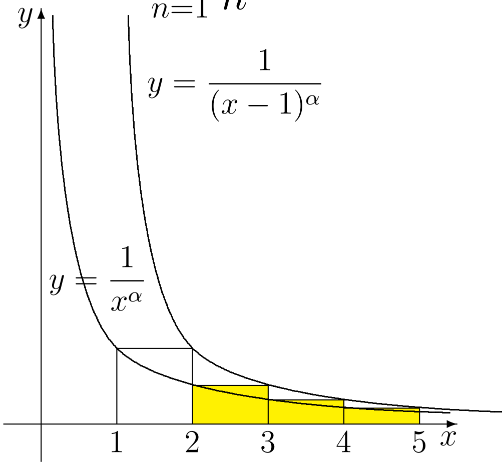
При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_2^n.$$



$$\leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

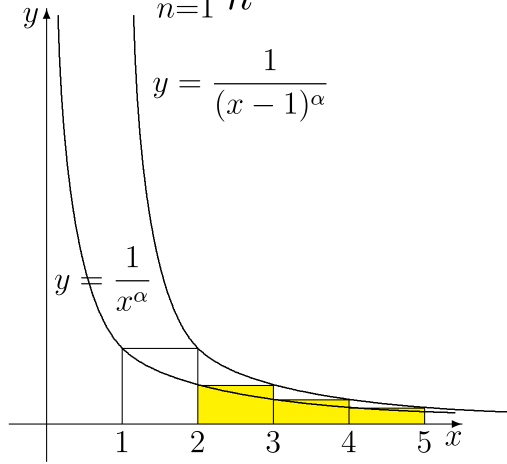
$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_2^n.$$

$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant$$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_2^n.$$

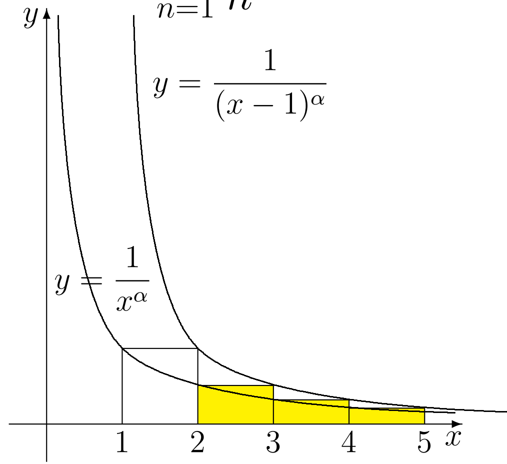
$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant (1-\alpha)(n-1)^{1-\alpha} - (1-\alpha).$$

Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$



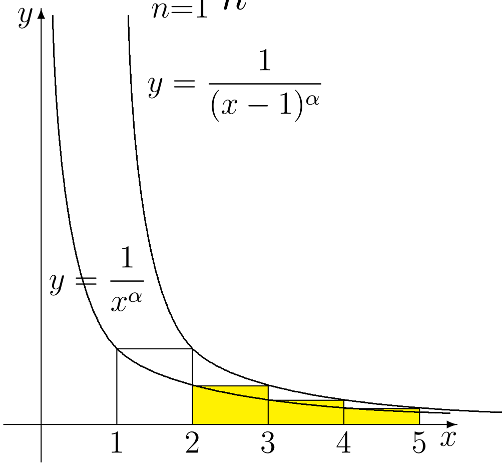
При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n}.$$

$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(n-1)^{1-\alpha} - (1-\alpha).$$

$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \overset{n\to\infty}{\to} +\infty,$$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n}.$$

$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(n-1)^{1-\alpha} - (1-\alpha).$$

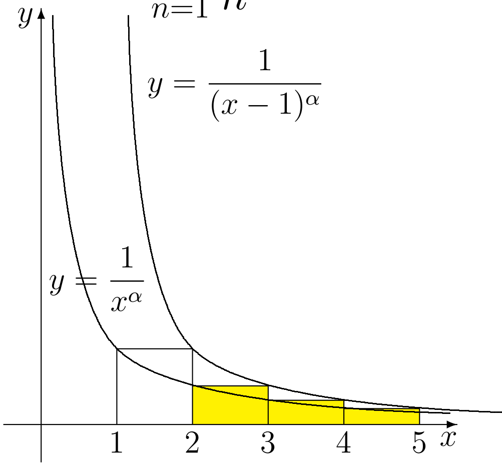
$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \xrightarrow{n\to\infty} +\infty,$ значит, ряд расходится.

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha < 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha \geqslant 1$.

$$\int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$



При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n}.$$

$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(n-1)^{1-\alpha} - (1-\alpha).$$

$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \overset{n\to\infty}{\to} +\infty$, значит, ряд расходится.

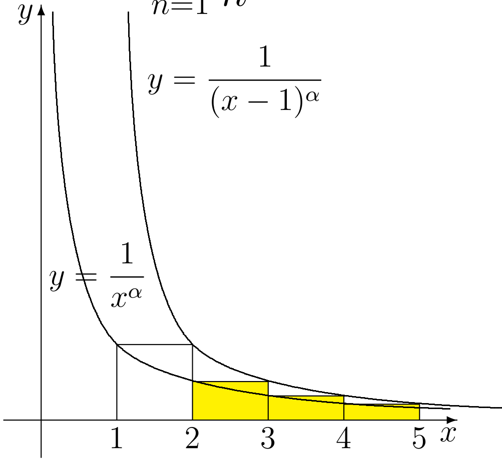
Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha < 1$.

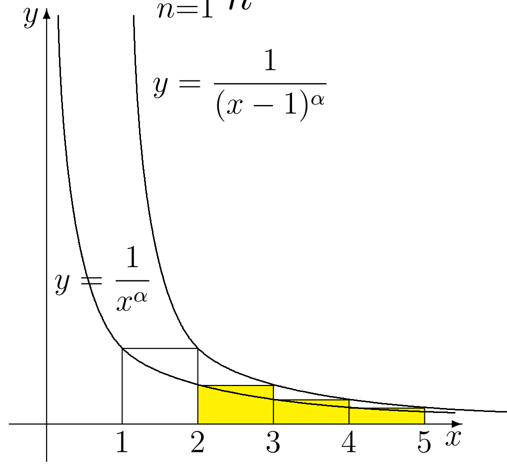
Осталось рассмотреть $\alpha \geqslant 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $\alpha = 1$



Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha < 1$.

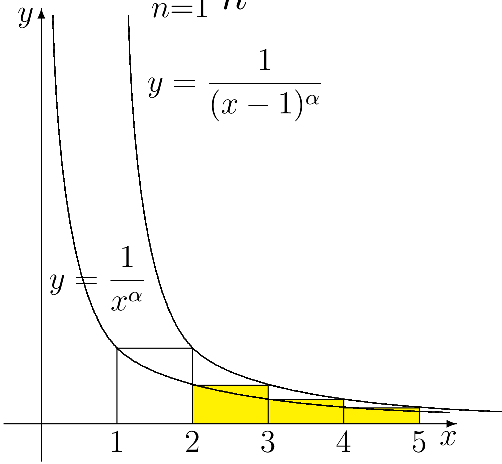
Осталось рассмотреть $\alpha \geqslant 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $\alpha = 1$

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha}.$$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha < 1$.

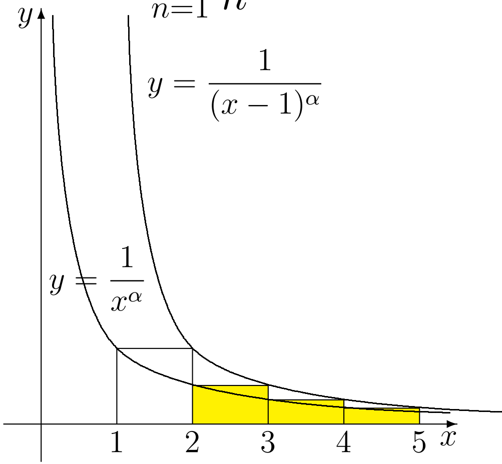
Осталось рассмотреть $\alpha \geqslant 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $\alpha = 1$

$$\ln x \Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha}.$$

Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha < 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha \geqslant 1$.

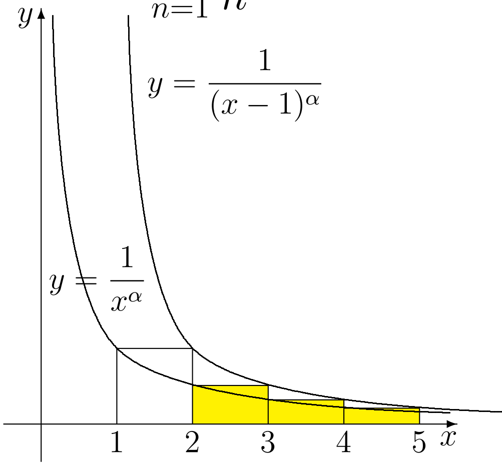
$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha = 1$

$$\ln x \Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}}.$$

$\ln n - \ln 2 \overset{n\to\infty}{\to} +\infty$, значит, ряд расходится.

Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

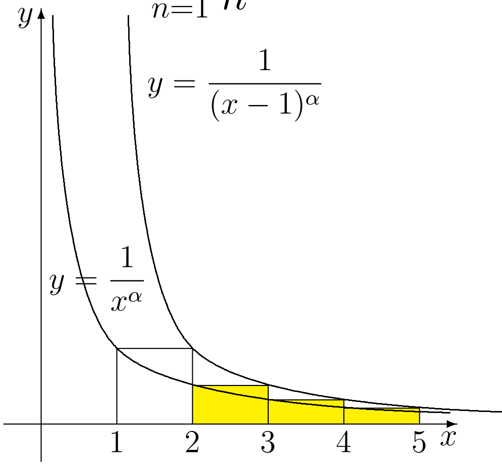


Решение. Ряд расходится при $\alpha\leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha> 1$.

$$\int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{x^{\alpha}}\leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}}\leqslant\int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.

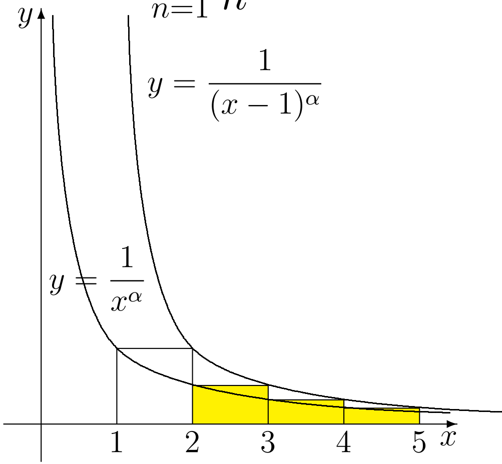
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

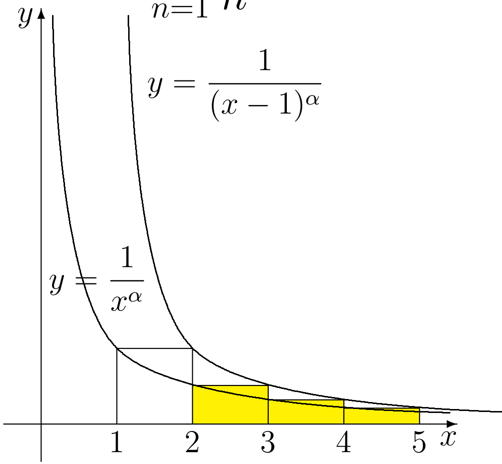
$$\int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$



Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

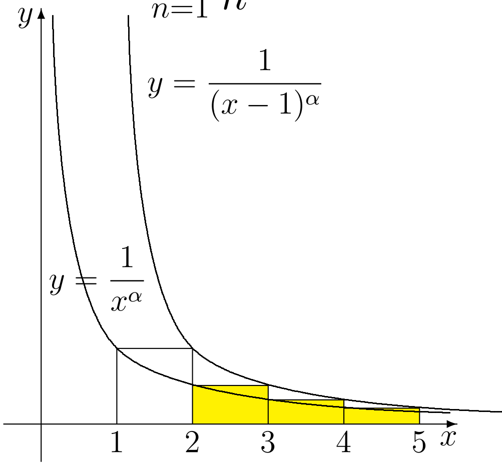
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

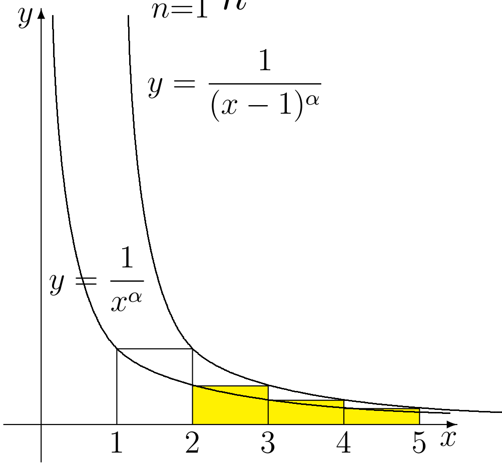
$$\int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_{2}^{n} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_{2}^{n}.$$



Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

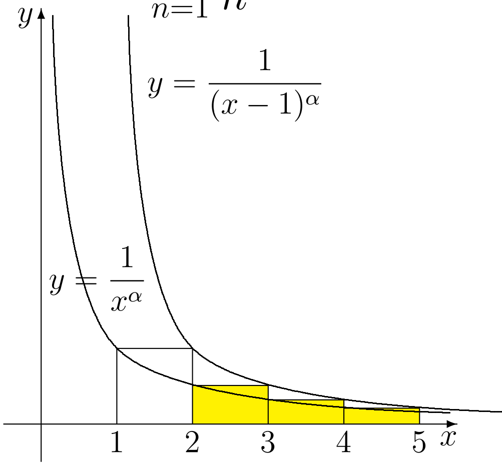
$$\int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

$$\left.\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\right|_{2}^{n} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \left.\frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\right|_{2}^{n}.$$

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

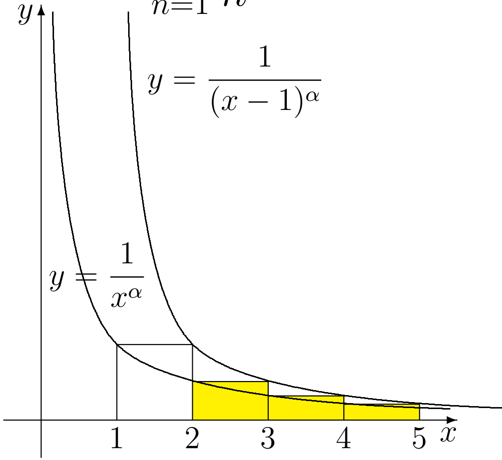
$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

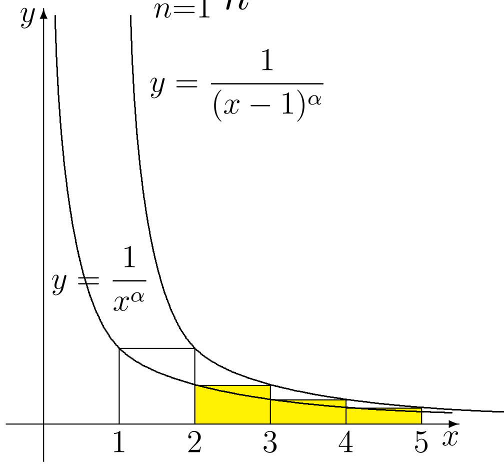
$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $\alpha > 1$

$$\left.\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\right|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \left.\frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\right|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

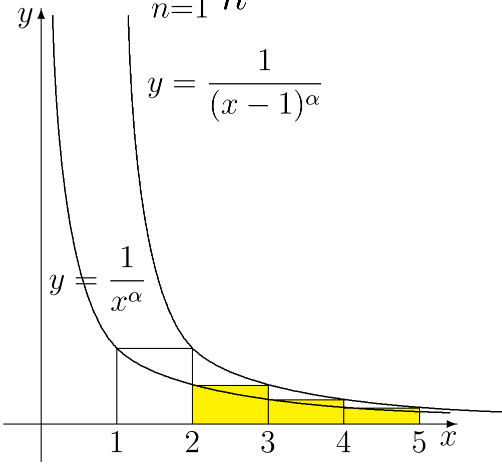
При $\alpha > 1$

$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Перейдем к пределу при $n \to \infty$:

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha\leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

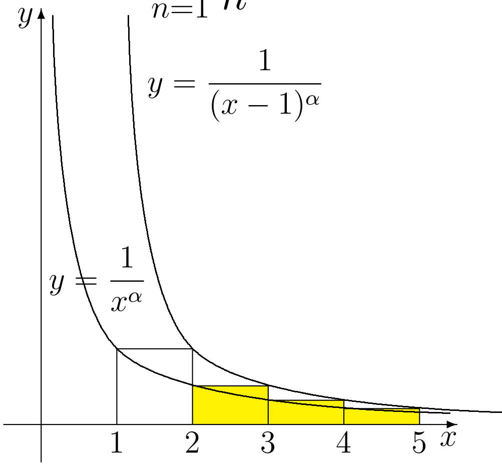
При $\alpha > 1$

$$\left.\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\right|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \left.\frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\right|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}}-\frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}}-\frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Перейдем к пределу при $n\to\infty$: $\qquad \leqslant \sum\limits_{k=2}^{\infty}\dfrac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

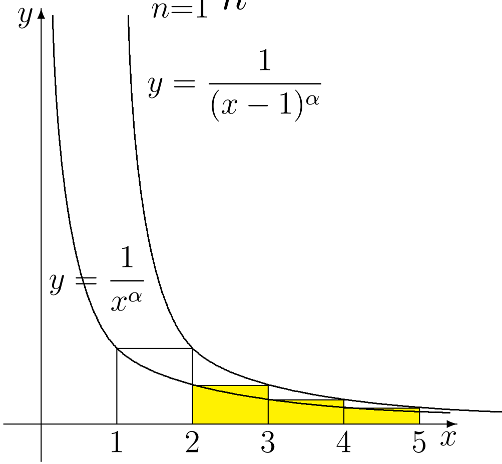
При $\alpha > 1$

$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Перейдем к пределу при $n \to \infty$: $\quad -\dfrac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum\limits_{k=2}^{\infty} \dfrac{1}{k^\alpha} \leqslant$

Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

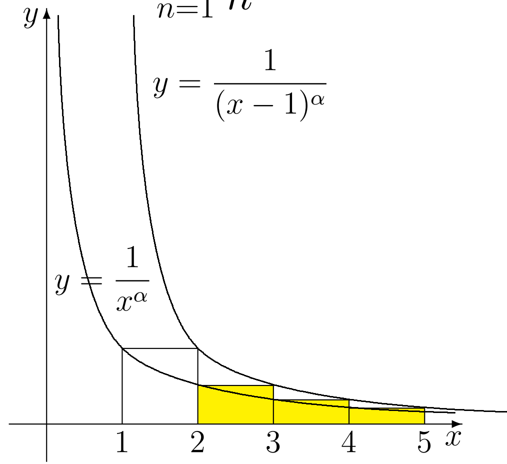
При $\alpha > 1$

$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Перейдем к пределу при $n \to \infty$: $\quad -\dfrac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum\limits_{k=2}^{\infty} \dfrac{1}{k^\alpha} \leqslant -\dfrac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}},$

Пример 50. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $\alpha > 1$

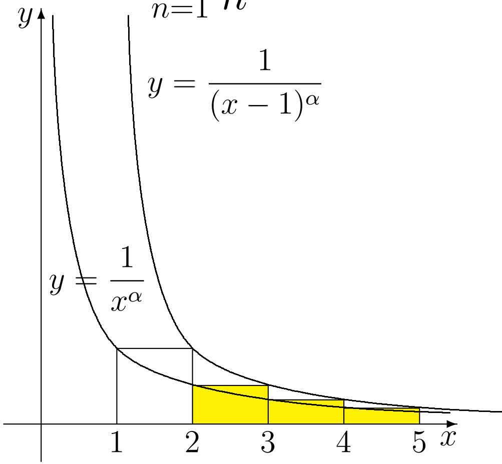
$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Перейдем к пределу при $n \to \infty$: $\quad -\dfrac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum\limits_{k=2}^{\infty} \dfrac{1}{k^\alpha} \leqslant -\dfrac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}$,

значит, ряд сходится при $\alpha > 1$.

Пример 50. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha\leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

$$\left.\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\right|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \left.\frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\right|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Перейдем к пределу при $n\to\infty$: $\quad -\dfrac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum\limits_{k=2}^{\infty}\dfrac{1}{k^{\alpha}} \leqslant -\dfrac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}$,

значит, ряд сходится при $\alpha > 1$. **Вернёмся к лекции?**

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение.

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение.

Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение.

Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.

Во-вторых,абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение.

Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.

Во-вторых,абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.

В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно

Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.

Во-вторых,абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.

В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.
Во-вторых,абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.
В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**. Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**. Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.

Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| <$

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**. Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.

Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при $n \geqslant$

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при $n \geqslant 11$,

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при $n \geqslant 11$, таким образом

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при $n \geqslant 11$, таким образом

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \approx$$

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при $n \geqslant 11$, таким образом

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \approx \sum_{n=1}^{11} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \approx$$

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при $n \geqslant 11$, таким образом

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \approx \sum_{n=1}^{11} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \approx 0,902.$$

Пример 51. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.

Внимание! *Только для рядов «лейбницевского» типа можно прекращать суммирование сразу после того, как слагаемое станет меньше заданной точности.*

Вернёмся к лекции или **рассмотрим другой пример?**

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

Согласно **формуле для суммы всех членов геометрической прогрессии**...

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots =$$

Согласно **формуле для суммы всех членов геометрической прогрессии**...

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots = \frac{1}{1 - (1/1.2)} =$$

Согласно **формуле для суммы всех членов геометрической прогрессии**...

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

Согласно **формуле для суммы всех членов геометрической прогрессии**...

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$

$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots = \frac{1}{1-(1/1.2)} = 6.$$

$\dfrac{1}{1.2^{13}} < 0.1$, но $1 + \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{1.2^2} + \dfrac{1}{1.2^3} + \ldots + \dfrac{1}{1.2^{13}} =$

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots = \frac{1}{1-(1/1.2)} = 6.$$

$\dfrac{1}{1.2^{13}} < 0.1$, но $1 + \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{1.2^2} + \dfrac{1}{1.2^3} + \ldots + \dfrac{1}{1.2^{13}} = 5.53268\ldots$

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$1 + \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{1.2^2} + \dfrac{1}{1.2^3} + \ldots = \dfrac{1}{1-(1/1.2)} = 6.$

$\dfrac{1}{1.2^{13}} < 0.1$, но $1 + \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{1.2^2} + \dfrac{1}{1.2^3} + \ldots + \dfrac{1}{1.2^{13}} = 5.53268\ldots$

Даже ??-я частичная сумма этого ряда отличается от его суммы намного больше, чем на 0,1.

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots = \frac{1}{1-(1/1.2)} = 6.$$

$\dfrac{1}{1.2^{13}} < 0.1$, но $1 + \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{1.2^2} + \dfrac{1}{1.2^3} + \ldots + \dfrac{1}{1.2^{13}} = 5.53268\ldots$

Даже 14-я частичная сумма этого ряда отличается от его суммы намного больше, чем на 0,1.

Разница составляет почти 0.5.

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots = \frac{1}{1-(1/1.2)} = 6.$$

$$\frac{1}{1.2^{13}} < 0.1, \text{ но } \ 1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots + \frac{1}{1.2^{13}} = 5.53268\ldots$$

На самом деле для достижения точности 0.1 необходимо взять не менее 23 слагаемых...

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$

$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22}\frac{1}{1.2^n}=$

На самом деле для достижения точности 0.1 необходимо взять не менее 23 слагаемых...

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$1+\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{1.2^2}+\dfrac{1}{1.2^3}+\ldots=\dfrac{1}{1-(1/1.2)}=6.$

$\dfrac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{1.2^2}+\dfrac{1}{1.2^3}+\ldots+\dfrac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$$\sum_{n=0}^{22}\frac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$$

На самом деле для достижения точности 0.1 необходимо взять не менее 23 слагаемых...

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22}\frac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{6^n}$*. Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$

$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22}\frac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

А вот отличие от 6

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

$\dfrac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{1.2^2}+\dfrac{1}{1.2^3}+\ldots+\dfrac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22}\dfrac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

А вот отличие $\sum\limits_{n=0}^{21}\dfrac{1}{1.2^n}=$ от 6

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$

$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22}\frac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

А вот отличие $\sum\limits_{n=0}^{21}\frac{1}{1.2^n}=5.89131\ldots$ от 6

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$

$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22}\frac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

А вот отличие $\sum\limits_{n=0}^{21}\frac{1}{1.2^n}=5.89131\ldots$ от 6 превышает 0.1.

Пример 52. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22}\frac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

А вот отличие $\sum\limits_{n=0}^{21}\frac{1}{1.2^n}=5.89131\ldots$ от 6 превышает 0.1.

Вернёмся к лекции или **рассмотрим другой пример?**

Пример 53. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

Решение.

Пример 53. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.

Пример 53. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся. Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.

Пример 53. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся. Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают. В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.

Пример 53. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся. Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают. В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0. **Поэтому** этот ряд сходится.

Пример 53. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.
Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.
В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.
Поэтому этот ряд сходится.

Этот ряд «очень похож» на **гармонический**.

Пример 53. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся. Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают. В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0. **Поэтому** этот ряд сходится.

Этот ряд «очень похож» на **гармонический**. Но если в **гармоническом ряде** сумма слагаемых постепенно «накапливается» и, в результате, частичные суммы неограниченно возрастают, то в рассматриваемом ряде слагаемые частично «компенсируют» друг друга, в результате ряд сходится.

Пример 53. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся. Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают. В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0. **Поэтому** этот ряд сходится.

Этот ряд «очень похож» на **гармонический**. Но если в **гармоническом ряде** сумма слагаемых постепенно «накапливается» и, в результате, частичные суммы неограниченно возрастают, то в рассматриваемом ряде слагаемые частично «компенсируют» друг друга, в результате ряд сходится.

Вернёмся к лекции?

Пример 54. *Ряд* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *сходится условно.*

Решение.

Пример 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *сходится условно.*

Решение. Его сходимость мы доказали, решая **пример 53**.

Пример 54. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *сходится условно.*

Решение. Его сходимость мы доказали, решая **пример 53**.

Ряд из абсолютных величин представляет собой **гармонический ряд**, который расходится.

Вернёмся к лекции?

Пример 55. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \ldots$$

Решение.

Пример 55. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \dots$$

Решение. Сначала исследуем этот ряд на абсолютную сходимость.

Пример 55. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \ldots$$

Решение. Сначала исследуем этот ряд на абсолютную сходимость. Имеем

Пример 55. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \ldots$$

Решение. Сначала исследуем этот ряд на абсолютную сходимость. Имеем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} \right| =$$

Пример 55. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \dots$$

Решение. Сначала исследуем этот ряд на абсолютную сходимость. Имеем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Пример 55. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \ldots$$

Решение. Сначала исследуем этот ряд на абсолютную сходимость. Имеем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Как мы знаем (см. **пример 50**), последний ряд сходится. Следовательно, исходный ряд сходится абсолютно.

Вернёмся к лекции?

Пример 56. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение.

Пример 56. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

Пример 56. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} =$$

Пример 56. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1+i|^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{|1+i|^n} =$$

Пример 56. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1+i|^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{|1+i|^n} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \ldots \cancel{n}}{\cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \ldots \cdot \cancel{n} \cdot (n+1)} =$$

Пример 56. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1+i|^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{|1+i|^n} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2}\cdot \cancel{1}\cdot \cancel{2}\cdot \ldots \cancel{n}}{\cancel{1}\cdot \cancel{2}\cdot \ldots \cdot \cancel{n}\cdot (n+1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2}}{n+1} =$$

Пример 56. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1+i|^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{|1+i|^n} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2}\cdot \cancel{1}\cdot \cancel{2}\cdot \ldots \cancel{n}}{\cancel{1}\cdot \cancel{2}\cdot \ldots \cdot \cancel{n}\cdot (n+1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2}}{n+1} = 0 \le 1.$$

Пример 56. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1+i|^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{|1+i|^n} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2}\cdot \cancel{1}\cdot \cancel{2}\cdot \ldots \cancel{n}}{\cancel{1}\cdot \cancel{2}\cdot \ldots \cdot \cancel{n}\cdot (n+1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2}}{n+1} = 0 \leq 1.$$

По признаку д'Аламбера исходный ряд сходится.

Вернёмся к лекции?

Пример 57. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \ldots \qquad (77)$$

сходится условно. Показать: сумма $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$, *полученная перестановкой слагаемых ряда (77), другая.*

Решение.

Пример 57. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \dots \tag{77}$$

сходится условно. Показать: сумма $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots$, *полученная перестановкой слагаемых ряда (77), другая.*

Решение. Пусть S — сумма ряда (77) (можно показать, что $S = \ln 2$).

Пример 57. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \ldots \qquad (77)$$

сходится условно. Показать: сумма $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$, *полученная перестановкой слагаемых ряда (77), другая.*

Решение. Пусть S — сумма ряда (77). Умножим этот ряд на $\frac{1}{2}$, получим

Пример 57. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \dots \qquad (77)$$

сходится условно. Показать: сумма $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots$, *полученная перестановкой слагаемых ряда (77), другая.*

Решение. Пусть S — сумма ряда (77). Умножим этот ряд на $\frac{1}{2}$, получим $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots$.

Пример 57. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \ldots \tag{77}$$

сходится условно. Показать: сумма $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$, *полученная перестановкой слагаемых ряда (77), другая.*

Решение. Пусть S — сумма ряда (77). Умножим этот ряд на $\frac{1}{2}$, получим $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \ldots$. Сумма этого ряда равна $\frac{S}{2} = \frac{\ln 2}{2}$.

Пример 57. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \ldots \tag{77}$$

сходится условно. Показать: сумма $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$, *полученная перестановкой слагаемых ряда (77), другая.*

Решение. Пусть S — сумма ряда (77). Умножим этот ряд на $\frac{1}{2}$, получим $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \ldots$. Сумма этого ряда равна $\frac{S}{2} = \frac{\ln 2}{2}$. Последний ряд перепишем в виде

$$0 + \frac{1}{2} + 0 - \frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{6} + 0 - \frac{1}{8} + 0 + \ldots,$$

и сложим почленно с исходным рядом

Пример 57. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{k}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{9}-\ldots \tag{77}$$

сходится условно. Показать: сумма $1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\ldots$, *полученная перестановкой слагаемых ряда (77), другая.*

Решение. Сумма этого ряда равна $\frac{S}{2}=\frac{\ln 2}{2}$.

Последний ряд перепишем в виде

$$0+\frac{1}{2}+0-\frac{1}{4}+0+\frac{1}{6}+0-\frac{1}{8}+0+\ldots,$$

и сложим почленно с исходным рядом

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{9}-\ldots.$$

Пример 57. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \ldots \tag{77}$$

сходится условно. Показать: сумма $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$, *полученная перестановкой слагаемых ряда (77), другая.*

Решение. Нетрудно проверить (это не очевидно!), что сумма получающегося ряда

Пример 57. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \ldots \qquad (77)$$

сходится условно. Показать: сумма $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$, *полученная перестановкой слагаемых ряда (77), другая.*

Решение. Нетрудно проверить (это не очевидно!), что сумма получающегося ряда

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Пример 57. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \dots \qquad (77)$$

сходится условно. Показать: сумма $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots$, *полученная перестановкой слагаемых ряда (77), другая.*

Решение. Нетрудно проверить (это не очевидно!), что сумма получающегося ряда

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots$$

равна $S + \frac{1}{2}S = \frac{3}{2}S$.

Пример 57. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \dots \tag{77}$$

сходится условно. Показать: сумма $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots$*, полученная перестановкой слагаемых ряда (77), другая.*

Решение. Нетрудно проверить (это не очевидно!), что сумма получающегося ряда

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots$$

равна $S + \frac{1}{2}S = \frac{3}{2}S$. Но, как мы уже замечали, последний ряд получен из исходного перестановкой слагаемых.

Вернёмся к лекции?

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение.

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится?
расходится?

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится?
расходится?

Применим признак

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд $\begin{matrix}\text{сходится?}\\ \text{расходится?}\end{matrix}$

Применим признак Лейбница.

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится

Применим признак Лейбница.

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится абсолютно?
условно?

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится абсолютно? условно?

Ряд из модулей $\sum\limits_{n=1}^{\infty}$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится абсолютно? условно?

Ряд из модулей $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left| \dfrac{(-1)^n}{n} \right| =$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится абсолютно? условно?

Ряд из модулей $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\dfrac{(-1)^n}{n}\right| = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится абсолютно? условно?

Ряд из модулей $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\frac{(-1)^n}{n}\right| = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ — это **гармонический** ряд.

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится условно.

Ряд из модулей $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\dfrac{(-1)^n}{n}\right| = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}$ — это **гармонический** ряд.

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится условно. Значит, по **теореме Римана** нужная перестановка существует.

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

Сначала вставим в новый ряд первое слагаемое исходного ряда.

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1}_{-1}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1}_{-1}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}}_{-0{,}5}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}}_{-0{,}5}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}_{-0{,}833}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}_{-0{,}833}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}_{-1{,}033}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}_{-1{,}033}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}}_{-0{,}7833}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}}_{-0{,}7833}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}}_{-0{,}92619}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к* $0{,}1$*?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}}_{-0{,}92619}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}}_{-1{,}0373}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}}_{-1,0373}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}}_{-0{,}8763}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}}_{-0{,}8763}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **a)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}}_{-0{,}96154}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)? **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}}_{-0{,}96154}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}}_{-1{,}03847}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}}_{-1{,}03847}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}}_{-0{,}91347}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}}_{-0{,}91347}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}-\frac{1}{15}}_{-0{,}98013}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}-\frac{1}{15}}_{-0{,}98013}-\ldots$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}-\frac{1}{15}}_{-0{,}98013}-\dots$$

Продолжая этот процесс, во-первых, все члены исходного ряда найдут свое место в создаваемом ряду, во-вторых,

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}-\frac{1}{15}}_{-0{,}98013}-\cdots$$

Продолжая этот процесс, во-первых, все члены исходного ряда найдут свое место в создаваемом ряду, во-вторых, сумма этого ряда будет равна (-1).

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

Сначала вставим в новый ряд первое слагаемое исходного ряда.

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **a)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1}_{-1}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1}_{-1}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}}_{-0{,}5}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}}_{-0,5}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}_{-0{,}25}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}_{-0{,}25}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}}_{-0{,}0833}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}}_{-0{,}0833}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}}_{0{,}04167}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}}_{0{,}04167}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}}_{0{,}14167}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}}_{0{,}14167}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}}_{-0{,}1917}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}}_{-0{,}1967}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}}_{-0{,}0369}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}}_{-0{,}0369}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}}_{0{,}0256}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}}_{0{,}0256}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}}_{0{,}0256}$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}}_{0{,}0256}-\ldots$$

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}}_{0{,}0256}-\dots$$

Продолжая этот процесс, во-первых, все члены исходного ряда найдут свое место в создаваемом ряду, во-вторых,

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}}_{0{,}0256}-\ldots$$

Продолжая этот процесс, во-первых, все члены исходного ряда найдут свое место в создаваемом ряду, во-вторых, сумма этого ряда будет равна 0,1.

Пример 58. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}}_{0{,}0256}-\ldots$$

Продолжая этот процесс, во-первых, все члены исходного ряда найдут свое место в создаваемом ряду, во-вторых, сумма этого ряда будет равна 0,1.

Вернёмся к лекции?

Пример 59. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \dfrac{1}{x^k}$.

Решение.

Пример 59. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \dfrac{1}{x^k}$.

Решение. Согласно **признаку д'Аламбера** сходимости произвольных рядов этот ряд сходится при $|x| > 1$, а при $|x| \leq 1$ — расходится.

Вернёмся к лекции или **рассмотреть другой пример?**

Пример 60. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} e^{-n^2 x}$.

Решение.

Пример 60. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} e^{-n^2 x}$.

Решение. При любом значении переменной x этот ряд является знакоположительным. Согласно радикальному признаку Коши сходится при $x > 0$, при $x \leq 0$ — расходится.

Вернёмся к лекции или **рассмотреть другой пример?**

Пример 61. *Найти область сходимости ряда* $\arcsin x + \sum\limits_{n=1}^{\infty} e^{nx}$.

Решение.

Пример 61. *Найти область сходимости ряда* $\arcsin x + \sum_{n=1}^{\infty} e^{nx}$.

Решение. Область сходимости 1-го остатка ряда — множество всех отрицательных действительных чисел, область определения первого члена ряда представляет собой отрезок $[-1;1]$, поэтому область сходимости исходного ряда равна

$$(-\infty;0)\cap[-1;1]=[-1;0)\,.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение. По формуле

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n} =$$

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение. По формуле

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \ldots =$$

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение. По формуле **суммы всех членов геометрической прогрессии**

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \ldots =$$

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение. По формуле

суммы всех членов геометрической прогрессии

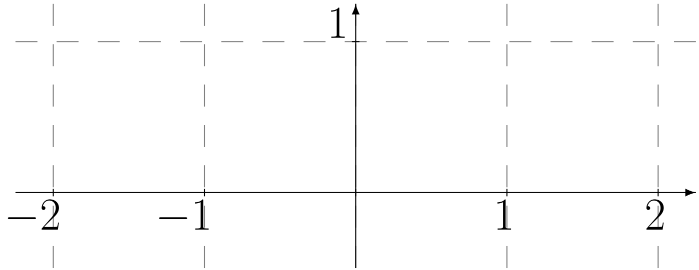
$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \ldots = \frac{1}{1+x^2}.$$

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \frac{1}{1+x^2}.$$

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.

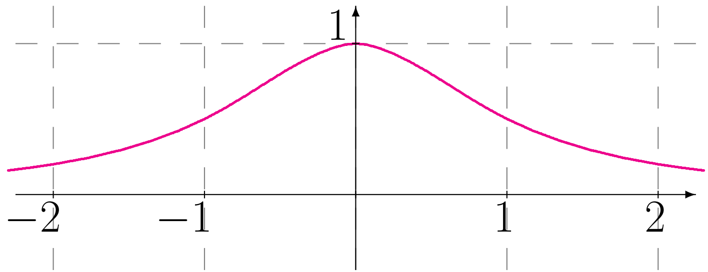


Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \frac{1}{1+x^2}.$$

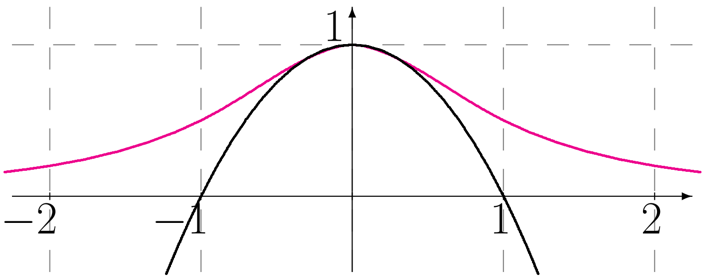
Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.



Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.

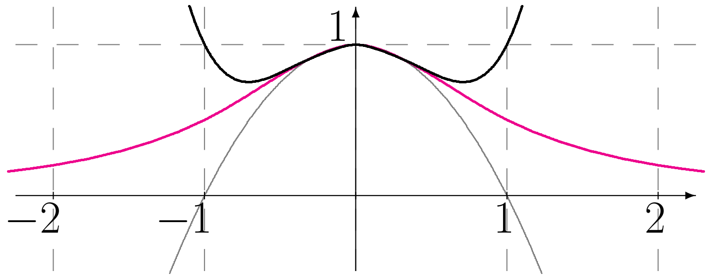
$S_1(x) = 1 - x^2$,

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



$S_1(x) = 1 - x^2$,

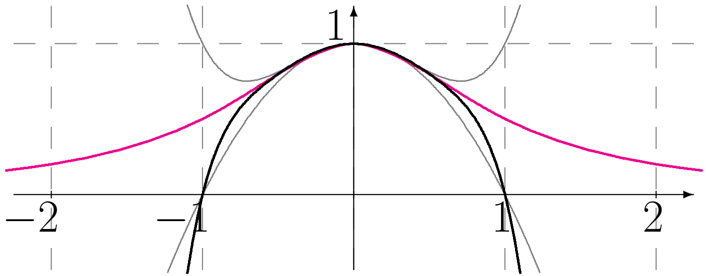
$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4$,

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n} x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



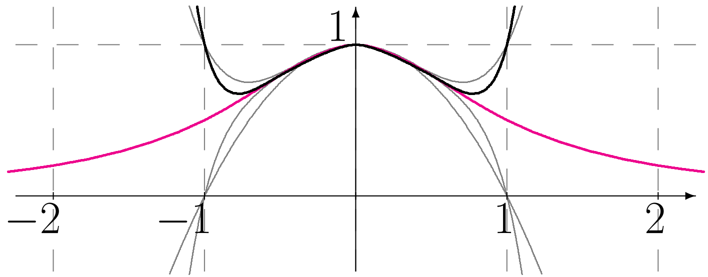
$S_1(x) = 1 - x^2$,
$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4$,
$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6$,

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



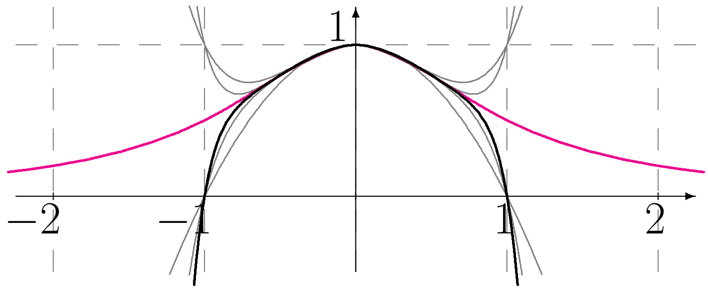
$S_1(x) = 1 - x^2$,
$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4$,
$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6$,
$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8$,

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \frac{1}{1+x^2}.$$

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



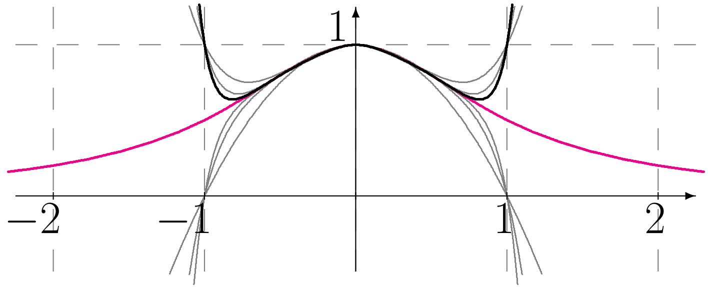
$$S_1(x) = 1 - x^2,$$
$$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4,$$
$$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6,$$
$$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8,$$
$$S_5(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10},$$

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



$S_1(x) = 1 - x^2$,

$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4$,

$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6$,

$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8$,

$S_5(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10}$,

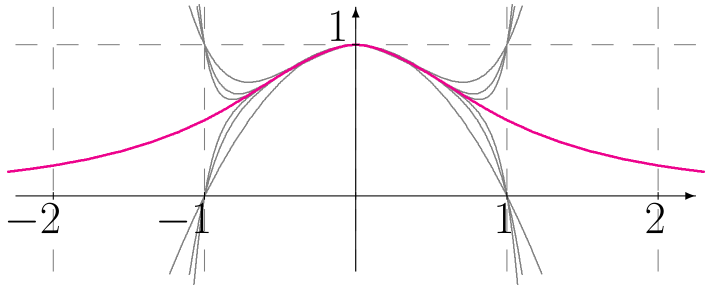
$S_6(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10} + x^{12}$.

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \frac{1}{1+x^2}.$$

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



$S_1(x) = 1 - x^2,$

$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4,$

$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6,$

$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8,$

$S_5(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10},$

$S_6(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10} + x^{12}.$

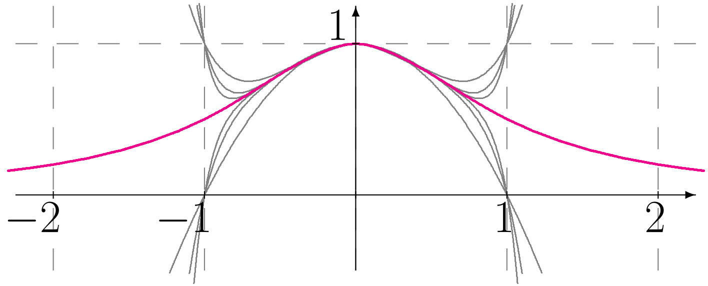
По **теореме Абеля**

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \frac{1}{1+x^2}.$$

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



$S_1(x) = 1 - x^2,$

$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4,$

$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6,$

$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8,$

$S_5(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10},$

$S_6(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10} + x^{12}.$

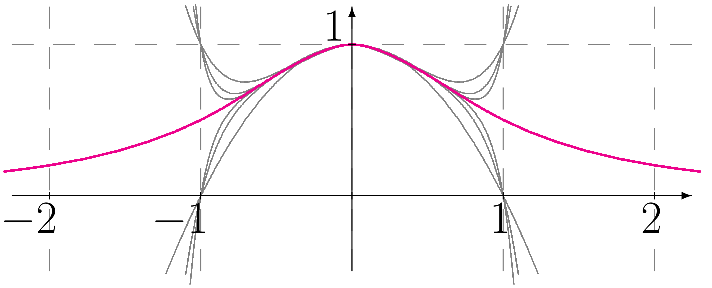
По **теореме Абеля** область сходимости этого ряда может отличаться от области абсолютной сходимости не более, чем двумя точками $x = \pm R$.

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n}=\dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



$S_1(x)=1-x^2$,

$S_2(x)=1-x^2+x^4$,

$S_3(x)=1-x^2+x^4-x^6$,

$S_4(x)=1-x^2+x^4-x^6+x^8$,

$S_5(x)=1-x^2+x^4-x^6+x^8-x^{10}$,

$S_6(x)=1-x^2+x^4-x^6+x^8-x^{10}+x^{12}$.

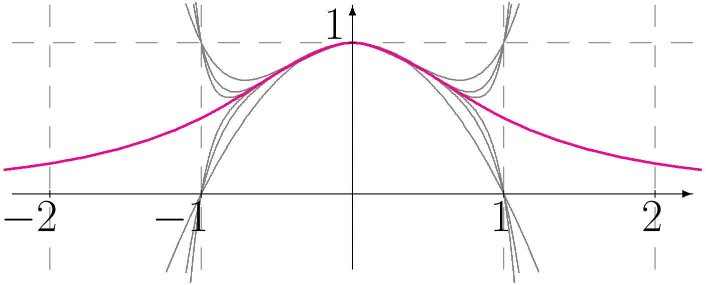
По **признаку д'Аламбера**

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



$S_1(x) = 1 - x^2$,

$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4$,

$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6$,

$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8$,

$S_5(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10}$,

$S_6(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10} + x^{12}$.

По **признаку д'Аламбера**

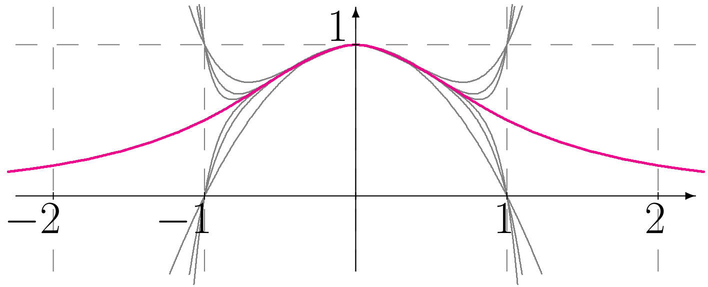
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\left|(-1)^{2(n+1)}x^{2(n+1)}\right|}{\left|(-1)^{2n}x^{2n}\right|} \leqslant 1.$$

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \frac{1}{1+x^2}.$$

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



$$S_1(x) = 1 - x^2,$$
$$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4,$$
$$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6,$$
$$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8,$$
$$S_5(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10},$$
$$S_6(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10} + x^{12}.$$

По **признаку д'Аламбера**

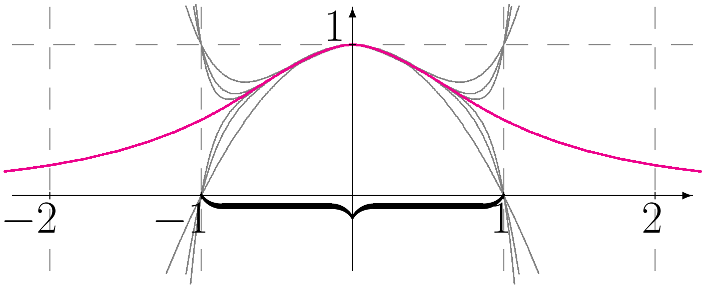
$$|x^2| = \lim_{n\to\infty}\frac{\left|(-1)^{2(n+1)}x^{2(n+1)}\right|}{\left|(-1)^{2n}x^{2n}\right|} \leqslant 1.$$

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n}=\dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



$S_1(x)=1-x^2$,
$S_2(x)=1-x^2+x^4$,
$S_3(x)=1-x^2+x^4-x^6$,
$S_4(x)=1-x^2+x^4-x^6+x^8$,
$S_5(x)=1-x^2+x^4-x^6+x^8-x^{10}$,
$S_6(x)=1-x^2+x^4-x^6+x^8-x^{10}+x^{12}$.

По **признаку д'Аламбера**

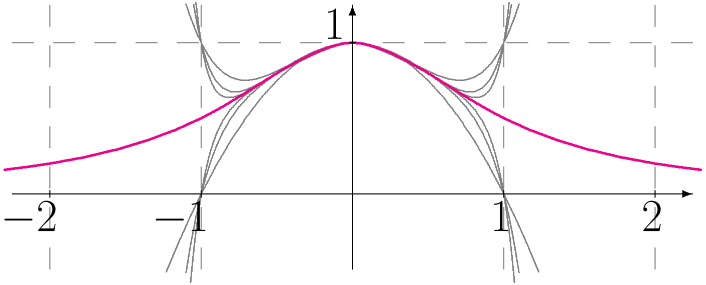
$$|x^2|=\lim_{n\to\infty}\frac{\left|(-1)^{2(n+1)}x^{2(n+1)}\right|}{\left|(-1)^{2n}x^{2n}\right|}\leqslant 1.$$

Пример 62. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



$S_1(x) = 1 - x^2$, **Вернёмся к лекции?**

$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4$,

$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6$,

$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8$,

$S_5(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10}$,

$S_6(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10} + x^{12}$.

По **признаку д'Аламбера**

$$|x^2| = \lim_{n\to\infty}\frac{\left|(-1)^{2(n+1)}x^{2(n+1)}\right|}{\left|(-1)^{2n}x^{2n}\right|} \leqslant 1.$$

Пример 63. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение.

Пример 63. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Докажем равномерную сходимость ряда. По **формуле из определения равномерной сходимости ряда**

Пример 63. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Доказжем равномерную сходимость ряда. По **формуле из определения равномерной сходимости ряда**

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \forall n > N \quad \left| \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n} \right| < \varepsilon. \tag{78}$$

Пример 63. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Докажем равномерную сходимость ряда. По **формуле из определения равномерной сходимости ряда**

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \forall n > N \qquad \left| \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n} \right| < \varepsilon. \tag{79}$$

Для доказательства этой формулы надо убедиться в существовании нужного числа N. Для этого можно, например, указать явный способ выбора N.

Пример 63. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Докажем равномерную сходимость ряда. По **формуле из определения равномерной сходимости ряда**

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \forall n > N \quad \left|\sum_{n=N+1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}\right| < \varepsilon. \tag{80}$$

Для доказательства этой формулы надо убедиться в существовании нужного числа N. Для этого можно, например, указать явный способ выбора N. По **формуле из признака Лейбница**

$$\left|\sum_{n=N+1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}\right| \leq \frac{1}{x^2+N+1} < \frac{1}{N}.$$

Пример 63. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Поэтому для доказательства справедливости **формулы (80)** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\dfrac{1}{N} \leq \varepsilon$

Пример 63. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Поэтому для доказательства справедливости **формулы (80)** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\dfrac{1}{N} \leq \varepsilon$, т.е. взять такое значение N, чтобы $N \geq \dfrac{1}{\varepsilon}$.

Пример 63. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Поэтому для доказательства справедливости **формулы (80)** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\dfrac{1}{N} \leq \varepsilon$, т.е. взять такое значение N, чтобы $N \geq \dfrac{1}{\varepsilon}$. Равномерная сходимость ряда доказана.

Пример 63. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Поэтому для доказательства справедливости **формулы (80)** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\dfrac{1}{N} \leq \varepsilon$, т.е. взять такое значение N, чтобы $N \geq \dfrac{1}{\varepsilon}$. Равномерная сходимость ряда доказана.

При исследовании на абсолютную сходимость сравниваем ряд из абсолютных величин с гармоническим, поэтому этот ряд сходится условно.

Вернёмся к лекции?

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение.

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Покажем, что в качестве мажорирующего ряда можно взять $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Во-первых, $\left|\dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}\right| \leq \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$, поскольку $|\sin nx| \leq 1$.

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Во-первых, $\left|\dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}\right| \leq \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$, поскольку $|\sin nx| \leq 1$.

Во-вторых, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится.

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Во-первых, $\left|\dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}\right| \leq \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$, поскольку $|\sin nx| \leq 1$.

Во-вторых, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится. Покажем это с помощью признака сравнения.

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Во-первых, $\left|\dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}\right| \leq \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$, поскольку $|\sin nx| \leq 1$.

Во-вторых, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится. Покажем это с помощью признака сравнения. Мы хотим подобрать такое значение параметра α, что, с одной стороны, $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ сходится

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Во-первых, $\left|\dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}\right| \le \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$, поскольку $|\sin nx| \le 1$.

Во-вторых, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится. Покажем это с помощью признака сравнения. Мы хотим подобрать такое значение параметра α, что, с одной стороны, $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ сходится и, с другой стороны, $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1/\sqrt{1+n^3-n^2}}{1/n^\alpha}$ — число (быть может, даже 0).

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Имеем

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1/\sqrt{1+n^3-n^2}}{1/n^{\alpha}} =$$

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1/\sqrt{1+n^3-n^2}}{1/n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}/n^{\alpha}} =$$

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1/\sqrt{1+n^3-n^2}}{1/n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}/n^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{n^{2\alpha}} + n^{3-2\alpha} - n^{2-2\alpha}}}.$$

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1/\sqrt{1+n^3-n^2}}{1/n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}/n^\alpha} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{n^{2\alpha}} + n^{3-2\alpha} - n^{2-2\alpha}}}.$$

Для того, чтобы последний предел был числом необходимо и достаточно, чтобы $\alpha \le \dfrac{3}{2}$. С другой стороны, как показывает **пример 50**, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$ сходится тогда и только тогда, когда $\alpha > 1$.

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Значит, в качестве «эталонного ряда» можно взять, например, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{3/2}}$

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Значит, в качестве «эталонного ряда» можно взять, например, ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}}$, то есть ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится.

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Значит, в качестве «эталонного ряда» можно взять, например, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{3/2}}$, то есть ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится.

Итак, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ является для исходного ряда мажорантой на всей числовой оси.

Пример 64. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Значит, в качестве «эталонного ряда» можно взять, например, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{3/2}}$, то есть ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится.

Итак, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ является для исходного ряда мажорантой на всей числовой оси. Поэтому исходный ряд сходится равномерно на всей числовой оси.

Вернёмся к лекции?

Пример 65. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n + x^2}$.

Решение.

Пример 65. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n+x^2}$.

Решение. Согласно результату решения **примера 63** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2}$ сходится равномерно.

Пример 65. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n+x^2}$.

Решение. Согласно результату решения **примера 63** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2}$ сходится равномерно. При $|x|<1$ с ростом n арктангенс убывает до 0,

Пример 65. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n+x^2}$.

Решение. Согласно результату решения **примера 63** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2}$ сходится равномерно. При $|x|<1$ с ростом n арктангенс убывает до 0, при $|x|>1$ с ростом n арктангенс возрастает до $\pi/2$,

Пример 65. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n+x^2}$.

Решение. Согласно результату решения **примера 63** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2}$ сходится равномерно. При $|x|<1$ с ростом n арктангенс убывает до 0, при $|x|>1$ с ростом n арктангенс возрастает до $\pi/2$, при $x=1$ функция $\operatorname{arctg}\left(1^{2n}\right)$ является константой (как функция от n).

Пример 65. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n+x^2}$.

Решение. Согласно результату решения **примера 63** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2}$ сходится равномерно. При $|x|<1$ с ростом n арктангенс убывает до 0, при $|x|>1$ с ростом n арктангенс возрастает до $\pi/2$, при $x=1$ функция $\operatorname{arctg}\left(1^{2n}\right)$ является константой (как функция от n).

Поэтому по **признаку Абеля** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2} \cdot \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)$ сходится равномерно на всей числовой оси.

Вернёмся к лекции?

Пример 66. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{\left(1+x^2\right)^n}$.

Решение.

Пример 66. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем

Пример 66. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n} =$

Пример 66. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{\left(1+x^2\right)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{\left(1+x^2\right)^n} = \frac{x^2}{1-\frac{1}{1+x^2}} =$

Пример 66. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n} = \dfrac{x^2}{1 - \dfrac{1}{1+x^2}} = 1 + x^2$

Пример 66. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n} = \dfrac{x^2}{1 - \dfrac{1}{1+x^2}} = 1 + x^2$, значит при $x \neq 0$ сумма ряда непрерывна.

Пример 66. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n} = \dfrac{x^2}{1 - \dfrac{1}{1+x^2}} = 1 + x^2$,

значит при $x \neq 0$ сумма ряда непрерывна.

При $x = 0$ сумма ряда равна 0.

Пример 66. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n} = \dfrac{x^2}{1-\dfrac{1}{1+x^2}} = 1+x^2$,
значит при $x \neq 0$ сумма ряда непрерывна.
При $x = 0$ сумма ряда равна 0. Поэтому сумма этого ряда разрывна при $x = 0$.

Развеять сомнения, что при $x = 0$ сумма ряда равна 0 или
Вернёмся к лекции?

Пример 67. *«Законно» ли почленное дифференцирование ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x}{n^2}\right)$*?*

Решение.

Пример 67. *«Законно» ли почленное дифференцирование ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x}{n^2}\right)$*?*

Решение. Да, ряд из производных сходится равномерно, сам ряд сходится, и все слагаемые и их производные непрерывны.

Вернёмся к лекции?

Пример 68. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение.

Пример 68. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. По **теореме Абеля** область сходимости этого ряда может отличаться от области абсолютной сходимости не более, чем двумя точками $x = \pm R$ (напомним, что, по условию, x — вещественное число).

Пример 68. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. По **теореме Абеля** область сходимости этого ряда может отличаться от области абсолютной сходимости не более, чем двумя точками $x = \pm R$ (напомним, что, по условию, x — вещественное число). Поэтому найдем сначала область сходимости знакоположительного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\frac{x^n}{n}\right|$.

Пример 68. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. По **теореме Абеля** область сходимости этого ряда может отличаться от области абсолютной сходимости не более, чем двумя точками $x = \pm R$ (напомним, что, по условию, x — вещественное число). Поэтому найдем сначала область сходимости знакоположительного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\frac{x^n}{n}\right|$. Применим **признак д'Аламбера**:

Пример 68. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. По **теореме Абеля** область сходимости этого ряда может отличаться от области абсолютной сходимости не более, чем двумя точками $x = \pm R$ (напомним, что, по условию, x — вещественное число). Поэтому найдем сначала область сходимости знакоположительного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\dfrac{x^n}{n}\right|$. Применим **признак д'Аламбера**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{n+1} \cdot \frac{n}{|x^n|} = |x|,$$

Пример 68. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. По **теореме Абеля** область сходимости этого ряда может отличаться от области абсолютной сходимости не более, чем двумя точками $x = \pm R$ (напомним, что, по условию, x — вещественное число). Поэтому найдем сначала область сходимости знакоположительного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\frac{x^n}{n}\right|$. Применим **признак д'Аламбера**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{n+1} \cdot \frac{n}{|x^n|} = |x|,$$

поэтому, по **теореме Абеля** и **признаку д'Аламбера** имеем, что при $|x| < 1$ исходный ряд сходится абсолютно, и при $|x| > 1$ исходный ряд расходится. Осталось выяснить «поведение» ряда при $x = \pm 1$.

Пример 68. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. При $x = -1$ получаем ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$, который условно сходится (см. **пример 53**, и **определение гармонического ряда**).

Пример 68. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. При $x = -1$ получаем ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$, который условно сходится (см. **пример 53**, и **определение гармонического ряда**). При $x = 1$ исходный ряд приобретает вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}$, это **гармонический ряд**, он расходится.

Пример 68. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. При $x = -1$ получаем ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$, который условно сходится (см. **пример 53**, и **определение гармонического ряда**). При $x = 1$ исходный ряд приобретает вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, это **гармонический ряд**, он расходится.

Значит, область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, с действительными членами есть полуинтервал $[-1; 1)$, причем при $x = -1$ он сходится условно. Радиус сходимости этого ряда равен 1.

Вернёмся к лекции?

Пример 69. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.

Решение.

Пример 69. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$.

Решение. Область сходимости этого ряда мы находили при решении **примера 68**, это полуинтервал $[-1;1)$. Обозначим через $S(x)$ сумму этого ряда. Мы хотим свести задачу к суммированию геометрической прогрессии.

Пример 69. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$.

Решение. Область сходимости этого ряда мы находили при решении **примера 68**, это полуинтервал $[-1; 1)$. Обозначим через $S(x)$ сумму этого ряда. Мы хотим свести задачу к суммированию геометрической прогрессии. Внутри области сходимости ряд можно дифференцировать почленно, поэтому, согласно формуле для суммы членов геометрической прогрессии,

Пример 69. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$.

Решение. Область сходимости этого ряда мы находили при решении **примера 68**, это полуинтервал $[-1;1)$. Обозначим через $S(x)$ сумму этого ряда. Мы хотим свести задачу к суммированию геометрической прогрессии. Внутри области сходимости ряд можно дифференцировать почленно, поэтому, согласно формуле для суммы членов геометрической прогрессии,

$$S'(x) = \frac{d}{dx}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n} \overset{\boxed{\text{Почему?}}}{=} \sum_{n=1}^{\infty}\frac{d}{dx}\frac{x^n}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} = \frac{1}{1-x}.$$

Пример 69. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$.

Решение. Внутри области сходимости ряд можно дифференцировать почленно, поэтому, согласно формуле для суммы членов геометрической прогрессии,

$$S'(x) = \frac{d}{dx}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n} \overset{\boxed{\text{Почему?}}}{=} \sum_{n=1}^{\infty}\frac{d}{dx}\frac{x^n}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} = \frac{1}{1-x}.$$

Таким образом, для $|x| < 1$,

Пример 69. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n}$.

Решение. Внутри области сходимости ряд можно дифференцировать почленно, поэтому, согласно формуле для суммы членов геометрической прогрессии,

$$S'(x) = \frac{d}{dx}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n} \overset{\boxed{\text{Почему?}}}{=} \sum_{n=1}^{\infty}\frac{d}{dx}\frac{x^n}{n} = \sum_{n=1}^{\infty}x^{n-1} = \frac{1}{1-x}.$$

Таким образом, для $|x| < 1$,

$$S(x) = S(0) + \int\limits_0^x \frac{dx}{1-x} = -\ln|1-x|\,.$$

Пример 69. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.

Решение. При $x = -1$ в силу **следствия**, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} = -\ln 2$.

Пример 69. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$.

Решение. При $x = -1$ в силу **следствия**, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n} = -\ln 2$.

Заметим, что область сходимости ряда из производных в этом примере изменилась: если исходный ряд сходился на множестве $[-1; 0)$, то ряд из производных сходится только в интервале $(-1; 1)$, при $x = -1$ сходимости больше нет.

Вернёмся к лекции или **рассмотреть другой пример?**

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Сначала найдем область сходимости этого ряда. Согласно теореме Абеля достаточно найти область, в которой этот ряд сходится *абсолютно*, тогда вне этой области этот ряд расходится кроме, быть может, точек ее границы.

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Применяя признак д'Аламбера абсолютной сходимости для произвольных рядов, получаем

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Применяя признак д'Аламбера абсолютной сходимости для произвольных рядов, получаем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(n+1)^2 x^{n+1}\right|}{\left|n^2 x^n\right|} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} \cdot |x| = |x|.$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Применяя признак д'Аламбера абсолютной сходимости для произвольных рядов, получаем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(n+1)^2 x^{n+1}\right|}{|n^2 x^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} \cdot |x| = |x|.$$

Согласно признаку д'Аламбера этот ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 |x|^n$ сходится при $|x| < 1$ и расходится при $|x| > 1$.

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Применяя признак д'Аламбера абсолютной сходимости для произвольных рядов, получаем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(n+1)^2 x^{n+1}\right|}{\left|n^2 x^n\right|} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} \cdot |x| = |x|.$$

Согласно признаку д'Аламбера этот ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 |x|^n$ сходится при $|x| < 1$ и расходится при $|x| > 1$. По теореме Абеля исходный ряд «ведет себя» аналогично. Исследуем сходимость в граничных точках.

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. При $x=-1$ исходный ряд имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2(-1)^n$, то есть расходится в силу необходимого признака сходимости ряда: его общий член не стремится к 0.

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. При $x = -1$ исходный ряд имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 (-1)^n$, то есть расходится в силу необходимого признака сходимости ряда: его общий член не стремится к 0.
При $x = 1$ исходный ряд расходится по той же причине.

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. При $x = -1$ исходный ряд имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2(-1)^n$, то есть расходится в силу необходимого признака сходимости ряда: его общий член не стремится к 0.
При $x = 1$ исходный ряд расходится по той же причине.

Теперь найдем его сумму.

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. При $x = -1$ исходный ряд имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2(-1)^n$, то есть расходится в силу необходимого признака сходимости ряда: его общий член не стремится к 0.

При $x = 1$ исходный ряд расходится по той же причине.

Заметим, что $n \cdot x^{n-1} = \dfrac{d}{dx} x^n$.

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. При $x = -1$ исходный ряд имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2(-1)^n$, то есть расходится в силу необходимого признака сходимости ряда: его общий член не стремится к 0.
При $x = 1$ исходный ряд расходится по той же причине.

Заметим, что $n \cdot x^{n-1} = \dfrac{d}{dx} x^n$. Поэтому напрашивается с помощью интегрирования исходного ряда свести его к сумме членов геометрической прогрессии, сумма которой задается известной формулой, после чего дифференцированием можно «вернуться обратно», к исходному ряду.

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Преобразуем исходный ряд следующим образом («подготовимся к интегрированию»):

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Преобразуем исходный ряд следующим образом («подготовимся к интегрированию»):

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n =$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Преобразуем исходный ряд следующим образом («подготовимся к интегрированию»):

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} =$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Преобразуем исходный ряд следующим образом («подготовимся к интегрированию»):

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

$$x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx} =$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

$$x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n.$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

$$x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n.$$

Осталось найти сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n$. Поступим аналогично:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n =$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

$$x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n.$$

Осталось найти сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n$. Поступим аналогично:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^{n-1} =$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

$$x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n.$$

Осталось найти сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n$. Поступим аналогично:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx}.$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$.

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{dx^n}{dx} = x \cdot \dfrac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Согласно формуле для суммы членов геометрической прогрессии имеем для $|x| < 1$ (что совпадает с областью сходимости исходного ряда) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n = \dfrac{x}{1-x}$.

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{dx^n}{dx} = x \cdot \dfrac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n =$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n.$

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{dx^n}{dx} = x \cdot \dfrac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} =$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{dx^n}{dx} = x \cdot \dfrac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx}\frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

поэтому

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{dx^n}{dx} = x \cdot \dfrac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n =$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n x^n =$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{(1-x)^2} =$$

Пример 70. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{(1-x)^2} = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 71. *Доказать, что* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функции* $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = 0 \\ e^{-1/x^2} & \text{при } x \neq 0 \end{cases}$ *сходится на всей числовой оси, но ни в какой окрестности 0 не сходится к* $f(x)$.

Решение.

Пример 71. *Доказать, что* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функции* $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = 0 \\ e^{-1/x^2} & \text{при } x \neq 0 \end{cases}$ *сходится на всей числовой оси, но ни в какой окрестности 0 не сходится к* $f(x)$.

Решение. С помощью простых индуктивных рассуждений нетрудно убедиться, что $f^{(n)}(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = 0 \\ P_{3n}(x)e^{-1/x^2} & \text{при } x \neq 0 \end{cases}$, где $P_k(x)$ — многочлен степени k. Поэтому ее ряд Тейлора — нулевой, но $f(x)$ не является тождественно нулевой функцией.

Вернёмся к лекции?

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение. В дальнейшем для решения аналогичных задач мы будем пользоваться **типовыми разложениями**, но при решении этой задачи «все сделаем честно».

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$f(x) =$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$f(x) = \ln(1+x),$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$*. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$f(x) = \ln(1+x), \quad f(0) =$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$f(x) = \ln(1+x), \quad f(0) = 0.$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$f(x) = \ln(1+x), \quad f(0) = 0.$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$f'(x) =$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x},$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$*. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x}, \quad f'(0) =$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x}, \quad f'(0) = 1.$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$*. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$= x +$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x}, \quad f'(0) = 1.$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$= x +$

$f''(x) =$

Пример 72. *Разложить в* **_ряд Тейлора_** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$= x+$

$$f''(x) = \frac{-1}{(1+x)^2},$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$= x+$

$f''(x) = \dfrac{-1}{(1+x)^2}, \quad f''(0) =$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$= x+$

$$f''(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}, \quad f''(0) = -1.$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$*. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 +$$

$$f''(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}, \quad f''(0) = -1.$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$= x + \dfrac{(-1)}{2}x^2 +$

$f'''(x) =$

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 +$$

$$f'''(x) = \frac{-1\cdot(-2)}{(1+x)^3},$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$*. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 +$$

$$f'''(x) = \frac{-1\cdot(-2)}{(1+x)^3}, \quad f'''(0) =$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 +$$

$$f'''(x) = \frac{-1\cdot(-2)}{(1+x)^3}, \quad f'''(0) = 2.$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots +$$

$$f'''(x) = \frac{-1\cdot(-2)}{(1+x)^3}, \quad f'''(0) = 2.$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots +$$

$$f^{(n)}(x) =$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots +$$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n-1)!}{(1+x)^n},$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x)=\ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x)=$$

$$=x+\frac{(-1)}{2}x^2+\frac{2}{3!}x^3+\ldots+$$

$$f^{(n)}(x)=\frac{(-1)^{n-1}\cdot(n-1)!}{(1+x)^n},\quad f^{(n)}(0)=$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots +$$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1}\cdot(n-1)!}{(1+x)^n}, \quad f^{(n)}(0) = (-1)^{n-1}\cdot(n-1)!$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}\cdot(n-1)!}{n!}x^n + \ldots$$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1}\cdot(n-1)!}{(1+x)^n}, \quad f^{(n)}(0) = (-1)^{n-1}\cdot(n-1)!$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$*. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1}\cdot(n-1)!}{(1+x)^n}, \quad f^{(n)}(0) = (-1)^{n-1}\cdot(n-1)!$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Найдем область сходимости этого ряда.

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

По **теореме Абеля** она может отличаться от области его *абсолютной* сходимости не более чем в двух точках.

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

По **теореме Абеля** она может отличаться от области его *абсолютной* сходимости не более чем в двух точках.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости.**

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left| \dfrac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n \right|}{\left| \dfrac{(-1)^{n-2}}{n-1} \cdot x^{n-1} \right|} =$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left| \dfrac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n \right|}{\left| \dfrac{(-1)^{n-2}}{n-1} \cdot x^{n-1} \right|} = |x|$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left| \dfrac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n \right|}{\left| \dfrac{(-1)^{n-2}}{n-1} \cdot x^{n-1} \right|} = |x| < 1.$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n\right|}{\left|\dfrac{(-1)^{n-2}}{n-1} \cdot x^{n-1}\right|} = |x| < 1.$$

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

При $x = -1$ **ряд Тейлора** «превращается» в ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot (-1)^n$,

сходится?

то есть в **гармонический ряд**, который расходится?

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

При $x = -1$ **ряд Тейлора** «превращается» в ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot (-1)^n$,

то есть в **гармонический ряд**, который расходится.

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

сходится?

При $x = 1$ получаем ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$, который расходится?

Пример 72. *Разложить в* **_ряд Тейлора_** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

При $x = 1$ получаем ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$, который сходится

по признаку

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

При $x = 1$ получаем ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$, который сходится

по признаку **Лейбница**.

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

При $x = 1$ получаем ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$, который сходится по признаку**Лейбница**.

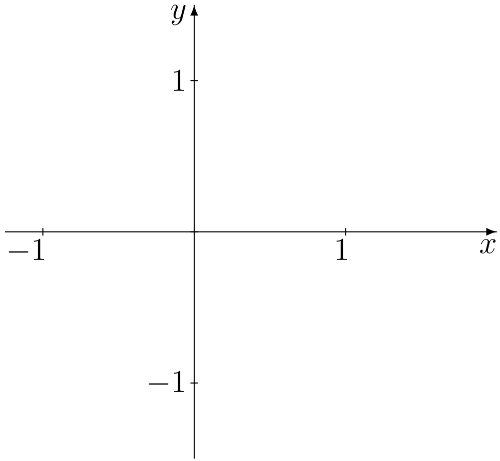
Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

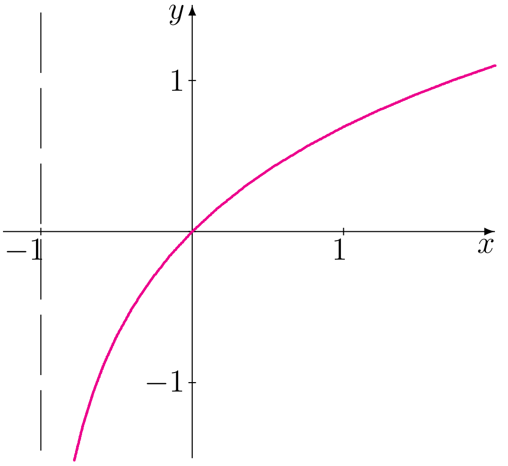
Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x)=\ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}\cdot x^n=$$

$$=x+\frac{(-1)}{2}x^2+\frac{2}{3!}x^3+\ldots+\frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n+\ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1;1]$.



Изобразим график функции $f(x)=\ln(1+x)$.

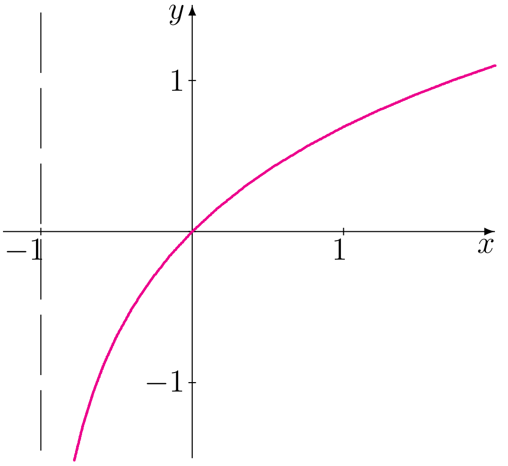
Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

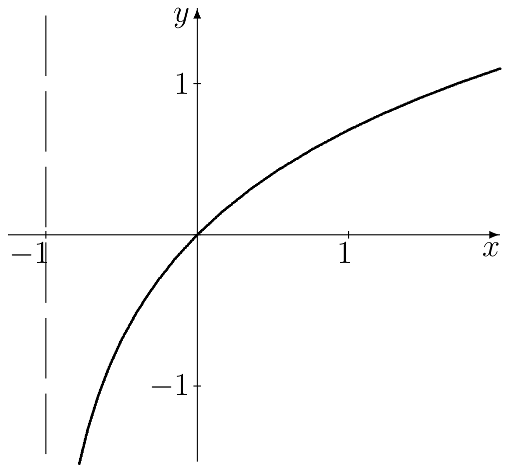
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$S_1(x) = x$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

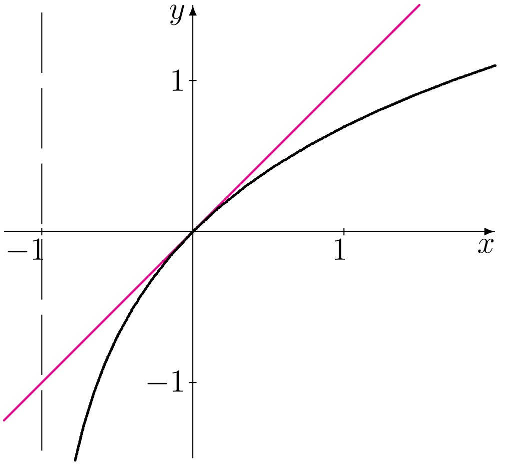
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$S_1(x) = x$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

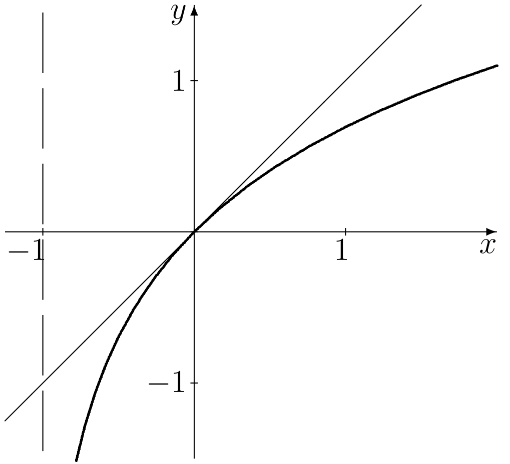
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_2(x) = x - \frac{x^2}{2}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

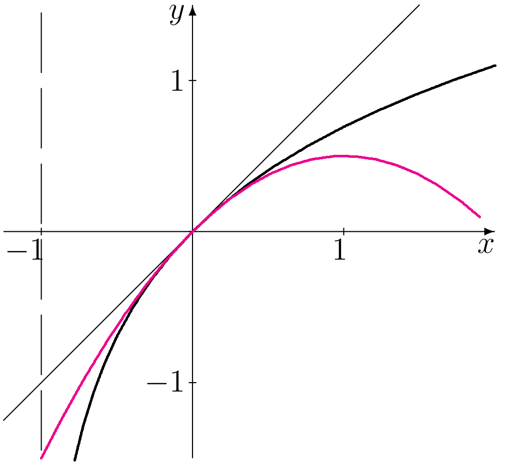
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_2(x) = x - \frac{x^2}{2}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

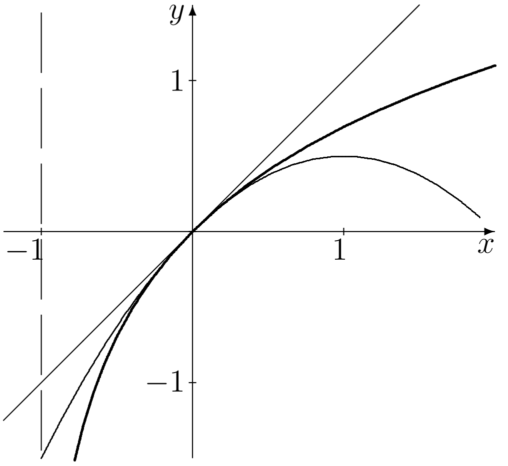
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_3(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

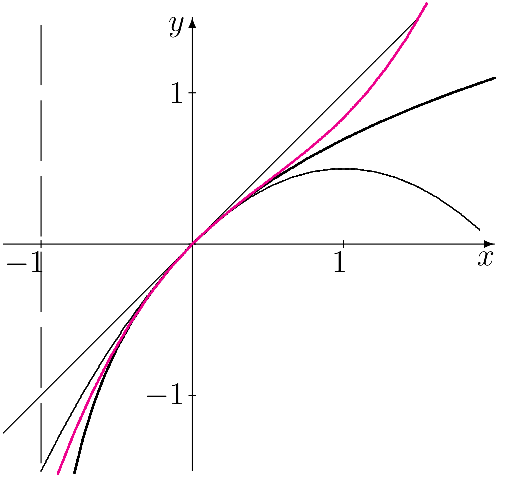


Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.



$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_3(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию* $f(x)=\ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

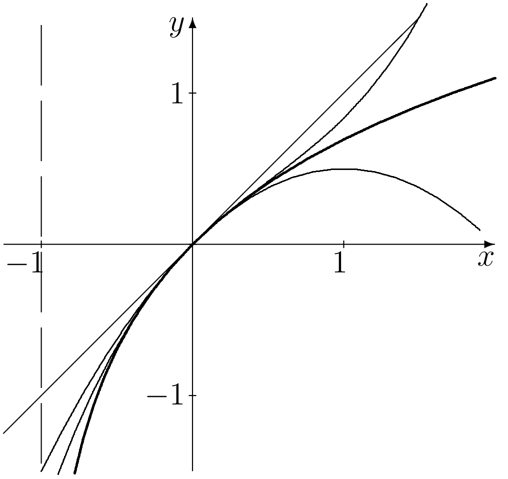
Решение.

$$\ln(1+x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}\cdot x^n=$$

$$=x+\frac{(-1)}{2}x^2+\frac{2}{3!}x^3+\ldots+\frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n+\ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1;1]$.

$$S_4(x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}$$

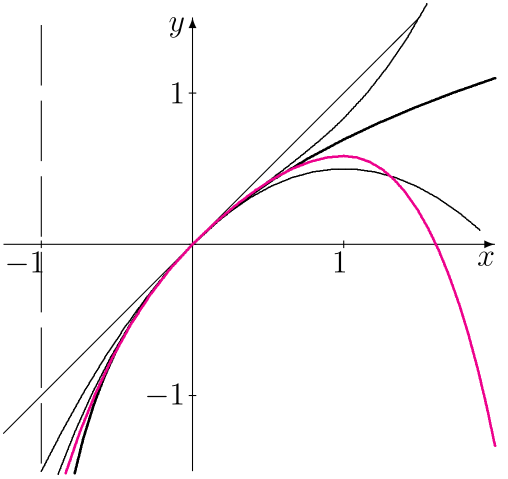


Изобразим график функции $f(x)=\ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.



$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1;1]$.

$$S_4(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}$$

Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

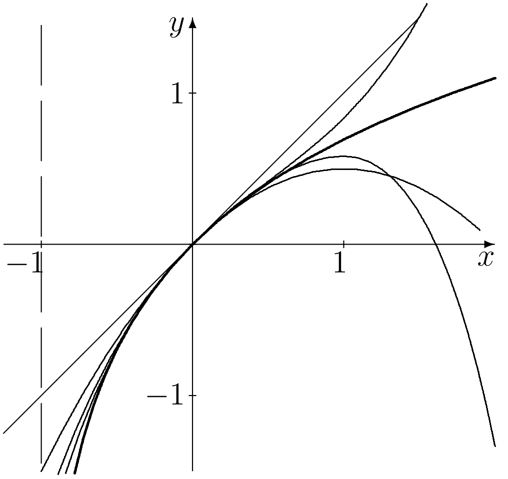
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_5(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

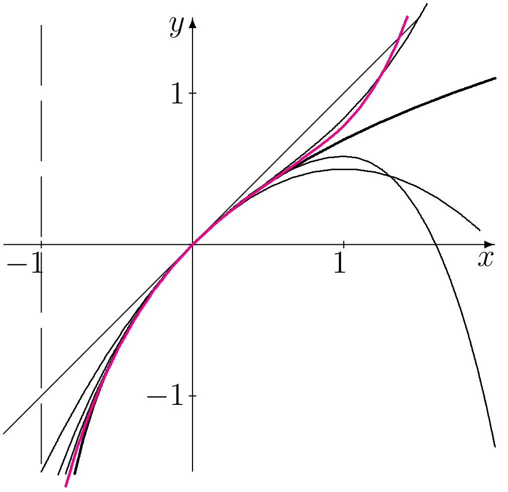
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_5(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

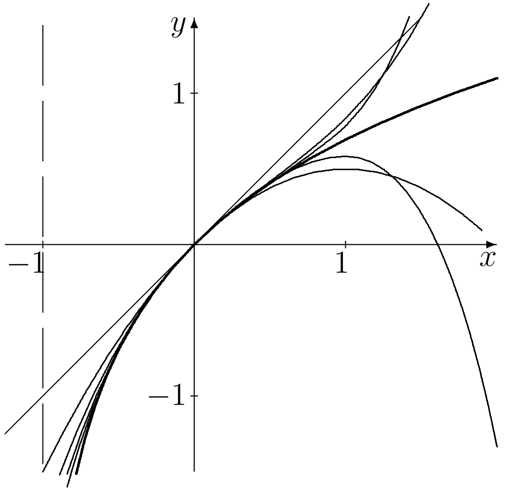
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_6(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6}.$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* ***ряд Тейлора*** *в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

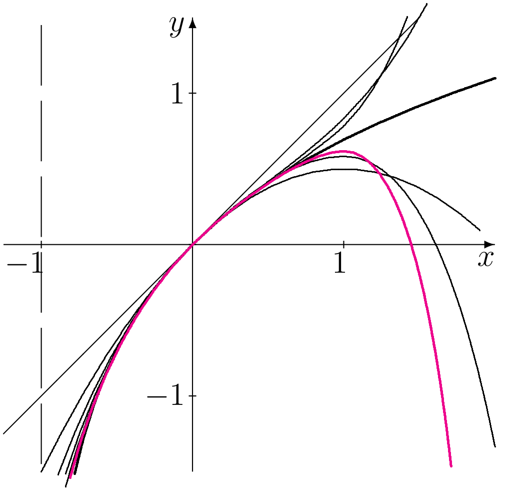
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_6(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6}.$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию $f(x)=\ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

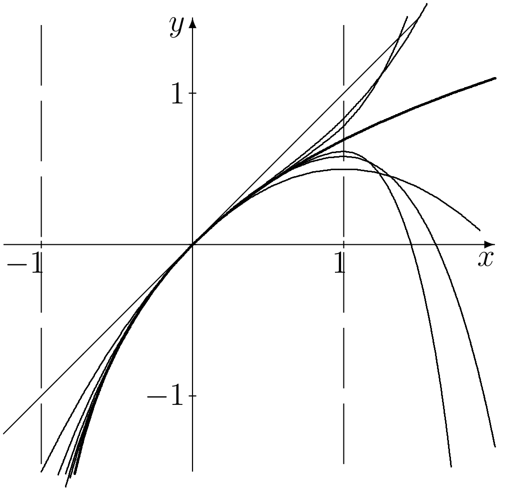
Решение.

$$\ln(1+x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}\cdot x^n=$$

$$=x+\frac{(-1)}{2}x^2+\frac{2}{3!}x^3+\ldots+\frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n+\ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1;1]$.

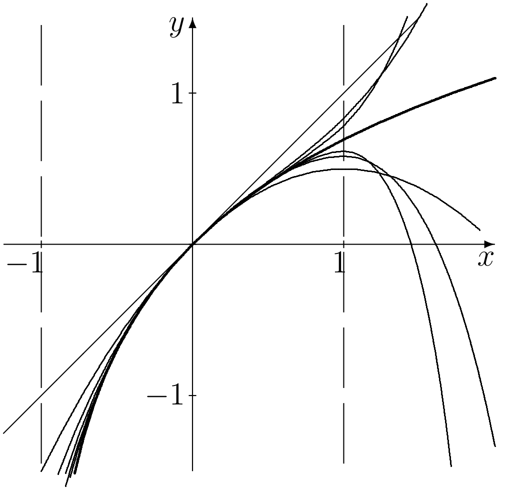
$$S_7(x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^6}{6}.$$



Эти графики подверждают расходимость ряда при $|x|>1$.

Пример 72. *Разложить в* **ряд Тейлора** *в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1 + x)$*. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.



$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_7(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6}.$$

Эти графики подверждают расходимость ряда при $|x| > 1$.

Вернёмся к лекции или **рассмотрим следующий пример?**

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

$$\ln 10 =$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

$$\ln 10 = \ln(1+9) \stackrel{?}{=}$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

$$\ln 10 = \ln(1+9) \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} 9^n.$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

$$\ln 10 = \ln(1+9) \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} 9^n.$$

К сожалению, из этого ничего хорошего не получится, так как ряд в правой части этого «равенства» (мы пометили его «вопросиком»),
сходится?
очевидно, расходится?

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

$$\ln 10 = \ln(1+9) \overset{?}{=} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} 9^n.$$

К сожалению, из этого ничего хорошего не получится, так как ряд в правой части этого «равенства» (мы пометили его «вопросиком»), **очевидно**, расходится.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно предложить такой выход из положения (все приближенные равенства вычисляются с точностью, как минимум, 0.0001, чтобы исключить влияние ошибок округления):

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 =$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \qquad\right) \approx$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 +$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 -$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} +$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} -$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \dots$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Получили ряд «лейбницевского типа».

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится? расходится?

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится,

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \dots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \dots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае сумма ряда отличается от S_4 менее, чем на 0.02.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \dfrac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$

$\approx 2 + 0.353353 - \dfrac{0.353353^2}{2} + \dfrac{0.353353^3}{3} - \dfrac{0.353353^4}{4} + \dots$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае

$$\ln 10 \approx$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае

$$\ln 10 \approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} \approx 2.30563\ldots \approx$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.
$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$
$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \dots$$
Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.
$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае
$$\ln 10 \approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} \approx 2.30563\ldots \approx$$
≈ 2.31.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому <u>в данном</u> <u>случае</u>

$$\ln 10 \approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} \approx 2.30563\ldots \approx$$

≈ 2.31. На самом деле...

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае

$$2.302585 \approx \ln 10 \approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} \approx 2.30563\ldots \approx$$

≈ 2.31. На самом деле...

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было поступить иначе. А именно,

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 =$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5} \cdot \qquad\qquad\right) \approx$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5} \cdot \frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5} \cdot \frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2}$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3}$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5} \cdot \frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \dots$$

Заметим, что теперь мы не имеем права прекращать суммирование по достижении слагаемым значения, меньшего 0.01, так как получившийся ряд не является рядом «лейбницевского типа».

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1 - 0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

Оценим остаток ряда с помощью формулы для суммы членов геометрической прогрессии.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1 - 0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\left|\sum_{n=3}^{\infty} -\frac{0.17915^n}{n}\right| \leq$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \dots$$

$$\left|\sum_{n=3}^{\infty} -\frac{0.17915^n}{n}\right| \leq \sum_{n=1}^{\infty}\frac{0.17915^n}{3} =$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\left|\sum_{n=3}^{\infty} -\frac{0.17915^n}{n}\right| \le \sum_{n=1}^{\infty}\frac{0.17915^n}{3} = \frac{0.17915^3}{3}\cdot\frac{1}{1-0.17915} =$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \dots$$

$$\left|\sum_{n=3}^{\infty} -\frac{0.17915^n}{n}\right| \leq \sum_{n=1}^{\infty}\frac{0.17915^n}{3} = \frac{0.17915^3}{3}\cdot\frac{1}{1-0.17915} = 0.001625\dots$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\left|\sum_{n=3}^{\infty} -\frac{0.17915^n}{n}\right| \le \sum_{n=1}^{\infty}\frac{0.17915^n}{3} = \frac{0.17915^3}{3}\cdot\frac{1}{1-0.17915} = 0.001625\ldots$$

Значит, уже S_2 даст достаточно точное значение.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\ln 10 \approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} \approx$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1-0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\ln 10 \approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} \approx 2.304803\ldots \approx$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1-0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\ln 10 \approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} \approx 2.304803\ldots \approx 2.30$$

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1-0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \dots$$

$$\ln 10 \approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} \approx 2.304803\ldots \approx 2.30$$

Это согласуется с **полученным нами ранее** значением 2.31, отличие между ними не превосходит 0.02.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\ln 10 \approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} \approx 2.304803\ldots \approx 2.30$$

Это согласуется с **полученным нами ранее** значением 2.31, отличие между ними не превосходит 0.02.

Ответ: с точностью до 0.02 число $\ln 10$ равно 2.30.

Пример 73. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\ln 10 \approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} \approx 2.304803\ldots \approx 2.30$$

Это согласуется с **полученным нами ранее** значением 2.31, отличие между ними не превосходит 0.02.

Ответ: с точностью до 0.02 число $\ln 10$ равно 2.30.

Вернёмся к лекции или **рассмотрим следующий пример?**

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение.

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. Используя **типовые разложения**, получаем...

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx =$

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx.$$

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$$

Область сходимости степенного ряда под знаком интеграла — это

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$$
Область сходимости степенного ряда под знаком интеграла — это $\mathbb{R}$,

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} \right) dx =$

Область сходимости степенного ряда под знаком интеграла — это $\mathbb{R}$, поэтому по **теореме о почленном интегрировании степенного ряда**

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx =$$

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} =$$

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\, dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\, dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} \right) dx =$

$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\, dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 -$

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} +$$

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

Это ряд лейбницевского типа, поэтому, по признаку Лейбница, остаток ряда не превосходит первого из «отбрасываемых» слагаемых. Поэтому с точностью до 0.01 получаем...

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \dots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx$$

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx$$

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx$$

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} \right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \dots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Применение рядов для вычисления приближенного значения интеграла не является оптимальным. Многие методы приближенных вычислений дают ответ гораздо быстрее и с более высокой точностью.

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Вычисления с помощью формулы Симпсона или других формул дают более точный ответ (все приведенные цифры – верные)

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$\approx 0.945786 \approx \int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Вычисления с помощью формулы Симпсона или других формул дают более точный ответ (все приведенные цифры – верные)

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$0.95 \approx 0.945786 \approx \int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Вычисления с помощью формулы Симпсона или других формул дают более точный ответ (все приведенные цифры – верные)

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx.$

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$0.95 \approx 0.945786 \approx \int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Это с точностью до 0.02 соответствует найденному нами значению.

Пример 74. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$0.95 \approx 0.945786 \approx \int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Ответ: с точностью до 0.02 значение интеграла равно 0.94.

Вернёмся к лекции или **рассмотрим следующий пример?**

Вернёмся к лекции или **выполним упражнения?**

Задача XXXII.60. (Ответ приведен на стр.7728.) Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Задача XXXII.61. (Ответ приведен на стр.7846.) Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Задача XXXII.62. (Ответ приведен на стр.7923.) Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Задача XXXII.63. (Ответ приведен на стр.7976.) Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Задача XXXII.64. (Ответ приведен на стр.8002.) Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Задача XXXII.65. (Ответ приведен на стр.8028.) Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

XXXIII. Лабораторные работы

Для проведения лабораторных работ необходимо скачать и установить систему компьютерной алгебры `Maxima`.

Эта система относится к свободно распространяемому программному обеспечению.

Она может быть установлена как на обычный компьютер, так и на смартфон на Android (через Google Play).

XXXIII.1. Инструкция к лабораторным работам

1) Откройте папку с названием лабораторной работы.

Название папки использует латинскую транслитерацию.

XXXIII.1. Инструкция к лабораторным работам

1) Откройте папку с названием лабораторной работы.

2) В этой папке запустить html-файл, названный ФИО «условного студента» `IksovIgrekZetovich.html`.

При запуске `html`-файла загружается браузер.

XXXIII.1. Инструкция к лабораторным работам

1) Откройте папку с названием лабораторной работы.

2) В этой папке запустить html-файл, названный ФИО «условного студента» `IksovIgrekZetovich.html`.

3) Папка, указанная в пункте 1), содержит каталог `Work`. Загрузите программу `wxMaxima`, для чего запустите находящийся в папке Work файл `*.wxm` (или `*.mac` для `Android`).

XXXIII.1. Инструкция к лабораторным работам

1) Откройте папку с названием лабораторной работы.

2) В этой папке запустить html-файл, названный ФИО «условного студента» `IksovIgrekZetovich.html`.

3) Запустите `*.wmx` (или `*.mac`) из папки `Work`.

4) Сделайте активным окно программы `wxMaxima`. Отредактируйте первые строки загруженной программы `wxMaxima` согласно данным, которые видели в браузере (редактируется выражение для функции, координаты точек и т.п.).

XXXIII.1. Инструкция к лабораторным работам

1) Откройте папку с названием лабораторной работы.

2) В этой папке запустить html-файл, названный ФИО «условного студента» `IksovIgrekZetovich.html`.

3) Запустите `*.wmx` (или `*.mac`) из папки `Work`.

4) Отредактировать программу запущенную в `wxMaxima`.

5) Перейдите в окно программы `wxMaxima`. Запустите программу на выполнение, для чего достаточно нажать комбинацию клавиш `Ctrl+R`. ***Дождитесь завершения компиляции*** (это потребует определенного времени).

XXXIII.1. Инструкция к лабораторным работам

1) Откройте папку с названием лабораторной работы.

2) В этой папке запустить html-файл, названный ФИО «условного студента» `IksovIgrekZetovich.html`.

3) Запустите `*.wmx` (или `*.mac`) из папки `Work`.

4) Отредактировать программу запущенную в `wxMaxima`.

5) Командой `Ctrl+R` выполните программу в `wxMaxima`.

6) Перейдите в окно браузера. Обновите страницу в браузере (в браузере для этого обычно предусмотрена специальная кнопка). Результаты работы программы `wxMaxima` можно просмотреть, наведя курсор на чертеж и щелкая левой кнопкой мыши.

XXXIII.1. Инструкция к лабораторным работам

1) Откройте папку с названием лабораторной работы.

2) В этой папке запустить html-файл, названный ФИО «условного студента» `IksovIgrekZetovich.html`.

3) Запустите `*.wmx` (или `*.mac`) из папки `Work`.

4) Отредактировать программу запущенную в `wxMaxima`.

5) Командой `Ctrl+R` выполните программу в `wxMaxima`.

6) Перейдите в окно браузера. Обновите страницу в браузере (в браузере для этого обычно предусмотрена специальная кнопка). Результаты работы программы `wxMaxima` можно просмотреть, наведя курсор на чертеж и щелкая левой кнопкой мыши.

Оцените визуально правильность результата. При необходимости повторите, начиная с пункта 4).

XXXIII.2. Гиперссылки на лабораторные работы

Лабораторная работа на построение касательной как предельного положения секущей: **пример-образец (Sample)**, пример **для самостоятельного решения.**

Лабораторная работа на построение касательной в разных точках графика: **пример-образец (Sample)**, пример **для самостоятельного решения.**

Лабораторная работа на построение касательной, проходящей через точку вне графика: **пример-образец (Sample)**, пример **для самостоятельного решения.**

Лабораторная работа на теорему Лагранжа: **пример-образец (Sample)**, пример **для самостоятельного решения.**

Лабораторная работа на формулу Тейлора: **пример-образец (Sample)**, пример **для самостоятельного решения.**

Замечание XXXIII.1. Вы ознакомились с кратким историческим очерком формирования основ математического анализа. Особенностью специалиста является привычка оценивать любую информацию через призму своей профессии. Какие проекты вы могли бы предложить «по мотивам» рассмотренной исторической информации?

Ответ. Великие математики Ньютон и Лейбниц проживали в разных городах Европы. Ньютон — в Лондоне, Лейбниц — в Ганновере. Можно, например, составить маршрут путешествия «От Ньютона до Лейбница» с посещением различных городов Европы. Некоторые из них имеют достопримечательности, другие — проводят ярмарки. Как будущие специалисты по менеджменту, гостиничному и торговому делу, вы разработаете план размещения туристов в гостиницах, схему маршрута и другие технические детали. Это один из примеров вашего задания.

Замечание XXXIII.1. Вы ознакомились с кратким историческим очерком формирования основ математического анализа. Особенностью специалиста является привычка оценивать любую информацию через призму своей профессии. Какие проекты вы могли бы предложить «по мотивам» рассмотренной исторической информации?

Ответ. Подумайте, как будущие специалисты в своей области, как можно заинтересовать туристов математическими и смежными достопримечательностями. Попробуйте понять, какие возможности открывает «математический туризм».

Замечание XXXIII.1. Вы ознакомились с кратким историческим очерком формирования основ математического анализа. Особенностью специалиста является привычка оценивать любую информацию через призму своей профессии. Какие проекты вы могли бы предложить «по мотивам» рассмотренной исторической информации?

Ответ. А знаете ли вы, сколько парижских улиц носят имена математиков?

Замечание XXXIII.1. Вы ознакомились с кратким историческим очерком формирования основ математического анализа. Особенностью специалиста является привычка оценивать любую информацию через призму своей профессии. Какие проекты вы могли бы предложить «по мотивам» рассмотренной исторической информации?

Ответ. Оказывается, около ста парижских улиц носят имена математиков! Чем не тема маршруту?

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ.

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ.

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. а)

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. а) $\exists n \in \mathbb{Z} \quad \exists k \in \mathbb{Z} \quad n = 2k + 1 < 0$,

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. а) $\exists n \in \mathbb{Z} \quad \exists k \in \mathbb{Z} \quad n = 2k + 1 < 0$,

$$\exists n \left(\exists k \begin{cases} n \in \mathbb{Z}, \\ k \in \mathbb{Z}, \\ n = 2k - 1, \\ n < 0, \end{cases} \right)$$

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. а) $\exists n \in \mathbb{Z} \quad \exists k \in \mathbb{Z} \quad n = 2k + 1 < 0$,

$$\exists n \left(\exists k \begin{cases} n \in \mathbb{Z}, \\ k \in \mathbb{Z}, \\ n = 2k - 1, \\ n < 0, \end{cases} \right)$$

$$\exists k \begin{cases} k \in \mathbb{Z}, \\ 2k + 1 < 0, \end{cases}$$

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:
а) некоторые нечетные числа отрицательны;
б) не существует наибольшего действительного числа;
в) некоторые целые числа являются натуральными;
г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. а) $\exists n \in \mathbb{Z} \quad \exists k \in \mathbb{Z} \quad n = 2k + 1 < 0$,

$$\exists n \left(\exists k \begin{cases} n \in \mathbb{Z}, \\ k \in \mathbb{Z}, \\ n = 2k - 1, \\ n < 0, \end{cases} \right)$$

$$\exists k \begin{cases} k \in \mathbb{Z}, \\ 2k + 1 < 0, \end{cases}$$

$$\exists k \in \mathbb{Z} \quad 2k + 1 < 0.$$

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. б)

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. б) $\overline{\exists x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad x \geqslant y}$,

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. б) $\overline{\exists x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad x \geqslant y}$,

$$\overline{\exists x \quad \forall y \quad \begin{cases} x \in \mathbb{R}, \\ y \in \mathbb{R}, \\ x \geqslant y, \end{cases}}$$

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. б) $\overline{\exists x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad x \geqslant y}$,

$$\overline{\exists x \quad \forall y \quad \begin{cases} x \in \mathbb{R}, \\ y \in \mathbb{R}, \\ x \geqslant y, \end{cases}}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad y > x,$$

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. б) $\overline{\exists x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad x \geqslant y}$,

$$\overline{\exists x \quad \forall y \quad \begin{cases} x \in \mathbb{R}, \\ y \in \mathbb{R}, \\ x \geqslant y, \end{cases}}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad y > x,$$

$$\forall x \quad \left(x \in \mathbb{R} \Rightarrow \exists y \begin{cases} y \in \mathbb{R}, \\ x < y, \end{cases} \right).$$

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. в)

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. в) $\exists n \in \mathbb{Z} \quad n \in \mathbb{N}$,

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. в) $\exists n \in \mathbb{Z} \quad n \in \mathbb{N}$,

$$\exists n \begin{cases} n \in \mathbb{Z}, \\ n \in \mathbb{N}, \end{cases}$$

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. в) $\exists n \in \mathbb{Z} \quad n \in \mathbb{N}$,

$$\exists n \begin{cases} n \in \mathbb{Z}, \\ n \in \mathbb{N}, \end{cases}$$

$\exists n \quad n \in \mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$,

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:
а) некоторые нечетные числа отрицательны;
б) не существует наибольшего действительного числа;
в) некоторые целые числа являются натуральными;
г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. в) $\exists n \in \mathbb{Z} \quad n \in \mathbb{N}$,

$$\exists n \begin{cases} n \in \mathbb{Z}, \\ n \in \mathbb{N}, \end{cases}$$

$\exists n \quad n \in \mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$,

$\emptyset \neq \mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$,

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:
а) некоторые нечетные числа отрицательны;
б) не существует наибольшего действительного числа;
в) некоторые целые числа являются натуральными;
г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. в) $\exists n \in \mathbb{Z} \quad n \in \mathbb{N}$,

$\exists n \begin{cases} n \in \mathbb{Z}, \\ n \in \mathbb{N}, \end{cases}$

$\exists n \quad n \in \mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$,

$\emptyset \neq \mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$,

$\emptyset \neq \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$.

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. г)

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. г) $\forall x \in \mathbb{Q} \quad \overline{x^2 < 0}$,

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. г) $\forall x \in \mathbb{Q} \quad \overline{x^2 < 0}$,

$\forall x \in \mathbb{Q} \quad x^2 \geqslant 0$,

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:
а) некоторые нечетные числа отрицательны;
б) не существует наибольшего действительного числа;
в) некоторые целые числа являются натуральными;
г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. г) $\forall x \in \mathbb{Q} \quad \overline{x^2 < 0}$,
$\forall x \in \mathbb{Q} \quad x^2 \geqslant 0$,
$\forall x \quad \left(x \in \mathbb{Q} \quad \Rightarrow \quad \overline{x^2 < 0}\right)$,

Задача 1. Запишите формулой с использованием кванторов:

а) некоторые нечетные числа отрицательны;

б) не существует наибольшего действительного числа;

в) некоторые целые числа являются натуральными;

г) нет рациональных чисел, квадрат которых отрицательный.

Ответ. г) $\forall x \in \mathbb{Q} \quad \overline{x^2 < 0}$,

$\forall x \in \mathbb{Q} \quad x^2 \geqslant 0$,

$\forall x \quad \left(x \in \mathbb{Q} \quad \Rightarrow \quad \overline{x^2 < 0}\right)$,

$\forall x \quad (x \in \mathbb{Q} \quad \Rightarrow \quad x^2 \geqslant 0)$.

Решение задачи 2.

Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ.

Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

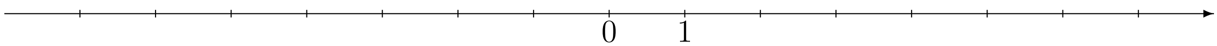
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. а)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

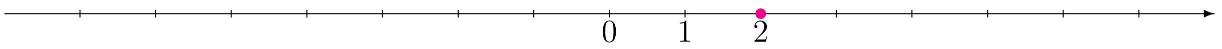
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. а)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

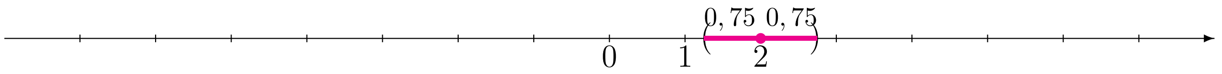
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. а)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

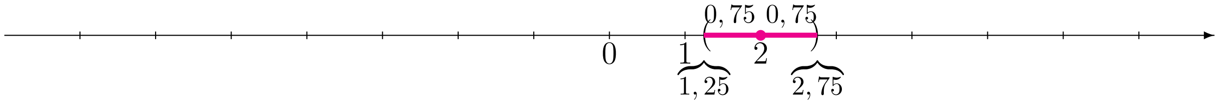
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. а)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

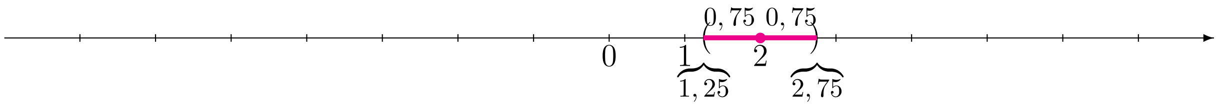
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. а) $x - 2$



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

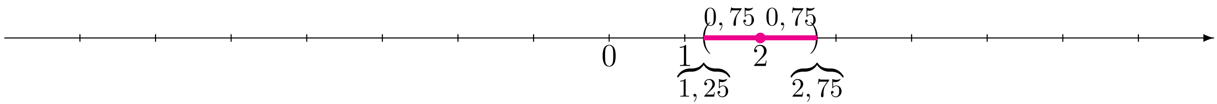
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

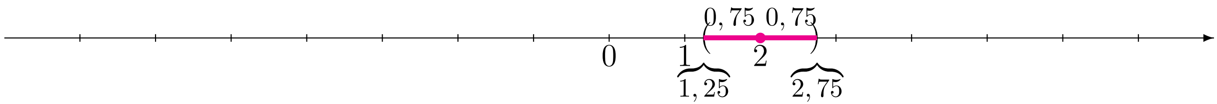
е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. а) $|x-2| < 0,75$.



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:
а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;
б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);
г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;
д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;
е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. а) $|x-2| < 0,75. \quad x \in (1,25;\ 2,75).$



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

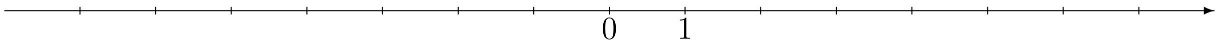
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. б)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

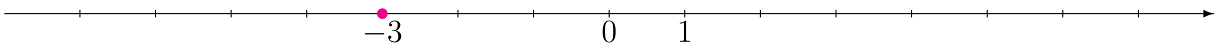
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. б)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

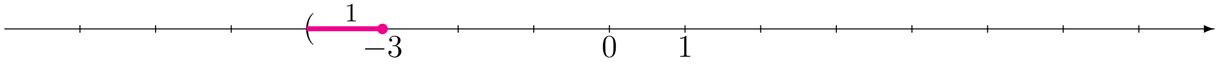
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. б)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

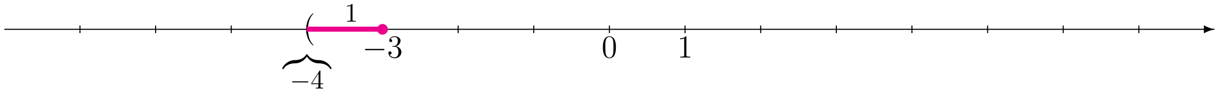
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. б)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

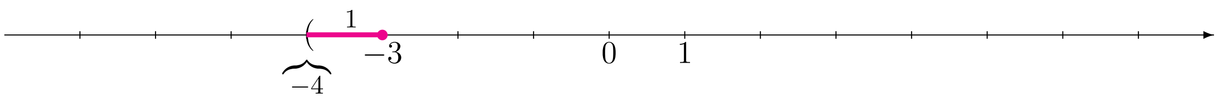
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. б) $x + 3$



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

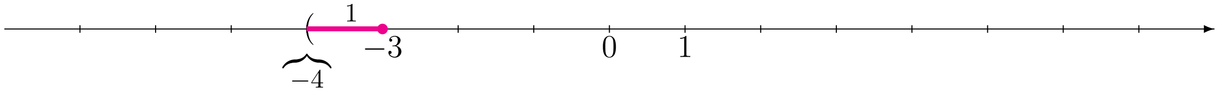
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. б) $-1 < x + 3 \leqslant 0$.



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

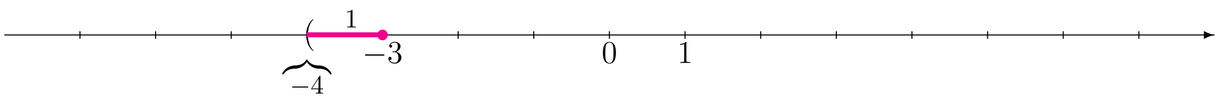
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. б) $-1 < x + 3 \leqslant 0. \quad x \in (-4; -3]$.



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

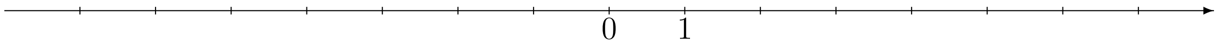
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. в)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

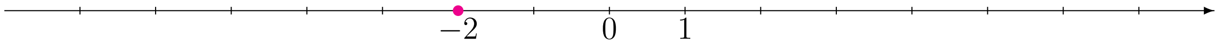
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. в)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

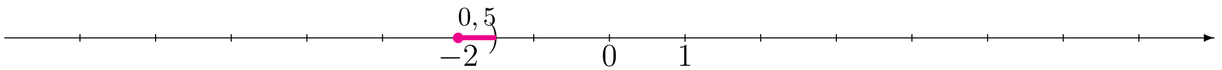
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. в)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

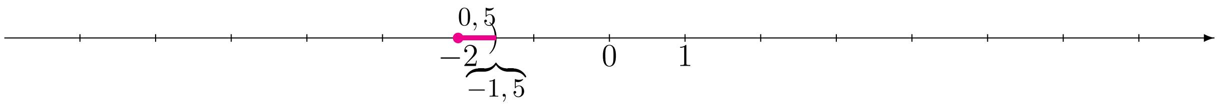
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. в)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

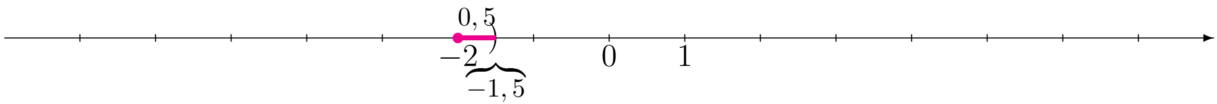
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. в) $x+2$



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

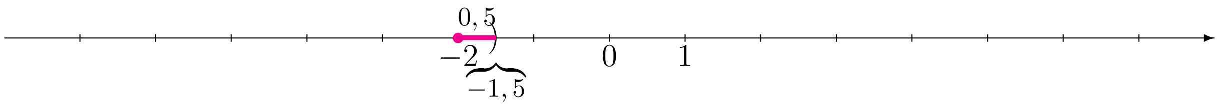
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. в) $0 \leqslant x + 2 < 0,5$.



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

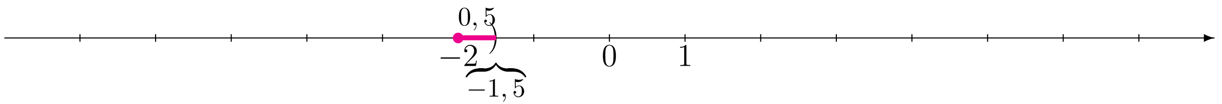
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. в) $0 \leqslant x + 2 < 0,5.\quad x \in [-2;\ -1,5)$.



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

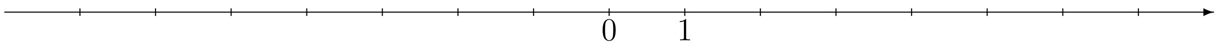
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

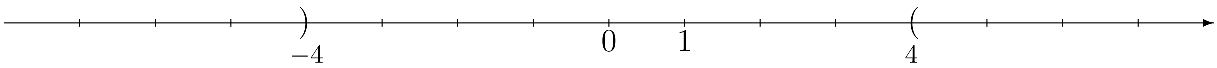
Ответ. г)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;
б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);
г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;
д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;
е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. г)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

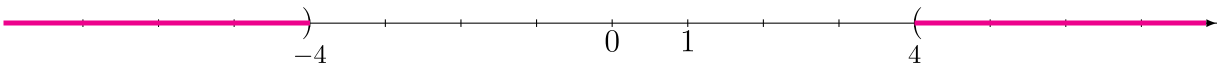
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

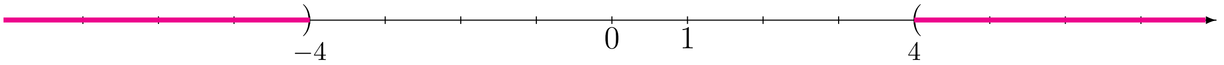
е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. г)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:
а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;
б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);
г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;
д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;
е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. г) $|x| > 4$.



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

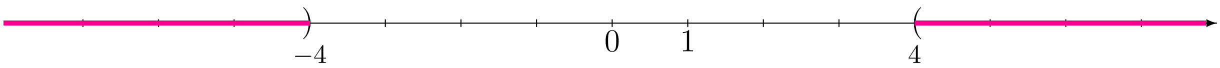
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. г) $|x| > 4$. $\quad x \in (-\infty;\ -4) \cup (4;\ +\infty)$.



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

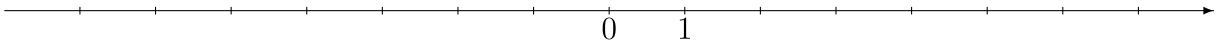
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. д)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

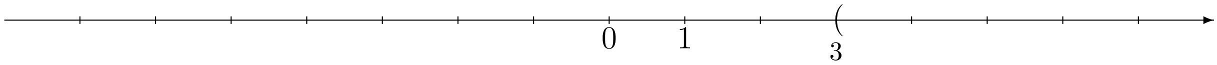
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. д)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

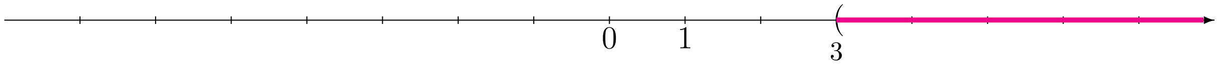
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. д)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

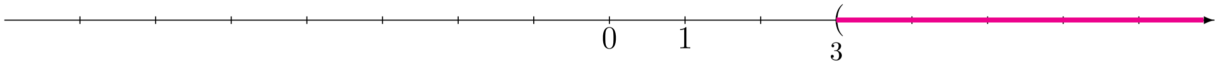
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. д) $x > 3$.



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

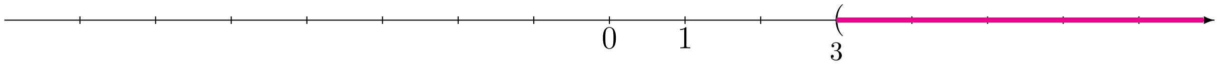
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. д) $x > 3$. $\quad x \in (3;\ +\infty)$.



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

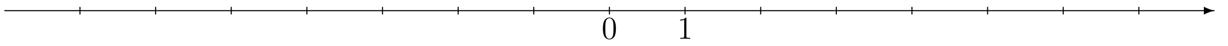
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. е)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

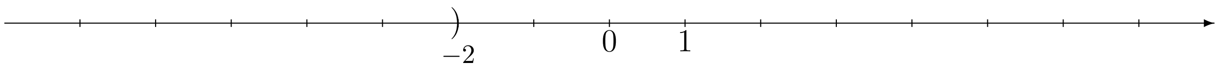
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. е)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

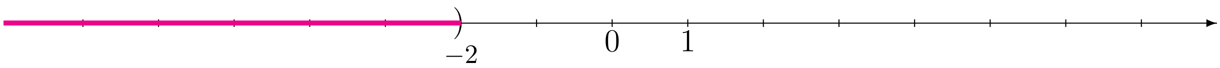
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. е)



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

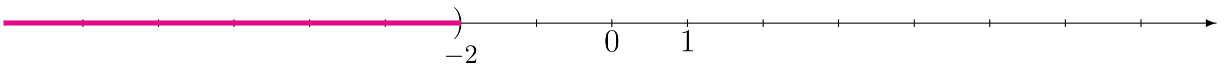
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. е) $x < -2$.



Задача 2. Переведите на **«язык неравенств» и «язык числовой оси»** высказывания:

а) x принадлежит $0,75$-окрестности точки 2;

б) x принадлежит левой 1-полуокрестности точки (-3);

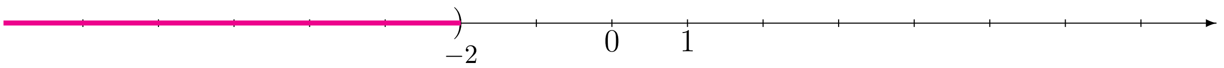
в) x принадлежит правой $0,5$-полуокрестности точки (-2);

г) x принадлежит 4-окрестности бесконечности;

д) x принадлежит 3-окрестности точки $(+\infty)$;

е) x принадлежит 2-окрестности точки $(-\infty)$.

Ответ. е) $x < -2$. $\quad x \in (-\infty;\ -2)$.



Решение задачи 3.

Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

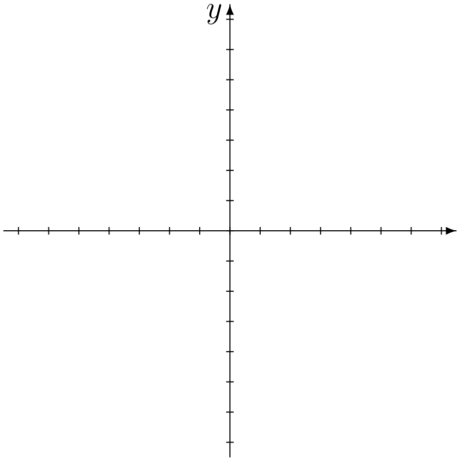
Ответ.

Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке** ε**-**δ**»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

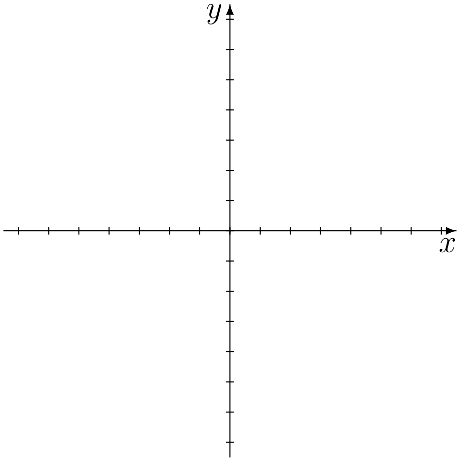
Ответ.



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

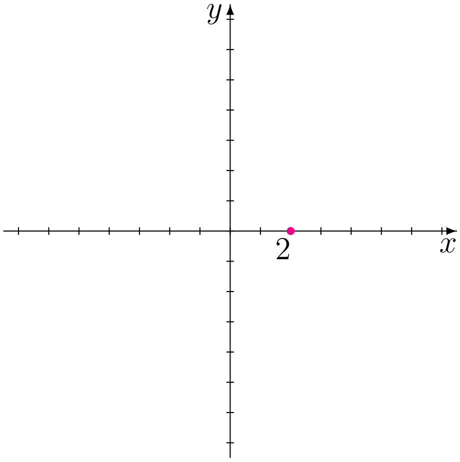
а) $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

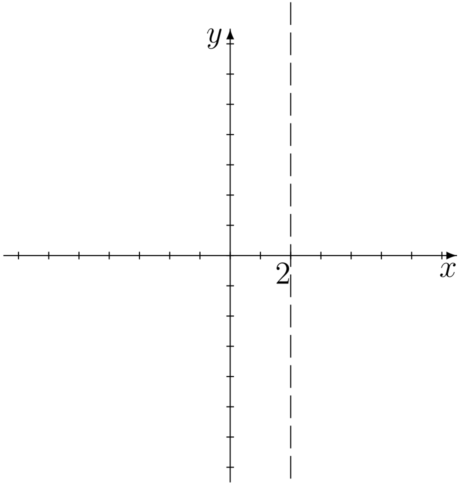
а) $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

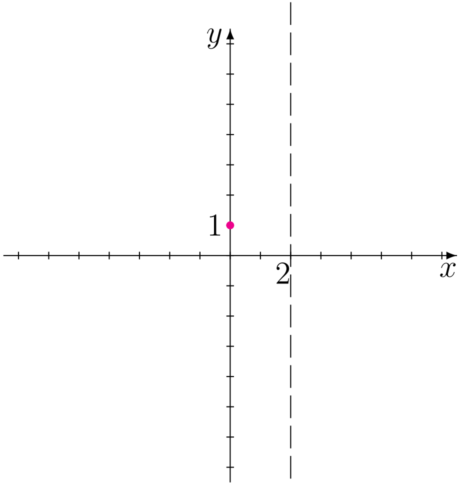
а) $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

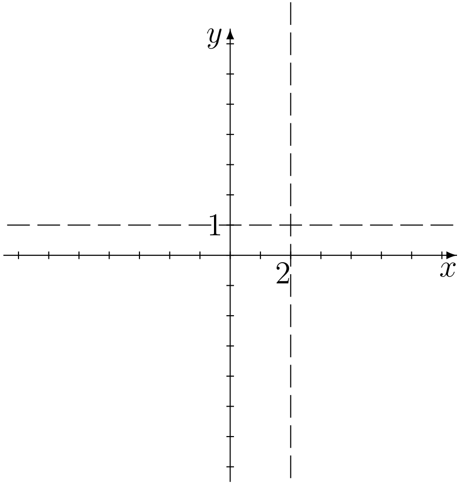
а) $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

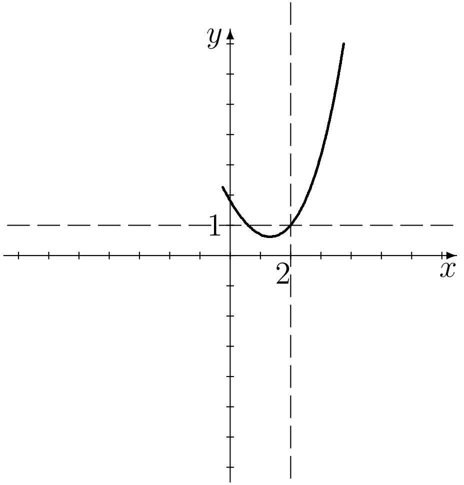
а) $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

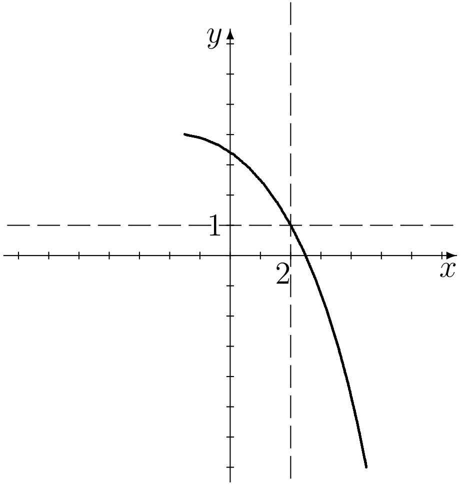
а) $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

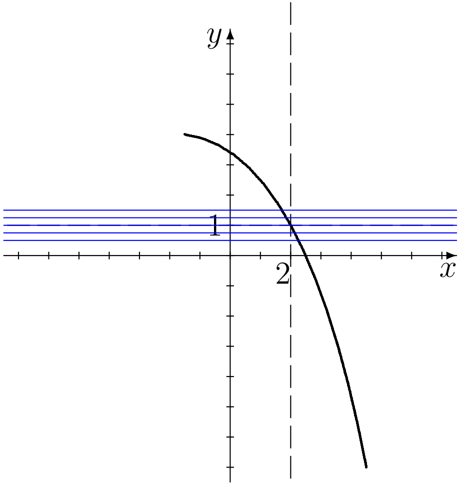
а) $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

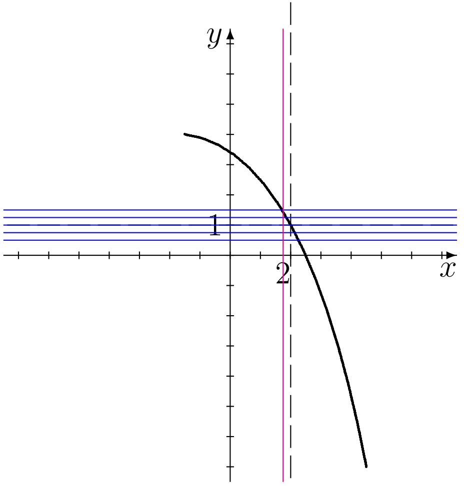
а) $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

а) $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$;

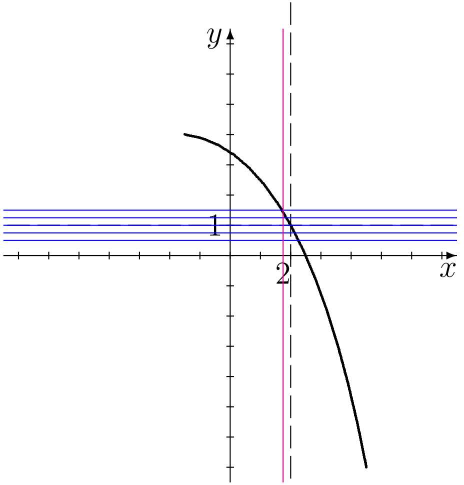


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

а) $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$;

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad).$

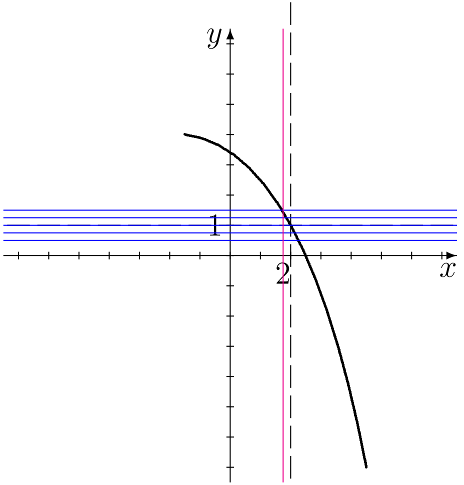


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

а) $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$;

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad (\qquad\qquad\qquad \Rightarrow \qquad\qquad\qquad)$.

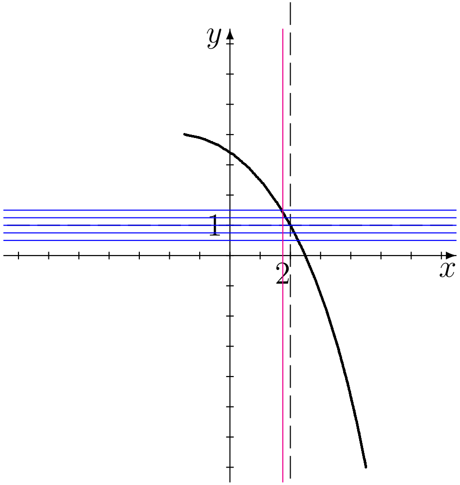


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

а) $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$;

$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall x\quad(\qquad\qquad\qquad\qquad\Rightarrow|\alpha(x)-1|<\varepsilon)\,.$

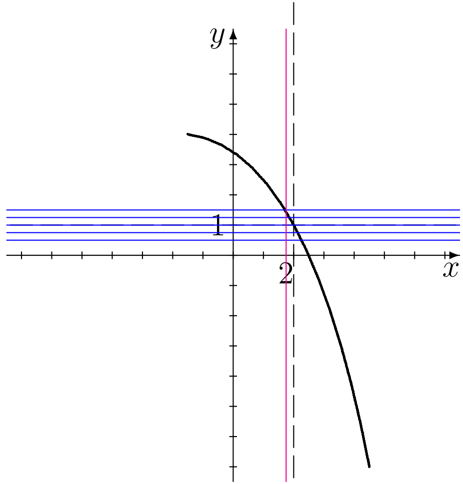


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

а) $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$;

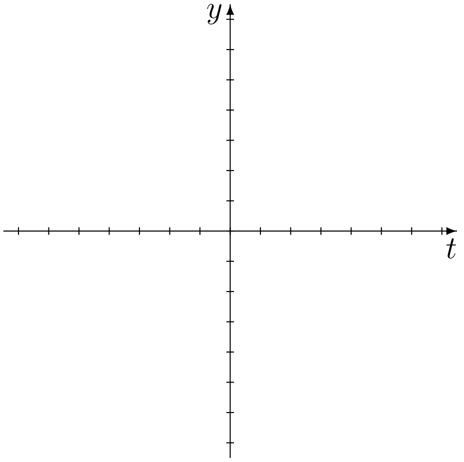
$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall x\quad(-\delta<x-2\leqslant 0\Rightarrow|\alpha(x)-1|<\varepsilon)\,.$



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

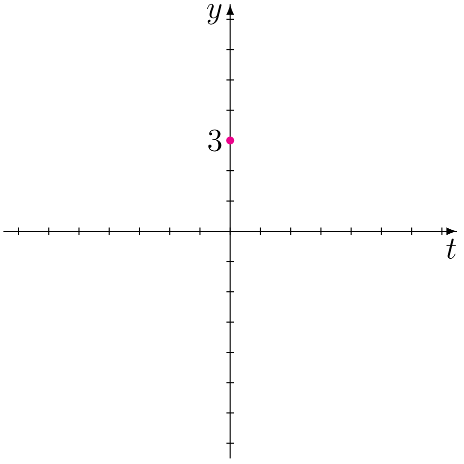
б) $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке** ε**-**δ**»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

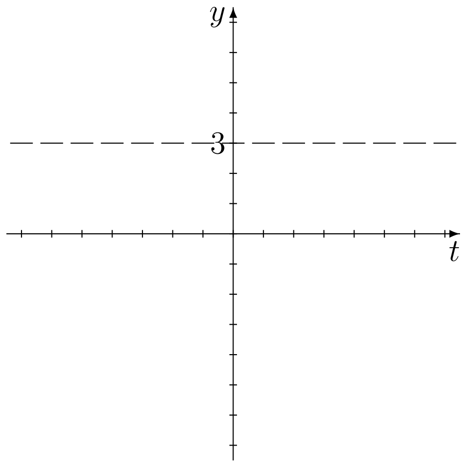
б) $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

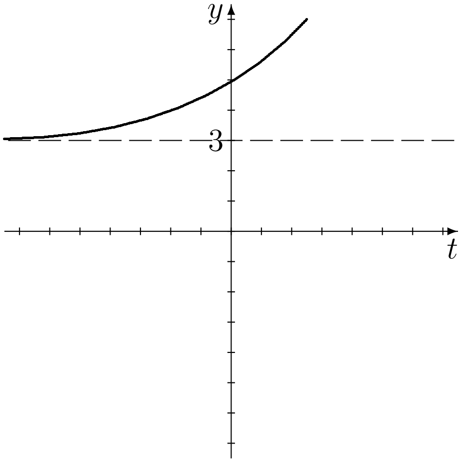
б) $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

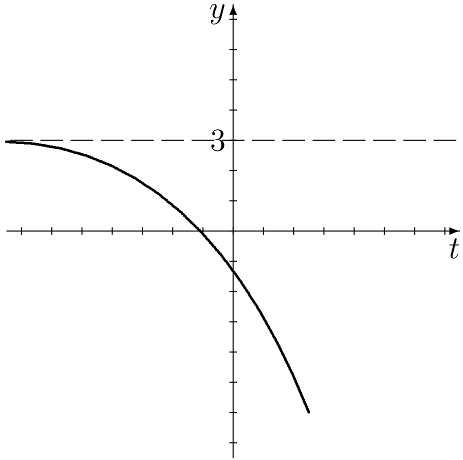
б) $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

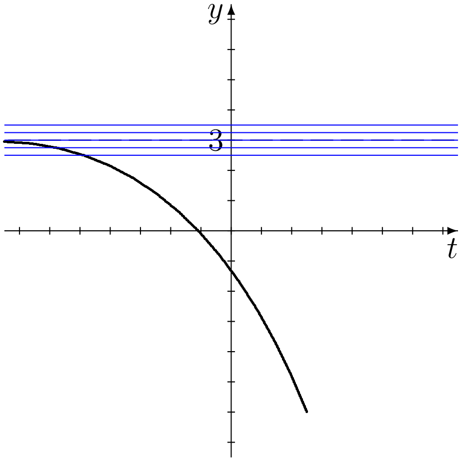
б) $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

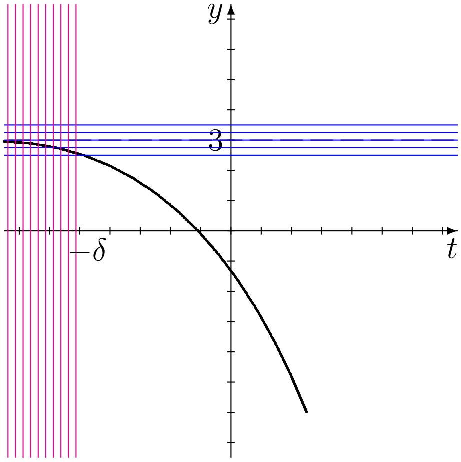
б) $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

б) $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$;

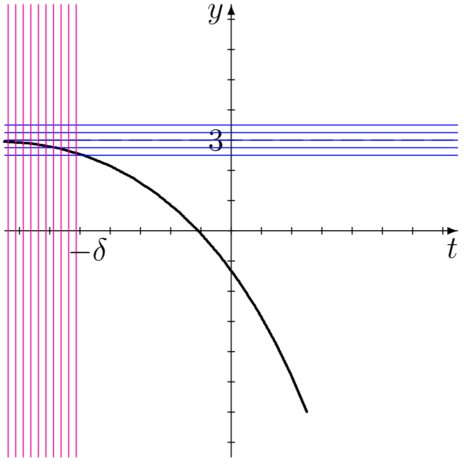


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

б) $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$;

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall t \quad (\qquad\qquad\qquad\qquad).$

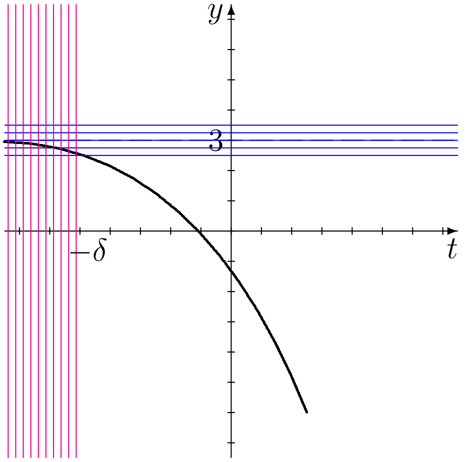


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

б) $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$;

$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall t\quad(\qquad\qquad\Rightarrow\qquad\qquad\qquad)\,.$

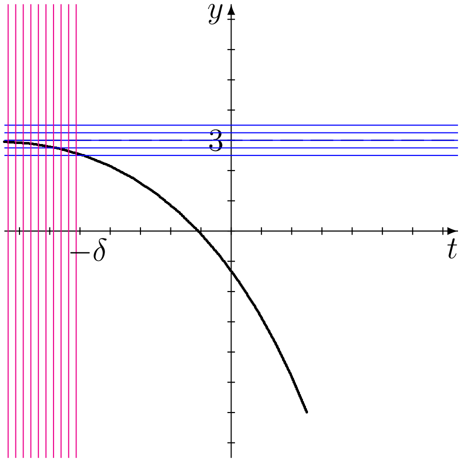


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

б) $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$;

$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall t\quad(\qquad\qquad\Rightarrow|\beta(t)-3|<\varepsilon)$.

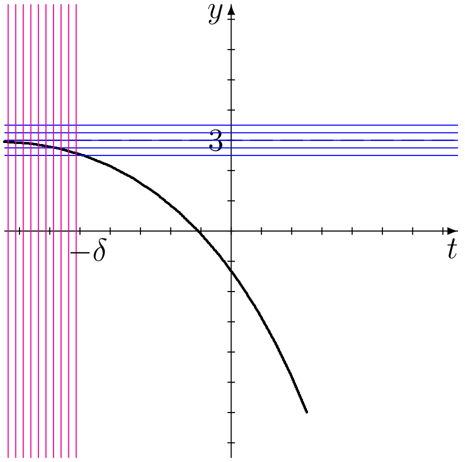


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

б) $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$;

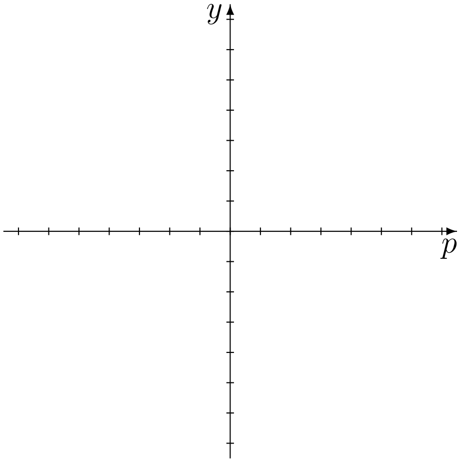
$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall t\quad(t<-\delta\Rightarrow|\beta(t)-3|<\varepsilon)\,.$



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке** ε-δ**»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

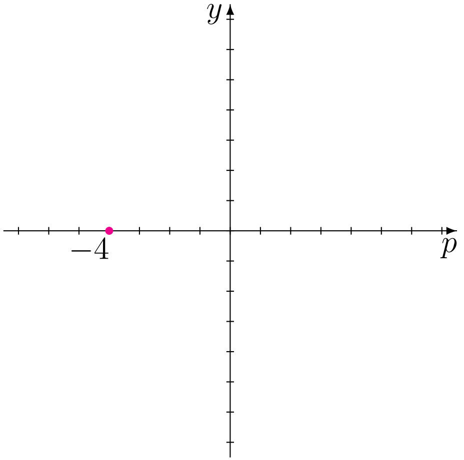
в) $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

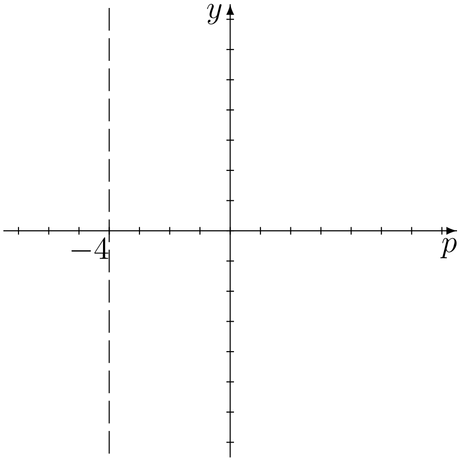
в) $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

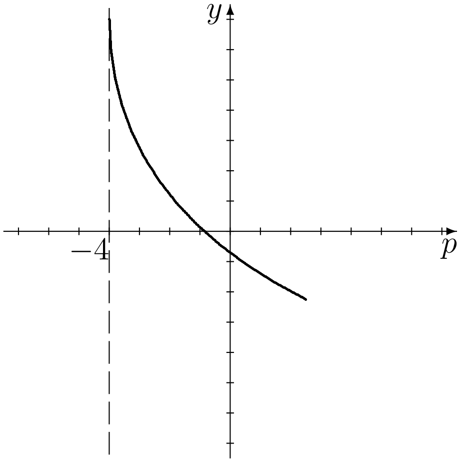
в) $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

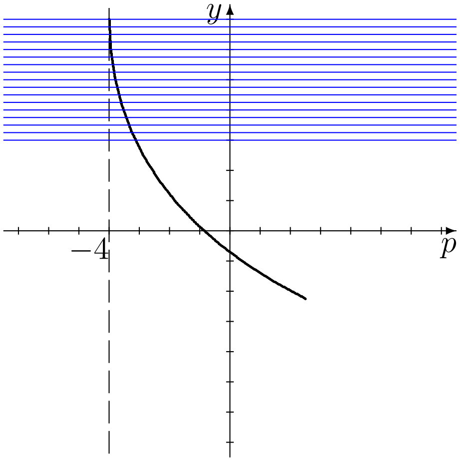
в) $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

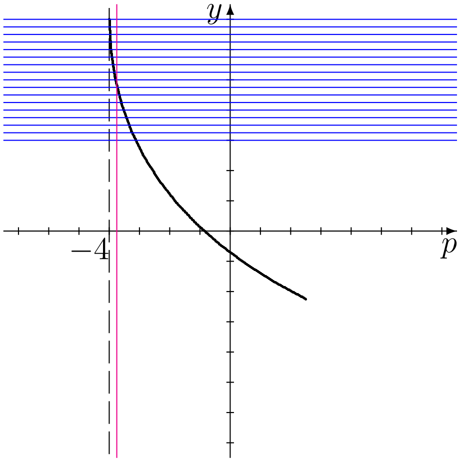
в) $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$;

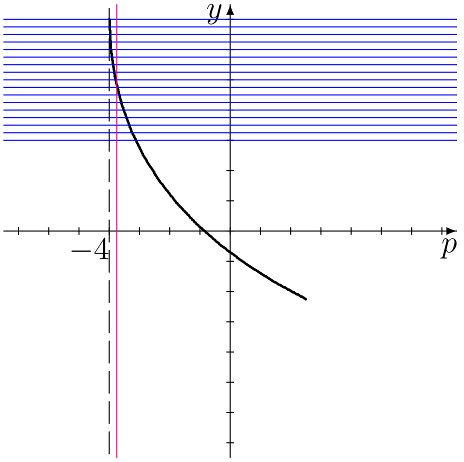


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$;

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall p \quad (\qquad\qquad\qquad\qquad).$

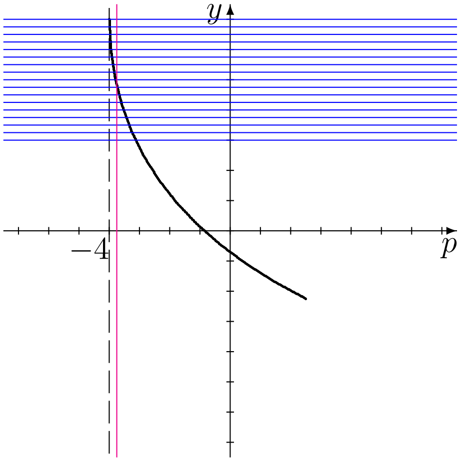


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$;

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall p \quad (\qquad\qquad \Rightarrow \qquad\qquad).$

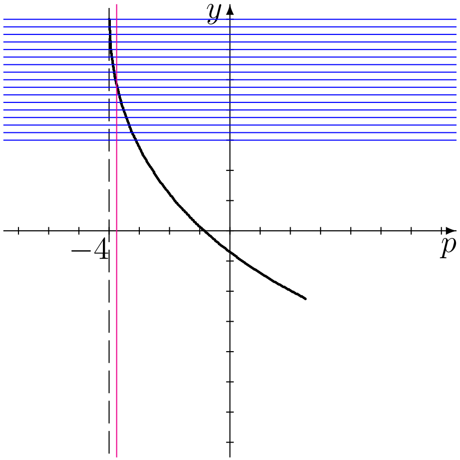


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$;

$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall p\quad(\qquad\qquad\qquad\qquad\Rightarrow h(p)>\varepsilon)$.

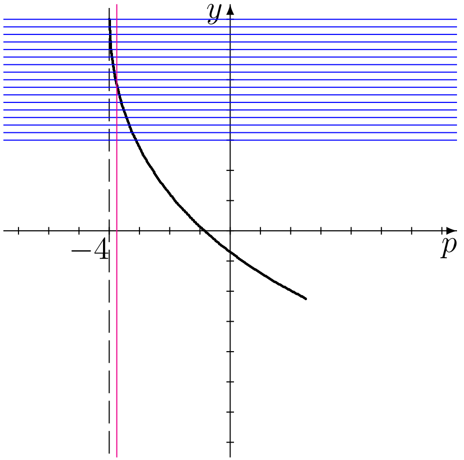


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$;

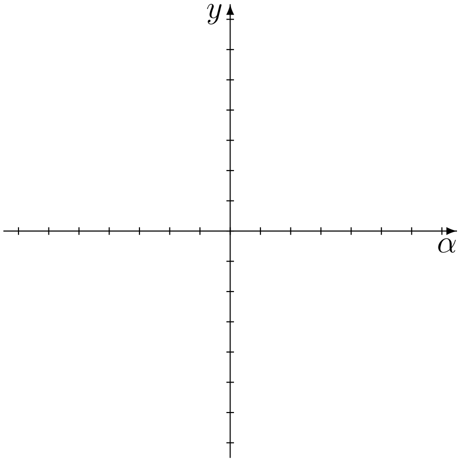
$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall p\quad(0\leqslant p+4<\delta\Rightarrow h(p)>\varepsilon)$.



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

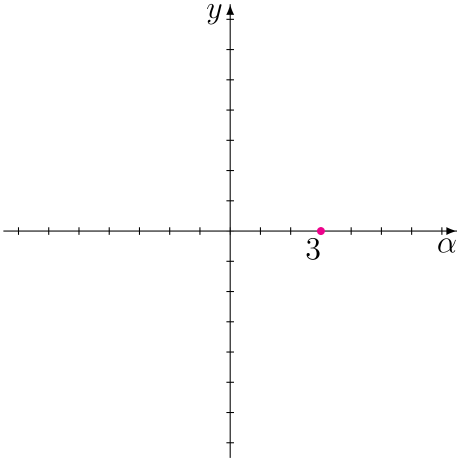
г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

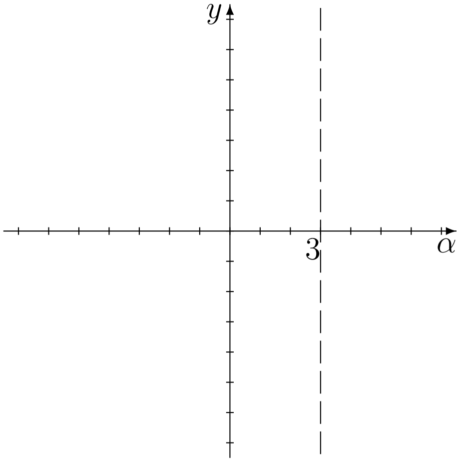
г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

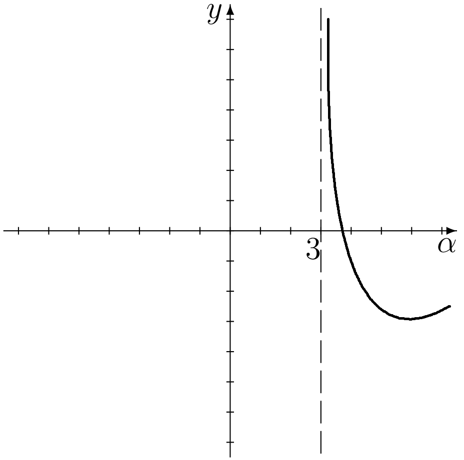
г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

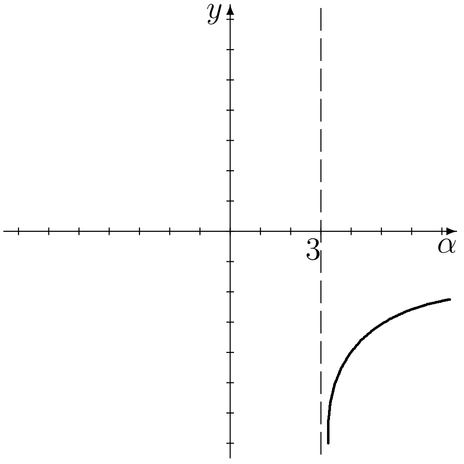
г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

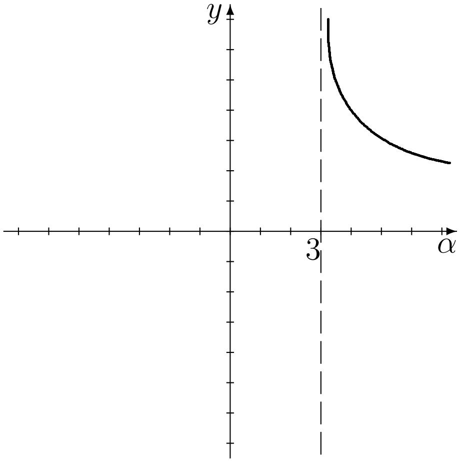
г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

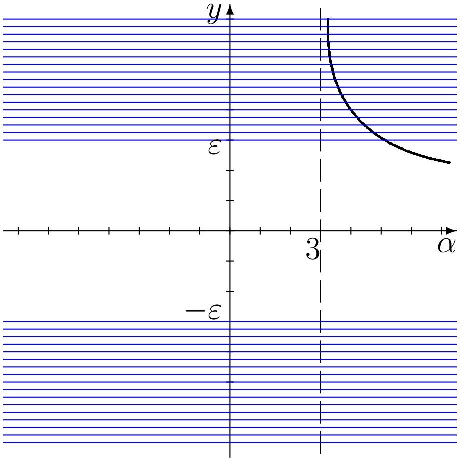
г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

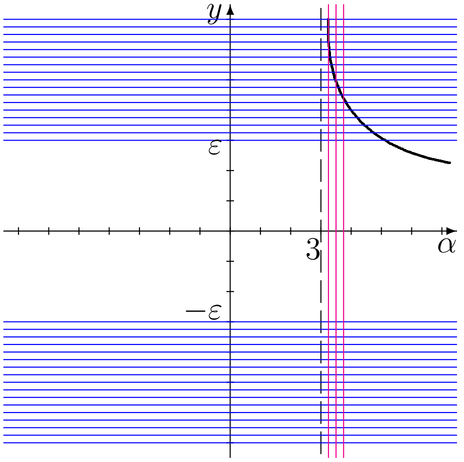
г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$;

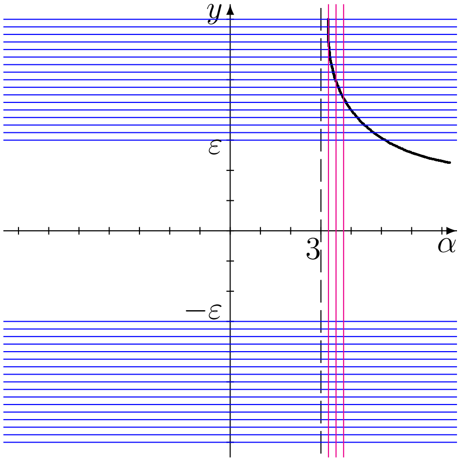


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$;

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall\alpha \quad (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad).$

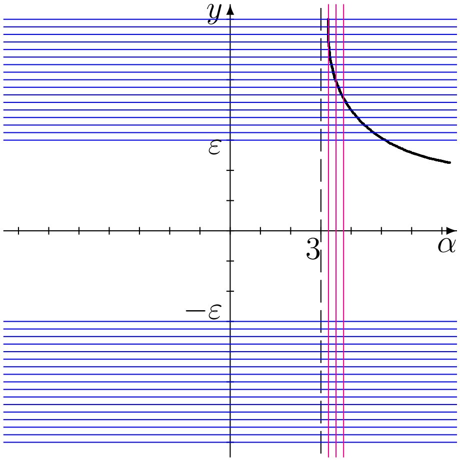


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$;

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall \alpha \quad (\qquad\qquad \Rightarrow \qquad\qquad).$

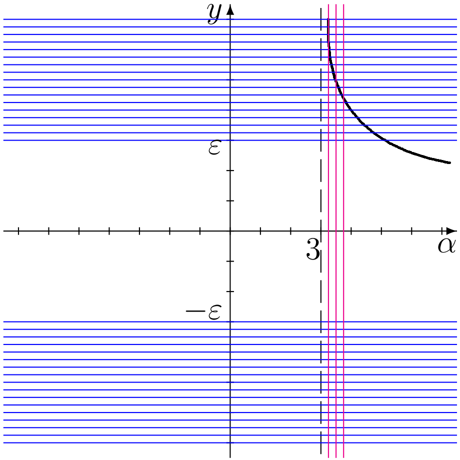


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

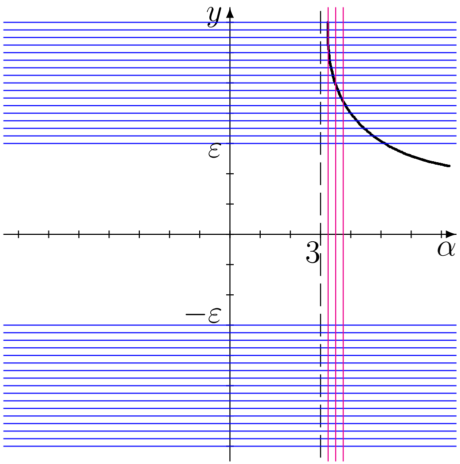
г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$;

$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall\alpha\quad(\qquad\qquad\qquad\qquad\Rightarrow|p(\alpha)|>\varepsilon)\,.$



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке** ε-δ**»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.



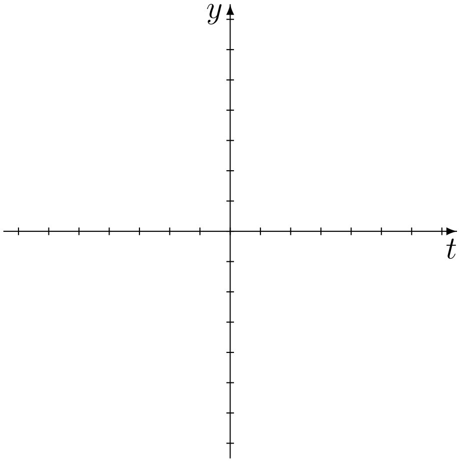
г) $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$;

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall\alpha\quad(0\leqslant\alpha-3<\delta\Rightarrow|p(\alpha)|>\varepsilon)\,.$$

Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

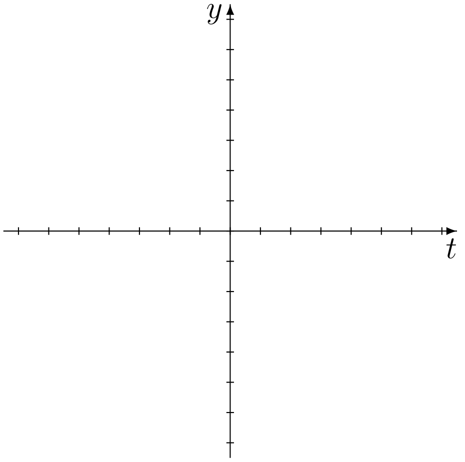
д) $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

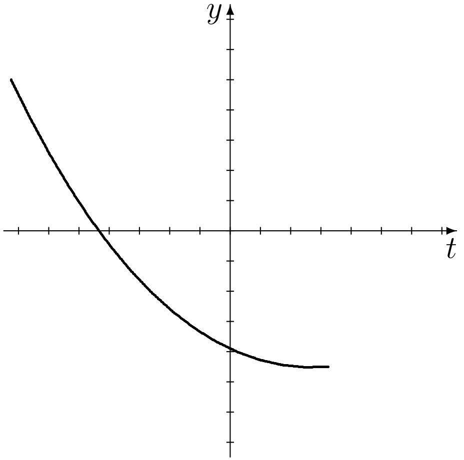
д) $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке** ε-δ» утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

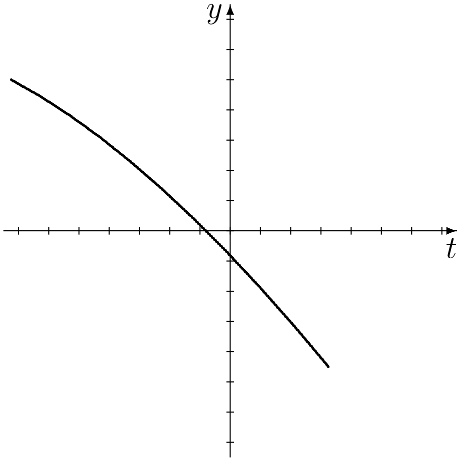
д) $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

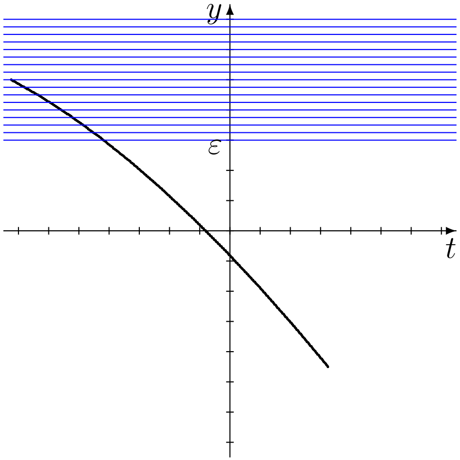
д) $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

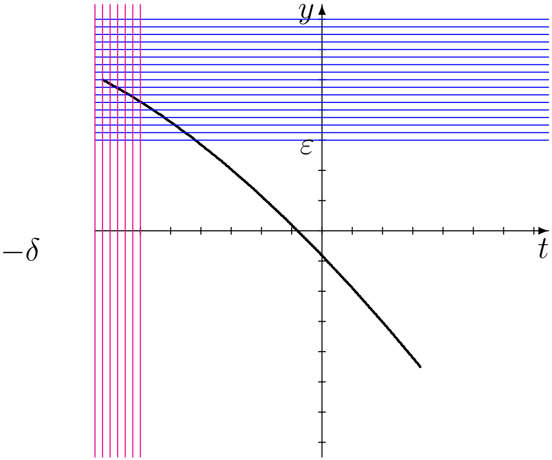
д) $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$;



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$;

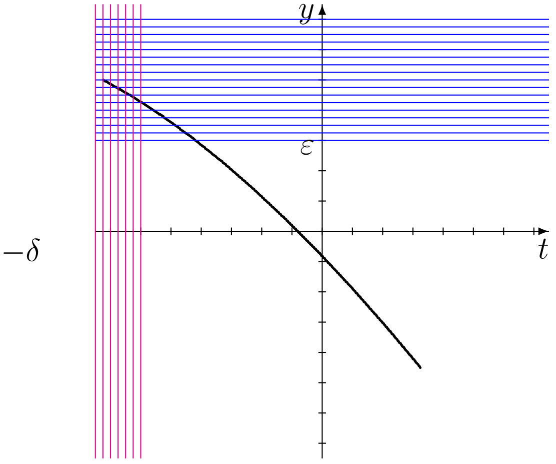


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$;

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall t \quad (\qquad\qquad\qquad\qquad).$

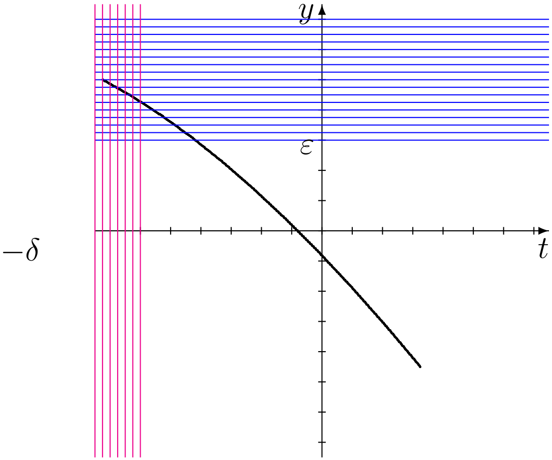


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке** ε-δ**»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$;

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall t \quad (\qquad \Rightarrow \qquad)$.

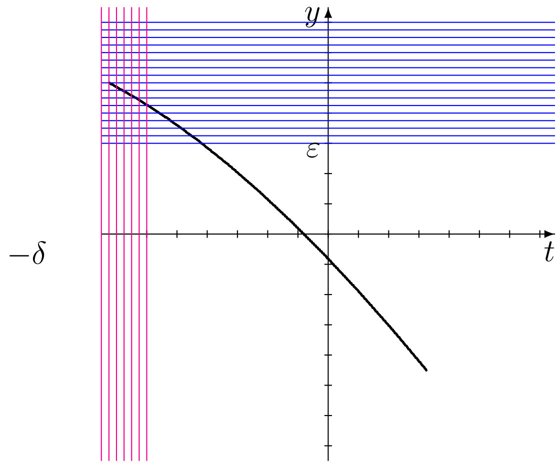


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$;

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall t \quad (\qquad\qquad \Rightarrow q(t) > \varepsilon)\,.$

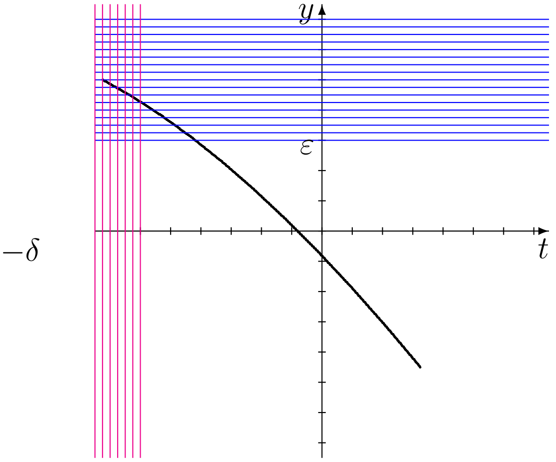


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$;

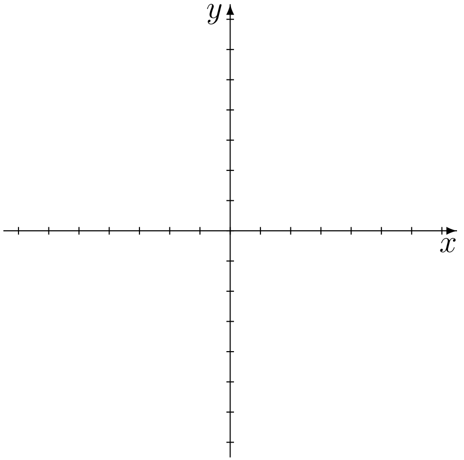
$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall t \quad (t < -\delta \Rightarrow q(t) > \varepsilon)$.



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

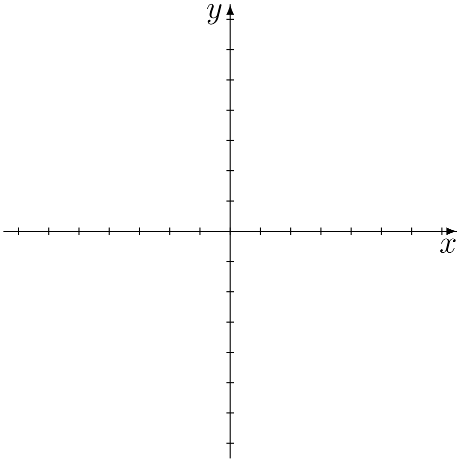
е) $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$,



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

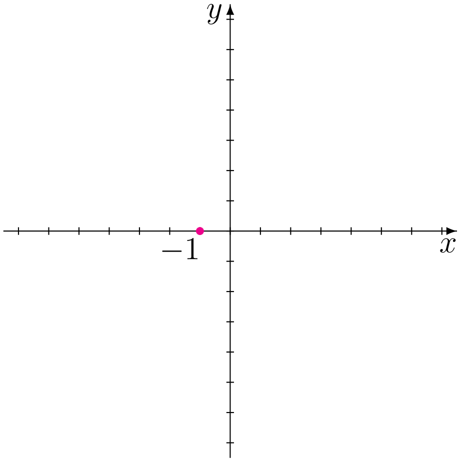
е) $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$,



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке** ε**-**δ**»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

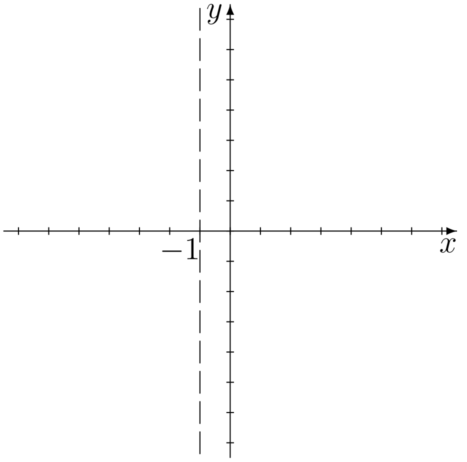
е) $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$,



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

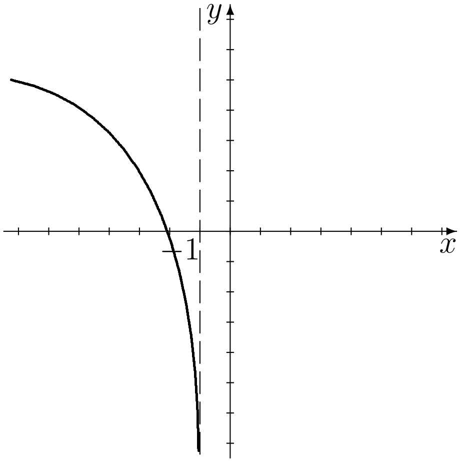
е) $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$,



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

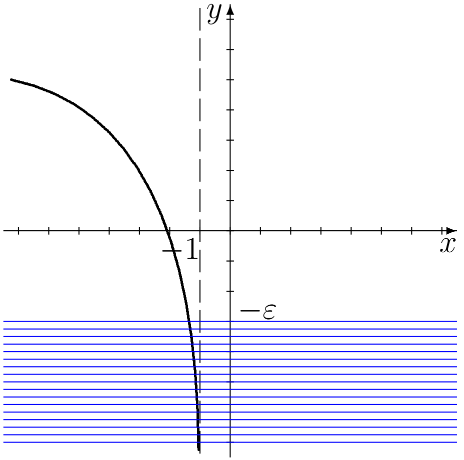
е) $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$,



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

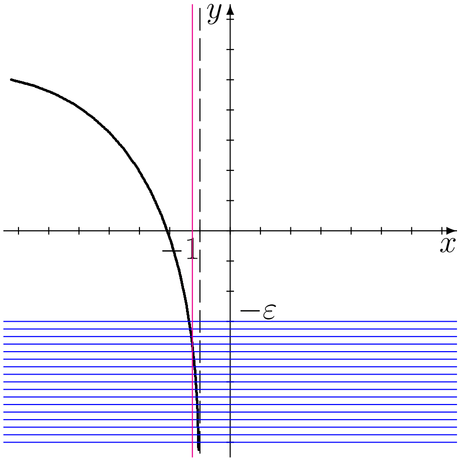
е) $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$,



Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to-\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to-4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to-\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to-1-0}S(x)=-\infty$,

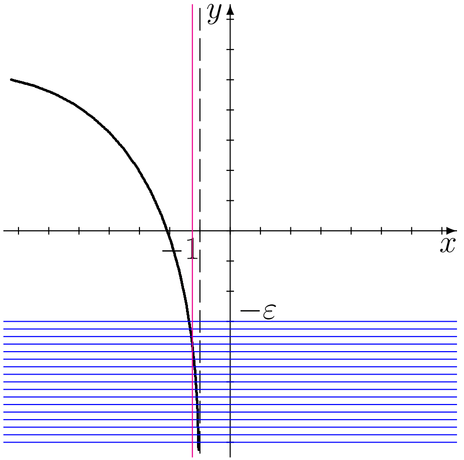


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0}\alpha(x)=1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty}\beta(t)=3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0}h(p)=+\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0}p(\alpha)=\infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty}q(t)=+\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to -1-0}S(x)=-\infty$,

$\forall\varepsilon>0\quad\exists\delta>0\quad\forall x\quad(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)$.

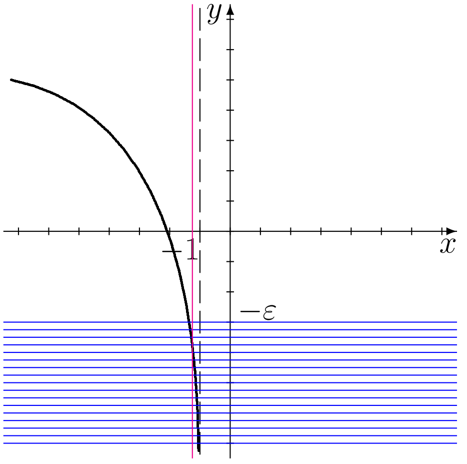


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$,

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x \quad (\qquad\qquad\qquad \Rightarrow \qquad\qquad\qquad).$

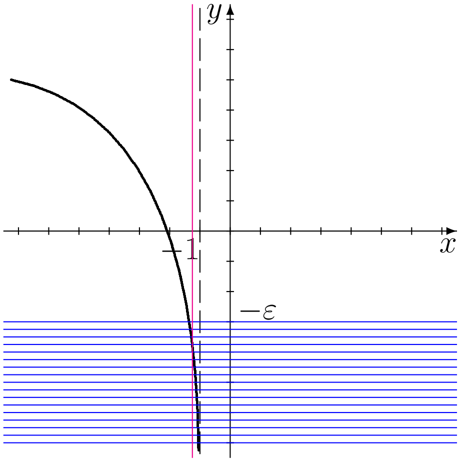


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке ε-δ»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$,

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad (\qquad\qquad\qquad\qquad \Rightarrow S(x) < -\varepsilon)$.

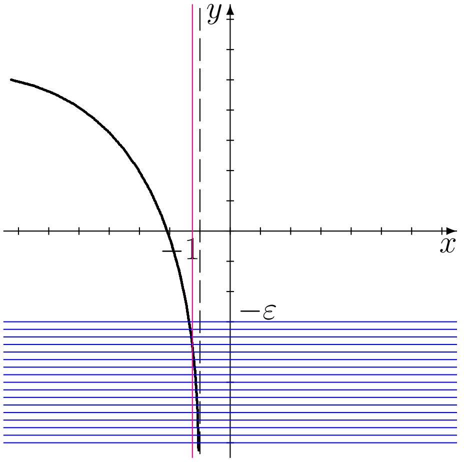


Задача 3. Постройте схематический чертеж и запишите на **«языке** ε-δ**»** утверждения: **а)** $\lim\limits_{x\to 2-0} \alpha(x) = 1$; **б)** $\lim\limits_{t\to -\infty} \beta(t) = 3$; **в)** $\lim\limits_{p\to -4+0} h(p) = +\infty$; **г)** $\lim\limits_{\alpha\to 3+0} p(\alpha) = \infty$; **д)** $\lim\limits_{t\to -\infty} q(t) = +\infty$; **е)** $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to -1-0} S(x) = -\infty$,

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad (-\delta < x + 1 \leqslant 0 \Rightarrow S(x) < -\varepsilon)$.



Решение задачи 4.

Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

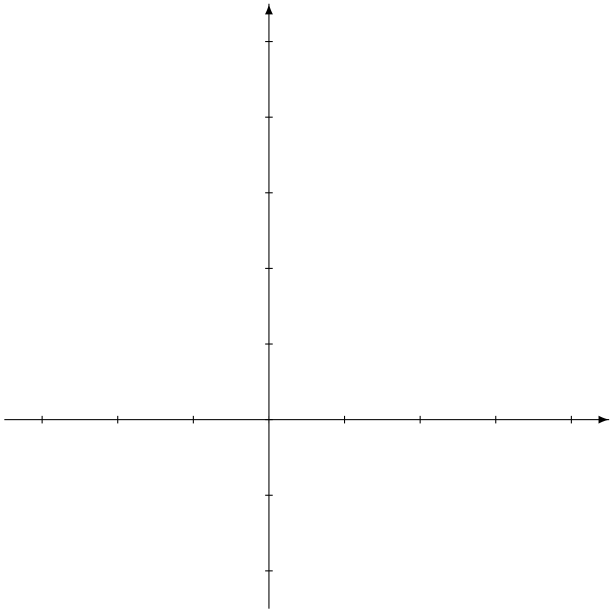
а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ.

Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

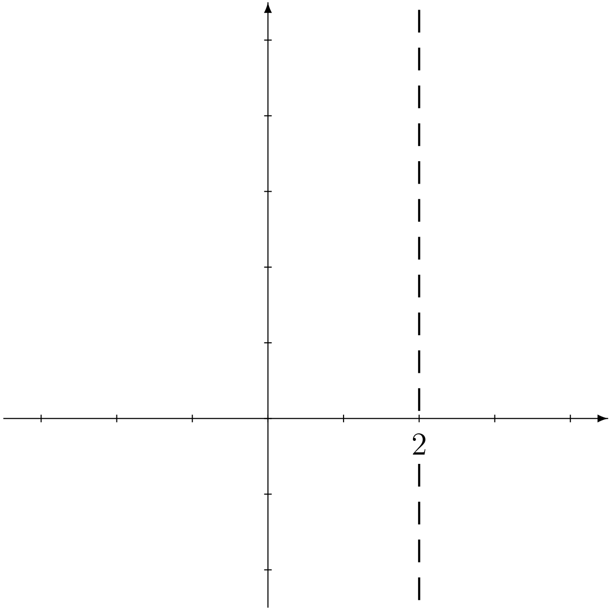
Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

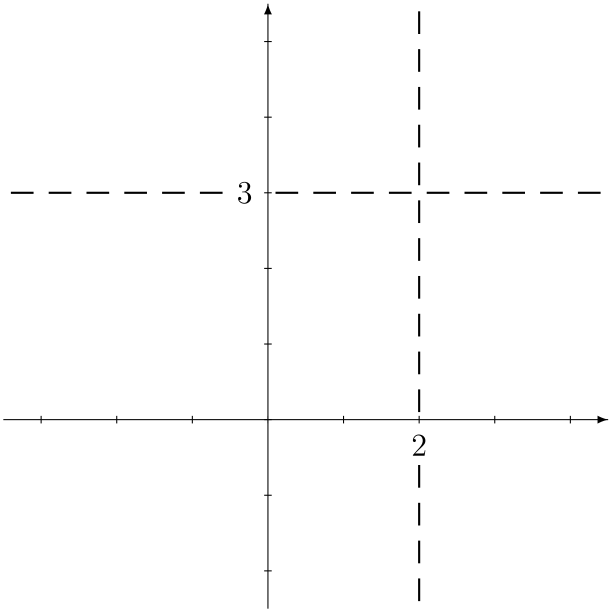
Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

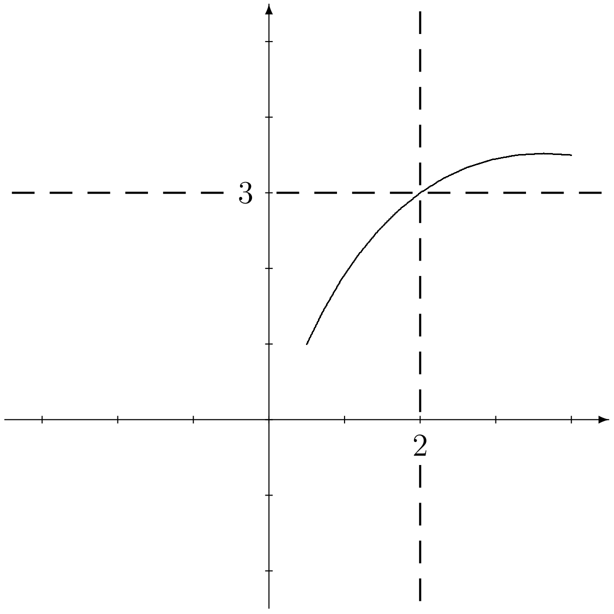
Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s \to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t \to 4} \alpha(t) = -1$.

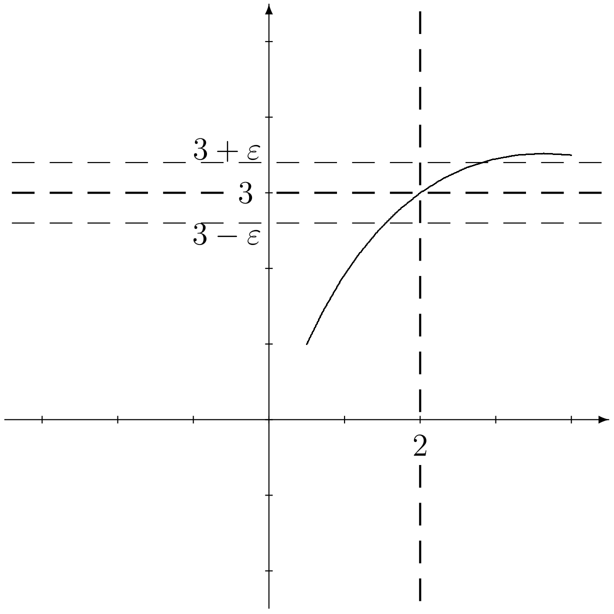
Ответ. а) $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = 3$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

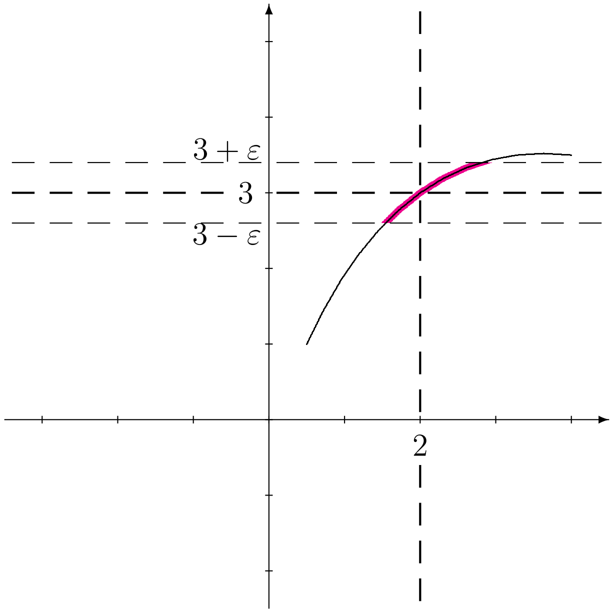
Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

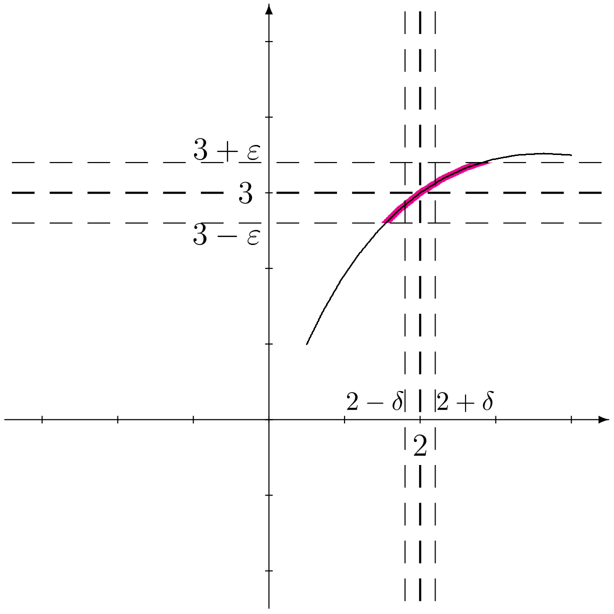
Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

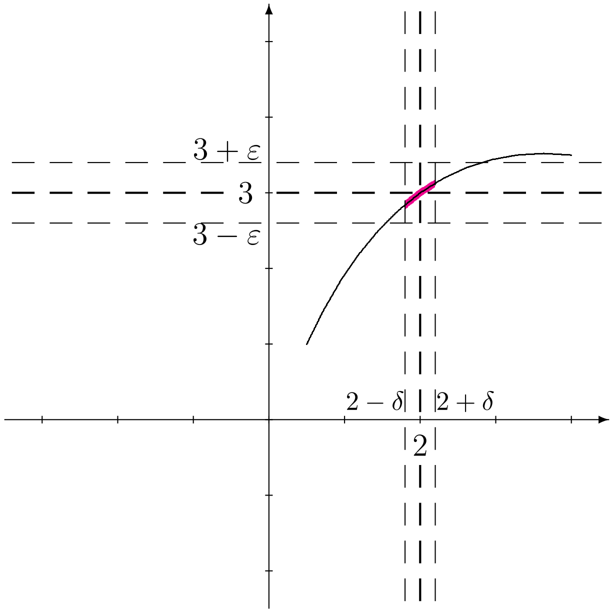
Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:

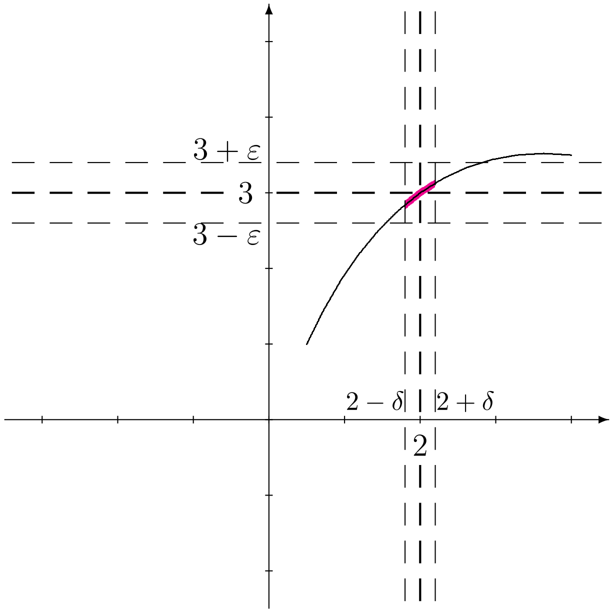


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:

$\forall \varepsilon > 0$

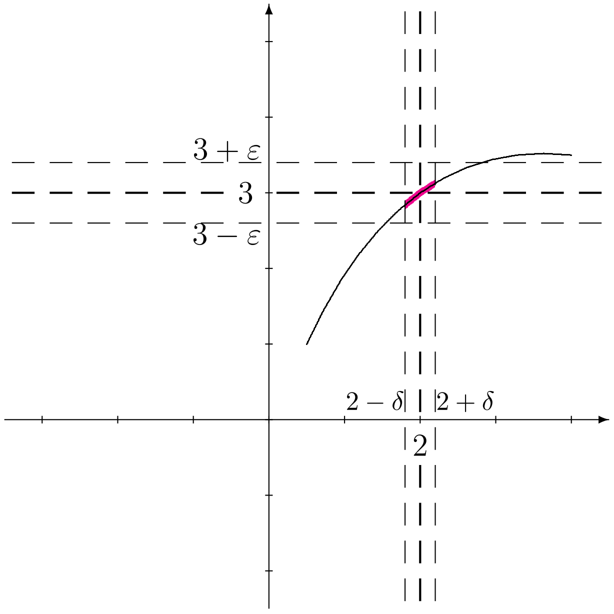


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0$

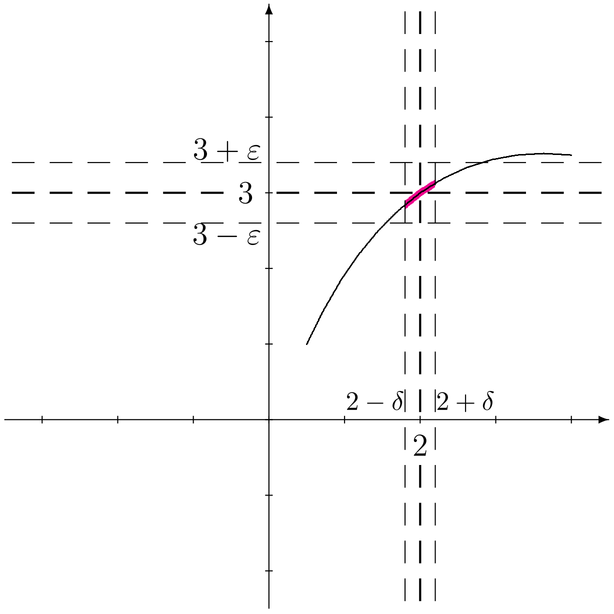


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3;$ **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4;$ **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1.$

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3:$

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x$

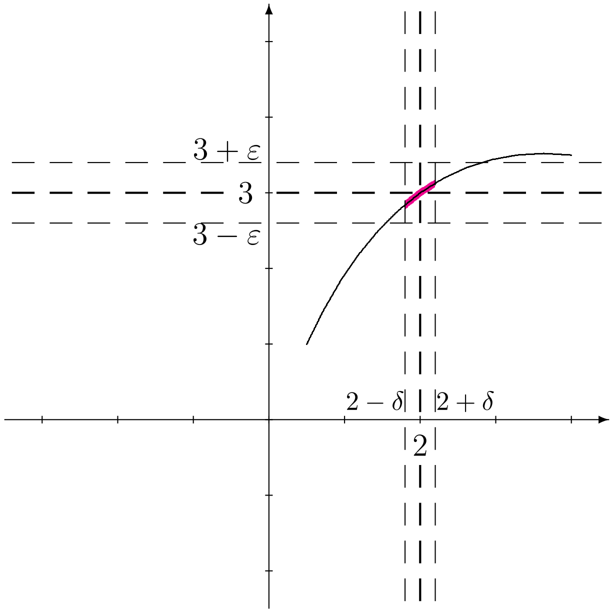


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \qquad\qquad \Rightarrow$

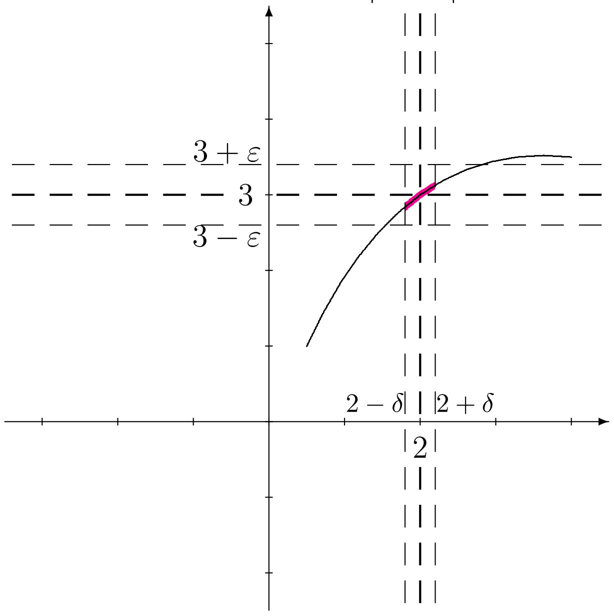


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \qquad |x-2| < \delta \quad \Rightarrow$

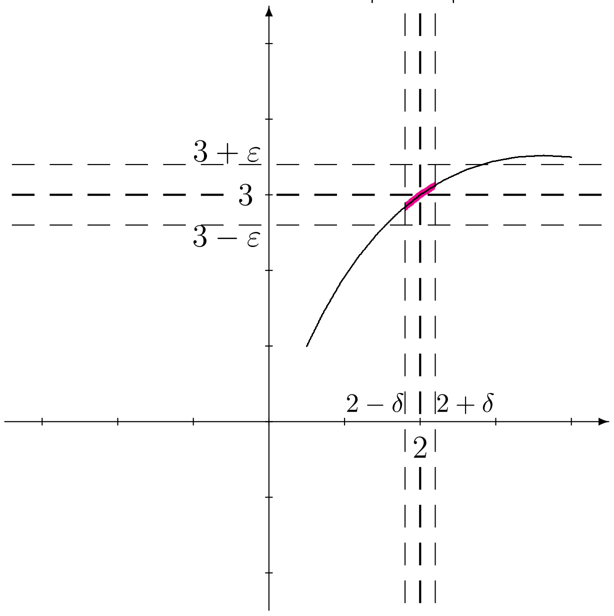


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x-2| < \delta \quad \Rightarrow$

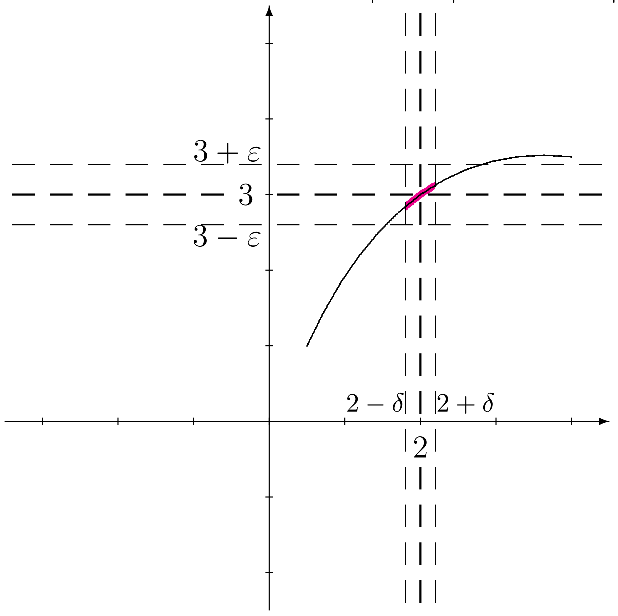


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$:

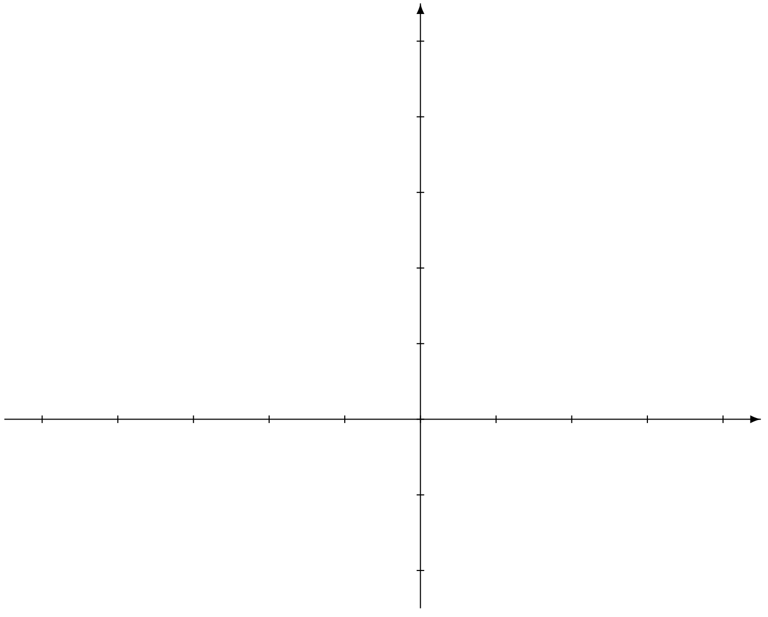
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x-2| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - 3| < \varepsilon.$$



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

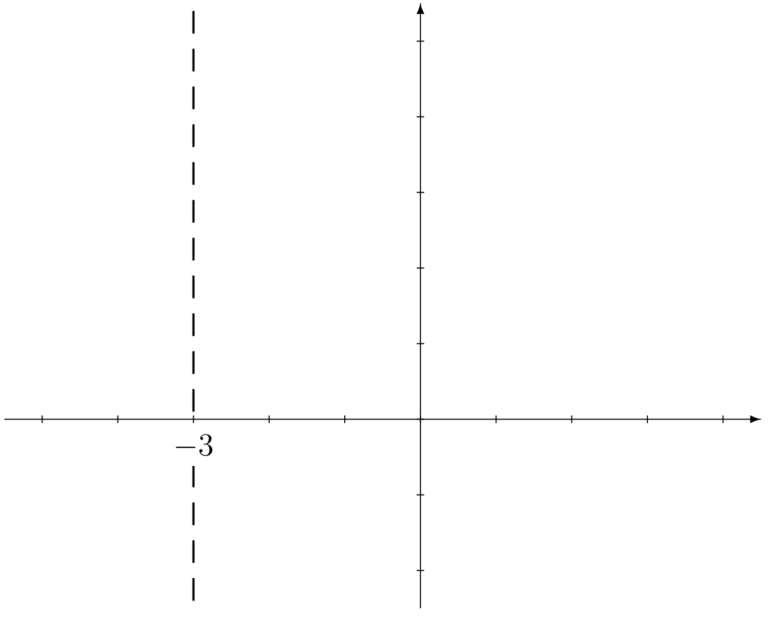
Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

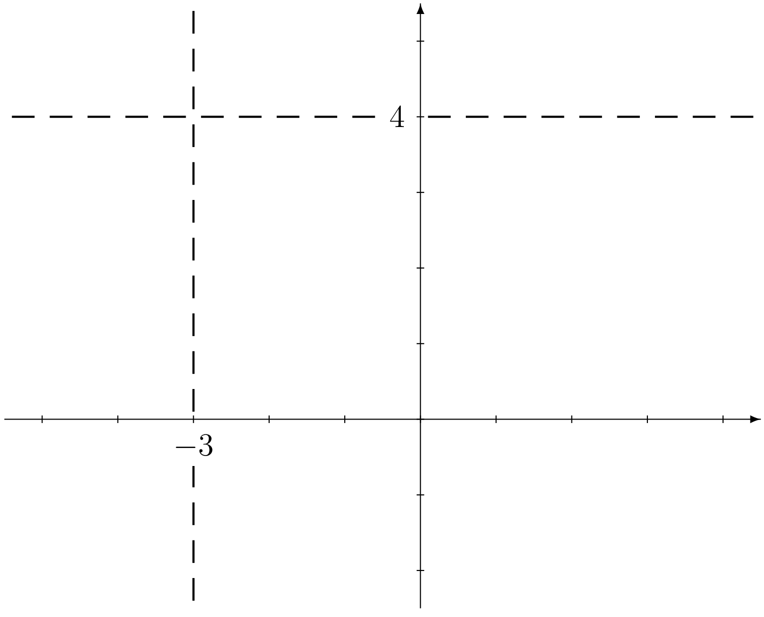
Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3;$ **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4;$ **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1.$

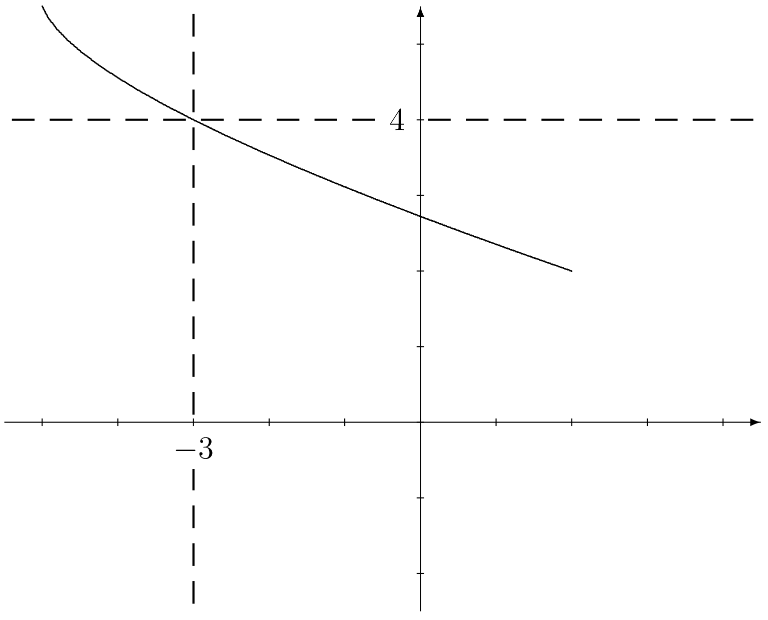
Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

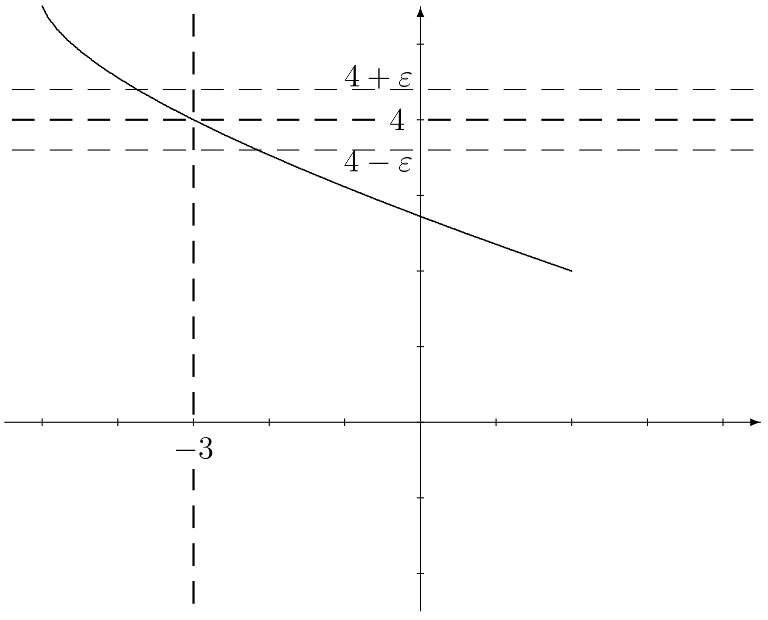
Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

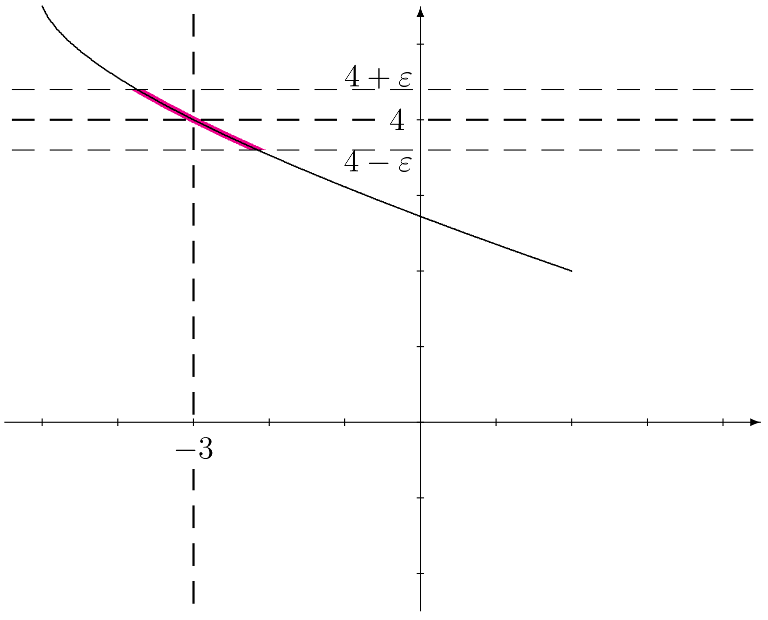
Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

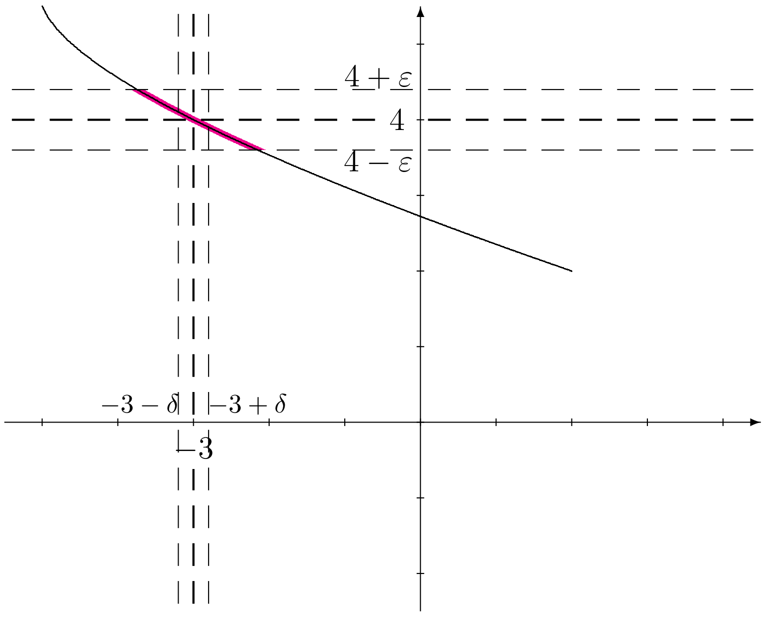
Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

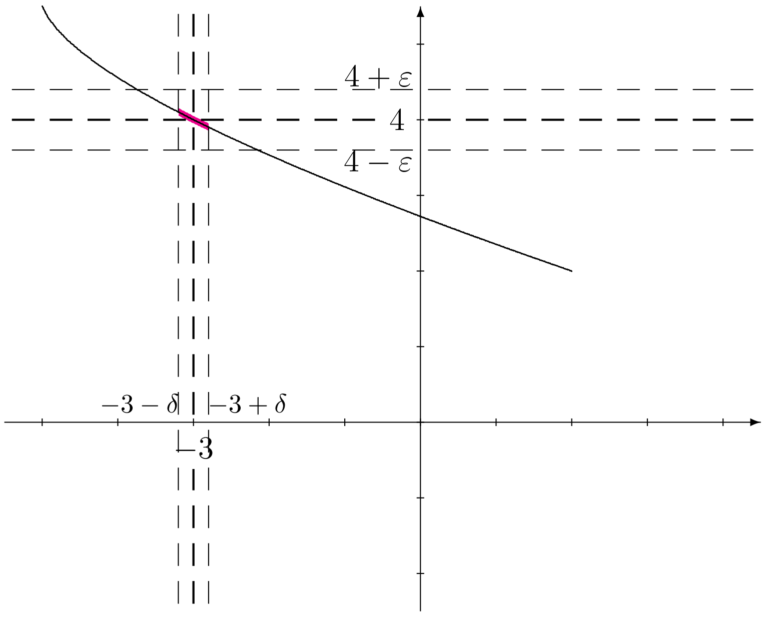
Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:

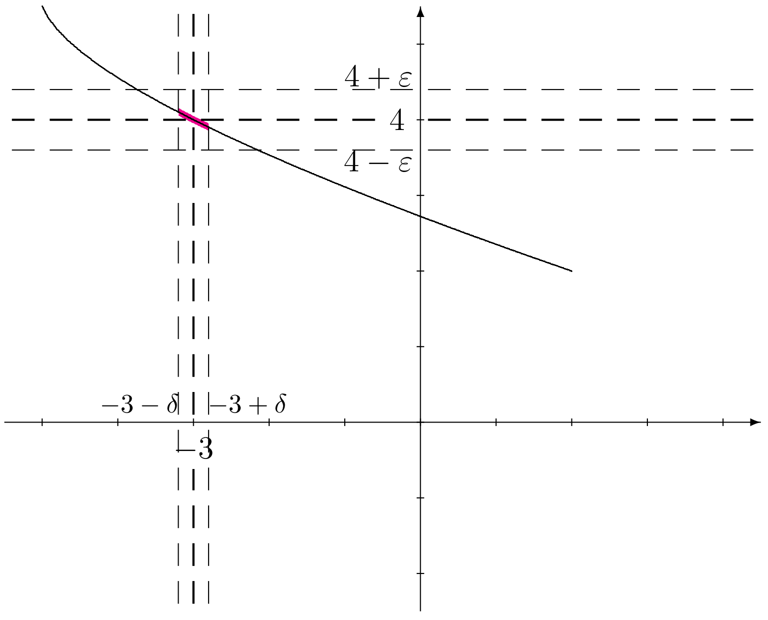


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:

$\forall \varepsilon > 0$

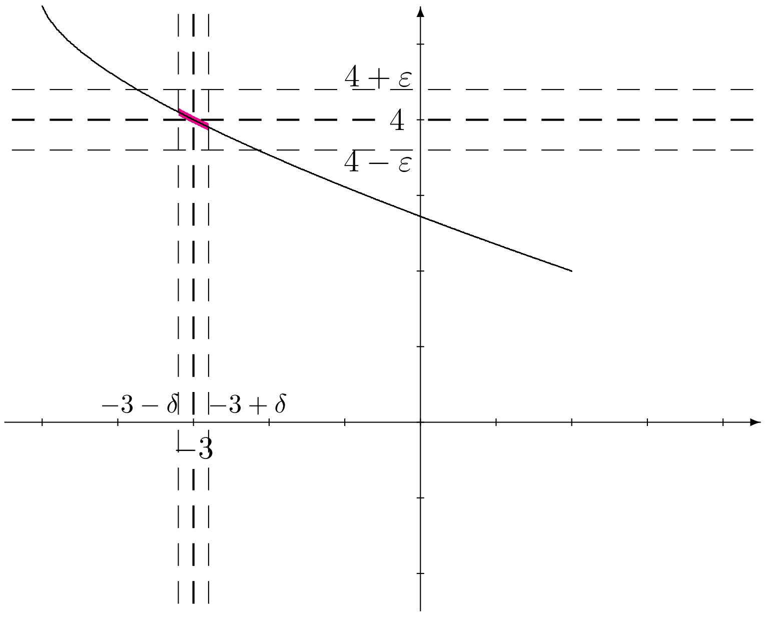


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0$

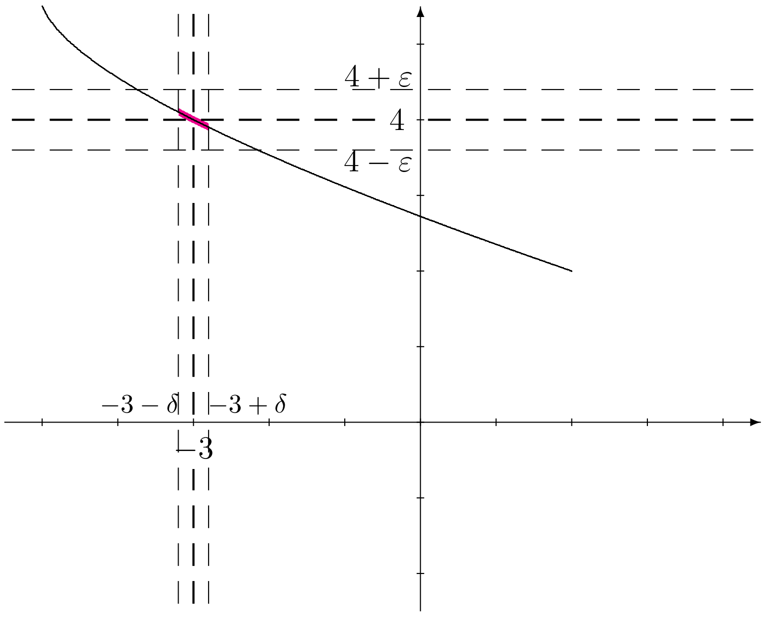


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall s$

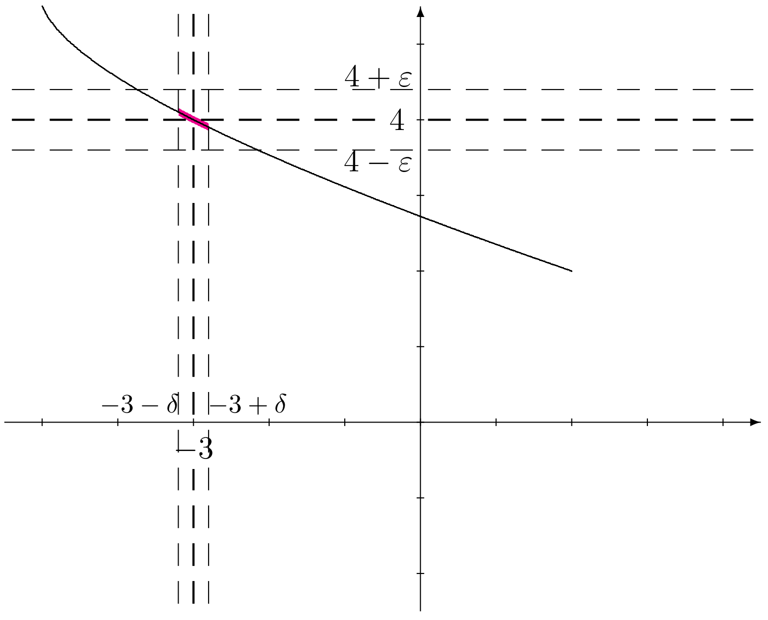


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall s \qquad\qquad \Rightarrow$

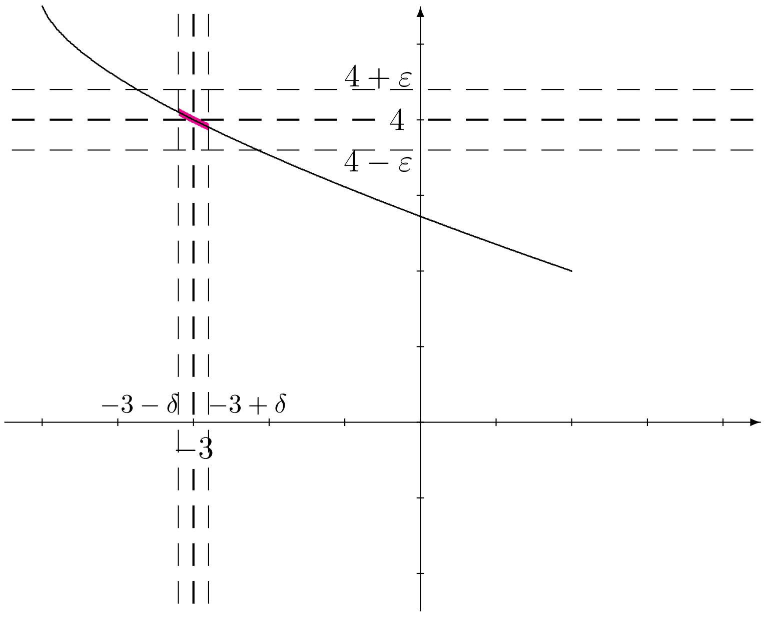


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall s \qquad |s+3| < \delta \quad \Rightarrow$

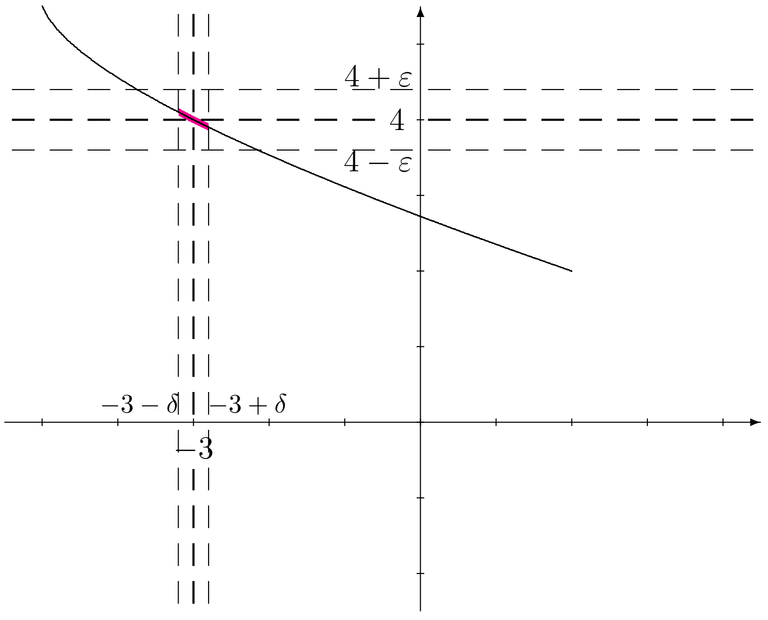


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall s \quad 0 < |s+3| < \delta \quad \Rightarrow$

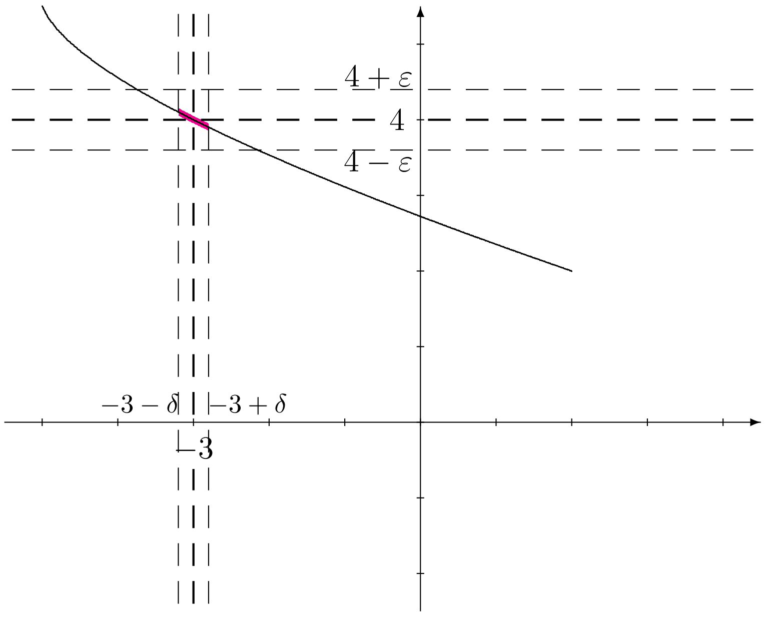


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. б) $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$:

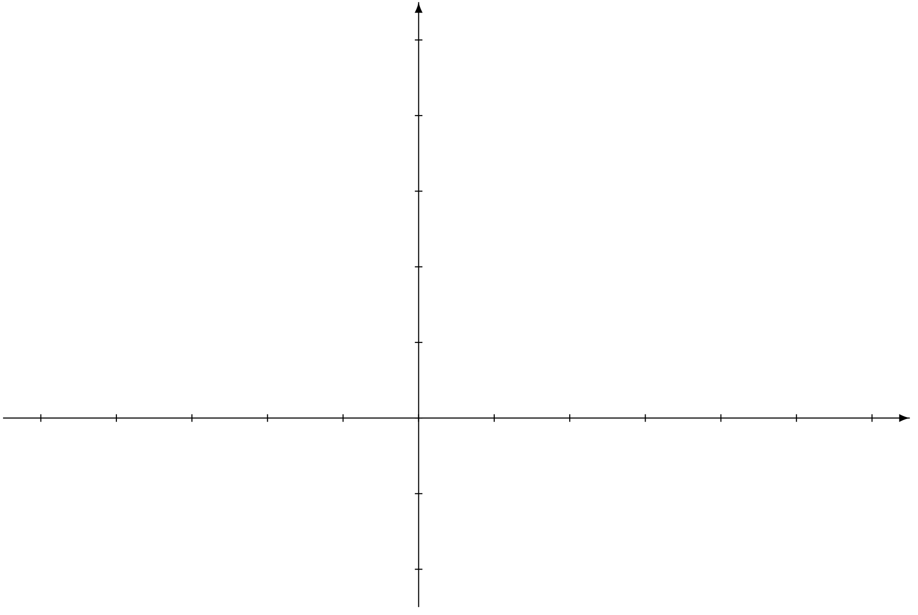
$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall s \quad 0 < |s+3| < \delta \quad \Rightarrow \quad |q(s) - 4| < \varepsilon.$$



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

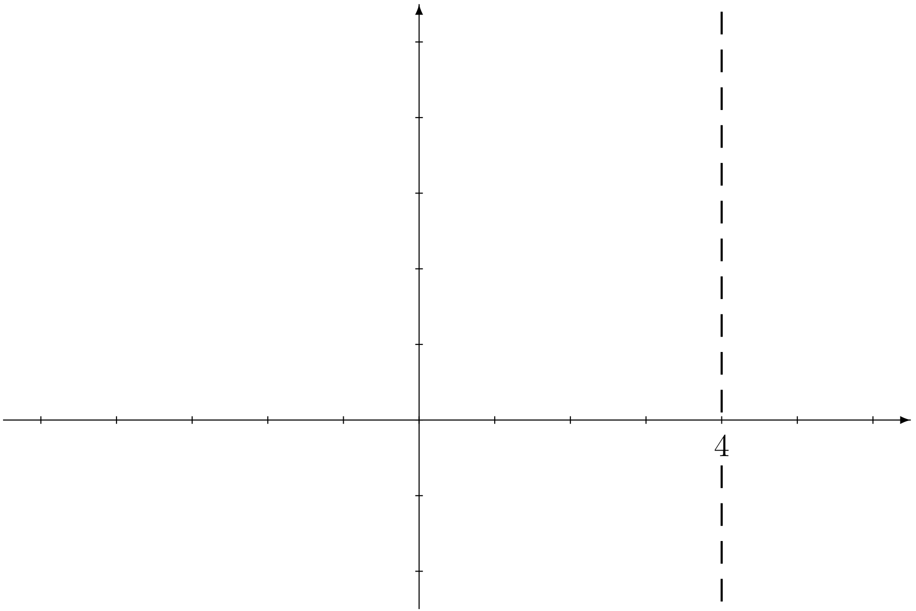
Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

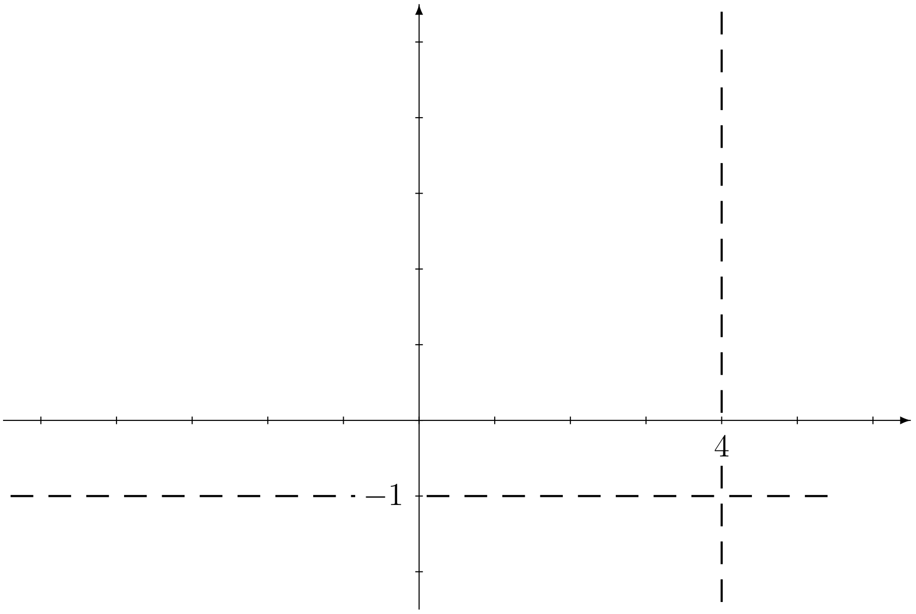
Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

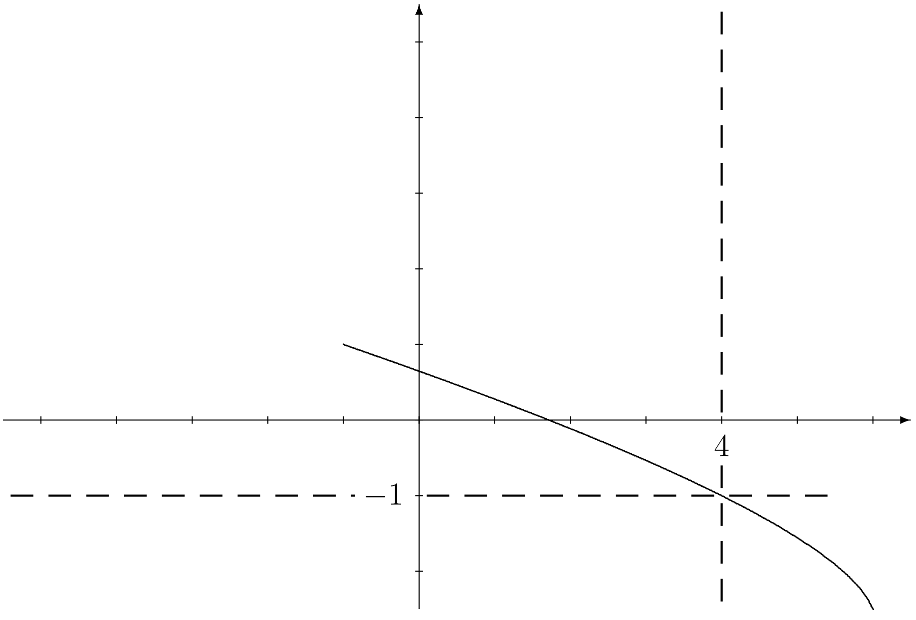
Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

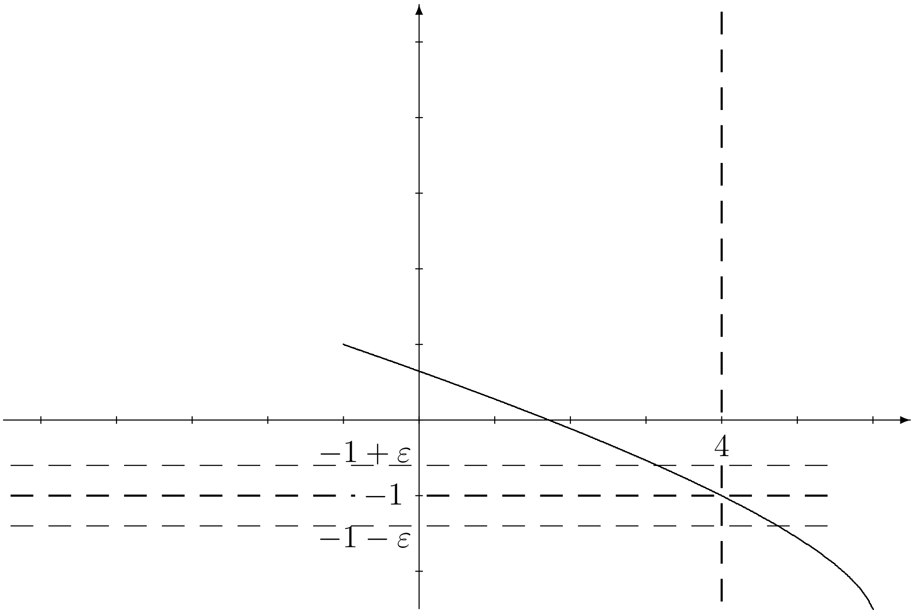
Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

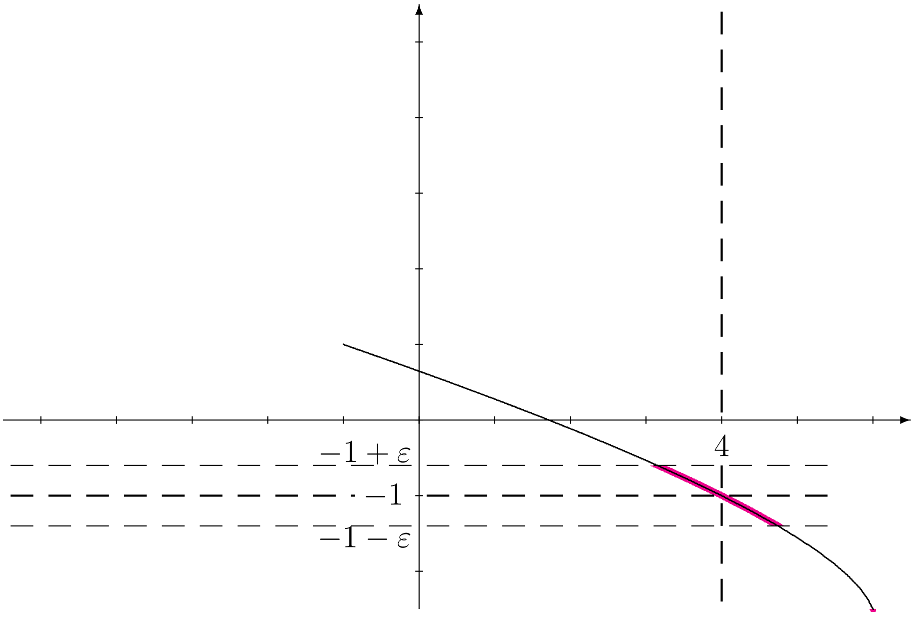
Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

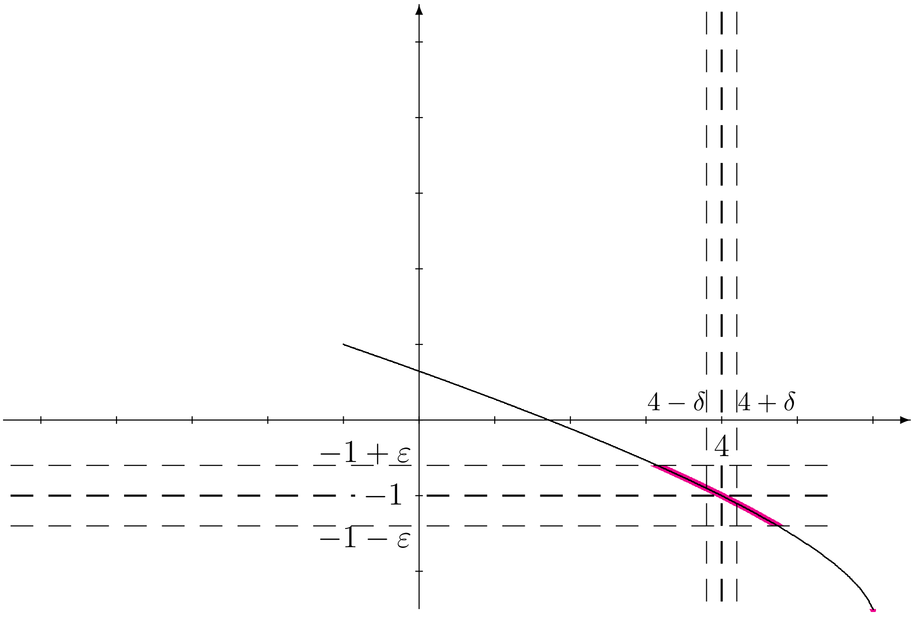
Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

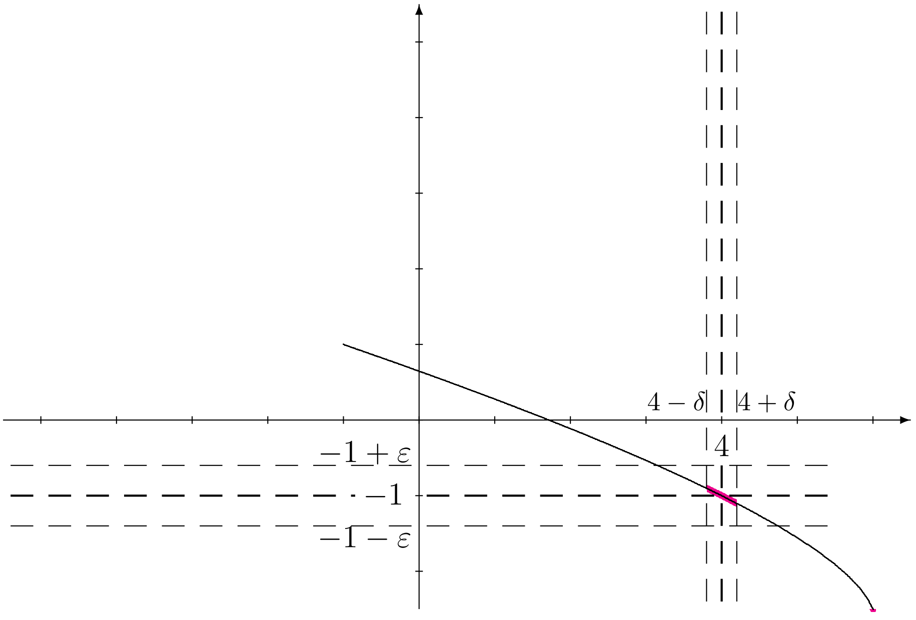
Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:



Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3;$ **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4;$ **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1.$

Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:

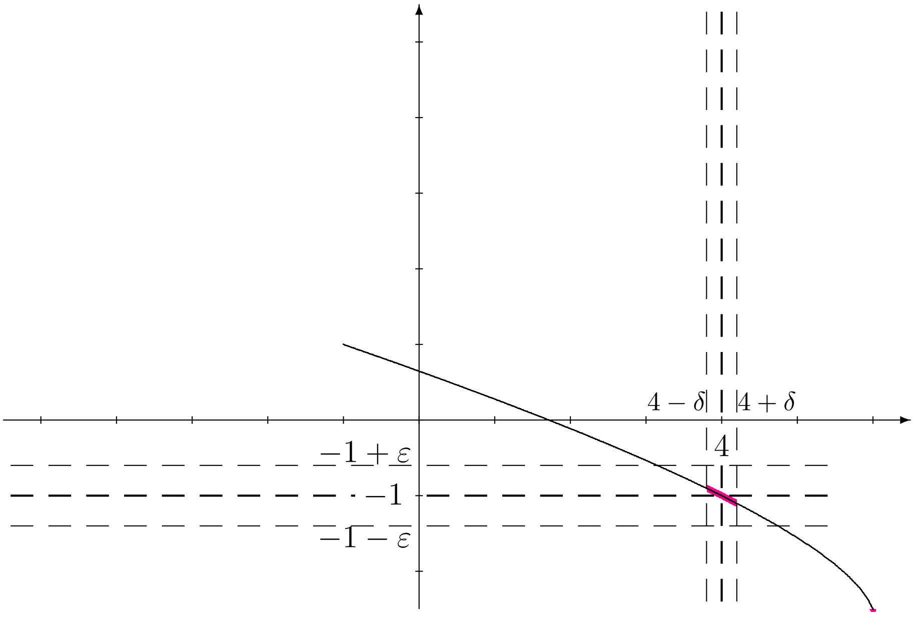


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:

$\forall \varepsilon > 0$

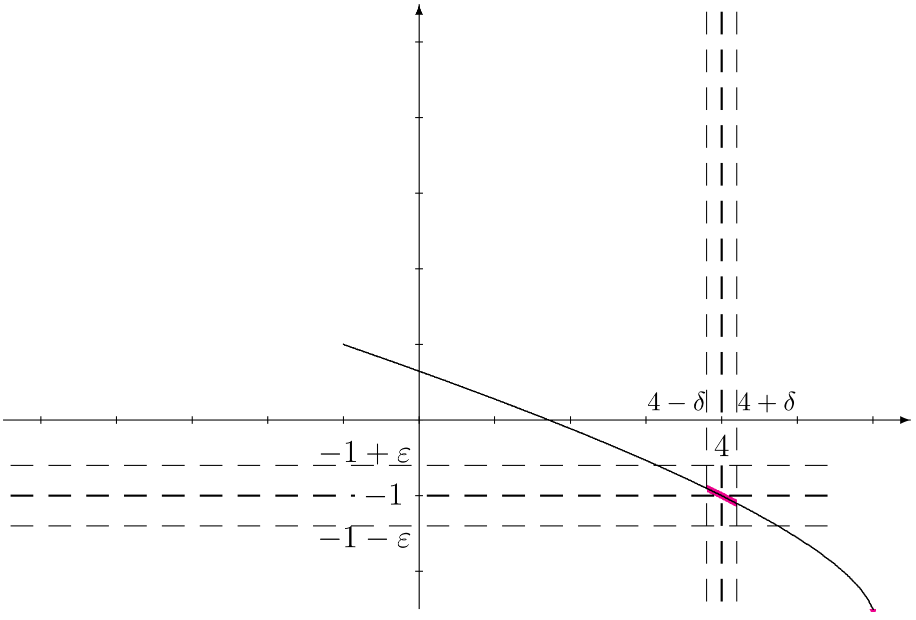


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0$

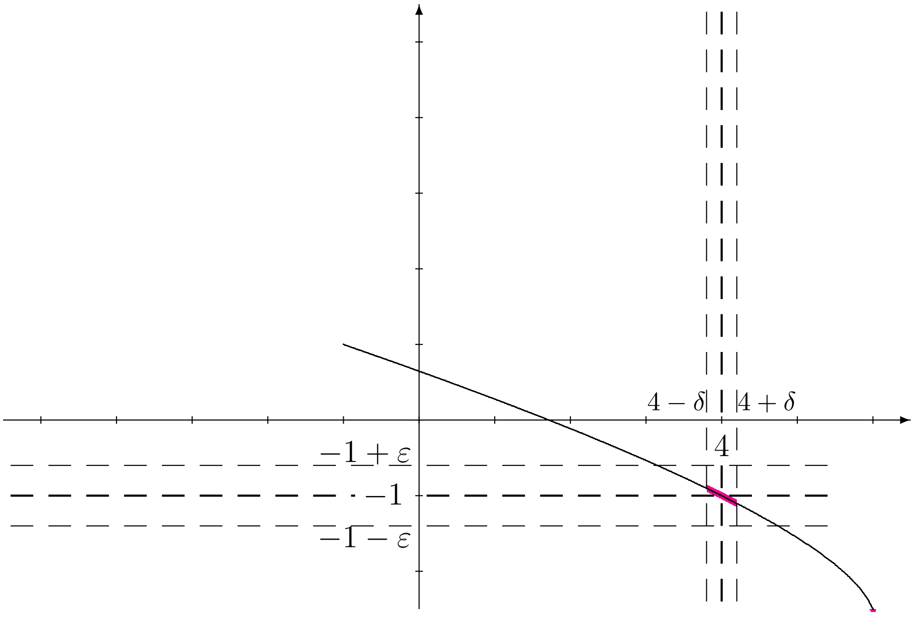


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall t$

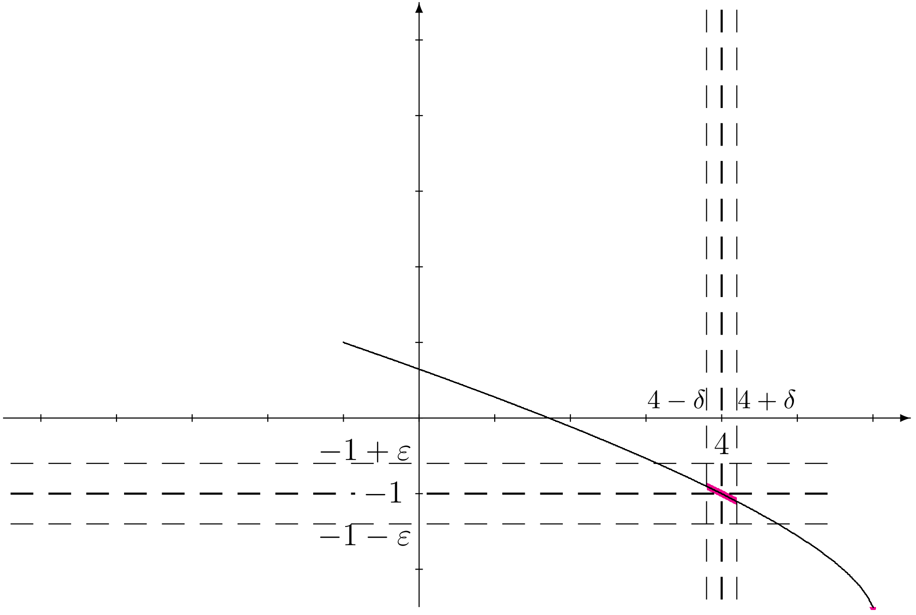


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall t \qquad\qquad\qquad\qquad \Rightarrow$

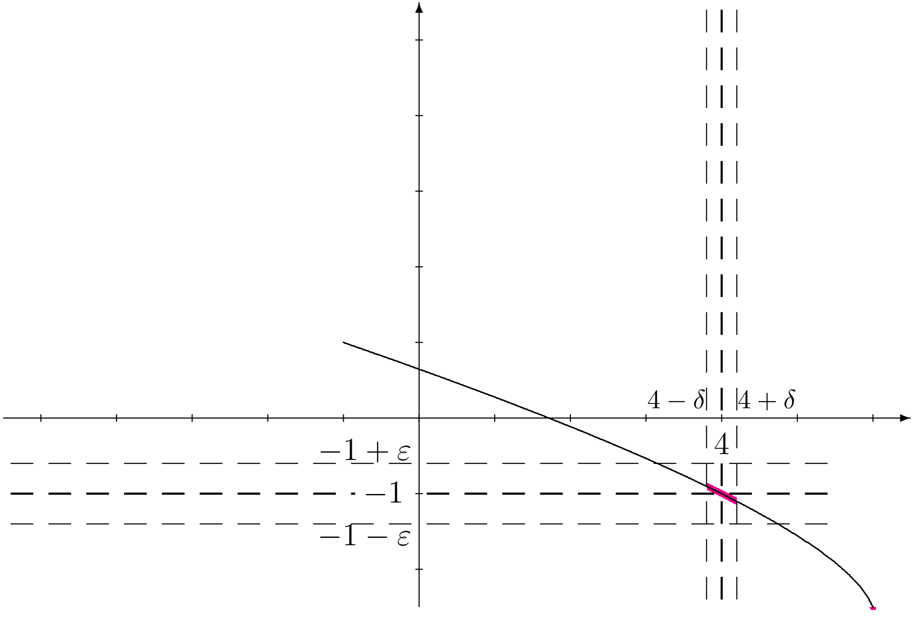


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall t \qquad |t-4| < \delta \quad \Rightarrow$

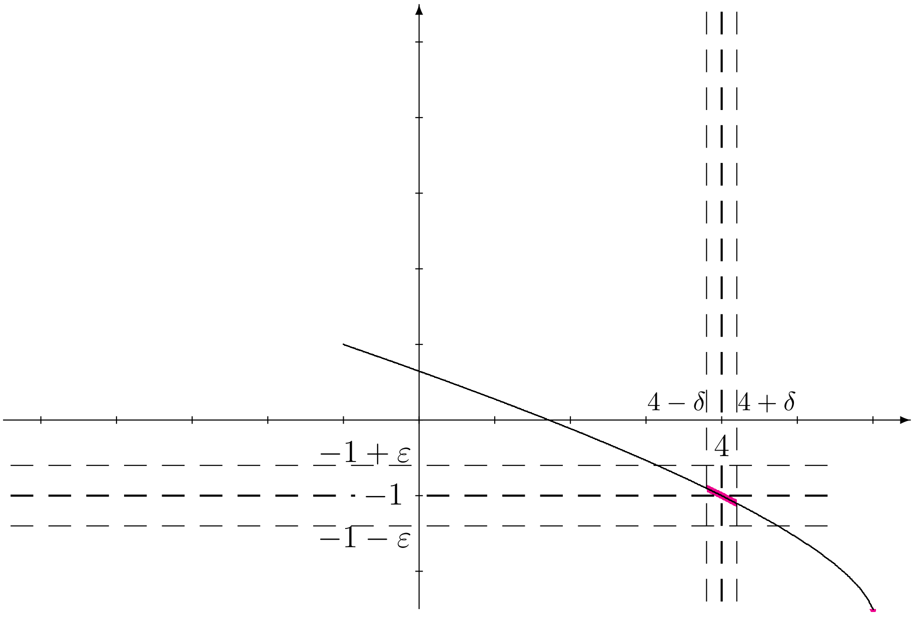


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall t \quad 0 < |t-4| < \delta \quad \Rightarrow$

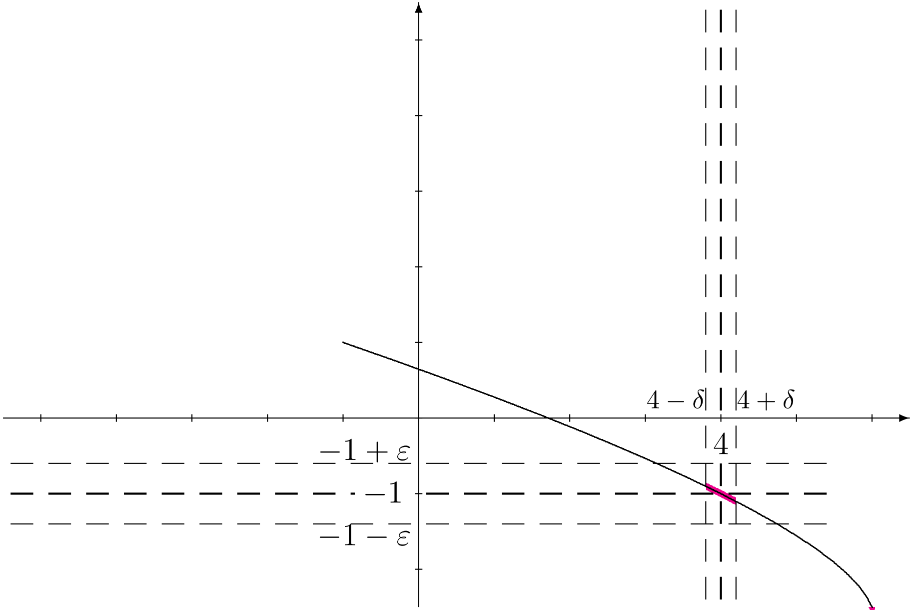


Задача 4. Запишите на **«языке ε-δ»** утверждения:

а) $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = 3$; **б)** $\lim\limits_{s\to -3} q(s) = 4$; **в)** $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$.

Ответ. в) $\lim\limits_{t\to 4} \alpha(t) = -1$:

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall t \quad 0 < |t-4| < \delta \quad \Rightarrow \quad |\alpha(t)+1| < \varepsilon.$



Решение задачи 5.

Задача 5. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = +\infty$.

Задача 5. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ.

Задача 5. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ. а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in X \quad 0 < |x - a| < \delta \quad \Rightarrow \quad f(x) < -\varepsilon$;

Задача 5. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ. б) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in X \quad 0 < |x - a| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x)| > \varepsilon$;

Задача 5. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ. в) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in X \quad x < -\delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - A| < \varepsilon$;

Задача 5. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ. г) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in X \quad x > \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - A| < \varepsilon$;

Задача 5. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ. д) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in X \quad |x| > \delta \quad \Rightarrow \quad f(x) > \varepsilon$.

Решение задачи 6.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\frac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n+1}+\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$

Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$
Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

$\frac{2}{5}$,

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$
Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

$\frac{2}{5}$, $\frac{2}{6}$,

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$

Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

$\frac{2}{5}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{2}{7}$,

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$
Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

$\frac{2}{5},\ \frac{2}{6},\ \frac{2}{7},\ \frac{2}{8},\ \ldots$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=0.$
Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

$\frac{2}{5},\ \frac{2}{6},\ \frac{2}{7},\ \frac{2}{8},\ \ldots$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5} =$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}=\infty$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. в) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right) =$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. в) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}n+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. в) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}n+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}=\infty$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-4)/n^2}{\left(n^2+n+1\right)/n^2}=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-4)/n^2}{\left(n^2+n+1\right)/n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{n}-\frac{4}{n^2}}{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-4)/n^2}{\left(n^2+n+1\right)/n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{n}-\frac{4}{n^2}}{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}=$

$$=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4}{n^2}}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}}=$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-4)/n^2}{\left(n^2+n+1\right)/n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{n}-\frac{4}{n^2}}{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}=$

$$=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4}{n^2}}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}}=\frac{0}{1}=$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-4)/n^2}{\left(n^2+n+1\right)/n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{n}-\frac{4}{n^2}}{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}=$

$$=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4}{n^2}}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}}=\frac{0}{1}=0.$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right) =$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n+1} + \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} =$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n/n}{(n+1)/n}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}/\sqrt{n}}{\sqrt{n}/\sqrt{n}}=$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n/n}{(n+1)/n}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}/\sqrt{n}}{\sqrt{n}/\sqrt{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{n}}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{n}}}{1}=$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n+1} + \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} =$

$$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n/n}{(n+1)/n} + \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+1}/\sqrt{n}}{\sqrt{n}/\sqrt{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{1+\frac{1}{n}} + \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{n}}}{1} =$$

$$= \frac{1}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}} + \sqrt{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}} =$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n/n}{(n+1)/n}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}/\sqrt{n}}{\sqrt{n}/\sqrt{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{n}}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{n}}}{1}=$$

$$=\frac{1}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}}=1+1=$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n/n}{(n+1)/n}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}/\sqrt{n}}{\sqrt{n}/\sqrt{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{n}}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{n}}}{1}=$$

$$=\frac{1}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}}=1+1=2.$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!} =$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \frac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n+1} + \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^n-1}{\mathbf{n}!} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^n}{n!} - \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n!} =$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2\cdot 2}^{n}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n}{n!} - \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n!} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot \ldots \cdot 2\cdot 2}^{n}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n} - 0 =$
$= 2\cdot \lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot \ldots \dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right) =$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$$=2\cdot\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)=$$

$$\leqslant\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)\leqslant$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$$=2\cdot\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)=$$

$$0\leqslant\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)\leqslant$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$$=2\cdot\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)=$$

$$0\leqslant\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)\leqslant\frac{2}{n},$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2\cdot 2}^{n}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n},$ причём

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2\cdot 2}^{n}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty} 0$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0$ $\quad\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0=0$ $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0=0=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)=$$

$$0\leqslant\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)\leqslant\frac{2}{n},\quad \text{причём } \lim\limits_{n\to\infty}0=0=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2}{n},$$

поэтому по **лемме о двух милиционерах**

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0=0=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,

поэтому по **лемме о двух милиционерах** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0=0=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,

поэтому по **леммe о двух милиционерах** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=0.$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$
$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=\mathbf{0}$,
$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0=0=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,
поэтому по **лемме о двух милиционерах** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=0$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $\leqslant \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n} \leqslant$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0 \leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n} \leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n > 9 \quad 2^n > n^3$.

База индукции:

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=\qquad\qquad=10^3$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024\qquad\qquad=10^3$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\frac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}+\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024\ \ 1000=10^3$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

$\forall m\quad (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad(\qquad m<n\qquad\qquad\qquad)$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0 \leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n} \leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10 \leqslant m<n \qquad)$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow \qquad\qquad\qquad)$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0 \leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n} \leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10 \leqslant m<n \quad \Rightarrow \quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1} \geqslant$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0 \leqslant \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n} \leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n > 9 \quad 2^n > n^3$.
База индукции: $2^{10} = 1024 > 1000 = 10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n > 10$ (для $n = 10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10 \leqslant m < n \quad \Rightarrow \quad 2^m > m^3)$.
Тогда $2^n = 2\cdot 2^{n-1} \geqslant 2\cdot(n-1)^3 = 2\cdot(n^3-1-3n(n-1)) =$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n} \leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n > 9 \quad 2^n > n^3$.

База индукции: $2^{10} = 1024>1000= 10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n > 10$ (для $n = 10$ уже все доказано) и

$\forall m \quad (10 \leqslant m < n \quad \Rightarrow \quad 2^m > m^3)$.

Тогда $2^n = 2\cdot 2^{n-1} \geqslant 2\cdot(n-1)^3 = 2\cdot(n^3-1-3n(n-1)) = n^3+(n^3-2(1+3n(n-1))$.

Осталось доказать, что $n^3 > 2\,(1+3n(n-1))$, т.е.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2$,

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2, \quad n\,(n^2-6n+6)>2,$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\left(1+3n(n-1)\right)$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\left(n^2-6n+6\right)>2,\quad n\left(n-3\right)^2>2+3n,$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2, \quad n\,(n^2-6n+6)>2, \quad n\,(n-3)^2>2+3n, \quad n\,(n-3)^2>$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2$, $\quad n\,(n^2-6n+6)>2$, $\quad n\,(n-3)^2>2+3n$, $\quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2, \quad n\,(n^2-6n+6)>2, \quad n\,(n-3)^2>2+3n, \quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11.$
$n\,(n-3)^2>$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $>3(n-3)+11.$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\left(1+3n(n-1)\right)$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\left(n^2-6n+6\right)>2,\quad n\left(n-3\right)^2>2+3n,\quad n\left(n-3\right)^2>3(n-3)+11$.
$n\left(n-3\right)^2>10\left(n-3\right)^2>$ $\qquad\qquad\qquad\qquad >3(n-3)+11$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n} \leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2$, $\quad n\,(n^2-6n+6)>2$, $\quad n\,(n-3)^2>2+3n$, $\quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11$.
$n\,(n-3)^2>10\,(n-3)^2> \qquad\qquad >3(n-3)+11$.
$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\,(n^2-6n+6)>2,\quad n\,(n-3)^2>2+3n,\quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11$.
$n\,(n-3)^2>10\,(n-3)^2>\qquad\qquad>3(n-3)+11$.
$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\left(1+3n(n-1)\right)$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\left(n^2-6n+6\right)>2,\quad n\left(n-3\right)^2>2+3n,\quad n\left(n-3\right)^2>3(n-3)+11.$
$n\left(n-3\right)^2>10\left(n-3\right)^2>\qquad\qquad >3(n-3)+11.$
$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.
Поэтому при $n>5$ выполняется неравенство $(n-3)^2>(n-3)+2$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\left(1+3n(n-1)\right)$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\left(n^2-6n+6\right)>2,\quad n\left(n-3\right)^2>2+3n,\quad n\left(n-3\right)^2>3(n-3)+11$.
$n\left(n-3\right)^2>10\left(n-3\right)^2>10\left((n-3)+2\right)>3(n-3)+11$.
$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.
Поэтому при $n>5$ выполняется неравенство $(n-3)^2>(n-3)+2$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0 \leqslant \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n} \leqslant \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{n^3} =$

Докажем индукцией по n, что $\forall n > 9 \quad 2^n > n^3$.

База индукции: $2^{10} = 1024 > 1000 = 10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n > 10$ (для $n = 10$ уже все доказано) и

$\forall m \quad (10 \leqslant m < n \quad \Rightarrow \quad 2^m > m^3)$.

Тогда $2^n = 2\cdot 2^{n-1} \geqslant 2\cdot(n-1)^3 = 2\cdot(n^3-1-3n(n-1)) = n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.

Осталось доказать, что $n^3 > 2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3 > 2+6n^2-6$.

$n^3-6n^2+6n > 2, \quad n\,(n^2-6n+6) > 2, \quad n\,(n-3)^2 > 2+3n, \quad n\,(n-3)^2 > 3(n-3)+11$.

$n\,(n-3)^2 > 10\,(n-3)^2 > 10\,((n-3)+2) > 3(n-3)+11$.

$k^2-k-2 = (k+1)(k-2)$. Значит, если $k > 2$, то $k^2-k-2 > 0$.

Поэтому при $n > 5$ выполняется неравенство $(n-3)^2 > (n-3)+2$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{n^3}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad(10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\,(n^2-6n+6)>2,\quad n\,(n-3)^2>2+3n,\quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11$.
$n\,(n-3)^2>10\,(n-3)^2>10\,((n-3)+2)>3(n-3)+11$.
$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.
Поэтому при $n>5$ выполняется неравенство $(n-3)^2>(n-3)+2$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{n^3}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad(10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\,(n^2-6n+6)>2,\quad n\,(n-3)^2>2+3n,\quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11.$
$n\,(n-3)^2>10\,(n-3)^2>10\,((n-3)+2)>3(n-3)+11.$
$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.
Поэтому при $n>5$ выполняется неравенство $(n-3)^2>(n-3)+2$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{n^3}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0$. Значит, $\boxed{\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}=0.}$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.

Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.

Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.

$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\,(n^2-6n+6)>2,\quad n\,(n-3)^2>2+3n,\quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11.$

$n\,(n-3)^2>10\,(n-3)^2>10\,((n-3)+2)>3(n-3)+11.$

$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.

Поэтому при $n>5$ выполняется неравенство $(n-3)^2>(n-3)+2$.

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4}=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\frac{1}{n}\sqrt{n+5}-\frac{1}{n^4}}=$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\frac{1}{n}\sqrt{n+5}-\frac{1}{n^4}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\frac{1}{n^4}}=$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\frac{1}{n}\sqrt{n+5}-\frac{1}{n^4}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\frac{1}{n^4}}=\frac{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}}=$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\frac{1}{n}\sqrt{n+5}-\frac{1}{n^4}}=$

$$=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\frac{1}{n^4}}=\dfrac{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}}=\dfrac{1}{\sqrt{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5}{n^2}}}=$$

Задача 6. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n - 1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\frac{1}{n}\sqrt{n+5}-\frac{1}{n^4}} =$

$$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\frac{1}{n^4}} = \frac{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}} = \frac{1}{\sqrt{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5}{n^2}}} = \infty.$$

Решение задачи 7.

Задача 7. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 8x + 12}{x^4 + 9x^3 + 13x^2 + 8x + 4} = \ldots$

Задача 7. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 8x + 12}{x^4 + 9x^3 + 13x^2 + 8x + 4} = \ldots$

Ответ.

Задача 7. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{2x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{2x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} =$

Задача 7. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{2x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \lim\limits_{x\to-2} \dfrac{(x+2)\left(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\right)}{(x+2)\left(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\right)} =$

Задача 7. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{2x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \lim\limits_{x\to-2} \dfrac{(x+2)\left(x^3+x^2+x+6\right)}{(x+2)\left(2x^3+5x^2+3x+2\right)} =$

Задача 7. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{2x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \lim\limits_{x\to-2} \dfrac{(x+2)\left(x^3+x^2+x+6\right)}{(x+2)\left(2x^3+5x^2+3x+2\right)} =$

$= \lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^3+x^2+x+6}{2x^3+5x^2+3x+2} =$

Задача 7. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{2x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \lim\limits_{x\to-2} \dfrac{(x+2)\left(x^3+x^2+x+6\right)}{(x+2)\left(2x^3+5x^2+3x+2\right)} =$

$= \lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^3+x^2+x+6}{2x^3+5x^2+3x+2} = \lim\limits_{x\to-2} \dfrac{(x+2)\left(\qquad\qquad\right)}{(x+2)\left(\qquad\qquad\right)} =$

Задача 7. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{2x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{(x+2)\left(x^3+x^2+x+6\right)}{(x+2)\left(2x^3+5x^2+3x+2\right)} =$

$= \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^3+x^2+x+6}{2x^3+5x^2+3x+2} = \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{(x+2)\left(x^2-x+3\right)}{(x+2)\left(2x^2+x+1\right)} =$

Задача 7. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{2x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \lim\limits_{x\to-2} \dfrac{(x+2)\left(x^3+x^2+x+6\right)}{(x+2)\left(2x^3+5x^2+3x+2\right)} =$

$= \lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^3+x^2+x+6}{2x^3+5x^2+3x+2} = \lim\limits_{x\to-2} \dfrac{(x+2)\left(x^2-x+3\right)}{(x+2)\left(2x^2+x+1\right)} = \dfrac{9}{7}.$

Решение задачи 8.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.
Сократим на $(x+2)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-2$ не рассматривается.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to -2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=\lim_{x\to -2}\frac{x^4-1}{x^4+1}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.
Сократим на $(x+2)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-2$ не рассматривается.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=\lim_{x\to-2}\frac{x^4-1}{x^4+1}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.
Сократим на $(x+2)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-2$ не рассматривается.
Полученная функция **является элементарной** и значение $x=-2$ входит в её область определения.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=\lim_{x\to-2}\frac{x^4-1}{x^4+1}=\frac{(-2)^4-1}{(-2)^4+1}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.
Сократим на $(x+2)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-2$ не рассматривается.
Полученная функция **является элементарной** и значение $x=-2$ входит в её область определения.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=\lim_{x\to-2}\frac{x^4-1}{x^4+1}=\frac{(-2)^4-1}{(-2)^4+1}=\frac{15}{17}.$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.
Сократим на $(x+2)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-2$ не рассматривается.
Полученная функция **является элементарной** и значение $x=-2$ входит в её область определения.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)\left(x^2-1\right)}{(x+3)\left(x^3-1\right)}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)\left(x^2-1\right)}{(x+3)\left(x^3-1\right)}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$.
Сократим на $(x+3)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-3$ не рассматривается.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)\left(x^2-1\right)}{(x+3)\left(x^3-1\right)}=\lim_{x\to-3}\frac{x^2-1}{x^3-1}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$. Сократим на $(x+3)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-3$ не рассматривается.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)\left(x^2-1\right)}{(x+3)\left(x^3-1\right)}=\lim_{x\to-3}\frac{x^2-1}{x^3-1}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$.
Сократим на $(x+3)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-3$ не рассматривается.
У полученной **элементарной функции** значение $x=-3$ входит в область определения.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)\left(x^2-1\right)}{(x+3)\left(x^3-1\right)}=\lim_{x\to-3}\frac{x^2-1}{x^3-1}=\frac{4}{13}.$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$.
Сократим на $(x+3)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-3$ не рассматривается.
У полученной **элементарной функции** значение $x=-3$ входит в область определения.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1}{x^3+x^2+x+1}=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;

е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1}{x^3+x^2+x+1}=$$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1}{x^3+x^2+x+1}=$$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^4+x^3-x-1\right)}{(x+1)\left(x^2+1\right)}=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1}{x^3+x^2+x+1}=$$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^4+x^3-x-1\right)}{(x+1)\left(x^2+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^4+x^3-x-1}{x^2+1}=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1}{x^3+x^2+x+1}=$$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^4+x^3-x-1\right)}{(x+1)\left(x^2+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^4+x^3-x-1}{x^2+1}=0.$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2} \frac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2} =$

$$= \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 3} \frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)} = \lim_{x\to 3} \frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4} =$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3} = \lim_{x\to 3}(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right) =$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Упростим знаменатель.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4}=$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to3}(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.
Теперь 3 входит в область определения полученной **элементарной функции**. Можно воспользоваться ее непрерывностью.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4}=$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to3}(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)=24.$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.
Теперь 3 входит в область определения полученной **элементарной функции**. Можно воспользоваться ее непрерывностью.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2+x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x^2+x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Сократим на $(x-2)$, пользуясь тем, что при вычислении предела значение $x=2$ не рассматривается.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)(x^2+x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=$$

$$=\lim_{x\to2}(x^2+x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Сократим на $(x-2)$, пользуясь тем, что при вычислении предела значение $x=2$ не рассматривается.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2+x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=$$

$$=\lim_{x\to 2}(x^2+x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)=8.$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Сократим на $(x-2)$, пользуясь тем, что при вычислении предела значение $x=2$ не рассматривается.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}} =$

$$= \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)} = \lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)} =$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=\lim_{x\to4}\frac{-2(x-4)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(x-4)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=\lim_{x\to4}\frac{-2(x-4)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(x-4)}=\lim_{x\to4}\frac{-2\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=\lim_{x\to 4}\frac{-2(x-4)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(x-4)}=\lim_{x\to 4}\frac{-2\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.
Полученная функция является **элементарной**, и число 4 входит в область её определения.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;

е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=\lim_{x\to4}\frac{-2(x-4)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(x-4)}=\lim_{x\to4}\frac{-2\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=$$

$$=\frac{-2\cdot(3+3)}{(3+3)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Полученная функция является **элементарной**, и число 4 входит в область её определения.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=\lim_{x\to4}\frac{-2(x-4)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(x-4)}=\lim_{x\to4}\frac{-2\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=$$

$$=\frac{-2\cdot(3+3)}{(3+3)}=-2.$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.
Полученная функция является **элементарной**, и число 4 входит в область её определения.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x .

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^3+5x^2-1\right)/x^3}{\left(4-x^3\right)/x^3}=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^3+5x^2-1\right)/x^3}{\left(4-x^3\right)/x^3}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5x^2}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{4}{x^3}-1}=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^3+5x^2-1\right)/x^3}{\left(4-x^3\right)/x^3}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5x^2}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{4}{x^3}-1}=\frac{1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4}{x^3}-1}=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^3+5x^2-1\right)/x^3}{\left(4-x^3\right)/x^3}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5x^2}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{4}{x^3}-1}=\frac{1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4}{x^3}-1}=\frac{1}{-1}=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^3+5x^2-1\right)/x^3}{\left(4-x^3\right)/x^3}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5x^2}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{4}{x^3}-1}=\frac{1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4}{x^3}-1}=\frac{1}{-1}=-1.$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x .

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\frac{x^4-x+1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\frac{x^4-x+1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\frac{x^4-x+1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^4}}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x}}=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;

е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\frac{x^4-x+1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^4}}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x}}=\frac{1}{-1}=$$

Предельная точка — это бесконечность.

Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 8. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\frac{x^4-x+1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^4}}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x}}=\frac{1}{-1}=-1.$$

Предельная точка — это бесконечность.

Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Решение задачи 9.

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ.

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ.

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x\cos x}{x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x\cos x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}2\cos x=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x\cos x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}2\cos x=1\cdot 2=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x\cos x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}2\cos x=1\cdot 2=2.$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x\cos x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}2\cos x=1\cdot 2=2.$

Можно иначе:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x\cos x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}2\cos x=1\cdot 2=2.$

Можно иначе:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}2\cdot\dfrac{\sin 2x}{2x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x\cos x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}2\cos x=1\cdot 2=2.$

Можно иначе:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}=\lim_{x\to 0}2\cdot\frac{\sin 2x}{2x}=\left|\begin{array}{l}2x=y\\ y\to\end{array}\right|=$$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$;
2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x\cos x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}2\cos x=1\cdot 2=2.$

Можно иначе:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}=\lim_{x\to 0}2\cdot\frac{\sin 2x}{2x}=\left|\begin{matrix}2x=y\\ y\to 0\end{matrix}\right|=$$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$;
2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x\cos x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}2\cos x=1\cdot 2=2.$

Можно иначе:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}=\lim_{x\to 0}2\cdot\frac{\sin 2x}{2x}=\left|\begin{array}{l}2x=y\\ y\to 0\end{array}\right|=2\lim_{y\to 0}\frac{\sin y}{y}=$$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x\cos x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}2\cos x=1\cdot 2=2.$

Можно иначе:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}=\lim_{x\to 0}2\cdot\frac{\sin 2x}{2x}=\left|\begin{array}{l}2x=y\\ y\to 0\end{array}\right|=2\lim_{y\to 0}\frac{\sin y}{y}=2.$$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$; **3)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos 3x - \cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x \to \frac{3\pi}{2}} \dfrac{\cos 3x}{\sin x + 1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x} =$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{array}{l} t= \\ \end{array}\right|=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left| t=\frac{\pi}{2}-x \right| =$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{array}{l} t=\frac{\pi}{2}-x \\ x= \end{array}\right|=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{matrix} t=\frac{\pi}{2}-x \\ x=\frac{\pi}{2}-t \end{matrix}\right|=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{array}{l} t=\frac{\pi}{2}-x \\ x=\frac{\pi}{2}-t \quad t\to \end{array}\right|=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

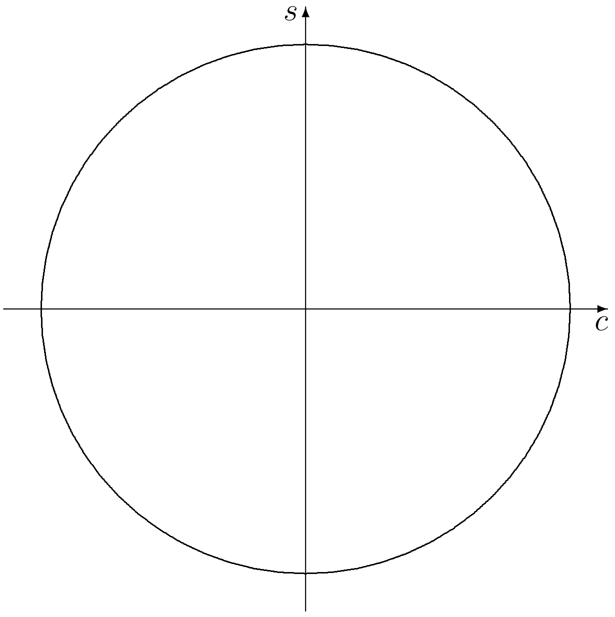
Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{matrix} t=\frac{\pi}{2}-x & \\ x=\frac{\pi}{2}-t & t\to 0\end{matrix}\right|=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{matrix} t=\frac{\pi}{2}-x & \\ x=\frac{\pi}{2}-t & t\to 0\end{matrix}\right|=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}{t}=$

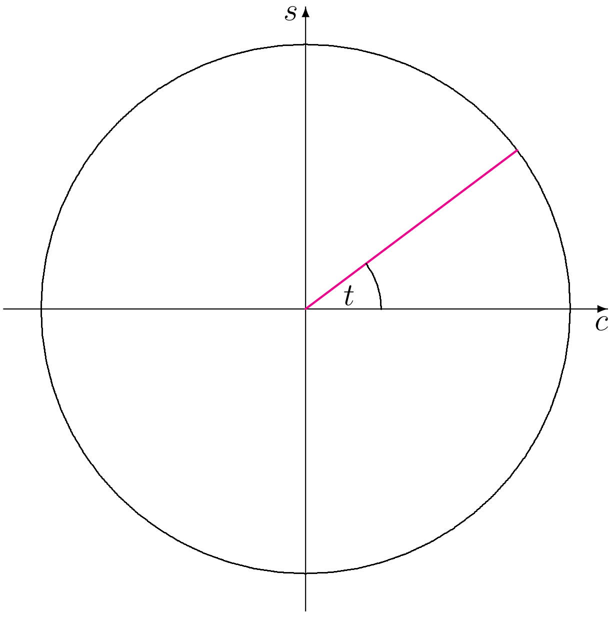
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{array}{ll} t=\frac{\pi}{2}-x & \\ x=\frac{\pi}{2}-t & t\to 0\end{array}\right|=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}{t}=$



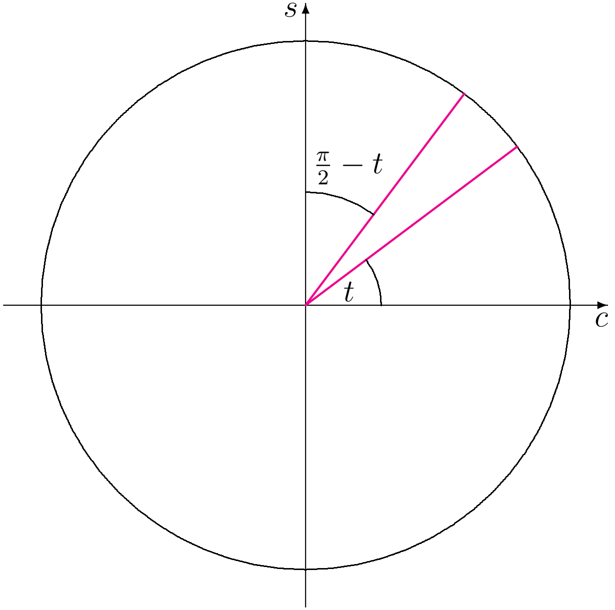
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{matrix} t=\frac{\pi}{2}-x & \\ x=\frac{\pi}{2}-t & t\to 0\end{matrix}\right|=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}{t}=$



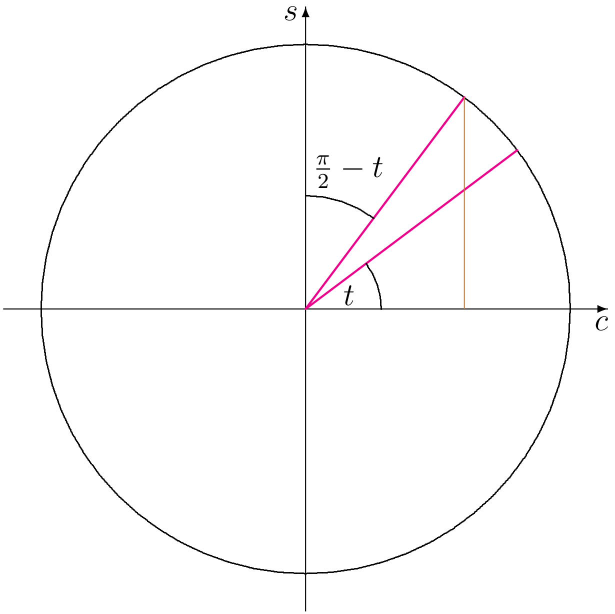
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{matrix} t=\frac{\pi}{2}-x & \\ x=\frac{\pi}{2}-t & t\to 0\end{matrix}\right|=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}{t}=$



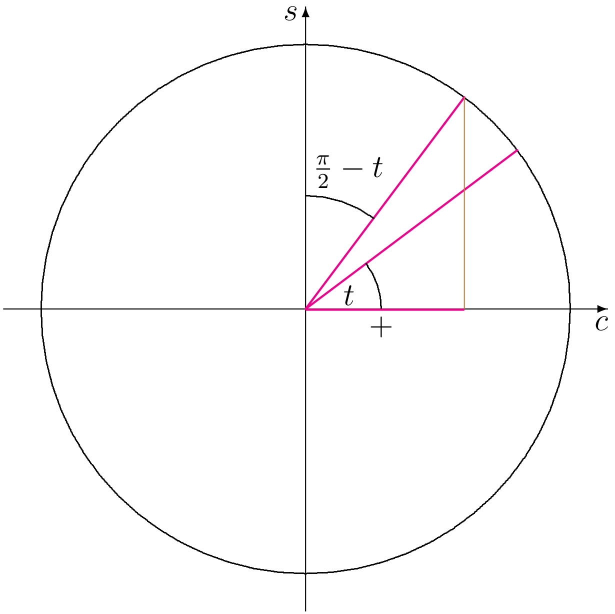
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{array}{ll} t=\frac{\pi}{2}-x & \\ x=\frac{\pi}{2}-t & t\to 0\end{array}\right|=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}{t}=$



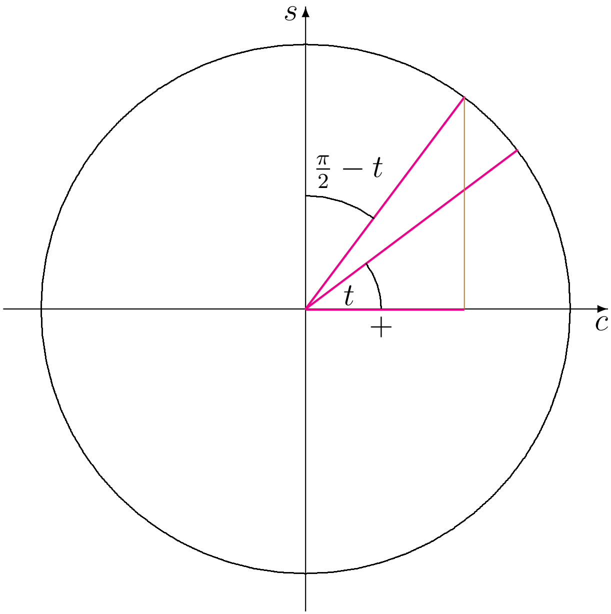
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{matrix} t=\frac{\pi}{2}-x & \\ x=\frac{\pi}{2}-t & t\to 0\end{matrix}\right|=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}{t}=$



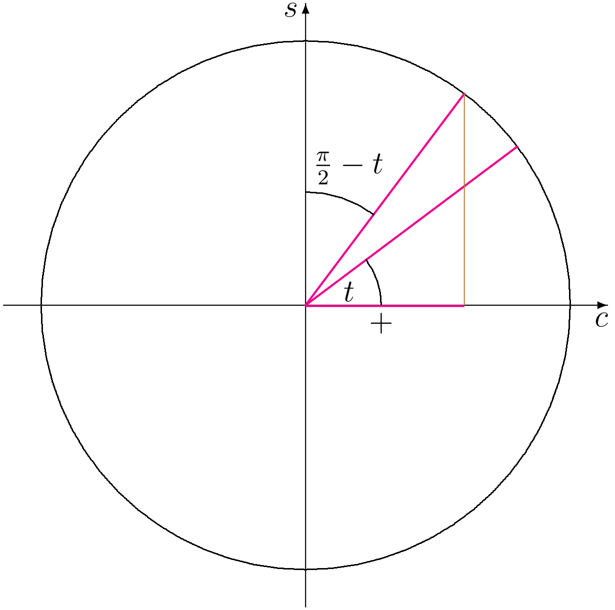
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x} = \left|\begin{matrix} t=\frac{\pi}{2}-x & \\ x=\frac{\pi}{2}-t & t\to 0\end{matrix}\right| = \lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}{t} = \lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\sin t}{t} =$



Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}=\left|\begin{matrix} t=\frac{\pi}{2}-x & \\ x=\frac{\pi}{2}-t & t\to 0\end{matrix}\right|=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-t\right)}{t}=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\sin t}{t}=1.$



Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}\cdot\dfrac{x}{\sin 2x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}\cdot\dfrac{x}{\sin 2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin 2x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}\cdot\dfrac{x}{\sin 2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin 2x}=3\cdot\dfrac{1}{2}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}\cdot\dfrac{x}{\sin 2x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin 2x}=3\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$.

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x\cos x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x\cos x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\cos x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x\cos x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\cos x}=1\cdot 1=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x\cos x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\cos x}=1\cdot 1=1.$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos \mathbf{3x}-\cos \mathbf{x}}{x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos \mathbf{3x}-\cos \mathbf{x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-2\sin 2x\sin x}{x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos \mathbf{3x}-\cos \mathbf{x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-2\sin 2x\sin x}{x}=-2\lim\limits_{x\to 0}\sin 2x\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos \mathbf{3x}-\cos \mathbf{x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-2\sin 2x\sin x}{x}=-2\lim\limits_{x\to 0}\sin 2x\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=-2\cdot 0=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos \mathbf{3x}-\cos \mathbf{x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-2\sin 2x\sin x}{x}=-2\lim\limits_{x\to 0}\sin 2x\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=-2\cdot 0=0.$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left| x-\dfrac{3\pi}{2}= \right| =$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $$\lim_{x\to \frac{3\pi}{2}}\frac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{l} x-\dfrac{3\pi}{2}=y \\ \\ \end{array}\right|=$$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{l} x-\dfrac{3\pi}{2}=y \\ x= \end{array}\right|=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $$\lim_{x\to \frac{3\pi}{2}}\frac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{l} x-\dfrac{3\pi}{2}=y \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} \end{array}\right|=$$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $$\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\frac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{l} x-\dfrac{3\pi}{2}=y \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} \quad y\to \end{array}\right|=$$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{matrix} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{matrix}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

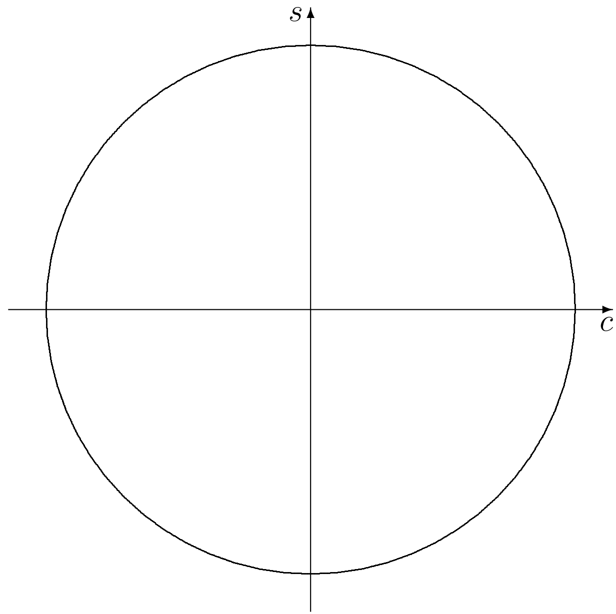
$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{}=$$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{}=$$

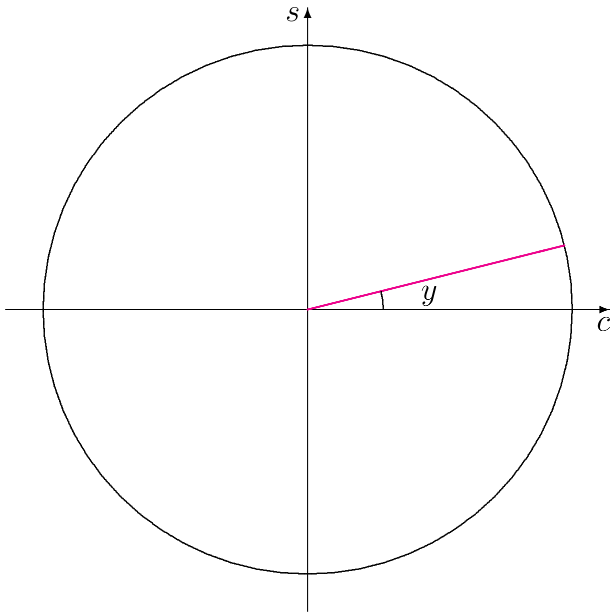


Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{}=$$

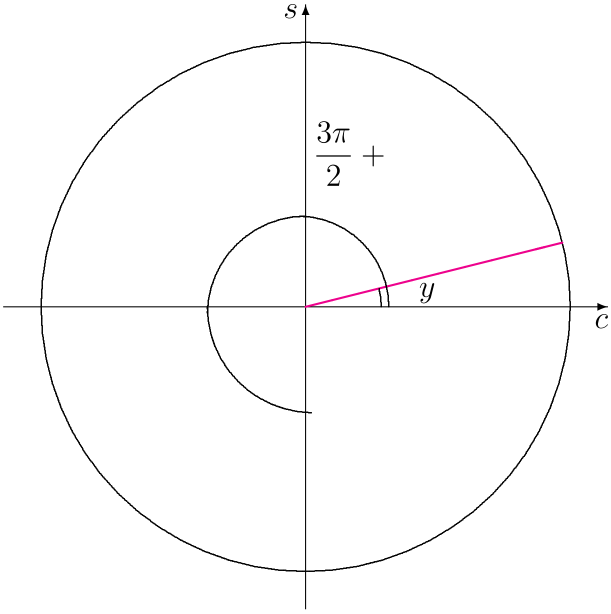


Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{matrix} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{matrix}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{\quad}=$$

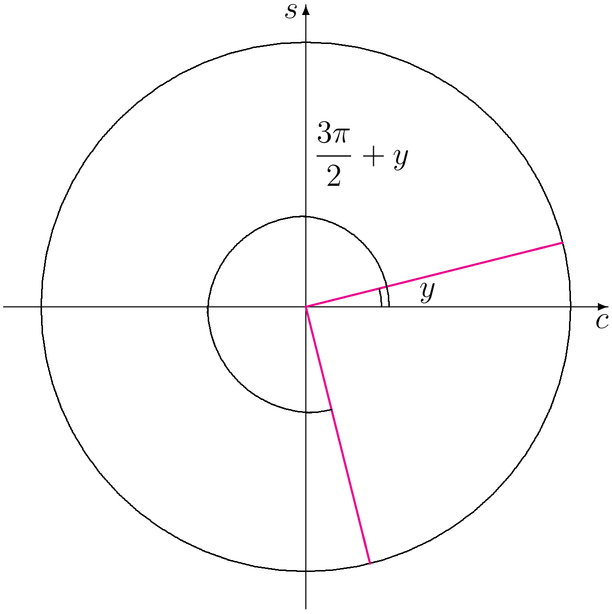


Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $$\lim_{x\to \frac{3\pi}{2}}\frac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{}=$$

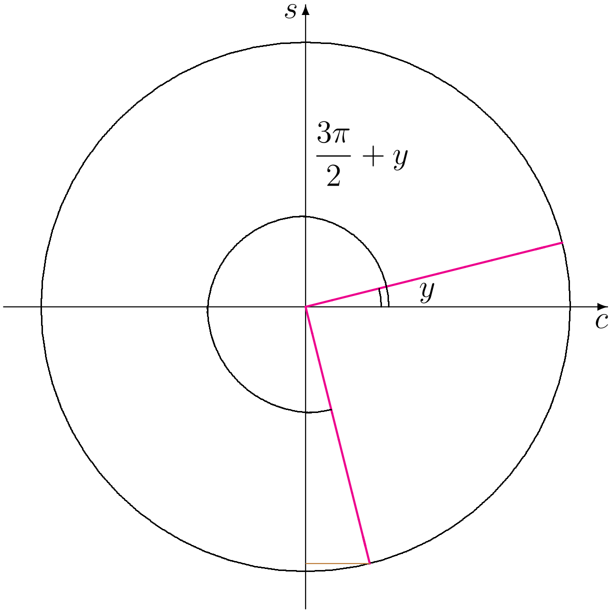


Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $$\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}}\frac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{}=$$

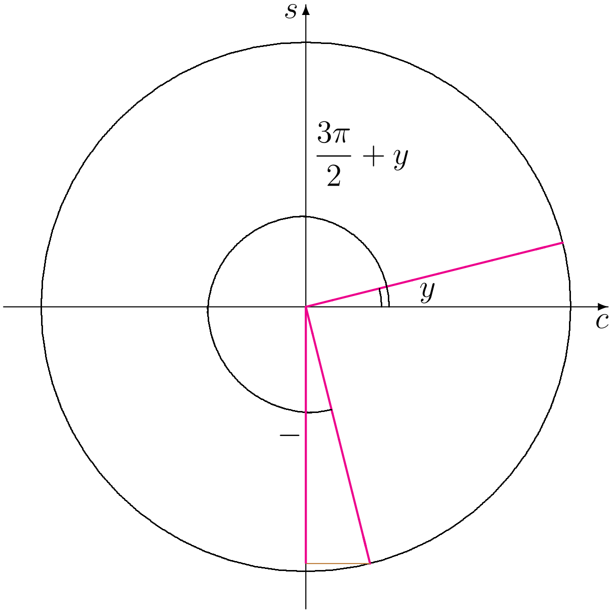


Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $$\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\frac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$$

$$=\lim\limits_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim\limits_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{}=$$

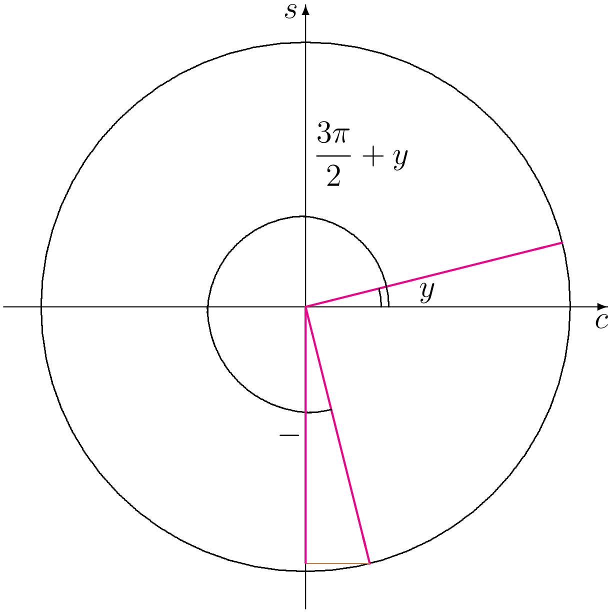


Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{l} x-\dfrac{3\pi}{2}=y \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} \quad y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{-\cos y+1}=$$



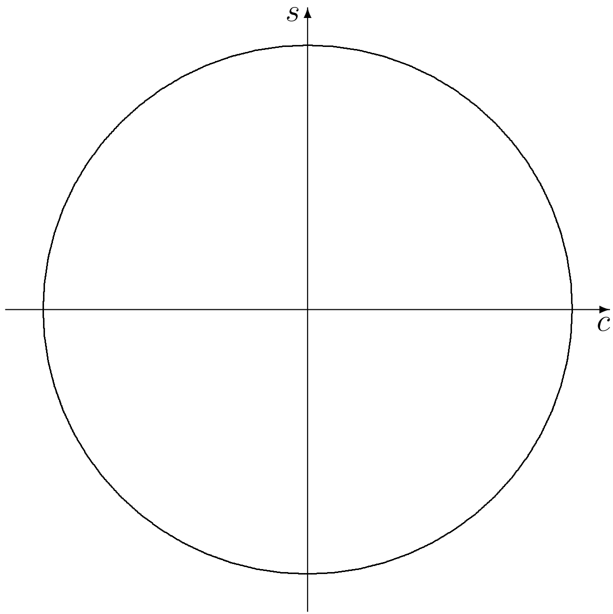
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{-\cos y+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\ }{2\sin^2(y/2)}=$$



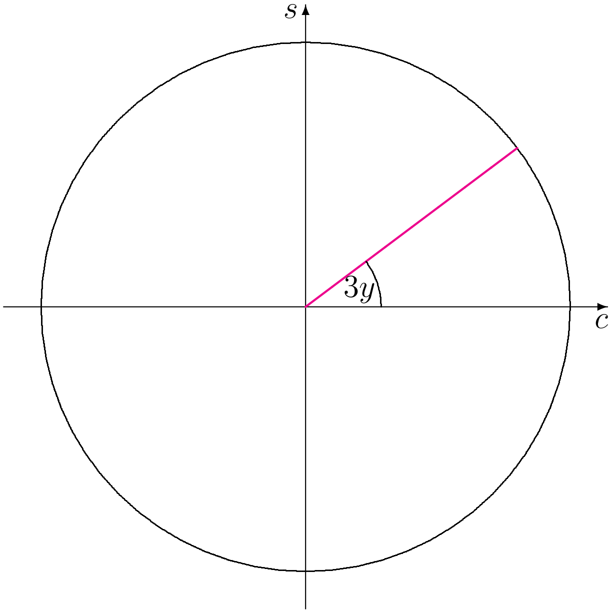
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{-\cos y+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{}{2\sin^2(y/2)}=$$



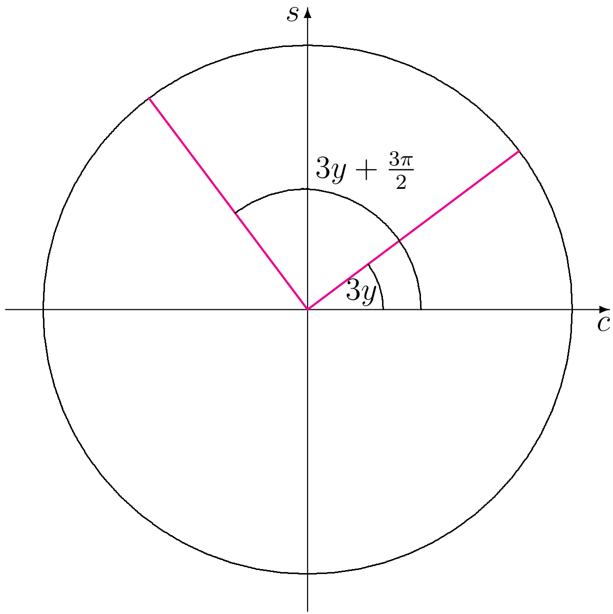
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{-\cos y+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{}{2\sin^2(y/2)}=$$



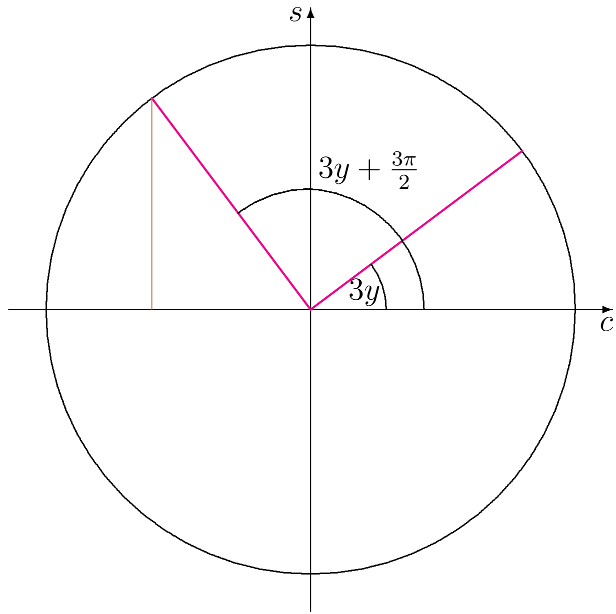
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{-\cos y+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{}{2\sin^2(y/2)}=$$



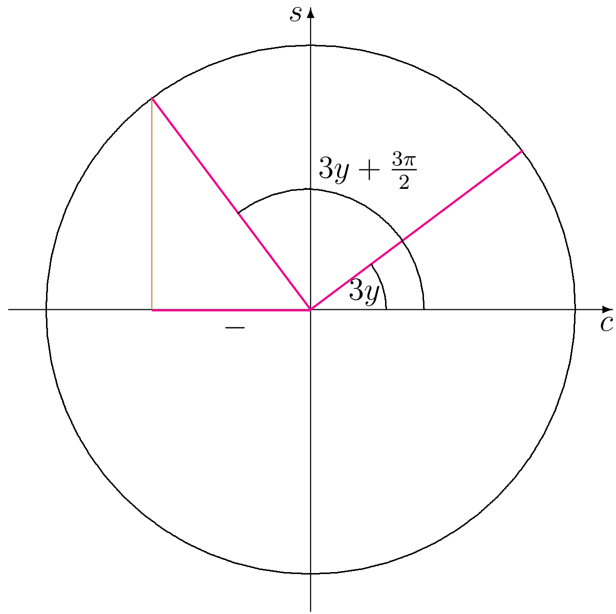
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{-\cos y+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\quad}{2\sin^2(y/2)}=$$



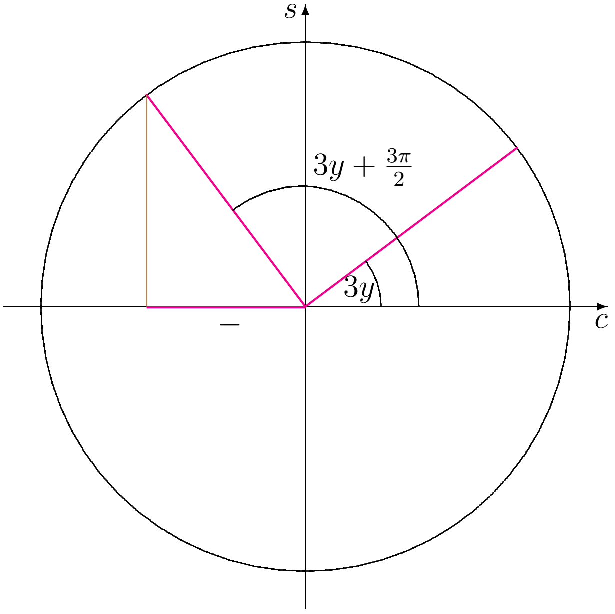
Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{-\cos y+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{-\sin 3y}{2\sin^2(y/2)}=$$



Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\frac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\frac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\frac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\frac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\frac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\frac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\frac{\pi}{2}\right)}{-\cos y+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{-\sin 3y}{2\sin^2(y/2)}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\sin 3y}{\sin(y/2)}\cdot\lim_{y\to 0}\frac{-1}{2\sin(y/2)}=$$

Задача 9. Вычислите, используя **первый замечательный предел**: **1)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{\frac{\pi}{2}-x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$; **5)** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x}$; **6)** $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\dfrac{\cos 3x}{\sin x+1}=\left|\begin{array}{ll} x-\dfrac{3\pi}{2}=y & \\ x=y+\dfrac{3\pi}{2} & y\to 0\end{array}\right|=$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{9\pi}{2}\right)}{\sin\left(y+\dfrac{3\pi}{2}\right)+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\cos\left(3y+\dfrac{\pi}{2}\right)}{-\cos y+1}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{-\sin 3y}{2\sin^2(y/2)}=$$

$$=\lim_{y\to 0}\frac{\sin 3y}{\sin(y/2)}\cdot\lim_{y\to 0}\frac{-1}{2\sin(y/2)}=\infty.$$

Решение задачи 10.

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.
Ответ.

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{2x}\right)^x =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{2x}\right)^x = \left| -\dfrac{1}{2x} = \dfrac{1}{y} \qquad \right| =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 1) $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x}\right)^x = \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{2x}\right)^x = \left|\begin{array}{l} -\dfrac{1}{2x}=\dfrac{1}{y} \\ x= \end{array}\right| =$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 1) $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{2x}\right)^x=\left|\begin{array}{l} -\dfrac{1}{2x}=\dfrac{1}{y} \\ x=-\dfrac{y}{2} \end{array}\qquad\qquad\qquad\right|=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{2x}\right)^x = \left|\begin{array}{ll} -\dfrac{1}{2x}=\dfrac{1}{y} & \\ x=-\dfrac{y}{2} & y\to \end{array}\right| =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{2x}\right)^x = \left|\begin{array}{ll} -\dfrac{1}{2x}=\dfrac{1}{y} & \\ x=-\dfrac{y}{2} & y\to\infty \end{array}\right| =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{2x}\right)^x=\left|\begin{array}{ll}-\dfrac{1}{2x}=\dfrac{1}{y} & \\ x=-\dfrac{y}{2} & y\to\infty\end{array}\right|=\lim\limits_{y\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{y}\right)^{-y/2}=$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 1) $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{2x}\right)^x=\left|\begin{array}{ll}-\dfrac{1}{2x}=\dfrac{1}{y} & \\ x=-\dfrac{y}{2} & y\to\infty\end{array}\right|=\lim_{y\to\infty}\left(1+\frac{1}{y}\right)^{-y/2}=$$

$$=\left(\lim_{y\to\infty}\left(1+\frac{1}{y}\right)^y\right)^{-1/2}=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 1) $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x}\right)^{x}=\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{2x}\right)^{x}=\left|\begin{matrix}-\dfrac{1}{2x}=\dfrac{1}{y} & \\ x=-\dfrac{y}{2} & y\to\infty\end{matrix}\right|=\lim_{y\to\infty}\left(1+\frac{1}{y}\right)^{-y/2}=$$

$$=\left(\lim_{y\to\infty}\left(1+\frac{1}{y}\right)^{y}\right)^{-1/2}=\frac{1}{\sqrt{e}}.$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x} =$

$$\begin{array}{l|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x =$

$$\begin{array}{l|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} \underline{x-1} & 1 \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x} =$

$$\begin{array}{r|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} x-1 & 1 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^{x}=$

$$\begin{array}{r|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} x-1 & 1 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^{x} = \left| \dfrac{1}{t} = \qquad \right| =$

$$\begin{array}{r|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} x-1 & 1 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^x = \left|\ \dfrac{1}{t} = \dfrac{1}{x-1} \qquad\qquad \right| =$

$$\begin{array}{r|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} x-1 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^{x}=\left|\begin{array}{l}\dfrac{1}{t}=\dfrac{1}{x-1} \quad x= \qquad\qquad\end{array}\right|=$

$$\begin{array}{r|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} x-1 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^{x}=\left|\dfrac{1}{t}=\dfrac{1}{x-1}\quad x=t+1\right|=$

$$\begin{array}{l|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} x-1 & 1 \\ \cline{1-1} \quad 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^x = \left|\begin{array}{ll} \dfrac{1}{t} = \dfrac{1}{x-1} & x = t+1 \\ t = & \end{array}\right| =$

$$\begin{array}{l|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} \underline{x-1} & 1 \\ \quad 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^{x} = \left|\begin{array}{ll} \dfrac{1}{t}=\dfrac{1}{x-1} & x=t+1 \\ t=x-1 & \end{array}\right| =$

$$\begin{array}{r|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} x-1 & 1 \\ \hline 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^x = \left|\begin{array}{ll} \dfrac{1}{t}=\dfrac{1}{x-1} & x=t+1 \\ t=x-1 & t\to \end{array}\right| =$

$$\begin{array}{l|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} \underline{x-1} & 1 \\ \quad 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^x = \left|\begin{array}{cc} \dfrac{1}{t}=\dfrac{1}{x-1} & x=t+1 \\ t=x-1 & t\to\infty \end{array}\right| =$

$$\begin{array}{r|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} x-1 & 1 \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^{x}=\left|\begin{array}{cc}\dfrac{1}{t}=\dfrac{1}{x-1} & x=t+1\\ t=x-1 & t\to\infty\end{array}\right|=\lim\limits_{t\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{t}\right)^{t+1}=$

$$\begin{array}{r|l} x & x-1\\ \cline{2-2} \underline{x-1} & 1\\ 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x-1}\right)^x = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x-1}\right)^x = \left|\begin{array}{ll} \dfrac{1}{t}=\dfrac{1}{x-1} & x=t+1 \\ t=x-1 & t\to\infty \end{array}\right| = \lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t+1} =$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t \cdot \lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right) =$$

$$\begin{array}{r|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} \underline{x-1} & 1 \\ 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x-1}\right)^x = \left|\begin{matrix}\dfrac{1}{t}=\dfrac{1}{x-1} & x=t+1\\ t=x-1 & t\to\infty\end{matrix}\right| = \lim\limits_{t\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{t}\right)^{t+1} =$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\cdot\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right) = e.$$

$$\begin{array}{l|l} x & x-1 \\ \cline{2-2} x-1 & 1 \\ \hline \quad 1 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x} =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x} = \lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2} =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;
5) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\frac{1}{p}= \qquad\qquad\qquad\qquad \right|=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\begin{array}{l}\dfrac{1}{p}=-2\sin^2 x\\ \\ \\ \end{array}\right|=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x} = \lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2} = \lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2} =$

$$= \left| \begin{array}{l} \dfrac{1}{p} = -2\sin^2 x \quad x = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\begin{array}{ll}\dfrac{1}{p}=-2\sin^2 x & x=\arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}}\\ & \end{array}\right|=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\begin{array}{l}\dfrac{1}{p}=-2\sin^2 x \quad x=\arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}}\\[2ex] p=\end{array}\right|=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\begin{array}{ll}\dfrac{1}{p}=-2\sin^2 x & x=\arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}}\\ p=-\dfrac{1}{2\sin^2 x} & \end{array}\right|=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\begin{array}{ll}\dfrac{1}{p}=-2\sin^2 x & x=\arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}}\\ p=-\dfrac{1}{2\sin^2 x} & p\to\end{array}\right|=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\begin{array}{ll} \dfrac{1}{p}=-2\sin^2 x & x=\arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}} \\ p=-\dfrac{1}{2\sin^2 x} & p\to-\infty \end{array}\right|=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x} = \lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2} = \lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2} =$

$$= \left|\begin{array}{ll} \dfrac{1}{p} = -2\sin^2 x & x = \arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}} \\ p = -\dfrac{1}{2\sin^2 x} & p\to-\infty \end{array}\right| = \lim_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^{1/\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}} =$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\begin{array}{ll}\dfrac{1}{p}=-2\sin^2 x & x=\arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}}\\ p=-\dfrac{1}{2\sin^2 x} & p\to-\infty\end{array}\right|=\lim_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^{1/\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}}=$$

$$=\left(\lim_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^p\right)^{\lim\limits_{p\to-\infty}1/\left(p\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}\right)}=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\begin{matrix}\dfrac{1}{p}=-2\sin^2 x & x=\arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}}\\ p=-\dfrac{1}{2\sin^2 x} & p\to-\infty\end{matrix}\right|=\lim\limits_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^{1/\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}}=$$

$$=\left(\lim\limits_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^p\right)^{\lim\limits_{p\to-\infty}1/\left(p\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}\right)}=$$

$$\lim\limits_{p\to-\infty}\frac{1}{p\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}}=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x} = \lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2} = \lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2} =$

$$= \left|\begin{array}{ll} \dfrac{1}{p} = -2\sin^2 x & x = \arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}} \\ p = -\dfrac{1}{2\sin^2 x} & p\to-\infty \end{array}\right| = \lim_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^{1/\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}} =$$

$$= \left(\lim_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^p\right)^{\lim\limits_{p\to-\infty} 1/\left(p\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}\right)} =$$

$$\lim_{p\to-\infty}\frac{1}{p\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}} = \lim_{x\to+0} -\frac{2\sin^2 x}{x^2} =$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\begin{array}{ll}\dfrac{1}{p}=-2\sin^2 x & x=\arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}}\\ p=-\dfrac{1}{2\sin^2 x} & p\to-\infty\end{array}\right|=\lim_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^{1/\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}}=$$

$$=\left(\lim_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^p\right)^{\lim\limits_{p\to-\infty}1/\left(p\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}\right)}=$$

$$\lim_{p\to-\infty}\frac{1}{p\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}}=\lim_{x\to+0}-\frac{2\sin^2 x}{x^2}=-2\left(\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x}\right)^2=$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\begin{array}{ll}\dfrac{1}{p}=-2\sin^2 x & x=\arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}}\\ p=-\dfrac{1}{2\sin^2 x} & p\to-\infty\end{array}\right|=\lim_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^{1/\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}}=$$

$$=\left(\lim_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^p\right)^{\lim\limits_{p\to-\infty}1/\left(p\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}\right)}=$$

$$\lim_{p\to-\infty}\frac{1}{p\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}}=\lim_{x\to+0}-\frac{2\sin^2 x}{x^2}=-2\left(\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x}\right)^2=-2.$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 3) $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}=\lim\limits_{x\to+0}(\cos 2x)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}\left(1-2\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\left|\begin{array}{ll}\dfrac{1}{p}=-2\sin^2 x & x=\arcsin\sqrt{-\dfrac{1}{2p}}\\ p=-\dfrac{1}{2\sin^2 x} & p\to-\infty\end{array}\right|=\lim_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^{1/\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}}=$$

$$=\left(\lim_{p\to-\infty}\left(1+\frac{1}{p}\right)^p\right)^{\lim\limits_{p\to-\infty}1/\left(p\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}\right)}=e^{-2}.$$

$$\lim_{p\to-\infty}\frac{1}{p\arcsin^2\sqrt{-\frac{1}{2p}}}=\lim_{x\to+0}-\frac{2\sin^2 x}{x^2}=-2\left(\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x}\right)^2=-2.$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}=$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1}=$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1} =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1} =$

$$= \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 =$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1} =$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 =$$

$$\begin{array}{l|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \hline & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1} =$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 =$$

$$\begin{array}{l|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \cline{2-2} & 1 \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1} =$

$$= \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 =$$

$$\begin{array}{l|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \cline{2-2} x^2-1 & 1 \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1}=$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0=$$

$$\begin{array}{l|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \cline{2-2} \underline{x^2-1} & 1 \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1} =$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 =$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \cline{2-2} x^2-1 & 1 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1} =$

$$= \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 =$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \cline{2-2} x^2-1 & 1 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1}=$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0=\lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2-1}{2}}\right)^{\frac{2x^2}{x^2-1}}\cdot 0=$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \cline{2-2} \underline{x^2-1} & 1 \\ 2 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1}=$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0=\lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2-1}{2}}\right)^{\frac{2x^2}{x^2-1}}\cdot 0=$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2-1}}\cdot 0=$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \cline{2-2} x^2-1 & 1 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1} =$

$$= \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\left(1+\dfrac{2}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2-1}{2}}\right)^{\frac{2x^2}{x^2-1}}\cdot 0 =$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2-1}}\cdot 0 =$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \cline{2-2} x^2-1 & 1 \\ \hline 2 & \end{array}$$

$$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2}{x^2-1} =$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1} =$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 = \lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2-1}{2}}\right)^{\frac{2x^2}{x^2-1}}\cdot 0 =$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2-1}}\cdot 0 =$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \cline{2-2} \underline{x^2-1} & 1 \\ 2 & \end{array}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2-1} = \lim_{x\to\infty}\frac{2}{1-\frac{1}{x^2}} =$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1} =$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0 = \lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2-1}{2}}\right)^{\frac{2x^2}{x^2-1}}\cdot 0 =$$

$$= e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2-1}}\cdot 0 =$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \cline{2-2} x^2-1 & 1 \\ \hline 2 & \end{array}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2-1} = \lim_{x\to\infty}\frac{2}{1-\frac{1}{x^2}} = 2.$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\dfrac{1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{x^2-1}=$

$$=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{x^2}\cdot 0=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{2}{x^2-1}\right)^{\frac{x^2-1}{2}}\right)^{\frac{2x^2}{x^2-1}}\cdot 0=$$

$$=e^{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2-1}}\cdot 0=0.$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+1 & x^2-1 \\ \cline{2-2} x^2-1 & 1 \\ \hline 2 & \end{array}$$

$$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{1-\frac{1}{x^2}}=2.$$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x) =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)=\lim\limits_{x\to 0}\ln\left((1-x)^{1/x}\right)=$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x) = \lim\limits_{x\to 0}\ln\left((1-x)^{1/x}\right) = \ln\left(\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{1/x}\right) =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)=\lim\limits_{x\to 0}\ln\left((1-x)^{1/x}\right)=\ln\left(\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{1/x}\right)=$
$=\ln\left(\lim\limits_{x\to 0}\left((1-x)^{1/(-x)}\right)^{-1}\right)=$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x) = \lim\limits_{x\to 0}\ln\left((1-x)^{1/x}\right) = \ln\left(\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{1/x}\right) =$

$= \ln\left(\lim\limits_{x\to 0}\left((1-x)^{1/(-x)}\right)^{-1}\right) = \ln e^{-1} =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x) = \lim\limits_{x\to 0}\ln\left((1-x)^{1/x}\right) = \ln\left(\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{1/x}\right) =$

$= \ln\left(\lim\limits_{x\to 0}\left((1-x)^{1/(-x)}\right)^{-1}\right) = \ln e^{-1} = -1.$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right) =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x\right)=$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x\right)=\ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x\right)=$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^{x}$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^{x}$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;

5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right) = \lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}\right) = \ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}\right) = \ln e =$

Задача 10. Вычислите, используя **второй замечательный предел**:
1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x}\right)^x$; **2)** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$; **3)** $\lim\limits_{x\to+0}\sqrt[x^2]{\cos 2x}$; **4)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x^2+1)^{x^2}}{(x^2-1)^{x^2+1}}$;
5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\ln(1-x)$; **6)** $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$.

Ответ. 6) $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right) = \lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x\right) = \ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x\right) = \ln e = 1.$

Решение задачи 11.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

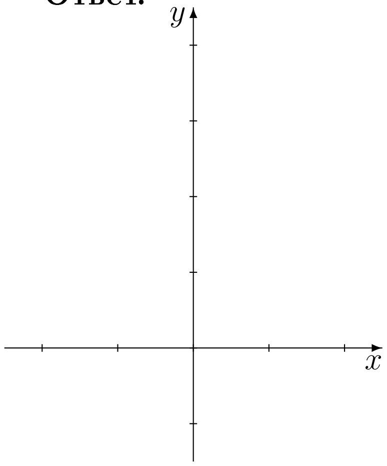
г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.

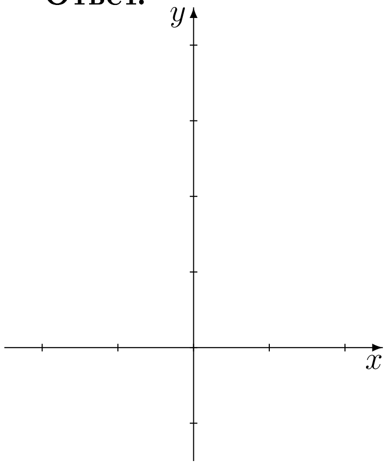


а) $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}=$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

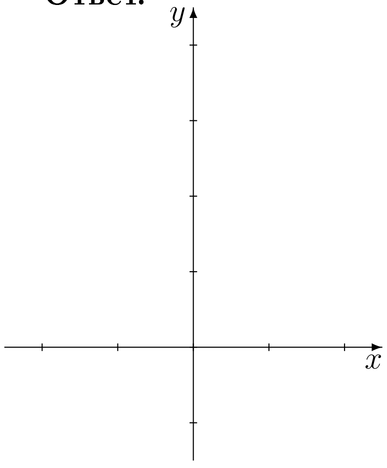


а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1} = \dfrac{x(x-1)}{x-1} =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

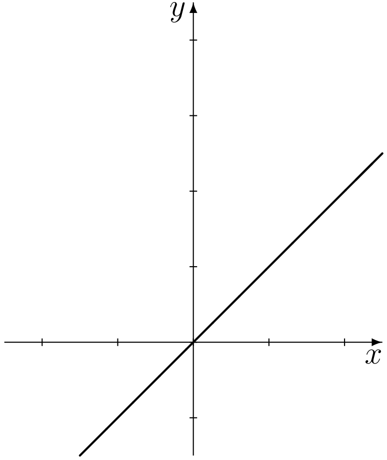


а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1} = \dfrac{x(x-1)}{x-1} =_x ?$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

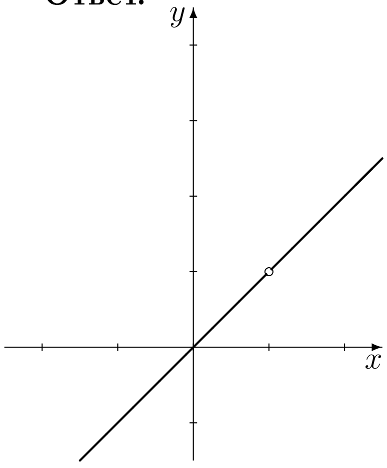


а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1} = \dfrac{x(x-1)}{x-1} =_{x}?$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

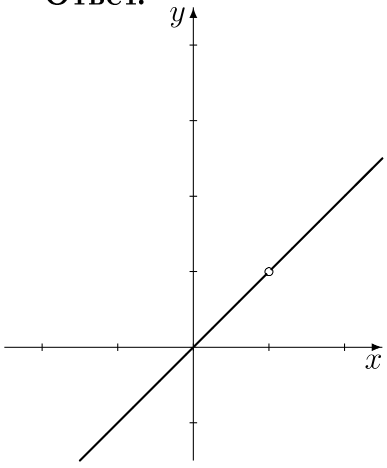


а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1} = \dfrac{x(x-1)}{x-1} =_{x} ?$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

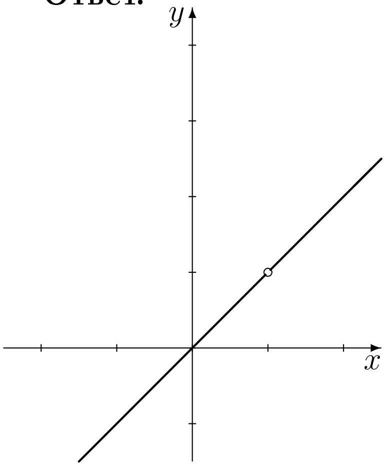


а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1} = \dfrac{x(x-1)}{x-1} = \begin{cases} x, \text{ при} \\ \end{cases}$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

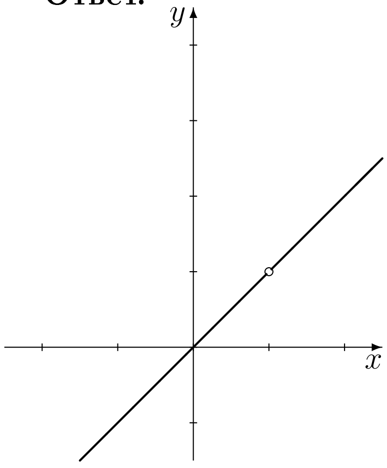


а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1} = \dfrac{x(x-1)}{x - 1} = \begin{cases} x, \text{ при } x \neq 1, \\ \end{cases}$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x < 1; \\ x^2, & \text{при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

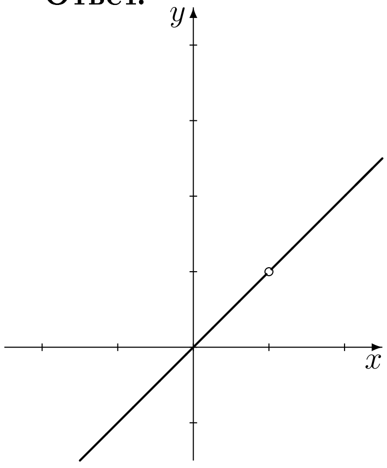


а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1} = \dfrac{x(x-1)}{x - 1} = \begin{cases} x, & \text{при } x \neq 1, \\ & \text{при} \end{cases}$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x < 1; \\ x^2, & \text{при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

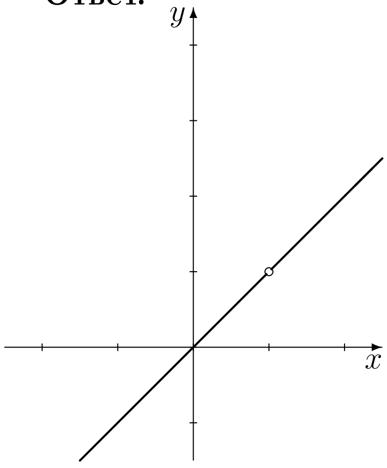


а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1} = \dfrac{x(x - 1)}{x - 1} = \begin{cases} x, & \text{при } x \neq 1, \\ & \text{при } x = 1. \end{cases}$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x-1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

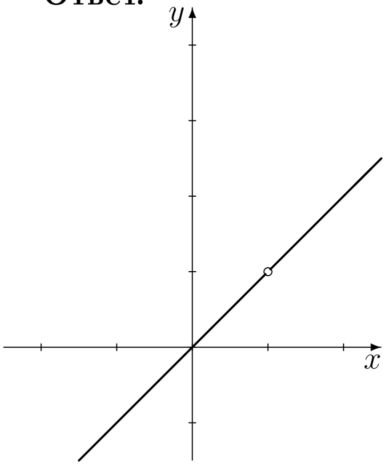


а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x-1} = \dfrac{x(x-1)}{x-1} = \begin{cases} x, \text{ при } x \neq 1, \\ \text{не определено при } x = 1. \end{cases}$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



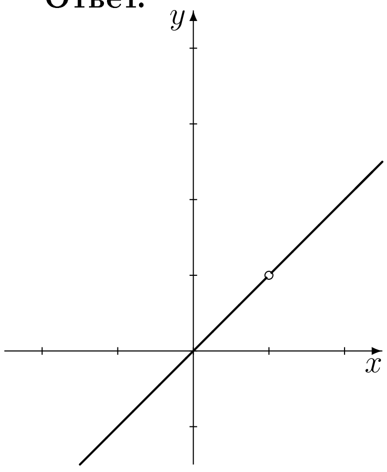
а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1} = \dfrac{x(x-1)}{x-1} = \begin{cases} x, \text{ при } x \neq 1, \\ \text{не определено при } x = 1. \end{cases}$

Значит, при $x \neq 1$ функция f

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



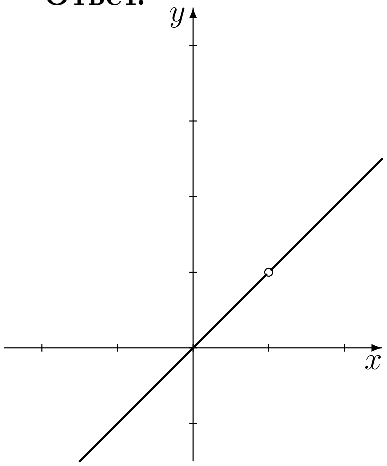
а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1} = \dfrac{x(x-1)}{x-1} = \begin{cases} x, \text{ при } x \neq 1, \\ \text{не определено при } x = 1. \end{cases}$

Значит, при $x \neq 1$ функция f непрерывна,

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



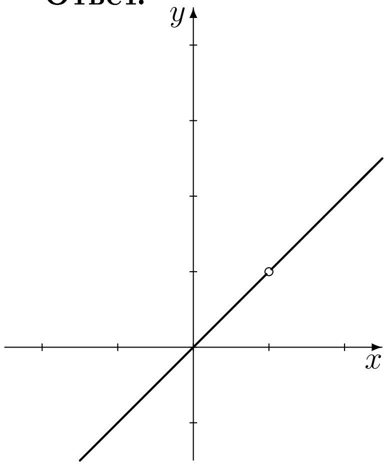
а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1} = \dfrac{x(x-1)}{x-1} = \begin{cases} x, \text{ при } x \neq 1, \\ \text{не определено при } x = 1. \end{cases}$

Значит, при $x \neq 1$ функция f непрерывна,
при $x = 1$ функция f

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x-1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



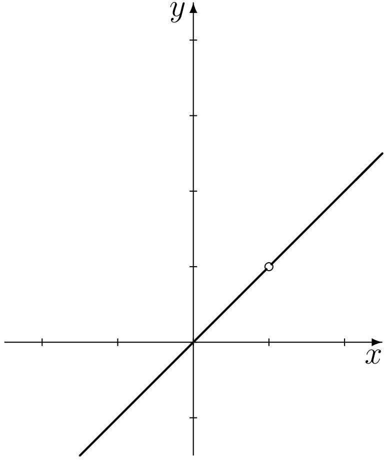
а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x-1} = \dfrac{x(x-1)}{x-1} = \begin{cases} x, \text{ при } x \neq 1, \\ \text{не определено при } x = 1. \end{cases}$

Значит, при $x \neq 1$ функция f непрерывна,
при $x = 1$ функция f имеет разрыв.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x-1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



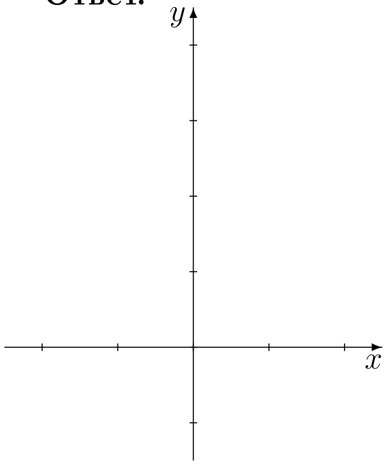
а) $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x-1} = \dfrac{x(x-1)}{x-1} = \begin{cases} x, \text{ при } x \neq 1, \\ \text{не определено при } x = 1. \end{cases}$

Значит, при $x \neq 1$ функция f непрерывна,
при $x = 1$ функция f имеет устранимый разрыв.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

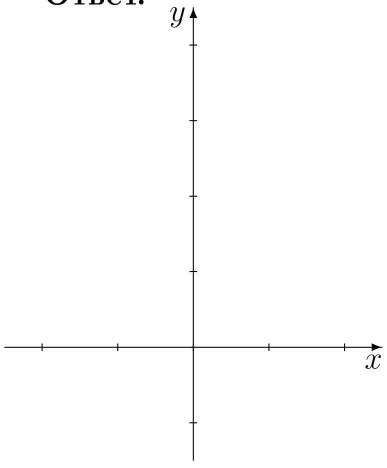


б) $g(x) = 2^{1/x}$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



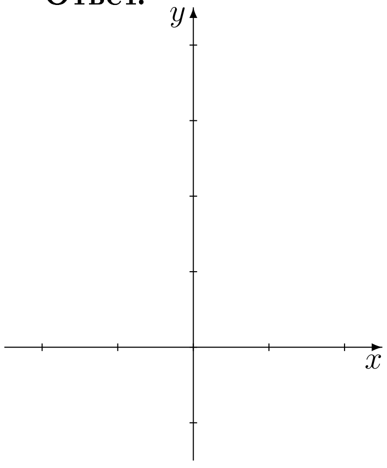
б) $g(x) = 2^{1/x}$.

В области определения элементарная функция непрерывна.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x < 1; \\ x^2, & \text{при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



б) $g(x) = 2^{1/x}$.

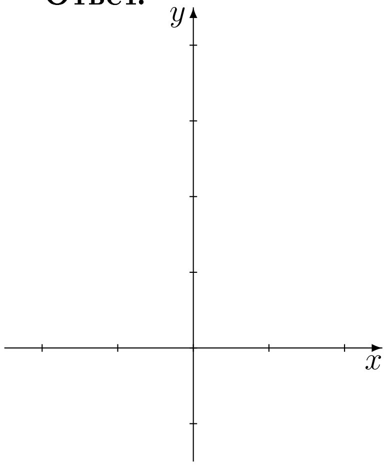
В области определения элементарная функция непрерывна.

Значит, g при непрерывна.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



б) $g(x) = 2^{1/x}$.

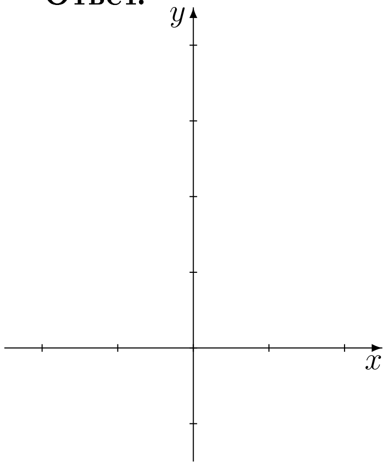
В области определения элементарная функция непрерывна.

Значит, g при $x \neq 0$ непрерывна.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.



б) $g(x)=2^{1/x}$.

В области определения элементарная функция непрерывна.

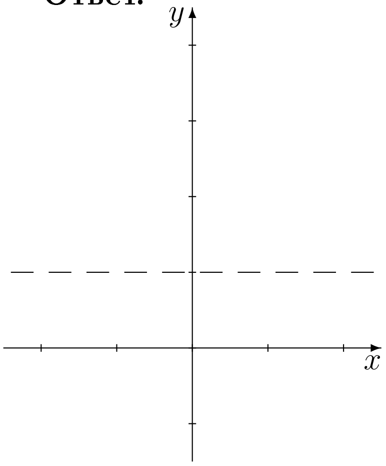
Значит, g при $x\neq 0$ непрерывна.

$\lim\limits_{x\to+0} 2^{1/x} =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



б) $g(x) = 2^{1/x}$.

В области определения элементарная функция непрерывна.

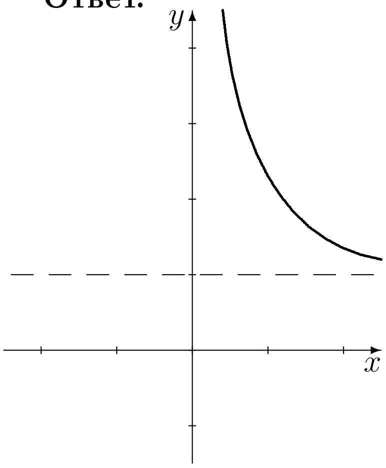
Значит, g при $x \neq 0$ непрерывна.

$\lim\limits_{x \to +0} 2^{1/x} =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



б) $g(x) = 2^{1/x}$.

В области определения элементарная функция непрерывна.

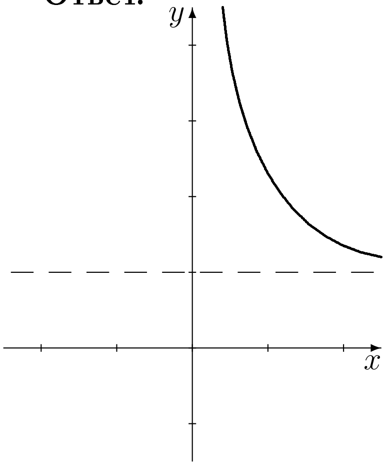
Значит, g при $x \neq 0$ непрерывна.

$\lim\limits_{x \to +0} 2^{1/x} =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

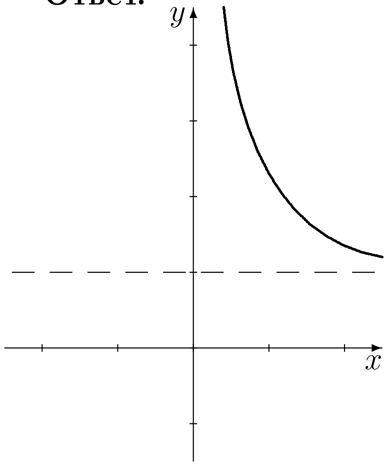


б) $g(x) = 2^{1/x}$.
В области определения элементарная функция непрерывна.
Значит, g при $x \neq 0$ непрерывна.
$\lim\limits_{x \to +0} 2^{1/x} = +\infty$,

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



б) $g(x) = 2^{1/x}$.

В области определения элементарная функция непрерывна.

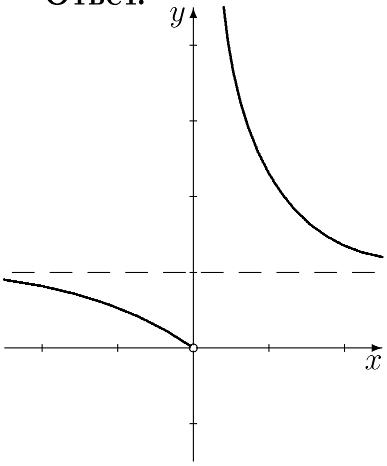
Значит, g при $x \neq 0$ непрерывна.

$\lim\limits_{x \to +0} 2^{1/x} = +\infty, \quad \lim\limits_{x \to -0} 2^{1/x} =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.



б) $g(x)=2^{1/x}$.

В области определения элементарная функция непрерывна.

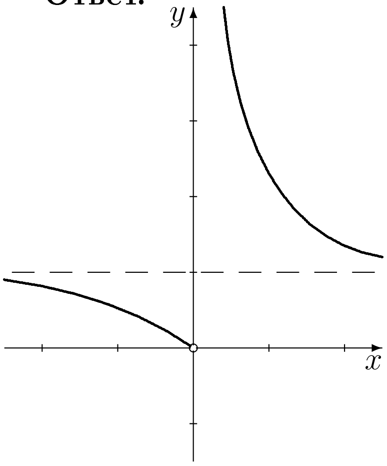
Значит, g при $x\neq 0$ непрерывна.

$\lim\limits_{x\to+0} 2^{1/x}=+\infty, \quad \lim\limits_{x\to-0} 2^{1/x}=$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



б) $g(x) = 2^{1/x}$.

В области определения элементарная функция непрерывна.

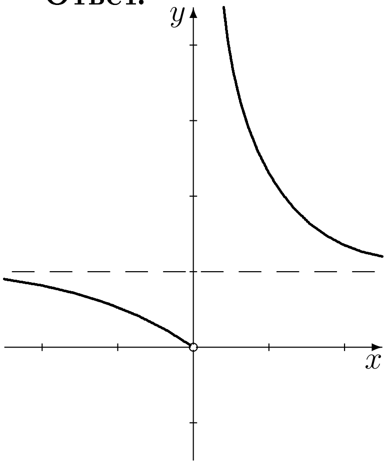
Значит, g при $x \neq 0$ непрерывна.

$\lim\limits_{x \to +0} 2^{1/x} = +\infty, \quad \lim\limits_{x \to -0} 2^{1/x} = 0.$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



б) $g(x) = 2^{1/x}$.

В области определения элементарная функция непрерывна.

Значит, g при $x \neq 0$ непрерывна.

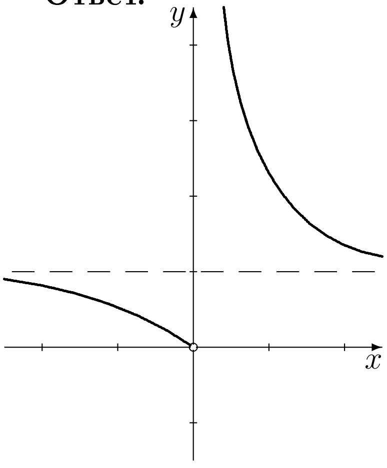
$\lim\limits_{x \to +0} 2^{1/x} = +\infty, \quad \lim\limits_{x \to -0} 2^{1/x} = 0.$

Поэтому в точке $x = 0$ функция g терпит разрыв

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



б) $g(x) = 2^{1/x}$.

В области определения элементарная функция непрерывна.

Значит, g при $x \neq 0$ непрерывна.

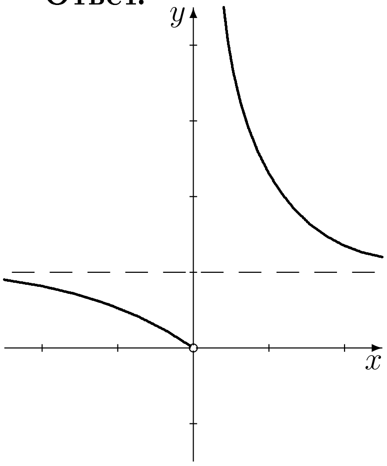
$\lim\limits_{x \to +0} 2^{1/x} = +\infty, \quad \lim\limits_{x \to -0} 2^{1/x} = 0.$

Поэтому в точке $x = 0$ функция g терпит разрыв рода.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



б) $g(x) = 2^{1/x}$.

В области определения элементарная функция непрерывна.

Значит, g при $x \neq 0$ непрерывна.

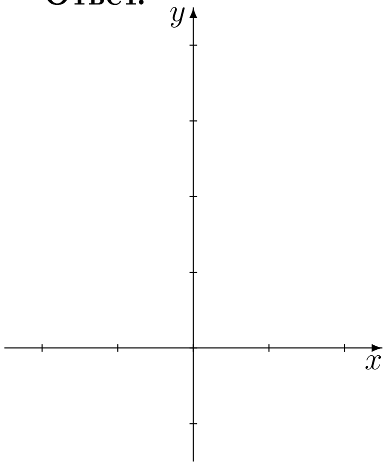
$\lim\limits_{x\to+0} 2^{1/x} = +\infty, \quad \lim\limits_{x\to-0} 2^{1/x} = 0.$

Поэтому в точке $x = 0$ функция g терпит разрыв второго рода.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

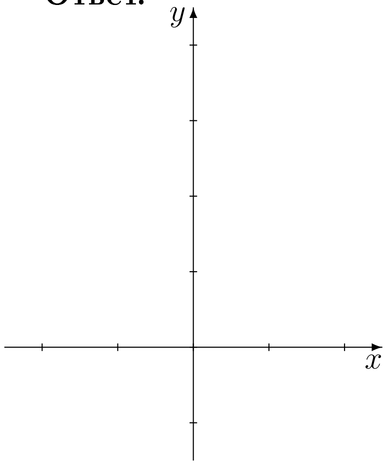


в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x-1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2+x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



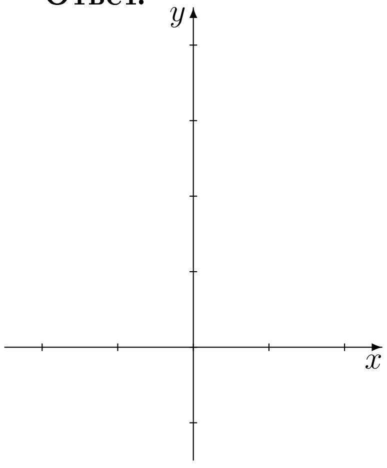
в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



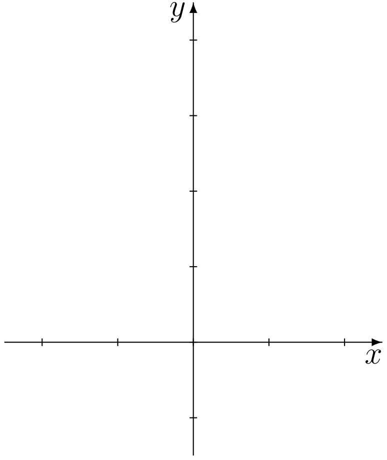
в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому
в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

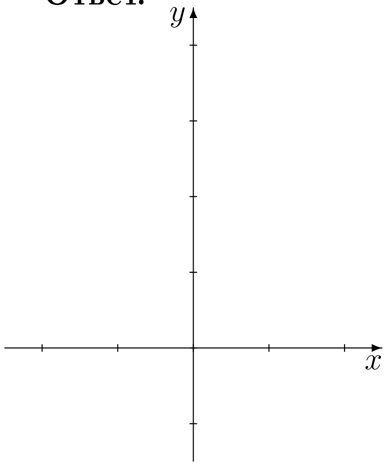
И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому
в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x \to 1-0} h(x) =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому

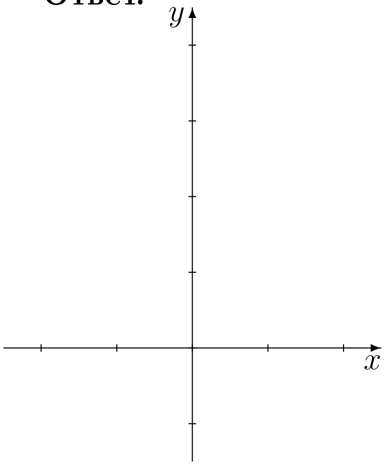
в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x \to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x \to 1-0} x =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому

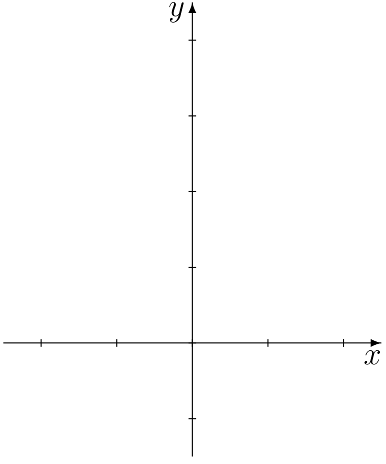
в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x \to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x \to 1-0} x = 1$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

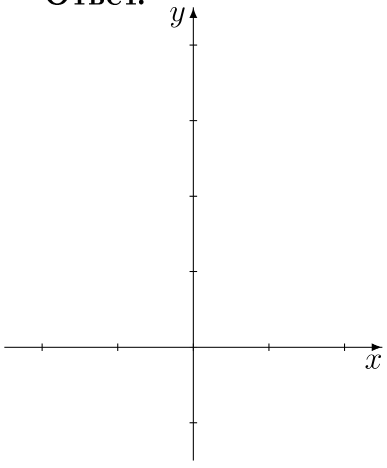
И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому
в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x \to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x \to 1-0} x = 1 \qquad = \lim\limits_{x \to 1+0} h(x).$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому

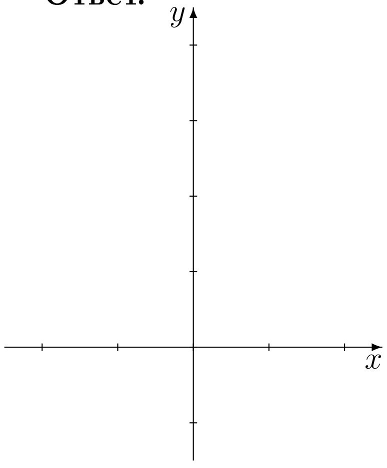
в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x\to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x\to 1-0} x = 1 = \lim\limits_{x\to 1+0} x^2 = \lim\limits_{x\to 1+0} h(x).$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.



в) $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x<1$, и на луче $x>1$ функция h является элементарной функцией, поэтому

в каждой из точек $x\neq 1$ функция h непрерывна.

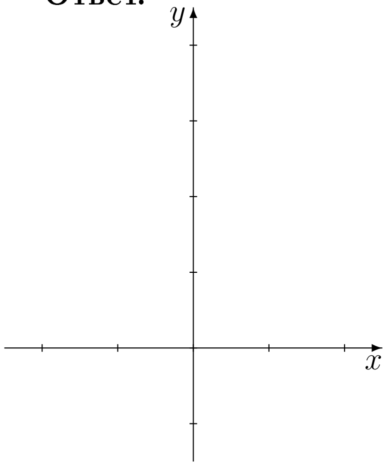
$\lim\limits_{x\to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x\to 1-0} x = 1 = \lim\limits_{x\to 1+0} x^2 = \lim\limits_{x\to 1+0} h(x)$.

$h(1)=$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.



в) $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x<1$, и на луче $x>1$ функция h является элементарной функцией, поэтому
в каждой из точек $x\neq 1$ функция h непрерывна.

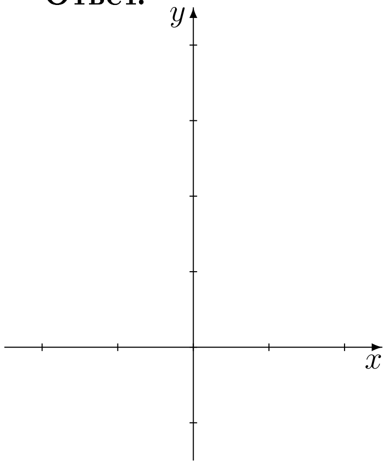
$\lim\limits_{x\to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x\to 1-0} x = 1 = \lim\limits_{x\to 1+0} x^2 = \lim\limits_{x\to 1+0} h(x)$.

$h(1) = x^2\Big|_{x=1} =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x < 1; \\ x^2, & \text{при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x < 1; \\ x^2, & \text{при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому

в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

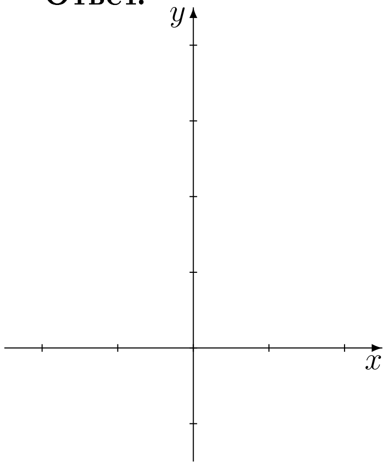
$\lim\limits_{x \to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x \to 1-0} x = 1 = \lim\limits_{x \to 1+0} x^2 = \lim\limits_{x \to 1+0} h(x)$.

$h(1) = x^2\Big|_{x=1} = 1$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому
в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x\to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x\to 1-0} x = 1 = \lim\limits_{x\to 1+0} x^2 = \lim\limits_{x\to 1+0} h(x)$.

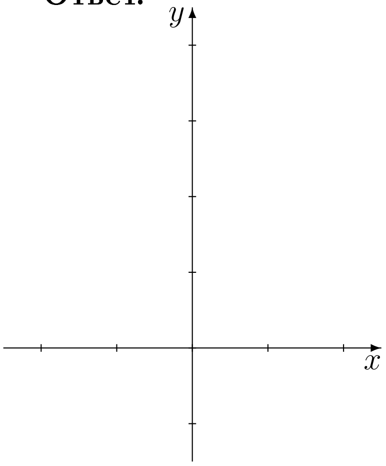
$h(1) = x^2\Big|_{x=1} = 1$.

Значит, h непрерывна и в точке $x = 1$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому
в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x \to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x \to 1-0} x = 1 = \lim\limits_{x \to 1+0} x^2 = \lim\limits_{x \to 1+0} h(x)$.

$h(1) = x^2\Big|_{x=1} = 1$.

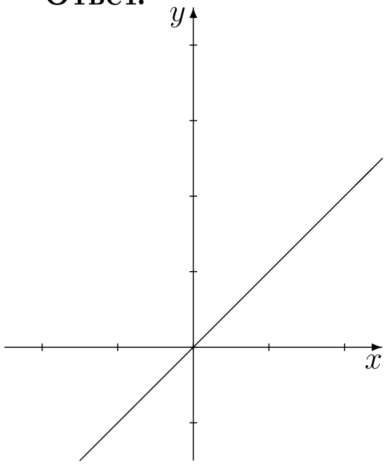
Значит, h непрерывна и в точке $x = 1$.

Следовательно, h непрерывна на всем множестве $\mathbb{R}$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому
в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x\to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x\to 1-0} x = 1 = \lim\limits_{x\to 1+0} x^2 = \lim\limits_{x\to 1+0} h(x).$

$h(1) = x^2\Big|_{x=1} = 1.$

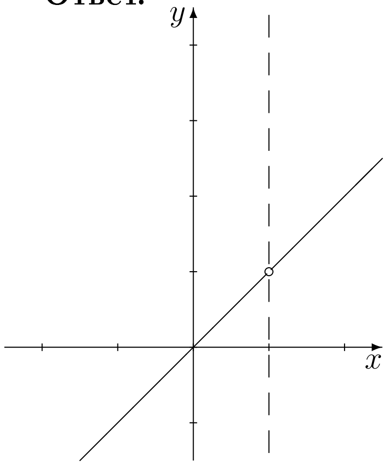
Значит, h непрерывна и в точке $x = 1$.

Следовательно, h непрерывна на всем множестве $\mathbb{R}$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому

в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x\to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x\to 1-0} x = 1 = \lim\limits_{x\to 1+0} x^2 = \lim\limits_{x\to 1+0} h(x)$.

$h(1) = x^2\Big|_{x=1} = 1$.

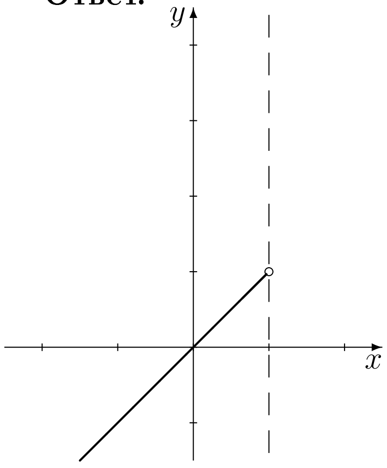
Значит, h непрерывна и в точке $x = 1$.

Следовательно, h непрерывна на всем множестве $\mathbb{R}$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому

в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x \to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x \to 1-0} x = 1 = \lim\limits_{x \to 1+0} x^2 = \lim\limits_{x \to 1+0} h(x)$.

$h(1) = x^2\Big|_{x=1} = 1$.

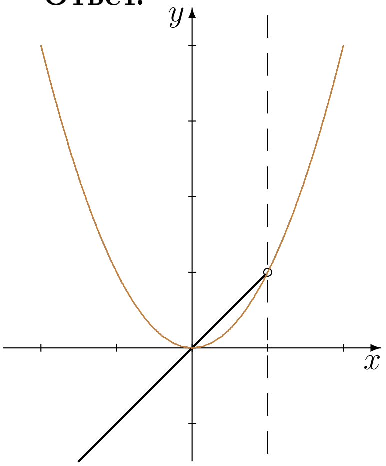
Значит, h непрерывна и в точке $x = 1$.

Следовательно, h непрерывна на всем множестве $\mathbb{R}$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому

в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x\to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x\to 1-0} x = 1 = \lim\limits_{x\to 1+0} x^2 = \lim\limits_{x\to 1+0} h(x)$.

$h(1) = x^2\big|_{x=1} = 1$.

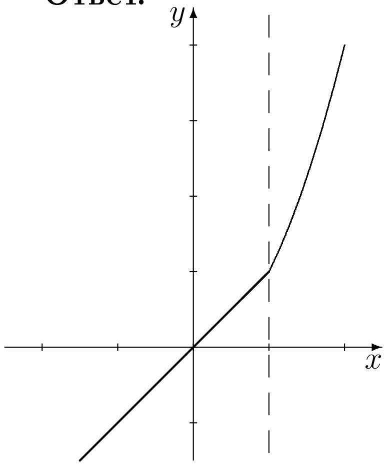
Значит, h непрерывна и в точке $x = 1$.

Следовательно, h непрерывна на всем множестве $\mathbb{R}$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



в) $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

И на луче $x < 1$, и на луче $x > 1$ функция h является элементарной функцией, поэтому

в каждой из точек $x \neq 1$ функция h непрерывна.

$\lim\limits_{x\to 1-0} h(x) = \lim\limits_{x\to 1-0} x = 1 = \lim\limits_{x\to 1+0} x^2 = \lim\limits_{x\to 1+0} h(x)$.

$h(1) = x^2\Big|_{x=1} = 1$.

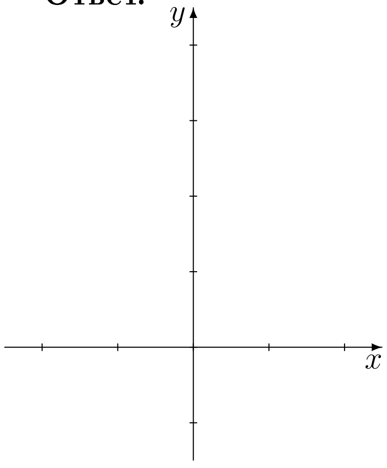
Значит, h непрерывна и в точке $x = 1$.

Следовательно, h непрерывна на всем множестве $\mathbb{R}$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

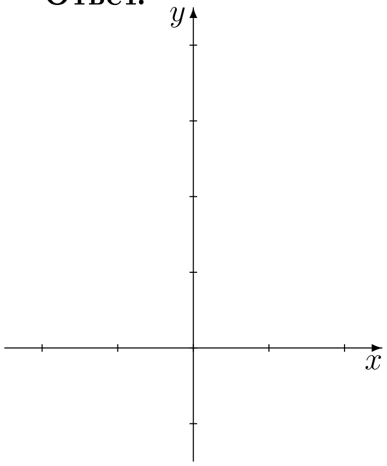


г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



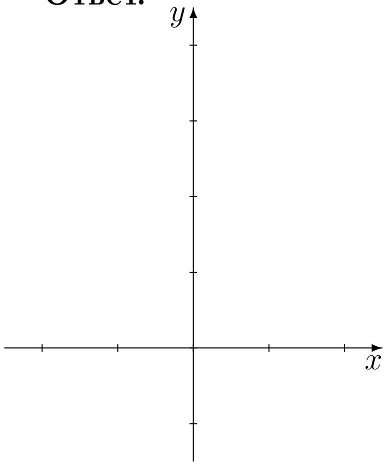
г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.



г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$

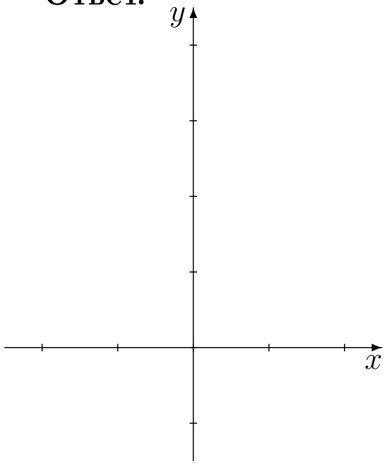
На каждом из множеств $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

Исследуем при $x=-1$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x < 1; \\ x^2, & \text{при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$

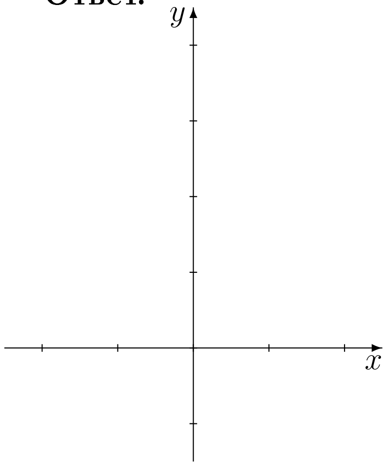
На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

$$\lim_{x \to -1-0} p(x) =$$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.



г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$

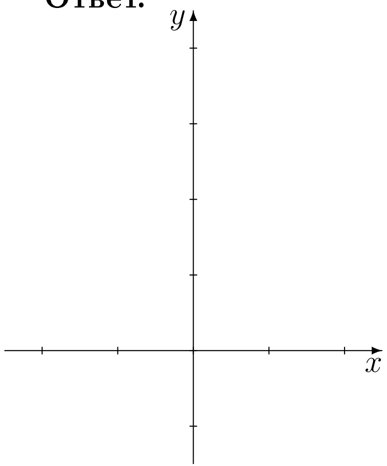
На каждом из множеств $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

$$\lim_{x\to-1-0} p(x)=\lim_{x\to-1-0}(2+x)=$$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x < 1; \\ x^2, & \text{при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$

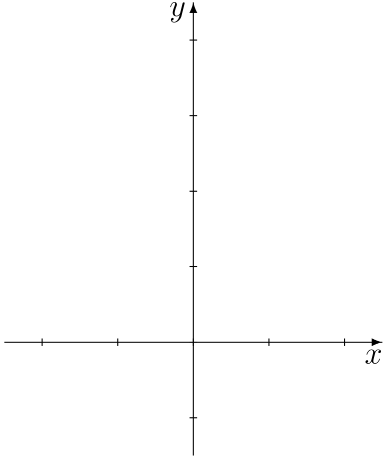
На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

$$\lim_{x \to -1-0} p(x) = \lim_{x \to -1-0} (2 + x) = 1$$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

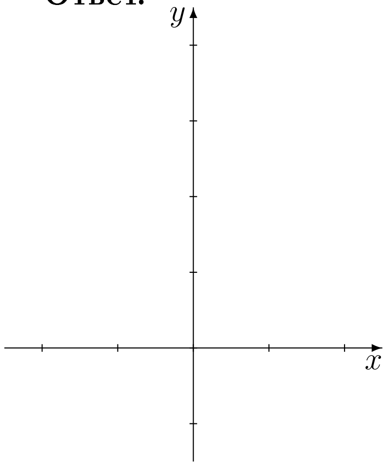
На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

$$\lim_{x \to -1-0} p(x) = \lim_{x \to -1-0} (2 + x) = 1 \qquad = \lim_{x \to -1+0} p(x),$$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

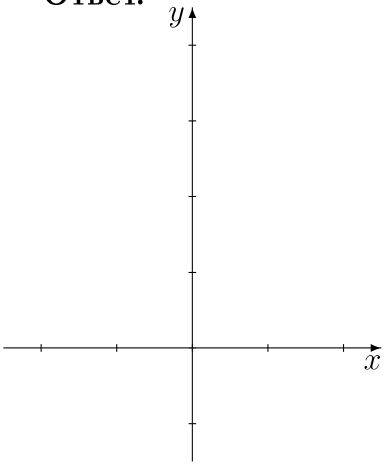
На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

$$\lim_{x \to -1-0} p(x) = \lim_{x \to -1-0} (2 + x) = 1 = \lim_{x \to -1+0} x^2 = \lim_{x \to -1+0} p(x),$$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

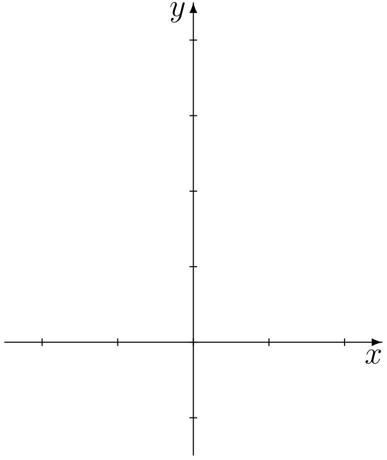
На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

$\lim\limits_{x \to -1-0} p(x) = \lim\limits_{x \to -1-0} (2 + x) = 1 = \lim\limits_{x \to -1+0} x^2 = \lim\limits_{x \to -1+0} p(x)$,
$p(-1) =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.



г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$

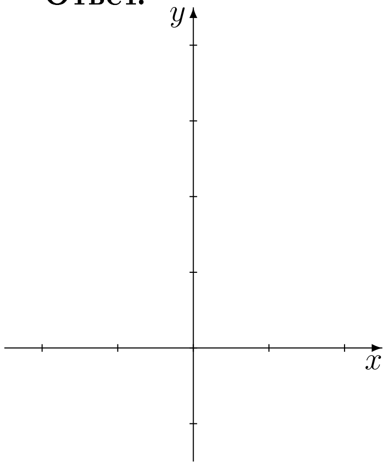
На каждом из множеств $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

$$\lim_{x\to-1-0}p(x)=\lim_{x\to-1-0}(2+x)=1=\lim_{x\to-1+0}x^2=\lim_{x\to-1+0}p(x),$$
$p(-1)=$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

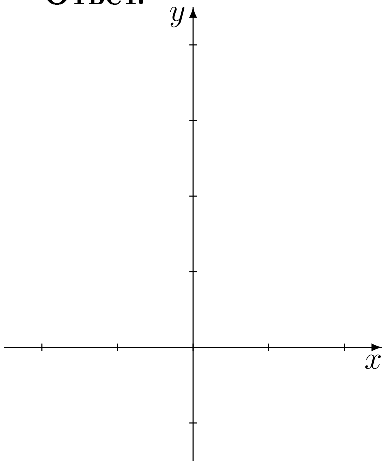
$\lim\limits_{x \to -1-0} p(x) = \lim\limits_{x \to -1-0} (2 + x) = 1 = \lim\limits_{x \to -1+0} x^2 = \lim\limits_{x \to -1+0} p(x)$,

$p(-1) = (-1)^2 =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

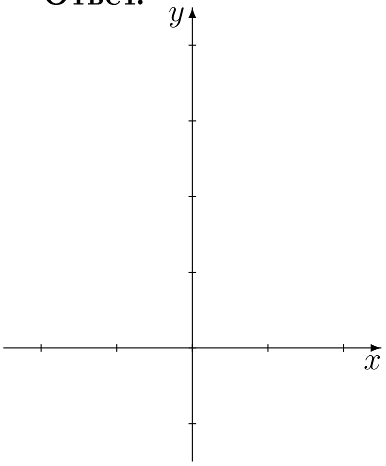
На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

$$\lim_{x \to -1-0} p(x) = \lim_{x \to -1-0} (2 + x) = 1 = \lim_{x \to -1+0} x^2 = \lim_{x \to -1+0} p(x),$$
$p(-1) = (-1)^2 = 1 =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

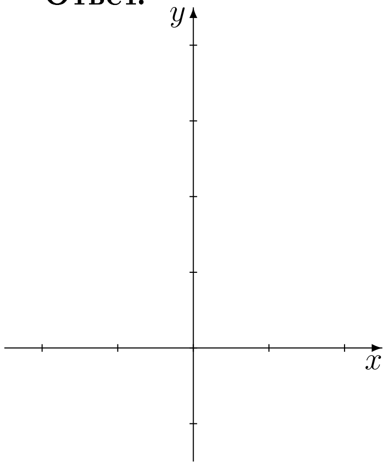
На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

$\lim\limits_{x \to -1-0} p(x) = \lim\limits_{x \to -1-0} (2 + x) = 1 = \lim\limits_{x \to -1+0} x^2 = \lim\limits_{x \to -1+0} p(x)$,
$p(-1) = (-1)^2 = 1 = \lim\limits_{x \to -1} p(x)$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1;\\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1;\end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1;\\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1;\\ 0, \text{ при } x=1;\\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1;\end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.



г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1;\\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1;\\ 0, \text{ при } x=1;\\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1;\end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

При $x=-1$ функция p непрерывна.

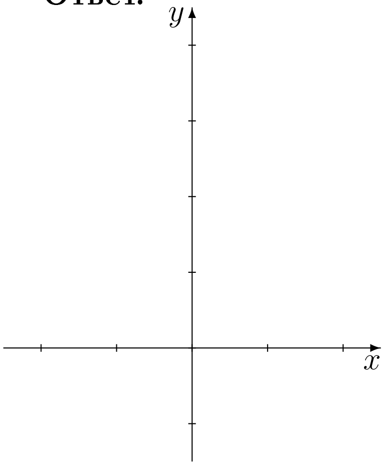
$\lim\limits_{x\to-1-0}p(x)=\lim\limits_{x\to-1-0}(2+x)=1=\lim\limits_{x\to-1+0}x^2=\lim\limits_{x\to-1+0}p(x)$,

$p(-1)=(-1)^2=1=\lim\limits_{x\to-1}p(x)$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

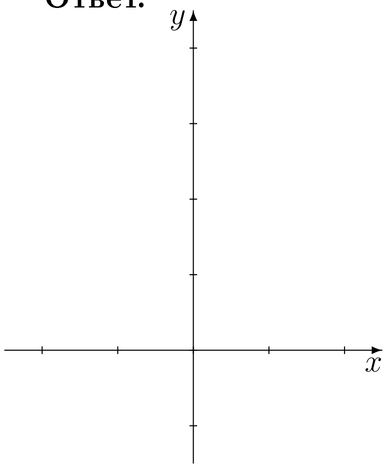
При $x = -1$ функция p непрерывна.

Исследуем при $x = 1$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

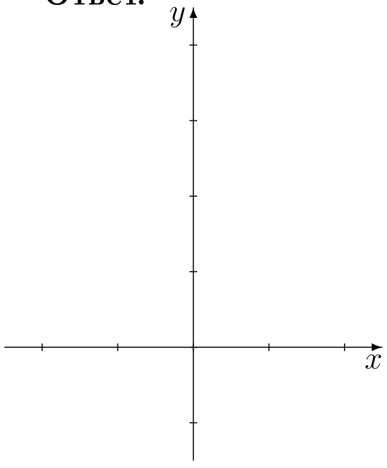
На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.
При $x = -1$ функция p непрерывна.

$$\lim_{x \to 1-0} p(x) =$$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x-1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2+x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2+x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

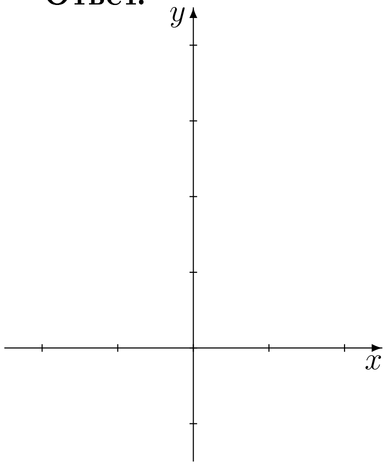
При $x = -1$ функция p непрерывна.

$$\lim_{x \to 1-0} p(x) = \lim_{x \to 1-0} x^2 =$$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.



г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

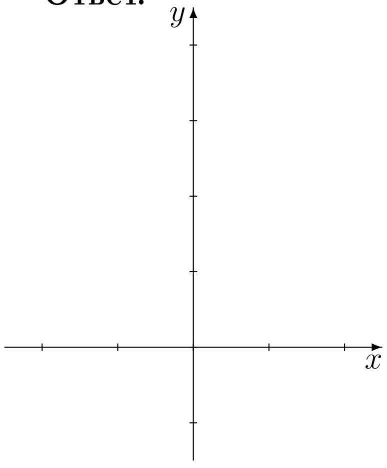
При $x=-1$ функция p непрерывна.

$$\lim_{x\to 1-0} p(x) = \lim_{x\to 1-0} x^2 = 1$$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, & \text{при } x<1;\\ x^2, & \text{при } x\geqslant 1;\end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, & \text{при } x<-1;\\ x^2, & \text{при } -1\leqslant x<1;\\ 0, & \text{при } x=1;\\ \sqrt{x}, & \text{при } x>1;\end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.



г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, & \text{при } x<-1;\\ x^2, & \text{при } -1\leqslant x<1;\\ 0, & \text{при } x=1;\\ \sqrt{x}, & \text{при } x>1;\end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

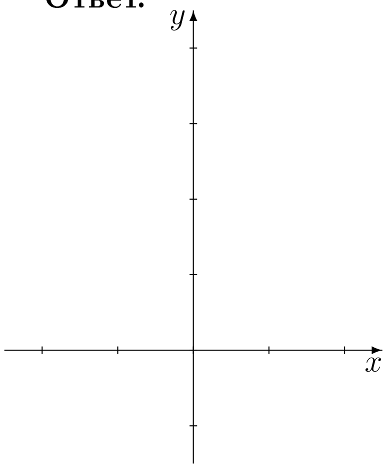
При $x=-1$ функция p непрерывна.

$$\lim_{x\to 1-0} p(x) = \lim_{x\to 1-0} x^2 = 1 \qquad\qquad = \lim_{x\to 1+0} p(x),$$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

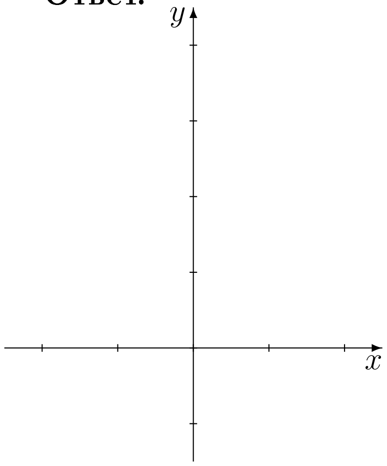
При $x = -1$ функция p непрерывна.

$$\lim_{x \to 1-0} p(x) = \lim_{x \to 1-0} x^2 = 1 = \lim_{x \to 1+0} \sqrt{x} = \lim_{x \to 1+0} p(x),$$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

При $x = -1$ функция p непрерывна.

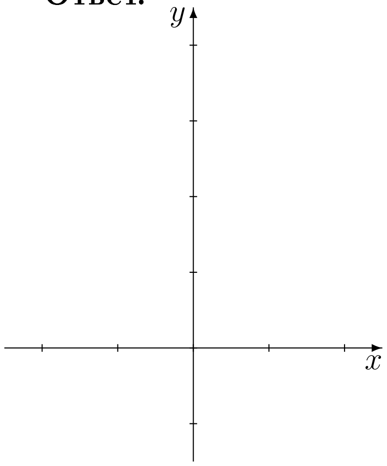
$$\lim_{x \to 1-0} p(x) = \lim_{x \to 1-0} x^2 = 1 = \lim_{x \to 1+0} \sqrt{x} = \lim_{x \to 1+0} p(x),$$

$p(1) =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x-1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2+x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2+x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

При $x = -1$ функция p непрерывна.

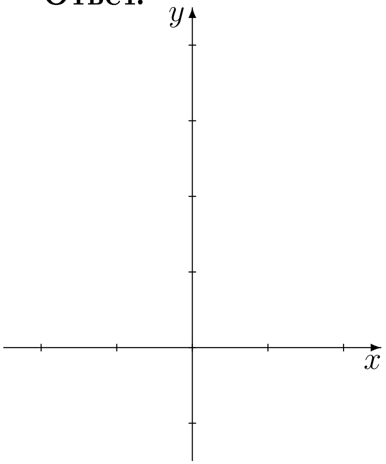
$$\lim_{x\to 1-0} p(x) = \lim_{x\to 1-0} x^2 = 1 = \lim_{x\to 1+0} \sqrt{x} = \lim_{x\to 1+0} p(x),$$

$p(1) =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x-1}$; **б)** $g(x)=2^{1/x}$; **в)** $h(x)=\begin{cases} x, \text{ при } x<1; \\ x^2, \text{ при } x\geqslant 1;\end{cases}$

г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1;\end{cases}$ **д)** $q(x)=|x|$.

Ответ.



г) $p(x)=\begin{cases} 2+x, \text{ при } x<-1; \\ x^2, \text{ при } -1\leqslant x<1; \\ 0, \text{ при } x=1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x>1;\end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

При $x=-1$ функция p непрерывна.

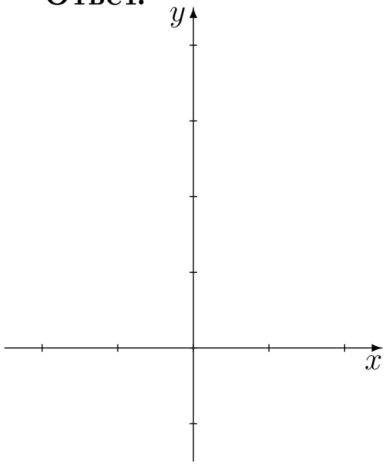
$\lim\limits_{x\to 1-0} p(x) = \lim\limits_{x\to 1-0} x^2 = 1 = \lim\limits_{x\to 1+0} \sqrt{x} = \lim\limits_{x\to 1+0} p(x)$,

$p(1) = 0$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

При $x = -1$ функция p непрерывна.

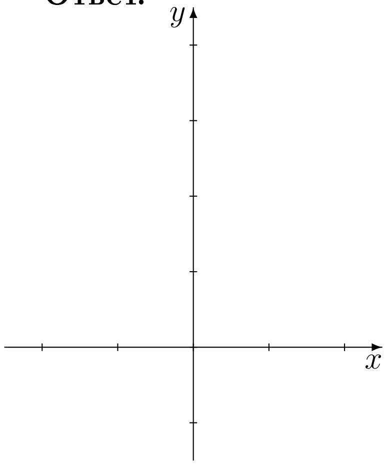
$$\lim_{x\to 1-0} p(x) = \lim_{x\to 1-0} x^2 = 1 = \lim_{x\to 1+0} \sqrt{x} = \lim_{x\to 1+0} p(x),$$

$$p(1) = 0 \qquad = \lim_{x\to 1} p(x).$$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x-1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

При $x = -1$ функция p непрерывна.

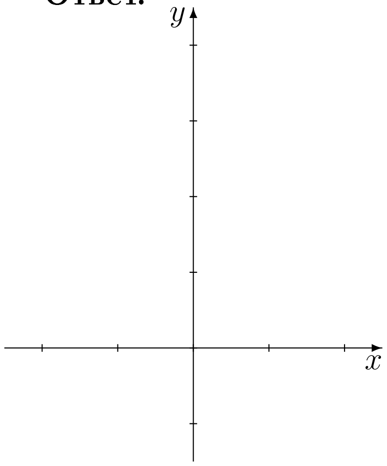
$$\lim_{x \to 1-0} p(x) = \lim_{x \to 1-0} x^2 = 1 = \lim_{x \to 1+0} \sqrt{x} = \lim_{x \to 1+0} p(x),$$

$p(1) = 0 \neq 1 = \lim\limits_{x \to 1} p(x)$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



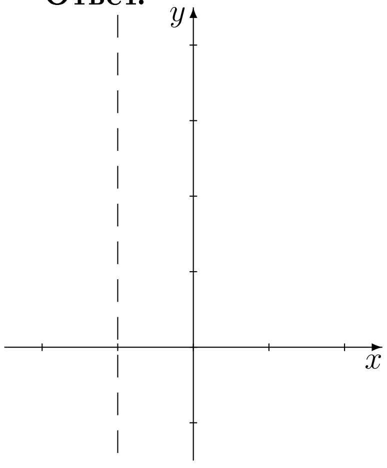
г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.
При $x = -1$ функция p непрерывна.
При $x = 1$ у функции p имеется устранимый разрыв.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

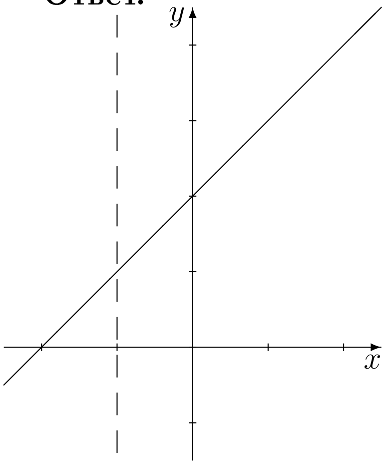
При $x = -1$ функция p непрерывна.

При $x = 1$ у функции p имеется устранимый разрыв.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

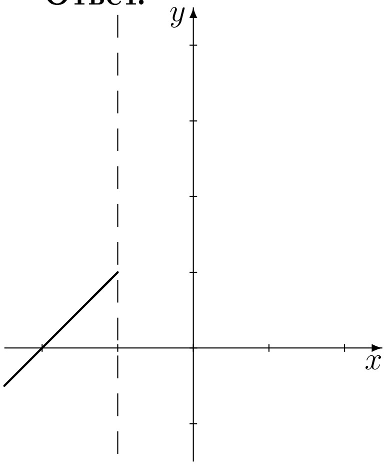
При $x = -1$ функция p непрерывна.

При $x = 1$ у функции p имеется устранимый разрыв.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

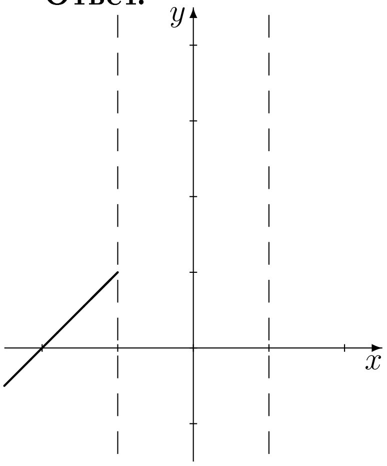
При $x = -1$ функция p непрерывна.

При $x = 1$ у функции p имеется устранимый разрыв.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

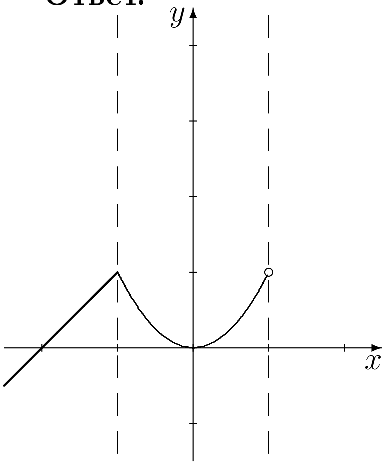
При $x = -1$ функция p непрерывна.

При $x = 1$ у функции p имеется устранимый разрыв.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

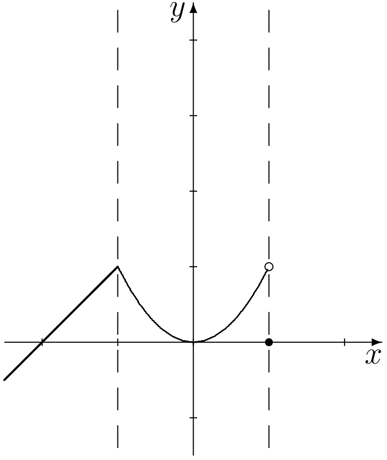
При $x = -1$ функция p непрерывна.

При $x = 1$ у функции p имеется устранимый разрыв.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

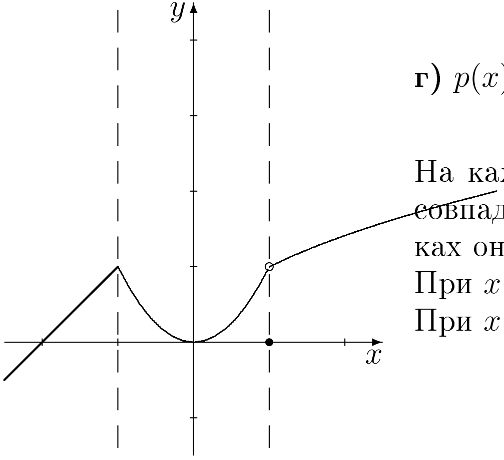
При $x = -1$ функция p непрерывна.

При $x = 1$ у функции p имеется устранимый разрыв.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x < 1; \\ x^2, & \text{при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$

На каждом из множеств $(-\infty; -1)$, $(-1; 1)$, $(1; +\infty)$ функция p совпадает с одной из элементарных функций, значит, в этих точках она непрерывна.

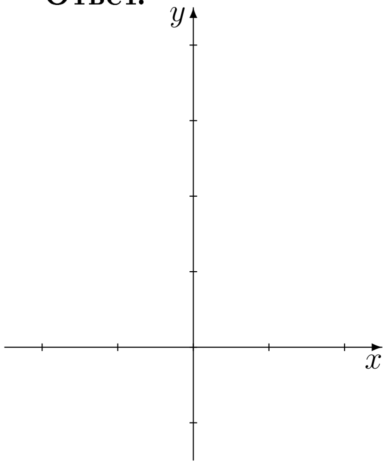
При $x = -1$ функция p непрерывна.

При $x = 1$ у функции p имеется устранимый разрыв.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

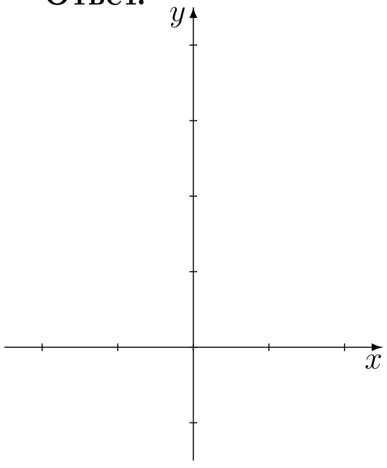


д) $q(x) = |x| =$

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

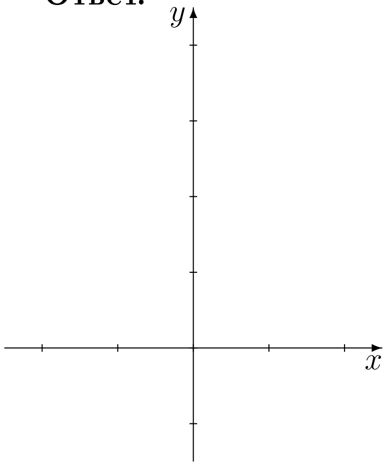


д) $q(x) = |x| = \sqrt{x^2}$.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, & \text{при } x < 1; \\ x^2, & \text{при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{при } x < -1; \\ x^2, & \text{при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, & \text{при } x = 1; \\ \sqrt{x}, & \text{при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



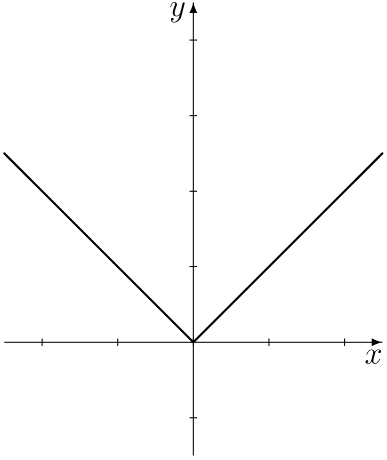
д) $q(x) = |x| = \sqrt{x^2}$.

Таким образом, q является элементарной функцией и, следовательно, непрерывна в области определения.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.

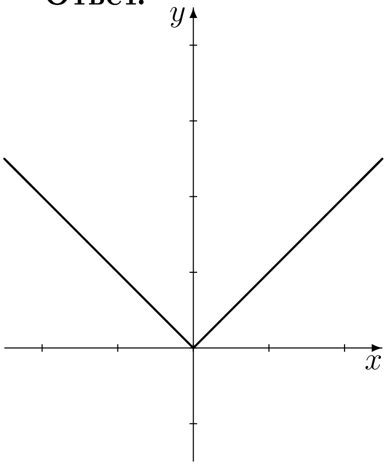


д) $q(x) = |x| = \sqrt{x^2}$.
Таким образом, q является элементарной функцией и, следовательно, непрерывна в области определения.

Задача 11. Выясните, являются ли непрерывными в области определения функции: **а)** $f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x - 1}$; **б)** $g(x) = 2^{1/x}$; **в)** $h(x) = \begin{cases} x, \text{ при } x < 1; \\ x^2, \text{ при } x \geqslant 1; \end{cases}$

г) $p(x) = \begin{cases} 2 + x, \text{ при } x < -1; \\ x^2, \text{ при } -1 \leqslant x < 1; \\ 0, \text{ при } x = 1; \\ \sqrt{x}, \text{ при } x > 1; \end{cases}$ **д)** $q(x) = |x|$.

Ответ.



д) $q(x) = |x| = \sqrt{x^2}$.

Таким образом, q является элементарной функцией и, следовательно, непрерывна в области определения.

Ура!

Решение задачи 12.

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ.

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ.

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \{\qquad\}$ функция p является **элементарной функцией.**

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \{-1; \quad \}$ функция p является **элементарной функцией.**

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, & \text{при } x < -1, \\ bx^2, & \text{при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, & \text{при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, & \text{при } x < \pi/2, \\ -1, & \text{при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{при } x \leqslant 0, \\ x^2, & \text{при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, & \text{при } x < 2, \\ bx^2, & \text{при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, & \text{при } x < -1, \\ bx^2, & \text{при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, & \text{при } x > 0. \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \{-1; 0\}$ функция p является **элементарной функцией.**

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \{-1; 0\}$ функция p является **элементарной функцией.**

Поэтому исследованию на непрерывность подлежат только две ситуации: $x = -1$ и $x = 0$.

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to -1-0} p(x) =$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$$\lim_{x \to -1-0} p(x) = \lim_{x \to -1-0} (2 - ax) =$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2,\\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2\end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0,\\ x^2, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2,\\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2.\end{cases}$

Ответ. а) $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0.\end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0} p(x)=\lim_{x\to-1-0}(2-ax)=2+a=$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0} p(x) = \lim_{x\to-1-0} (2 - ax) = 2 + a = \qquad\qquad = \lim_{x\to-1+0} p(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0} p(x) = \lim_{x\to-1-0} (2 - ax) = 2 + a = \quad = \lim_{x\to-1+0} bx^2 = \lim_{x\to-1+0} p(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0}p(x)=\lim_{x\to-1-0}(2-ax)=2+a=b=\lim_{x\to-1+0}bx^2=\lim_{x\to-1+0}p(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax+b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0} p(x) = \lim_{x\to-1-0}(2-ax) = 2+a=b = \lim_{x\to-1+0} bx^2 = \lim_{x\to-1+0} p(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$$\lim_{x \to -1-0} p(x) = \lim_{x \to -1-0} (2 - ax) = 2 + a = b = \lim_{x \to -1+0} bx^2 = \lim_{x \to -1+0} p(x),$$
$$\lim_{x \to -0} p(x) =$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to -1-0} p(x) = \lim\limits_{x \to -1-0} (2 - ax) = 2 + a = b = \lim\limits_{x \to -1+0} bx^2 = \lim\limits_{x \to -1+0} p(x),$
$\lim\limits_{x \to -0} p(x) = \lim\limits_{x \to -0} bx^2 =$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to-1-0} p(x) = \lim\limits_{x\to-1-0} (2 - ax) = 2 + a = b = \lim\limits_{x\to-1+0} bx^2 = \lim\limits_{x\to-1+0} p(x),$

$\lim\limits_{x\to-0} p(x) = \lim\limits_{x\to-0} bx^2 = 0 =$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0} p(x)=\lim_{x\to-1-0}(2-ax)=2+a=b=\lim_{x\to-1+0} bx^2=\lim_{x\to-1+0} p(x),$$
$$\lim_{x\to-0} p(x)=\lim_{x\to-0} bx^2=0= \qquad =\lim_{x\to+0} p(x)$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to -1-0} p(x) = \lim_{x\to -1-0} (2 - ax) = 2 + a = b = \lim_{x\to -1+0} bx^2 = \lim_{x\to -1+0} p(x),$$
$$\lim_{x\to -0} p(x) = \lim_{x\to -0} bx^2 = 0 = \qquad = \lim_{x\to +0} (2a + 4 - bx) = \lim_{x\to +0} p(x)$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2-ax, & \text{при } x<-1, \\ bx^2, & \text{при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a+4-bx, & \text{при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, & \text{при } x<\pi/2, \\ -1, & \text{при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax+b, & \text{при } x \leqslant 0, \\ x^2, & \text{при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2-ax, & \text{при } x<2, \\ bx^2, & \text{при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2-ax, & \text{при } x<-1, \\ bx^2, & \text{при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a+4-bx, & \text{при } x>0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0} p(x) = \lim_{x\to-1-0}(2-ax) = 2+a=b = \lim_{x\to-1+0} bx^2 = \lim_{x\to-1+0} p(x),$$
$$\lim_{x\to-0} p(x) = \lim_{x\to-0} bx^2 = 0 = 2a+4 = \lim_{x\to+0}(2a+4-bx) = \lim_{x\to+0} p(x)$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0} p(x) = \lim_{x\to-1-0}(2-ax) = 2+a=b = \lim_{x\to-1+0} bx^2 = \lim_{x\to-1+0} p(x),$$
$$\lim_{x\to-0} p(x) = \lim_{x\to-0} bx^2 = 0 = 2a+4 = \lim_{x\to+0}(2a+4-bx) = \lim_{x\to+0} p(x)$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to-1-0} p(x) = \lim\limits_{x\to-1-0} (2 - ax) = 2 + a = b = \lim\limits_{x\to-1+0} bx^2 = \lim\limits_{x\to-1+0} p(x),$
$\lim\limits_{x\to-0} p(x) = \lim\limits_{x\to-0} bx^2 = 0 = 2a + 4 = \lim\limits_{x\to+0} (2a + 4 - bx) = \lim\limits_{x\to+0} p(x)$
Значит, $a =$, $b =$.

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases}2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases}\sin ax, \text{ при } x<\pi/2,\\ -1, \text{ при } x\geqslant\pi/2\end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases}ax+b, \text{ при } x\leqslant 0,\\ x^2, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases}2-ax, \text{ при } x<2,\\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2.\end{cases}$

Ответ. а) $p(x)=\begin{cases}2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0.\end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0}p(x)=\lim_{x\to-1-0}(2-ax)=2+a=b=\lim_{x\to-1+0}bx^2=\lim_{x\to-1+0}p(x),$$
$$\lim_{x\to-0}p(x)=\lim_{x\to-0}bx^2=0=2a+4=\lim_{x\to+0}(2a+4-bx)=\lim_{x\to+0}p(x)$$

Значит, $a=-2,\quad b=\quad.$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$$\lim_{x \to -1-0} p(x) = \lim_{x \to -1-0} (2 - ax) = 2 + a = b = \lim_{x \to -1+0} bx^2 = \lim_{x \to -1+0} p(x),$$

$$\lim_{x \to -0} p(x) = \lim_{x \to -0} bx^2 = 0 = 2a + 4 = \lim_{x \to +0} (2a + 4 - bx) = \lim_{x \to +0} p(x)$$

Значит, $a = -2, \quad b = 0$.

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2-ax, & \text{при } x<-1, \\ bx^2, & \text{при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, & \text{при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, & \text{при } x<\pi/2, \\ -1, & \text{при } x\geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax+b, & \text{при } x\leqslant 0, \\ x^2, & \text{при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2-ax, & \text{при } x<2, \\ bx^2, & \text{при } x\geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. а) $p(x) = \begin{cases} 2-ax, & \text{при } x<-1, \\ bx^2, & \text{при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, & \text{при } x>0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0} p(x) = \lim_{x\to-1-0} (2-ax) = 2+a=b = \lim_{x\to-1+0} bx^2 = \lim_{x\to-1+0} p(x),$$

$$\lim_{x\to-0} p(x) = \lim_{x\to-0} bx^2 = 0=2a+4 = \lim_{x\to+0} (2a+4-bx) = \lim_{x\to+0} p(x)$$

Значит, $a=-2$, $\quad b=0$. Функция имеет вид

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2,\\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2\end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0,\\ x^2, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2,\\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2.\end{cases}$

Ответ. а) $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0.\end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0}p(x)=\lim_{x\to-1-0}(2-ax)=2+a=b=\lim_{x\to-1+0}bx^2=\lim_{x\to-1+0}p(x),$$

$$\lim_{x\to-0}p(x)=\lim_{x\to-0}bx^2=0=2a+4=\lim_{x\to+0}(2a+4-bx)=\lim_{x\to+0}p(x)$$

Значит, $a=-2,\quad b=0$. Функция имеет вид

$$p(x)=\begin{cases} \quad, \text{ при } x<-1,\\ \quad, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ \quad, \text{ при } x>0.\end{cases}$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2,\\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2\end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0,\\ x^2, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2,\\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2.\end{cases}$

Ответ. а) $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0.\end{cases}$

$\lim\limits_{x\to-1-0} p(x)=\lim\limits_{x\to-1-0}(2-ax)=2+a=b=\lim\limits_{x\to-1+0} bx^2=\lim\limits_{x\to-1+0} p(x),$

$\lim\limits_{x\to-0} p(x)=\lim\limits_{x\to-0} bx^2=0=2a+4=\lim\limits_{x\to+0}(2a+4-bx)=\lim\limits_{x\to+0} p(x)$

Значит, $a=-2,\quad b=0$. Функция имеет вид

$p(x)=\begin{cases} 2+2x, \text{ при } x<-1,\\ \quad , \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ \quad , \text{ при } x>0.\end{cases}$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases}2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases}\sin ax, \text{ при } x<\pi/2,\\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2\end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases}ax+b, \text{ при } x\leqslant 0,\\ x^2, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases}2-ax, \text{ при } x<2,\\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2.\end{cases}$

Ответ. а) $p(x)=\begin{cases}2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0.\end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0}p(x)=\lim_{x\to-1-0}(2-ax)=2+a=b=\lim_{x\to-1+0}bx^2=\lim_{x\to-1+0}p(x),$$

$$\lim_{x\to-0}p(x)=\lim_{x\to-0}bx^2=0=2a+4=\lim_{x\to+0}(2a+4-bx)=\lim_{x\to+0}p(x)$$

Значит, $a=-2$, $b=0$. Функция имеет вид

$$p(x)=\begin{cases}2+2x, \text{ при } x<-1,\\ 0, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ \quad , \text{ при } x>0.\end{cases}$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases}2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases}\sin ax, \text{ при } x<\pi/2,\\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2\end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases}ax+b, \text{ при } x\leqslant 0,\\ x^2, \text{ при } x>0;\end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases}2-ax, \text{ при } x<2,\\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2.\end{cases}$

Ответ. а) $p(x)=\begin{cases}2-ax, \text{ при } x<-1,\\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0.\end{cases}$

$$\lim_{x\to-1-0}p(x)=\lim_{x\to-1-0}(2-ax)=2+a=b=\lim_{x\to-1+0}bx^2=\lim_{x\to-1+0}p(x),$$
$$\lim_{x\to-0}p(x)=\lim_{x\to-0}bx^2=0=2a+4=\lim_{x\to+0}(2a+4-bx)=\lim_{x\to+0}p(x)$$

Значит, $a=-2,\quad b=0$. Функция имеет вид

$$p(x)=\begin{cases}2+2x, \text{ при } x<-1,\\ 0, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0,\\ 0, \text{ при } x>0.\end{cases}$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \left\{ \quad \right\}$ функция q является **элементарной функцией.**

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$ функция q является **элементарной функцией.**

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \left\{ \dfrac{\pi}{2} \right\}$ функция q является **элементарной функцией.**

Поэтому исследованию на непрерывность подлежат только ситуация $x = \dfrac{\pi}{2}$.

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, & \text{при } x < -1, \\ bx^2, & \text{при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, & \text{при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, & \text{при } x < \pi/2, \\ -1, & \text{при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{при } x \leqslant 0, \\ x^2, & \text{при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, & \text{при } x < 2, \\ bx^2, & \text{при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, & \text{при } x < \pi/2, \\ -1, & \text{при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2} - 0} q(x) =$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2} - 0} q(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2} - 0} \sin ax =$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax+b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}-0} q(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}-0} \sin ax = \sin \frac{\pi a}{2} =$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2} - 0} q(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2} - 0} \sin ax = \sin \frac{\pi a}{2} = \qquad\qquad = \lim_{x \to \frac{\pi}{2} + 0} q(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2} - 0} q(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2} - 0} \sin ax = \sin \frac{\pi a}{2} = \qquad = \lim_{x \to \frac{\pi}{2} + 0} (-1) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2} + 0} q(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2} - 0} q(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2} - 0} \sin ax = \sin \frac{\pi a}{2} = -1 = \lim_{x \to \frac{\pi}{2} + 0} (-1) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2} + 0} q(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax+b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} q(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} \sin ax = \sin\frac{\pi a}{2} = -1 = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0}(-1) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} q(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}-0} q(x) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}-0} \sin ax = \sin\frac{\pi a}{2} = -1 = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}+0} (-1) = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}+0} q(x),$$

Значит, $a = -1 + 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$.

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax+b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} q(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} \sin ax = \sin\frac{\pi a}{2} = -1 = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} (-1) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} q(x),$$

Значит, $a = -1+4k$, где $k \in \mathbb{Z}$. Функция имеет вид:

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} q(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} \sin ax = \sin\frac{\pi a}{2} = -1 = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} (-1) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} q(x),$$

Значит, $a = -1 + 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$. Функция имеет вид:

$$q(x) = \begin{cases} \qquad\qquad , \text{ при } x < \pi/2, \text{ где } k \in \mathbb{Z}, \\ \quad , \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. б) $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} q(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} \sin ax = \sin\frac{\pi a}{2} = -1 = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} (-1) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} q(x),$$

Значит, $a = -1 + 4k$, где $k \in \mathbb{Z}$. Функция имеет вид:

$$q(x) = \begin{cases} \sin(4k-1)x, \text{ при } x < \pi/2, \text{ где } k \in \mathbb{Z}, \\ \quad , \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases} 2-ax, & \text{при } x<-1, \\ bx^2, & \text{при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, & \text{при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases} \sin ax, & \text{при } x<\pi/2, \\ -1, & \text{при } x\geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases} ax+b, & \text{при } x\leqslant 0, \\ x^2, & \text{при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, & \text{при } x<2, \\ bx^2, & \text{при } x\geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x)=\begin{cases} \sin ax, & \text{при } x<\pi/2, \\ -1, & \text{при } x\geqslant \pi/2 \end{cases}$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} q(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0}\sin ax=\sin\frac{\pi a}{2}=-1=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0}(-1)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+0} q(x),$$

Значит, $a=-1+4k$, где $k\in\mathbb{Z}$. Функция имеет вид:

$$q(x)=\begin{cases} \sin(4k-1)x, & \text{при } x<\pi/2, \text{ где } k\in\mathbb{Z}, \\ -1, & \text{при } x\geqslant \pi/2 \end{cases}$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x)=\begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0. \end{cases}$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } \ -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \{\ \ \}$ функция q является **элементарной функцией.**

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \{0\}$ функция q является **элементарной функцией.**

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \{0\}$ функция q является **элементарной функцией.** Поэтому исследованию на непрерывность подлежат только ситуация $x = 0$.

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to -0} r(x) =$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to-0} r(x) = \lim\limits_{x\to-0} (ax + b) =$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to -0} r(x) = \lim\limits_{x \to -0} (ax + b) = b =$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to -0} r(x) = \lim\limits_{x \to -0} (ax + b) = b = \qquad\qquad\qquad = \lim\limits_{x \to +0} r(x),$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to -0} r(x) = \lim_{x\to -0} (ax + b) = b = \quad = \lim_{x\to +0} x^2 = \lim_{x\to +0} r(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to-0} r(x) = \lim_{x\to-0}(ax+b) = b = 0 = \lim_{x\to+0} x^2 = \lim_{x\to+0} r(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0. \end{cases}$

$$\lim_{x\to -0} r(x) = \lim_{x\to -0} (ax + b) = b = 0 = \lim_{x\to +0} x^2 = \lim_{x\to +0} r(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, & \text{при } x < -1, \\ bx^2, & \text{при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, & \text{при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, & \text{при } x < \pi/2, \\ -1, & \text{при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{при } x \leqslant 0, \\ x^2, & \text{при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, & \text{при } x < 2, \\ bx^2, & \text{при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{при } x \leqslant 0, \\ x^2, & \text{при } x > 0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to -0} r(x) = \lim\limits_{x \to -0} (ax + b) = b = 0 = \lim\limits_{x \to +0} x^2 = \lim\limits_{x \to +0} r(x),$

Значит, a , $b =$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax+b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax+b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to-0} r(x) = \lim\limits_{x\to-0}(ax+b) = b = 0 = \lim\limits_{x\to+0} x^2 = \lim\limits_{x\to+0} r(x)$,

Значит, $a \in \mathbb{R}$, $b =$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. в) $r(x)=\begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to-0} r(x)=\lim\limits_{x\to-0}(ax+b)=b=0=\lim\limits_{x\to+0} x^2=\lim\limits_{x\to+0} r(x)$,

Значит, $a\in\mathbb{R}$, $\quad b=0$.

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, & \text{при } x < -1, \\ bx^2, & \text{при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, & \text{при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, & \text{при } x < \pi/2, \\ -1, & \text{при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{при } x \leqslant 0, \\ x^2, & \text{при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, & \text{при } x < 2, \\ bx^2, & \text{при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{при } x \leqslant 0, \\ x^2, & \text{при } x > 0. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to -0} r(x) = \lim\limits_{x\to -0}(ax + b) = b = 0 = \lim\limits_{x\to +0} x^2 = \lim\limits_{x\to +0} r(x)$,

Значит, $a \in \mathbb{R}$, $b = 0$. Функция имеет вид:

$r(x) = \begin{cases} ax, & \text{при } x \leqslant 0, \text{ где } k \in \mathbb{R}, \\ x^2, & \text{при } x > 0. \end{cases}$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. г) $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \{\ \ \}$ функция q является **элементарной функцией.**

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$
в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \{2\}$ функция q является **элементарной функцией.**

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. г) $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

В окрестности любой точки, кроме $x \in \{2\}$ функция q является **элементарной функцией.** Поэтому исследованию на непрерывность подлежат только ситуация $x = 2$.

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to 2-0} s(x) =$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to 2-0} s(x) = \lim\limits_{x \to 2-0} (2 - ax) =$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 2-0} s(x)=\lim\limits_{x\to 2-0}(2-ax)=2-2a=$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax+b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x) = \begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

$$\lim_{x\to 2-0} s(x) = \lim_{x\to 2-0} (2-ax) = 2-2a = \qquad = \lim_{x\to 2+0} s(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

$$\lim_{x\to 2-0} s(x) = \lim_{x\to 2-0} (2 - ax) = 2 - 2a = \quad = \lim_{x\to 2+0} bx^2 = \lim_{x\to 2+0} s(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 2-0} s(x) = \lim\limits_{x\to 2-0} (2 - ax) = 2 - 2a = 4b = \lim\limits_{x\to 2+0} bx^2 = \lim\limits_{x\to 2+0} s(x),$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

$$\lim_{x\to 2-0} s(x) = \lim_{x\to 2-0} (2 - ax) = 2 - 2a = 4b = \lim_{x\to 2+0} bx^2 = \lim_{x\to 2+0} s(x),$$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$ **в)** $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 2-0} s(x) = \lim\limits_{x\to 2-0} (2 - ax) = 2 - 2a = 4b = \lim\limits_{x\to 2+0} bx^2 = \lim\limits_{x\to 2+0} s(x),$

Значит, $a =$, b

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<-1, \\ bx^2, \text{ при } -1\leqslant x\leqslant 0, \\ 2a+4-bx, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **б)** $q(x)=\begin{cases} \sin ax, \text{ при } x<\pi/2, \\ -1, \text{ при } x\geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x)=\begin{cases} ax+b, \text{ при } x\leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x>0; \end{cases}$ **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x)=\begin{cases} 2-ax, \text{ при } x<2, \\ bx^2, \text{ при } x\geqslant 2. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 2-0} s(x)=\lim\limits_{x\to 2-0}(2-ax)=2-2a=4b=\lim\limits_{x\to 2+0} bx^2=\lim\limits_{x\to 2+0} s(x),$

Значит, $a=1-2b, \quad b$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. г) $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 2-0} s(x) = \lim\limits_{x\to 2-0} (2 - ax) = 2 - 2a = 4b = \lim\limits_{x\to 2+0} bx^2 = \lim\limits_{x\to 2+0} s(x),$

Значит, $a = 1 - 2b, \quad b \in \mathbb{R}.$

Задача 12. При каких значениях параметров a и b непрерывными являются функции: **а)** $p(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < -1, \\ bx^2, \text{ при } -1 \leqslant x \leqslant 0, \\ 2a + 4 - bx, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **б)** $q(x) = \begin{cases} \sin ax, \text{ при } x < \pi/2, \\ -1, \text{ при } x \geqslant \pi/2 \end{cases}$

в) $r(x) = \begin{cases} ax + b, \text{ при } x \leqslant 0, \\ x^2, \text{ при } x > 0; \end{cases}$ **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Ответ. **г)** $s(x) = \begin{cases} 2 - ax, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to 2-0} s(x) = \lim\limits_{x\to 2-0} (2 - ax) = 2 - 2a = 4b = \lim\limits_{x\to 2+0} bx^2 = \lim\limits_{x\to 2+0} s(x)$,

Значит, $a = 1 - 2b$, $b \in \mathbb{R}$. Функция имеет вид:

$s(x) = \begin{cases} 2 - (1 - 2b)x, \text{ при } x < 2, \\ bx^2, \text{ при } x \geqslant 2. \end{cases}$

Решение задачи 13.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

а) 2^t — это степенная(?) / показательная(?) функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

а) 2^t — это **показательная** функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

а) 2^t — это **показательная** функция.

$$\frac{d}{dt}2^t =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

а) 2^t — это **показательная** функция.

$$\frac{d}{dt}2^t = (2^t)' =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

а) 2^t — это **показательная** функция.

$$\frac{d}{dt}2^t = (2^t)' = 2^t \cdot \ln 2.$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

б) $x^{\sin 1}$ — это $\begin{matrix}\text{степенная(?)}\\ \text{показательная(?)}\end{matrix}$ функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

б) $x^{\sin 1}$ — это **степенная** функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

б) $x^{\sin 1}$ — это **степенная** функция.

$$\frac{d}{dx}x^{\sin 1} =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную:
а) 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

б) $x^{\sin 1}$ — это **степенная** функция.

$$\frac{d}{dx}x^{\sin 1} = \left(x^{\sin 1}\right)' =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

б) $x^{\sin 1}$ — это **степенная** функция.

$$\frac{d}{dx}x^{\sin 1} = \left(x^{\sin 1}\right)' = \sin 1 \cdot x^{(\sin 1)-1}.$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную:
а) 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

в) t^3 — это $\genfrac{}{}{0pt}{}{\text{степенная(?)}}{\text{показательная(?)}}$ функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

в) t^3 — это **степенная** функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

в) t^3 — это **степенная** функция.

$$\frac{d}{dt}t^3 =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную:
а) 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

в) t^3 — это **степенная** функция.

$$\frac{d}{dt}t^3 = (t^3)' =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную:
а) 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

в) t^3 — это **степенная** функция.

$$\frac{d}{dt}t^3 = (t^3)' = 3t^2.$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

г) $\sqrt[3]{z} =$ — это степенная(?) / показательная(?) функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

г) $\sqrt[3]{z} = z^{1/3}$ — это степенная(?) / показательная(?) функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

г) $\sqrt[3]{z} = z^{1/3}$ — это **степенная** функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

г) $\sqrt[3]{z} = z^{1/3}$ — это **степенная** функция.

$$\frac{d}{dz}\sqrt[3]{z} =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

г) $\sqrt[3]{z} = z^{1/3}$ — это **степенная** функция.

$$\frac{d}{dz}\sqrt[3]{z} = \frac{d}{dz} z^{1/3} =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

г) $\sqrt[3]{z} = z^{1/3}$ — это **степенная** функция.

$$\frac{d}{dz}\sqrt[3]{z} = \frac{d}{dz}z^{1/3} = \frac{1}{3z^{2/3}} =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную:
а) 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

г) $\sqrt[3]{z} = z^{1/3}$ — это **степенная** функция.

$$\frac{d}{dz}\sqrt[3]{z} = \frac{d}{dz}z^{1/3} = \frac{1}{3z^{2/3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{z^2}}.$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

д) $\sin^x 1$ — это степенная(?) / показательная(?) функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

д) $\sin^x 1$ — это **показательная** функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

д) $\sin^x 1$ — это **показательная** функция.

$$\frac{d}{dx}\sin^x 1 =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

д) $\sin^x 1$ — это **показательная** функция.

$$\frac{d}{dx}\sin^x 1 = (\sin^x 1)' =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

д) $\sin^x 1$ — это **показательная** функция.

$$\frac{d}{dx}\sin^x 1 = (\sin^x 1)' = \sin^x 1 \cdot \ln(\sin 1).$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

е) $\lg^t 2$ — это $\begin{matrix}\text{степенная(?)}\\ \text{показательная(?)}\end{matrix}$ функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную:
а) 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

е) $\lg^t 2$ — это **показательная** функция.

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

е) $\lg^t 2$ — это **показательная** функция.

$\dfrac{d}{dt} \lg^t 2 =$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

е) $\lg^t 2$ — это **показательная** функция.

$$\frac{d}{dt} \lg^t 2 = \left(\lg^t 2\right)' =$$

Задача 13. Укажите тип функции (**степенная** или **показательная**) и её производную: **а)** 2^t; **б)** $x^{\sin 1}$; **в)** t^3; **г)** $\sqrt[3]{z}$; **д)** $\sin^x 1$; **е)** $\lg^t 2$.

Ответ.

е) $\lg^t 2$ — это **показательная** функция.

$$\frac{d}{dt}\lg^t 2 = \left(\lg^t 2\right)' = \lg^t 2 \cdot \ln(\lg 2).$$

Решение задачи 14.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4 \sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot \operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. а) $\left(\arcsin^4\sqrt{2-3x}\right)'=$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4 \sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x} + \lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}} - \dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. а) $\left(\arcsin^4 \sqrt{2-3x}\right)' = 4\arcsin^3 \sqrt{2-3x}\cdot$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. а) $\left(\arcsin^4\sqrt{2-3x}\right)'=4\arcsin^3\sqrt{2-3x}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{1-(2-3x)}}\cdot$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4 \sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos \sqrt{1-\sin^2 x} + \lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos \sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln \sqrt{x}} - \dfrac{2^x}{x \ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos \sqrt{x}}$.

Ответ. а) $\left(\arcsin^4 \sqrt{2-3x}\right)' = 4 \arcsin^3 \sqrt{2-3x} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-(2-3x)}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{2-3x}}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. а) $\left(\arcsin^4\sqrt{2-3x}\right)'=4\arcsin^3\sqrt{2-3x}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{1-(2-3x)}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{2-3x}}\cdot(-3)$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)' =$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;

е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;

е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot(-2\sin x)\cdot$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot(-2\sin x)\cdot\cos x+$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4 \sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x} + \lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}} - \dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x} + \lg^4 x\right)' = \frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}} \cdot (-2\sin x) \cdot \cos x +$$

$$+4\lg^3 x \cdot$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot(-2\sin x)\cdot\cos x+$$

$$+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\ \ln 10}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot(-2\sin x)\cdot\cos x+$$
$$+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\ \ln 10}.$$

«Умное решение»:

б) $\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot(-2\sin x)\cdot\cos x+$$
$$+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\ \ln 10}.$$

«Умное решение»:

б) $\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\left(\arccos|\cos x|+\lg^4 x\right)'=$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot(-2\sin x)\cdot\cos x+$$
$$+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\,\ln 10}.$$

«Умное решение»:

б) $$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\left(\arccos|\cos x|+\lg^4 x\right)'=$$
$$=\begin{cases}(x+\lg^4 x)', & \text{если }\ \cos x\geqslant 0,\\ (\pi-x+\lg^4 x)', & \text{если }\ \cos x<0,\end{cases}\quad=$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot(-2\sin x)\cdot\cos x+$$

$$+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\,\ln 10}.$$

«Умное решение»:

б) $$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\left(\arccos|\cos x|+\lg^4 x\right)'=$$

$$=\begin{cases}(x+\lg^4 x)', \text{ если } \cos x\geqslant 0,\\ (\pi-x+\lg^4 x)', \text{ если } \cos x<0,\end{cases}=\begin{cases}1+\qquad\qquad\qquad, \text{ если } \cos x\geqslant 0,\\ \qquad\qquad\qquad\quad, \text{ если } \cos x<0.\end{cases}$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot(-2\sin x)\cdot\cos x+$$
$$+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\,\ln 10}.$$

«Умное решение»:

б) $$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\left(\arccos|\cos x|+\lg^4 x\right)'=$$
$$=\begin{cases}(x+\lg^4 x)', & \text{если } \cos x\geqslant 0,\\ (\pi-x+\lg^4 x)', & \text{если } \cos x<0,\end{cases}\quad=\begin{cases}1+4\lg^3 x\cdot \qquad , & \text{если } \cos x\geqslant 0,\\ \qquad\qquad , & \text{если } \cos x<0.\end{cases}$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot(-2\sin x)\cdot\cos x+$$
$$+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\ln 10}.$$

«Умное решение»:

б) $\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\left(\arccos|\cos x|+\lg^4 x\right)'=$

$$=\begin{cases}(x+\lg^4 x)', & \text{если } \cos x\geqslant 0,\\ (\pi-x+\lg^4 x)', & \text{если } \cos x<0,\end{cases}\quad=\begin{cases}1+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\ln 10}, & \text{если } \cos x\geqslant 0,\\ , & \text{если } \cos x<0.\end{cases}$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot(-2\sin x)\cdot\cos x+$$
$$+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\ \ln 10}.$$

«Умное решение»:

б) $\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\left(\arccos|\cos x|+\lg^4 x\right)'=$

$$=\begin{cases}(x+\lg^4 x)', & \text{если } \cos x\geqslant 0,\\ (\pi-x+\lg^4 x)', & \text{если } \cos x<0,\end{cases}=\begin{cases}1+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\ln 10}, & \text{если } \cos x\geqslant 0,\\ -1+\qquad\qquad, & \text{если } \cos x<0.\end{cases}$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. б) «Честное решение»:

$$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\frac{-1}{\sqrt{1-(1-\sin^2 x)}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{1-\sin^2 x}}\cdot(-2\sin x)\cdot\cos x+$$
$$+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\,\ln 10}.$$

«Умное решение»:

б) $$\left(\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x\right)'=\left(\arccos|\cos x|+\lg^4 x\right)'=$$
$$=\begin{cases}(x+\lg^4 x)', & \text{если } \cos x\geqslant 0,\\ (\pi-x+\lg^4 x)', & \text{если } \cos x<0,\end{cases}=\begin{cases}1+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\ln 10}, & \text{если } \cos x\geqslant 0,\\ -1+4\lg^3 x\cdot\frac{1}{x\ln 10}, & \text{если } \cos x<0.\end{cases}$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4 \sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x} + \lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}} - \dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. в) $\left(\sqrt{\cos\sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2\right)' =$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. в) $\left(\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\cos\sqrt{x}}}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. в) $\left(\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{\cos\sqrt{x}}}\cdot(-\sin\sqrt{x})\cdot$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. в) $\left(\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{\cos\sqrt{x}}}\cdot(-\sin\sqrt{x})\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\cdot$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. в) $\left(\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{\cos\sqrt{x}}}\cdot(-\sin\sqrt{x})\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2+$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4 \sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos \sqrt{1-\sin^2 x} + \lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos \sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln \sqrt{x}} - \dfrac{2^x}{x \ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1) \arccos \sqrt{x}}$.

Ответ. в) $\left(\sqrt{\cos \sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{\cos \sqrt{x}}} \cdot (-\sin \sqrt{x}) \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2 + \sqrt{\cos \sqrt{x}} \cdot$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. в) $\left(\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\cos\sqrt{x}}}\cdot(-\sin\sqrt{x})\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2+\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{1+x^4}\cdot$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. в) $\left(\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\cos\sqrt{x}}}\cdot(-\sin\sqrt{x})\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2+\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{1+x^4}\cdot 2x$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. г) $\left(\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}\right)' =$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. г) $\left(\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}\right)' = \underline{\hspace{8cm}}.$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. г) $\left(\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}\right)' = \dfrac{\qquad\qquad\qquad}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. г) $\left(\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}\right)'=\dfrac{3\ln^2 x\cdot}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. г) $\left(\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}\right)'=\dfrac{3\ln^2 x\cdot\dfrac{1}{x}\cdot}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. г) $$\left(\frac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}\right)' = \frac{3\ln^2 x\cdot\frac{1}{x}\cdot(\sqrt{x}+1)-}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. г) $\left(\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}\right)' = \dfrac{3\ln^2 x\cdot\dfrac{1}{x}\cdot(\sqrt{x}+1) - \ln^3 x\cdot}{(\sqrt{x}+1)^2}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4 \sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos \sqrt{1-\sin^2 x} + \lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos \sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln \sqrt{x}} - \dfrac{2^x}{x \ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1) \arccos \sqrt{x}}$.

Ответ. г) $\left(\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}\right)' = \dfrac{3\ln^2 x \cdot \dfrac{1}{x} \cdot (\sqrt{x}+1) - \ln^3 x \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}+1)^2}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{\qquad\qquad}{\qquad\qquad}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. **д)** $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{\qquad\qquad\qquad}{x^2\ln^2 x}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{2^x\cdot\ln 2\cdot}{x^2\ln^2 x}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{2^x\cdot\ln 2\cdot x\ln x-}{x^2\ln^2 x}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{2^x\cdot\ln 2\cdot x\ln x-2^x\cdot}{x^2\ln^2 x}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{2^x\cdot\ln 2\cdot x\ln x-2^x\cdot(\qquad\qquad)}{x^2\ln^2 x}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{2^x\cdot\ln 2\cdot x\ln x-2^x\cdot\left(\ln x+\qquad\right)}{x^2\ln^2 x}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{2^x\cdot\ln 2\cdot x\ln x-2^x\cdot\left(\ln x+x\cdot\quad\right)}{x^2\ln^2 x}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. д) $\left(\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{\ln\sqrt{x}}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{2^x\cdot\ln 2\cdot x\ln x-2^x\cdot\left(\ln x+x\cdot\frac{1}{x}\right)}{x^2\ln^2 x}$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$=$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)' =$

$= \rule{10cm}{0.4pt}.$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)' =$

$$= \frac{\qquad\qquad}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(\qquad\qquad\qquad\qquad\right)\cdot}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+\qquad\qquad\right)\cdot}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\Big(\qquad\qquad\qquad\qquad\Big)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4 \sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x} + \lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}} - \dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)' =$

$$= \frac{\left(3x^2 \lg x + x^3 \frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x} - x^3 \lg x \cdot \Bigl(1 \cdot \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \Bigr)}{(x+1)^2 \arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\Bigl(1\cdot\arccos\sqrt{x}+\qquad\qquad\qquad\qquad\Bigr)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\Bigl(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\qquad\qquad\Bigr)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\qquad\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg}x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)' =$

$$= \frac{\left(3x^2\lg x + x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x} - x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)' =$$

$$=$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$$

$$=$$

$$y'=y\cdot(\ln y)'.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4 \sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos \sqrt{1-\sin^2 x} + \lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}} - \dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)' =$

$$= \frac{\left(3x^2\lg x + x^3 \frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x} - x^3\lg x \cdot \left(1\cdot\arccos\sqrt{x} + (x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)' =$$

$$= \left(\frac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right).$$

$$y' = y \cdot (\ln y)'.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(3\ln x+\ln\lg x-\ln(x+1)-\ln\arccos\sqrt{x}\right)'=$$

$$y'=y\cdot(\ln y)'.$$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg}x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(3\ln x+\ln\lg x-\ln(x+1)-\ln\arccos\sqrt{x}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right).$$

$y'=y\cdot(\ln y)'.$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg}x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(3\ln x+\ln\lg x-\ln(x+1)-\ln\arccos\sqrt{x}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\right).$$

$y'=y\cdot(\ln y)'.$

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4 \sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos \sqrt{1-\sin^2 x} + \lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}} \cdot \operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}} - \dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)' =$

$$= \frac{\left(3x^2 \lg x + x^3 \frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x} - x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x} + (x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)' =$$

$$= \left(\frac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(3\ln x + \ln\lg x - \ln(x+1) - \ln\arccos\sqrt{x}\right)' =$$

$$= \left(\frac{x^3 \lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(\frac{3}{x} + \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\right).$$

$y' = y\cdot(\ln y)'$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(3\ln x+\ln\lg x-\ln(x+1)-\ln\arccos\sqrt{x}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(\frac{3}{x}+\frac{1}{\lg x}\cdot\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\right).$$

$y'=y\cdot(\ln y)'$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(3\ln x+\ln\lg x-\ln(x+1)-\ln\arccos\sqrt{x}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(\frac{3}{x}+\frac{1}{\lg x}\cdot\frac{1}{x\ln 10}- \qquad\qquad\qquad\qquad\right).$$

$y'=y\cdot(\ln y)'$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(3\ln x+\ln\lg x-\ln(x+1)-\ln\arccos\sqrt{x}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(\frac{3}{x}+\frac{1}{\lg x}\cdot\frac{1}{x\ln 10}-\frac{1}{x+1}-\qquad\qquad\qquad\right).$$

$y'=y\cdot(\ln y)'$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(3\ln x+\ln\lg x-\ln(x+1)-\ln\arccos\sqrt{x}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(\frac{3}{x}+\frac{1}{\lg x}\cdot\frac{1}{x\ln 10}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{\arccos\sqrt{x}}\cdot\qquad\right).$$

$y'=y\cdot(\ln y)'$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$;
е) $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$$
$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot(3\ln x+\ln\lg x-\ln(x+1)-\ln\arccos\sqrt{x})'=$$
$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(\frac{3}{x}+\frac{1}{\lg x}\cdot\frac{1}{x\ln 10}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{\arccos\sqrt{x}}\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\qquad\right).$$

$y'=y\cdot(\ln y)'$.

Задача 14. Найти производные функций: **а)** $\arcsin^4\sqrt{2-3x}$; **б)** $\arccos\sqrt{1-\sin^2 x}+\lg^4 x$; **в)** $\sqrt{\cos\sqrt{x}}\cdot\operatorname{arctg} x^2$; **г)** $\dfrac{\ln^3 x}{\sqrt{x}+1}$; **д)** $\sqrt{\ln\sqrt{x}}-\dfrac{2^x}{x\ln x}$; **е)** $\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}$.

Ответ. е) $\left(\dfrac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$

$$=\frac{\left(3x^2\lg x+x^3\frac{1}{x\ln 10}\right)\cdot(x+1)\arccos\sqrt{x}-x^3\lg x\cdot\left(1\cdot\arccos\sqrt{x}+(x+1)\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(x+1)^2\arccos^2\sqrt{x}}.$$

Проще было применить **формулу логарифмического дифференцирования**:

$$\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(3\ln x+\ln\lg x-\ln(x+1)-\ln\arccos\sqrt{x}\right)'=$$

$$=\left(\frac{x^3\lg x}{(x+1)\arccos\sqrt{x}}\right)\cdot\left(\frac{3}{x}+\frac{1}{\lg x}\cdot\frac{1}{x\ln 10}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{\arccos\sqrt{x}}\cdot\frac{-1}{\sqrt{1-x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\right).$$

$y'=y\cdot(\ln y)'.$

Решение задачи 15.

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ.

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2 \cdot \ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. а) $\left(x^{\arccos x}\right)' =$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\,\mathrm{tg}^x\,1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. а) $\left(x^{\arccos x}\right)' =$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'\,.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. а) $\left(x^{\arccos x}\right)' = x^{\arccos x}\cdot$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'\,.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. а) $\left(x^{\arccos x}\right)' = x^{\arccos x}\cdot(\arccos x\ln x)' =$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'\,.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2 \cdot \ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. а) $\left(x^{\arccos x}\right)' = x^{\arccos x} \cdot (\arccos x \ln x)' = x^{\arccos x} \cdot \left(-\dfrac{}{\sqrt{1-x^2}} + \qquad\qquad \right).$

$\boxed{y' = y \cdot (\ln y)'.}$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $(x^{x^x})'$.

Ответ. а) $(x^{\arccos x})' = x^{\arccos x}\cdot(\arccos x\ln x)' = x^{\arccos x}\cdot\left(-\dfrac{\ln x}{\sqrt{1-x^2}}+\qquad\qquad\right).$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2 \cdot \ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. а) $\left(x^{\arccos x}\right)' = x^{\arccos x} \cdot (\arccos x \ln x)' = x^{\arccos x} \cdot \left(-\dfrac{\ln x}{\sqrt{1-x^2}} + \dfrac{\arccos x}{x}\right)$.

$$\boxed{y' = y \cdot (\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' =$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2 \cdot \ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' =$

$$\boxed{y' = y \cdot (\ln y)'\,.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\qquad\qquad\qquad\qquad\right)' =$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'\,.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\ln x + \qquad\qquad\qquad\qquad\right)' =$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\ln x+3\ln\sin x- \qquad\qquad\qquad\qquad\right)' =$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2 \cdot \ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1} \cdot \left(\dfrac{1}{2}\ln x + 3\ln\sin x - \ln(2-3x) - \qquad\qquad \right)' =$

$$\boxed{y' = y \cdot (\ln y)'\,.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\ln x+3\ln\sin x-\ln(2-3x)-x\ln\operatorname{tg}1\right)' =$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'\,.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\ln x+3\ln\sin x-\ln(2-3x)-x\ln\operatorname{tg}1\right)' =$

$$= \frac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\right).$$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\ln x+3\ln\sin x-\ln(2-3x)-x\ln\operatorname{tg}1\right)' =$

$= \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\dfrac{1}{2x}+ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right).$

$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\,\mathrm{tg}^x\,1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\,\mathrm{tg}^x\,1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\,\mathrm{tg}^x\,1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\ln x+3\ln\sin x-\ln(2-3x)-x\ln\mathrm{tg}\,1\right)' =$

$= \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\,\mathrm{tg}^x\,1}\cdot\left(\dfrac{1}{2x}+\dfrac{3\cdot\qquad}{\sin x}-\qquad\qquad\right).$

$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\ln x+3\ln\sin x-\ln(2-3x)-x\ln\operatorname{tg}1\right)' =$

$$= \frac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\frac{1}{2x}+\frac{3\cdot\cos x}{\sin x}- \qquad\qquad\qquad\qquad\right).$$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\ln x+3\ln\sin x-\ln(2-3x)-x\ln\operatorname{tg}1\right)' =$

$$= \frac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\frac{1}{2x}+\frac{3\cdot\ \cos x}{\sin x}-\frac{}{2-3x}-\right).$$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\ln x+3\ln\sin x-\ln(2-3x)-x\ln\operatorname{tg}1\right)' =$

$= \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\dfrac{1}{2x}+\dfrac{3\cdot\,\cos x}{\sin x}-\dfrac{-3}{2-3x}- \qquad\qquad\right).$

$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. б) $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)' = \dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\ln x+3\ln\sin x-\ln(2-3x)-x\ln\operatorname{tg}1\right)' =$

$$= \frac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\cdot\left(\frac{1}{2x}+\frac{3\cdot\,\cos x}{\sin x}-\frac{-3}{2-3x}-\ln\operatorname{tg}1\right).$$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2 \cdot \ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. в)$(x^2 \cdot \ln^x x)' =$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. в)$(x^2\cdot\ln^x x)' =$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2 \cdot \ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. в)$(x^2 \cdot \ln^x x)' = x^2 \cdot \ln^x x \cdot (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)' =$

$$\boxed{y' = y \cdot (\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. в) $(x^2\cdot\ln^x x)' = x^2\cdot\ln^x x\cdot(2\ln x + \qquad\qquad)' =$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. в) $(x^2\cdot\ln^x x)' = x^2\cdot\ln^x x\cdot(2\ln x + x\ln\ln x)' =$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. в) $(x^2\cdot\ln^x x)' = x^2\cdot\ln^x x\cdot(2\ln x + x\ln\ln x)' =$

$$= x^2\cdot\ln^x x\cdot\left(\qquad\qquad\qquad\qquad\right).$$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. в) $(x^2\cdot\ln^x x)' = x^2\cdot\ln^x x\cdot(2\ln x + x\ln\ln x)' =$

$$= x^2\cdot\ln^x x\cdot\left(\frac{2}{x}+ \qquad\qquad\qquad\qquad\right).$$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. в) $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)' = x^2\cdot\ln^x x\cdot(2\ln x + x\ln\ln x)' =$

$$= x^2\cdot\ln^x x\cdot\left(\frac{2}{x}+\ln\ln x+\qquad\qquad\right).$$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. в) $(x^2\cdot\ln^x x)' = x^2\cdot\ln^x x\cdot(2\ln x + x\ln\ln x)' =$

$$= x^2\cdot\ln^x x\cdot\left(\frac{2}{x}+\ln\ln x + x\cdot\frac{1}{\ln x}\cdot\quad\right).$$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. в) $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)' = x^2\cdot\ln^x x\cdot\left(2\ln x + x\ln\ln x\right)' =$

$$= x^2\cdot\ln^x x\cdot\left(\frac{2}{x} + \ln\ln x + x\cdot\frac{1}{\ln x}\cdot\frac{1}{x}\right).$$

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2 \cdot \ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' =$

У как понимать x^{x^x}:

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' =$

У как понимать x^{x^x}: как $(x^x)^x$ или $x^{(x^x)}$?

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:
а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2 \cdot \ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' =$

У как понимать x^{x^x}: как $(x^x)^x$ или $x^{(x^x)}$?
Корректным будет вариант $x^{(x^x)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' =$

У как понимать x^{x^x}: как $(x^x)^x$ или $x^{(x^x)}$?
Корректным будет вариант $x^{(x^x)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.
Кстати, $(x^x)^x =$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2 \cdot \ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' =$

У как понимать x^{x^x}: как $(x^x)^x$ или $x^{(x^x)}$?
Корректным будет вариант $x^{(x^x)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.
Кстати, $(x^x)^x = x^{x\cdot x} =$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' =$

У как понимать x^{x^x}: как $(x^x)^x$ или $x^{(x^x)}$?
Корректным будет вариант $x^{(x^x)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.
Кстати, $(x^x)^x = x^{x\cdot x} = x^{\left(x^2\right)}$.

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2 \cdot \ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' =$

У как понимать x^{x^x}: как $\left(x^x\right)^x$ или $x^{\left(x^x\right)}$?
Корректным будет вариант $x^{\left(x^x\right)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.
Кстати, $\left(x^x\right)^x = x^{x\cdot x} = x^{\left(x^2\right)}$.

$$\boxed{y' = y \cdot (\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' = x^{x^x}\,(\qquad\qquad)' =$

У как понимать x^{x^x}: как $(x^x)^x$ или $x^{(x^x)}$?
Корректным будет вариант $x^{(x^x)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.
Кстати, $(x^x)^x = x^{x\cdot x} = x^{\left(x^2\right)}$.

$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'\,.}$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' = x^{x^x}\left(x^x \ln x\right)' =$

У как понимать x^{x^x}: как $\left(x^x\right)^x$ или $x^{\left(x^x\right)}$?
Корректным будет вариант $x^{\left(x^x\right)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.
Кстати, $\left(x^x\right)^x = x^{x\cdot x} = x^{\left(x^2\right)}$.

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' = x^{x^x}\left(x^x\ln x\right)' = x^{x^x}\left(x^x\cdot(\qquad)'\cdot\ln x + \qquad\right) =$

У как понимать x^{x^x}: как $(x^x)^x$ или $x^{(x^x)}$?

Корректным будет вариант $x^{(x^x)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.

Кстати, $(x^x)^x = x^{x\cdot x} = x^{\left(x^2\right)}$.

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $(x^{\arccos x})'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $(x^2\cdot\ln^x x)'$; **г)** $(x^{x^x})'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' = x^{x^x}\left(x^x\ln x\right)' = x^{x^x}\left(x^x\cdot(x\ln x)'\cdot\ln x + \qquad\right) =$

У как понимать x^{x^x}: как $(x^x)^x$ или $x^{(x^x)}$?

Корректным будет вариант $x^{(x^x)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.

Кстати, $(x^x)^x = x^{x\cdot x} = x^{\left(x^2\right)}$.

$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' = x^{x^x}\left(x^x\ln x\right)' = x^{x^x}\left(x^x\cdot(x\ln x)'\cdot\ln x + \dfrac{x^x}{x}\right) =$

У как понимать x^{x^x}: как $(x^x)^x$ или $x^{(x^x)}$?
Корректным будет вариант $x^{(x^x)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.
Кстати, $(x^x)^x = x^{x\cdot x} = x^{\left(x^2\right)}$.

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' = x^{x^x}\left(x^x\ln x\right)' = x^{x^x}\left(x^x\cdot(x\ln x)'\cdot\ln x+\dfrac{x^x}{x}\right) =$

$= x^{x^x}\left(x^x\cdot\left(\qquad\qquad\right)\cdot\ln x + x^{x-1}\right)$.

У как понимать x^{x^x}: как $\left(x^x\right)^x$ или $x^{\left(x^x\right)}$?

Корректным будет вариант $x^{\left(x^x\right)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.

Кстати, $\left(x^x\right)^x = x^{x\cdot x} = x^{\left(x^2\right)}$.

$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' = x^{x^x}\left(x^x\ln x\right)' = x^{x^x}\left(x^x\cdot(x\ln x)'\cdot\ln x + \dfrac{x^x}{x}\right) =$

$= x^{x^x}\left(x^x\cdot\left(\ln x + \qquad\right)\cdot\ln x + x^{x-1}\right)$.

У как понимать x^{x^x}: как $(x^x)^x$ или $x^{(x^x)}$?
Корректным будет вариант $x^{(x^x)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.
Кстати, $(x^x)^x = x^{x\cdot x} = x^{\left(x^2\right)}$.

$$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$$

Задача 15. Найти производные с помощью **логарифмического дифференцирования**:

а) $\left(x^{\arccos x}\right)'$; **б)** $\left(\dfrac{\sqrt{x}\sin^3 x}{(2-3x)\operatorname{tg}^x 1}\right)'$; **в)** $\left(x^2\cdot\ln^x x\right)'$; **г)** $\left(x^{x^x}\right)'$.

Ответ. г) $\left(x^{x^x}\right)' = x^{x^x}\left(x^x\ln x\right)' = x^{x^x}\left(x^x\cdot(x\ln x)'\cdot\ln x+\dfrac{x^x}{x}\right) =$

$= x^{x^x}\left(x^x\cdot\left(\ln x + x\cdot\dfrac{1}{x}\right)\cdot\ln x + x^{x-1}\right).$

У как понимать x^{x^x}: как $(x^x)^x$ или $x^{(x^x)}$?

Корректным будет вариант $x^{(x^x)}$ в силу приоритетности операции возведения в степень.

Кстати, $(x^x)^x = x^{x\cdot x} = x^{\left(x^2\right)}$.

$\boxed{y' = y\cdot(\ln y)'.}$

Решение задачи 16.

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ.

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ.

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \\ \\ y' = \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \sin t, \\ \\ y' = \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \sin t, \\ y' = \underline{\hspace{2cm}}; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \sin t, \\ y' = \dfrac{-\sin t}{}; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. **а)** $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \sin t, \\ y' = \dfrac{-\sin t}{\cos t}; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. б) $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. б) $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \\ \\ y' = \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. б) $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y' = \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. б) $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y' = \underline{\qquad\qquad}; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. б) $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y' = \dfrac{1 + \sin t}{}; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. б) $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y' = \dfrac{1 + \sin t}{\frac{1}{2\sqrt{t}} + 1}; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. в) $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. в) $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ $\left\{ \begin{array}{l} x = \\ \\ y' = \end{array} \right.$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. в) $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ \\ y' = \\ \\ \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. в) $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ \\ y' = \rule{4cm}{0.4pt}; \\ \\ \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. в) $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ $\left\{ \begin{array}{l} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y' = \dfrac{1 + \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}}{}; \end{array} \right.$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. в) $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y' = \dfrac{1 + \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}}{2t + \frac{1}{2\sqrt{t}}}; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \\ \\ y' = \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\left\{ \begin{array}{l} x = \arcsin t, \\ \\ y' = \end{array} \right.$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = \arcsin t, \\ \\ y' = \underline{\hspace{4cm}}; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{}; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

иными словами,

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

иными словами, $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

иными словами, $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = -1. \end{cases}$

Задача 16. Найдите производные функций, заданных параметрически: **а)** $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

иными словами, $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = -1. \end{cases}$

Это естественно, так как

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**: **а)** $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

иными словами, $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = -1. \end{cases}$

Это естественно, так как $x + y =$

Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

иными словами, $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = -1. \end{cases}$

Это естественно, так как $x + y =$arcsin t + arccos t $=$

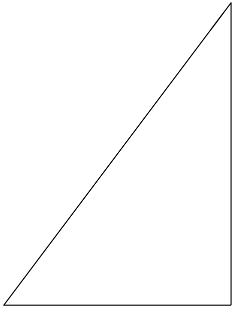
Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

иными словами, $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = -1. \end{cases}$

Это естественно, так как $x + y = \arcsin t + \arccos t =$



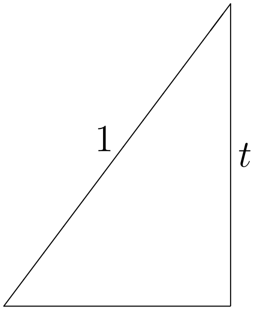
Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

иными словами, $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = -1. \end{cases}$

Это естественно, так как $x + y =$arcsin $t + \arccos t =$

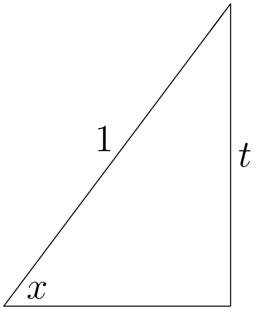


Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

иными словами, $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = -1. \end{cases}$

Это естественно, так как $x + y =$arcsin t + arccos t =



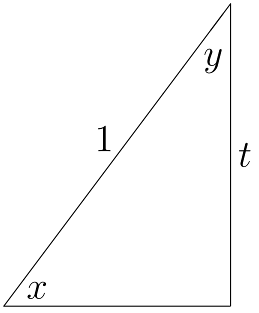
Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:

а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

иными словами, $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = -1. \end{cases}$

Это естественно, так как $x + y =$arcsin $t + \arccos t =$

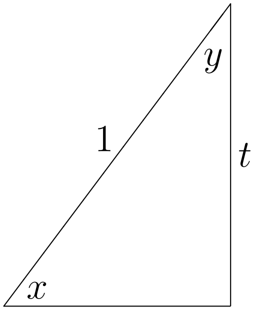


Задача 16. Найдите производные функций, **заданных параметрически**:
а) $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t; \end{cases}$ **б)** $\begin{cases} x = \sqrt{t} + t, \\ y = t - \cos t; \end{cases}$ **в)** $\begin{cases} x = t^2 + \sqrt{t}, \\ y = t - \arccos t; \end{cases}$ **г)** $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \arccos t; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = \dfrac{-1/\sqrt{1-t^2}}{1/\sqrt{1-t^2}}; \end{cases}$

иными словами, $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y' = -1. \end{cases}$

Это естественно, так как $x + y = \arcsin t + \arccos t = \dfrac{\pi}{2}$.



Решение задачи 17.

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ.

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. а) $f(x) = \sin x$;

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. а) $f(x) = \sin x$;

$f'(x) =$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. а) $f(x) = \sin x$;
$f'(x) = \cos x$;

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. а) $f(x) = \sin x$;
$f'(x) = \cos x$; $f''(x) =$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. а) $f(x) = \sin x$;
$f'(x) = \cos x$; $f''(x) = -\sin x$.

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. а) $f(x) = \sin x$;
$f'(x) = \cos x$; $f''(x) = -\sin x$.

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x) = x^3 \cos x$;

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x) = x^3 \cos x$;
По формуле **производной произведения функций...**
$f'(x) =$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x) = x^3 \cos x$;

По формуле **производной произведения функций...**

$f'(x) = 3x^2 \cos x +$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x) = x^3 \cos x$;

По формуле **производной произведения функций...**

$f'(x) = 3x^2 \cos x + x^3(-\sin x)$,

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x)=\sin x$; **б)** $g(x)=x^3\cos x$; **в)** $h(x)=\arccos x$;

г) $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t}, \\ y=t^2+\dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x)=x^3\cos x$;

По формуле **производной произведения функций...**

$f'(x)=3x^2\cos x+x^3(-\sin x)$,

$f''(x)=$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x) = x^3 \cos x$;

По формуле **производной произведения функций...**

$f'(x) = 3x^2 \cos x + x^3(-\sin x)$,

$f''(x) = 6x \cos x +$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x) = x^3 \cos x$;

По формуле **производной произведения функций...**

$f'(x) = 3x^2 \cos x + x^3(-\sin x)$,

$f''(x) = 6x \cos x + 3x^2(-\sin x) +$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x) = x^3 \cos x$;

По формуле **производной произведения функций...**

$f'(x) = 3x^2 \cos x + x^3(-\sin x)$,

$f''(x) = 6x \cos x + 3x^2(-\sin x) + 3x^2(-\sin x) +$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x) = x^3 \cos x$;

По формуле **производной произведения функций...**

$f'(x) = 3x^2 \cos x + x^3(-\sin x)$,

$f''(x) = 6x \cos x + 3x^2(-\sin x) + 3x^2(-\sin x) + x^3(-\cos x)$.

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x) = x^3 \cos x$;

По формуле **производной произведения функций...**

$f'(x) = 3x^2 \cos x + x^3(-\sin x)$, $f''(x) =$

$f''(x) = 6x \cos x + 3x^2(-\sin x) + 3x^2(-\sin x) + x^3(-\cos x)$.

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x) = x^3 \cos x$;

По формуле **производной произведения функций...**

$f'(x) = 3x^2 \cos x + x^3(-\sin x)$, $f''(x) = 6x \sin x - 6x^2 \sin x - x^3 \cos x$.

$f''(x) = 6x \cos x + 3x^2(-\sin x) + 3x^2(-\sin x) + x^3(-\cos x)$.

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. б) $g(x) = x^3 \cos x$;

По формуле **производной произведения функций...**

$f'(x) = 3x^2 \cos x + x^3(-\sin x)$, $f''(x) = 6x \sin x - 6x^2 \sin x - x^3 \cos x$.

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **в)** $h(x) = \arccos x$;

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **в)** $h(x) = \arccos x$;

$f'(x) =$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **в)** $h(x) = \arccos x$;

$f'(x) = \dfrac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}$,

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. в) $h(x) = \arccos x$;

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}},$$

$$f''(x) =$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **в)** $h(x) = \arccos x$;

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$$f''(x) = \frac{-1\,\cdot}{2(1-x^2)^{3/2}}.$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x)=\sin x$; **б)** $g(x)=x^3\cos x$; **в)** $h(x)=\arccos x$;

г) $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t}, \\ y=t^2+\dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **в)** $h(x)=\arccos x$;

$$f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$$f''(x)=\frac{-1\cdot(-2x)}{2(1-x^2)^{3/2}}.$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **в)** $h(x) = \arccos x$;

$f'(x) = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$, $f''(x) =$

$$f''(x) = \frac{-1 \cdot (-2x)}{2(1-x^2)^{3/2}}.$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **в)** $h(x) = \arccos x$;

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}, \quad f''(x) = \frac{x}{(1 - x^2)^{3/2}}.$$

$$f''(x) = \frac{-1 \cdot (-2x)}{2(1 - x^2)^{3/2}}.$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **в)** $h(x) = \arccos x$;

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad f''(x) = \frac{x}{(1-x^2)^{3/2}}.$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

По формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

По формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \underline{\qquad\qquad}; \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

По формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \dfrac{\sin t}{\qquad\qquad}; \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

По формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \dfrac{\sin t}{1 - \cos t}; \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

По формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \dfrac{\sin t}{1 - \cos t}; \end{cases}$$

$$\frac{\sin t}{1 - \cos t} =$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

По формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \dfrac{\sin t}{1 - \cos t}; \end{cases}$$

$$\frac{\sin t}{1 - \cos t} = \frac{2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}}{2 \cos^2 \frac{t}{2}} =$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

По формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \dfrac{\sin t}{1 - \cos t}; \end{cases}$$

$$\frac{\sin t}{1 - \cos t} = \frac{2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}}{2 \cos^2 \frac{t}{2}} = \frac{\sin \frac{t}{2}}{\cos \frac{t}{2}}.$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

По формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \dfrac{\sin t}{1 - \cos t}; \end{cases} \qquad \begin{cases} x = t - \sin t, \\ \\ y'_x = \end{cases}$$

$$\frac{\sin t}{1 - \cos t} = \frac{2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}}{2 \cos^2 \frac{t}{2}} = \frac{\sin \frac{t}{2}}{\cos \frac{t}{2}}.$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x)=\sin x$; **б)** $g(x)=x^3\cos x$; **в)** $h(x)=\arccos x$;

г) $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t}, \\ y=t^2+\dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t; \end{cases}$

По формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y'_x=\dfrac{\sin t}{1-\cos t}; \end{cases} \qquad \begin{cases} x=t-\sin t, \\ y'_x=\dfrac{\cos\frac{t}{2}}{\sin\frac{t}{2}}. \end{cases}$$

$$\frac{\sin t}{1-\cos t}=\frac{2\sin\frac{t}{2}\cos\frac{t}{2}}{2\cos^2\frac{t}{2}}=\frac{\sin\frac{t}{2}}{\cos\frac{t}{2}}.$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \operatorname{ctg} \frac{t}{2}. \end{cases}$$

По формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \dfrac{\sin t}{1 - \cos t}; \end{cases} \qquad \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \dfrac{\cos \frac{t}{2}}{\sin \frac{t}{2}}. \end{cases}$$

$$\frac{\sin t}{1 - \cos t} = \frac{2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}}{2 \cos^2 \frac{t}{2}} = \frac{\sin \frac{t}{2}}{\cos \frac{t}{2}}.$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x)=\sin x$; **б)** $g(x)=x^3\cos x$; **в)** $h(x)=\arccos x$;

г) $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t}, \\ y=t^2+\dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t; \end{cases}$

$$\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y'_x=\operatorname{ctg}\frac{t}{2}. \end{cases}$$

Вторую производную найдем также по формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \operatorname{ctg} \frac{t}{2}. \end{cases}$

Вторую производную найдем также по формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ \\ \\ y''_{xx} = \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \operatorname{ctg} \frac{t}{2}. \end{cases}$

Вторую производную найдем также по формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-1}{\sin^2 \frac{t}{2}}\right)}{}, \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \operatorname{ctg} \frac{t}{2}. \end{cases}$$

Вторую производную найдем также по формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-1}{\sin^2 \frac{t}{2}} \right)}{1 - \cos t}, \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \operatorname{ctg} \frac{t}{2}. \end{cases}$$

Вторую производную найдем также по формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-1}{\sin^2 \frac{t}{2}}\right)}{1 - \cos t}, \end{cases} \qquad \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y''_{xx} = \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \operatorname{ctg} \frac{t}{2}. \end{cases}$$

Вторую производную найдем также по формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-1}{\sin^2 \frac{t}{2}}\right)}{1 - \cos t}, \end{cases} \qquad \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y''_{xx} = \dfrac{2}{(1 - \cos t)^2}, \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \operatorname{ctg} \frac{t}{2}. \end{cases}$ $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y''_{xx} = \dfrac{2}{(1 - \cos t)^2}. \end{cases}$

Вторую производную найдем также по формуле **дифференцирования параметрически заданной функции...**

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-1}{\sin^2 \frac{t}{2}}\right)}{1 - \cos t}, \end{cases} \qquad \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y''_{xx} = \dfrac{2}{(1 - \cos t)^2}, \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

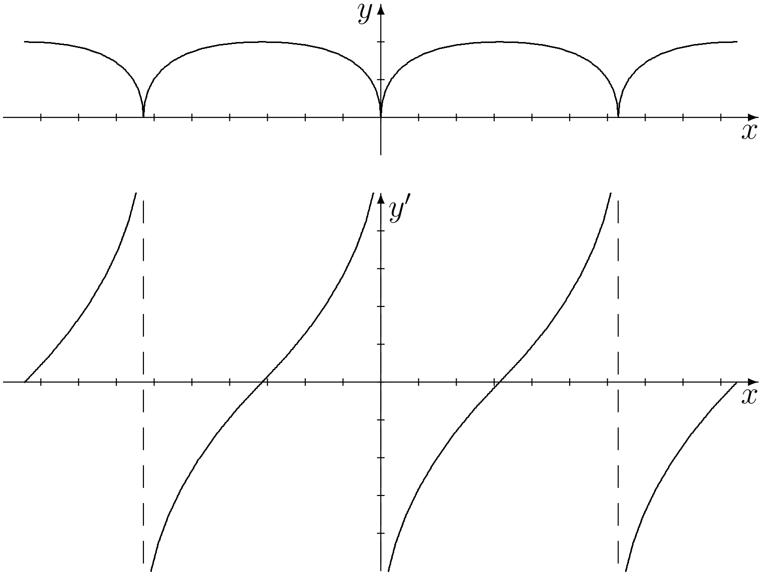
$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \operatorname{ctg} \frac{t}{2}. \end{cases}$ $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y''_{xx} = \dfrac{2}{(1 - \cos t)^2}. \end{cases}$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **г)** $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t; \end{cases}$

$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y'_x = \operatorname{ctg} \frac{t}{2}. \end{cases}$ $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y''_{xx} = \dfrac{2}{(1 - \cos t)^2}. \end{cases}$



Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\left\{ \begin{array}{l} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{array} \right.$ (**циклоида**); **д)** $\left\{ \begin{array}{l} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{array} \right.$ **е)** $\left\{ \begin{array}{l} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{array} \right.$

Ответ. д) $\left\{ \begin{array}{l} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{array} \right.$ **«Честное решение».**

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \underline{\hspace{3cm}}\,. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{\sin 2t}{\qquad\qquad .} \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{\quad .} \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\Big(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \Big)}{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{\cdot(-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot \qquad)}{\sin^2 t}\right)}{\qquad}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot \qquad)}{\sin^2 t}\right)}{}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых».

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t =$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 =$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1.$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x)=\sin x$; **б)** $g(x)=x^3\cos x$; **в)** $h(x)=\arccos x$;

г) $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t}, \\ y=t^2+\dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x=\cos t, \\ y'_x=\dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\cos t, \\ y''_{xx}=\dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t\cdot(-\sin t)-(-2\sin 2t\cdot(-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y=\cos 2t=2\cos^2 t-1=2x^2-1.$

$y'=4x$. Кстати...

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$ $\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1.$

$y' = 4x.$ Кстати...

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$ $\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \end{cases}$ $y'_x = \dfrac{-4\sin t \cos t}{-\cos t}\ldots$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1.$

$y' = 4x$. Кстати...

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2 \sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$ $\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = 2 \cos t. \end{cases}$ $y'_x = \dfrac{-4 \sin t \cos t}{-\cos t} \ldots$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4 \cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2 \sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2 \cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1.$

$y' = 4x$. Кстати...

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$ $\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = 2\cos t. \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1.$

$y' = 4x.$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$ $\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = 2\cos t. \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1.$

$y' = 4x.$

$y'' = 4.$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$ $\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = 2\cos t. \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1.$

$y' = 4x.$

$y'' = 4.$ Кстати...

$$y''(x) = \frac{4(2\cos^2 t - 1)\sin t - 4\sin t \cos^2 t}{-\sin^3 t} =$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x)=\sin x$; **б)** $g(x)=x^3\cos x$; **в)** $h(x)=\arccos x$;

г) $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t}, \\ y=t^2+\dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x=\cos t, \\ y'_x=\dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases} \quad \begin{cases} x=\cos t, \\ y'_x=2\cos t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\cos t, \\ y''_{xx}=\dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t\cdot(-\sin t)-(-2\sin 2t\cdot(-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y=\cos 2t=2\cos^2 t-1=2x^2-1$.

$y'=4x$.

$y''=4$. Кстати...

$$y''(x)=\frac{4(2\cos^2 t-1)\sin t-4\sin t\cos^2 t}{-\sin^3 t}=4.$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = 2\cos t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

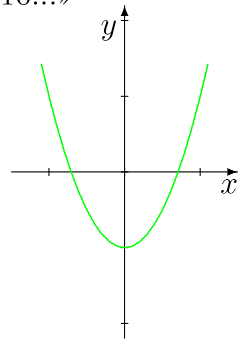
«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1.$

$y' = 4x.$

$y'' = 4.$ Кстати...

$$y''(x) = \frac{4(2\cos^2 t - 1)\sin t - 4\sin t \cos^2 t}{-\sin^3 t} = 4.$$



Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3\cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = 2\cos t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

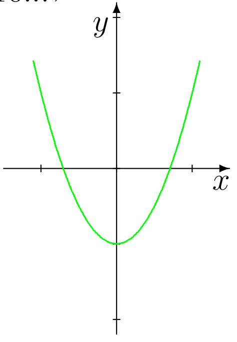
«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1.$

$y' = 4x.$

$y'' = 4.$ Кстати...

$$y''(x) = \frac{4(2\cos^2 t - 1)\sin t - 4\sin t\cos^2 t}{-\sin^3 t} = 4. \quad \text{Но } |x| = |\cos t| \leqslant 1\ldots$$



Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = 2\cos t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

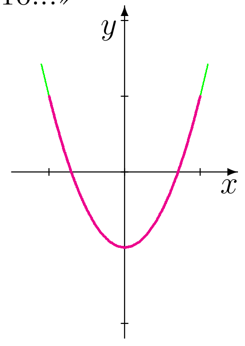
«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1.$

$y' = 4x.$

$y'' = 4.$ Кстати...

$y''(x) = \dfrac{4(2\cos^2 t - 1)\sin t - 4\sin t \cos^2 t}{-\sin^3 t} = 4.$ Но $|x| = |\cos t| \leqslant 1$...



Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. д) $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **«Честное решение».**

$\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = \dfrac{-2\sin 2t}{-\sin t}. \end{cases}$ $\begin{cases} x = \cos t, \\ y'_x = 2\cos t. \end{cases}$

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y''_{xx} = \dfrac{\left(\dfrac{-4\cos 2t \cdot (-\sin t) - (-2\sin 2t \cdot (-\cos t))}{\sin^2 t}\right)}{-\sin t}. \end{cases}$$

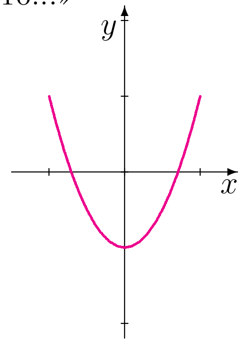
«Решение для хитрых». Обычно оно начинается фразой «заметим, что...»

$y = \cos 2t = 2\cos^2 t - 1 = 2x^2 - 1.$

$y' = 4x.$

$y'' = 4.$ Кстати...

$y''(x) = \dfrac{4(2\cos^2 t - 1)\sin t - 4\sin t \cos^2 t}{-\sin^3 t} = 4.$ Но $|x| = |\cos t| \leqslant 1$...



Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ \\ y'_x = \underline{\qquad\qquad}. \\ \\ \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \qquad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2\left(t^4 - 1\right)}{t(t^2 - 1)}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2\,(t^4 - 1)}{t(t^2 - 1)}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2\left(t^4 - 1\right)}{t(t^2 - 1)}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{\qquad}{\qquad}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{-\dfrac{2}{t^2} + 2}{}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{-\dfrac{2}{t^2} + 2}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{-\dfrac{2}{t^2} + 2}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases}$$

В выражении для y'' умножим числитель и знаменатель на t^2...

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{-\dfrac{2}{t^2} + 2}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{2(1 - t^2)}{}. \end{cases}$$

В выражении для y'' умножим числитель и знаменатель на t^2...

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{-\dfrac{2}{t^2} + 2}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{2(1 - t^2)}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases}$$

В выражении для y'' умножим числитель и знаменатель на t^2...

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{-\dfrac{2}{t^2} + 2}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{2(1 - t^2)}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{-\dfrac{2}{t^2} + 2}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = \dfrac{2(1 - t^2)}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases}$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = 2. \end{cases}$$

«Хитрое решение».

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x)=\sin x$; **б)** $g(x)=x^3\cos x$; **в)** $h(x)=\arccos x$;

г) $\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=\cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t}, \\ y=t^2+\dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t}, \\ y=t^2+\dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t}, \\ y'_x=\dfrac{2t-\dfrac{2}{t^3}}{1-\dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t}, \\ y'_x=\dfrac{2}{t}+2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x=t+\dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx}=2. \end{cases}$$

«Хитрое решение». Опять «заметим, что...»

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = 2. \end{cases}$$

«Хитрое решение». Опять «заметим, что...»

$x^2 =$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = 2. \end{cases}$$

«Хитрое решение». Опять «заметим, что...»

$$x^2 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 =$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = 2. \end{cases}$$

«Хитрое решение». Опять «заметим, что...»

$$x^2 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 = t^2 + 2 + \frac{1}{t^2} =$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = 2. \end{cases}$$

«Хитрое решение». Опять «заметим, что...»

$$x^2 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 = t^2 + 2 + \frac{1}{t^2} = y + 2 \quad \Rightarrow y =$$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = 2. \end{cases}$$

«Хитрое решение». Опять «заметим, что...»

$$x^2 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 = t^2 + 2 + \frac{1}{t^2} = y + 2 \quad \Rightarrow y = x^2 - 2.$$

$y' =$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = 2. \end{cases}$$

«Хитрое решение». Опять «заметим, что...»

$$x^2 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 = t^2 + 2 + \frac{1}{t^2} = y + 2 \quad \Rightarrow y = x^2 - 2.$$

$y' = 2x,$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = 2. \end{cases}$$

«Хитрое решение». Опять «заметим, что...»

$$x^2 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 = t^2 + 2 + \frac{1}{t^2} = y + 2 \quad \Rightarrow y = x^2 - 2.$$

$y' = 2x, \quad y'' =$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = 2. \end{cases}$$

«Хитрое решение». Опять «заметим, что...»

$$x^2 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 = t^2 + 2 + \frac{1}{t^2} = y + 2 \quad \Rightarrow y = x^2 - 2.$$

$y' = 2x, \quad y'' = 2.$

Задача 17. Найти вторую производную от функций: **а)** $f(x) = \sin x$; **б)** $g(x) = x^3 \cos x$; **в)** $h(x) = \arccos x$;

г) $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ (**циклоида**); **д)** $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \cos 2t; \end{cases}$ **е)** $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$

Ответ. е) $\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y = t^2 + \dfrac{1}{t^2}. \end{cases}$ **«Честное решение».**

$$\begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2t - \dfrac{2}{t^3}}{1 - \dfrac{1}{t^2}}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y'_x = \dfrac{2}{t} + 2t. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \dfrac{1}{t}, \\ y''_{xx} = 2. \end{cases}$$

«Хитрое решение». Опять «заметим, что...»

$$x^2 = \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 = t^2 + 2 + \frac{1}{t^2} = y + 2 \quad \Rightarrow y = x^2 - 2.$$

$$y' = 2x, \quad y'' = 2.$$

Решение задачи 18.

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ.

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ?

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим
через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.
Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Точку пересечения линий.
В каком виде представим ответ? Координатами точки.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим
через (a, b) координаты искомой точки.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?
Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$$\begin{cases} \\ \end{cases}$$

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим
через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ \end{cases}$$

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$$

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4$,

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0,$

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a-1)^2 = 0.$

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a-1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (\quad)$.

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим
через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a-1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (1; \quad)$.

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a-1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (1; 6)$.

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a - 1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (1; 6)$.

Теперь осталось сравнить с $y = 5x + 1$ **уравнение касательной** к линии $y = 3x^2 - x + 4$, в данной точке:

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a-1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (1; 6)$.

Теперь осталось сравнить с $y = 5x + 1$ **уравнение касательной** к линии $y = 3x^2 - x + 4$, в данной точке:

$y =$

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a-1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (1; 6)$.

Теперь осталось сравнить с $y = 5x + 1$ **уравнение касательной** к линии $y = 3x^2 - x + 4$, в данной точке:

$y = 6+$

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a-1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (1; 6)$.

Теперь осталось сравнить с $y = 5x + 1$ **уравнение касательной** к линии $y = 3x^2 - x + 4$, в данной точке:

$y = 6+5\cdot$

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a - 1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (1; 6)$.

Теперь осталось сравнить с $y = 5x + 1$ **уравнение касательной** к линии $y = 3x^2 - x + 4$, в данной точке:

$y = 6+5{\cdot}(x - 1)$,

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a - 1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (1; 6)$.

Теперь осталось сравнить с $y = 5x + 1$ **уравнение касательной** к линии $y = 3x^2 - x + 4$, в данной точке:

$y = 6+5\cdot(x - 1), \quad y =$

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a-1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (1; 6)$.

Теперь осталось сравнить с $y = 5x + 1$ **уравнение касательной** к линии $y = 3x^2 - x + 4$, в данной точке:

$y = 6+5\cdot(x-1), \quad y = 5x+$

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим
через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a-1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (1; 6)$.

Теперь осталось сравнить с $y = 5x + 1$ **уравнение касательной** к линии $y = 3x^2 - x + 4$, в данной точке:

$y = 6+5\cdot(x-1), \quad y = 5x+1.$

Задача 18. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Реализуем, например, следующую идею: найдём точки пересечения данной прямой с этой линией и убедимся, что одна из касательных к этой линии, проведённая в точке пересечения, совпадает с данной прямой.

Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Точку пересечения линий.

В каком виде представим ответ? Координатами точки.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Первые переменные должны обозначать искомые величины, поэтому обозначим через (a, b) координаты искомой точки.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Переведем на язык равенств утверждение, что эта точка принадлежит каждой из этих линий:

$\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Отсюда $5a + 1 = 3a^2 - a + 4, \quad 3a^2 - 6a + 3 = 0, \quad 3(a - 1)^2 = 0.$

Итак, $(a, b) = (1; 6)$.

Теперь осталось сравнить с $y = 5x + 1$ **уравнение касательной** к линии $y = 3x^2 - x + 4$, в данной точке:

$y = 6+5\cdot(x - 1), \quad y = 5x+1.$ Ура!

Решение задачи 19.

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ.

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ?

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Касательную.
В каком виде представим ответ? Уравнением.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Уравнение касательной — это *утверждение*

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах*

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек*

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Касательную.
В каком виде представим ответ? Уравнением.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*
Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и
через a абсциссу точки касания.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1,$

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0,$

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a+1)(a-2) = 0.$

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a+1)(a-2) = 0.$

Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a+1)(a-2) = 0.$

Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:

$y =$

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a + 1)(a - 2) = 0.$

Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:

$y = a^2 - 4a + 3+$

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a+1)(a-2) = 0.$

Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:

$y = a^2 - 4a + 3 + (2a - 4)\cdot$

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a + 1)(a - 2) = 0.$

Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:

$y = a^2 - 4a + 3 + (2a - 4) \cdot (x - a).$

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a+1)(a-2) = 0.$

Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:

$y = a^2 - 4a + 3 + (2a - 4) \cdot (x - a).$

I) для $a = -1$ имеем $y =$

II) для $a = 2$ имеем

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a+1)(a-2) = 0.$

Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:

$y = a^2 - 4a + 3 + (2a - 4)\cdot(x - a).$

I) для $a = -1$ имеем $y = 8+$

II) для $a = 2$ имеем

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a+1)(a-2) = 0.$

Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:

$y = a^2 - 4a + 3 + (2a - 4) \cdot (x - a).$

I) для $a = -1$ имеем $y = 8 + (-6)(x + 1),$

II) для $a = 2$ имеем

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a+1)(a-2) = 0.$

Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:

$y = a^2 - 4a + 3 + (2a - 4) \cdot (x - a).$

I) для $a = -1$ имеем $y = 8 + (-6)(x + 1)$, т.е.

II) для $a = 2$ имеем

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a + 1)(a - 2) = 0.$

Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:

$y = a^2 - 4a + 3 + (2a - 4) \cdot (x - a).$

I) для $a = -1$ имеем $y = 8 + (-6)(x + 1)$, т.е. $y = 2 - 6x$.

II) для $a = 2$ имеем

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через a абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:

$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a + 1)(a - 2) = 0.$

Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:

$y = a^2 - 4a + 3 + (2a - 4)\cdot(x - a).$

I) для $a = -1$ имеем $y = 8 + (-6)(x + 1)$, т.е. $y = 2 - 6x$.

II) для $a = 2$ имеем $y =$

Задача 19. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Касательную.
В каком виде представим ответ? Уравнением.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*
Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и
через a абсциссу точки касания.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?
Запишем утверждение, что точка принадлежит второй кривой:
$a^2 - 4a + 3 = 2a^2 - 5a + 1, \quad a^2 - a - 2 = 0, \quad (a+1)(a-2) = 0.$
Осталось записать **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в этих точках:
$y = a^2 - 4a + 3 + (2a - 4) \cdot (x - a).$
I) для $a = -1$ имеем $y = 8 + (-6)(x + 1)$, т.е. $y = 2 - 6x$.
II) для $a = 2$ имеем $y = -1$.

Решение задачи 20.

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ.

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Касательную.

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ?

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Касательную.
В каком виде представим ответ? Уравнением.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Уравнение касательной — это *утверждение*

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Касательную.
В каком виде представим ответ? Уравнением.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Уравнение касательной — это *утверждение о координатах*

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек*

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Касательную.
В каком виде представим ответ? Уравнением.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Касательную.
В каком виде представим ответ? Уравнением.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*
Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Касательную.
В каком виде представим ответ? Уравнением.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*
Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и
через p абсциссу точки касания.

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через p абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Касательную.
В каком виде представим ответ? Уравнением.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*
Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и
через p абсциссу точки касания.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?
Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через p абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p)$.

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через p абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p).$

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b, \quad y = cx + d.$

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

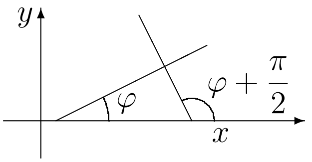
через p абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p)$.

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b$, $\quad y = cx + d$.



Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

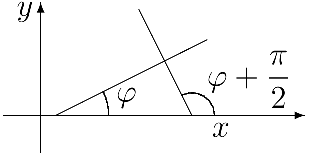
Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и через p абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p).$$

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b, \quad y = cx + d$.



$$\begin{cases} a = \operatorname{tg} \varphi, \\ c = \operatorname{tg} \left(\varphi + \dfrac{\pi}{2} \right) \end{cases}$$

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

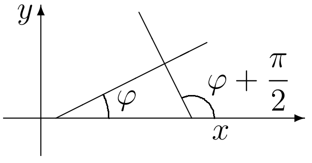
Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и через p абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p)$.

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b$, $\quad y = cx + d$.



$$\begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = \operatorname{tg}\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \end{cases}$$

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

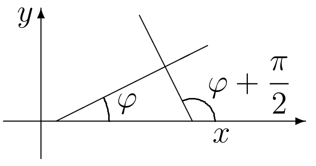
через p абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p)$.

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b$, $\quad y = cx + d$.



$$\begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = \operatorname{tg}\left(\varphi + \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{a} \end{cases}$$

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через p абсциссу точки касания.

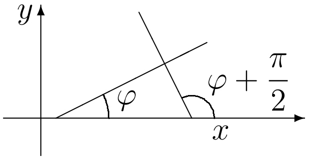
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p)$.

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b$, $\quad y = cx + d$.

$\begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = \operatorname{tg}\left(\varphi + \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{a} \end{cases}$ $\quad$ $\boxed{ac = -1.}$



Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

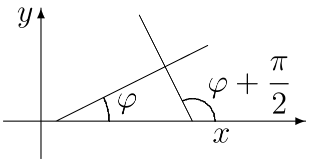
Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.* Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и через p абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p)$. $\quad 2(18p^2 - 5) = -1$,

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b$, $\quad y = cx + d$.



$$\begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = \operatorname{tg}\left(\varphi + \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{a} \end{cases} \quad \boxed{ac = -1.}$$

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

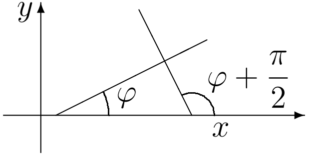
через p абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p)$. $\quad 2(18p^2 - 5) = -1, \quad 36p^2 = 9,$

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b, \quad y = cx + d$.



$$\begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = \operatorname{tg}\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \end{cases} \quad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{a} \end{cases} \quad \boxed{ac = -1.}$$

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

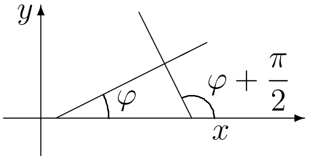
через p абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p)$. $\quad 2(18p^2 - 5) = -1$, $\quad 36p^2 = 9$, $\quad p = \pm\dfrac{1}{2}$.

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b$, $\quad y = cx + d$.



$$\begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = \operatorname{tg}\left(\varphi + \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{a} \end{cases} \quad \boxed{ac = -1.}$$

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и через p абсциссу точки касания.

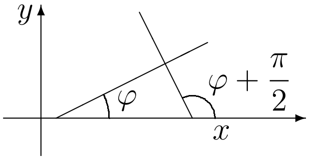
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p)$. $\quad 2(18p^2 - 5) = -1, \quad 36p^2 = 9, \quad p = \pm\dfrac{1}{2}$.

Получили касательные:

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b, \quad y = cx + d$.



$$\begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = \operatorname{tg}\left(\varphi + \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \end{cases} \qquad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{a} \end{cases} \quad \boxed{ac = -1.}$$

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и через p абсциссу точки касания.

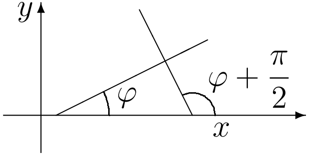
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p)$. $\quad 2(18p^2 - 5) = -1$, $\quad 36p^2 = 9$, $\quad p = \pm\dfrac{1}{2}$.

Получили касательные: $\boxed{y = \dfrac{3}{2} - \dfrac{x}{2}}$,

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b$, $\quad y = cx + d$.



$$\begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = \operatorname{tg}\left(\varphi + \dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \end{cases} \quad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\dfrac{1}{a} \end{cases} \quad \boxed{ac = -1.}$$

Задача 20. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 5x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и через p абсциссу точки касания.

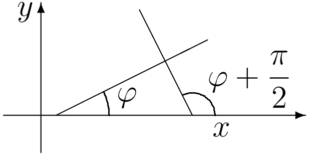
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = 6x^3 - 5x$ в точке с абсциссой p:

$$y = 6p^3 - 5p + (18p^2 - 5)(x - p). \quad 2(18p^2 - 5) = -1, \quad 36p^2 = 9, \quad p = \pm\frac{1}{2}.$$

Получили касательные: $\boxed{y = \frac{3}{2} - \frac{x}{2}}$, $\boxed{y = -\frac{3}{2} - \frac{x}{2}}$.

Переведем на язык равенств утверждение о перпендикулярности прямых $y = ax + b$, $\quad y = cx + d$.



$$\begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = \operatorname{tg}\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \quad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} \end{cases} \quad \begin{cases} a = \operatorname{tg}\varphi, \\ c = -\frac{1}{a} \end{cases} \quad \boxed{ac = -1.}$$

Решение задачи 21.

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ.

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ?

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение*

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах*

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек*

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Касательную.
В каком виде представим ответ? Уравнением.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*
Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через s абсциссу точки касания.

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:

$y =$

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:

$y = s^2 - 4s + 3+$

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:

$y = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4)\cdot$

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:

$y = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4) \cdot (x - s)$.

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:

$y = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4) \cdot (x - s)$.

Подставим координаты точки:

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:

$y = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4) \cdot (x - s)$.

Подставим координаты точки: $-3 = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4)\left(\dfrac{5}{2} - s\right)$,

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:

$y = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4) \cdot (x - s)$.

Подставим координаты точки: $-3 = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4)\left(\frac{5}{2} - s\right)$, $\quad s^2 - 5s + 4 = 0$,

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:

$y = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4) \cdot (x - s)$.

Подставим координаты точки: $-3 = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4)\left(\dfrac{5}{2} - s\right)$, $\quad s^2 - 5s + 4 = 0$, $\quad \left[\begin{array}{l} s = 1, \\ s = 4. \end{array}\right.$

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и

через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:

$y = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4) \cdot (x - s)$.

Подставим координаты точки: $-3 = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4)\left(\frac{5}{2} - s\right)$, $\quad s^2 - 5s + 4 = 0$, $\quad \left[\begin{array}{l} s = 1, \\ s = 4. \end{array}\right.$

Получили две искомых касательных:

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*
Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и
через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:
$y = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4) \cdot (x - s)$.

Подставим координаты точки: $-3 = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4)\left(\frac{5}{2} - s\right)$, $\quad s^2 - 5s + 4 = 0$, $\quad \left[\begin{array}{l} s = 1, \\ s = 4. \end{array}\right.$

Получили две искомых касательных: $y = 2 - 2x$ и

Задача 21. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Касательную.

В каком виде представим ответ? Уравнением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Уравнение касательной — это *утверждение о координатах точек этой линии.*

Поэтому обозначим (x, y) координаты произвольной точки касательной и
через s абсциссу точки касания.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Запишем **уравнение касательной** к линии $y = x^2 - 4x + 3$ в точке с абсциссой s:
$y = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4) \cdot (x - s)$.

Подставим координаты точки: $-3 = s^2 - 4s + 3 + (2s - 4)\left(\frac{5}{2} - s\right)$, $\quad s^2 - 5s + 4 = 0$, $\quad \left[\begin{array}{l} s = 1, \\ s = 4. \end{array}\right.$

Получили две искомых касательных: $y = 2 - 2x$ и $y = 4x - 13$.

Решение задачи 22.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.
Ответ.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.
Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ?

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) =$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 -$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 -$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\qquad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0$.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D =$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0$.

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) =$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0$.

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25$.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0$.

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25$. Вычисляя

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0$.

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25$. $\quad$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$,

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = \\ a = \end{array}\right.$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4-15x^2-20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = \end{array}\right.$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0$.

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25$. Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t =$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0$.

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25$. Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2$.

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2$.

Ответ: $f(-2) =$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0$.

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25$. Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2$.

Ответ: $f(-2) = -32 + 40 + 40 =$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a.$ $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2.$

Ответ: $f(-2) = -32 + 40 + 40 = 48,$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2$.

Ответ: $\quad f(-2) = -32 + 40 + 40 = 48, \quad f(2) =$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.\qquad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5\qquad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2$.

Ответ: $f(-2) = -32 + 40 + 40 = 48, \quad f(2) = 32 - 40 - 40 =$

Задача 22. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2$.

Ответ: $f(-2) = -32 + 40 + 40 = 48, \quad f(2) = 32 - 40 - 40 = -48.$

Решение задачи 23.

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ.

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ?

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется**

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) =$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**
$f'(x) = 2x - 2,$
$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a =$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2$,

$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow 2a - 2 = 0$, т.е. $a = 1$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**
$f'(x) = 2x - 2$,
$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0$, т.е. $a = 1 \in$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**
$f'(x) = 2x - 2,$
$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) =$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**
$f'(x) = 2x - 2$,
$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0$, т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4]$.
$f(-2) = 11$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) = 11$

$f(1) =$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) = 11$

$f(1) = 2$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) = 11$

$f(1) = 2$

$f(4) =$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) = 11$

$f(1) = 2$

$f(4) = 11$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) = 11$ — максимум,

$f(1) = 2$

$f(4) = 11$

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2$,

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0$, т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4]$.

$f(-2) = 11$ — максимум,

$f(1) = 2$

$f(4) = 11$ — максимум.

Задача 23. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) = 11$ — максимум,

$f(1) = 2$ — минимум,

$f(4) = 11$ — максимум.

Решение задачи 24.

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ.

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ?

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется**

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) =$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x -$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2\dfrac{-2}{-2x} =$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow$$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \\ a = \end{array}\right.$$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2\dfrac{-2}{-2x} = \dfrac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \\ a = \end{array}\right.$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \quad [-2, -1], \\ a = \end{array}\right.$$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = \end{array}\right.$$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \end{array}\right.$$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \quad [-2, -1]. \end{array}\right.$$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2\dfrac{-2}{-2x} = \dfrac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \iff \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$$

$$f(-2) =$$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2\dfrac{-2}{-2x} = \dfrac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$

$f(-2) = 4 - 4\ln 2$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2\dfrac{-2}{-2x} = \dfrac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$

$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$$

$$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$$

$$f(-1) =$$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$$

$$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$$

$$f(-1) = 1 - \ln 4$$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$

$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$

$f(-1) = 1 - \ln 4 < 0$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2\dfrac{-2}{-2x} = \dfrac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$

$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$ — максимальное значение,

$f(-1) = 1 - \ln 4 < 0$

Задача 24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2\dfrac{-2}{-2x} = \dfrac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$

$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$

$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$ — максимальное значение,

$f(-1) = 1 - \ln 4 < 0$ — минимальное значение.

Решение задачи 25.

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.
Ответ.

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.
Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.
Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ?

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x + 2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется**

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f(x) =$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 =$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} & \text{при} \quad x < -2, \\ & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$f'(x) =$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} & \text{при} \quad x < -2, \\ & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \iff \left[\begin{array}{l} a = \\ a = \end{array} \right.$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \\ a = \end{array} \right.$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \quad (-\infty;\ -2) \\ a = \end{array} \right.$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = \end{array} \right.$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \end{array} \right.$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \quad (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \iff \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$$f(-3) =$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow \ \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$$f(-3) = -3$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$$f(-3) = -3$$

$$f(-2) =$$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9.$

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$

$f(-2) = -1$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$

$f(-2) = -1$

$f(3) =$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$

$f(-2) = -1$

$f(3) = -51$

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$

$f(-2) = -1$

$f(3) = -51$

График данной фигуры представляет собой части параболы, ветви которой направлены вверх.

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \iff \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$ — локальный минимум,

$f(-2) = -1$

$f(3) = -51$

График данной фигуры представляет собой части параболы, ветви которой направлены вверх.

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$ — локальный минимум,

$f(-2) = -1$ — локальный максимум,

$f(3) = -51$

График данной фигуры представляет собой части параболы, ветви которой направлены вверх.

Задача 25. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$ — локальный минимум,

$f(-2) = -1$ — локальный максимум,

$f(3) = -51$ — локальный минимум.

График данной фигуры представляет собой части параболы, ветви которой направлены вверх.

Решение задачи 26.

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

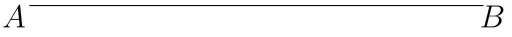
Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

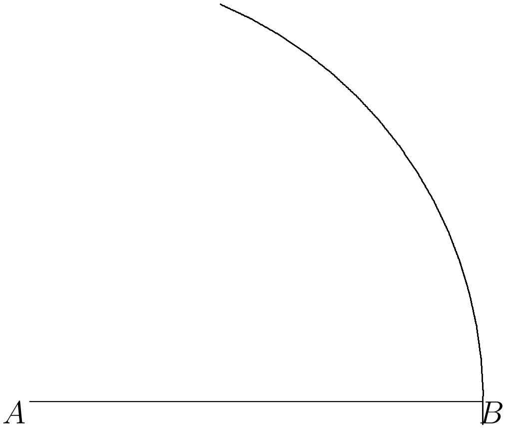
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

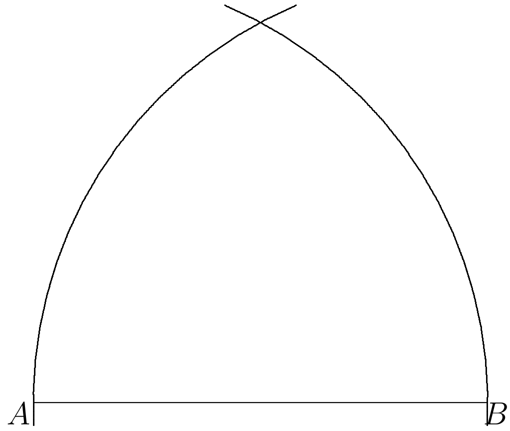
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

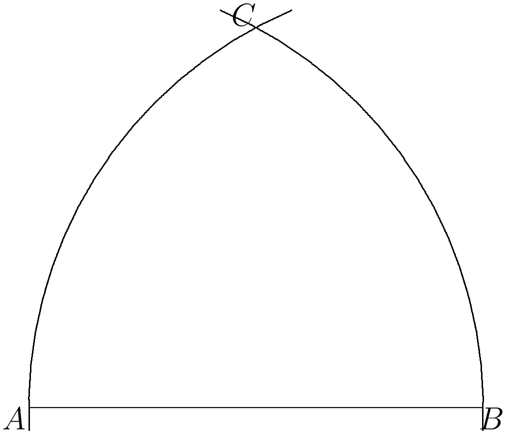
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

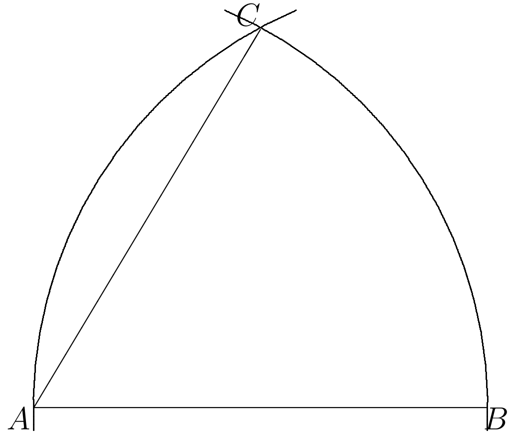
Ответ.

Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



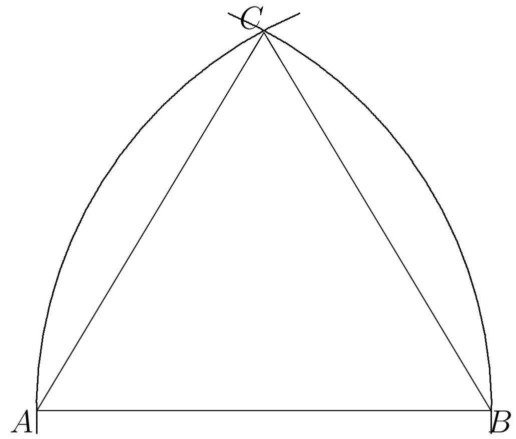
Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

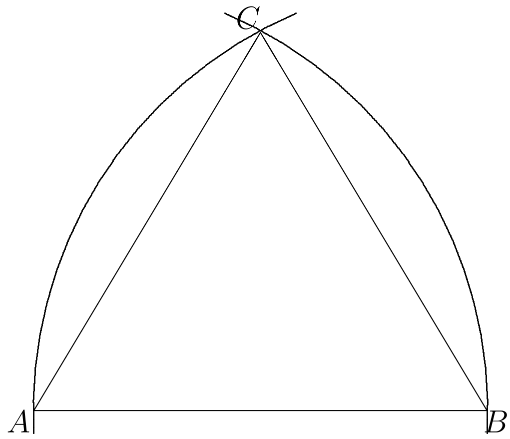
Ответ.
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

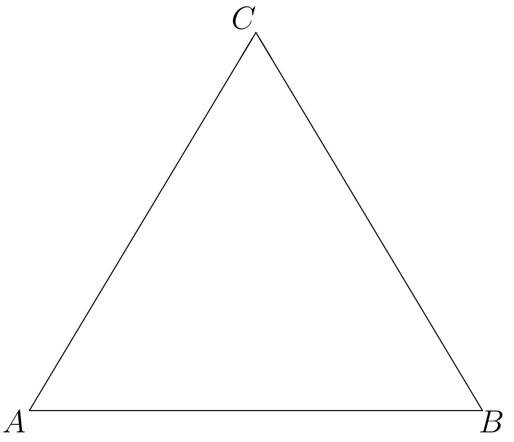
Сотрём лишние линии.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

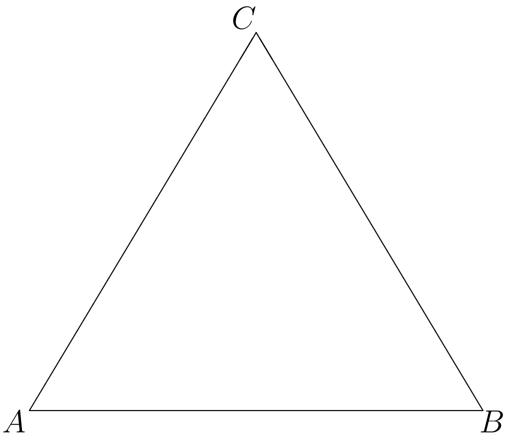
Сотрём лишние линии.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

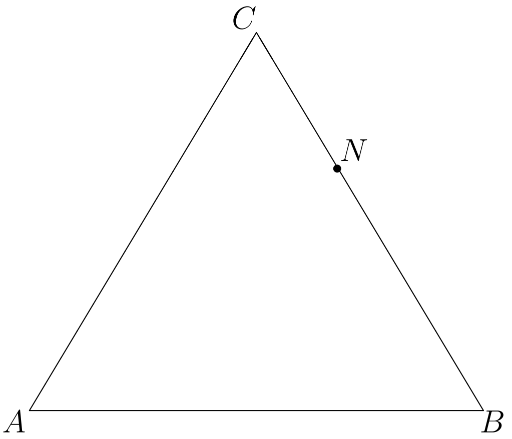
Ответ.

Построим треугольник AMN.



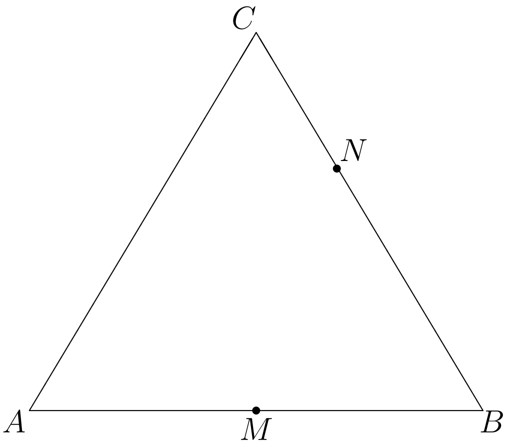
Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.
Построим треугольник AMN.



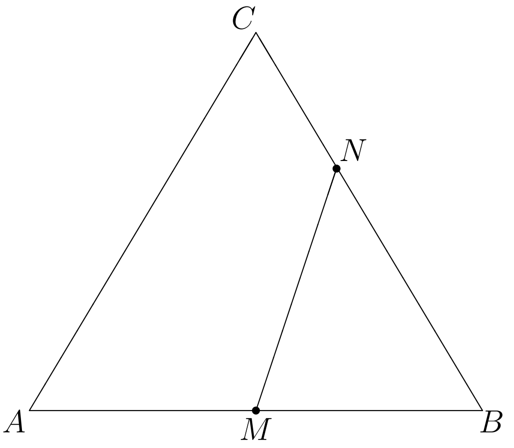
Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.
Построим треугольник AMN.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

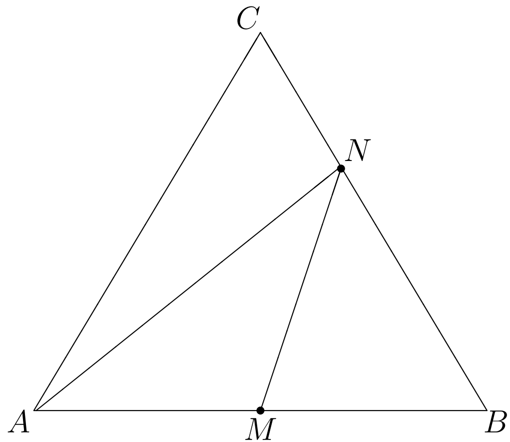
Ответ.
Построим треугольник AMN.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

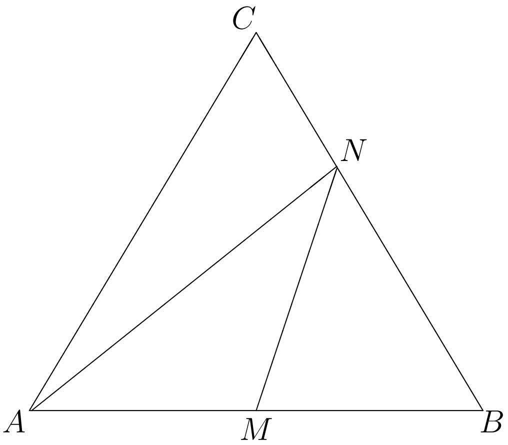
Построим треугольник AMN.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

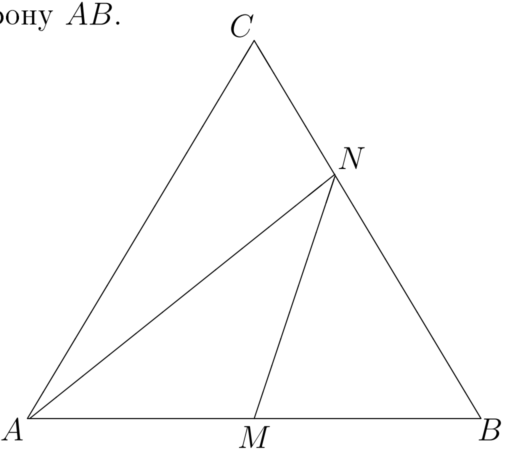
Построим треугольник AMN.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

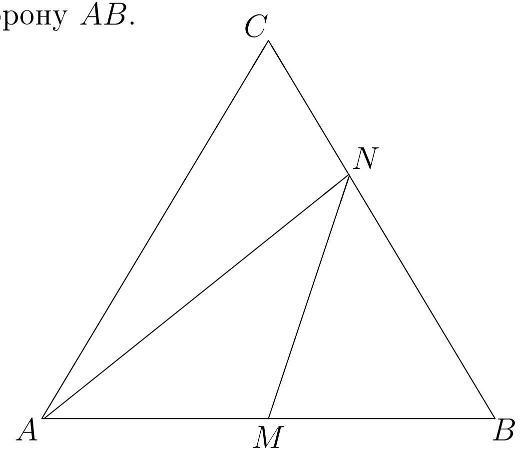
Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

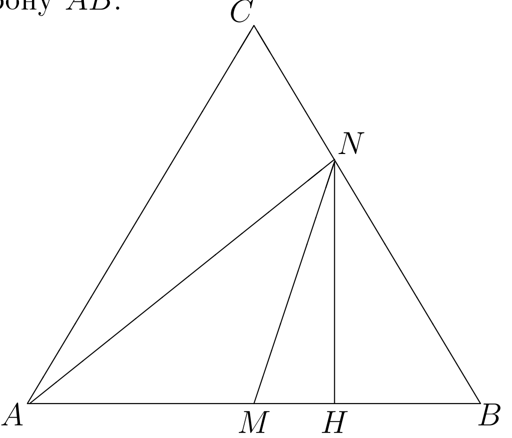


Надо включить BN в **«хороший треугольник»**...

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

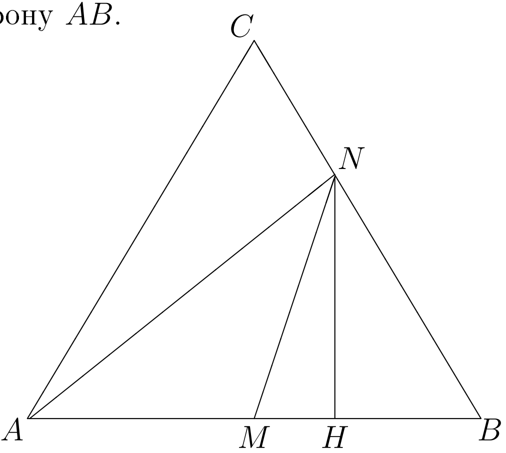


Надо включить BN в **«хороший треугольник»**...

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

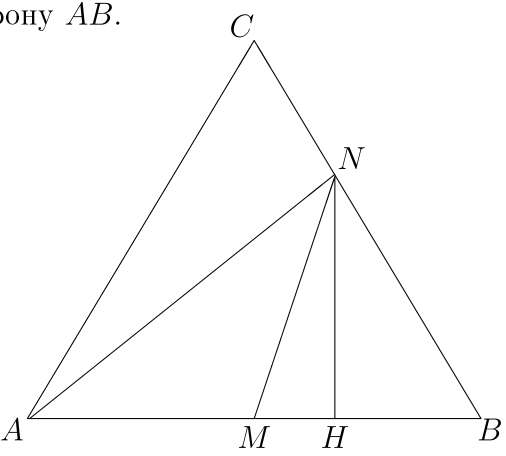


Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

$$\left\{ \begin{array}{l} NH = \\ \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

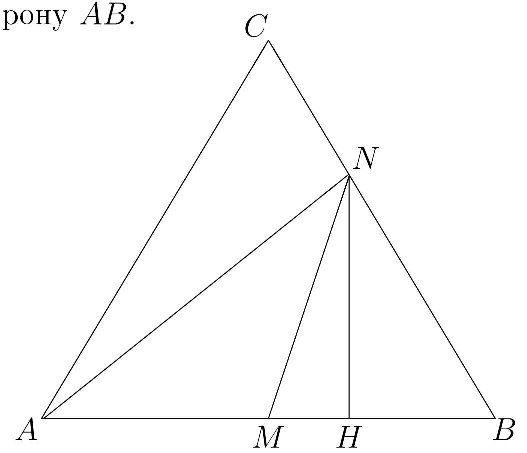


Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ \\ \end{cases}$$

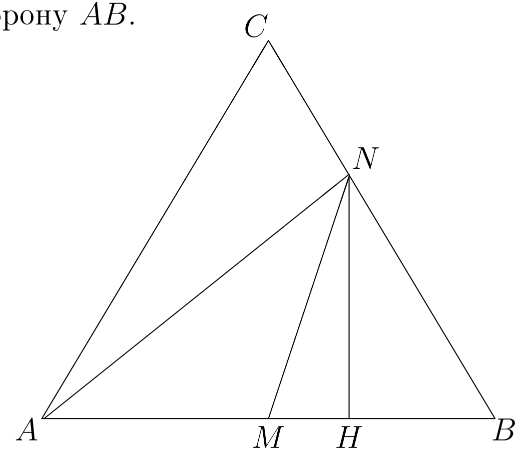


Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

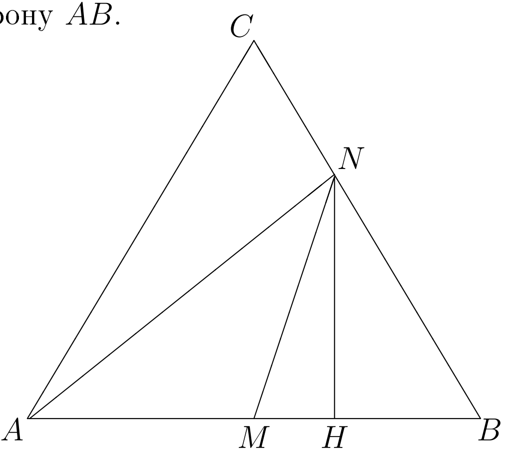
$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \end{cases}$$



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

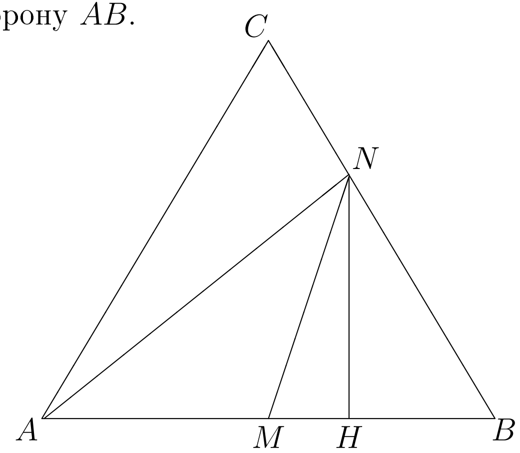


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

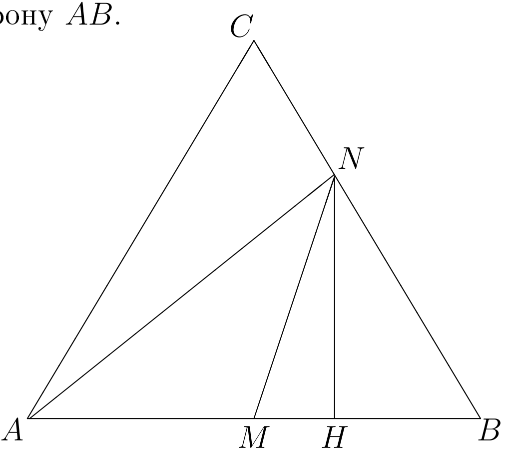


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

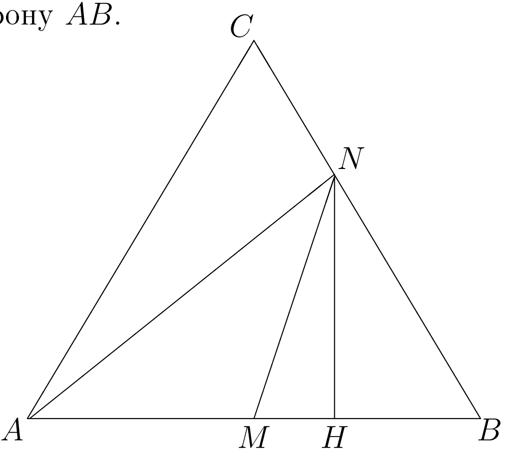


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \end{cases}$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

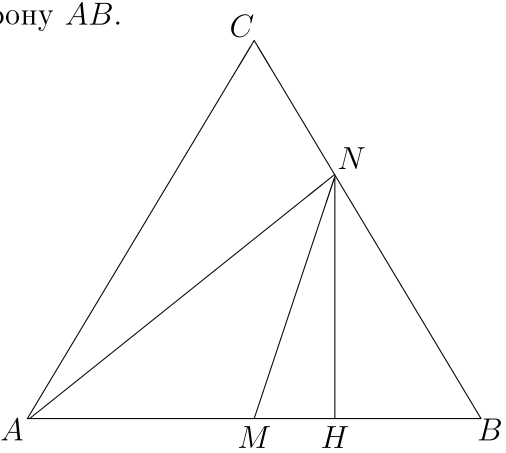


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \end{cases}$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

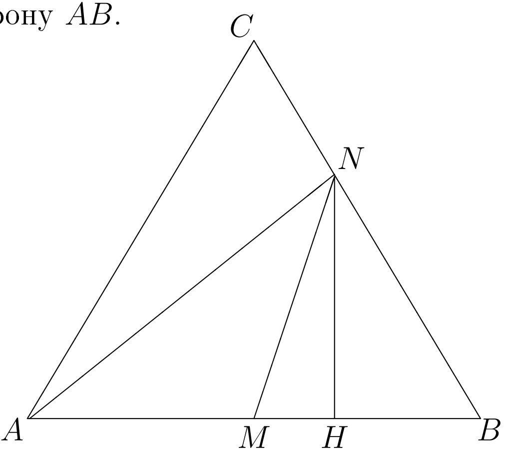


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ \end{cases}$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

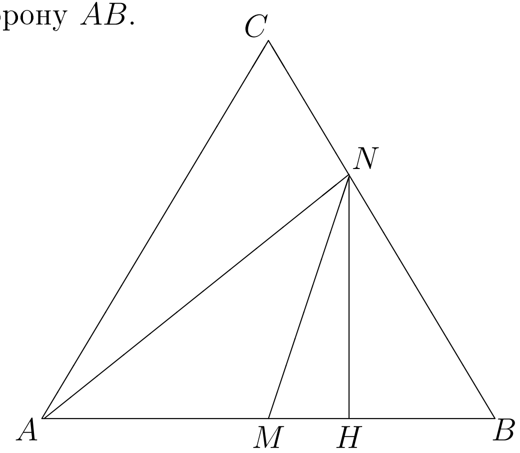


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{x}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{4}x^2} = \dfrac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \dfrac{x}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{4}x^2} = \dfrac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \end{cases}$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

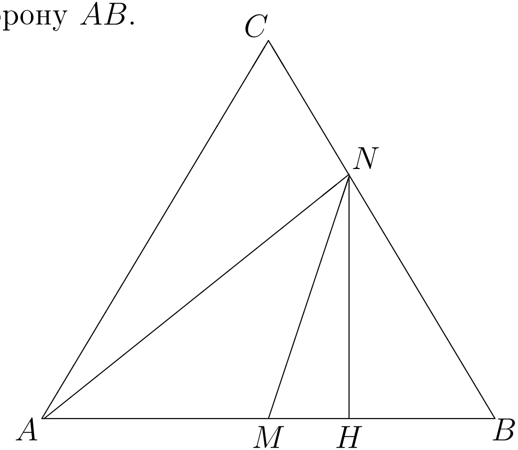


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \end{cases}$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



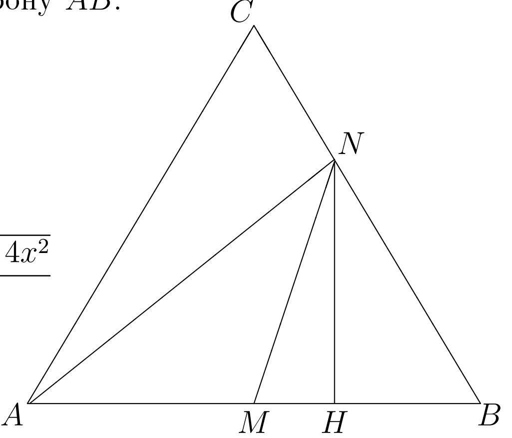
$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \end{cases}$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

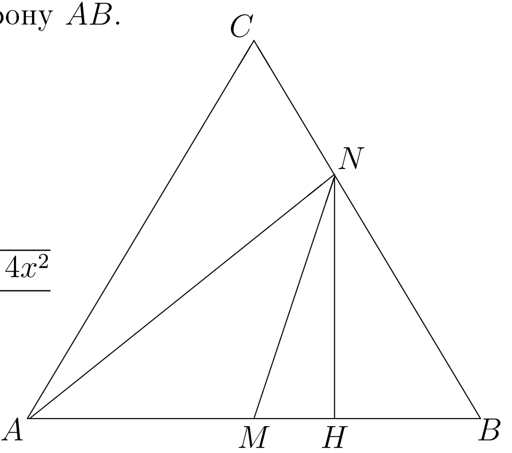
$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2} \end{cases}$$



Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

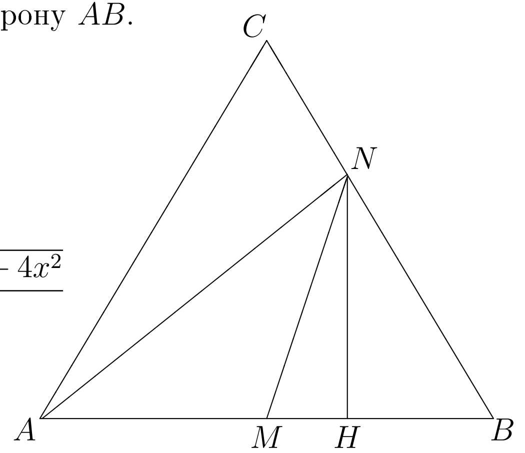


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2} \end{cases}$$

$P'(x) =$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.
Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

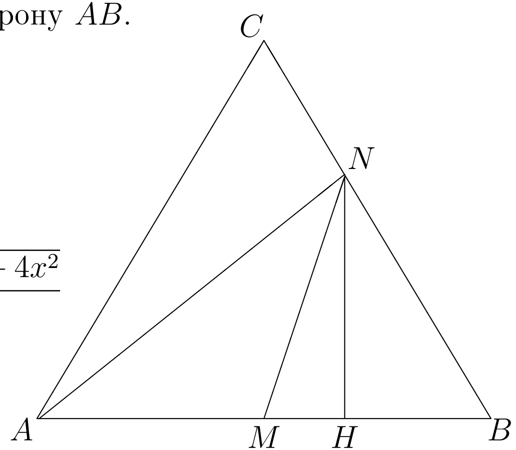


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2+8x}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} + \frac{8x-4}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}.$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.
Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2} \end{cases}$$

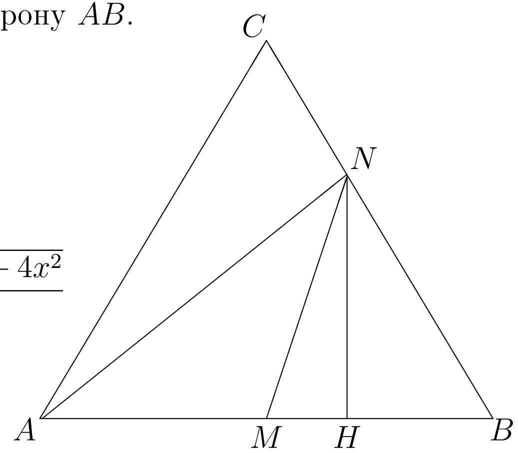
$$P'(x) = \frac{-2+8x}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} + \frac{8x-4}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}.$$

Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2+8x}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} + \frac{8x-4}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}.$$

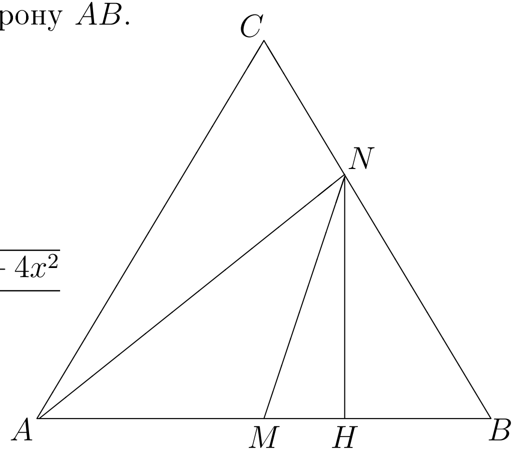
Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

$$\frac{8x-2}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} = \frac{4-8x}{4\sqrt{4x^2-4x+4}},$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2 + 8x}{4\sqrt{1 - 2x + 4x^2}} + \frac{8x - 4}{4\sqrt{4x^2 - 4x + 4}}.$$

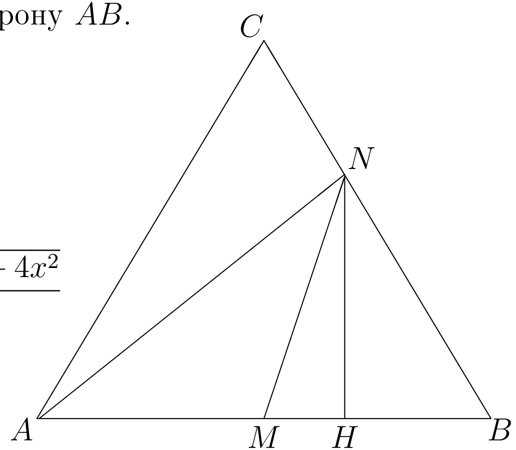
Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

$$\frac{8x - 2}{4\sqrt{1 - 2x + 4x^2}} = \frac{4 - 8x}{4\sqrt{4x^2 - 4x + 4}}, \quad (4x - 1)\sqrt{x^2 - x + 1} = (1 - 2x)\sqrt{4x^2 - 2x + 1},$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2+8x}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} + \frac{8x-4}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}.$$

Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

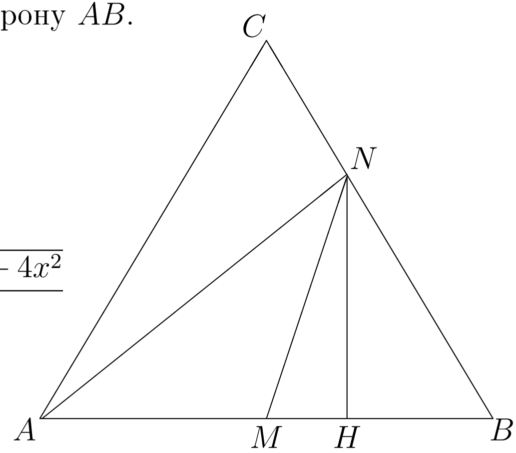
$$\frac{8x-2}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} = \frac{4-8x}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}, \quad (4x-1)\sqrt{x^2-x+1} = (1-2x)\sqrt{4x^2-2x+1},$$

$$(4x-1)^2\left(x^2-x+1\right) = (1-2x)^2\left(4x^2-2x+1\right),$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2+8x}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} + \frac{8x-4}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}.$$

Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

$$\frac{8x-2}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} = \frac{4-8x}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}, \quad (4x-1)\sqrt{x^2-x+1} = (1-2x)\sqrt{4x^2-2x+1},$$

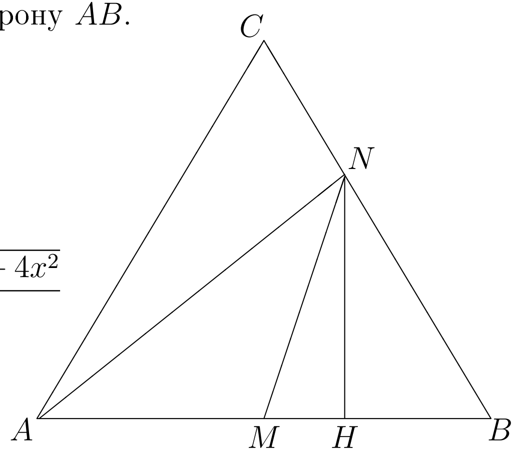
$$(4x-1)^2\left(x^2-x+1\right) = (1-2x)^2\left(4x^2-2x+1\right),$$

$$3x(3x-1) = 0.$$

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2 + 8x}{4\sqrt{1 - 2x + 4x^2}} + \frac{8x - 4}{4\sqrt{4x^2 - 4x + 4}}.$$

Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

$$\frac{8x - 2}{4\sqrt{1 - 2x + 4x^2}} = \frac{4 - 8x}{4\sqrt{4x^2 - 4x + 4}}, \quad (4x - 1)\sqrt{x^2 - x + 1} = (1 - 2x)\sqrt{4x^2 - 2x + 1},$$

$$(4x - 1)^2\left(x^2 - x + 1\right) = (1 - 2x)^2\left(4x^2 - 2x + 1\right),$$

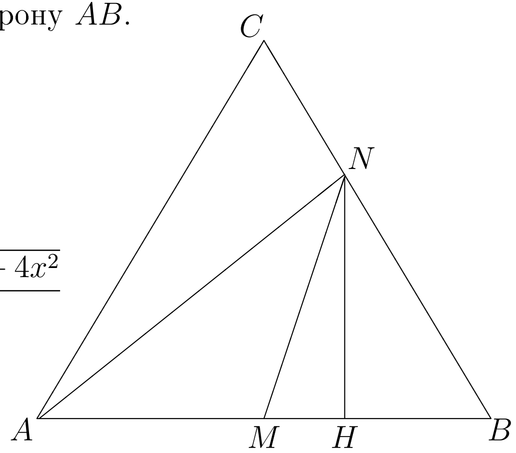
$$3x(3x - 1) = 0.$$

Ответ: искомая доля равна

Задача 26. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{2}\right)^2+\frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1-\frac{x}{2}\right)^2+\frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2+8x}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} + \frac{8x-4}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}.$$

Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

$$\frac{8x-2}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} = \frac{4-8x}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}, \quad (4x-1)\sqrt{x^2-x+1} = (1-2x)\sqrt{4x^2-2x+1},$$

$$(4x-1)^2\left(x^2-x+1\right) = (1-2x)^2\left(4x^2-2x+1\right),$$

$$3x(3x-1) = 0.$$

Ответ: искомая доля равна $\frac{1}{3}$.

Решение задачи 27.

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

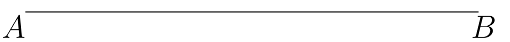
Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Начнём с построения чертежа.

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Начнём с построения чертежа.

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Начнём с построения чертежа.

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Начнём с построения чертежа.

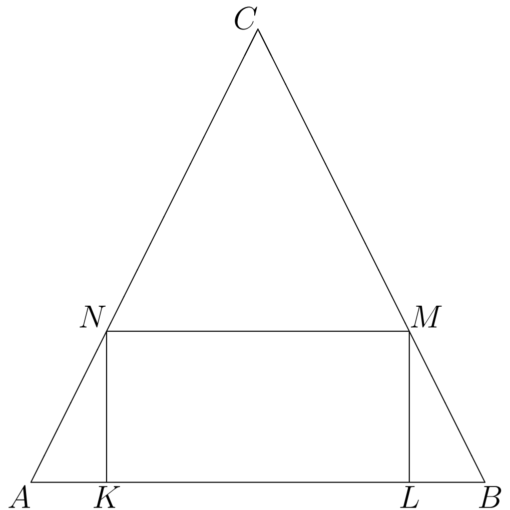
Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Начнём с построения чертежа.

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

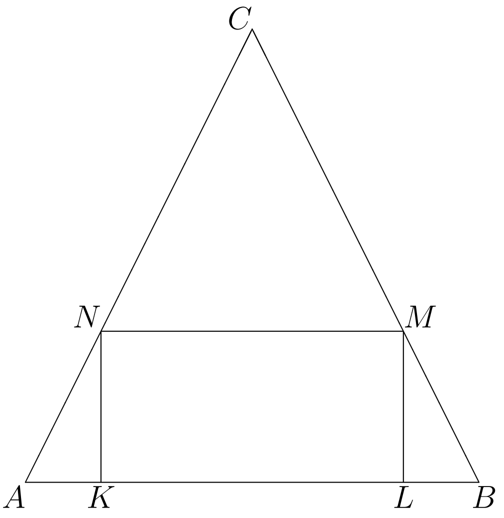
Ответ.



Начнём с построения чертежа.

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

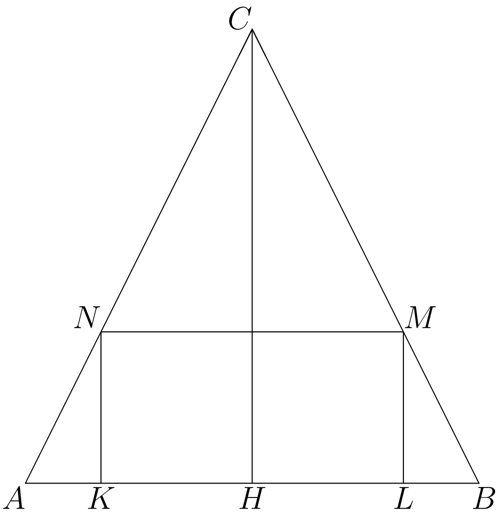


Начнём с построения чертежа.

Проведем естественное дополнительное построение.

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



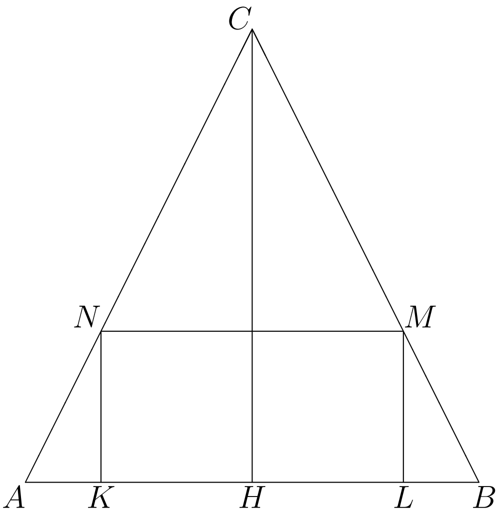
Начнём с построения чертежа.

Проведем естественное дополнительное построение.

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

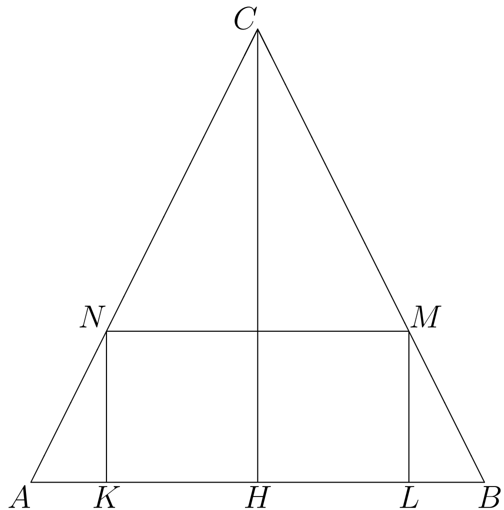
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \\ \\ \end{cases}$



Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

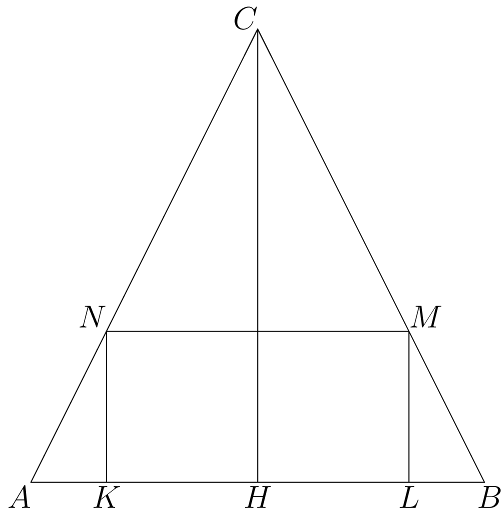
Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \\ NK = ML = \\ \end{cases}$



Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

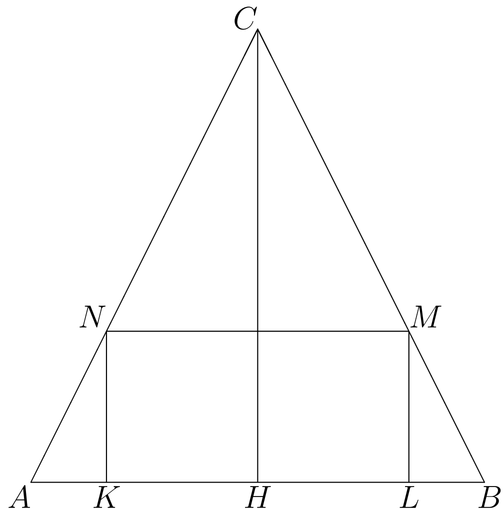
Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \\ NK = ML = a, \\ \end{cases}$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

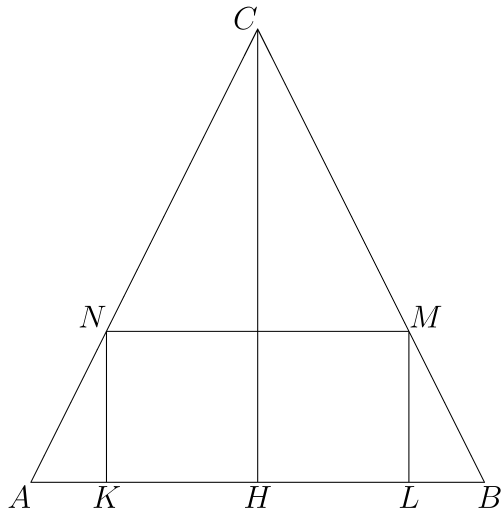


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

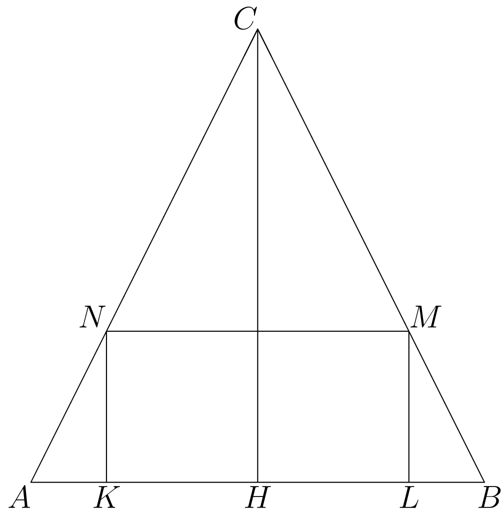
Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$



Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

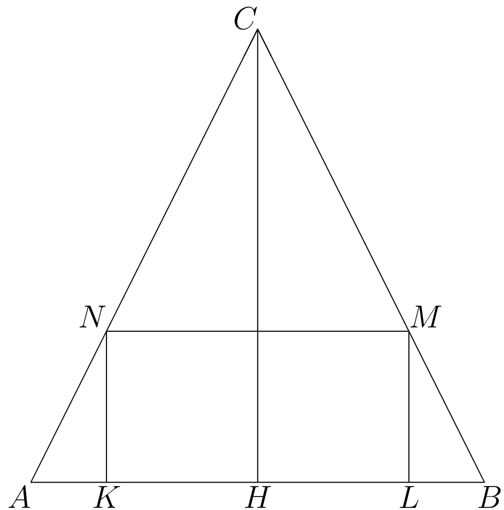
Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

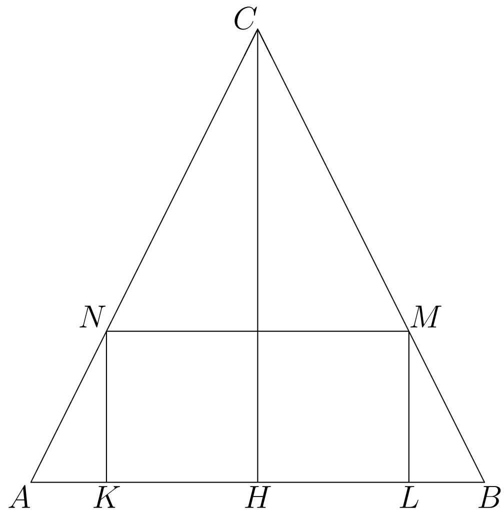


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

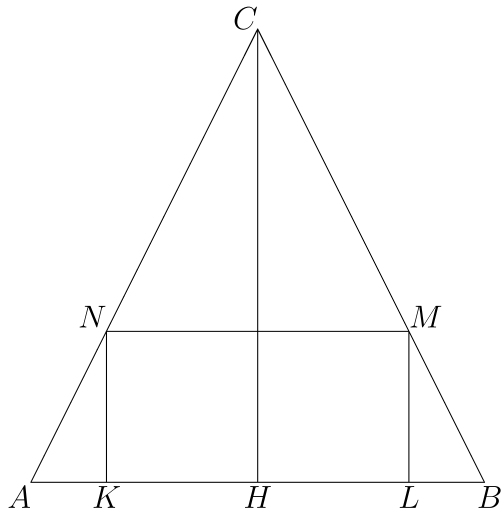


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

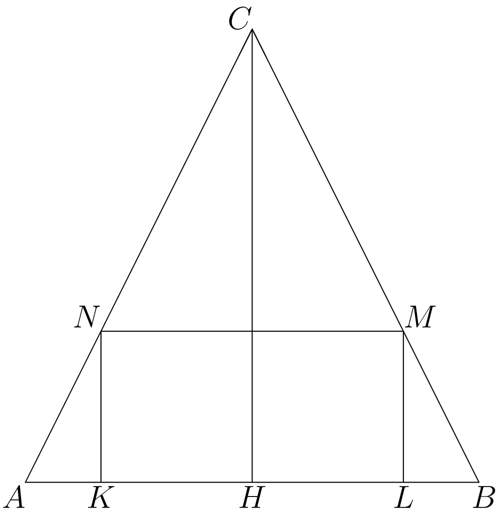


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

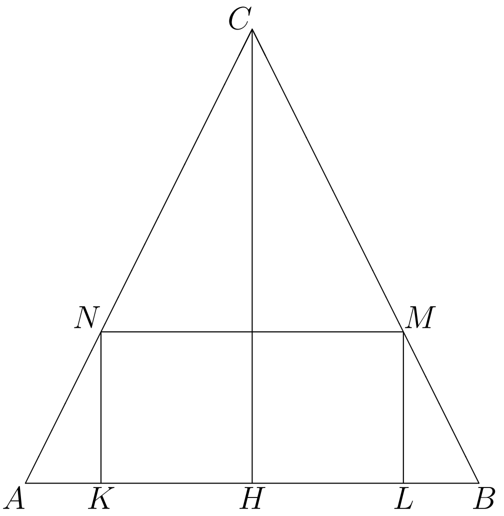
$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \\ \\ \end{cases}$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

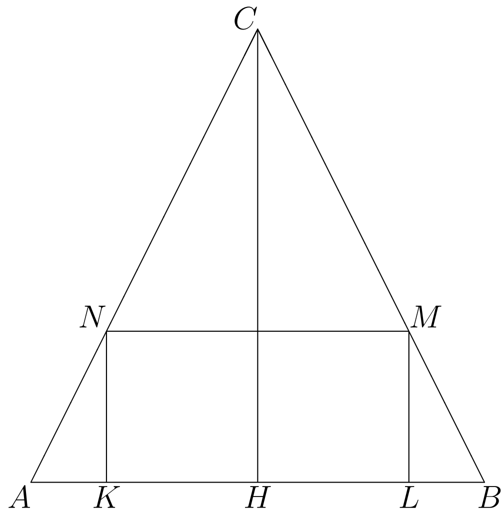
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ \\ \\ \end{cases}$$



Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

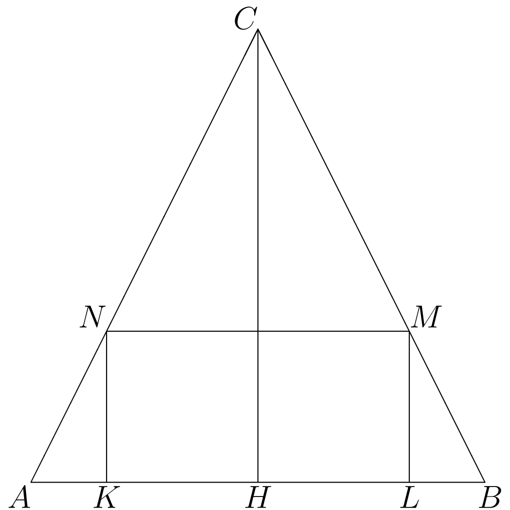


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \dfrac{a(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin \alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos \alpha} = \dfrac{a(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg} \alpha = \end{cases}$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

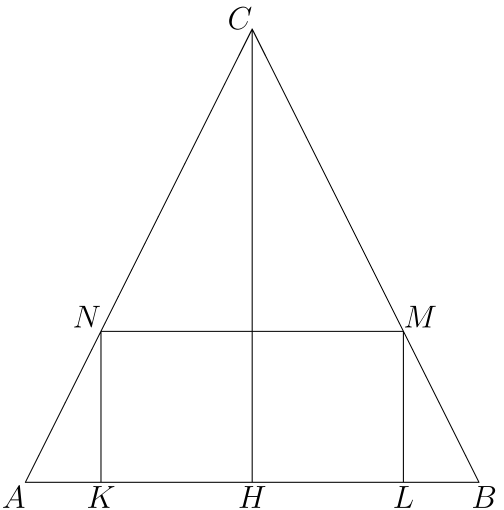
$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \end{cases}$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha \cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \end{cases}$$

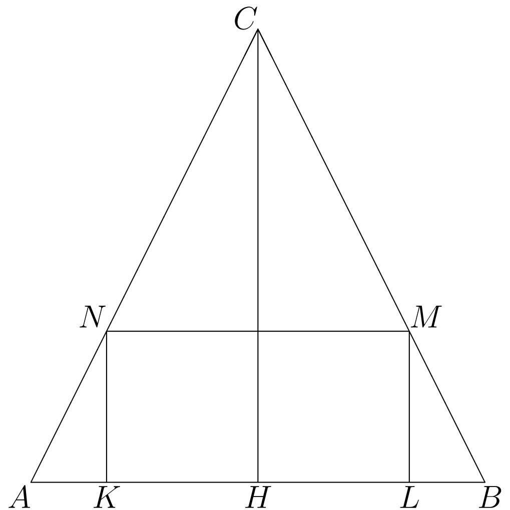


Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

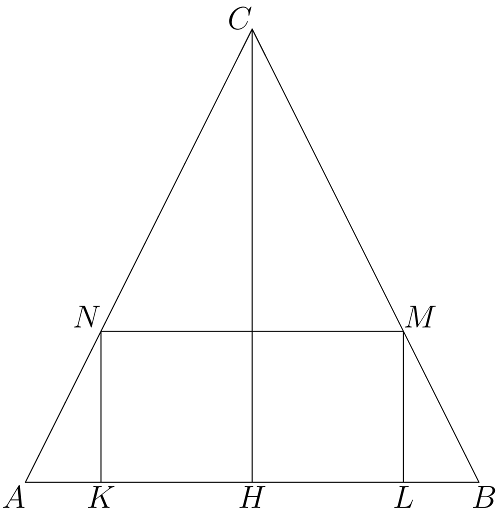
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} = \end{cases}$$



Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

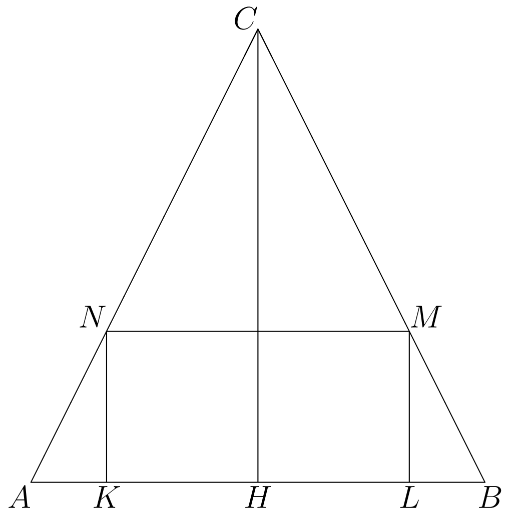


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha} \cdot \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



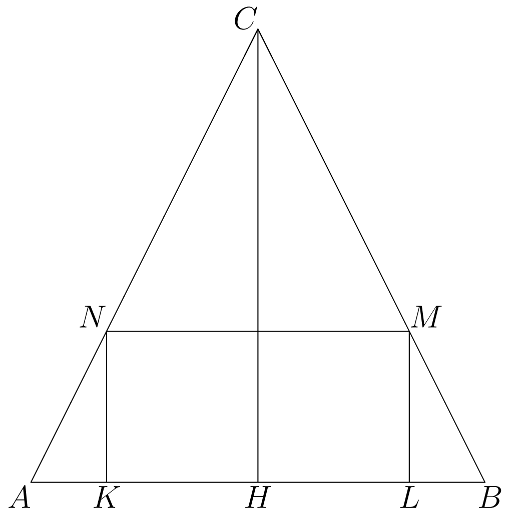
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha} \cdot \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

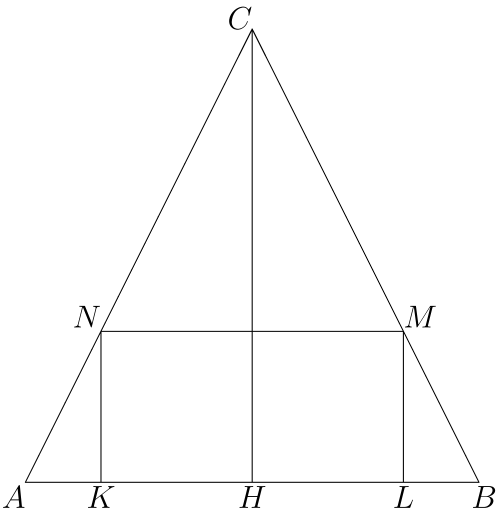
$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) =$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\left\{\begin{array}{l} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{array}\right.$ Тогда

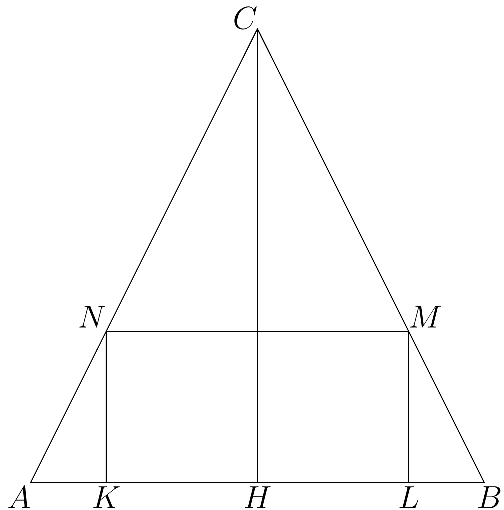
$$\left\{\begin{array}{l} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{array}\right.$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2\cdot\frac{2(\cos\alpha+\sin\alpha)(-\sin\alpha+\cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha+\sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

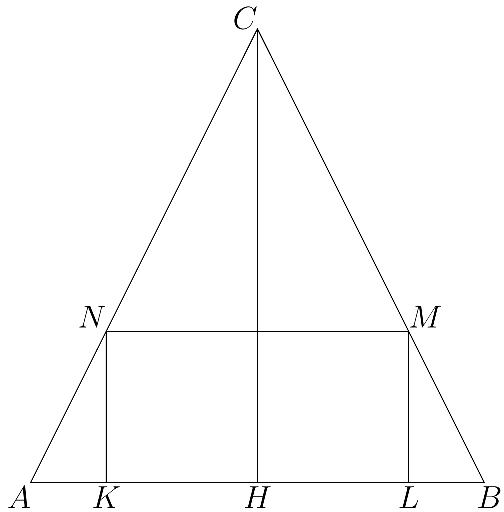
$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2\cdot\frac{2(\cos\alpha + \sin\alpha)(-\sin\alpha + \cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha + \sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \ \Rightarrow$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha} \cdot \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

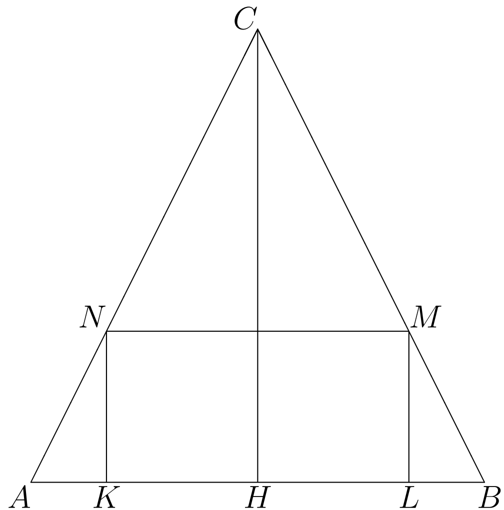
$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2 \cdot \frac{2(\cos\alpha + \sin\alpha)(-\sin\alpha + \cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha + \sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \;\Rightarrow\; (\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)\left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right) = 0.$$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

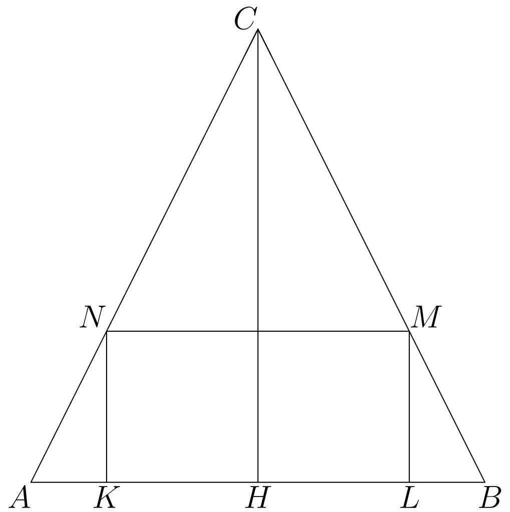
$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2\cdot\frac{2(\cos\alpha + \sin\alpha)(-\sin\alpha + \cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha + \sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \ \Rightarrow (\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)\left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right) = 0.$$

С учётом $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ имеем

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \dfrac{a(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin \alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos \alpha} = \dfrac{a(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg} \alpha = \dfrac{a(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2a(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin \alpha} \cdot \dfrac{a(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos \alpha + \sin \alpha)^2}{\sin \alpha \cos \alpha}.$$

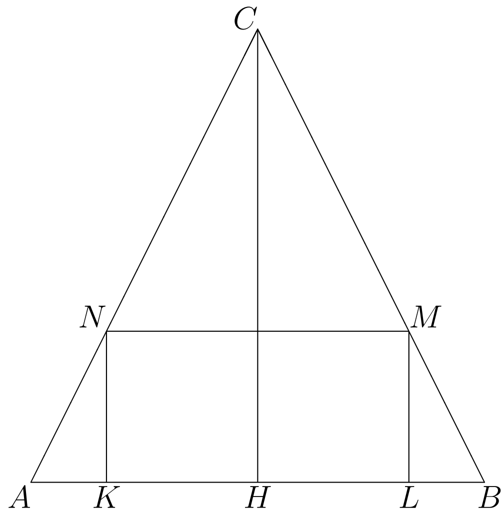
$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2 \cdot \frac{2(\cos \alpha + \sin \alpha)(-\sin \alpha + \cos \alpha) \sin \alpha \cos \alpha - (\cos \alpha + \sin \alpha)^2 \left(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha\right)}{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \;\Rightarrow (\cos \alpha + \sin \alpha)(\cos \alpha - \sin \alpha) \left(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha\right) = 0.$$

С учётом $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ имеем $S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \;\Rightarrow$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

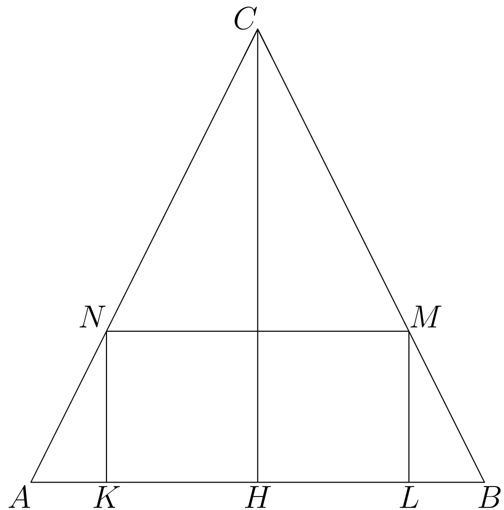
$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2\cdot\frac{2(\cos\alpha + \sin\alpha)(-\sin\alpha + \cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha + \sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \ \Rightarrow (\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)\left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right) = 0.$$

С учётом $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ имеем $S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \ \Rightarrow \alpha = \dfrac{\pi}{4}.$

Задача 27. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2\cdot\frac{2(\cos\alpha + \sin\alpha)(-\sin\alpha + \cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha + \sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \;\Rightarrow (\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)\left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right) = 0.$$

С учётом $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ имеем $S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \;\Rightarrow \alpha = \dfrac{\pi}{4}$. **Ответ:** $\boxed{\dfrac{\sqrt{2}}{4}}$

Решение задачи 28.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.

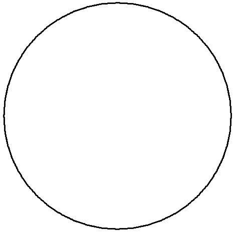
Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

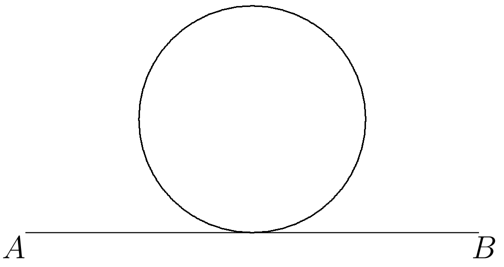
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

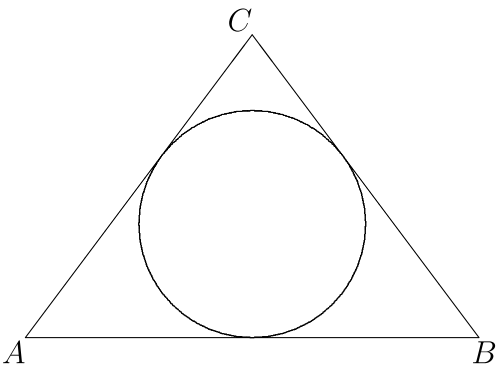
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

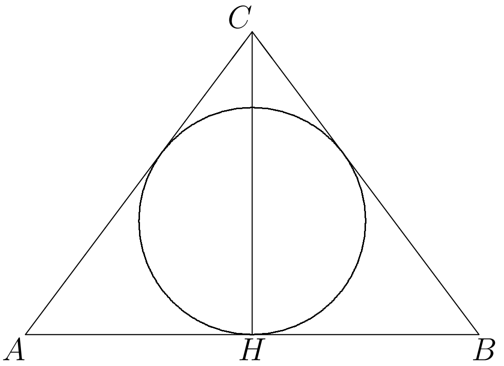
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

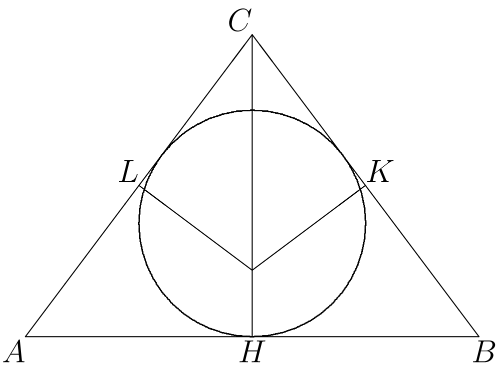
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

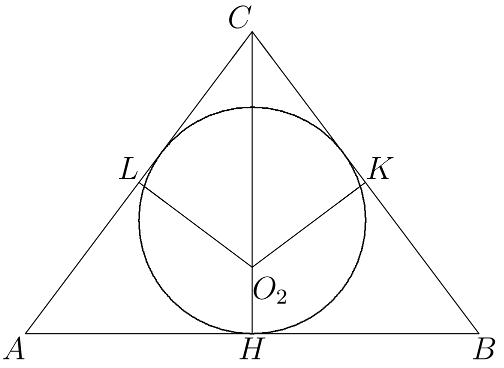
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

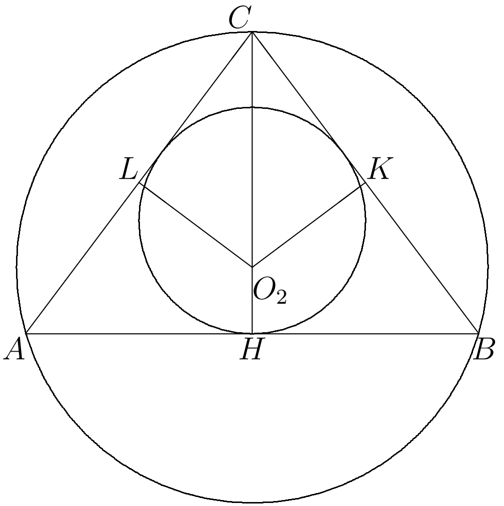
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

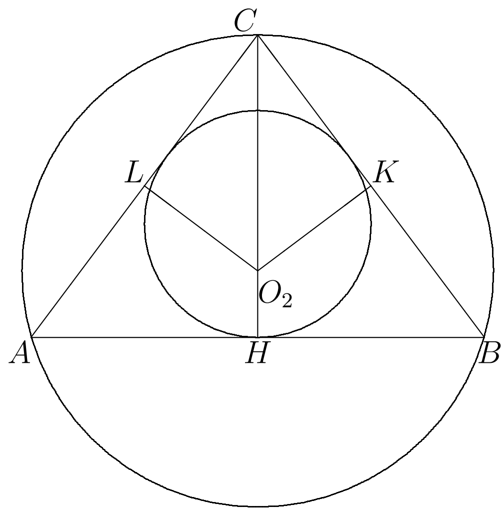
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.

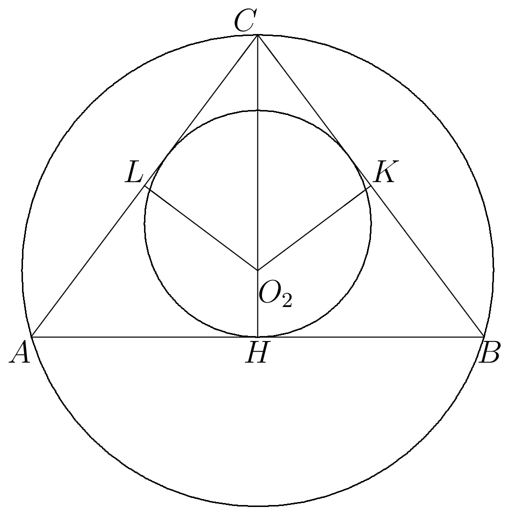


Положим $\left\{ \vphantom{\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array}} \right.$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

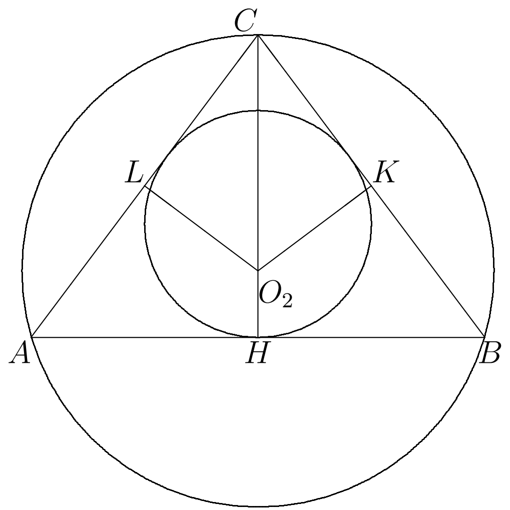
Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ \\ \\ \end{cases}$



Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

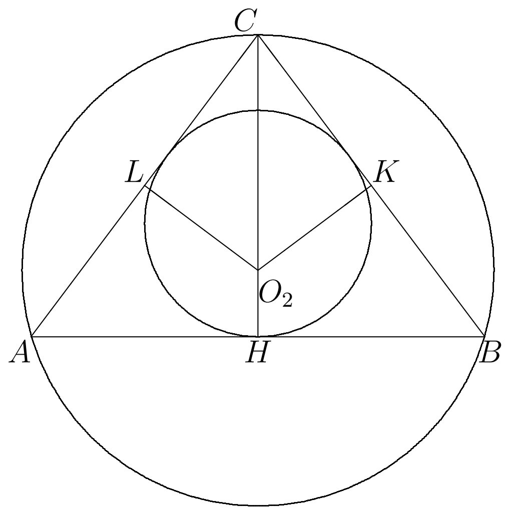
Ответ.



Положим $\left\{ \begin{array}{l} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \end{array} \right.$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

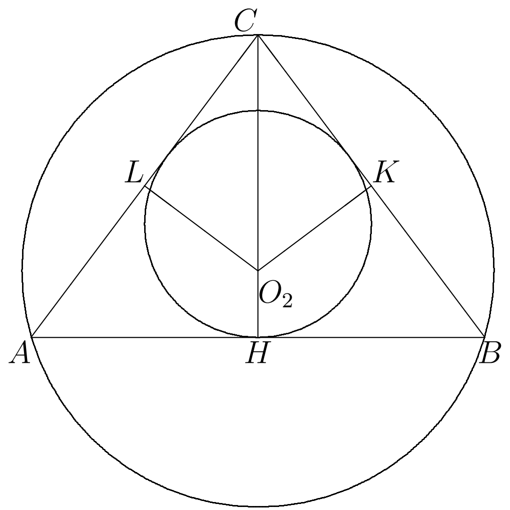
Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.

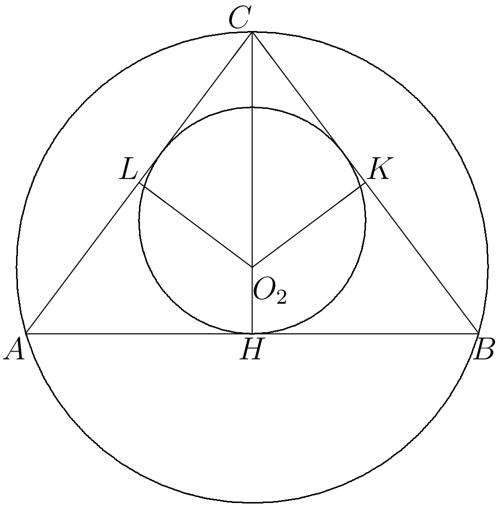


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.

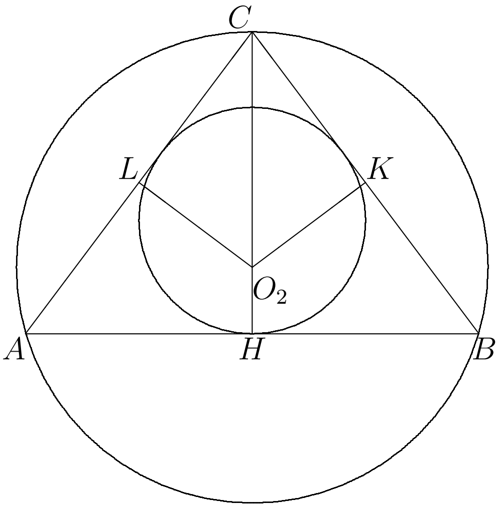


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ \\ \end{cases}$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.

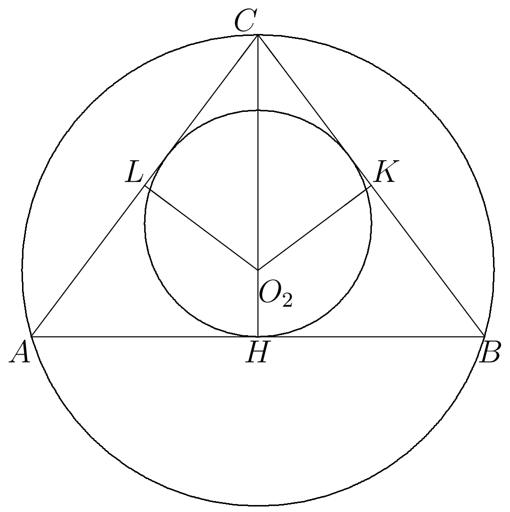


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ \end{cases}$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



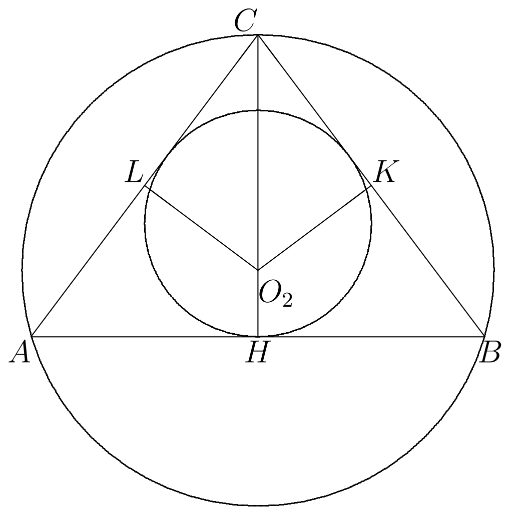
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ \end{cases}$$

Применим формулы, связывающие площадь треугольника и радиусы вписанной и описанной окружностей.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

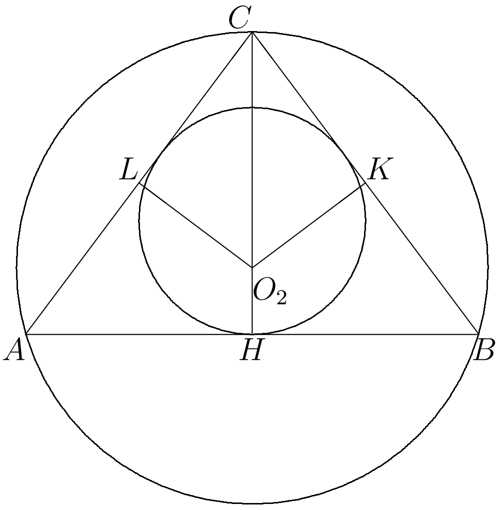
$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ \end{cases}$$

$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

Применим формулы, связывающие площадь треугольника и радиусы вписанной и описанной окружностей.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



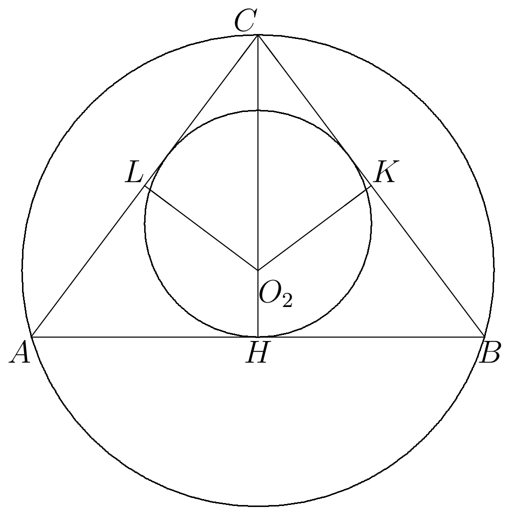
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



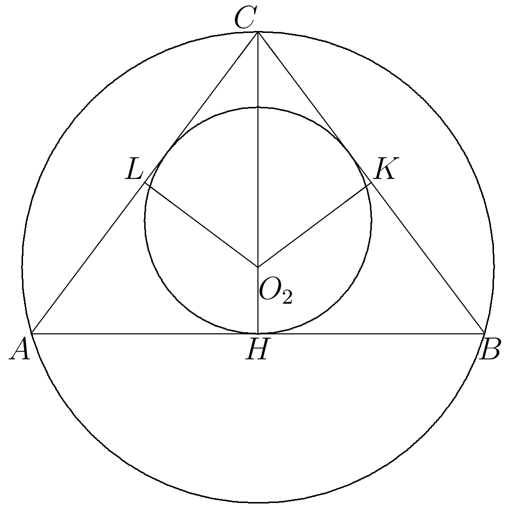
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \end{cases}$$

$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



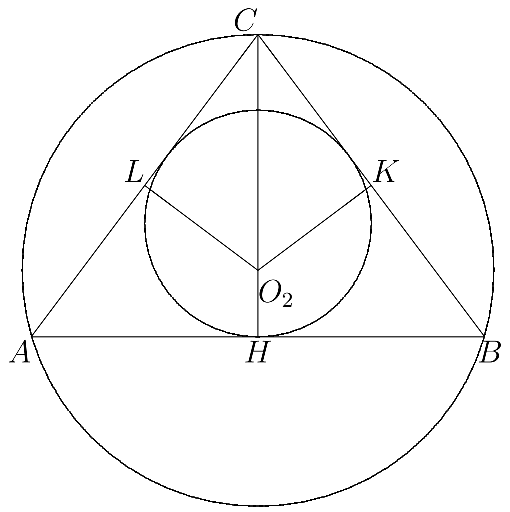
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

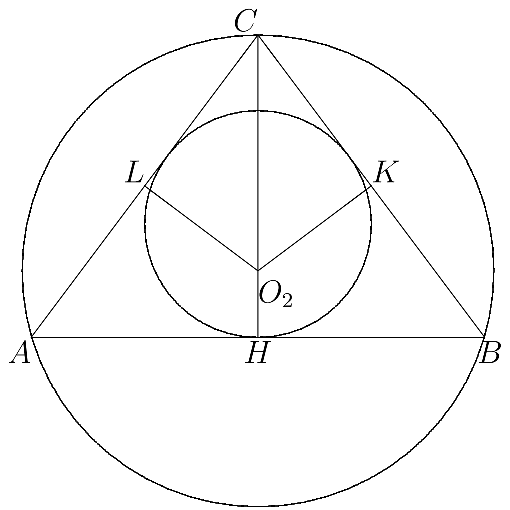
$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} =$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

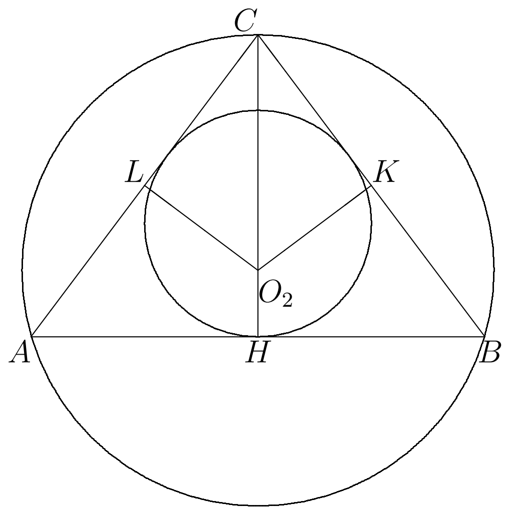
$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a\cdot\sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a\cdot 2ax\cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB\cdot CH}{2} = \frac{AB\cdot BC\cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}}\cdot\frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} =$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

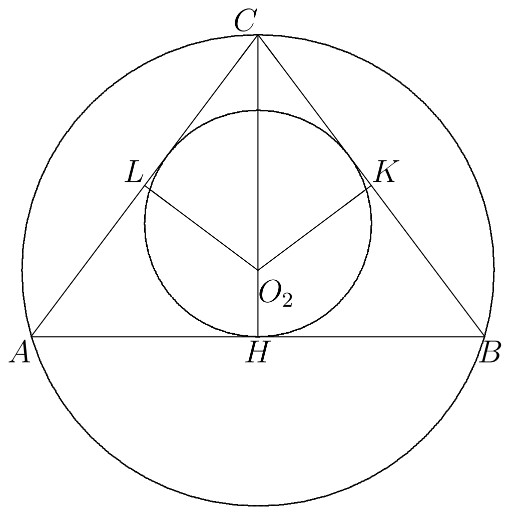
$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

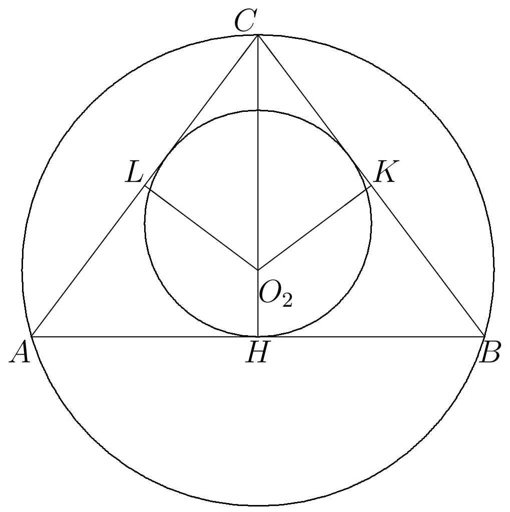
$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) =$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

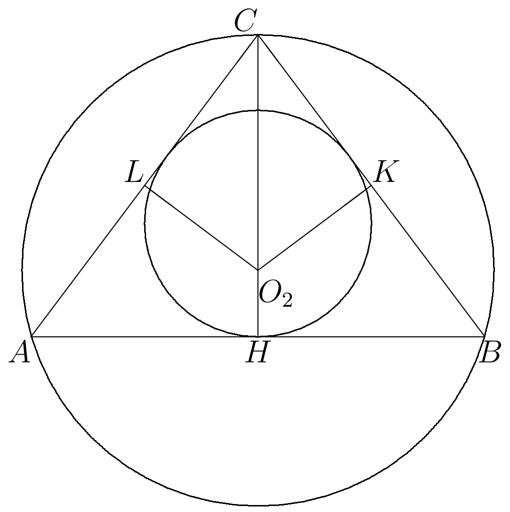
$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} =$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.



Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a\cdot\sqrt{4a^2x^2-a^2} = \dfrac{2a\cdot 2ax\cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

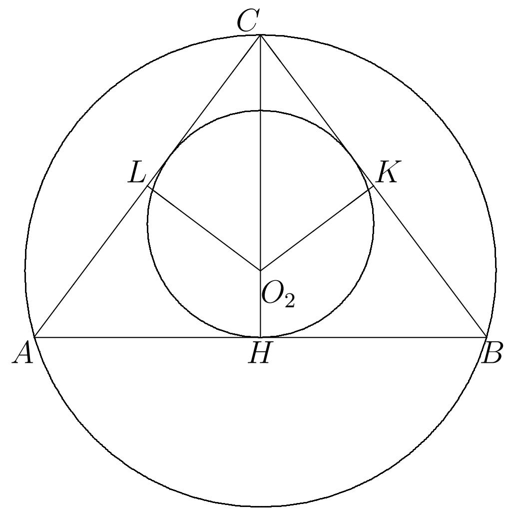
$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB\cdot CH}{2} = \frac{AB\cdot BC\cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}}\cdot\frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1)-2x^2\cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a\cdot\sqrt{4a^2x^2-a^2} = \dfrac{2a\cdot 2ax\cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

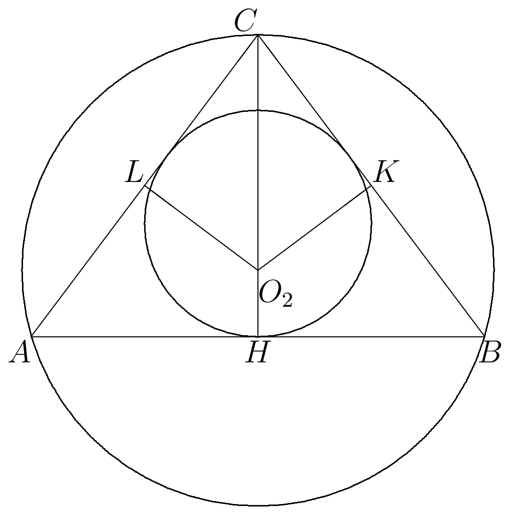
$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB\cdot CH}{2} = \frac{AB\cdot BC\cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}}\cdot\frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1)-2x^2\cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\right.$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.



Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

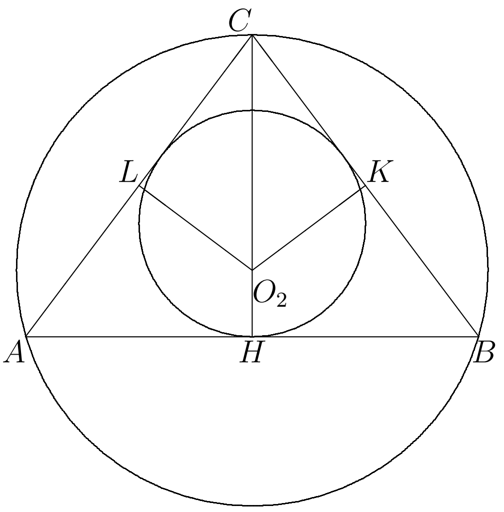
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ \\ \end{array} \right.$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

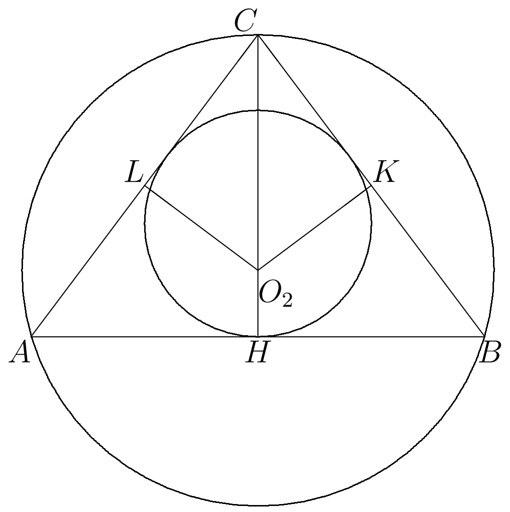
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ \end{array}\right.$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

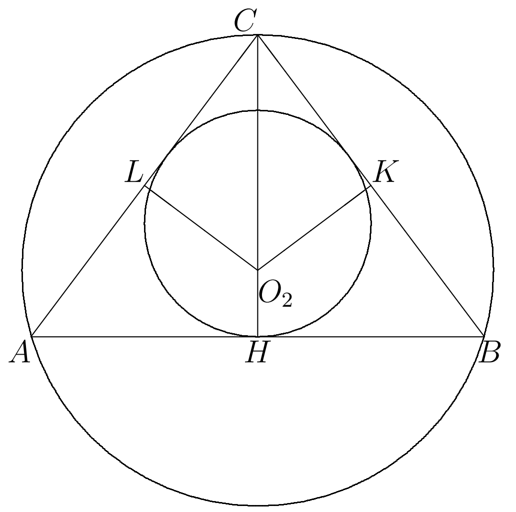
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ x = 1. \end{array}\right.$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a\cdot\sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a\cdot 2ax\cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB\cdot CH}{2} = \frac{AB\cdot BC\cdot AC}{4R}.$$

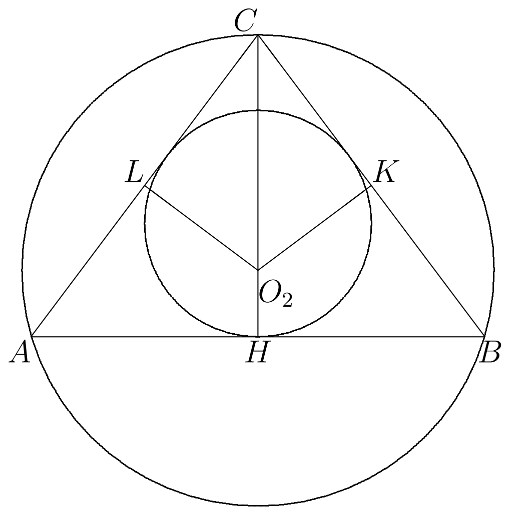
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}}\cdot\frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1)-2x^2\cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ x = 1. \end{array}\right.$ По условию и в силу неравенства треугольника

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

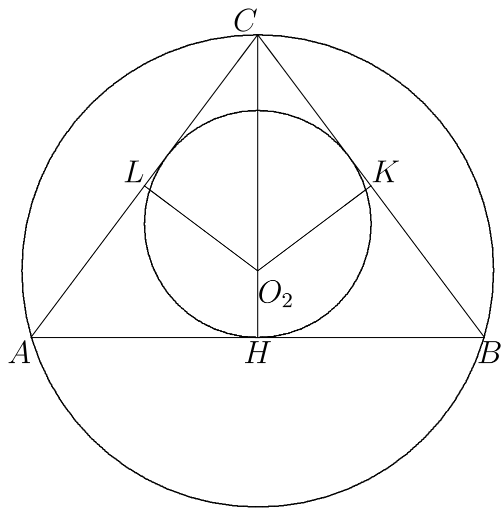
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ x = 1. \end{array}\right.$ По условию и в силу неравенства треугольника $x > \dfrac{1}{2}$.

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a\cdot\sqrt{4a^2x^2-a^2} = \dfrac{2a\cdot 2ax\cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB\cdot CH}{2} = \frac{AB\cdot BC\cdot AC}{4R}.$$

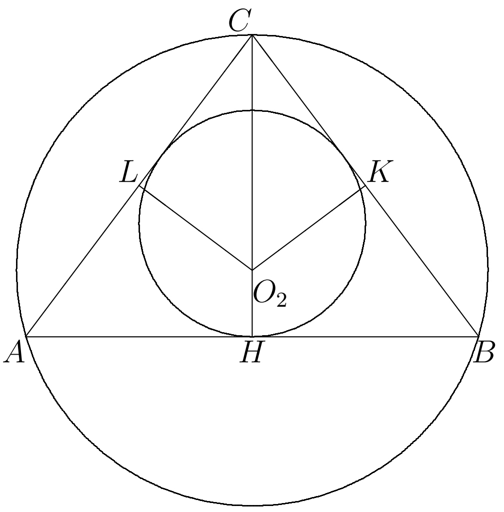
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}}\cdot\frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1)-2x^2\cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ x = 1. \end{array}\right.$ По условию и в силу неравенства треугольника $x > \dfrac{1}{2}$.

Ответ: $\boxed{1}$

Задача 28. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.



Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ x = 1. \end{array} \right.$ По условию и в силу неравенства треугольника $x > \dfrac{1}{2}$.

Ответ: $\boxed{1}$ Искомый треугольник — равносторонний!

Решение задачи 29.

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ.

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta =$$

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) +$$

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) -$$

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} -$$

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta =$$

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1 p_2.$$

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1 p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta =$$

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1 p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \Rightarrow$$

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1 p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \;\Rightarrow \Delta =$$

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1+\frac{p_1}{100}\right)+20\left(1+\frac{p_2}{100}\right)-25\cdot\frac{p_1}{100}\cdot 20\cdot\frac{p_2}{100}-40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1+\frac{1}{5}p_2-\frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \ \Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}\left(p_1-10\right)^2-1.$$

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \;\Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}(p_1 - 10)^2 - 1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет ____ долларов.

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \;\Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}(p_1 - 10)^2 - 1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет 1000 долларов.

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1+\frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1+\frac{p_2}{100}\right) - 25\cdot\frac{p_1}{100}\cdot 20\cdot\frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1 p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \ \Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}\left(p_1 - 10\right)^2 - 1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет 1000 долларов.
При $0 \le p_1 \le$ ________ и при ________ $\le p_1 \le 20$ сделка будет выгодной,

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \ \Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}(p_1 - 10)^2 - 1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет 1000 долларов.
При $0 \le p_1 \le 10 - 2\sqrt{5}$ и при $10 + 2\sqrt{5} \le p_1 \le 20$ сделка будет выгодной,

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1 p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \ \Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}\left(p_1 - 10\right)^2 - 1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет 1000 долларов.
При $0 \leq p_1 \leq 10 - 2\sqrt{5}$ и при $10 + 2\sqrt{5} \leq p_1 \leq 20$ сделка будет выгодной,
максимальная выгода составляет ____________________

Задача 29. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1 p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \ \Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}\left(p_1 - 10\right)^2 - 1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет 1000 долларов.
При $0 \le p_1 \le 10 - 2\sqrt{5}$ и при $10 + 2\sqrt{5} \le p_1 \le 20$ сделка будет выгодной, максимальная выгода составляет 4 тысячи долларов.

Решение задачи 30.

Задача 30. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Задача 30. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ.

Задача 30. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $\text{Ц}(t) =$

Задача 30. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$.

Задача 30. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) =$$

Задача 30. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} =$$

Задача 30. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $\text{Ц}(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$\text{Ц}'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} = \frac{(10+t)(2t-10)}{(5+2t)^2}.$$

Задача 30. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} = \frac{(10+t)(2t-10)}{(5+2t)^2}.$$

Ответ: спустя минут после начала процесса стоимость раствора станет минимальной, равной __ рублей.

Задача 30. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} = \frac{(10+t)(2t-10)}{(5+2t)^2}.$$

Ответ: спустя $\dfrac{2}{0.4} =$ минут после начала процесса стоимость раствора станет минимальной, равной __ рублей.

Задача 30. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} = \frac{(10+t)(2t-10)}{(5+2t)^2}.$$

Ответ: спустя $\dfrac{2}{0.4}$ =5 минут после начала процесса стоимость раствора станет минимальной, равной __ рублей.

Задача 30. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} = \frac{(10+t)(2t-10)}{(5+2t)^2}.$$

Ответ: спустя $\dfrac{2}{0.4}$ =5 минут после начала процесса стоимость раствора станет минимальной, равной 15 рублей.

Решение задачи 31.

Задача 31. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Задача 31. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ.

Задача 31. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m =$ ____________

Задача 31. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2.$

Задача 31. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2.$

$m' =$ ____________________

Задача 31. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2.$

$$m' = k \cdot \frac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}.$$

Задача 31. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2$.

$$m' = k \cdot \frac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}.$$

Производная обращается в 0 при ________

Задача 31. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2$.

$$m' = k \cdot \frac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}.$$

Производная обращается в 0 при $v = 1200$.

Задача 31. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2$.

$m' = k \cdot \dfrac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}$.

Производная обращается в 0 при $v = 1200$.

Ответ: скорость, оптимальная по расходу топлива, равна ____ км/час.

Задача 31. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2.$

$m' = k \cdot \dfrac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}.$

Производная обращается в 0 при $v = 1200$.

Ответ: скорость, оптимальная по расходу топлива, равна 1200 км/час.

Задача 31. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2.$

$m' = k \cdot \dfrac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}.$

Производная обращается в 0 при $v = 1200$.

Ответ: скорость, оптимальная по расходу топлива, равна 1200 км/час.

Решение задачи 32.

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ.

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ.

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*

Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения*.
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение
$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100},$$

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение
$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда}$$

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции:

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение
$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1+tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) =$

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v-1)}{(v-10v^2)^2}$,

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение
$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$
Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v-1)}{(v-10v^2)^2}$,

откуда

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v - 1)}{\left(v - 10v^2\right)^2}$,

откуда $t'(v) = 0 \ \Leftrightarrow$

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1+tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v-10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v-1)}{(v-10v^2)^2}$,

откуда $t'(v) = 0 \Leftrightarrow v = \dfrac{1}{20}$.

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v-1)}{(v-10v^2)^2}$,

откуда $t'(v) = 0 \ \Leftrightarrow v = \dfrac{1}{20}$.
Нетрудно проверить, что при этом значении скорости поступления раствора значение функции t минимально.

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v-1)}{(v-10v^2)^2}$,

откуда $t'(v) = 0 \Leftrightarrow v = \dfrac{1}{20}$.
Нетрудно проверить, что при этом значении скорости поступления раствора значение функции t минимально.

Ответ: минимальное время равно минут.

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v - 1)}{(v - 10v^2)^2}$,

откуда $t'(v) = 0 \ \Leftrightarrow v = \dfrac{1}{20}$.
Нетрудно проверить, что при этом значении скорости поступления раствора значение функции t минимально.

Ответ: минимальное время равно $\dfrac{19}{v - 10v^2} =$ минут.

Задача 32. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10\cdot 0.1+tv\cdot v/2}{1+tv}=\frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v)=\frac{19}{v-10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v)=\dfrac{19(20v-1)}{(v-10v^2)^2}$,

откуда $t'(v)=0 \ \Leftrightarrow v=\dfrac{1}{20}$.

Нетрудно проверить, что при этом значении скорости поступления раствора значение функции t минимально.

Ответ: минимальное время равно $\dfrac{19}{v-10v^2}$ =760 минут.

Решение задачи 33.

Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

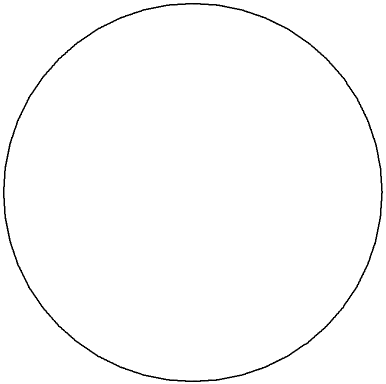
Ответ.

Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

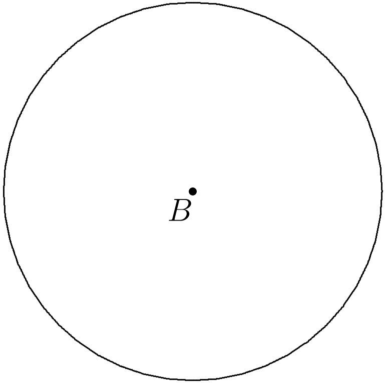
Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.



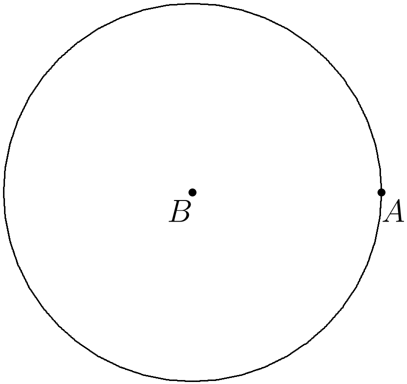
Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.



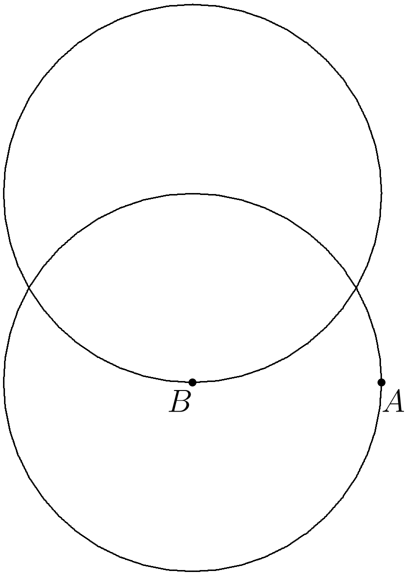
Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.



Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

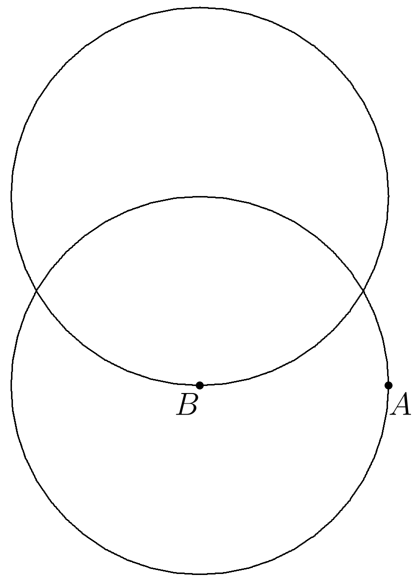
Ответ.



Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

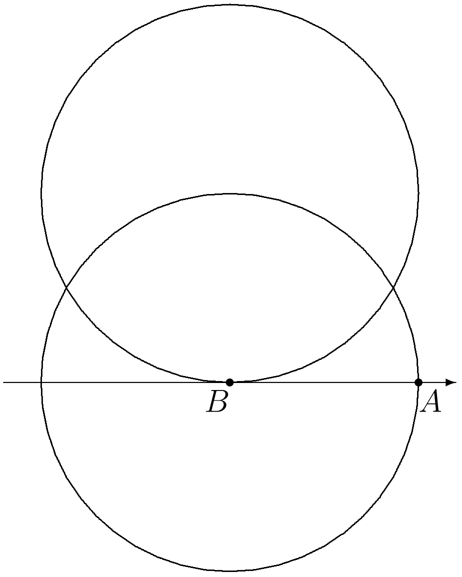
Введем систему координат, поместив начало координат в точку, в которой находилась B в начальный момент времени и направив ось Ox в направлении первоначального положения точки A.



Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Введем систему координат, поместив начало координат в точку, в которой находилась B в начальный момент времени и направив ось Ox в направлении первоначального положения точки A.

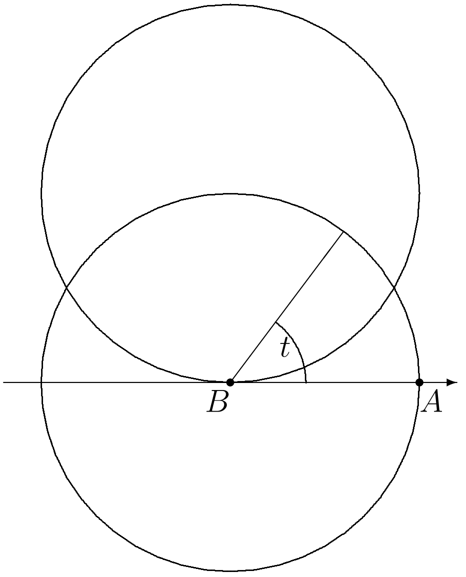


Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

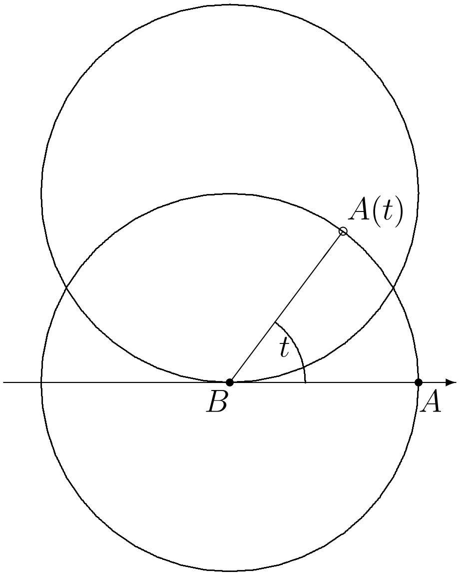


Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

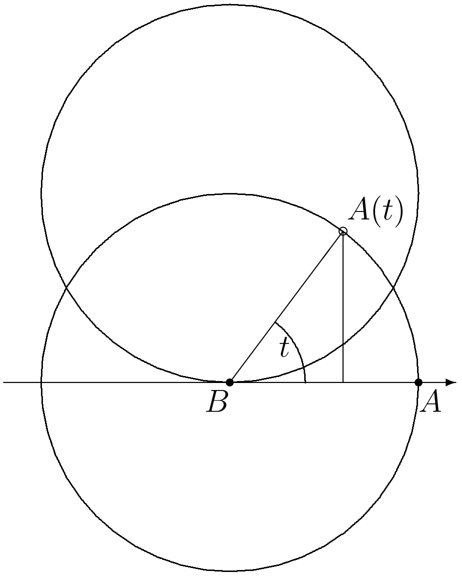


Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

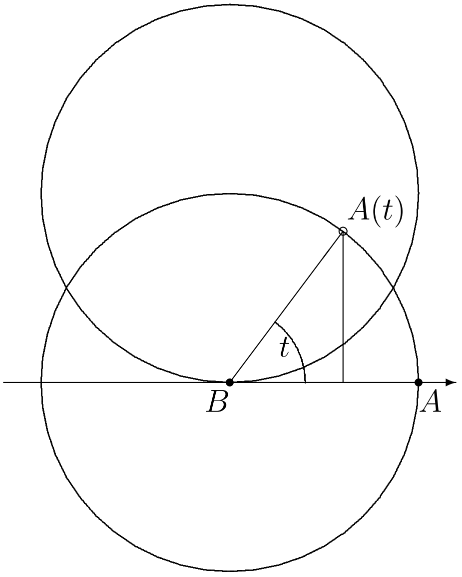


Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

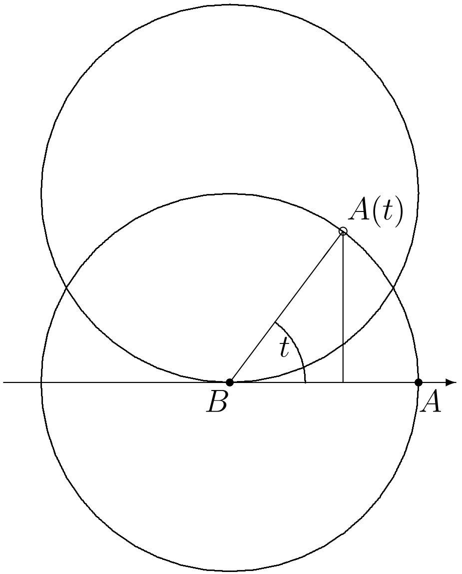


Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A:\begin{cases} x=\cos\alpha t,\\ y=\sin\alpha t,\end{cases}\qquad B:\begin{cases} x=\\ y=\end{cases}$$

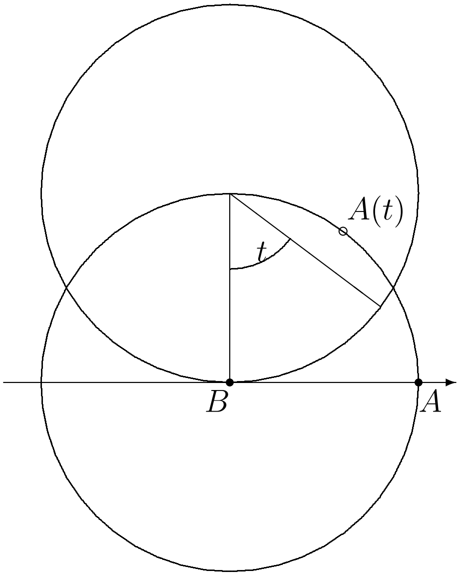


Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \sin\alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

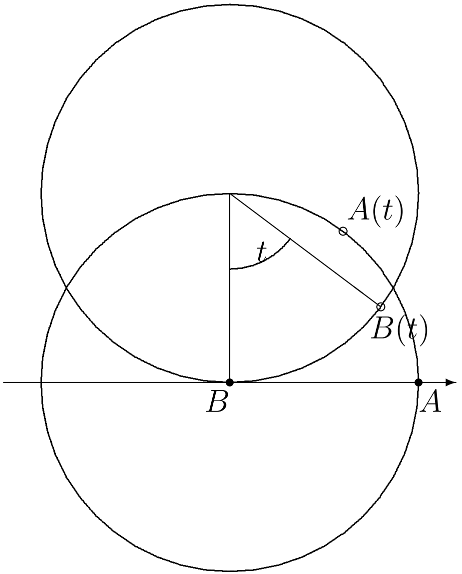


Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

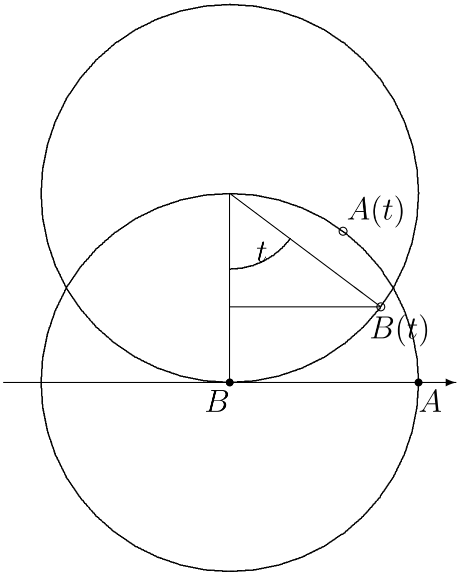


Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

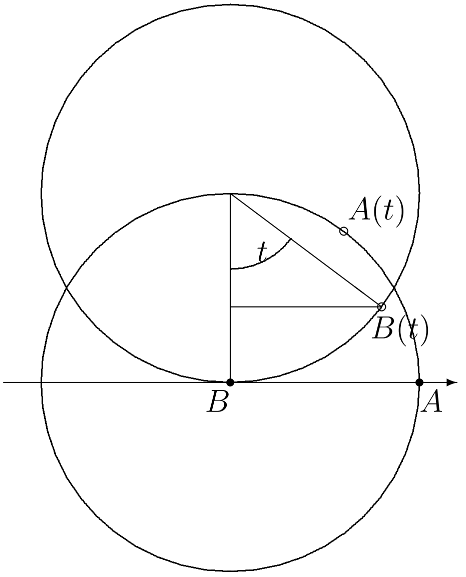


Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \sin\alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin\alpha t, \\ y = \end{cases}$$

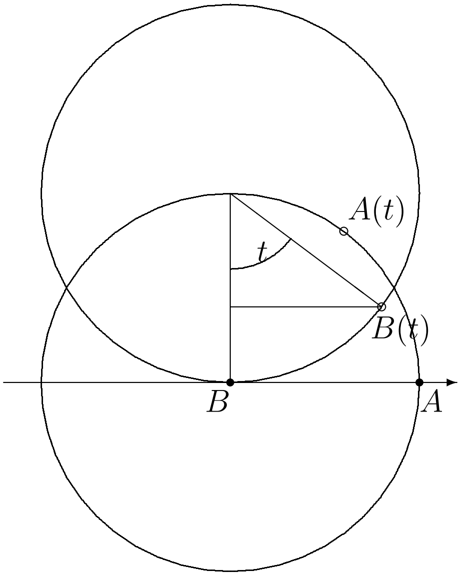


Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = 1 - \cos \alpha t. \end{cases}$$



Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

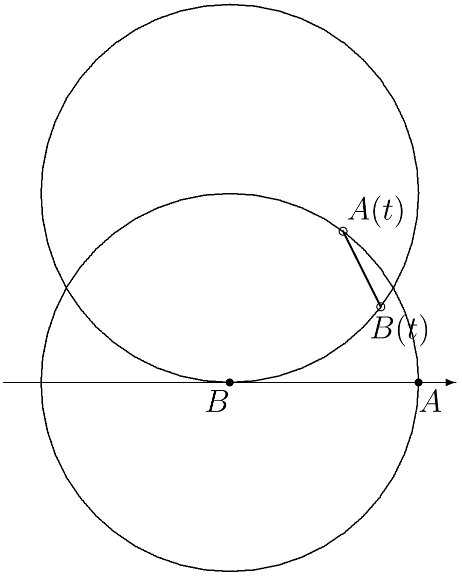
Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = 1 - \cos \alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) =$$



Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

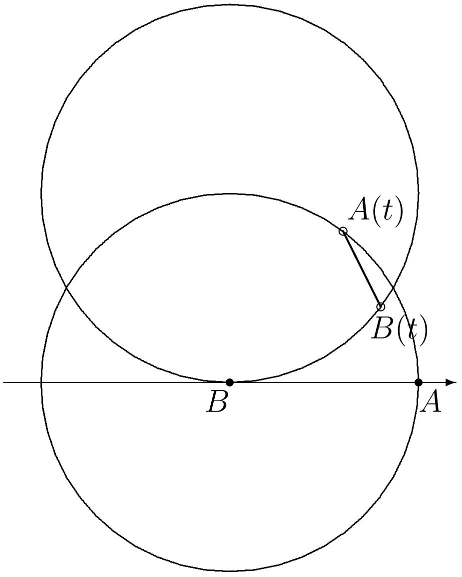
Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \sin\alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin\alpha t, \\ y = 1 - \cos\alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos\alpha t - \sin\alpha t)^2 + (\sin\alpha t - (1 - \cos\alpha t))^2}$$



Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

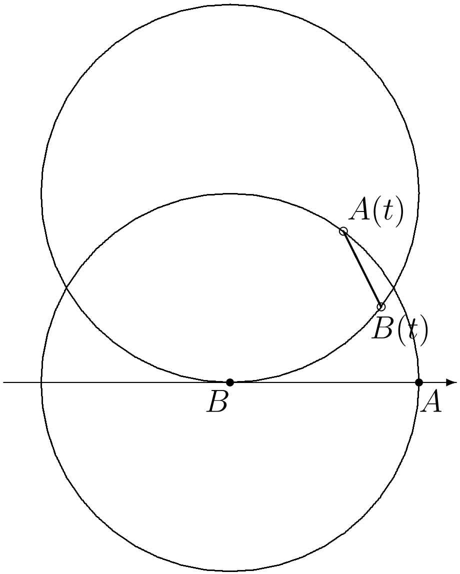
Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \sin\alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin\alpha t, \\ y = 1 - \cos\alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos\alpha t - \sin\alpha t)^2 + (\sin\alpha t - (1 - \cos\alpha t))^2}$$

Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

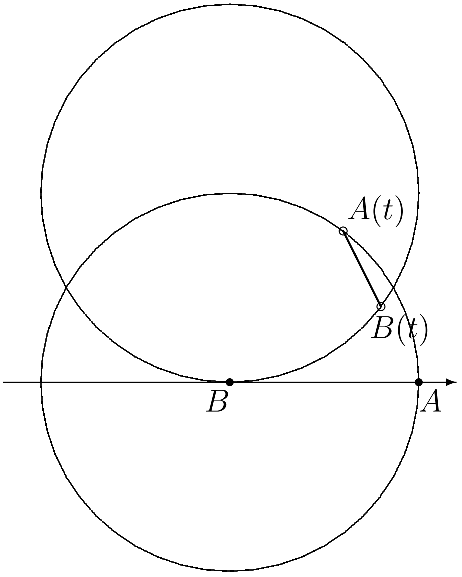


Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = 1 - \cos \alpha t. \end{cases}$$



Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos \alpha t - \sin \alpha t)^2 + (\sin \alpha t - (1 - \cos \alpha t))^2}$$

Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) =$$

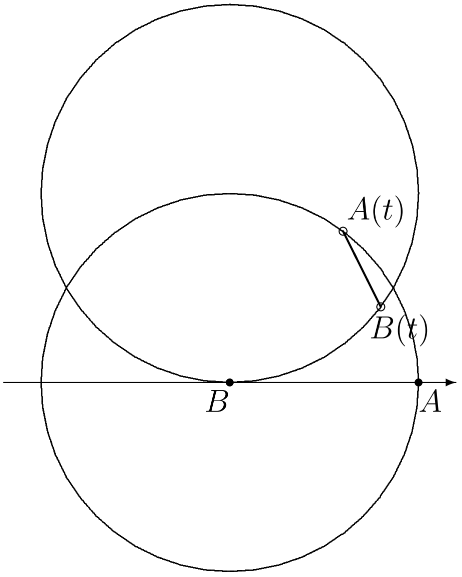
Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.
Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \sin\alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin\alpha t, \\ y = 1 - \cos\alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos\alpha t - \sin\alpha t)^2 + (\sin\alpha t - (1 - \cos\alpha t))^2}$$



Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) = 3 - 2\sin\alpha t - 2\cos\alpha t.$$

Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A: \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \sin\alpha t, \end{cases} \qquad B: \begin{cases} x = \sin\alpha t, \\ y = 1 - \cos\alpha t. \end{cases}$$

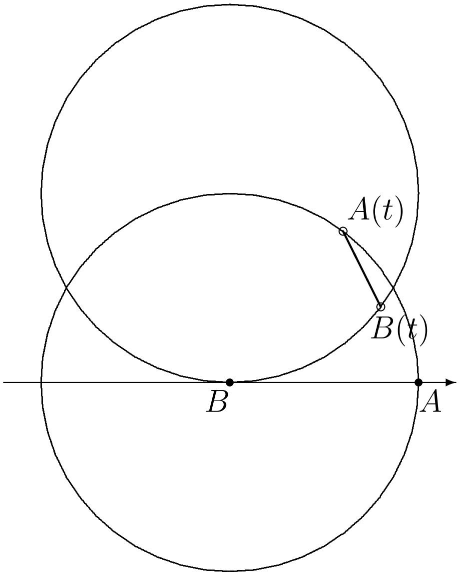
Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos\alpha t - \sin\alpha t)^2 + (\sin\alpha t - (1 - \cos\alpha t))^2}$$

Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) = 3 - 2\sin\alpha t - 2\cos\alpha t.$$

Имеем $f'(t) = 0$ тогда и только тогда, когда



Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \sin\alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin\alpha t, \\ y = 1 - \cos\alpha t. \end{cases}$$

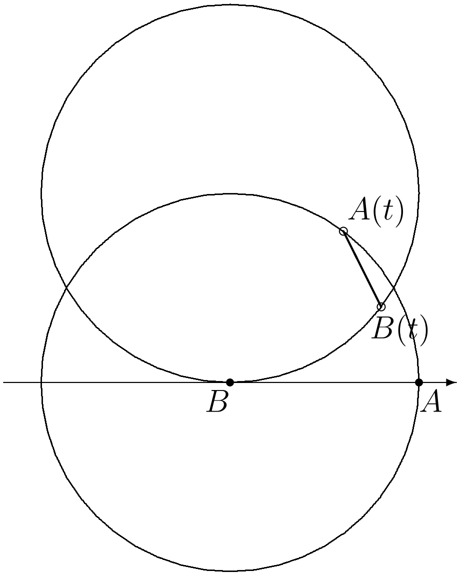
Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos\alpha t - \sin\alpha t)^2 + (\sin\alpha t - (1 - \cos\alpha t))^2}$$

Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) = 3 - 2\sin\alpha t - 2\cos\alpha t.$$

Имеем $f'(t) = 0$ тогда и только тогда, когда
$\alpha\,(-\cos\alpha t + \sin\alpha t) = 0.$



Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

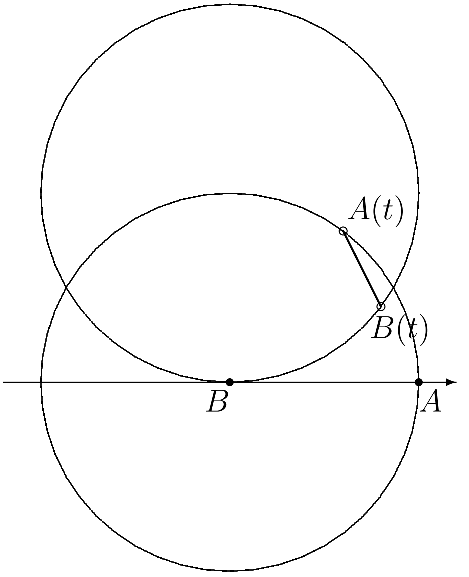
Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = 1 - \cos \alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos \alpha t - \sin \alpha t)^2 + (\sin \alpha t - (1 - \cos \alpha t))^2}$$



Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) = 3 - 2\sin \alpha t - 2\cos \alpha t.$$

Имеем $f'(t) = 0$ тогда и только тогда, когда
$\alpha\left(-\cos \alpha t + \sin \alpha t\right) = 0.$

Ответ: минимальное расстояние между точками A и B равно

Задача 33. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

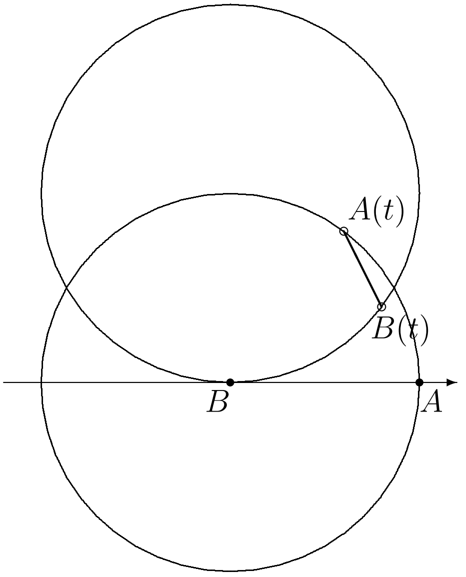
Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$A: \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \sin\alpha t, \end{cases} \quad B: \begin{cases} x = \sin\alpha t, \\ y = 1 - \cos\alpha t. \end{cases}$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos\alpha t - \sin\alpha t)^2 + (\sin\alpha t - (1 - \cos\alpha t))^2}$$



Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) = 3 - 2\sin\alpha t - 2\cos\alpha t.$$

Имеем $f'(t) = 0$ тогда и только тогда, когда $\alpha(-\cos\alpha t + \sin\alpha t) = 0$.

Ответ: минимальное расстояние между точками A и B равно $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.

Решение задачи 34.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}.$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0$,

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2)$.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$,

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$,

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}.$

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2,$

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2).$

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 =$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k - 1)(4m - 4) = 4(4m - 2)$, т.е.

$(2k - 1)(m - 1) = 2(2m - 1)$. Значит, $(2k - 1)(m - 1)$ — четное число,

Но $(2k - 1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит,

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда $(2k-1)(4m-4)=4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1)=2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m-1=2n$, значит, $(2k-1)2n=2(4n+1)$, т.е.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}.$

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2,$

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2).$

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда $(2k-1)(4m-4)=4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1)=2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m-1=2n$, значит, $(2k-1)2n=2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n=(4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1)=1$, поэтому

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\left\{ \begin{array}{l} n = 1, \\ \end{array} \right.$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k-1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда $(2k-1)(4m-4)=4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1)=2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m-1=2n$, значит, $(2k-1)2n=2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n=(4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1)=1$, поэтому $\begin{cases} n=1, \\ 2k-1=4n+1, \end{cases}$ откуда

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2,$

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2).$

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = \\ b = \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда $(2k-1)(4m-4)=4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1)=2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m-1=2n$, значит, $(2k-1)2n=2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n=(4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1)=1$, поэтому $\begin{cases} n=1, \\ 2k-1=4n+1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a=5, \\ b=12. \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е. $(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2:

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k - 1)(4m - 4) = 4(4m - 2)$, т.е.

$(2k - 1)(m - 1) = 2(2m - 1)$. Значит, $(2k - 1)(m - 1)$ — четное число,

Но $(2k - 1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k - 1)2n = 2(4n + 1)$, т.е. $(2k - 1)n = (4n + 1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n + 1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m - 2) = 2(m - 1)$.

Числа $(m - 2)$ и $m - 1)$ являются взаимно простыми, поэтому

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда $(2k-1)(4m-4)=4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1)=2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m-1=2n$, значит, $(2k-1)2n=2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n=(4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1)=1$, поэтому $\begin{cases} n=1, \\ 2k-1=4n+1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a=5, \\ b=12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a=2k, \\ b=2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2)=2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\Bigg\{$ либо

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ \end{cases}$ либо

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m-1). \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m-1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a = \\ b = \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда $(2k-1)(4m-4)=4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1)=2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m-1=2n$, значит, $(2k-1)2n=2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n=(4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1)=1$, поэтому $\begin{cases} n=1, \\ 2k-1=4n+1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a=5, \\ b=12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a=2k, \\ b=2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2)=2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m-2=2, \\ k=m-1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m-2=1, \\ k=2(m-1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a=6, \\ b= \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m-1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a = 6, \\ b = 8, \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m-1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a = 6, \\ b = 8, \end{cases}$ либо $\begin{cases} a = \\ b = \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}.$

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2,$

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2).$

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда $(2k-1)(4m-4)=4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1)=2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m-1=2n$, значит, $(2k-1)2n=2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n=(4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1)=1$, поэтому $\begin{cases} n=1, \\ 2k-1=4n+1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a=5, \\ b=12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a=2k, \\ b=2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2)=2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m-2=2, \\ k=m-1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m-2=1, \\ k=2(m-1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a=6, \\ b=8, \end{cases}$ либо $\begin{cases} a=8, \\ b= \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m-1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a = 6, \\ b = 8, \end{cases}$ либо $\begin{cases} a = 8, \\ b = 6. \end{cases}$

Задача 34. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k - 1)(4m - 4) = 4(4m - 2)$, т.е.

$(2k - 1)(m - 1) = 2(2m - 1)$. Значит, $(2k - 1)(m - 1)$ — четное число,

Но $(2k - 1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k - 1)2n = 2(4n + 1)$, т.е. $(2k - 1)n = (4n + 1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n + 1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m - 2) = 2(m - 1)$.

Числа $(m - 2)$ и $m - 1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m - 1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a = 6, \\ b = 8, \end{cases}$ либо $\begin{cases} a = 8, \\ b = 6. \end{cases}$

Ответ: имеется только два таких треугольника, длины сторон равны $5, 12, 13$ или $6, 8, 10$.

Решение задачи 35.

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; д) $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{4x^3+9x^2+2x}{3x^2+14x+16}=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

а) $$\lim_{x\to-2}\frac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-2}\frac{4x^3+9x^2+2x}{3x^2+14x+16}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{4x^3+9x^2+2x}{3x^2+14x+16}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{12x^2+18x+2}{6x+14}=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{4x^3+9x^2+2x}{3x^2+14x+16}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{12x^2+18x+2}{6x+14}=7.$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

б) $$\lim_{x\to-1}\frac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{5x^4+12x^3+12x^2+8x+3}{4x^3+15x^2+18x+7}=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

б) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to -1} \dfrac{5x^4+12x^3+12x^2+8x+3}{4x^3+15x^2+18x+7} = \left[\dfrac{0}{0}\right] =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

б) $$\lim_{x\to-1}\frac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{5x^4+12x^3+12x^2+8x+3}{4x^3+15x^2+18x+7}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to-1}\frac{20x^3+36x^2+24x+8}{12x^2+30x+18}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

б) $$\lim_{x\to-1}\frac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{5x^4+12x^3+12x^2+8x+3}{4x^3+15x^2+18x+7}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$
$$=\lim_{x\to-1}\frac{20x^3+36x^2+24x+8}{12x^2+30x+18}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

б) $$\lim_{x\to-1}\frac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{5x^4+12x^3+12x^2+8x+3}{4x^3+15x^2+18x+7}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$
$$=\lim_{x\to-1}\frac{20x^3+36x^2+24x+8}{12x^2+30x+18}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{60x^2+72x+24}{24x+30}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

б) $$\lim_{x\to-1}\frac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{5x^4+12x^3+12x^2+8x+3}{4x^3+15x^2+18x+7}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$
$$=\lim_{x\to-1}\frac{20x^3+36x^2+24x+8}{12x^2+30x+18}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{60x^2+72x+24}{24x+30}=2.$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x = [0\cdot\infty] =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{\ln x}{1/x}=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{\ln x}{1/x}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{\ln x}{1/x}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]=\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{1/x}{-1/x^2}=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x = [0\cdot\infty] = \lim\limits_{x\to +0}\dfrac{\ln x}{1/x} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to +0}\dfrac{1/x}{-1/x^2} = \lim\limits_{x\to +0}(-x) =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\, x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x = [0\cdot\infty] = \lim\limits_{x\to+0}\dfrac{\ln x}{1/x} = \left[\dfrac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to+0}\dfrac{1/x}{-1/x^2} = \lim\limits_{x\to+0}(-x) = 0.$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0}x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0}x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{\ln x}{1/x}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]=\lim\limits_{x\to+0}\dfrac{1/x}{-1/x^2}=\lim\limits_{x\to+0}(-x)=0.$

Можно было провести замену переменной...

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; д) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\,x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\left|y=\qquad\qquad\qquad\right|=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\,x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\left|\begin{array}{l} y=1/x \\ \\ \end{array}\right|=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x = [0\cdot\infty] = \left| \begin{array}{ll} y = 1/x & x = \\ & \end{array} \right| =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0}x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0}x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\left|\begin{matrix}y=1/x \quad x=1/y\\ \\ \end{matrix}\right|=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x = [0\cdot\infty] = \left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to+0 & \end{matrix}\right| =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; д) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to+0 & y\to \end{matrix}\right|=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x = [0\cdot\infty] = \left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to +0 & y\to +\infty \end{matrix}\right| =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to+0 & y\to+\infty\end{matrix}\right|=\lim\limits_{y\to+\infty}\dfrac{\ln(1/y)}{y}=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y\\ x\to+0 & y\to+\infty\end{matrix}\right|=\lim\limits_{y\to+\infty}\dfrac{\ln(1/y)}{y}=\lim\limits_{y\to+\infty}\dfrac{-\ln y}{y}=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to+0 & y\to+\infty\end{matrix}\right|=\lim\limits_{y\to+\infty}\dfrac{\ln(1/y)}{y}=\lim\limits_{y\to+\infty}\dfrac{-\ln y}{y}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $$\lim_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y\\ x\to+0 & y\to+\infty\end{matrix}\right|=\lim_{y\to+\infty}\frac{\ln(1/y)}{y}=\lim_{y\to+\infty}\frac{-\ln y}{y}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

$$=\lim_{y\to+\infty}\frac{-1/y}{1}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x=[0\cdot\infty]=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to+0 & y\to+\infty\end{matrix}\right|=\lim\limits_{y\to+\infty}\dfrac{\ln(1/y)}{y}=\lim\limits_{y\to+\infty}\dfrac{-\ln y}{y}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]=$

$=\lim\limits_{y\to+\infty}\dfrac{-1/y}{1}=0.$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x} =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot 0]=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot 0]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin\dfrac{1}{x}}{1/\sqrt{x+1}}=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\frac{1}{x}=[\infty\cdot0]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{x}}{1/\sqrt{x+1}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\frac{1}{x}=[\infty\cdot 0]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{x}}{1/\sqrt{x+1}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cos\dfrac{1}{x}\cdot\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)}{\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\dfrac{1}{(x+1)^{3/2}}}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:
а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0}x\cdot\ln x$;
г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\frac{1}{x}=[\infty\cdot0]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{x}}{1/\sqrt{x+1}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$
$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cos\dfrac{1}{x}\cdot\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)}{\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\dfrac{1}{(x+1)^{3/2}}}=\lim_{x\to+\infty}2\cos\frac{1}{x}\cdot\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+1)^{3/2}}{x^2}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\frac{1}{x}=[\infty\cdot0]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{1/\sqrt{x+1}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cos\frac{1}{x}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{(x+1)^{3/2}}}=\lim_{x\to+\infty}2\cos\frac{1}{x}\cdot\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+1)^{3/2}}{x^2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\,x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\frac{1}{x}=[\infty\cdot 0]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{x}}{1/\sqrt{x+1}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cos\dfrac{1}{x}\cdot\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)}{\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\dfrac{1}{(x+1)^{3/2}}}=\lim_{x\to+\infty}2\cos\frac{1}{x}\cdot\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+1)^{3/2}}{x^2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=2\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{3}{2}(x+1)^{1/2}}{2x}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $$\lim_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\frac{1}{x} = [\infty\cdot 0] = \lim_{x\to +\infty} \frac{\sin\dfrac{1}{x}}{1/\sqrt{x+1}} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to +\infty} \frac{\cos\dfrac{1}{x}\cdot\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)}{\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\dfrac{1}{(x+1)^{3/2}}} = \lim_{x\to +\infty} 2\cos\frac{1}{x}\cdot \lim_{x\to +\infty} \frac{(x+1)^{3/2}}{x^2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = 2\lim_{x\to +\infty} \frac{\frac{3}{2}(x+1)^{1/2}}{2x} =$$

$$= \left[\frac{\infty}{\infty}\right] =$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\, x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

$$\text{г)}\ \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\frac{1}{x}=[\infty\cdot 0]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{x}}{1/\sqrt{x+1}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cos\dfrac{1}{x}\cdot\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)}{\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot\dfrac{1}{(x+1)^{3/2}}}=\lim_{x\to+\infty}2\cos\frac{1}{x}\cdot\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+1)^{3/2}}{x^2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=2\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{3}{2}(x+1)^{1/2}}{2x}=$$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\frac{3}{2}\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{2}(x+1)^{-1/2}}{1}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $$\lim_{x\to +\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\frac{1}{x}=[\infty\cdot 0]=\lim_{x\to +\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{1/\sqrt{x+1}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to +\infty}\frac{\cos\frac{1}{x}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{(x+1)^{3/2}}}=\lim_{x\to +\infty}2\cos\frac{1}{x}\cdot\lim_{x\to +\infty}\frac{(x+1)^{3/2}}{x^2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=2\lim_{x\to +\infty}\frac{\frac{3}{2}(x+1)^{1/2}}{2x}=$$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\frac{3}{2}\lim_{x\to +\infty}\frac{\frac{1}{2}(x+1)^{-1/2}}{1}=\frac{3}{4}\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{\sqrt{x+1}}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\frac{1}{x}=[\infty\cdot 0]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{1/\sqrt{x+1}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cos\frac{1}{x}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{(x+1)^{3/2}}}=\lim_{x\to+\infty}2\cos\frac{1}{x}\cdot\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+1)^{3/2}}{x^2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=2\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{3}{2}(x+1)^{1/2}}{2x}=$$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\frac{3}{2}\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{2}(x+1)^{-1/2}}{1}=\frac{3}{4}\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x+1}}=0.$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; в) $\lim\limits_{x\to+0}x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; д) $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\,x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\frac{1}{x}=[\infty\cdot0]=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{1/\sqrt{x+1}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\cos\frac{1}{x}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{(x+1)^{3/2}}}=\lim_{x\to+\infty}2\cos\frac{1}{x}\cdot\lim_{x\to+\infty}\frac{(x+1)^{3/2}}{x^2}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=2\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{3}{2}(x+1)^{1/2}}{2x}=$$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\frac{3}{2}\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{2}(x+1)^{-1/2}}{1}=\frac{3}{4}\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x+1}}=0.$$

Проще было провести замену переменной...

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0}x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot0]=$

$$=\left|\begin{matrix}y= & x= \\ & \end{matrix}\right|=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\,x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot0]=$

$$=\left|\begin{matrix} y=1/x & x= \\ & \end{matrix}\right|=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot0]=$

$$=\left|\begin{array}{ll} y=1/x & x=1/y \\ & \end{array}\right|=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; д) $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\,x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot0]=$

$$=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to+\infty & \end{matrix}\right|=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot 0]=$

$$=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to +\infty & y\to \end{matrix}\right|=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x} = [\infty\cdot 0] =$

$$= \left| \begin{array}{ll} y = 1/x & x = 1/y \\ x \to +\infty & y \to +0 \end{array} \right| =$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\,x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot0]=$

$$=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to+\infty & y\to+0\end{matrix}\right|=\lim_{y\to+0}\sqrt{\frac{1}{y}+1}\cdot\sin y=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot0]=$

$$=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to+\infty & y\to+0\end{matrix}\right|=\lim_{y\to+0}\sqrt{\frac{1}{y}+1}\cdot\sin y=\lim_{y\to+0}\sqrt{1+y}\cdot\lim_{y\to+0}\frac{\sin y}{\sqrt{y}}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0}x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\,x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot0]=$

$$=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y\\ x\to+\infty & y\to+0\end{matrix}\right|=\lim_{y\to+0}\sqrt{\frac{1}{y}+1}\cdot\sin y=\overbrace{\lim_{y\to+0}\sqrt{1+y}}\cdot\lim_{y\to+0}\frac{\sin y}{\sqrt{y}}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot 0]=$

$$=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to+\infty & y\to+0\end{matrix}\right| = \lim_{y\to+0}\sqrt{\frac{1}{y}+1}\cdot\sin y = \overbrace{\lim_{y\to+0}\sqrt{1+y}}^{1}\cdot\lim_{y\to+0}\frac{\sin y}{\sqrt{y}} =$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot 0]=$

$$=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to+\infty & y\to+0\end{matrix}\right|=\lim_{y\to+0}\sqrt{\frac{1}{y}+1}\cdot\sin y=\overbrace{\lim_{y\to+0}\sqrt{1+y}}^{1}\cdot\lim_{y\to+0}\frac{\sin y}{\sqrt{y}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x} = [\infty\cdot 0] =$

$$= \left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y \\ x\to +\infty & y\to +0\end{matrix}\right| = \lim_{y\to +0} \sqrt{\frac{1}{y}+1}\cdot\sin y = \overbrace{\lim_{y\to +0}\sqrt{1+y}}^{1}\cdot \lim_{y\to +0}\frac{\sin y}{\sqrt{y}} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{y\to +0}\frac{\sin y}{y}\cdot\sqrt{y} =$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\,x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot0]=$

$$=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y\\ x\to+\infty & y\to+0\end{matrix}\right|=\lim_{y\to+0}\sqrt{\frac{1}{y}+1}\cdot\sin y=\overbrace{\lim_{y\to+0}\sqrt{1+y}}^{1}\cdot\lim_{y\to+0}\frac{\sin y}{\sqrt{y}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{y\to+0}\frac{\sin y}{y}\cdot\sqrt{y}=\lim_{y\to+0}\frac{\sin y}{y}\cdot\lim_{y\to+0}\sqrt{y}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0}x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}=[\infty\cdot 0]=$

$$=\left|\begin{matrix} y=1/x & x=1/y\\ x\to+\infty & y\to+0\end{matrix}\right|=\lim_{y\to+0}\sqrt{\frac{1}{y}+1}\cdot\sin y=\overbrace{\lim_{y\to+0}\sqrt{1+y}}^{1}\cdot\lim_{y\to+0}\frac{\sin y}{\sqrt{y}}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{y\to+0}\frac{\sin y}{y}\cdot\sqrt{y}=\lim_{y\to+0}\frac{\sin y}{y}\cdot\lim_{y\to+0}\sqrt{y}=0.$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\, x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x=[1^\infty]=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x=[1^\infty]=e^A=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x=[1^\infty]=e^A=$

$A=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x=[1^\infty]=e^A=$

$A=\ln\left(\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x\right)=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x = [1^\infty] = e^A =$

$A = \ln\left(\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x\right) = \lim\limits_{x\to 0}\ln\left(\cos^{1/x}x\right) =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x=[1^\infty]=e^A=$

$$A=\ln\left(\lim_{x\to0}\cos^{1/x}x\right)=\lim_{x\to0}\ln\left(\cos^{1/x}x\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\ln\left(\cos x\right)=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x=[1^\infty]=e^A=$

$$A=\ln\left(\lim_{x\to0}\cos^{1/x}x\right)=\lim_{x\to0}\ln\left(\cos^{1/x}x\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\ln\left(\cos x\right)=$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\ln\left(\cos x\right)}{x}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x=[1^\infty]=e^A=$

$$A=\ln\left(\lim_{x\to0}\cos^{1/x}x\right)=\lim_{x\to0}\ln\left(\cos^{1/x}x\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\ln\left(\cos x\right)=$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\ln\left(\cos x\right)}{x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x = [1^\infty] = e^A =$

$A = \ln\left(\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x\right) = \lim\limits_{x\to 0} \ln\left(\cos^{1/x} x\right) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x}\ln(\cos x) =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos x)}{x} = \left[\dfrac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{-\operatorname{tg} x}{1} =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x = [1^\infty] = e^A =$

$$A = \ln\left(\lim_{x\to 0} \cos^{1/x} x\right) = \lim_{x\to 0} \ln\left(\cos^{1/x} x\right) = \lim_{x\to 0} \frac{1}{x} \ln(\cos x) =$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\ln(\cos x)}{x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{-\operatorname{tg} x}{1} = 0.$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x=[1^\infty]=e^A=e^0=$

$$A=\ln\left(\lim_{x\to0}\cos^{1/x}x\right)=\lim_{x\to0}\ln\left(\cos^{1/x}x\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{x}\ln\left(\cos x\right)=$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{\ln\left(\cos x\right)}{x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to0}\frac{-\operatorname{tg}x}{1}=0.$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

д) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x=[1^\infty]=e^A=e^0=1.$

$$A=\ln\left(\lim_{x\to 0}\cos^{1/x}x\right)=\lim_{x\to 0}\ln\left(\cos^{1/x}x\right)=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\ln\left(\cos x\right)=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\ln\left(\cos x\right)}{x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{-\operatorname{tg}x}{1}=0.$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\,x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\,x}{\pi}\right)^x =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot \ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x+1}\cdot \sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0} \cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\, x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\dfrac{2\,\mathrm{arctg}\, x}{\pi}\right)^x = [1^\infty] =$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x=[1^\infty]=\lim\limits_{x\to\infty}e^A=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x=[1^\infty]=\lim\limits_{x\to\infty}e^A=$

$A=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; б) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; в) $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; д) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x}x$; е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x=[1^\infty]=\lim\limits_{x\to\infty}e^A=$

$A=\ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x\right)=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x=[1^\infty]=\lim\limits_{x\to\infty}e^A=$

$$A=\ln\left(\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x\right)=\lim_{x\to\infty}\ln\left(\left(\frac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x\right)=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x=[1^\infty]=\lim\limits_{x\to\infty}e^A=$

$A=\ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)=$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $$\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x = [1^\infty] = \lim_{x\to\infty} e^A =$$

$$A = \ln\left(\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x\right) = \lim_{x\to\infty}\ln\left(\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x\right) = \lim_{x\to\infty} x\ln\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right) =$$

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)}{1/x} =$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $$\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x = [1^\infty] = \lim_{x\to\infty} e^A =$$

$$A = \ln\left(\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x\right) = \lim_{x\to\infty}\ln\left(\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x\right) = \lim_{x\to\infty} x\ln\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right) =$$

$$= \lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)}{1/x} = \lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{\pi}{2\operatorname{arctg} x}\cdot\dfrac{2}{\pi(1+x^2)}}{-1/x^2} =$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x=[1^\infty]=\lim\limits_{x\to\infty}e^A=$

$$A=\ln\left(\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x\right)=\lim_{x\to\infty}\ln\left(\left(\frac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x\right)=\lim_{x\to\infty}x\ln\left(\frac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)}{1/x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{\pi}{2\operatorname{arctg}x}\cdot\dfrac{2}{\pi(1+x^2)}}{-1/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{-1}{\operatorname{arctg}x}\cdot\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x^2}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to +0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x=[1^\infty]=\lim\limits_{x\to\infty} e^A=$

$$A=\ln\left(\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x\right)=\lim_{x\to\infty}\ln\left(\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x\right)=\lim_{x\to\infty}x\ln\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)}{1/x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{\pi}{2\operatorname{arctg} x}\cdot\dfrac{2}{\pi(1+x^2)}}{-1/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{-1}{\operatorname{arctg} x}\cdot\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x^2}=$$

$$=\frac{-2}{\pi}\cdot\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\frac{1}{x^2}+1}=$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью **правила Лопиталя**:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x}x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x=[1^\infty]=\lim\limits_{x\to\infty}e^A=$

$$A=\ln\left(\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x\right)=\lim_{x\to\infty}\ln\left(\left(\frac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)^x\right)=\lim_{x\to\infty}x\ln\left(\frac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(\dfrac{2\operatorname{arctg}x}{\pi}\right)}{1/x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{\pi}{2\operatorname{arctg}x}\cdot\dfrac{2}{\pi(1+x^2)}}{-1/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{-1}{\operatorname{arctg}x}\cdot\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x^2}=$$

$$=\frac{-2}{\pi}\cdot\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\frac{1}{x^2}+1}=-\frac{2}{\pi}.$$

Задача 35. Вычислите пределы с помощью правила Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+x^2+4}{x^3+7x^2+16x+12}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^5+3x^4+4x^3+4x^2+3x+1}{x^4+5x^3+9x^2+7x+2}$; **в)** $\lim\limits_{x\to+0} x\cdot\ln x$;

г) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; **д)** $\lim\limits_{x\to0}\cos^{1/x} x$; **е)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x$.

Ответ.

е) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x=[1^\infty]=\lim\limits_{x\to\infty} e^A = e^{-2/\pi}$.

$$A=\ln\left(\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x\right)=\lim_{x\to\infty}\ln\left(\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)^x\right)=\lim_{x\to\infty} x\ln\left(\frac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(\dfrac{2\operatorname{arctg} x}{\pi}\right)}{1/x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{\pi}{2\operatorname{arctg} x}\cdot\dfrac{2}{\pi(1+x^2)}}{-1/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{-1}{\operatorname{arctg} x}\cdot\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{1+x^2}=$$

$$=\frac{-2}{\pi}\cdot\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\frac{1}{x^2}+1}=-\frac{2}{\pi}.$$

Решение задачи 36.

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

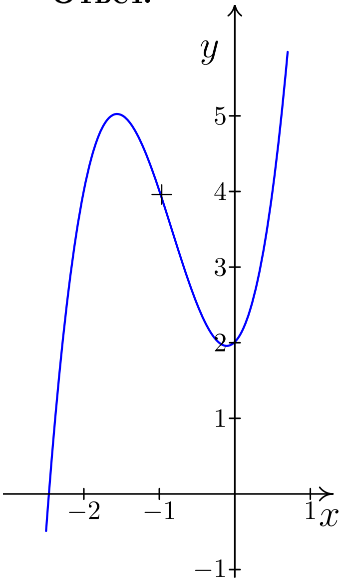
Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3,$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

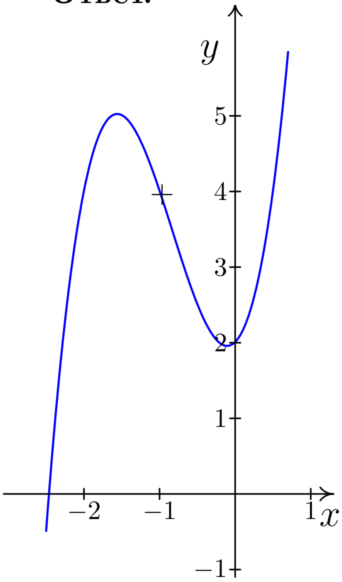


Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3,$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

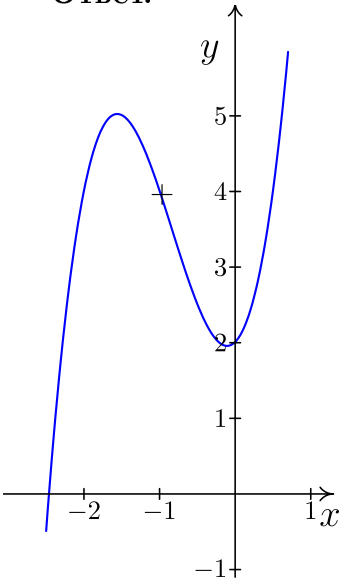


Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(\quad) =$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

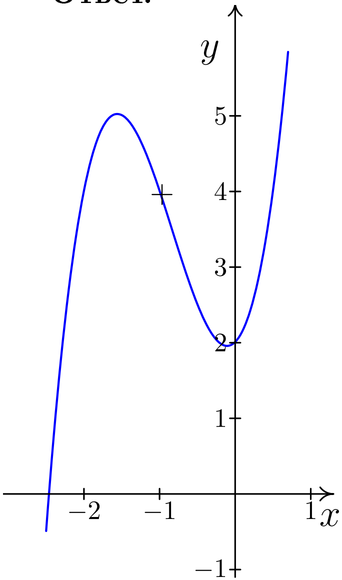


Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) =$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

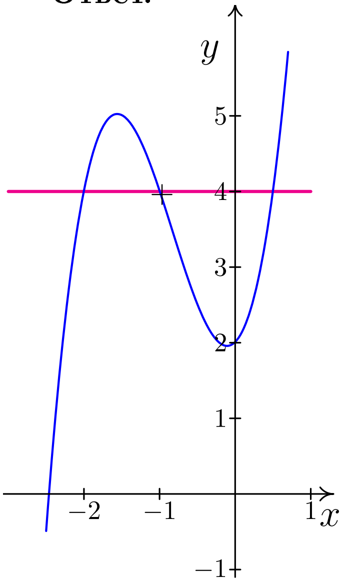


Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4,$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.



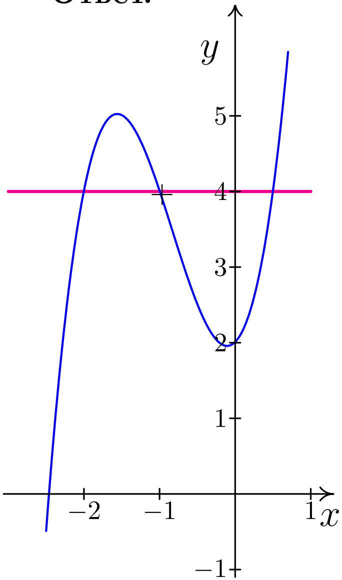
Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

$S_0(x) = 4$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) =4,$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.



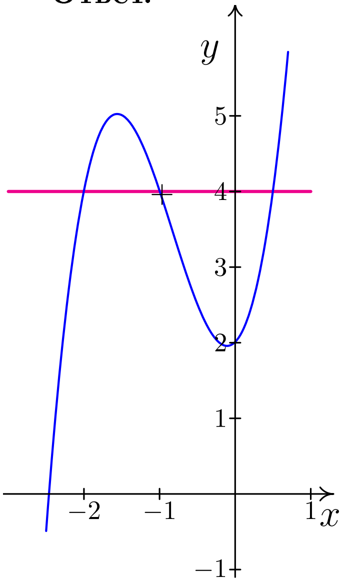
Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

$S_0(x) = 4$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) =$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.



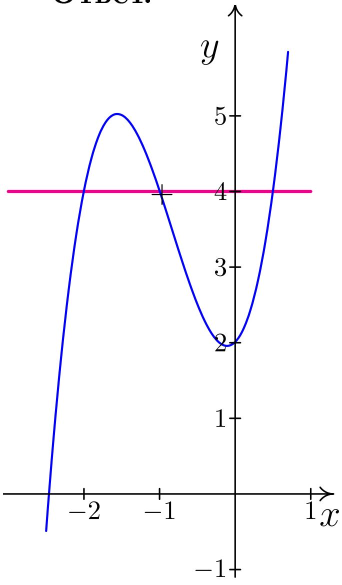
Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

$S_0(x) = 4$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1,$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.



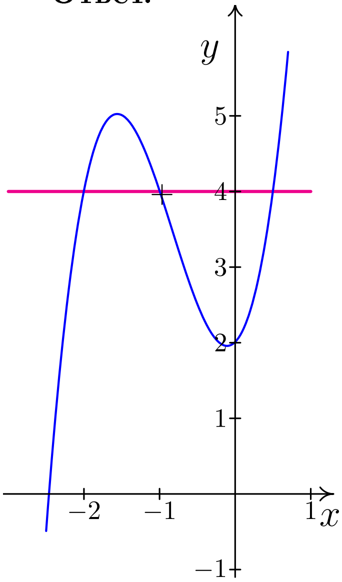
Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

$S_0(x) = 4$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) =$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.



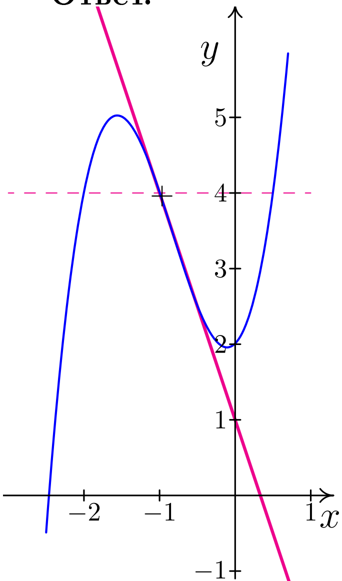
Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

$S_0(x) = 4$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) = -3,$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

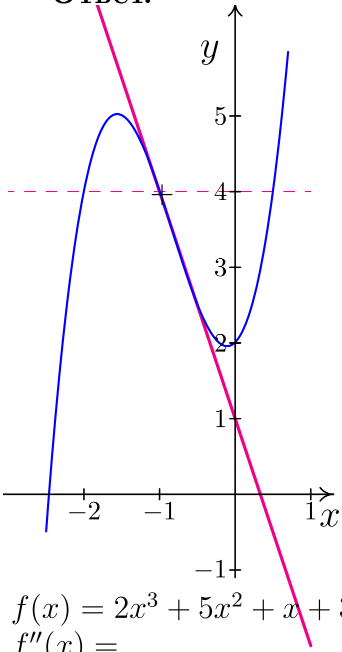


Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:
$S_1(x) = 4 - 3(x + 1)$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) = -3,$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.



Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

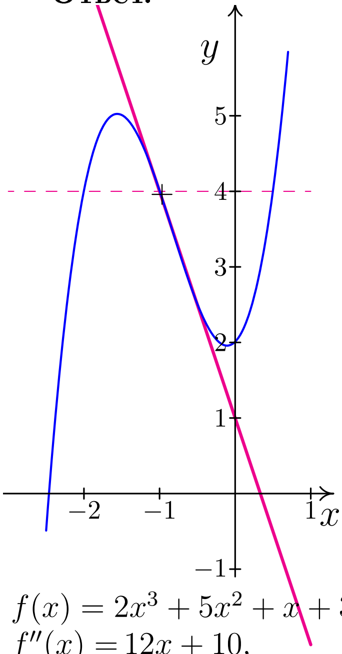
$S_1(x) = 4 - 3(x+1)$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) = -3,$

$f''(x) =$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.



Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

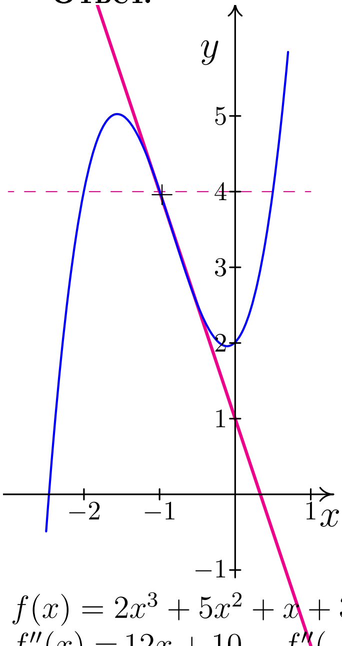
$S_1(x) = 4 - 3(x + 1)$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) = -3,$

$f''(x) = 12x + 10,$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.



Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:

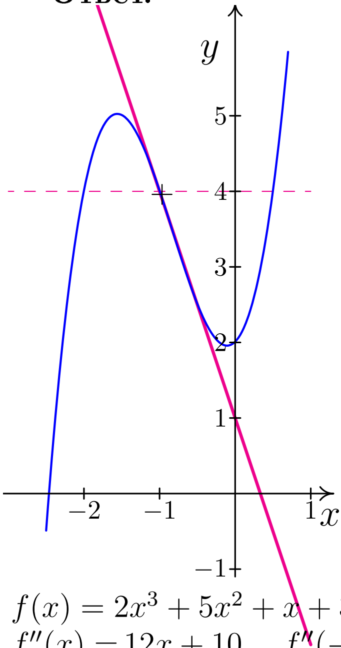
$S_1(x) = 4 - 3(x + 1)$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) = -3,$

$f''(x) = 12x + 10, \quad f''(-1) =$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

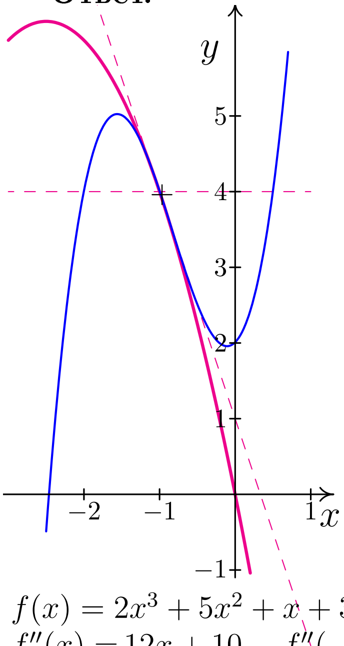


Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:
$S_1(x) = 4 - 3(x + 1)$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) = -3,$
$f''(x) = 12x + 10, \quad f''(-1) = -2,$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

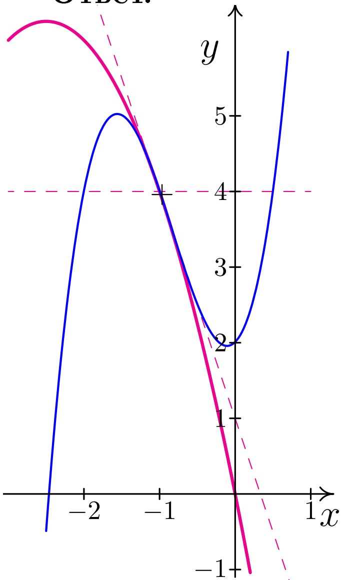


Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:
$S_2(x) = 4 - 3(x+1) - (x+1)^2$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) = -3,$
$f''(x) = 12x + 10, \quad f''(-1) = -2,$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

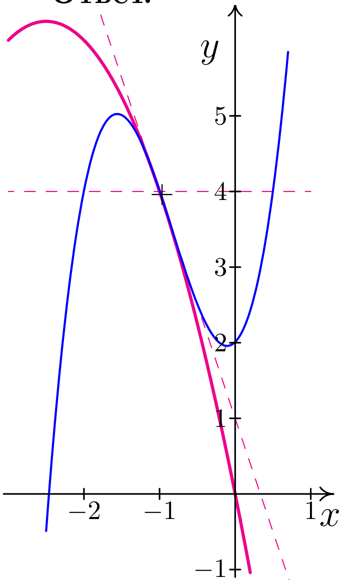


Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:
$S_2(x) = 4 - 3(x+1) - (x+1)^2$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) = -3,$
$f''(x) = 12x + 10, \quad f''(-1) = -2, \quad f'''(x) =$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

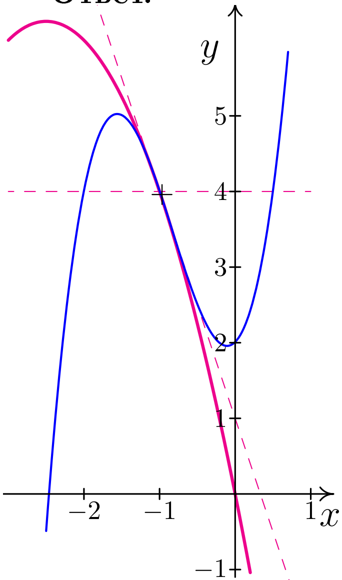


Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:
$S_2(x) = 4 - 3(x+1) - (x+1)^2$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) = -3,$
$f''(x) = 12x + 10, \quad f''(-1) = -2, \quad f'''(x) = 12,$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

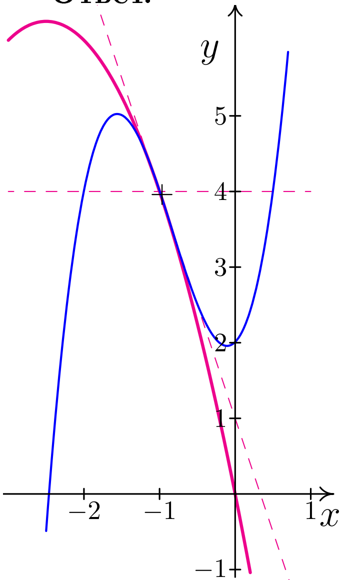


Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:
$S_2(x) = 4 - 3(x+1) - (x+1)^2$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) = -3,$
$f''(x) = 12x + 10, \quad f''(-1) = -2, \quad f'''(x) = 12, \quad f'''(-1) =$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.

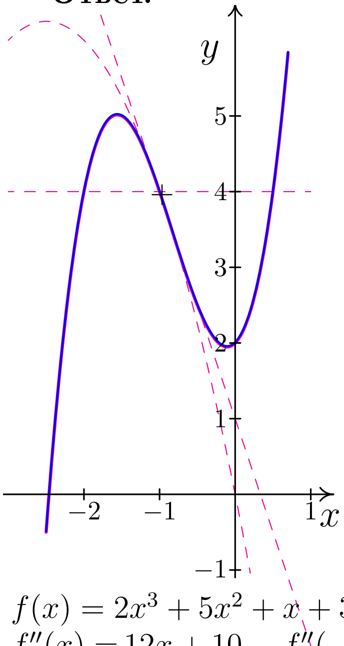


Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:
$S_2(x) = 4 - 3(x+1) - (x+1)^2$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3,\quad f(-1) = 4,\quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1,\quad f'(-1) = -3,$
$f''(x) = 12x + 10,\quad f''(-1) = -2,\quad f'''(x) = 12,\quad f'''(-1) = 12.$

Задача 36. Разложить функцию $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по **формуле Тейлора** в окрестности (-1).

Ответ.



Разложение функции $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 2$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = -1$:
$S_3(x) = 4 - 3(x + 1) - (x + 1)^2 + 2(x + 1)^3$

$f(x) = 2x^3 + 5x^2 + x + 3, \quad f(-1) = 4, \quad f'(x) = 6x^2 + 10x + 1, \quad f'(-1) = -3,$
$f''(x) = 12x + 10, \quad f''(-1) = -2, \quad f'''(x) = 12, \quad f'''(-1) = 12.$

Решение задачи 37.

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

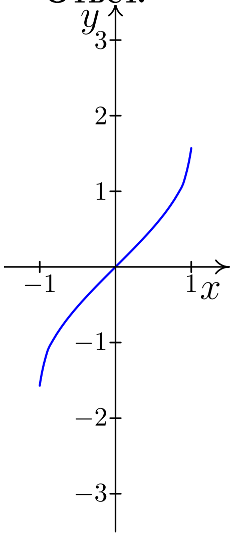
Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.
Ответ.

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.
Ответ.

$f(x) = \arcsin x,$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.

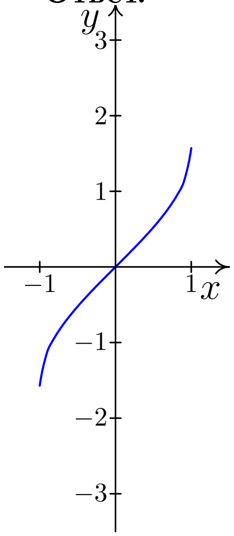


$f(x) = \arcsin x,$

Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



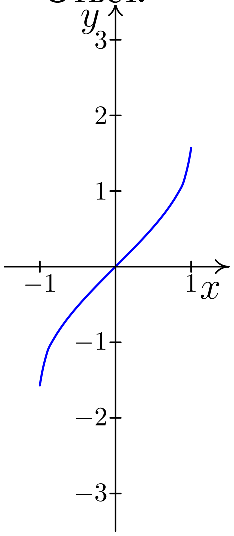
Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$f(x) = \arcsin x,$

$f(0) = 0$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



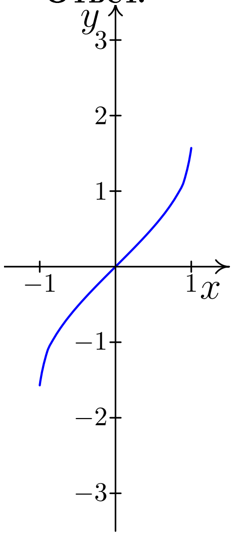
Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$f(x) = \arcsin x,$
$f(0) = 0$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}},$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



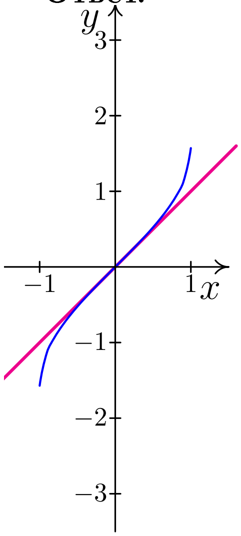
Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$f(x) = \arcsin x,$
$f(0) = 0$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$
$f'(0) = 1$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$S_1(x) = S_2(x) = x$

$f(x) = \arcsin x,$

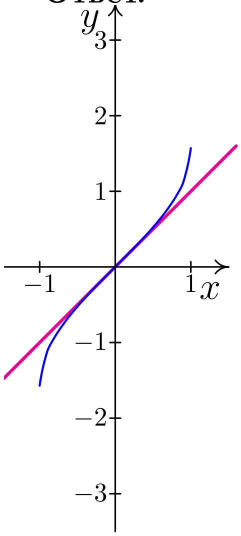
$f(0) = 0$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}},$$

$f'(0) = 1$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$S_1(x) = S_2(x) = x$

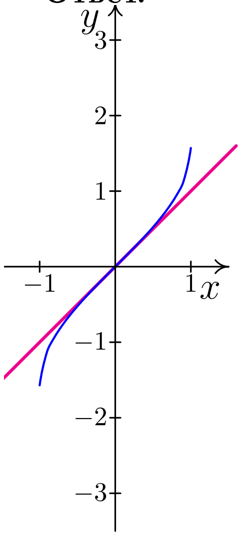
$f''(x) =$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$f'(0) = 1$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$S_1(x) = S_2(x) = x$

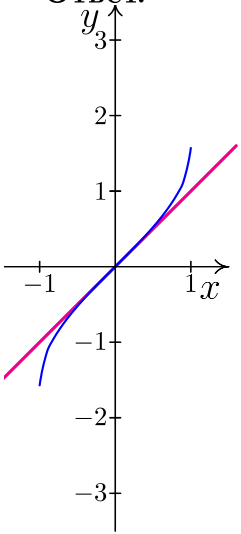
$$f''(x) = \frac{x}{(1-x^2)^{3/2}},$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$f'(0) = 1$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$S_1(x) = S_2(x) = x$

$$f''(x) = \frac{x}{(1-x^2)^{3/2}},$$

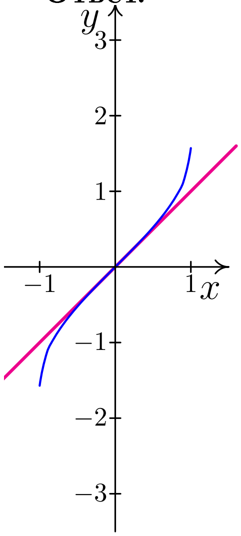
$$f''(0) = 0$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}},$$

$$f'(0) = 1$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$S_1(x) = S_2(x) = x$

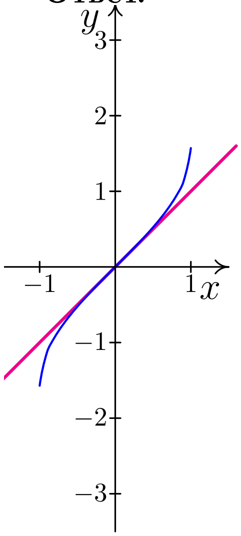
$$f''(x) = \frac{x}{(1-x^2)^{3/2}},$$

$$f''(0) = 0$$

$$f'''(x) =$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$S_1(x) = S_2(x) = x$

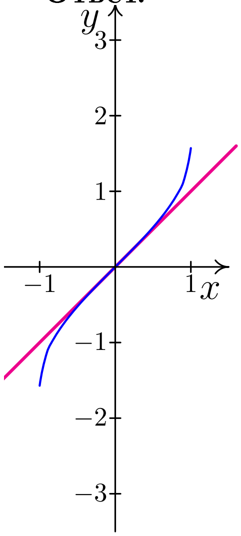
$$f''(x) = \frac{x}{(1-x^2)^{3/2}},$$

$$f''(0) = 0$$

$$f'''(x) = \frac{2x^2+1}{(1-x^2)^{5/2}},$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$S_1(x) = S_2(x) = x$

$$f''(x) = \frac{x}{(1-x^2)^{3/2}},$$

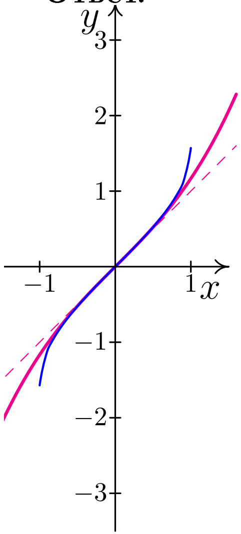
$$f''(0) = 0$$

$$f'''(x) = \frac{2x^2+1}{(1-x^2)^{5/2}},$$

$$f'''(0) = 1$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответт.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_3(x) = S_3(x) = x + \frac{1}{6}x^3$$

$$f''(x) = \frac{x}{(1-x^2)^{3/2}},$$

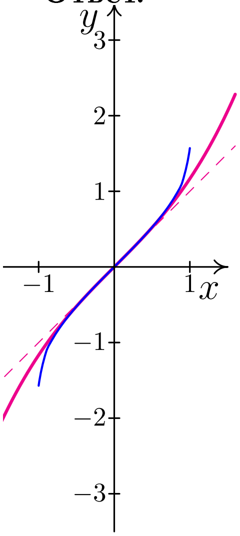
$$f''(0) = 0$$

$$f'''(x) = \frac{2x^2+1}{(1-x^2)^{5/2}},$$

$$f'''(0) = 1$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

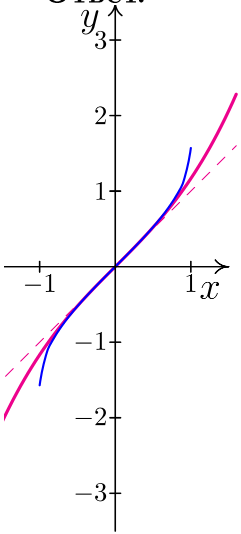
$$S_3(x) = S_3(x) = x + \frac{1}{6}x^3$$

$$f^{(4)}(x) =$$

$$f'''(x) = \frac{2x^2 + 1}{(1 - x^2)^{5/2}},$$

$$f'''(0) = 1$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.
Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_3(x) = S_3(x) = x + \frac{1}{6}x^3$$

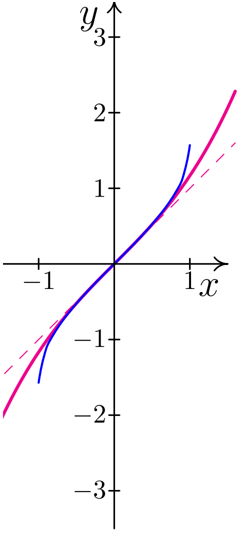
$$f^{(4)}(x) = \frac{3(2x^3 + 3x)}{(1 - x^2)^{7/2}},$$

$$f'''(x) = \frac{2x^2 + 1}{(1 - x^2)^{5/2}},$$

$$f'''(0) = 1$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_3(x) = S_3(x) = x + \frac{1}{6}x^3$$

$$f^{(4)}(x) = \frac{3(2x^3 + 3x)}{(1 - x^2)^{7/2}},$$

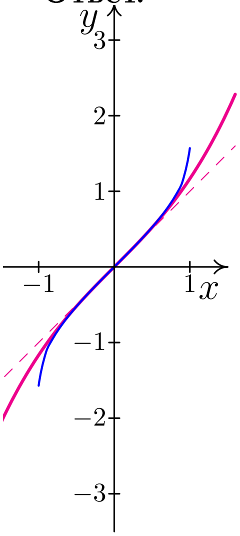
$$f^{(4)}(0) = 0$$

$$f'''(x) = \frac{2x^2 + 1}{(1 - x^2)^{5/2}},$$

$$f'''(0) = 1$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$S_3(x) = S_3(x) = x + \dfrac{1}{6}x^3$

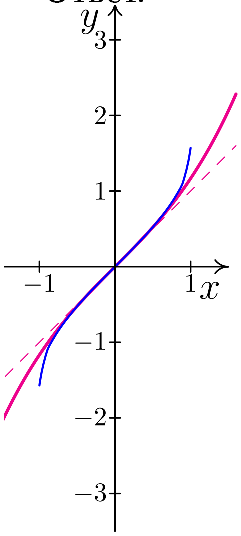
$f^{(4)}(x) = \dfrac{3(2x^3+3x)}{(1-x^2)^{7/2}}$,

$f^{(4)}(0) = 0$

$f^{(5)}(x) =$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

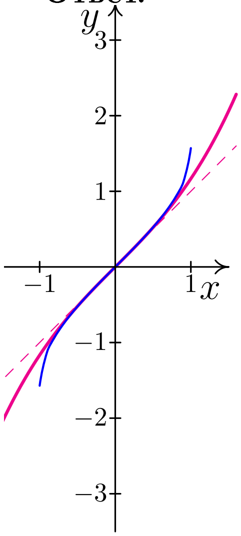
$$S_3(x) = S_3(x) = x + \frac{1}{6}x^3$$

$$f^{(4)}(x) = \frac{3(2x^3 + 3x)}{(1 - x^2)^{7/2}},$$

$$f^{(4)}(0) = 0$$

$$f^{(5)}(x) = \frac{3(8x^4 + 24x^2 + 3)}{(1 - x^2)^{9/2}},$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.
Ответ.

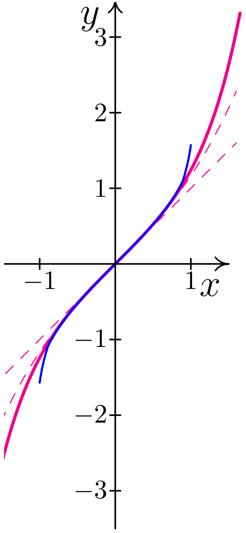


Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:
$$S_3(x) = S_3(x) = x + \frac{1}{6}x^3$$

$$f^{(4)}(x) = \frac{3(2x^3 + 3x)}{(1 - x^2)^{7/2}},$$
$$f^{(4)}(0) = 0$$
$$f^{(5)}(x) = \frac{3(8x^4 + 24x^2 + 3)}{(1 - x^2)^{9/2}},$$
$$f^{(5)}(0) = 9$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_5(x) = S_6(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5$$

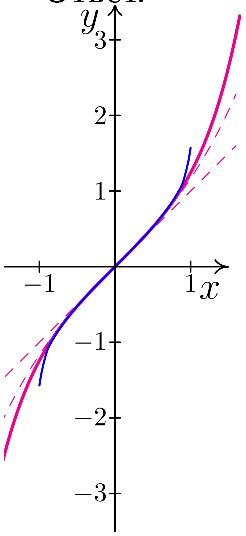
$$f^{(4)}(x) = \frac{3(2x^3 + 3x)}{(1 - x^2)^{7/2}},$$

$$f^{(4)}(0) = 0$$

$$f^{(5)}(x) = \frac{3(8x^4 + 24x^2 + 3)}{(1 - x^2)^{9/2}},$$

$$f^{(5)}(0) = 9$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.
Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_5(x) = S_6(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5$$

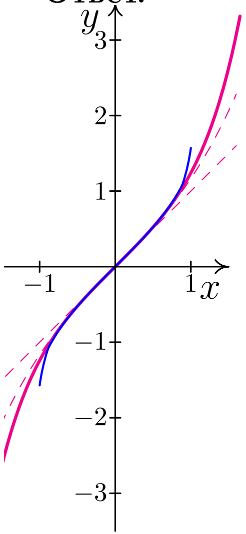
$f^{(6)}(x) =$

$$f^{(5)}(x) = \frac{3(8x^4 + 24x^2 + 3)}{(1 - x^2)^{9/2}},$$

$f^{(5)}(0) = 9$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_5(x) = S_6(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5$$

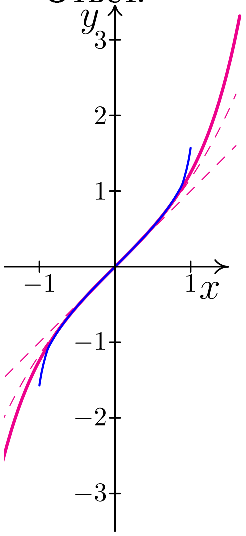
$$f^{(6)}(x) = \frac{15(8x^5 + 40x^3 + 15x)}{(1-x^2)^{11/2}},$$

$$f^{(5)}(x) = \frac{3(8x^4 + 24x^2 + 3)}{(1-x^2)^{9/2}},$$

$$f^{(5)}(0) = 9$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_5(x) = S_6(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5$$

$$f^{(6)}(x) = \frac{15(8x^5 + 40x^3 + 15x)}{(1 - x^2)^{11/2}},$$

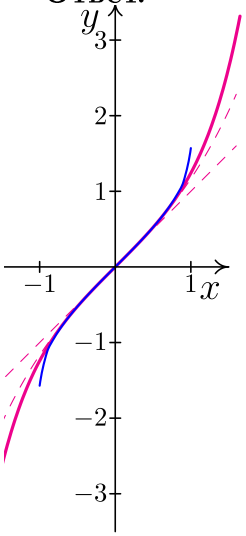
$$f^{(6)}(0) = 0$$

$$f^{(5)}(x) = \frac{3(8x^4 + 24x^2 + 3)}{(1 - x^2)^{9/2}},$$

$$f^{(5)}(0) = 9$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_5(x) = S_6(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5$$

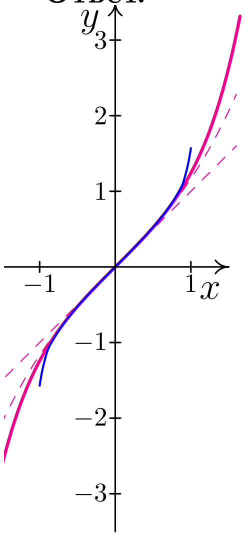
$$f^{(6)}(x) = \frac{15(8x^5 + 40x^3 + 15x)}{(1-x^2)^{11/2}},$$

$$f^{(6)}(0) = 0$$

$$f^{(7)}(x) =$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_5(x) = S_6(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5$$

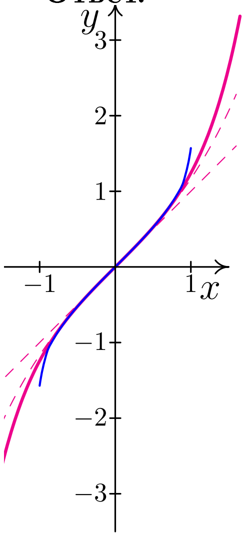
$$f^{(6)}(x) = \frac{15(8x^5 + 40x^3 + 15x)}{(1 - x^2)^{11/2}},$$

$$f^{(6)}(0) = 0$$

$$f^{(7)}(x) = \frac{45(16x^6 + 120x^4 + 90x^2 + 5)}{(1 - x^2)^{13/2}},$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_5(x) = S_6(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5$$

$$f^{(6)}(x) = \frac{15(8x^5 + 40x^3 + 15x)}{(1-x^2)^{11/2}},$$

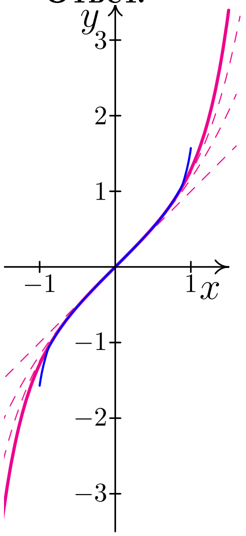
$$f^{(6)}(0) = 0$$

$$f^{(7)}(x) = \frac{45(16x^6 + 120x^4 + 90x^2 + 5)}{(1-x^2)^{13/2}},$$

$$f^{(7)}(0) = 225$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_7(x) = S_8(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7$$

$$f^{(6)}(x) = \frac{15(8x^5 + 40x^3 + 15x)}{(1 - x^2)^{11/2}},$$

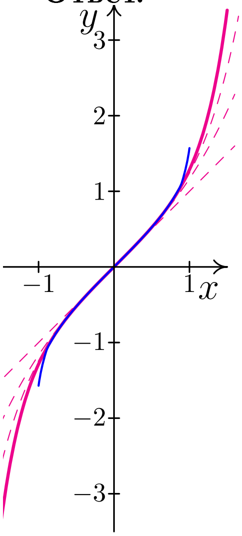
$$f^{(6)}(0) = 0$$

$$f^{(7)}(x) = \frac{45(16x^6 + 120x^4 + 90x^2 + 5)}{(1 - x^2)^{13/2}},$$

$$f^{(7)}(0) = 225$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_7(x) = S_8(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7$$

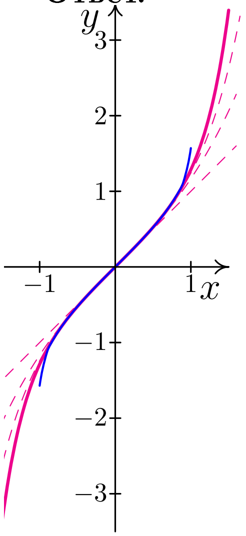
$f^{(8)}(x) =$

$$f^{(7)}(x) = \frac{45(16x^6 + 120x^4 + 90x^2 + 5)}{(1 - x^2)^{13/2}},$$

$f^{(7)}(0) = 225$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_7(x) = S_8(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7$$

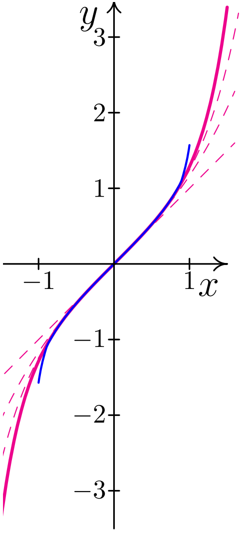
$$f^{(8)}(x) = \frac{315(16x^7 + 168x^5 + 210x^3 + 35x)}{(1-x^2)^{15/2}},$$

$$f^{(7)}(x) = \frac{45(16x^6 + 120x^4 + 90x^2 + 5)}{(1-x^2)^{13/2}},$$

$$f^{(7)}(0) = 225$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_7(x) = S_8(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7$$

$$f^{(8)}(x) = \frac{315(16x^7 + 168x^5 + 210x^3 + 35x)}{(1-x^2)^{15/2}},$$

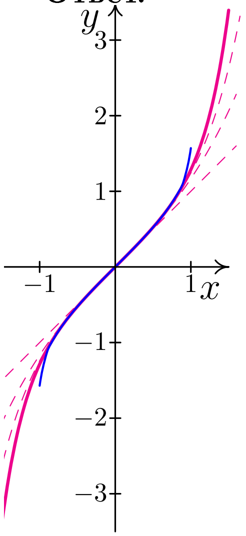
$$f^{(8)}(0) = 0$$

$$f^{(7)}(x) = \frac{45(16x^6 + 120x^4 + 90x^2 + 5)}{(1-x^2)^{13/2}},$$

$$f^{(7)}(0) = 225$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_7(x) = S_8(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7$$

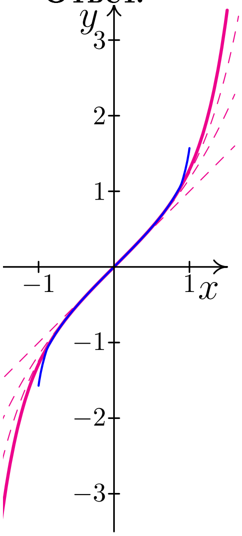
$$f^{(8)}(x) = \frac{315(16x^7 + 168x^5 + 210x^3 + 35x)}{(1-x^2)^{15/2}},$$

$$f^{(8)}(0) = 0$$

$$f^{(9)}(x) =$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_7(x) = S_8(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7$$

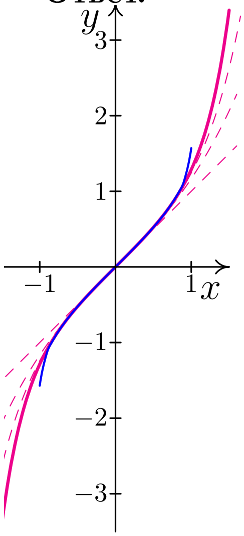
$$f^{(8)}(x) = \frac{315(16x^7 + 168x^5 + 210x^3 + 35x)}{(1-x^2)^{15/2}},$$

$$f^{(8)}(0) = 0$$

$$f^{(9)}(x) = \frac{315(128x^8 + 1892x^6 + 3360x^4 + 1120x^2 + 35)}{(1-x^2)^{17/2}},$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_7(x) = S_8(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7$$

$$f^{(8)}(x) = \frac{315(16x^7 + 168x^5 + 210x^3 + 35x)}{(1-x^2)^{15/2}},$$

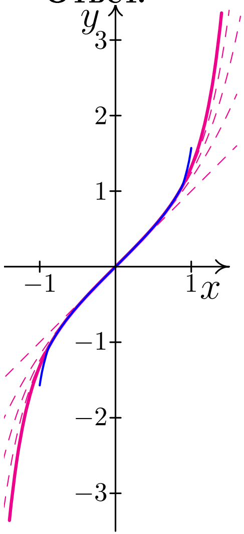
$$f^{(8)}(0) = 0$$

$$f^{(9)}(x) = \frac{315(128x^8 + 1892x^6 + 3360x^4 + 1120x^2 + 35)}{(1-x^2)^{17/2}},$$

$$f^{(9)}(0) = 11025$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_9(x) = S_{10}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9$$

$$f^{(8)}(x) = \frac{315(16x^7 + 168x^5 + 210x^3 + 35x)}{(1-x^2)^{15/2}},$$

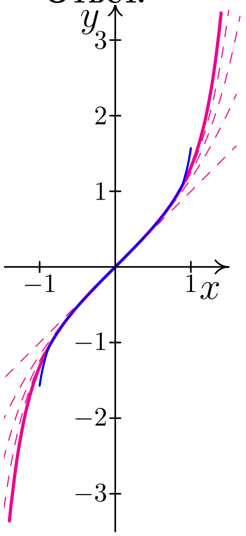
$$f^{(8)}(0) = 0$$

$$f^{(9)}(x) = \frac{315(128x^8 + 1892x^6 + 3360x^4 + 1120x^2 + 35)}{(1-x^2)^{17/2}},$$

$$f^{(9)}(0) = 11025$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x)=\arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x)=\arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0=0$:

$$S_9(x)=S_{10}(x)=x+\frac{1}{6}x^3+\frac{3}{40}x^5+\frac{5}{112}x^7+\frac{35}{1152}x^9$$

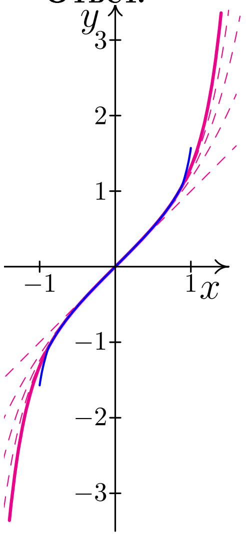
$$f^{(10)}(x)=$$

$$f^{(9)}(x)=\frac{315(128x^8+1892x^6+3360x^4+1120x^2+35)}{(1-x^2)^{17/2}},$$

$$f^{(9)}(0)=11025$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_9(x) = S_{10}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9$$

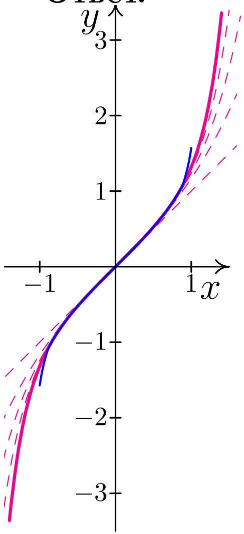
$$f^{(10)}(x) = \frac{2835(128x^9 + 2304x^7 + 6048x^5 + 3360x^3 + 315x)}{(1-x^2)^{19/2}},$$

$$f^{(9)}(x) = \frac{315(128x^8 + 1892x^6 + 3360x^4 + 1120x^2 + 35)}{(1-x^2)^{17/2}},$$

$$f^{(9)}(0) = 11025$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_9(x) = S_{10}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9$$

$$f^{(10)}(x) = \frac{2835(128x^9 + 2304x^7 + 6048x^5 + 3360x^3 + 315x)}{(1-x^2)^{19/2}},$$

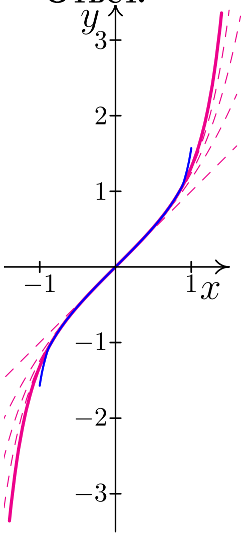
$$f^{(10)}(0) = 0$$

$$f^{(9)}(x) = \frac{315(128x^8 + 1892x^6 + 3360x^4 + 1120x^2 + 35)}{(1-x^2)^{17/2}},$$

$$f^{(9)}(0) = 11025$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_9(x) = S_{10}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9$$

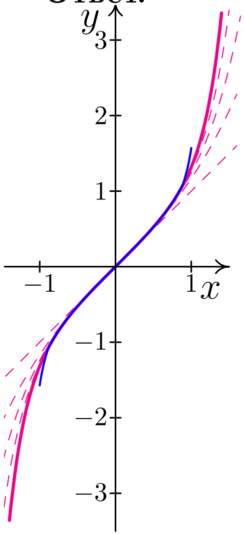
$$f^{(10)}(x) = \frac{2835(128x^9 + 2304x^7 + 6048x^5 + 3360x^3 + 315x)}{(1 - x^2)^{19/2}},$$

$$f^{(10)}(0) = 0$$

$$f^{(11)}(x) =$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_9(x) = S_{10}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9$$

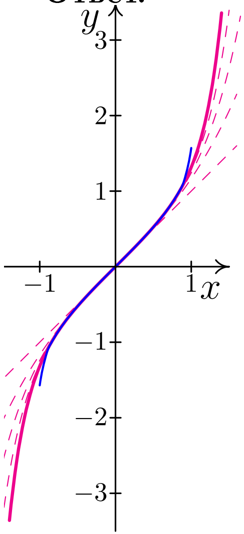
$$f^{(10)}(x) = \frac{2835(128x^9 + 2304x^7 + 6048x^5 + 3360x^3 + 315x)}{(1-x^2)^{19/2}},$$

$$f^{(10)}(0) = 0$$

$$f^{(11)}(x) = \frac{14175(256x^{10} + 5760x^8 + 20160x^6 + 16800x^4 + 3150x^2 + 63)}{(1-x^2)^{21/2}},$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_9(x) = S_{10}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9$$

$$f^{(10)}(x) = \frac{2835(128x^9 + 2304x^7 + 6048x^5 + 3360x^3 + 315x)}{(1-x^2)^{19/2}},$$

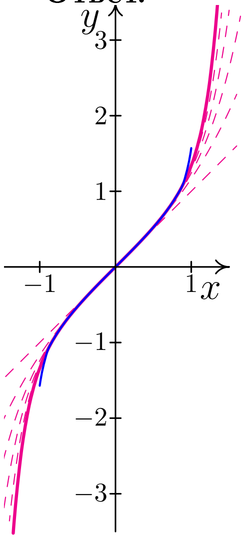
$f^{(10)}(0) = 0$

$$f^{(11)}(x) = \frac{14175(256x^{10} + 5760x^8 + 20160x^6 + 16800x^4 + 3150x^2 + 63)}{(1-x^2)^{21/2}},$$

$f^{(11)}(0) = 893025$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_{11}(x) = S_{12}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \frac{63}{2816}x^{11}$$

$$f^{(10)}(x) = \frac{2835(128x^9 + 2304x^7 + 6048x^5 + 3360x^3 + 315x)}{(1-x^2)^{19/2}},$$

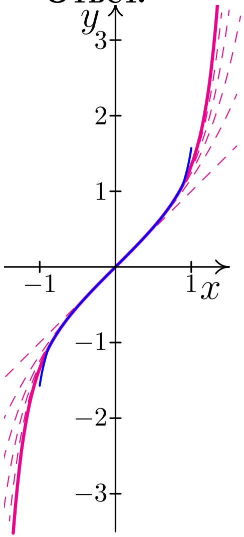
$$f^{(10)}(0) = 0$$

$$f^{(11)}(x) = \frac{14175(256x^{10} + 5760x^8 + 20160x^6 + 16800x^4 + 3150x^2 + 63)}{(1-x^2)^{21/2}},$$

$$f^{(11)}(0) = 893025$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_{11}(x) = S_{12}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \frac{63}{2816}x^{11}$$

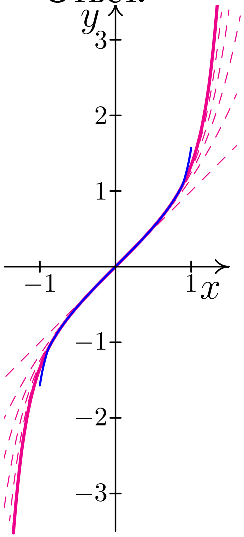
$f^{(12)}(x) =$

$$f^{(11)}(x) = \frac{14175(256x^{10} + 5760x^8 + 20160x^6 + 16800x^4 + 3150x^2 + 63)}{(1-x^2)^{21/2}},$$

$f^{(11)}(0) = 893025$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_{11}(x) = S_{12}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \frac{63}{2816}x^{11}$$

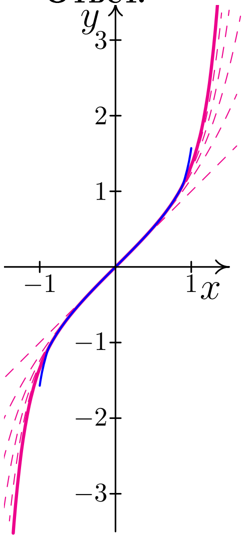
$$f^{(12)}(x) = \frac{155925(256x^{11} + 7040x^9 + 31680x^7 + 36960x^5 + 11550x^3 + 693x}{(1-x^2)^{23/2}},$$

$$f^{(11)}(x) = \frac{14175(256x^{10} + 5760x^8 + 20160x^6 + 16800x^4 + 3150x^2 + 63)}{(1-x^2)^{21/2}},$$

$$f^{(11)}(0) = 893025$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_{11}(x) = S_{12}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \frac{63}{2816}x^{11}$$

$$f^{(12)}(x) = \frac{155925(256x^{11} + 7040x^9 + 31680x^7 + 36960x^5 + 11550x^3 + 693x}{(1-x^2)^{23/2}},$$

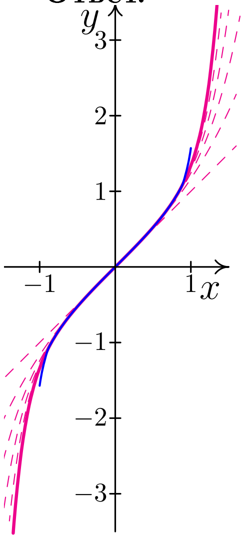
$$f^{(12)}(0) = 0$$

$$f^{(11)}(x) = \frac{14175(256x^{10} + 5760x^8 + 20160x^6 + 16800x^4 + 3150x^2 + 63)}{(1-x^2)^{21/2}},$$

$$f^{(11)}(0) = 893025$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_{11}(x) = S_{12}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \frac{63}{2816}x^{11}$$

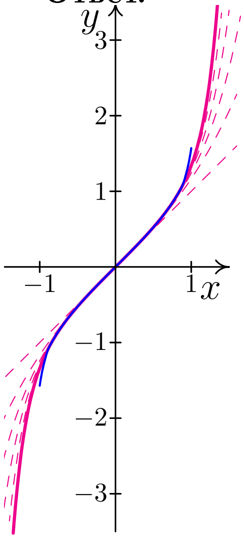
$$f^{(12)}(x) = \frac{155925(256x^{11} + 7040x^9 + 31680x^7 + 36960x^5 + 11550x^3 + 693x}{(1-x^2)^{23/2}},$$

$$f^{(12)}(0) = 0$$

$$f^{(13)}(x) =$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_{11}(x) = S_{12}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \frac{63}{2816}x^{11}$$

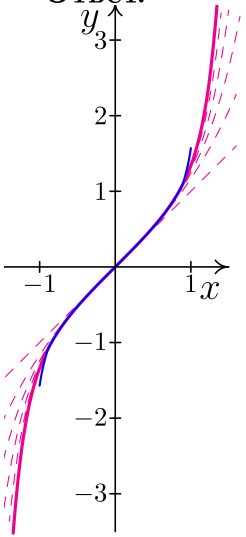
$$f^{(12)}(x) = \frac{155925(256x^{11} + 7040x^9 + 31680x^7 + 36960x^5 + 11550x^3 + 693x}{(1-x^2)^{23/2}},$$

$$f^{(12)}(0) = 0$$

$$f^{(13)}(x) = \frac{467775(1024x^{12} + 33792x^{10} + 190080x^8 + 295680x^6 + 138600x^4 + 16632x^2 + 231)}{(1-x^2)^{25/2}},$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_{11}(x) = S_{12}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \frac{63}{2816}x^{11}$$

$$f^{(12)}(x) = \frac{155925(256x^{11} + 7040x^9 + 31680x^7 + 36960x^5 + 11550x^3 + 693x}{(1-x^2)^{23/2}},$$

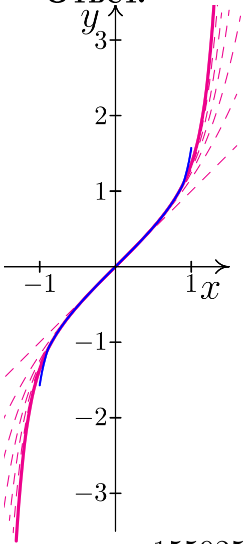
$$f^{(12)}(0) = 0$$

$$f^{(13)}(x) = \frac{467775(1024x^{12} + 33792x^{10} + 190080x^8 + 295680x^6 + 138600x^4 + 16632x^2 + 231)}{(1-x^2)^{25/2}},$$

$$f^{(13)}(0) = 108056025$$

Задача 37. Разложить функцию $f(x) = \arcsin x$ по **формуле Тейлора** в окрестности 0.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \arcsin x$ по формуле Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

$$S_{13}(x) = S_{14}(x) = x + \frac{1}{6}x^3 + \frac{3}{40}x^5 + \frac{5}{112}x^7 + \frac{35}{1152}x^9 + \frac{63}{2816}x^{11} + \frac{231}{13312}x^{13}$$

$$f^{(12)}(x) = \frac{155925(256x^{11} + 7040x^9 + 31680x^7 + 36960x^5 + 11550x^3 + 693x}{(1-x^2)^{23/2}},$$

$$f^{(12)}(0) = 0$$

$$f^{(13)}(x) = \frac{467775(1024x^{12} + 33792x^{10} + 190080x^8 + 295680x^6 + 138600x^4 + 16632x^2 + 231)}{(1-x^2)^{25/2}},$$

$$f^{(13)}(0) = 108056025$$

Решение задачи 38.

Задача 38. **а)** $\sqrt{x} = (\quad)'$; **б)** $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; **в)** $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; **г)** $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; **д)** $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; **е)** $\sin x = (\quad)'$.

Задача 38. **а)** $\sqrt{x} = (\quad)'$; **б)** $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; **в)** $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; **г)** $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; **д)** $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; **е)** $\sin x = (\quad)'$.

Ответ.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. а) $\sqrt{x} = \left(\qquad\quad\right)'$.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. а) $\sqrt{x} = \left(\quad \cdot x^{3/2}\right)'$.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. а) $\sqrt{x} = \left(\dfrac{2}{3}\cdot x^{3/2}\right)'$.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\qquad)'$.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad \cdot \sqrt{x})'$.

Задача 38. **а)** $\sqrt{x} = (\quad)'$; **б)** $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; **в)** $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; **г)** $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; **д)** $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; **е)** $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = \left(2\cdot\sqrt{x}\right)'$.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\frac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\frac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; д) $\frac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. в) $\frac{1}{x} = (\qquad)'$.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. **в)** $\dfrac{1}{x} = (\ln|x|)'$.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. **г)** $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\qquad\qquad)' = (\qquad\qquad\qquad)'$.

Задача 38. **а)** $\sqrt{x} = (\quad)'$; **б)** $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; **в)** $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; **г)** $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; **д)** $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; **е)** $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\arcsin x)' = (\qquad\qquad\qquad)'$.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\arcsin x)' = (-\arccos x)'$.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$;
д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\qquad\qquad)'$.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$;
д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\operatorname{arctg} x)'$.

Задача 38. а) $\sqrt{x} = (\quad)'$; б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; в) $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; г) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$;
д) $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; е) $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. **е)** $\sin x = (\qquad\qquad)'$.

Задача 38. **а)** $\sqrt{x} = (\quad)'$; **б)** $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; **в)** $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; **г)** $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; **д)** $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; **е)** $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. **е)** $\sin x = (\qquad \cdot \cos x)'$.

Задача 38. **а)** $\sqrt{x} = (\quad)'$; **б)** $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = (\quad)'$; **в)** $\dfrac{1}{x} = (\quad)'$; **г)** $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} = (\quad)'$; **д)** $\dfrac{1}{x^2+1} = (\quad)'$; **е)** $\sin x = (\quad)'$.

Ответ. **е)** $\sin x = ((-1)\cdot \cos x)'$.

Решение задачи 39.

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ.

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. а) $t\,dt =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. а) $t\,dt = d\left(\qquad\right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. а) $t\,dt = d\left(\quad t^2\right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. а) $t\,dt = d\left(\dfrac{1}{2}t^2\right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. б) $t^3\,dt =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. б) $t^3\,dt = d\left(\qquad \right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = ...;$ **б)** $t^3\,dt = ...;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = ...;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = ...;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = ...;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = ...;$ **ё)** $\cos t\,dt = ...;$ **к)** $\sin t\,dt = ...;$ **л)** $2^t dt = ...;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = ...$

Ответ. **б)** $t^3\,dt = d\left(\quad t^4\right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. б) $t^3\,dt = d\left(\dfrac{1}{4}t^4\right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. в) $\sqrt{t}\,dt =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. в) $\sqrt{t}\,dt = t^{1/2}dt =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. в) $\sqrt{t}\,dt = t^{1/2}dt = d\left(\qquad\quad\right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. **в)** $\sqrt{t}\,dt = t^{1/2}dt = d\left(\quad t^{3/2}\right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\ dt = \ldots;$ **б)** $t^3\ dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\ dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\ dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\ dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. в) $\sqrt{t}\ dt = t^{1/2}dt = d\left(\dfrac{2}{3}t^{3/2}\right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. г) $\dfrac{dt}{t} =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. г) $\dfrac{dt}{t} = d\ln|t|$.

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. д) $\dfrac{dt}{t^3} =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. д) $\dfrac{dt}{t^3} = t^{-3}dt =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. д) $\dfrac{dt}{t^3} = t^{-3}dt = d\left(\qquad t^{-2}\right) =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. д) $\dfrac{dt}{t^3} = t^{-3}dt = d\left(-\dfrac{1}{2}\,t^{-2}\right) =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. д) $\dfrac{dt}{t^3} = t^{-3}dt = d\left(-\dfrac{1}{2}\,t^{-2}\right) = d\left(-\dfrac{1}{2t^2}\right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. е) $\dfrac{dt}{\cos^2 t} =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. е) $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = d\,(\operatorname{tg} t)\,.$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$
г) $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$
м) $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. **ё)** $\cos t\,dt =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. ё) $\cos t\,dt = d\sin x$.

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. к) $\sin t\,dt =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. к) $\sin t\,dt = d(-\cos x)$.

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. **л)** $2^t dt =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. л) $2^t dt = d\left(\qquad\qquad\right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. л) $2^t dt = d\left(\qquad 2^t \right)$.

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. л) $2^t dt = d\left(\dfrac{1}{\ln 2}2^t\right)$.

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. м) $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = ...;$ **б)** $t^3\,dt = ...;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = ...;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = ...;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = ...;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = ...;$ **ё)** $\cos t\,dt = ...;$ **к)** $\sin t\,dt = ...;$ **л)** $2^t dt = ...;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = ...$

Ответ. м) $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = t^{-1/2}dt =$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = t^{-1/2}dt = d\left(\ \sqrt{t}\right).$

Задача 39. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = t^{-1/2}dt = d\left(2\sqrt{t}\right).$

Решение задачи 40.

Задача 40. **а)** $\int \cos 3x \, dx$; **б)** $\int x^2 \sin x^3 \, dx$; **в)** $\int \sin 2x \cos^3 2x \, dx$; **г)** $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \, dx$.

Задача 40. **а)** $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ.

Задача 40. **а)** $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. **а)** $\displaystyle\int \cos 3x\,dx =$

Задача 40. **а)** $\int \cos 3x\, dx$; **б)** $\int x^2 \sin x^3\, dx$; **в)** $\int \sin 2x \cos^3 2x\, dx$; **г)** $\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. **а)** $\int \cos 3x\, dx = \frac{1}{3}\int \cos 3x\, d(3x) =$

Задача 40. **а)** $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \cos 3x\,dx = \frac{1}{3}\int \cos 3x\,d(3x) = \frac{1}{3}\sin 3x + C.$

Задача 40. **а)** $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx =$

Задача 40. **а)** $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx = \frac{1}{3}\int \sin x^3\,d(x^3) =$

Задача 40. а) $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx = \frac{1}{3}\int \sin x^3\,d(x^3) = -\frac{1}{3}\cos x^3 + C.$

Задача 40. **а)** $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx =$

Задача 40. **а)** $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx = \frac{1}{2}\int \sin 2x \cos^3 2x\,d(2x) =$

Задача 40. **а)** $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx = \frac{1}{2}\int \sin 2x \cos^3 2x\,d(2x) = -\frac{1}{2}\int \cos^3 2x\,d(\cos 2x) =$

Задача 40. а) $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx = \frac{1}{2}\int \sin 2x \cos^3 2x\,d(2x) = -\frac{1}{2}\int \cos^3 2x\,d(\cos 2x) =$
$\displaystyle = -\frac{1}{8}\cos^4 2x + C.$

Задача 40. **а)** $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. г) $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx =$

Задача 40. **а)** $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. г) $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx = 2\int \sin\sqrt{x}\,d(\sqrt{x}) =$

Задача 40. а) $\displaystyle\int \cos 3x\,dx$; **б)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \sin 2x \cos^3 2x\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. г) $\displaystyle\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx = 2\int \sin\sqrt{x}\,d(\sqrt{x}) = -2\cos\sqrt{x} + C.$

Решение задачи 41.

Задача 41. **а)** $\int (2x - 3x^2) \sin \left(x^2 - x^3\right) \, dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$; **в)** $\int x^2 \sin x^3 \cos^4 x^3 \, dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2 - 3e^x}$.

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ.

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. а) $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx =$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. а) $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx = \int \sin\left(x^2-x^3\right)\cdot\underbrace{(2x-3x^2)\,dx}_{d\left(\qquad\qquad\right)} =$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. а) $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx = \int \sin\left(x^2-x^3\right)\cdot\underbrace{(2x-3x^2)\,dx}_{d\left(x^2-x^3\right)} =$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. а) $$\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx = \int \sin\left(x^2-x^3\right)\cdot\underbrace{(2x-3x^2)\,dx}_{d\left(x^2-x^3\right)} =$$

$$= \int \sin\left(x^2-x^3\right)\,d\left(x^2-x^3\right) =$$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\, dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$; **в)** $\int x^2 \sin x^3 \cos^4 x^3\, dx$;

г) $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. а) $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\, dx = \int \sin\left(x^2-x^3\right)\cdot \underbrace{(2x-3x^2)\, dx}_{d\left(x^2-x^3\right)} =$

$= \int \sin\left(x^2-x^3\right)\, d\left(x^2-x^3\right) =$

$\int \sin t\, dt =$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. а) $$\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx = \int \sin\left(x^2-x^3\right)\cdot\underbrace{(2x-3x^2)\,dx}_{d\left(x^2-x^3\right)} =$$

$$= \int \sin\left(x^2-x^3\right)\,d\left(x^2-x^3\right) =$$

$$\int \sin t\,dt = -\cos t + C.$$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. а) $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx = \int \sin\left(x^2-x^3\right)\cdot\underbrace{(2x-3x^2)\,dx}_{d\left(x^2-x^3\right)} =$

$= \int \sin\left(x^2-x^3\right)\,d\left(x^2-x^3\right) = -\cos\left(x^2-x^3\right)+C.$

$\int \sin t\,dt = -\cos t + C.$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. а) $$\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx = \int \sin\left(x^2-x^3\right)\cdot\underbrace{(2x-3x^2)\,dx}_{d\left(x^2-x^3\right)} =$$

$$= \int \sin\left(x^2-x^3\right)\,d\left(x^2-x^3\right) = -\cos\left(x^2-x^3\right)+C.$$

Проверка: $$\frac{d}{dx}\left(-\cos\left(x^2-x^3\right)+C\right) =$$

Задача 41. **а)** $\int (2x - 3x^2)\sin\left(x^2 - x^3\right)\, dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$; **в)** $\int x^2 \sin x^3 \cos^4 x^3\, dx$;
г) $\int \frac{dx}{2 - 3e^x}$.

Ответ. а) $\int (2x - 3x^2)\sin\left(x^2 - x^3\right)\, dx = \int \sin\left(x^2 - x^3\right) \cdot \underbrace{(2x - 3x^2)\, dx}_{d\left(x^2 - x^3\right)} =$

$$= \int \sin\left(x^2 - x^3\right)\, d\left(x^2 - x^3\right) = -\cos\left(x^2 - x^3\right) + C.$$

Проверка: $\frac{d}{dx}\left(-\cos\left(x^2 - x^3\right) + C\right) = \sin\left(x^2 - x^3\right) \cdot$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2 \sin x^3 \cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. а) $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx = \int \sin\left(x^2-x^3\right)\cdot \underbrace{(2x-3x^2)\,dx}_{d\left(x^2-x^3\right)} =$

$$= \int \sin\left(x^2-x^3\right)\,d\left(x^2-x^3\right) = -\cos\left(x^2-x^3\right)+C.$$

Проверка: $\frac{d}{dx}\left(-\cos\left(x^2-x^3\right)+C\right) = \sin\left(x^2-x^3\right)\cdot\left(2x-3x^2\right).$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. а) $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx = \int \sin\left(x^2-x^3\right)\cdot\underbrace{(2x-3x^2)\,dx}_{d\left(x^2-x^3\right)} =$

$$= \int \sin\left(x^2-x^3\right)\,d\left(x^2-x^3\right) = -\cos\left(x^2-x^3\right)+C.$$

Проверка: $\frac{d}{dx}\left(-\cos\left(x^2-x^3\right)+C\right) = \sin\left(x^2-x^3\right)\cdot\left(2x-3x^2\right)$. Полное совпадение!

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx =$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx =$

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx =$

$\displaystyle\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -d\arccos x.$

Задача 41. а) $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; в) $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; г) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = -\int \arccos^5 x\, d\arccos x =$

$$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -d\arccos x.$$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = -\int \arccos^5 x\,d\arccos x =$ $\displaystyle\int t^5\,dt =$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = -\int \arccos^5 x\,d\arccos x = \int t^5\,dt = \frac{t^6}{6}+C.$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2 \sin x^3 \cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = -\int \arccos^5 x\,d\arccos x = -\frac{\arccos^6 x}{6} + C.$

$\int t^5\,dt = \frac{t^6}{6} + C.$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = -\int \arccos^5 x\,d\arccos x = -\frac{\arccos^6 x}{6}+C.$

Проверка:

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x - 3x^2) \sin\left(x^2 - x^3\right)\, dx;$ **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx;$ **в)** $\displaystyle\int x^2 \sin x^3 \cos^4 x^3\, dx;$
г) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}.$

Ответ. **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx = -\int \arccos^5 x\, d\arccos x = -\frac{\arccos^6 x}{6} + C.$

Проверка: $\displaystyle\left(-\frac{\arccos^6 x}{6} + C\right)' =$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$;
г) $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = -\int \arccos^5 x\,d\arccos x = -\frac{\arccos^6 x}{6}+C.$

Проверка: $\left(-\frac{\arccos^6 x}{6}+C\right)' = -\frac{1}{6}\cdot 6\cdot\arccos^5 x\cdot$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$;
г) $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = -\int \arccos^5 x\,d\arccos x = -\frac{\arccos^6 x}{6}+C.$

Проверка: $\left(-\frac{\arccos^6 x}{6}+C\right)' = -\frac{1}{6}\cdot 6\cdot\arccos^5 x\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right) =$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = -\int \arccos^5 x\,d\arccos x = -\frac{\arccos^6 x}{6}+C.$

Проверка: $\displaystyle\left(-\frac{\arccos^6 x}{6}+C\right)' = -\frac{1}{6}\cdot 6\cdot\arccos^5 x\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right) = \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}.$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = -\int \arccos^5 x\,d\arccos x = -\frac{\arccos^6 x}{6}+C.$

Проверка: $\displaystyle\left(-\frac{\arccos^6 x}{6}+C\right)' = -\frac{1}{6}\cdot 6\cdot\arccos^5 x\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right) = \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}.$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = -\int \arccos^5 x\,d\arccos x = -\frac{\arccos^6 x}{6}+C.$

Проверка: $\left(-\frac{\arccos^6 x}{6}+C\right)' = -\frac{1}{6}\cdot 6\cdot\arccos^5 x\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right) = \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}.$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx =$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d(\quad)} =$

Задача 41. а) $\int (2x - 3x^2) \sin\left(x^2 - x^3\right) \, dx$; б) $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$; в) $\int x^2 \sin x^3 \cos^4 x^3 \, dx$; г) $\int \frac{dx}{2 - 3e^x}$.

Ответ. в) $\int x^2 \sin x^3 \cos^4 x^3 \, dx = \int \sin x^3 \cos^4 x^3 \cdot \underbrace{x^2 \, dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\sin x^3\,d\left(x^3\right) =$$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\sin x^3\,d\left(x^3\right) =$$

Обратите внимание, что $dx^3 = (dx)^3 \neq d\left(x^3\right)$.

Задача 41. а) $\displaystyle\int (2x - 3x^2)\sin\left(x^2 - x^3\right)\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; в) $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; г) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. в) $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3 \cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3 \sin x^3\, d\left(x^3\right) =$$

$$\frac{1}{3}\int \cos^4 t\sin t\,dt =$$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\sin x^3\,d\left(x^3\right) =$$

$$\frac{1}{3}\int \cos^4 t\sin t\,dt = -\frac{1}{3}\int \cos^4 t\,d\cos t.$$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. в) $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\sin x^3\,d\left(x^3\right) = -\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\,d\left(\cos x^3\right) =$$

$$\frac{1}{3}\int \cos^4 t\sin t\,dt = -\frac{1}{3}\int \cos^4 t\,d\cos t.$$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3 \sin x^3\, d\left(x^3\right) = -\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\, d\left(\cos x^3\right) =$$

$$\int t^4\,dt =$$

Задача 41. **а)** $\int (2x - 3x^2) \sin\left(x^2 - x^3\right)\, dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$; **в)** $\int x^2 \sin x^3 \cos^4 x^3\, dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **в)** $\int x^2 \sin x^3 \cos^4 x^3\, dx = \int \sin x^3 \cos^4 x^3 \cdot \underbrace{x^2\, dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3 \sin x^3\, d\left(x^3\right) = -\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\, d\left(\cos x^3\right) =$$

$$\int t^4\, dt = \frac{t^5}{5} \ldots$$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3 \sin x^3\, d\left(x^3\right) = -\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\, d\left(\cos x^3\right) =$$

$$\int t^4\,dt = \frac{t^5}{5}+C.$$

Задача 41. а) $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; в) $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; г) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. в) $$\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$$
$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\sin x^3\,d\left(x^3\right) = -\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\,d\left(\cos x^3\right) = -\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C.$$
$$\int t^4\,dt = \frac{t^5}{5}+C.$$

Задача 41. а) $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; в) $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; г) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. в) $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\sin x^3\,d\left(x^3\right) = -\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\,d\left(\cos x^3\right) = -\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C.$$

Проверка:

Задача 41. а) $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; б) $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; в) $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; г) $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. в) $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3 \cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3 \sin x^3\, d\left(x^3\right) = -\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\, d\left(\cos x^3\right) = -\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C.$$

Проверка: $\left(-\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C\right)' =$

Задача 41. а) $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; б) $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; в) $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$;

г) $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. в) $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\sin x^3\,d\left(x^3\right) = -\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\,d\left(\cos x^3\right) = -\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C.$$

Проверка: $\left(-\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C\right)' = -\frac{1}{3}\cos^4 x^3\cdot$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\sin x^3\,d\left(x^3\right) = -\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\,d\left(\cos x^3\right) = -\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C.$$

Проверка: $\displaystyle\left(-\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C\right)' = -\frac{1}{3}\cos^4 x^3\cdot(-\sin x^3)\cdot$

Задача 41. а) $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; в) $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; г) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. в) $$\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx=\int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot\underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)}=$$

$$=\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\sin x^3\,d\left(x^3\right)=-\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\,d\left(\cos x^3\right)=-\frac{1}{15}\cos^5 x^3+C.$$

Проверка: $$\left(-\frac{1}{15}\cos^5 x^3+C\right)'=-\frac{1}{3}\cos^4 x^3\cdot(-\sin x^3)\cdot 3x^2=$$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **в)** $$\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$$
$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\sin x^3\,d\left(x^3\right) = -\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\,d\left(\cos x^3\right) = -\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C.$$

Проверка: $$\left(-\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C\right)' = -\frac{1}{3}\cos^4 x^3\cdot(-\sin x^3)\cdot 3x^2 = \cos^4 x^3\cdot\sin x^3\cdot x^2.$$

Задача 41. а) $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; в) $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; г) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. в) $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx = \int \sin x^3\cos^4 x^3\cdot \underbrace{x^2\,dx}_{(1/3)d\left(x^3\right)} =$

$$= \frac{1}{3}\int \cos^4 x^3 \sin x^3\,d\left(x^3\right) = -\frac{1}{3}\int \cos^4 x^3\,d\left(\cos x^3\right) = -\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C.$$

Проверка: $\displaystyle\left(-\frac{1}{15}\cos^5 x^3 + C\right)' = -\frac{1}{3}\cos^4 x^3\cdot(-\sin x^3)\cdot 3x^2 = \cos^4 x^3\cdot\sin x^3\cdot x^2.$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x} =$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x} = \int \frac{e^{-x}dx}{e^{-x}\left(2-3e^x\right)} =$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x} = \int \frac{e^{-x}dx}{e^{-x}\left(2-3e^x\right)} = \int \frac{e^{-x}\,dx}{2e^{-x}-3} =$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x} = \int \frac{e^{-x}dx}{e^{-x}\left(2-3e^x\right)} = \int \frac{e^{-x}\,dx}{2e^{-x}-3} = -\int \frac{e^{-x}\,d(-x)}{2e^{-x}-3} =$

Задача 41. **а)** $\displaystyle\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{dx}{2-3e^x} = \int \frac{e^{-x}dx}{e^{-x}\left(2-3e^x\right)} = \int \frac{e^{-x}\,dx}{2e^{-x}-3} = -\int \frac{e^{-x}\,d(-x)}{2e^{-x}-3} = -\int \frac{de^{-x}}{2e^{-x}-3} =$

Задача 41. а) $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; б) $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; в) $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; г) $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. г) $\int \frac{dx}{2-3e^x} = \int \frac{e^{-x}dx}{e^{-x}\left(2-3e^x\right)} = \int \frac{e^{-x}\,dx}{2e^{-x}-3} = -\int \frac{e^{-x}\,d(-x)}{2e^{-x}-3} = -\int \frac{de^{-x}}{2e^{-x}-3} =$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{d\left(2e^{-x}-3\right)}{2e^{-x}-3} =$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\ dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$;
г) $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x} = \int \frac{e^{-x}dx}{e^{-x}\left(2-3e^x\right)} = \int \frac{e^{-x}\,dx}{2e^{-x}-3} = -\int \frac{e^{-x}\,d(-x)}{2e^{-x}-3} = -\int \frac{de^{-x}}{2e^{-x}-3} =$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{d\left(2e^{-x}-3\right)}{2e^{-x}-3} = -\frac{1}{2}\ln\left|2e^{-x}-3\right|\ldots$$

Задача 41. **а)** $\int (2x-3x^2)\sin\left(x^2-x^3\right)\,dx$; **б)** $\int \frac{\arccos^5 x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$; **в)** $\int x^2\sin x^3\cos^4 x^3\,dx$; **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x}$.

Ответ. **г)** $\int \frac{dx}{2-3e^x} = \int \frac{e^{-x}dx}{e^{-x}\left(2-3e^x\right)} = \int \frac{e^{-x}\,dx}{2e^{-x}-3} = -\int \frac{e^{-x}\,d(-x)}{2e^{-x}-3} = -\int \frac{de^{-x}}{2e^{-x}-3} =$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{d\left(2e^{-x}-3\right)}{2e^{-x}-3} = -\frac{1}{2}\ln\left|2e^{-x}-3\right| + C.$

Решение задачи 42.

Задача 42. **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;

г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ.

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx =$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$; г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{d(x^2)}{e^{x^2}} =$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;

г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{d(x^2)}{e^{x^2}} = \frac{1}{2}\int e^{-x^2} d(x^2) =$

Задача 42. а) $\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. **а)** $\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{d(x^2)}{e^{x^2}} = \frac{1}{2}\int e^{-x^2} d(x^2) = -\frac{1}{2}\int e^{-x^2} d(-x^2) =$

Задача 42. **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{d(x^2)}{e^{x^2}} = \frac{1}{2}\int e^{-x^2} d(x^2) = -\frac{1}{2}\int e^{-x^2} d(-x^2) = -\frac{1}{2}\,e^{-x^2} + C.$

Задача 42. **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)} =$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$; г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. б) $$\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)} = \frac{1}{2}\int \frac{d(x^2-1)}{(x^2-1)\ln(x^2-1)} =$$

Задача 42. **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)} = \frac{1}{2}\int \frac{d(x^2-1)}{(x^2-1)\ln(x^2-1)} =$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{d\ln(x^2-1)}{\ln(x^2-1)} =$$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)} = \frac{1}{2}\int \frac{d(x^2-1)}{(x^2-1)\ln(x^2-1)} =$
$\displaystyle= \frac{1}{2}\int \frac{d\ln(x^2-1)}{\ln(x^2-1)} = \frac{1}{2}\ln\left|\ln(x^2-1)\right| \ldots$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)} = \frac{1}{2}\int \frac{d(x^2-1)}{(x^2-1)\ln(x^2-1)} =$
$\displaystyle= \frac{1}{2}\int \frac{d\ln(x^2-1)}{\ln(x^2-1)} = \frac{1}{2}\ln\left|\ln(x^2-1)\right| + C.$

Задача 42. **а)** $\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$; **г)** $\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx =$

Задача 42. **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;

г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}} =$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;

г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}} =$

$2x^2 - x^4 =$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$; г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}} =$

$2x^2-x^4 = -\left(x^4-2x^2\right) =$

Задача 42. **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx;$ **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)};$ **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx;$
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}} =$

$$2x^2-x^4 = -\left(x^4-2x^2\right) = -\left(\left(x^2-1\right)^2-1\right) =$$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}} =$

$$2x^2-x^4 = -\left(x^4-2x^2\right) = -\left(\left(x^2-1\right)^2-1\right) = 1-\left(x^2-1\right)^2.$$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. в) $$\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}} =$$
$$= \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{1-\left(x^2-1\right)^2}} =$$
$$2x^2-x^4 = -\left(x^4-2x^2\right) =-\left(\left(x^2-1\right)^2-1\right) =1-\left(x^2-1\right)^2.$$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}} =$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{1-(x^2-1)^2}} =-\frac{1}{2}\int \arccos(x^2-1)\,d\arccos(x^2-1) =$$

$$2x^2-x^4 = -\left(x^4-2x^2\right) =-\left((x^2-1)^2-1\right) =1-(x^2-1)^2.$$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}} =$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{1-(x^2-1)^2}} =-\frac{1}{2}\int \arccos(x^2-1)\,d\arccos(x^2-1) =-\frac{1}{4}\arccos^2(x^2-1)\ldots$$

$$2x^2-x^4 = -\left(x^4-2x^2\right) =-\left((x^2-1)^2-1\right) =1-(x^2-1)^2.$$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx = \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}} =$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{\arccos(x^2-1)\,d(x^2-1)}{\sqrt{1-(x^2-1)^2}} =-\frac{1}{2}\int \arccos(x^2-1)\,d\arccos(x^2-1) =-\frac{1}{4}\arccos^2(x^2-1)+C.$$

$$2x^2-x^4 = -(x^4-2x^2) =-\left((x^2-1)^2-1\right) =1-(x^2-1)^2.$$

Задача 42. **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx =$

Задача 42. **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx.$

Ответ. г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx = \int \frac{e^{-x}\arcsin e^{-x}}{e^{-x}\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx =$

Задача 42. **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx = \int \frac{e^{-x}\arcsin e^{-x}}{e^{-x}\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx =$

$$= \int \frac{e^{-x}\arcsin e^{-x}}{\sqrt{1-e^{-2x}}}\,dx =$$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx = \int \frac{e^{-x}\arcsin e^{-x}}{e^{-x}\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx =$

$$= \int \frac{e^{-x}\arcsin e^{-x}}{\sqrt{1-e^{-2x}}}\,dx = -\int \frac{\arcsin e^{-x}\,de^{-x}}{\sqrt{1-e^{-2x}}} =$$

Задача 42. **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$;
г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx.$

Ответ. г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx = \int \frac{e^{-x}\arcsin e^{-x}}{e^{-x}\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx =$

$$= \int \frac{e^{-x}\arcsin e^{-x}}{\sqrt{1-e^{-2x}}}\,dx = -\int \frac{\arcsin e^{-x}\,de^{-x}}{\sqrt{1-e^{-2x}}} = -\int \arcsin e^{-x}\,d\arcsin e^{-x} =$$

Задача 42. **а)** $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; **в)** $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$; **г)** $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx.$

Ответ. г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx = \int \frac{e^{-x}\arcsin e^{-x}}{e^{-x}\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx =$

$$= \int \frac{e^{-x}\arcsin e^{-x}}{\sqrt{1-e^{-2x}}}\,dx =- \int \frac{\arcsin e^{-x}\,de^{-x}}{\sqrt{1-e^{-2x}}} =- \int \arcsin e^{-x}\,d\arcsin e^{-x} =- \frac{1}{2}\arcsin^2 e^{-x} \ldots$$

Задача 42. а) $\displaystyle\int \frac{x}{e^{x^2}}\,dx$; б) $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{(x^2-1)\ln(x^2-1)}$; в) $\displaystyle\int \frac{x\arccos(x^2-1)}{\sqrt{2x^2-x^4}}dx$; г) $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx$.

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{\arcsin e^{-x}}{\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx = \int \frac{e^{-x}\arcsin e^{-x}}{e^{-x}\sqrt{e^{2x}-1}}\,dx =$

$$= \int \frac{e^{-x}\arcsin e^{-x}}{\sqrt{1-e^{-2x}}}\,dx = -\int \frac{\arcsin e^{-x}\,de^{-x}}{\sqrt{1-e^{-2x}}} = -\int \arcsin e^{-x}\,d\arcsin e^{-x} = -\frac{1}{2}\arcsin^2 e^{-x} + C.$$

Решение задачи 43.

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ.

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx = \int \frac{(2x+8)}{x^2+8x+25}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx = \int \frac{-3\,(2x+8)}{x^2+8x+25}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx = \int \frac{-3\,(2x+8)+28}{x^2+8x+25}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx = \int \frac{-3\,(2x+8)+28}{x^2+8x+25}\,dx =$

$$= -3\int \frac{2x+8}{x^2+8x+25}\,dx + 28\int \frac{dx}{x^2+8x+25} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx = \int \frac{-3\,(2x+8)+28}{x^2+8x+25}\,dx =$

$$= -3\int \frac{2x+8}{x^2+8x+25}\,dx + 28\int \frac{dx}{x^2+8x+25} =$$

$$= -3\int \frac{d(x^2+8x+25)}{x^2+8x+25} +$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;

в) $\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx = \int \frac{-3\,(2x+8)+28}{x^2+8x+25}\,dx =$

$= -3\int \frac{2x+8}{x^2+8x+25}\,dx + 28\int \frac{dx}{x^2+8x+25} =$

$= -3\int \frac{d(x^2+8x+25)}{x^2+8x+25} + 28\int \frac{dx}{(x+\quad)^2+\quad} =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx = \int \frac{-3\,(2x+8)+28}{x^2+8x+25}\,dx =$

$$= -3\int \frac{2x+8}{x^2+8x+25}\,dx + 28\int \frac{dx}{x^2+8x+25} =$$

$$= -3\int \frac{d(x^2+8x+25)}{x^2+8x+25} + 28\int \frac{dx}{(x+4)^2+} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx = \int \frac{-3\,(2x+8)+28}{x^2+8x+25}\,dx =$

$$= -3\int \frac{2x+8}{x^2+8x+25}\,dx + 28\int \frac{dx}{x^2+8x+25} =$$

$$= -3\int \frac{d(x^2+8x+25)}{x^2+8x+25} + 28\int \frac{dx}{(x+4)^2+9} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx = \int \frac{-3\,(2x+8)+28}{x^2+8x+25}\,dx =$

$\displaystyle= -3\int \frac{2x+8}{x^2+8x+25}\,dx + 28\int \frac{dx}{x^2+8x+25} =$

$\displaystyle= -3\int \frac{d(x^2+8x+25)}{x^2+8x+25} + 28\int \frac{dx}{(x+4)^2+9} = -3\ln\left|x^2+8x+25\right| +$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx = \int \frac{-3\,(2x+8)+28}{x^2+8x+25}\,dx =$

$$= -3\int \frac{2x+8}{x^2+8x+25}\,dx + 28\int \frac{dx}{x^2+8x+25} =$$

$$= -3\int \frac{d(x^2+8x+25)}{x^2+8x+25} + 28\int \frac{dx}{(x+4)^2+9} = -3\ln\left|x^2+8x+25\right| + \frac{28}{3}\,\mathrm{arctg}\,\frac{x+4}{3}$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx = \int \frac{-3\,(2x+8)+28}{x^2+8x+25}\,dx =$

$$= -3\int \frac{2x+8}{x^2+8x+25}\,dx + 28\int \frac{dx}{x^2+8x+25} =$$

$$= -3\int \frac{d(x^2+8x+25)}{x^2+8x+25} + 28\int \frac{dx}{(x+4)^2+9} = -3\ln\left|x^2+8x+25\right| + \frac{28}{3}\operatorname{arctg}\frac{x+4}{3} + C.$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;
в) $\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{(4x-12)}{2x^2-12x+26}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)}{2x^2-12x+26}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$\displaystyle= 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx+$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$\displaystyle= 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx +$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$\displaystyle= 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx + \frac{69}{2}\cdot$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;

в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$$= 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx + \frac{69}{2}\cdot \int \frac{dx}{} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$$= 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx + \frac{69}{2}\cdot\int \frac{dx}{x^2-6x+13} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$$= 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx + \frac{69}{2}\cdot \int \frac{dx}{x^2-6x+13} =$$

$$= 6\int \frac{d(2x^2-12x+26)}{2x^2-12x+26} +$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$$= 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx + \frac{69}{2}\cdot\int \frac{dx}{x^2-6x+13} =$$

$$= 6\int \frac{d(2x^2-12x+26)}{2x^2-12x+26} + \frac{69}{2}\int \frac{dx}{(x+\qquad)^2+} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$$= 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx + \frac{69}{2}\cdot\int \frac{dx}{x^2-6x+13} =$$

$$= 6\int \frac{d(2x^2-12x+26)}{2x^2-12x+26} + \frac{69}{2}\int \frac{dx}{(x+(-3))^2+} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$$= 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx + \frac{69}{2}\cdot\int \frac{dx}{x^2-6x+13} =$$

$$= 6\int \frac{d(2x^2-12x+26)}{2x^2-12x+26} + \frac{69}{2}\int \frac{dx}{(x+(-3))^2+4} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$\displaystyle = 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx + \frac{69}{2}\cdot\int \frac{dx}{x^2-6x+13} =$

$\displaystyle = 6\int \frac{d(2x^2-12x+26)}{2x^2-12x+26} + \frac{69}{2}\int \frac{dx}{(x+(-3))^2+4} = 6\ln\left|2x^2-12x+26\right| +$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$$= 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx + \frac{69}{2}\cdot\int \frac{dx}{x^2-6x+13} =$$

$$= 6\int \frac{d(2x^2-12x+26)}{2x^2-12x+26} + \frac{69}{2}\int \frac{dx}{(x+(-3))^2+4} = 6\ln\left|2x^2-12x+26\right| + \frac{69}{4}\operatorname{arctg}\frac{x-3}{2}$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx = \int \frac{6\,(4x-12)+69}{2x^2-12x+26}\,dx =$

$$= 6\int \frac{4x-12}{2x^2-12x+26}\,dx + \frac{69}{2}\cdot\int \frac{dx}{x^2-6x+13} =$$

$$= 6\int \frac{d(2x^2-12x+26)}{2x^2-12x+26} + \frac{69}{2}\int \frac{dx}{(x+(-3))^2+4} = 6\ln\left|2x^2-12x+26\right| + \frac{69}{4}\operatorname{arctg}\frac{x-3}{2} + C.$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{(6x-6)}{3x^2-6x+51}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)}{3x^2-6x+51}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$

$\displaystyle = 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx+$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$
$\displaystyle= 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx+$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$
$= 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx + \frac{29}{3}\cdot$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$

$$= 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx + \frac{29}{3}\cdot\int \frac{dx}{\qquad\qquad} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$

$$= 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx + \frac{29}{3}\cdot\int \frac{dx}{x^2-2x+17} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;

в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$

$$= 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx + \frac{29}{3}\cdot\int \frac{dx}{x^2-2x+17} =$$

$$= 4\int \frac{d(3x^2-6x+51)}{3x^2-6x+51} +$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$

$$= 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx + \frac{29}{3}\cdot\int \frac{dx}{x^2-2x+17} =$$

$$= 4\int \frac{d(3x^2-6x+51)}{3x^2-6x+51} + \frac{29}{3}\int \frac{dx}{(x+\qquad)^2+\qquad} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$

$$= 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx + \frac{29}{3}\cdot\int \frac{dx}{x^2-2x+17} =$$

$$= 4\int \frac{d(3x^2-6x+51)}{3x^2-6x+51} + \frac{29}{3}\int \frac{dx}{(x+(-1))^2+} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$

$$= 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx + \frac{29}{3}\cdot\int \frac{dx}{x^2-2x+17} =$$

$$= 4\int \frac{d(3x^2-6x+51)}{3x^2-6x+51} + \frac{29}{3}\int \frac{dx}{(x+(-1))^2+16} =$$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$

$= 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx + \frac{29}{3}\cdot\int \frac{dx}{x^2-2x+17} =$

$= 4\int \frac{d(3x^2-6x+51)}{3x^2-6x+51} + \frac{29}{3}\int \frac{dx}{(x+(-1))^2+16} = 4\ln\left|3x^2-6x+51\right| +$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$
$\displaystyle= 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx + \frac{29}{3}\cdot\int \frac{dx}{x^2-2x+17} =$
$\displaystyle= 4\int \frac{d(3x^2-6x+51)}{3x^2-6x+51} + \frac{29}{3}\int \frac{dx}{(x+(-1))^2+16} = 4\ln\left|3x^2-6x+51\right| + \frac{29}{12}\operatorname{arctg}\frac{x-1}{4}$

Задача 43. Вычислите: **а)** $\displaystyle\int \frac{4-6x}{x^2+8x+25}\,dx$; **б)** $\displaystyle\int \frac{24x-3}{2x^2-12x+26}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{24x+5}{3x^2-6x+51}\,dx = \int \frac{4\,(6x-6)+29}{3x^2-6x+51}\,dx =$

$$= 4\int \frac{6x-6}{3x^2-6x+51}\,dx + \frac{29}{3}\cdot\int \frac{dx}{x^2-2x+17} =$$

$$= 4\int \frac{d(3x^2-6x+51)}{3x^2-6x+51} + \frac{29}{3}\int \frac{dx}{(x+(-1))^2+16} = 4\ln\left|3x^2-6x+51\right| + \frac{29}{12}\operatorname{arctg}\frac{x-1}{4} + C.$$

Решение задачи 44.

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ.

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{}{x-2}+$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{}{x-2}+\frac{}{x+1}.$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\,\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{}{x+1}.$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}$.

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$
Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$
Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A +$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$
Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}.$$
Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».
Умножим обе части на $(x-2)$: $\frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\quad A =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\,\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\quad A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2):$ $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2:$ $\quad A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\quad A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\displaystyle A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x-2} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$
Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$
Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».
Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$
Подставим $x=2$: $\quad A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$
Умножим обе части на $(x+1)$: $\quad \frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1)+$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$
Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$
Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».
Умножим обе части на $(x-2)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$
Подставим $x=2$: $\displaystyle A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$
Умножим обе части на $(x+1)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1)+B.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$
Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$
Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\displaystyle A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1)+B.$

Подставим $x=-1$:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$
Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\quad A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\quad \frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1)+B.$

Подставим $x=-1$: $\quad B =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2)$.

Подставим $x=2$: $A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1) + B.$

Подставим $x=-1$: $B = \frac{3\cdot(-1)-18}{-1-2} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2)$.

Подставим $x=2$: $A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4$.

Умножим обе части на $(x+1)$: $\frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1) + B$.

Подставим $x=-1$: $B = \frac{3\cdot(-1)-18}{-1-2} = 7$.

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} = \int \left(\frac{7}{x+1} - \frac{4}{x-2}\right) dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\displaystyle A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1) + B.$

Подставим $x=-1$: $\displaystyle B = \frac{3\cdot(-1)-18}{-1-2} = 7.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} = \int \left(\frac{7}{x+1} - \frac{4}{x-2}\right) dx = 7\ln|x+1| - 4\ln|x-2| + C.$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\displaystyle A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1) + B.$

Подставим $x=-1$: $\displaystyle B = \frac{3\cdot(-1)-18}{-1-2} = 7.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1)$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$
Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$
Напрашивается вновь применить метод сокращения:
Умножим на $(x-1)$:
$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$
Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$
Напрашивается вновь применить метод сокращения:
Умножим на $(x-1)$:
$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$
Подставим $x = 1$:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x = 1:$ $\qquad A =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1$: $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1$: $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1$: $\qquad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1$: $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3)$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1$: $\qquad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x = 1:$ $\qquad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3) + B.$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3) + B.$$

Подставим $x=3:$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3) + B.$$

Подставим $x=3:$ $\qquad B =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3) + B.$$

Подставим $x=3:$ $\qquad B = \frac{7\cdot 3-17}{3-1} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x = 1:$ $\quad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3) + B.$$

Подставим $x = 3:$ $\quad B = \frac{7\cdot 3-17}{3-1} = 2.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3) + B.$$

Подставим $x=3:$ $\qquad B = \dfrac{7\cdot 3-17}{3-1} = 2.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx = \int \left(\frac{5}{x-1}+\frac{2}{x-3}\right)\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1}+\frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1)+\frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A+\frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3)+B.$$

Подставим $x=3:$ $\qquad B = \frac{7\cdot 3-17}{3-1} = 2.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx = \int \left(\frac{5}{x-1}+\frac{2}{x-3}\right)\,dx = 5\ln|x-1|+2\ln|x-3|+C.$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1}+\frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1)+\frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A+\frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1$: $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3)+B.$$

Подставим $x=3$: $\qquad B = \frac{7\cdot 3-17}{3-1} = 2.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} +$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} +$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2)+\frac{B}{x-3}(x+2)+\frac{C}{x+3}(x+2)$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2)+\frac{B}{x-3}(x+2)+\frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2) + \frac{B}{x-3}(x+2) + \frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A + \frac{B}{x-3}(x+2) - \frac{C}{x+3}(x+2).$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2)+\frac{B}{x-3}(x+2)+\frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A+\frac{B}{x-3}(x+2)-\frac{C}{x+3}(x+2).$$

Подставим $x =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2)+\frac{B}{x-3}(x+2)+\frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A+\frac{B}{x-3}(x+2)-\frac{C}{x+3}(x+2).$$

Подставим $x=-2$:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2)+\frac{B}{x-3}(x+2)+\frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A+\frac{B}{x-3}(x+2)-\frac{C}{x+3}(x+2).$$

Подставим $x=-2:\quad A=$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$
Применим метод сокращения.
Умножим на $(x+2)$:
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2)+\frac{B}{x-3}(x+2)+\frac{C}{x+3}(x+2)$$
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A+\frac{B}{x-3}(x+2)-\frac{C}{x+3}(x+2).$$
Подставим $x=-2:$ $\quad A = \frac{4\cdot(-2)^2+22\cdot(-2)+18}{(-2-3)(-2+3)} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2) + \frac{B}{x-3}(x+2) + \frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A + \frac{B}{x-3}(x+2) - \frac{C}{x+3}(x+2).$$

Подставим $x=-2:\quad A = \frac{4\cdot(-2)^2+22\cdot(-2)+18}{(-2-3)(-2+3)} = 2.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} +$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2) + \frac{B}{x-3}(x+2) + \frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A + \frac{B}{x-3}(x+2) - \frac{C}{x+3}(x+2).$$

Подставим $x=-2$: $\quad A = \frac{4\cdot(-2)^2+22\cdot(-2)+18}{(-2-3)(-2+3)} = 2.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\;(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\;(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\;(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\;(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} +$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\;(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\;(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\;(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\;(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} +$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) + \frac{C}{x+3}(x-3)$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3)+B+\frac{C}{x+3}(x-3).$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3)+B+\frac{C}{x+3}(x-3).$$

Подставим $x =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3)+B+\frac{C}{x+3}(x-3).$$

Подставим $x=3$:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} +$$
Применим метод сокращения.
Умножим на $(x-3)$:
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) + \frac{C}{x+3}(x-3)$$
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3) + B + \frac{C}{x+3}(x-3).$$

Подставим $x=3:\quad B =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3)+B+\frac{C}{x+3}(x-3).$$

Подставим $x=3:\quad B = \dfrac{4\cdot 3^2+22\cdot 3+18}{(3+2)(3+3)} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3)+B+\frac{C}{x+3}(x-3).$$

Подставим $x=3:\quad B = \dfrac{4\cdot 3^2+22\cdot 3+18}{(3+2)(3+3)} = 4.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3)+B+\frac{C}{x+3}(x-3).$$

Подставим $x=3$: $\quad B = \frac{4\cdot 3^2+22\cdot 3+18}{(3+2)(3+3)} = 4.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$
Применим метод сокращения.
Умножим на $(x+3)$:
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+C.$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$
Применим метод сокращения.
Умножим на $(x+3)$:
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+C.$$

Подставим $x =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+C.$$

Подставим $x=-3$:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$
Применим метод сокращения.
Умножим на $(x+3)$:
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+C.$$

Подставим $x=-3:\quad C=$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+C.$$

Подставим $x=-3$: $\quad C = \frac{4\cdot(-3)^2+22\cdot(-3)+18}{(-3+2)(-3-3)} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+C.$$

Подставим $x=-3:\quad C = \frac{4\cdot(-3)^2+22\cdot(-3)+18}{(-3+2)(-3-3)} = -2.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} + \frac{4}{x-3} + \frac{-2}{x+3}.$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + \frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + C.$$

Подставим $x=-3:\quad C = \frac{4\cdot(-3)^2+22\cdot(-3)+18}{(-3+2)(-3-3)} = -2.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \int \frac{2\,dx}{x+2} + \int \frac{4\,dx}{x-3} - \int \frac{2\,dx}{x+3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+\frac{-2}{x+3}.$$
Применим метод сокращения.
Умножим на $(x+3)$:
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + \frac{C}{x+3}(x+3)$$
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + C.$$
Подставим $x=-3:$ $\quad C = \dfrac{4\cdot(-3)^2+22\cdot(-3)+18}{(-3+2)(-3-3)} = -2.$

Задача 44. Вычислите интегралы: а) $\int \frac{3\,(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; г) $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; д) $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \int \frac{2\,dx}{x+2} + \int \frac{4\,dx}{x-3} - \int \frac{2\,dx}{x+3} =$

$= 2\ln|x+2| + 4\ln|x-3| - 2\ln|x+3| + C.$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} + \frac{4}{x-3} + \frac{-2}{x+3}.$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + \frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + C.$$

Подставим $x=-3$: $\quad C = \frac{4\cdot(-3)^2+22\cdot(-3)+18}{(-3+2)(-3-3)} = -2.$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1}+$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} +$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}+\frac{C}{(x+1)^3}$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}+\frac{C}{(x+1)^3}+\frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1}+$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}+\frac{C}{(x+1)^3}+\frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} + \int \frac{-2\,dx}{(x+1)^2} +$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1}+\int \frac{-2\,dx}{(x+1)^2}+\int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3}+$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}+\frac{C}{(x+1)^3}+\frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} + \int \frac{-2\,dx}{(x+1)^2} + \int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3} + \int \frac{-2\,dx}{x-1} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} + \int \frac{-2\,dx}{(x+1)^2} + \int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3} + \int \frac{-2\,dx}{x-1} =$

$= 3\ln|x+1| -$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} + \int \frac{-2\,dx}{(x+1)^2} + \int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3} + \int \frac{-2\,dx}{x-1} =$

$= 3\ln|x+1| - 2\ln|x-1| -$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} + \int \frac{-2\,dx}{(x+1)^2} + \int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3} + \int \frac{-2\,dx}{x-1} =$

$= 3\ln|x+1| - 2\ln|x-1| - \frac{2}{x+1} +$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1}+\int \frac{-2\,dx}{(x+1)^2}+\int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3}+\int \frac{-2\,dx}{x-1} =$

$$= 3\ln|x+1|-2\ln|x-1|-\frac{2}{x+1}+\frac{2}{(x+1)^2}+C.$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}+\frac{C}{(x+1)^3}+\frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$
Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5} + \int \frac{3\,dx}{x+1} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5} + \int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$$= \int \frac{(\qquad\qquad\qquad)\,dx}{x^2-2\,x+5} + \int \frac{3\,dx}{x+1} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$= \int \frac{(\quad(2x-2)+\qquad)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$$= \int \frac{(2(2x-2)+\qquad)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$$= \int \frac{(2(2x-2)+4+\quad)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5} + \int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$$= \int \frac{(2(2x-2)+4+1)\,dx}{x^2-2\,x+5} + \int \frac{3\,dx}{x+1} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$$= \int \frac{(2(2x-2)+4+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =2\ln\left(x^2-2x+5\right)+$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $$\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5} + \int \frac{3\,dx}{x+1} =$$
$$= \int \frac{(2(2x-2)+4+1)\,dx}{x^2-2\,x+5} + \int \frac{3\,dx}{x+1} = 2\ln\left(x^2-2x+5\right) + \frac{5}{2}\,\mathrm{arctg}\,\frac{2x-2}{4} +$$
Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$
Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$$= \int \frac{(2(2x-2)+4+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} = 2\ln\left(x^2-2x+5\right)+\frac{5}{2}\operatorname{arctg}\frac{2x-2}{4}+3\ln|x+1|+C.$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} =$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{\qquad}{x^2-2x+2} +$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{}{(x-1)^2}.$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{(x-1)^2}.$$

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)(x^2-4x-1)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx +$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} +$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx+\int \frac{2\,dx}{x-1}+\int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(\qquad\qquad)\,dx}{x^2-2x+2}+\int \frac{2\,dx}{x-1}-\int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\,\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x\qquad +1)\,dx}{x^2-2x+2} + \int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x-2\quad+1)\,dx}{x^2-2x+2} + \int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx+\int \frac{2\,dx}{x-1}+\int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x-2+2+1)\,dx}{x^2-2x+2}+\int \frac{2\,dx}{x-1}-\int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x-2+2+1)\,dx}{x^2-2x+2} + \int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

$$= \ln\left(x^2-2x+2\right) +$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx+\int \frac{2\,dx}{x-1}+\int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x-2+2+1)\,dx}{x^2-2x+2}+\int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

$$= \ln\left(x^2-2x+2\right) + 3\,\mathrm{arctg}\,\frac{2x-2}{2} +$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x-2+2+1)\,dx}{x^2-2x+2} + \int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

$$= \ln\left(x^2-2x+2\right) + 3\operatorname{arctg}\frac{2x-2}{2} + 2\ln|x-1| +$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Задача 44. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx+\int \frac{2\,dx}{x-1}+\int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x-2+2+1)\,dx}{x^2-2x+2}+\int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

$$= \ln\left(x^2-2x+2\right) +3\,\mathrm{arctg}\,\frac{2x-2}{2}+2\ln|x-1|+\tfrac{3}{x-1}+C.$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 32.**

Решение задачи 45.

Задача 45. **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;

Задача 45. **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;

Ответ.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\, dx =$

Задача 45. а) $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x \, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

Задача 45. **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;
Ответ.

а) $\int \ln x \, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

Задача 45. а) $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;
Ответ.

а) $\int \ln x \, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:
1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x \ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Задача 45. а) $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;
Ответ.

а) $\int \ln x \, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u \, dv = uv - \int v \, du$.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \ln x & \\ dv = & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. а) $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x \\ dv = dx \end{matrix} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\,dx = \left| \begin{matrix} u=\ln x & du= \\ dv=dx & \end{matrix} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. а) $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = dx & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 45. а) $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = dx & v = \end{matrix} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\, dv = uv - \int v\, du$.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x \ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| = x \ln x - \int$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\, dx = \begin{vmatrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = dx & v = x \end{vmatrix} = x \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot x\, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\,dx = \left|\begin{matrix} u=\ln x & du = dx/x \\ dv = dx & v = x\end{matrix}\right| = x\ln x - \int \frac{1}{x}\cdot x\,dx = x\ln x - x + C.$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x \ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x \ln x\,dx =$

Задача 45. **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;
Ответ.

б) $\int x \ln x \, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;
Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x \ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;
Ответ.

б) $\int x \ln x\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;
Ответ.

б) $\int x \ln x\, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:
1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;
Ответ.

б) $\int x \ln x\, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:
1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.
Интегрирование по частям: $\int u\, dv = uv - \int v\, du$.

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$;   б) $\int x\ln x\,dx$;   в) $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

б) $\int x \ln x\, dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln x \\ dv = \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln x \\ dv = x\,dx \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \ln x & du = \\ dv = x\,dx & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; б) $\int x\ln x\,dx$; в) $\int x\operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = x\,dx & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u=\ln x & du = dx/x \\ dv = x\,dx & v = \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \begin{vmatrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = x\,dx & v = x^2/2 \end{vmatrix} =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = x\,dx & v = x^2/2 \end{matrix} \right| = \dfrac{x^2}{2}\cdot \ln x - \displaystyle\int$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; б) $\int x\ln x\,dx$; в) $\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \left| \begin{matrix} u=\ln x & du = dx/x \\ dv = x\,dx & v = x^2/2 \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2}\cdot\ln x - \int \frac{1}{x}\cdot\frac{x^2}{2}dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = x\,dx & v = x^2/2 \end{matrix} \right| = \dfrac{x^2}{2}\cdot\ln x - \displaystyle\int \dfrac{1}{x}\cdot\dfrac{x^2}{2}dx = \dfrac{x^2\ln x}{2} - \dfrac{x^2}{4} + C.$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;
Ответ.

в) $\int x \operatorname{arctg} x\,dx =$

Задача 45. **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;
Ответ.

в) $\int x \operatorname{arctg} x \, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

Задача 45. а) $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;

Ответ.

в) $\int x \operatorname{arctg} x \, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

Задача 45. **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;

Ответ.

в) $\int x \operatorname{arctg} x \, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;
Ответ.

в) $\int x \operatorname{arctg} x\, dx =$

Типовой план вычисления интеграла:
1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x \ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

в) $\int x \operatorname{arctg} x\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx$;

Ответ.

в) $$\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ \\ dv = \end{array} \right| =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x \ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

в) $\int x \operatorname{arctg} x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \operatorname{arctg} x \\ \\ dv = \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 45. а) $\int \ln x\, dx$; б) $\int x \ln x\, dx$; в) $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

в) $\int x \operatorname{arctg} x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & \\ & \\ dv = x\, dx & \end{matrix} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 45. **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;

Ответ.

в) $\int x \operatorname{arctg} x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \operatorname{arctg} x & du = \\ & \\ dv = x\, dx & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u \, dv = uv - \int v \, du$.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

в) $$\int x \operatorname{arctg} x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\, dx & \end{matrix} \right| =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\, dv = uv - \int v\, du$.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x\operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

$$\text{в) } \int x\operatorname{arctg} x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\,dx & v = \end{matrix} \right| =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 45. а) $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

в) $\int x \operatorname{arctg} x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\, dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\, dv = uv - \int v\, du$.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x\operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

в) $\int x\operatorname{arctg} x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{array} \right| = \dfrac{x^2}{2}\cdot\operatorname{arctg} x -$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; б) $\int x\ln x\,dx$; в) $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

в) $\int x \operatorname{arctg} x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \dfrac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \dfrac{1}{2} \displaystyle\int \dfrac{x^2 dx}{1+x^2} =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

в) $$\int x \operatorname{arctg} x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2}\cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2 dx}{1+x^2} =$$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

в) $$\int x \operatorname{arctg} x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\, dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \frac{x^2 dx}{1+x^2} =$$

Типовой план вычисления интеграла:

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

в) $$\int x \operatorname{arctg} x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2\,dx}{1+x^2} =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx$;

Ответ.

в) $$\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx = \left|\begin{matrix} u = \mathrm{arctg}\,x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix}\right| = \frac{x^2}{2}\cdot\mathrm{arctg}\,x - \frac{1}{2}\int\frac{x^2dx}{1+x^2} =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx$;

Ответ.

в) $$\int x\,\mathrm{arctg}\,x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \mathrm{arctg}\,x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2}\cdot \mathrm{arctg}\,x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2dx}{1+x^2} =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Задача 45. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x\operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

в) $$\int x\operatorname{arctg} x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{array} \right| = \frac{x^2}{2}\cdot\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\int\frac{x^2dx}{1+x^2} =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 45. **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x \, dx$;

Ответ.

в) $$\int x \operatorname{arctg} x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \frac{x^2 dx}{1+x^2} =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; б) $\int x\ln x\,dx$; в) $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

в) $$\int x \operatorname{arctg} x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2}\cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2dx}{1+x^2} =$$

$$= \frac{x^2}{2}\cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\int \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right) dx =$$

Задача 45. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\,dx$;

Ответ.

в) $$\int x\operatorname{arctg} x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2}\cdot\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2dx}{1+x^2} =$$

$$= \frac{x^2}{2}\cdot\operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\int\left(1-\frac{1}{1+x^2}\right)dx = \frac{x^2}{2}\cdot\operatorname{arctg} x -$$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

в) $$\int x \operatorname{arctg} x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\, dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \frac{x^2 dx}{1+x^2} =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right) dx = \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} +$$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

в) $$\int x \operatorname{arctg} x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\, dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \frac{x^2 dx}{1+x^2} =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right) dx = \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{1+x^2} =$$

Задача 45. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$; **в)** $\int x \operatorname{arctg} x\, dx$;

Ответ.

в) $$\int x \operatorname{arctg} x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \operatorname{arctg} x & du = \dfrac{dx}{1+x^2} \\ dv = x\, dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \frac{x^2 dx}{1+x^2} =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \int \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right) dx = \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \int \frac{dx}{1+x^2} =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{x}{2} + \frac{\operatorname{arctg} x}{2} + C.$$

Решение задачи 46.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ.

Задача 46. Запишите рекомендуемую замену переменной в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}.$

а) $\sqrt{5-x^2}$;

$x=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x^2}$;

$x= \qquad \cdot\sin t$,

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x^2}$;

$x=\sqrt{5}\cdot\sin t$,

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}.$

а) $\sqrt{5-x^2}$;

$x=\sqrt{5}\cdot\sin t, \quad t=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x^2}$;

$x=\sqrt{5}\cdot\sin t,\quad t=\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{5}}$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x^2}$;

$x=\sqrt{5}\cdot\sin t$, $\quad t=\arcsin\dfrac{x}{\sqrt{5}}$.

$$dx=$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \frac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\frac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x^2}$;

$x=\sqrt{5}\cdot\sin t, \quad t=\arcsin\frac{x}{\sqrt{5}}$.

$dx=\sqrt{5}\cos t\,dt$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{x^2-7}$;

$x=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{x^2-7}$;

$$x=\frac{}{\cos t},$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{x^2-7}$;

$x=\dfrac{\sqrt{7}}{\cos t}$,

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}.$

б) $\sqrt{x^2-7}$;

$x = \dfrac{\sqrt{7}}{\cos t}, \quad t =$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{x^2-7}$;

$x=\dfrac{\sqrt{7}}{\cos t}$, $\quad t=\arccos\dfrac{\sqrt{7}}{x}$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{x^2-7}$;

$x=\dfrac{\sqrt{7}}{\cos t}, \quad t=\arccos\dfrac{\sqrt{7}}{x}$.

$dx=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{x^2-7}$;

$x=\dfrac{\sqrt{7}}{\cos t}$, $\quad t=\arccos\dfrac{\sqrt{7}}{x}$.

$dx=\dfrac{\sqrt{5}\sin t}{\cos^2 t}\,dt$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}.$

в) $\sqrt{x^2+9}$;

$x=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

в) $\sqrt{x^2+9}$;

$x = \quad \cdot \operatorname{tg} t,$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

в) $\sqrt{x^2+9}$;

$x=3\cdot\operatorname{tg} t$,

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}.$

в) $\sqrt{x^2+9}$;

$x=3\cdot\operatorname{tg} t,\quad t=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

в) $\sqrt{x^2+9}$;

$x=3\cdot\operatorname{tg}t,\quad t=\operatorname{arctg}\dfrac{x}{3}$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

в) $\sqrt{x^2+9}$;

$x=3\cdot\operatorname{tg} t$, $\quad t=\operatorname{arctg}\dfrac{x}{3}$.

$dx=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

в) $\sqrt{x^2+9}$;

$x=3\cdot\operatorname{tg} t,\quad t=\operatorname{arctg}\dfrac{x}{3}$.

$dx=\dfrac{3}{\cos^2 t}\,dt$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}.$

г) $\sqrt{11+2x^2}$;

$x=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{11+2x^2}$;

$x = \qquad \cdot \operatorname{tg} t,$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{11+2x^2}$;

$x=\dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}}\cdot\operatorname{tg} t$,

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}.$

г) $\sqrt{11+2x^2}$;

$$x=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}}\cdot\operatorname{tg} t,\quad t=$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{11+2x^2}$;

$x=\dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}}\cdot\operatorname{tg} t, \quad t=\operatorname{arctg}\dfrac{x\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{11+2x^2}$;

$$x=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}}\cdot\operatorname{tg} t, \quad t=\operatorname{arctg}\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{11}}.$$

$$dx=$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{11+2x^2}$;

$$x=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}}\cdot\operatorname{tg} t,\quad t=\operatorname{arctg}\frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{11}}.$$

$$dx=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{2}\cos^2 t}\,dt.$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

д) $\sqrt{5-(x-4)^2}$;

$x-4=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}.$

д) $\sqrt{5-(x-4)^2}$;

$x-4= \qquad \cdot\sin t,$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

д) $\sqrt{5-(x-4)^2}$;

$x-4=\sqrt{5}\cdot\sin t$,

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}.$

д) $\sqrt{5-(x-4)^2}$;

$x-4=\sqrt{5}\cdot\sin t,\quad t=$

Задача 46. Запишите рекомендуемую замену переменной в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

д) $\sqrt{5-(x-4)^2}$;

$x-4=\sqrt{5}\cdot\sin t$, $\quad t=\arcsin\dfrac{x-4}{\sqrt{5}}$.

Задача 46. Запишите рекомендуемую замену переменной в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

д) $\sqrt{5-(x-4)^2}$;

$x-4=\sqrt{5}\cdot\sin t, \quad t=\arcsin\dfrac{x-4}{\sqrt{5}}$.

$dx=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

д) $\sqrt{5-(x-4)^2}$;

$x-4=\sqrt{5}\cdot\sin t, \quad t=\arcsin\dfrac{x-4}{\sqrt{5}}$.

$dx=\sqrt{5}\cos t\,dt$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{(x-3)^2+16}$;

$x-3=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{(x-3)^2+16}$;

$x-3=\quad\cdot\operatorname{tg} t$,

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{(x-3)^2+16}$;

$x-3=4\cdot\operatorname{tg} t$,

Задача 46. Запишите рекомендуемую замену переменной в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{(x-3)^2+16}$;

$x-3=4\cdot\operatorname{tg} t, \quad t=$

Задача 46. Запишите рекомендуемую замену переменной в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{(x-3)^2+16}$;

$x-3=4\cdot\operatorname{tg} t$, $\quad t=\operatorname{arctg}\dfrac{x-3}{4}$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{(x-3)^2+16}$;

$x-3=4\cdot\operatorname{tg} t,\quad t=\operatorname{arctg}\dfrac{x-3}{4}$.

$dx=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{(x-3)^2+16}$;

$x-3=4\cdot\operatorname{tg} t$, $\quad t=\operatorname{arctg}\dfrac{x-3}{4}$.

$dx=\dfrac{4}{\cos^2 t}\,dt$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt{(x-1)^2-15}$;

$x-1=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt{(x-1)^2-15}$;

$$x-1=\frac{}{\cos t},$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt{(x-1)^2-15}$;

$x-1=\dfrac{\sqrt{15}}{\cos t}$,

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt{(x-1)^2-15}$;

$$x-1 = \frac{\sqrt{15}}{\cos t}, \quad t =$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt{(x-1)^2-15}$;

$x-1=\dfrac{\sqrt{15}}{\cos t}, \quad t=\arccos\dfrac{\sqrt{15}}{x-1}$.

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt{(x-1)^2-15}$;

$x-1=\dfrac{\sqrt{15}}{\cos t}, \quad t=\arccos\dfrac{\sqrt{15}}{x-1}$.

$dx=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \frac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\frac{1}{\cos^2 p}.$

ж) $\sqrt{(x-1)^2-15}$;

$x-1=\frac{\sqrt{15}}{\cos t}, \quad t=\arccos\frac{\sqrt{15}}{x-1}.$

$dx=\frac{\sqrt{15}\sin t}{\cos^2 t}\,dt.$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}.$

и) $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

$x-4=$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}.$

и) $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

$$x-4=\frac{\qquad}{\cos t},$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

и) $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

$$x-4=\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{5}\cos t},$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

и) $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

$$x-4=\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{5}\cos t},\quad t=$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

и) $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

$$x-4=\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{5}\cos t},\quad t=\arccos\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{5}(x-4)}.$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

и) $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

$$x-4=\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{5}\cos t},\quad t=\arccos\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{5}(x-4)}.$$

$$dx=$$

Задача 46. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x^2}$; **б)** $\sqrt{x^2-7}$; **в)** $\sqrt{x^2+9}$; **г)** $\sqrt{11+2x^2}$; **д)** $\sqrt{5-(x-4)^2}$; **е)** $\sqrt{(x-3)^2+16}$; **ж)** $\sqrt{(x-1)^2-15}$; **и)** $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

и) $\sqrt{5(x-4)^2-19}$.

$$x-4 = \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{5}\cos t},\quad t = \arccos\frac{\sqrt{19}}{\sqrt{5}(x-4)}.$$

$$dx = \frac{\sqrt{19}\sin t}{\sqrt{5}\cos^2 t}\,dt.$$

Решение задачи 47.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x}$;
$t =$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x}$;
$t=\sqrt{5-x}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x}$;
$t=\sqrt{5-x}$; $x=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x}$;
$t=\sqrt{5-x}$; $x=5-t^2$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x}$;
$t=\sqrt{5-x}$; $x=5-t^2$.
$dx=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

а) $\sqrt{5-x}$;
$t=\sqrt{5-x}$; $x = 5 - t^2$.
$dx = -2t\,dt$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}.$

б) $\sqrt{(2x-7)^5}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1 + \operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{(2x-7)^5}$;

$t =$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{(2x-7)^5}$;

$t = \sqrt{2x-7}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{(2x-7)^5}$;

$t=\sqrt{2x-7}$; $\quad x=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p, \quad 1 + \operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{(2x-7)^5}$;

$$t = \sqrt{2x-7}; \quad x = \frac{t^2+7}{2}.$$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{(2x-7)^5}$;

$t=\sqrt{2x-7}$; $\quad x=\dfrac{t^2+7}{2}$.

$dx=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

б) $\sqrt{(2x-7)^5}$;

$t=\sqrt{2x-7}$; $\quad x=\dfrac{t^2+7}{2}$.

$dx=t\,dt$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}.$

в) $\sqrt{x^2-25}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

в) $\sqrt{x^2-25}$;

$x=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

в) $\sqrt{x^2-25}$;

$x=\dfrac{}{\cos t}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

в) $\sqrt{x^2-25}$;

$x=\dfrac{5}{\cos t}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

в) $\sqrt{x^2-25}$;

$x=\dfrac{5}{\cos t}$; $t=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

в) $\sqrt{x^2-25}$;

$x=\dfrac{5}{\cos t}$; $t=\arccos\left(\dfrac{5}{x}\right)$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p, \quad 1 + \operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}.$

в) $\sqrt{x^2-25}$;

$$x = \frac{5}{\cos t}; \quad t = \arccos\left(\frac{5}{x}\right).$$

$$dx =$$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

в) $\sqrt{x^2-25}$;

$x=\dfrac{5}{\cos t}$; $t=\arccos\left(\dfrac{5}{x}\right)$.

$dx=\dfrac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{x^2+16}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1 + \operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{x^2+16}$;

$x =$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}.$

г) $\sqrt{x^2+16}$;

$x = \quad \cdot \operatorname{tg} t$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{x^2+16}$;

$x=4\cdot\operatorname{tg} t$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{x^2+16}$;

$x=4\cdot\operatorname{tg} t$; $t=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{x^2+16}$;

$x = 4\cdot \operatorname{tg} t$; $\quad t = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x}{4}\right)$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{x^2+16}$;

$x = 4 \cdot \operatorname{tg} t$; $\quad t = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x}{4}\right)$.

$dx =$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

г) $\sqrt{x^2+16}$;

$x=4\cdot\operatorname{tg} t$; $t=\operatorname{arctg}\left(\dfrac{x}{4}\right)$.

$dx=\dfrac{4\,dt}{\cos^2 t}$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

д) $\sqrt[3]{2x+7}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

д) $\sqrt[3]{2x+7}$;

$t =$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

д) $\sqrt[3]{2x+7}$;

$t=\sqrt[3]{2x+7}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

д) $\sqrt[3]{2x+7}$;

$t=\sqrt[3]{2x+7}$; $x=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p, \quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p, \quad 1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}.$

д) $\sqrt[3]{2x+7}$;

$t = \sqrt[3]{2x+7}; \quad x = \dfrac{t^3-7}{2}.$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

д) $\sqrt[3]{2x+7}$;

$t = \sqrt[3]{2x+7}$; $\quad x = \dfrac{t^3-7}{2}$.

$dx =$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

д) $\sqrt[3]{2x+7}$;

$t = \sqrt[3]{2x+7}$; $\quad x = \dfrac{t^3-7}{2}$.

$dx = \dfrac{3}{2}t^2\,dt$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\quad \dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $\quad 1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{x^2+6x}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{x^2+6x}$;

$x^2+6x=(x+\quad)^2+$

Выделим полный квадрат...

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{x^2+6x}$;

$x^2+6x=(x+3)^2+$

Выделим полный квадрат...

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{x^2+6x}$;

$x^2+6x=(x+3)^2+(-9)$.

Выделим полный квадрат...

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{x^2+6x}$;
$x^2+6x=(x+3)^2+(-9)$.

$x+3=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{x^2+6x}$;
$x^2+6x = (x+3)^2 + (-9)$.

$x+3 = \dfrac{}{\cos t}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{x^2+6x}$;
$x^2+6x = (x+3)^2 + (-9)$.
$x+3 = \dfrac{3}{\cos t}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{x^2+6x}$;

$x^2+6x=(x+3)^2+(-9)$.

$x+3=\dfrac{3}{\cos t}$; $\quad t=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{x^2+6x}$;

$x^2+6x = (x+3)^2 + (-9)$.

$x+3 = \dfrac{3}{\cos t}$; $t = \arccos\left(\dfrac{3}{x+3}\right)$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{x^2+6x}$;

$x^2+6x = (x+3)^2 + (-9)$.

$x+3 = \dfrac{3}{\cos t}$; $\quad t = \arccos\left(\dfrac{3}{x+3}\right)$.

$dx =$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

е) $\sqrt{x^2+6x}$;

$x^2+6x = (x+3)^2 + (-9)$.

$x+3 = \dfrac{3}{\cos t}$; $t = \arccos\left(\dfrac{3}{x+3}\right)$.

$dx = \dfrac{3\sin t\, dt}{\cos^2 t}$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

$8x-x^2=$

Выделим полный квадрат...

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1 + \operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;
$8x - x^2 = -(x^2-8x) =$
Выделим полный квадрат...

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p,\quad \dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p,\quad 1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

$8x-x^2=-(x^2-8x)=-(x-\quad)^2+$

Выделим полный квадрат...

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

$8x-x^2=-(x^2-8x)=-(x-4)^2+$

Выделим полный квадрат...

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

$8x-x^2=-(x^2-8x)=-(x-4)^2+16.$

Выделим полный квадрат...

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

$8x-x^2=-(x^2-8x)=-(x-4)^2+16.$

$x-4=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

$8x-x^2=-(x^2-8x)=-(x-4)^2+16.$

$x-4=\quad\cdot\sin t;$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1 + \operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;
$8x - x^2 = -(x^2-8x) = -(x-4)^2 + 16.$

$x - 4 = 4 \cdot \sin t$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

$8x-x^2=-(x^2-8x)=-(x-4)^2+16.$

$x-4=4\cdot\sin t;\quad t=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

$8x-x^2=-(x^2-8x)=-(x-4)^2+16.$

$x-4=4\cdot\sin t;\quad t=\arcsin\left(\dfrac{x-4}{4}\right).$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

$8x - x^2 = -(x^2-8x) = -(x-4)^2 + 16.$

$x-4 = 4\cdot \sin t$; $t = \arcsin\left(\dfrac{x-4}{4}\right)$.

$dx =$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

$8x-x^2=-(x^2-8x)=-(x-4)^2+16.$

$x-4=4\cdot\sin t$; $t=\arcsin\left(\dfrac{x-4}{4}\right)$.

$dx=4\cos t\ldots$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\mathrm{tg}^2\, p$, $1+\mathrm{tg}^2\, p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ё) $\sqrt{8x-x^2}$;

$8x-x^2=-(x^2-8x)=-(x-4)^2+16.$

$x-4=4\cdot\sin t;\quad t=\arcsin\left(\dfrac{x-4}{4}\right).$

$dx=4\cos t\,dt.$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$;

$t =$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$;

$t=\sqrt[12]{6-5x}$;

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p=\cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p}-1=\operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p=\dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$;

$t=\sqrt[12]{6-5x}$; $x=$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$;

$t = \sqrt[12]{6-5x}$; $x = \dfrac{6-t^{12}}{5}$.

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$;

$t = \sqrt[12]{6-5x}$; $x = \dfrac{6-t^{12}}{5}$.

$dx =$

Задача 47. Запишите **рекомендуемую замену переменной** в случае, когда подынтегральная функция включает в себя выражение: **а)** $\sqrt{5-x}$; **б)** $\sqrt{(2x-7)^5}$; **в)** $\sqrt{x^2-25}$; **г)** $\sqrt{x^2+16}$; **д)** $\sqrt[3]{2x+7}$; **е)** $\sqrt{x^2+6x}$; **ё)** $\sqrt{8x-x^2}$; **ж)** $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$.

Ответ. $1-\sin^2 p = \cos^2 p$, $\dfrac{1}{\cos^2 p} - 1 = \operatorname{tg}^2 p$, $1+\operatorname{tg}^2 p = \dfrac{1}{\cos^2 p}$.

ж) $\sqrt[4]{6-5x}$, $\sqrt[6]{(6-5x)^5}$;

$t = \sqrt[12]{6-5x}$; $x = \dfrac{6-t^{12}}{5}$.

$dx = \dfrac{-12t^{11}}{5}dt.$

Решение задачи 48.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx =$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{matrix} p = & & x = \\ dx = & & \end{matrix} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\displaystyle\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x= \\ dx= & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:
1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.
Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx= & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x-2} & \quad x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int \sin p\cdot$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или замену переменной.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p\cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x-2} & \quad x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p\cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x-2} & \quad x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int \sin p\cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x-2} & \quad x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int \sin p\cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & \quad x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u= & du= \\ dv= & v= \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du= \\ dv= & v= \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left|\begin{matrix} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix}\right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$$= \left|\begin{matrix} u=p & du= \\ dv=\sin p\,dp & v= \end{matrix}\right| =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left|\begin{matrix} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix}\right| = \int \sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left|\begin{matrix} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v= \end{matrix}\right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int \sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{matrix} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{matrix} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p\cos p - 2\int(-\cos p)\,dp =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p\cos p - 2\int(-\cos p)\,dp = -2p\cos p + 2\sin p \ldots$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p\cos p - 2\int(-\cos p)\,dp = -2p\cos p + 2\sin p + C =$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p\cos p - 2\int(-\cos p)\,dp = -2p\cos p + 2\sin p + C =$$

$$= 2\left(\sin\sqrt{x-2} - \sqrt{x-2}\cos\sqrt{x-2}\right) + C.$$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx =$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:
1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.
Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p = & x = \\ dx = & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x= \\ dx= & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx= & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p \cdot$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\displaystyle\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x+3} & \quad x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left|\begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array}\right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int p\sin p \cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{matrix} u= & du= \\ dv= & v= \end{matrix} \right| =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$;   б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$;   в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left|\begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array}\right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$$= \left|\begin{array}{ll} u=p^2 & du= \\ dv= & v= \end{array}\right| =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du= \\ dv=\sin p\,dp & v= \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v= \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{matrix} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{matrix} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{matrix} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{matrix} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left|\begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array}\right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$$= \left|\begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array}\right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left|\begin{array}{ll} u= & du= \\ dv= & v= \end{array}\right| =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left|\begin{matrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix}\right| = \int p\sin p \cdot 2p\,dp =$

$= \left|\begin{matrix} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{matrix}\right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left|\begin{matrix} u=p & du= \\ dv= & v= \end{matrix}\right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p \cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du= \\ dv=\cos p\,dp & v= \end{array} \right| =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{matrix} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{matrix} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{matrix} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v= \end{matrix} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \begin{vmatrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{vmatrix} = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \begin{vmatrix} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{vmatrix} = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \begin{vmatrix} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{vmatrix} =$

$= -2p^2\cos p + 4\left(p\sin p - \int(\sin p)\,dp\right) =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{array} \right| =$

$= -2p^2\cos p + 4\left(p\sin p - \int(\sin p)\,dp\right) = -2p^2\cos p + 4p\sin p + 4\cos p\ldots$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left|\begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array}\right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left|\begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array}\right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left|\begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{array}\right| =$

$= -2p^2\cos p + 4\left(p\sin p - \int(\sin p)\,dp\right) = -2p^2\cos p + 4p\sin p + 4\cos p + C =$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{array} \right| =$

$= -2p^2\cos p + 4\left(p\sin p - \int(\sin p)\,dp\right) = -2p^2\cos p + 4p\sin p + 4\cos p + C =$

$= -2(x+3)\cos\sqrt{x+3} + 4\sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3} + 4\cos\sqrt{x+3} + C =$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{array} \right| =$

$= -2p^2\cos p + 4\left(p\sin p - \int(\sin p)\,dp\right) = -2p^2\cos p + 4p\sin p + 4\cos p + C =$

$= -2(x+3)\cos\sqrt{x+3} + 4\sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3} + 4\cos\sqrt{x+3} + C =$

$= 4\sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3} - (2x+2)\cos\sqrt{x+3} + C.$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx =$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left|\begin{array}{ll} x = & p = \\ dx = & \end{array}\right| =$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & p = \\ dx = & \end{array} \right| =$

Типовой план вычисления интеграла:
1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;
2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;
3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.
Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & p = \arcsin\frac{3}{5}x \\ dx = & \end{array} \right| =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & p = \arcsin\frac{3}{5}x \\ dx = \frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & p = \arcsin\frac{3}{5}x \\ dx = \frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}.$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & \quad p = \arcsin\frac{3}{5}x \\ dx = \frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

Типовой план вычисления интеграла:

1) попробовать упростить вычисление **занесением под знак дифференциала**;

2) выяснить, не является ли **подынтегральная функция дробно-рациональной**;

3) провести **интегрирование по частям** или **замену переменной**.

Интегрирование по частям: $\int u\,dv = uv - \int v\,du$.

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp =$$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp =$$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & p = \arcsin\frac{3}{5}x \\ dx = \frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp =$$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **в)** $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$
$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p -$$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p\ldots$$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p + C =$$

Задача 48. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **в)** $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & p = \arcsin\frac{3}{5}x \\ dx = \frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p + C =$$

$$= -3\frac{\cos p}{\sin p} - 3p + C =$$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p + C =$$

$$= -3\frac{\cos p}{\sin p} - 3p + C = -3\frac{\sqrt{1-\sin^2 p}}{\sin p} - 3p + C =$$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{matrix} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p + C =$$

$$= -3\frac{\cos p}{\sin p} - 3p + C = -3\frac{\sqrt{1-\sin^2 p}}{\sin p} - 3p + C = -3\frac{\sqrt{1-\frac{9}{25}x^2}}{\frac{3}{5}x} - 3\arcsin\frac{3}{5}x + C =$$

Задача 48. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p + C =$$

$$= -3\frac{\cos p}{\sin p} - 3p + C = -3\frac{\sqrt{1-\sin^2 p}}{\sin p} - 3p + C = -3\frac{\sqrt{1-\frac{9}{25}x^2}}{\frac{3}{5}x} - 3\arcsin\frac{3}{5}x + C =$$

$$= -\frac{\sqrt{25-9x^2}}{x} - 3\arcsin\frac{3x}{5} + C.$$

Решение задачи 49.

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$;

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$;

Ответ.

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$;

Ответ. **а)** $\displaystyle\int x \arcsin x \, dx =$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$;

Ответ. **а)** $\displaystyle\int x \arcsin x \, dx =$

Применим **интегрирование по частям**:

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. а) $\displaystyle\int x \arcsin x \, dx =$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u\, dv = uv - \int v\, du$.

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$;

Ответ. **а)** $$\int x \arcsin x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ \\ dv = \end{array} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u \, dv = uv - \int v \, du$.

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. а) $$\int x \arcsin x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = \arcsin x \\ \\ dv = \end{array} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$;

Ответ. а) $$\int x \arcsin x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = \arcsin x \\ \\ dv = x \, dx \end{array} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u \, dv = uv - \int v \, du$.

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1 - x^2} \, dx$;

Ответ. а) $$\int x \arcsin x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \arcsin x & du = \\ & \\ dv = x \, dx & \end{array} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u \, dv = uv - \int v \, du.$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. **а)** $$\int x \arcsin x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\, dx & \end{matrix} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. **а)** $$\int x \arcsin x \, dx = \begin{vmatrix} u = \arcsin x & du = \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\, dx & v = \end{vmatrix} =$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. а) $$\int x \arcsin x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. а) $$\int x \arcsin x \, dx = \begin{vmatrix} u = \arcsin x & du = \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{vmatrix} = \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x -$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x\, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. а) $$\int x \arcsin x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\, dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x - \int \frac{x^2\, dx}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u\, dv = uv - \int v\, du$.

Задача 49. **а)** $\int x\arcsin x\,dx$; **б)** $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$;

Ответ. а) $$\int x\arcsin x\,dx = \left|\begin{array}{ll} u=\arcsin x & du=\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\,dx & v=\dfrac{x^2}{2}\end{array}\right| = \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \int\frac{x^2\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \left|\begin{array}{l} x= \\ dx= \end{array}\right| =$$

Задача 49. **а)** $\int x\arcsin x\,dx$; **б)** $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $$\int x\arcsin x\,dx=\left|\begin{matrix} u=\arcsin x & du=\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv=x\,dx & v=\dfrac{x^2}{2}\end{matrix}\right|=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\int\frac{x^2\,dx}{2\sqrt{1-x^2}}=$$

$$=\left|\begin{matrix} x=\sin t \\ dx= \end{matrix}\right|=$$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. а) $$\int x \arcsin x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\, dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x - \int \frac{x^2\, dx}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \left| \begin{matrix} x = \sin t \\ dx = \cos t\, dt \end{matrix} \right| =$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. а) $$\int x \arcsin x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\, dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x - \int \frac{x^2\, dx}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \left| \begin{matrix} x = \sin t & t \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right] \\ dx = \cos t\, dt & \end{matrix} \right| =$$

Задача 49. **а)** $\int x\arcsin x\,dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;

Ответ. а) $$\int x\arcsin x\,dx = \left| \begin{matrix} u=\arcsin x & du=\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\,dx & v=\dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \int \frac{x^2\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \left| \begin{matrix} x=\sin t & t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right] \\ dx=\cos t\,dt & t= \end{matrix} \right| =$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. а) $$\int x \arcsin x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\, dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x - \int \frac{x^2\, dx}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \left| \begin{matrix} x = \sin t & t \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right] \\ dx = \cos t\, dt & t = \arcsin x \end{matrix} \right| =$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. а) $$\int x \arcsin x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\, dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x - \int \frac{x^2\, dx}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \left| \begin{matrix} x = \sin t & t \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right] \\ dx = \cos t\, dt & t = \arcsin x \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x -$$

Задача 49. а) $\int x\arcsin x\,dx$; б) $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$;

Ответ. а) $$\int x\arcsin x\,dx=\left|\begin{matrix} u=\arcsin x & du=\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}}\\ dv=x\,dx & v=\dfrac{x^2}{2}\end{matrix}\right|=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\int\frac{x^2\,dx}{2\sqrt{1-x^2}}=$$

$$=\left|\begin{matrix} x=\sin t & t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\\ dx=\cos t\,dt & t=\arcsin x\end{matrix}\right|=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\int\frac{\sin^2 t\cos t\,dt}{2\cos t}=$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x\, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. а) $$\int x\arcsin x\,dx = \left|\begin{matrix} u = \arcsin x & du = \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2}\end{matrix}\right| = \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \int \frac{x^2\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \left|\begin{matrix} x = \sin t & t \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right] \\ dx = \cos t\,dt & t = \arcsin x\end{matrix}\right| = \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \int \frac{\sin^2 t\cos t\,dt}{2\cos t} =$$

$$= \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \int \frac{\sin^2 t\,dt}{2} =$$

Задача 49. а) $\int x\arcsin x\,dx$; б) $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$;

Ответ. а) $$\int x\arcsin x\,dx=\begin{vmatrix} u=\arcsin x & du=\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv=x\,dx & v=\dfrac{x^2}{2}\end{vmatrix}=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\int\frac{x^2\,dx}{2\sqrt{1-x^2}}=$$

$$=\begin{vmatrix} x=\sin t & t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right] \\ dx=\cos t\,dt & t=\arcsin x\end{vmatrix}=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\int\frac{\sin^2 t\cos t\,dt}{2\cos t}=$$

$$=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\int\frac{\sin^2 t\,dt}{2}=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\int\frac{(1-\cos 2t)\,dt}{4}=$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. а) $$\int x \arcsin x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = \dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\,dx & v = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x - \int \frac{x^2\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \left| \begin{matrix} x = \sin t & t \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right] \\ dx = \cos t\,dt & t = \arcsin x \end{matrix} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x - \int \frac{\sin^2 t \cos t\,dt}{2\cos t} =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x - \int \frac{\sin^2 t\,dt}{2} = \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x - \int \frac{(1-\cos 2t)\ dt}{4} =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot \arcsin x - \frac{t}{4} + \frac{\sin 2t}{8} + C =$$

Задача 49. а) $\int x\arcsin x\,dx$; б) $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$;

Ответ. а) $$\int x\arcsin x\,dx=\left|\begin{matrix} u=\arcsin x & du=\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}}\\ dv=x\,dx & v=\dfrac{x^2}{2}\end{matrix}\right|=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\int\frac{x^2\,dx}{2\sqrt{1-x^2}}=$$

$$=\left|\begin{matrix} x=\sin t & t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]\\ dx=\cos t\,dt & t=\arcsin x\end{matrix}\right|=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\int\frac{\sin^2 t\cos t\,dt}{2\cos t}=$$

$$=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\int\frac{\sin^2 t\,dt}{2}=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\int\frac{(1-\cos 2t)\;dt}{4}=$$

$$=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\frac{t}{4}+\frac{\sin 2t}{8}+C=\frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x-\frac{\arcsin x}{4}+\frac{\sin t\cos t}{4}+C=$$

Задача 49. а) $\int x\arcsin x\,dx$; б) $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\displaystyle\int x\arcsin x\,dx = \left|\begin{matrix} u=\arcsin x & du=\dfrac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = x\,dx & v=\dfrac{x^2}{2}\end{matrix}\right| = \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \int\frac{x^2\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} =$

$$= \left|\begin{matrix} x=\sin t & t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right] \\ dx=\cos t\,dt & t=\arcsin x\end{matrix}\right| = \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \int\frac{\sin^2 t\cos t\,dt}{2\cos t} =$$

$$= \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \int\frac{\sin^2 t\,dt}{2} = \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \int\frac{(1-\cos 2t)\ dt}{4} =$$

$$= \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \frac{t}{4} + \frac{\sin 2t}{8} + C = \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \frac{\arcsin x}{4} + \frac{\sin t\cos t}{4} + C =$$

$$= \frac{x^2}{2}\cdot\arcsin x - \frac{\arcsin x}{4} + \frac{x\sqrt{1-x^2}}{4} + C.$$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. б) $\displaystyle\int \sqrt{1-x^2}\, dx =$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$;

Ответ. б) $$\int \sqrt{1-x^2} \, dx =$$

Применим **замену переменной**:

Задача 49. а) $\int x \arcsin x\, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. б) $\displaystyle\int \sqrt{1-x^2}\, dx =$

Применим **замену переменной**: $\int f(x)\, dx = \int f(g(t))\, g'(t)\, dt$.

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. **б)** $\displaystyle\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{l} \quad x = \\ dx = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$

Применим **замену переменной**: $\int f(x)\, dx = \int f(g(t))\, g'(t)\, dt.$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. **б)** $\displaystyle\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{l} \quad x = \sin t \\ dx = \end{array} \right| =$

Применим **замену переменной**: $\int f(x)\, dx = \int f(g(t))\, g'(t)\, dt$.

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$;

Ответ. б) $\displaystyle\int \sqrt{1-x^2} \, dx = \left| \begin{array}{l} x = \sin t \\ dx = \cos t \, dt \end{array} \right| =$

Применим **замену переменной**: $\int f(x) \, dx = \int f(g(t)) \, g'(t) \, dt$.

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. б) $\displaystyle\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{ll} x = \sin t & \\ dx = \cos t\, dt & t = \end{array} \right| =$

Применим **замену переменной**: $\int f(x)\, dx = \int f(g(t))\, g'(t)\, dt.$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$;   **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. **б)** $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{ll} x = \sin t & t \in \\ dx = \cos t \, dt & t = \end{array} \right| =$$

Применим **замену переменной**: $\int f(x)\, dx = \int f(g(t))\, g'(t)\, dt.$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. **б)** $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} x = \sin t & t \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right] \\ dx = \cos t \, dt & t = \end{matrix} \right| =$$

Применим **замену переменной**: $\int f(x)\, dx = \int f(g(t))\, g'(t)\, dt$.

Задача 49. а) $\int x \arcsin x\, dx$;   **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. **б)** $\displaystyle\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{cc} x = \sin t & t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = \cos t\, dt & t = \arcsin x \end{array} \right| =$

Применим **замену переменной**: $\int f(x)\, dx = \int f(g(t))\, g'(t)\, dt$.

Задача 49. а) $\int x\arcsin x\,dx$; **б)** $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$;

Ответ. **б)** $$\int\sqrt{1-x^2}\,dx=\left|\begin{matrix} x=\sin t & t\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right] \\ dx=\cos t\,dt & t=\arcsin x\end{matrix}\right|=\int\cos t\cdot\cos t\,dt=$$

Применим **замену переменной**: $\int f(x)\,dx=\int f(g(t))\,g'(t)\,dt$.

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. **б)** $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} x = \sin t & t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = \cos t \, dt & t = \arcsin x \end{matrix} \right| = \int \cos t \cdot \cos t \, dt =$$

$$= \int \frac{1+\cos 2t}{2}\, dt =$$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$;   **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. **б)** $\displaystyle \int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} x = \sin t & t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = \cos t\, dt & t = \arcsin x \end{matrix} \right| = \int \cos t \cdot \cos t \, dt =$

$$= \int \frac{1 + \cos 2t}{2}\, dt = \frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{4} + C =$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. б) $\displaystyle\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{cc} x = \sin t & t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ dx = \cos t\, dt & t = \arcsin x \end{array} \right| = \int \cos t \cdot \cos t \, dt =$

$$= \int \frac{1+\cos 2t}{2}\, dt = \frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{4} + C = \frac{t}{2} + \frac{2\sin t \cdot \cos t}{4} + C =$$

Задача 49. а) $\int x\arcsin x\,dx$; б) $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$;

Ответ. б) $$\int\sqrt{1-x^2}\,dx=\left|\begin{matrix} x=\sin t & t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \\ dx=\cos t\,dt & t=\arcsin x\end{matrix}\right|=\int\cos t\cdot\cos t\,dt=$$

$$=\int\frac{1+\cos 2t}{2}\,dt=\frac{t}{2}+\frac{\sin 2t}{4}+C=\frac{t}{2}+\frac{2\sin t\cdot\cos t}{4}+C=\frac{\arcsin x}{2}+\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2}+C.$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx =$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x\, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx =$$

Применим **интегрирование по частям**:

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2} \, dx =$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u \, dv = uv - \int v \, du.$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ \\ \quad dv = \end{array} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:

$\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x\, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{l} u = \sqrt{1-x^2} \\ \\ \quad dv = \end{array} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:

$\int u\, dv = uv - \int v\, du$.

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} \\ dv = dx \end{matrix} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:

$\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

$$\text{б)} \quad \int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \\ dv = dx & \end{array} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:

$\int u \, dv = uv - \int v \, du.$

Задача 49. а) $\int x\arcsin x\,dx$; б) $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int\sqrt{1-x^2}\,dx = \left|\begin{matrix} u=\sqrt{1-x^2} & du=-\dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv=dx & \end{matrix}\right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u\,dv = uv - \int v\,du.$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

$$\text{б)} \quad \int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = -\dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = \end{matrix} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:
$\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x\, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = -\dfrac{x\, dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

Применим **интегрирование по частям**:

$\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

$$\text{б)} \quad \int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = -\dfrac{x\, dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| = x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2\, dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Применим **интегрирование по частям**:

$\int u\, dv = uv - \int v\, du.$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

$$б)\ \int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = -\dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| = x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2 - 1 + 1\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Задача 49. а) $\int x\arcsin x\,dx$; **б)** $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int\sqrt{1-x^2}\,dx=\left|\begin{array}{ll} u=\sqrt{1-x^2} & du=-\dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv=dx & v=x\end{array}\right|=x\sqrt{1-x^2}+\int\frac{x^2\,dx}{\sqrt{1-x^2}}=$$

$$=x\sqrt{1-x^2}+\int\frac{x^2-1+1\,dx}{\sqrt{1-x^2}}=x\sqrt{1-x^2}-$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

$$\text{б)} \int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = -\dfrac{x\, dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| = x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2\, dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2 - 1 + 1\, dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2} dx$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = -\dfrac{x\, dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| = x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2\, dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2 - 1 + 1\, dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2} dx + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Задача 49. **а)** $\int x \arcsin x \, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = -\dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| = x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2 - 1 + 1\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2} dx + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2} dx + \arcsin x + C.$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x\, dx$; б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = -\dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| = x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2\, dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2 - 1 + 1\, dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2} dx + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2} dx + \arcsin x + C.$$

Задача 49. а) $\int x \arcsin x\, dx$; **б)** $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = -\dfrac{x\, dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| = x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2\, dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2 - 1 + 1\, dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2} dx + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2} dx + \arcsin x + C.$$

Отсюда $2\int \sqrt{1-x^2}\, dx = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x + C$,

Задача 49. а) $\int x \arcsin x \, dx$; б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

$$б)\ \int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{array}{ll} u=\sqrt{1-x^2} & du=-\dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv=dx & v=x \end{array} \right| = x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2-1+1\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2}dx + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2}dx + \arcsin x + C.$$

Отсюда $2\int \sqrt{1-x^2}\, dx = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x + C$, поэтому

Задача 49. а) $\int x \arcsin x\, dx$; б) $\int \sqrt{1-x^2}\, dx$;

Ответ. Можно было иначе:

б) $$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = -\dfrac{x\, dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| = x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2\, dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{x^2 - 1 + 1\, dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2} dx + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \sqrt{1-x^2} dx + \arcsin x + C.$$

Отсюда $2\int \sqrt{1-x^2}\, dx = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x + C$, поэтому

$$\int \sqrt{1-x^2}\, dx = \frac{1}{2}\left(x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x + C\right).$$

Решение задачи 50.

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ.

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению интеграла**.

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый этап.*

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап.

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.
Третий этап.

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.
Третий этап. Проводим замену переменной или интегрируем по частям.

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{l} t = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{x} \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t = \sqrt{x} & x = \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{ll} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{ll} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{ll} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{cc} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left|\begin{array}{cc} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\,dt \\ \multicolumn{2}{c}{x = 0 \mapsto t = 0} \\ & \end{array}\right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} \qquad x = & \!\!t^2 \\ dx = & \!\!2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = & \!\!0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} \qquad x = & t^2 \\ dx = & 2t\,dt \\ x = 0 \mapsto t = & 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \ln 2 \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} \qquad x = & t^2 \\ dx = & 2t\,dt \\ x = 0 \mapsto t = & 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t\cdot$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} \qquad x = & t^2 \\ dx = & 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = & 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} \qquad x = & t^2 \\ dx = & 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = & 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rr} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto & t = 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto & t = \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{ll} u = & dv = \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto & t = 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto & t = \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{ll} u = 2t^2 & dv = \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_{0}^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_{0}^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{cc} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\,dt \\ \multicolumn{2}{c}{x = 0 \mapsto t = 0} \\ \multicolumn{2}{c}{x = \ln^2 2 \mapsto t = \ln 2} \end{array} \right| = \int\limits_{0}^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\,dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = & 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{ll} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = 0 & \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = \ln 2 & \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{ll} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\, dt & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\,dt \\ x = 0 \mapsto & t = 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto & t = \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t\cdot e^t\cdot 2t\,dt = \left| \begin{array}{ll} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\,dt & v = \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left|\begin{array}{rr} t=\sqrt{x} & x=t^2 \\ & dx=2t\,dt \\ x=0\mapsto t= & 0 \\ x=\ln^2 2\mapsto t= & \ln 2 \end{array}\right| = \int\limits_0^{\ln 2} t\cdot e^t\cdot 2t\,dt = \left|\begin{array}{cc} u=2t^2 & dv= e^t dt \\ du=4t\,dt & v=e^t \end{array}\right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{rr} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\,dt \\ x = 0 \mapsto t = & 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\,dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\,dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2 e^t \Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\, 4t\,dt =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\, dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2 e^t \Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\, 4t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = & dv = \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rr} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t & = 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t & = \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\, dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2 e^t \Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\, 4t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 4t & dv = \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t & = 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t & = \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\, dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2 e^t \Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\, 4t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 4t & dv = e^t dt \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\, dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2 e^t \Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\, 4t\, dt = \left| \begin{array}{ll} u = 4t & dv = e^t dt \\ du = & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} \qquad x = & t^2 \\ dx = & 2t\,dt \\ x = 0 \mapsto t = & 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t{\cdot}e^t{\cdot}2t\,dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\,dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2e^t\Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\,4t\,dt = \left| \begin{array}{cc} u = 4t & dv = e^t dt \\ du = 4\,dt & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{cc} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ \multicolumn{2}{c}{x = 0 \mapsto t = 0} \\ \multicolumn{2}{c}{x = \ln^2 2 \mapsto t = \ln 2} \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\, dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2 e^t \Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\, 4t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 4t & dv = e^t dt \\ du = 4\, dt & v = \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} \qquad x = & t^2 \\ dx = & 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = & 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\, dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2 e^t \Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\, 4t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 4t & dv = e^t dt \\ du = 4\, dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = 0 & \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = \ln 2 & \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\, dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2 e^t \Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\, 4t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 4t & dv = e^t dt \\ du = 4\, dt & v = e^t \end{array} \right| = 2 \ln^2 2 \cdot \underbrace{e^{\ln 2}}_{=2} - 4t\, e^t \Big|_0^{\ln 2} +$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rr} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = & 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\, dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2 e^t \Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\, 4t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 4t & dv = e^t dt \\ du = 4\, dt & v = e^t \end{array} \right| = 2 \ln^2 2 \cdot \underbrace{e^{\ln 2}}_{=2} - 4t\, e^t \Big|_0^{\ln 2} + \int\limits_0^{\ln 2} 4e^t\, dt =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rr} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = & 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\, dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2 e^t \Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\, 4t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 4t & dv = e^t dt \\ du = 4\, dt & v = e^t \end{array} \right| = 2\ln^2 2 \cdot \underbrace{e^{\ln 2}}_{=2} - 4t\, e^t \Big|_0^{\ln 2} + \int\limits_0^{\ln 2} 4e^t\, dt =$$

$$= 4\ln^2 2 - 8\ln 2 +$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{rr} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\, dt \\ x = 0 \mapsto t = & 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t = & \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t \cdot e^t \cdot 2t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\, dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2 e^t \Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\, 4t\, dt = \left| \begin{array}{cc} u = 4t & dv = e^t dt \\ du = 4\, dt & v = e^t \end{array} \right| = 2\ln^2 2 \cdot \underbrace{e^{\ln 2}}_{=2} - 4t\, e^t \Big|_0^{\ln 2} + \int\limits_0^{\ln 2} 4e^t\, dt =$$

$$= 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 4e^t \Big|_0^{\ln 2} =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{rl} t = \sqrt{x} & x = t^2 \\ & dx = 2t\,dt \\ x = 0 \mapsto t & = 0 \\ x = \ln^2 2 \mapsto t & = \ln 2 \end{array} \right| = \int\limits_0^{\ln 2} t{\cdot}e^t{\cdot}2t\,dt = \left| \begin{array}{cc} u = 2t^2 & dv = e^t dt \\ du = 4t\,dt & v = e^t \end{array} \right| =$$

$$= 2t^2e^t\Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\,4t\,dt = \left| \begin{array}{cc} u = 4t & dv = e^t dt \\ du = 4\,dt & v = e^t \end{array} \right| = 2\ln^2 2 \cdot \underbrace{e^{\ln 2}}_{=2} - 4t\,e^t\Big|_0^{\ln 2} + \int\limits_0^{\ln 2} 4e^t\,dt =$$

$$= 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 4e^t\Big|_0^{\ln 2} = 4\ln^2 2 - 8\ln 2 +$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left|\begin{array}{rl} t=\sqrt{x} & x=t^2 \\ & dx=2t\,dt \\ x=0\mapsto t & =0 \\ x=\ln^2 2\mapsto t & =\ln 2 \end{array}\right| = \int\limits_0^{\ln 2} t\cdot e^t\cdot 2t\,dt = \left|\begin{array}{cc} u=2t^2 & dv=e^t dt \\ du=4t\,dt & v=e^t \end{array}\right| =$$

$$= 2t^2e^t\Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\,4t\,dt = \left|\begin{array}{cc} u=4t & dv=e^t dt \\ du=4\,dt & v=e^t \end{array}\right| = 2\ln^2 2\cdot \underbrace{e^{\ln 2}}_{=2} - 4t\,e^t\Big|_0^{\ln 2} + \int\limits_0^{\ln 2} 4e^t\,dt =$$

$$= 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 4e^t\Big|_0^{\ln 2} = 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 4.$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Второй способ.*

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = & dv = \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left|\begin{array}{ll} u = & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ & \end{array}\right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_{0}^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_{0}^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{matrix} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx \\ du = dx & v = \end{matrix} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{matrix} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{matrix} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{cc} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 2x\, e^{\sqrt{x}} \Big|_0^{\ln^2 2} -$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{matrix} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{matrix} \right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left|\begin{array}{cc} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array}\right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= \left|\begin{array}{cc} u = & dv = \\ & \end{array}\right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{cc} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 2x\, e^{\sqrt{x}} \Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\, dx =$$

$$= \left| \begin{array}{cc} u = & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{matrix} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{matrix} \right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ & \end{matrix} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left|\begin{array}{ll} u = x & dv = e^{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array}\right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= \left|\begin{array}{ll} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = & \end{array}\right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = \dfrac{1}{\sqrt{x}}dx & \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{cc} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 2x\, e^{\sqrt{x}} \Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\, dx =$$

$$= \left| \begin{array}{cc} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx \\ du = \dfrac{1}{\sqrt{x}} dx & v = \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{cc} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{cc} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = \dfrac{1}{\sqrt{x}}dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{matrix} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{matrix} \right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = \dfrac{1}{\sqrt{x}}dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{matrix} \right| = 4\ln^2 2 - 4\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} +$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 2x\, e^{\sqrt{x}} \Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\, dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx \\ du = \dfrac{1}{\sqrt{x}} dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 4\ln^2 2 - 4\sqrt{x} e^{\sqrt{x}} \Big|_0^{\ln^2 2} + \int\limits_0^{\ln^2 2} \frac{2}{\sqrt{x}}\, e^{\sqrt{x}}\, dx =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{cc} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{cc} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = \dfrac{1}{\sqrt{x}}dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 4\ln^2 2 - 4\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} + \int\limits_0^{\ln^2 2} \frac{2}{\sqrt{x}}\,e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= 4\ln^2 2 - 8\ln 2 +$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{matrix} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{matrix} \right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = \dfrac{1}{\sqrt{x}}dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{matrix} \right| = 4\ln^2 2 - 4\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} + \int\limits_0^{\ln^2 2} \frac{2}{\sqrt{x}}\,e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 4e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} =$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{cc} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{cc} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = \dfrac{1}{\sqrt{x}}dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 4\ln^2 2 - 4\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} + \int\limits_0^{\ln^2 2} \frac{2}{\sqrt{x}}\,e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 4e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} = 4\ln^2 2 - 8\ln 2 +$$

Задача 50. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left| \begin{array}{cc} u = x & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{cc} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = \dfrac{1}{\sqrt{x}}dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array} \right| = 4\ln^2 2 - 4\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} + \int\limits_0^{\ln^2 2} \frac{2}{\sqrt{x}}\,e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 4e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} = 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 8.$$

Решение задачи 51.

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx.$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ.

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению интеграла**.

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.*

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап.

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.
Третий этап.

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.
Третий этап. Проводим замену переменной или интегрируем по частям.

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left| \begin{array}{l} t = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{x+1} \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{x+1} \\ x = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{x+1} \\ x = t^2 - 1 \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t = \sqrt{x+1} & \\ x = t^2 - 1 & dx = \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left|\begin{array}{ll} t = \sqrt{x+1} & \\ x = t^2 - 1 & dx = 2t\,dt \\ & \\ & \end{array}\right| =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left| \begin{array}{c} t = \sqrt{x+1} \\ x = t^2 - 1 \qquad dx = 2t\,dt \\ x = -1 \mapsto t = \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left| \begin{array}{c} t = \sqrt{x+1} \\ x = t^2 - 1 \qquad dx = 2t\,dt \\ x = -1 \mapsto t = 0 \\ \end{array} \right| =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left|\begin{array}{c} t=\sqrt{x+1} \\ x=t^2-1 \qquad dx=2t\,dt \\ x=-1 \mapsto t=0 \\ x=0 \mapsto t= \end{array}\right| =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left| \begin{array}{c} t = \sqrt{x+1} \\ x = t^2 - 1 \qquad dx = 2t\,dt \\ x = -1 \mapsto t = 0 \\ x = 0 \mapsto t = 1 \end{array} \right| =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left| \begin{array}{c} t = \sqrt{x+1} \\ x = t^2 - 1 \qquad dx = 2t\,dt \\ x = -1 \mapsto t = 0 \\ x = 0 \mapsto t = 1 \end{array} \right| = \int\limits_{0}^{1} \left(t^2 - 1\right) t\,2t\,dt =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left|\begin{array}{c} t = \sqrt{x+1} \\ x = t^2 - 1 \qquad dx = 2t\,dt \\ x = -1 \mapsto t = 0 \\ x = 0 \mapsto t = 1 \end{array}\right| = \int\limits_{0}^{1} \left(t^2 - 1\right) t\,2t\,dt = \int\limits_{0}^{1} \left(2t^4 - 2t^2\right)\,dt =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left| \begin{array}{c} t = \sqrt{x+1} \\ x = t^2 - 1 \quad dx = 2t\,dt \\ x = -1 \mapsto t = 0 \\ x = 0 \mapsto t = 1 \end{array} \right| = \int\limits_{0}^{1} \left(t^2 - 1\right) t\, 2t\, dt = \int\limits_{0}^{1} \left(2t^4 - 2t^2\right)\, dt =$$

$$= \left(\frac{2}{5}t^5 - \frac{2}{3}t^3\right)\Bigg|_0^1 =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left|\begin{array}{c} t=\sqrt{x+1} \\ x=t^2-1 \qquad dx=2t\,dt \\ x=-1\mapsto t=0 \\ x=0\mapsto t=1 \end{array}\right| = \int\limits_{0}^{1}\left(t^2-1\right)t\,2t\,dt = \int\limits_{0}^{1}\left(2t^4-2t^2\right)\,dt =$$

$$= \left(\frac{2}{5}t^5-\frac{2}{3}t^3\right)\Bigg|_0^1 = -\frac{4}{15}.$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \int\limits_{-1}^{0} (x+1-1)\sqrt{x+1}\,dx =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \int\limits_{-1}^{0} (x+1-1)\sqrt{x+1}\,dx = \int\limits_{-1}^{0} (x+1)\sqrt{x+1}\,dx - \int\limits_{-1}^{0} \sqrt{x+1}\,dx =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \int\limits_{-1}^{0} (x+1-1)\sqrt{x+1}\,dx = \int\limits_{-1}^{0} (x+1)\sqrt{x+1}\,dx - \int\limits_{-1}^{0} \sqrt{x+1}\,dx =$$

$$= \int\limits_{-1}^{0} (x+1)^{3/2}\,d(x+1) - \int\limits_{-1}^{0} \sqrt{x+1}\,d(x+1) =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \int\limits_{-1}^{0}(x+1-1)\sqrt{x+1}\,dx = \int\limits_{-1}^{0}(x+1)\sqrt{x+1}\,dx - \int\limits_{-1}^{0}\sqrt{x+1}\,dx =$$

$$= \int\limits_{-1}^{0}(x+1)^{3/2}\,d(x+1) - \int\limits_{-1}^{0}\sqrt{x+1}\,d(x+1) = \frac{2}{5}(x+1)^{5/2}\Big|_{-1}^{0} - \frac{2}{3}(x+1)^{3/2}\Big|_{-1}^{0} =$$

Задача 51. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \int\limits_{-1}^{0} (x+1-1)\sqrt{x+1}\,dx = \int\limits_{-1}^{0} (x+1)\sqrt{x+1}\,dx - \int\limits_{-1}^{0} \sqrt{x+1}\,dx =$$

$$= \int\limits_{-1}^{0} (x+1)^{3/2}\,d(x+1) - \int\limits_{-1}^{0} \sqrt{x+1}\,d(x+1) = \frac{2}{5}(x+1)^{5/2}\Big|_{-1}^{0} - \frac{2}{3}(x+1)^{3/2}\Big|_{-1}^{0} = -\frac{4}{15}.$$

Решение задачи 52.

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ.

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ.

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению интеграла**.

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.*

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап.

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.
Третий этап.

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.
Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.
Третий этап. Проводим замену переменной или интегрируем по частям.

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x =$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 2\sin t \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\frac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = 2\sin t & dx = \\ & \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.

Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = 2\sin t & dx = 2\cos t\,dt \\ & \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.

Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{cc} x = 2\sin t & dx = 2\cos t\,dt \\ \multicolumn{2}{c}{x = -2 \mapsto t =} \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.

Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{cc} x = 2\sin t & dx = 2\cos t\,dt \\ \multicolumn{2}{c}{x = -2 \mapsto t = -\dfrac{\pi}{2}} \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\frac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{cc} x = 2\sin t & dx = 2\cos t\,dt \\ \multicolumn{2}{c}{x = -2 \mapsto t = -\frac{\pi}{2}} \\ \multicolumn{2}{c}{x = 2 \mapsto t =} \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\frac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{c} x = 2\sin t \qquad dx = 2\cos t\,dt \\ x = -2 \mapsto t = -\frac{\pi}{2} \\ x = 2 \mapsto t = \frac{\pi}{2} \\ \end{array} \right| =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left|\begin{array}{c} x = 2\sin t \qquad dx = 2\cos t\,dt \\ x = -2 \mapsto t = -\dfrac{\pi}{2} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{2} \\ \sqrt{4-x^2} = \end{array}\right| =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{c} x = 2\sin t \qquad dx = 2\cos t\,dt \\ x = -2 \mapsto t = -\dfrac{\pi}{2} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{2} \\ \sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = \end{array} \right| =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left|\begin{array}{c} x = 2\sin t \qquad dx = 2\cos t\,dt \\ x = -2 \mapsto t = -\dfrac{\pi}{2} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{2} \\ \sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = 2\cos t \end{array}\right| =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\frac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{c} x = 2\sin t \qquad dx = 2\cos t\,dt \\ x = -2 \mapsto t = -\frac{\pi}{2} \\ x = 2 \mapsto t = \frac{\pi}{2} \\ \sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = 2\cos t \end{array} \right| = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} 4\sin^2 t\cdot 2\cos t\cdot 2\cos t\,dt =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{c} x = 2\sin t \qquad dx = 2\cos t\,dt \\ x = -2 \mapsto t = -\dfrac{\pi}{2} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{2} \\ \sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = 2\cos t \end{array} \right| = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} 4\sin^2 t \cdot 2\cos t \cdot 2\cos t\,dt =$$

$$= 4\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 2t\,dt =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx.$

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\frac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{cc} x = 2\sin t & dx = 2\cos t\,dt \\ \multicolumn{2}{c}{x = -2 \mapsto t = -\frac{\pi}{2}} \\ \multicolumn{2}{c}{x = 2 \mapsto t = \frac{\pi}{2}} \\ \multicolumn{2}{c}{\sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = 2\cos t} \end{array} \right| = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} 4\sin^2 t \cdot 2\cos t \cdot 2\cos t\,dt =$$

$$= 4\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 2t\,dt = 4\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4t\right)\,dt =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{c} x = 2\sin t \qquad dx = 2\cos t\,dt \\ x = -2 \mapsto t = -\dfrac{\pi}{2} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{2} \\ \sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = 2\cos t \end{array} \right| = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} 4\sin^2 t \cdot 2\cos t \cdot 2\cos t\,dt =$$

$$= 4\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 2t\,dt = 4\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4t\right)\,dt = 2t\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{1}{2}\sin 4t\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} =$$

Задача 52. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен** и **таблицы неопределенных интегралов** получаем рекомендуемую замену $x = 2\sin t$.
Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{c} x = 2\sin t \qquad dx = 2\cos t\,dt \\ x = -2 \mapsto t = -\dfrac{\pi}{2} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{2} \\ \sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = 2\cos t \end{array} \right| = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} 4\sin^2 t \cdot 2\cos t \cdot 2\cos t\,dt =$$

$$= 4\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 2t\,dt = 4\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4t\right)\,dt = 2t\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{1}{2}\sin 4t\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = 2\pi.$$

Решение задачи 53.

Задача 53. Вычислите интеграл $\int\limits_0^1 \dfrac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)}\,dx.$

Задача 53. Вычислите интеграл $\int\limits_0^1 \frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\left(x^2+x+1\right)}\,dx.$

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению интеграла**.

Задача 53. Вычислите интеграл $\int\limits_0^1 \dfrac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)}\,dx.$

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается. *Второй этап.* Подынтегральная функция является дробно-рациональной. Поэтому сначала разложим ее в сумму простейших дробно-рациональных функций:

$$\frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{Mx+N}{x^2+x+1}.$$

Приводя выражение в правой части равенства к общему знаменателю, получаем тождество

$$\frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)} =$$

$$= \frac{(A+M)x^3+(2A+B+2M+N)x^2+(2A+B+M+2N)x+A+B+N}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)}. \qquad (81)$$

Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в числителе и в знаменателе, получаем систему уравнений

$$\left|\begin{array}{l|l} x^3 & A+M=4 \\ x^2 & 2A+B+2M+N=4 \\ x^1 & 2A+B+M+2N=1 \\ x^0 & A+B+N=-2 \end{array}\right.$$

Решим ее методом Гаусса[5]

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right) \overset{\substack{\text{прямой} \\ \text{ход}}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -7 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \overset{\substack{\text{обр.} \\ \text{ход}}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right).$$

---

[5] Вообще-то коэффициент B можно найти так называемым *методом сокращения*. Для этого умножим левую и правую части уравнения (81) на $(x+1)^2$, после сокращений получим

$$\frac{4x^3+4x^2+x-2}{x^2+x+1} = B + (x+1)\left(A + \frac{Mx+N}{x^2+x+1}\right).$$

Подставим $x=-1$, получится $B = \dfrac{-4+4-1-2}{1-1+1} = -3$. Сравните с найденным «по-честному» значением!

«Расшифровывая» уравнения с помощью последней матрицы, получаем $\begin{cases} A = 2 \\ B = -3 \\ C = 2 \\ D = -1 \end{cases}$, то есть

$$\frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)} = \frac{2}{x+1} - \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{2x-1}{x^2+x+1}.$$

Следовательно,

$$\int\limits_0^1 \frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)}\,dx = \int\limits_0^1 \frac{2}{x+1}\,dx - \int\limits_0^1 \frac{3}{(x+1)^2}\,dx + \int\limits_0^1 \frac{2x-1}{x^2+x+1}\,dx =$$

$$= 2\ln|x+1|\Big|_0^1 + \frac{3}{x+1}\Big|_0^1 + \int\limits_0^1 \frac{\overbrace{2x+1}^{\text{производная знаменателя}} \quad -2}{x^2+x+1}\,dx =$$

$$= 2\ln 2 + \frac{3}{2} - 3 + \ln\left|x^2+x+1\right|\Big|_0^1 - 2\int\limits_0^1 \frac{dx}{x^2+x+1} =$$

$$= 2\ln 2 - \frac{3}{2} + \ln 3 - 2\int\limits_0^1 \frac{dx}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} = \ln 4 + \ln 3 - \frac{3}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}/2}\operatorname{arctg}\frac{x+\frac{1}{2}}{\sqrt{3}/2}\Big|_0^1 =$$

$$= \ln 12 - \frac{3}{2} - \frac{4}{\sqrt{3}} \left(\operatorname{arctg} \sqrt{3} - \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = \ln 12 - \frac{3}{2} - \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\pi}{6}.$$

Решение задачи 54.

Задача 54. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx.$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_{2}^{5} \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ.

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению интеграла**.

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_{2}^{5} \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап.

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап. Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_{2}^{5} \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап. Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Второй этап.

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап. Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_{2}^{5} \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап. Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Третий этап.

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап. Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Третий этап. Проводим замену переменной или интегрируем по частям.

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{l} y = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_{2}^{5} \frac{x}{\sqrt{x-1}}\, dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_{2}^{5} \frac{x}{\sqrt{x-1}}\, dx = \left| \begin{array}{l} y = \sqrt{x-1} \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{l} y = \sqrt{x-1} \\ x = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left|\begin{array}{l} y = \sqrt{x-1} \\ x = y^2+1 \\ \\ \\ \end{array}\right| =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{l} y = \sqrt{x-1} \\ \ x = y^2+1 \quad dx = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{ll} y = \sqrt{x-1} & \\ x = y^2+1 & dx = 2y\,dy \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{c} y = \sqrt{x-1} \\ x = y^2+1 \qquad dx = 2y\,dy \\ x = 2 \mapsto t = \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{c} y = \sqrt{x-1} \\ x = y^2 + 1 \quad dx = 2y\,dy \\ x = 2 \mapsto t = 1 \\ \end{array} \right| =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{c} y = \sqrt{x-1} \\ x = y^2+1 \qquad dx = 2y\,dy \\ x = 2 \mapsto t = 1 \\ x = 5 \mapsto t = \end{array} \right| =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{c} y = \sqrt{x-1} \\ x = y^2+1 \qquad dx = 2y\,dy \\ x = 2 \mapsto t = 1 \\ x = 5 \mapsto t = 2 \end{array} \right| =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{l} y = \sqrt{x-1} \\ x = y^2+1 \qquad dx = 2y\,dy \\ \qquad\quad x = 2 \mapsto t = 1 \\ \qquad\quad x = 5 \mapsto t = 2 \end{array} \right| = \int\limits_1^2 \frac{y^2+1}{y}\,2y\,dy =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left|\begin{array}{c} y = \sqrt{x-1} \\ x = y^2+1 \qquad dx = 2y\,dy \\ x = 2 \mapsto t = 1 \\ x = 5 \mapsto t = 2 \end{array}\right| = \int\limits_1^2 \frac{y^2+1}{\cancel{y}}\,2\,\cancel{y}\,dy =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{c} y = \sqrt{x-1} \\ x = y^2+1 \qquad dx = 2y\,dy \\ x = 2 \mapsto t = 1 \\ x = 5 \mapsto t = 2 \end{array} \right| = \int\limits_1^2 \frac{y^2+1}{\cancel{y}}\,2\,\cancel{y}\,dy =$$

$$= \left(\frac{2}{3}y^3 + 2y\right)\Bigg|_1^2 =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \dfrac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx.$

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left|\begin{array}{c} y=\sqrt{x-1} \\ x=y^2+1 \qquad dx=2y\,dy \\ x=2\mapsto t=1 \\ x=5\mapsto t=2 \end{array}\right| = \int\limits_1^2 \frac{y^2+1}{\cancel{y}}\,2\,\cancel{y}\,dy =$$

$$= \left(\frac{2}{3}y^3+2y\right)\Big|_1^2 = \frac{16}{3}-\frac{2}{3}+$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{c} y = \sqrt{x-1} \\ x = y^2+1 \qquad dx = 2y\,dy \\ x = 2 \mapsto t = 1 \\ x = 5 \mapsto t = 2 \end{array} \right| = \int\limits_1^2 \frac{y^2+1}{\cancel{y}}\, 2\,\cancel{y}\,dy =$$

$$= \left(\frac{2}{3}y^3 + 2y\right)\Bigg|_1^2 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} + 4 - 2 =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{c} y = \sqrt{x-1} \\ x = y^2+1 \qquad dx = 2y\,dy \\ x = 2 \mapsto t = 1 \\ x = 5 \mapsto t = 2 \end{array} \right| = \int\limits_1^2 \frac{y^2+1}{\cancel{y}}\, 2\,\cancel{y}\,dy =$$

$$= \left(\frac{2}{3}y^3 + 2y\right)\Bigg|_1^2 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} + 4 - 2 = \frac{20}{3}.$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_{2}^{5} \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1+1}{\sqrt{x-1}}\,dx =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1+1}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}\,dx +$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1+1}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}\,dx + \int\limits_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}}\,dx =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1+1}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}\,dx + \int\limits_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}}\,dx =$$

$$= \int\limits_2^5 \sqrt{x-1}\,d(x-1) + 2\sqrt{x-1}\Big|_2^5 =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1+1}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}\,dx + \int\limits_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}}\,dx =$$

$$= \int\limits_2^5 \sqrt{x-1}\,d(x-1) + 2\sqrt{x-1}\Big|_2^5 = \frac{2}{3}(x-1)^{3/2}\Big|_2^5 + 4 - 2 =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1+1}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}\,dx + \int\limits_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}}\,dx =$$

$$= \int\limits_2^5 \sqrt{x-1}\,d(x-1) + 2\sqrt{x-1}\Big|_2^5 = \frac{2}{3}(x-1)^{3/2}\Big|_2^5 + 4 - 2 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} + 2 =$$

Задача 54. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1+1}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}\,dx + \int\limits_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}}\,dx =$$

$$= \int\limits_2^5 \sqrt{x-1}\,d(x-1) + 2\sqrt{x-1}\Big|_2^5 = \frac{2}{3}(x-1)^{3/2}\Big|_2^5 + 4 - 2 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{20}{3}.$$

Решение задачи 55.

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению интеграла**.

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап.

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап. Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап. Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Второй этап.

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап. Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап. Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Третий этап.

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

Первый этап. Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается.

Второй этап. Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Третий этап. Проводим замену переменной или интегрируем по частям.

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, следует, что для вычисления интеграла $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$ можно сделать замену $x =$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ. С помощью таблицы рекомендуемых замен, следует, что для вычисления интеграла $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$ можно сделать замену $x = \frac{1}{\cos t}$.

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, следует, что для вычисления интеграла $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$ можно сделать замену $x = \frac{1}{\cos t}$.

Учитывая, что при $t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ имеет место неравенство $\operatorname{tg} t \geqslant 0$, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, получаем...

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\, dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\, dx =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x = \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} x = \dfrac{1}{\cos t} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} x = \dfrac{1}{\cos t} & dx = \\ & \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} x = \dfrac{1}{\cos t} & dx = \dfrac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt \\ & \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} x = \dfrac{1}{\cos t} \qquad dx = \dfrac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt \\ x = \sqrt{2} \mapsto t = \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} x = \dfrac{1}{\cos t} \qquad dx = \dfrac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt \\ x = \sqrt{2} \mapsto t = \dfrac{\pi}{4} \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} x = \dfrac{1}{\cos t} \qquad dx = \dfrac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt \\ x = \sqrt{2} \mapsto t = \dfrac{\pi}{4} \\ x = 2 \mapsto t = \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} x = \dfrac{1}{\cos t} \qquad dx = \dfrac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt \\ x = \sqrt{2} \mapsto t = \dfrac{\pi}{4} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{3} \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} x = \dfrac{1}{\cos t} \qquad dx = \dfrac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt \\ x = \sqrt{2} \mapsto t = \dfrac{\pi}{4} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{3} \\ \sqrt{x^2-1} = \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} x = \dfrac{1}{\cos t} \qquad dx = \dfrac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt \\ x = \sqrt{2} \mapsto t = \dfrac{\pi}{4} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{3} \\ \sqrt{x^2-1} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 t} - 1} = \operatorname{tg} t \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} x = \dfrac{1}{\cos t} \qquad dx = \dfrac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt \\ x = \sqrt{2} \mapsto t = \dfrac{\pi}{4} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{3} \\ \sqrt{x^2-1} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 t} - 1} = \operatorname{tg} t \end{array} \right| = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{}{\cos^2 t \operatorname{tg} t} \cdot \frac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} x = \dfrac{1}{\cos t} \qquad dx = \dfrac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt \\ x = \sqrt{2} \mapsto t = \dfrac{\pi}{4} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{3} \\ \sqrt{x^2-1} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 t} - 1} = \operatorname{tg} t \end{array} \right| = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{}{\cos^2 t \operatorname{tg} t} \cdot \frac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt.$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

$$= \left| \begin{array}{c} x = \dfrac{1}{\cos t} \qquad dx = \dfrac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt \\ x = \sqrt{2} \mapsto t = \dfrac{\pi}{4} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{3} \\ \sqrt{x^2-1} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 t} - 1} = \operatorname{tg} t \end{array} \right| = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{}{\cos^2 t \operatorname{tg} t} \cdot \frac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt.$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{l} y = \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{ll} y = \sin t & dy = \\ & \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{matrix} y = \sin t & dy = \cos t\,dt \\ & \\ & \\ & \end{matrix} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{ll} y = \sin t & dy = \cos t\,dt \\ \cos^2 t = & \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\, dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\, dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\, dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\, dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\, dt = \left| \begin{array}{ll} y = \sin t & dy = \cos t\, dt \\ \cos^2 t = 1 - \sin^2 t = & \\ & \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{ll} y = \sin t & dy = \cos t\,dt \\ \cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - y^2 & \\ & \\ & \\ & \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \qquad dy = \cos t\,dt \\ \cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - y^2 \\ \qquad t = \dfrac{\pi}{4} \mapsto y = \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \qquad dy = \cos t\,dt \\ \cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - y^2 \\ \qquad t = \dfrac{\pi}{4} \mapsto y = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \\ \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{c} y = \sin t \qquad dy = \cos t\,dt \\ \cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - y^2 \\ t = \dfrac{\pi}{4} \mapsto y = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ t = \dfrac{\pi}{3} \mapsto y = \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \qquad dy = \cos t\,dt \\ \cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - y^2 \\ \qquad t = \dfrac{\pi}{4} \mapsto y = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \qquad t = \dfrac{\pi}{3} \mapsto y = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right| =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \qquad dy = \cos t\,dt \\ \cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - y^2 \\ \quad t = \dfrac{\pi}{4} \mapsto y = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \quad t = \dfrac{\pi}{3} \mapsto y = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right| = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{(1-y^2)^2}\,dy.$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \qquad dy = \cos t\,dt \\ \cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - y^2 \\ \qquad t = \dfrac{\pi}{4} \mapsto y = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \qquad t = \dfrac{\pi}{3} \mapsto y = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right| = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy.$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\, dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\, dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\, dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\, dy =$$

Согласно **теореме о разложении дробно-рациональной функции в сумму простейших**, получаем...

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2} =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2} =$$

$$= \frac{A(1-y)(1+y)^2 + B(1+y)^2 + C(1+y)(1-y)^2 + D(1-y)^2}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2} =$$

$$= \frac{A(1-y)(1+y)^2 + B(1+y)^2 + C(1+y)(1-y)^2 + D(1-y)^2}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \frac{A(1-y)(1+2y+y^2) + B(1+2y+y^2) + C(1+y)(1-2y+y^2) + D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3}\frac{1}{\cos^3 t}\,dt=\int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2}\frac{1}{(1-y^2)^2}\,dy=$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2}=\frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$=\frac{A}{1-y}+\frac{B}{(1-y)^2}+\frac{C}{1+y}+\frac{D}{(1+y)^2}=$$

$$=\frac{A(1-y)(1+y)^2+B(1+y)^2+C(1+y)(1-y)^2+D(1-y)^2}{(1-y)^2(1+y)^2}=$$

$$=\frac{A(1-y)(1+2y+y^2)+B(1+2y+y^2)+C(1+y)(1-2y+y^2)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

Соберем коэффициенты при одинаковых степенях y...

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\begin{array}{l|}
y^3 \\
y^2 \\
y^1 \\
y^0
\end{array}$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{(1-y^2)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\begin{array}{l|l} y^3 & -A+C=0 \\ y^2 & \\ y^1 & \\ y^0 & \end{array}$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{(1-y^2)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\begin{array}{l|l} y^3 & -A+C=0 \\ y^2 & -A+B-C+D=0 \\ y^1 & \\ y^0 & \end{array}$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\begin{array}{l|l}
y^3 & -A+C=0 \\
y^2 & -A+B-C+D=0 \\
y^1 & A+2B-C-2D=0 \\
y^0 &
\end{array}$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\begin{array}{l|l} y^3 & -A+C=0 \\ y^2 & -A+B-C+D=0 \\ y^1 & A+2B-C-2D=0 \\ y^0 & A+B+C+D=1 \end{array}$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\begin{array}{l|l} y^3 & -A+C=0 \\ y^2 & -A+B-C+D=0 \\ y^1 & A+2B-C-2D=0 \\ y^0 & A+B+C+D=1 \end{array} \qquad \left(\begin{array}{rrrr|r} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{(1-y^2)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/4 \end{array}\right)$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{(1-y^2)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/4 \end{array}\right) \qquad \left(\begin{array}{cccc|r} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/4 \end{array}\right)$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\, dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\, dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\, dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\, dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/4 \end{array}\right) \qquad A = B = C = D = \frac{1}{4}$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$= \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\left(1-y\right)}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\left(1-y\right)^2}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\left(1+y\right)}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\left(1+y\right)^2}\,dy =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A(1+y-y^2-y^3)+B(1+2y+y^2)+C(1-y-y^2+y^3)+D(1-2y+y^2)}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/4 \end{array}\right) \qquad A = B = C = D = \frac{1}{4}$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$= \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1-y)}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1-y)^2}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1+y)}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1+y)^2}\,dy =$$

$$= -\frac{\ln|1-y|}{4}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} + \frac{1}{4(1-y)}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} + \frac{\ln|1+y|}{4}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} - \frac{1}{4(1+y)}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$= \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1-y)}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1-y)^2}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1+y)}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1+y)^2}\,dy =$$

$$= -\frac{\ln|1-y|}{4}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} + \frac{1}{4(1-y)}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} + \frac{\ln|1+y|}{4}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} - \frac{1}{4(1+y)}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} =$$

$$= \frac{1}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right|\Bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} + \frac{y}{2\,(1-y^2)}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} =$$

Задача 55. Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$

Ответ.

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$= \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1-y)}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1-y)^2}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1+y)}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1+y)^2}\,dy =$$

$$= -\frac{\ln|1-y|}{4}\Bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} + \frac{1}{4(1-y)}\Bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} + \frac{\ln|1+y|}{4}\Bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} - \frac{1}{4(1+y)}\Bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} =$$

$$= \frac{1}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right|\Bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} + \frac{y}{2\left(1-y^2\right)}\Bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{4}\ln\left|\frac{7+4\sqrt{3}}{3+2\sqrt{2}}\right| + \sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Решение задачи 56.

Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

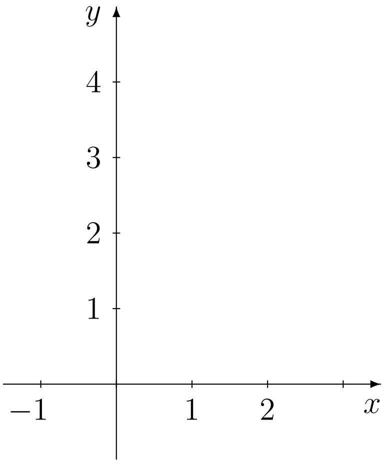
Ответ.

Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.
Сначала выполним рисунок.

Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.
Сначала выполним рисунок.

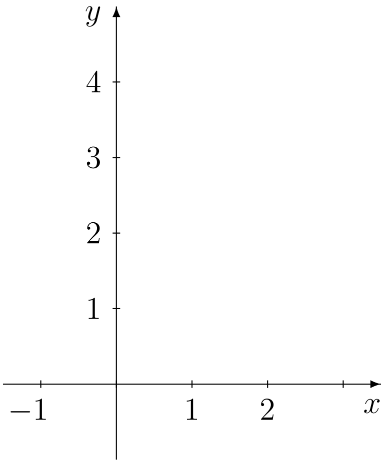


Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.



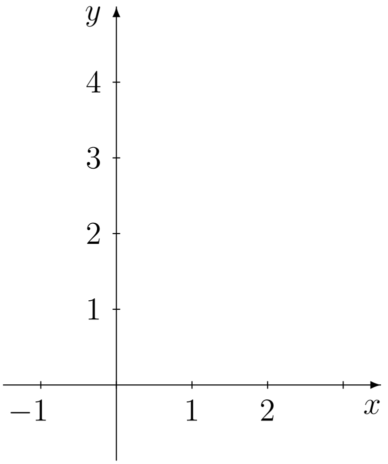
Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это



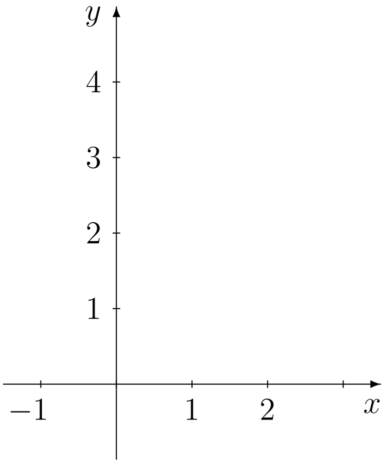
Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.



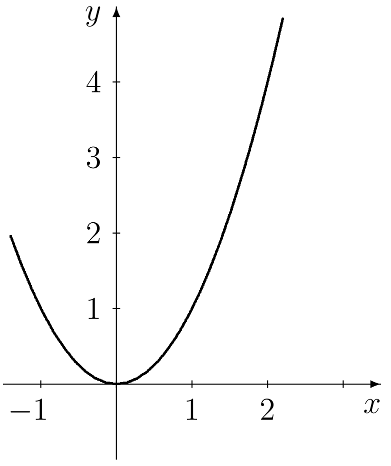
Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.



Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

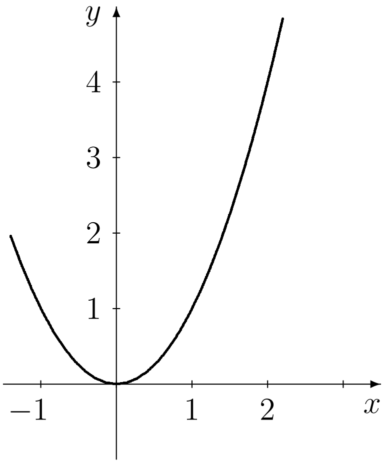
Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y уменьшать

увеличивать



Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

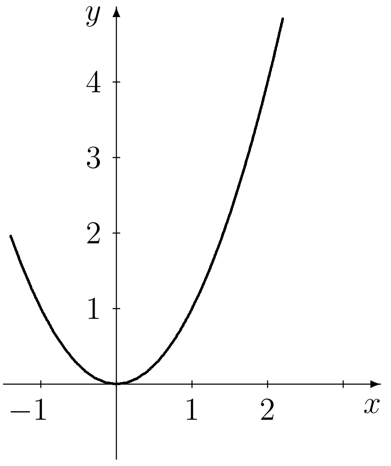
Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.



Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

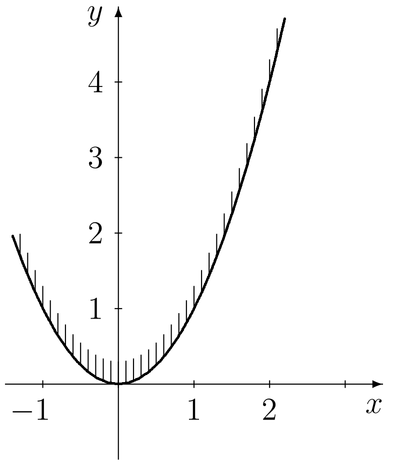
Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.



Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

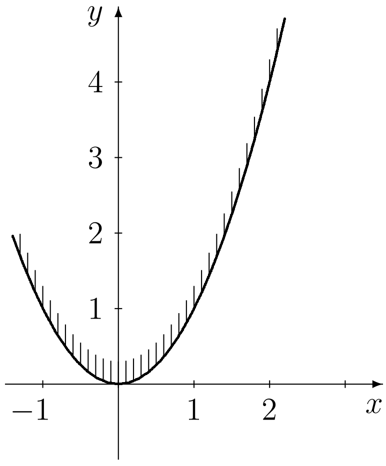
Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.



Граница фигуры $y \leqslant x + 2$ — это

Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

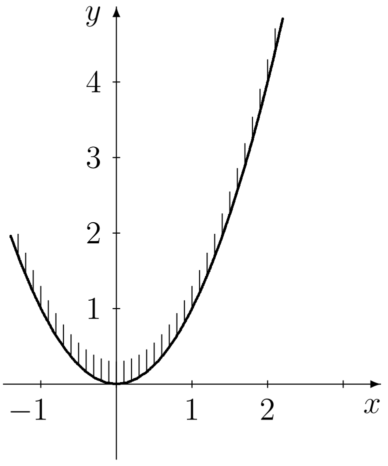
Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.

Граница фигуры $y \leqslant x+2$ — это прямая.



Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

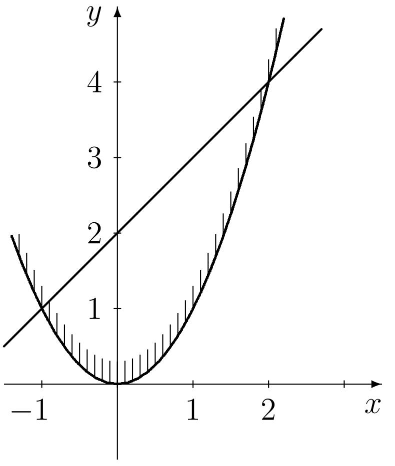
Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

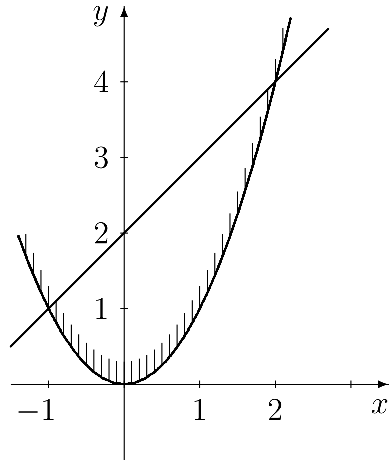
Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.

Граница фигуры $y \leqslant x + 2$ — это прямая.



Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.



Сначала выполним рисунок.
Построим границы области.
Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.
Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.
Граница фигуры $y \leqslant x + 2$ — это прямая.
Если взять точку на границе $y = x + 2$, то для того, чтобы точка оставалась в полуплоскости $y \leqslant x + 2$,
надо значение y уменьшать
увеличивать

Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

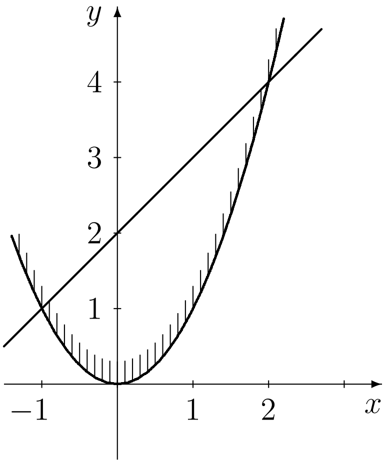
Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.

Граница фигуры $y \leqslant x+2$ — это прямая.

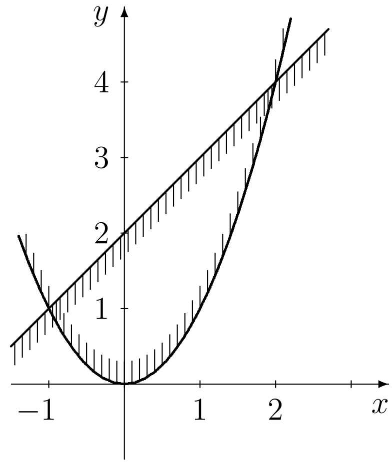
Если взять точку на границе $y = x+2$, то для того, чтобы точка оставалась в полуплоскости $y \leqslant x+2$,

надо значение y уменьшать.



Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.



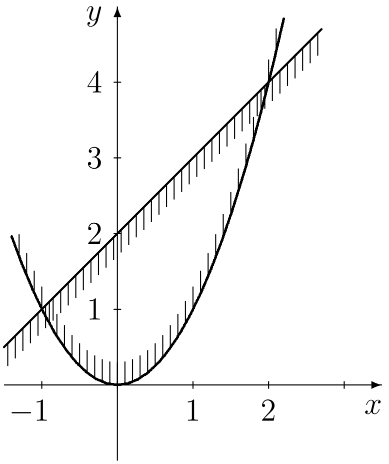
Сначала выполним рисунок.
Построим границы области.
Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.
Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.
Граница фигуры $y \leqslant x + 2$ — это прямая.
Если взять точку на границе $y = x + 2$, то для того, чтобы точка оставалась в полуплоскости $y \leqslant x + 2$,

надо значение y уменьшать.

Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.



Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.

Граница фигуры $y \leqslant x+2$ — это прямая.

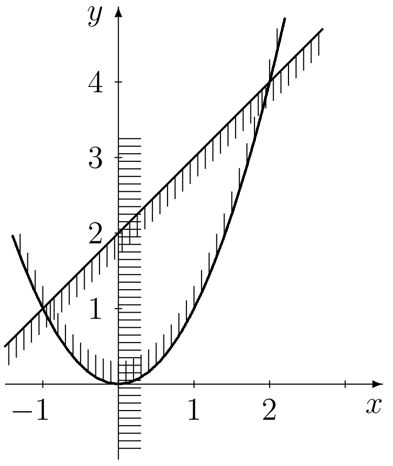
Если взять точку на границе $y = x+2$, то для того, чтобы точка оставалась в полуплоскости $y \leqslant x+2$,

надо значение y уменьшать.

Осталось построить полуплоскость $x \geqslant 0$.

Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.



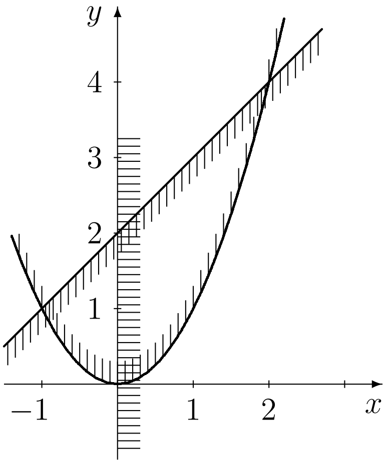
Сначала выполним рисунок.
Построим границы области.
Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.
Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.
Граница фигуры $y \leqslant x+2$ — это прямая.
Если взять точку на границе $y = x+2$, то для того, чтобы точка оставалась в полуплоскости $y \leqslant x+2$,

надо значение y уменьшать.
Осталось построить полуплоскость $x \geqslant 0$.

Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

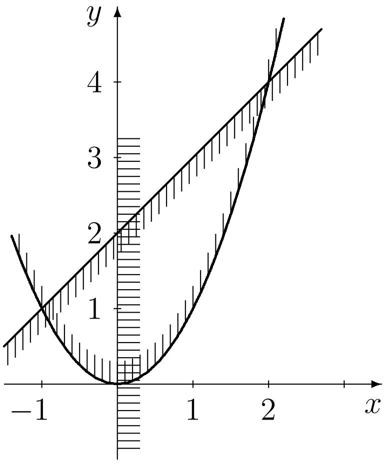


Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

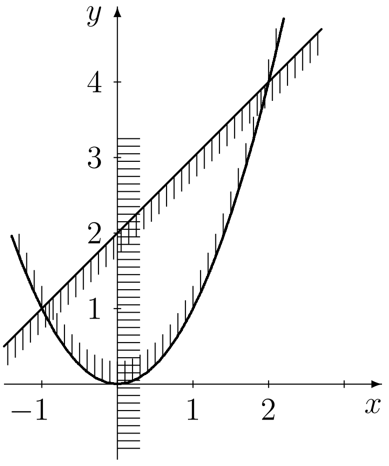
Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^2 \left(x + 2 - x^2\right)\, dx =$$



Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.



Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

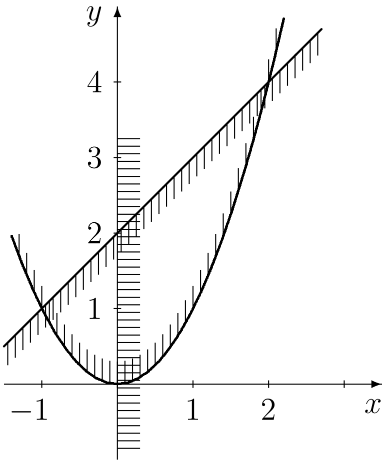
$$\int_0^2 \left(x + 2 - x^2\right)\, dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 +$$

Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

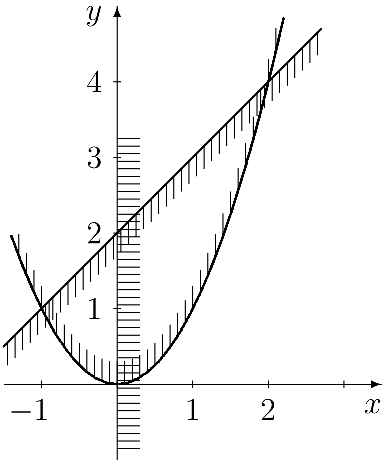
Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^2 \left(x+2-x^2\right)\,dx = \frac{x^2}{2}\bigg|_0^1 + 2x\bigg|_0^1 -$$



Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.



Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

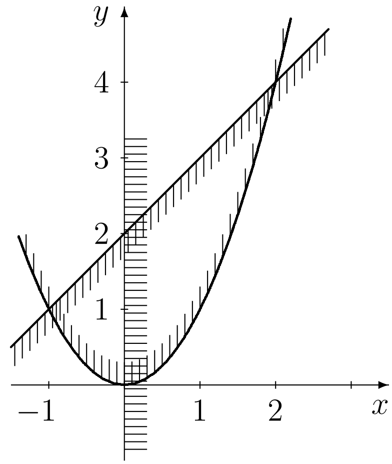
$$\int_0^2 \left(x+2-x^2\right)\, dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 + 2x\Big|_0^1 - \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 =$$

Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^2 \left(x+2-x^2\right)\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 + 2x\Big|_0^1 - \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{3} =$$

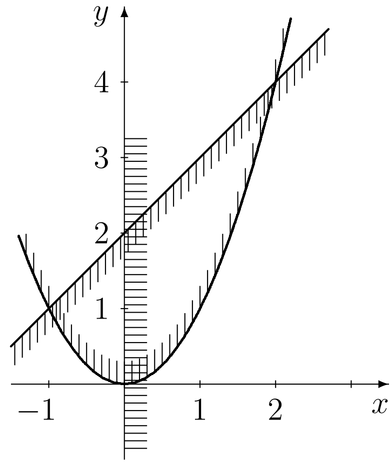


Задача 56. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^2 \left(x+2-x^2\right)\,dx = \frac{x^2}{2}\bigg|_0^1 + 2x\bigg|_0^1 - \frac{x^3}{3}\bigg|_0^1 = \frac{1}{2}+2-\frac{1}{3} = \frac{13}{6}.$$



Решение задачи 57.

Задача 57. Вычислите длину части графика функции $f(x) = \operatorname{ch} x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ для $0 \leqslant x \leqslant \ln 4$.

Задача 57. Вычислите длину части графика функции $f(x) = \operatorname{ch} x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ для $0 \leqslant x \leqslant \ln 4$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению определенного интеграла**.

Задача 57. Вычислите длину части графика функции $f(x) = \operatorname{ch} x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ для $0 \leqslant x \leqslant \ln 4$.

Ответ. Можно считать, что линия задана параметрическими уравнениями $\begin{cases} x = x \\ y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2} \end{cases}$. Равенство $x = x$ можно воспринимать, как указание на то, что x является параметром. Если Вас все-таки что-то смущает в этой системе уравнений, можете записать ее в виде $\begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{e^t + e^{-t}}{2} \end{cases}$. Согласно **формуле для вычисления дуги линии**, в силу $\begin{cases} \dfrac{d}{dx}x = 1 \\ \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{e^x + e^{-x}}{2}\right) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2} = \operatorname{sh} x \end{cases}$, искомая длина равна

$$L = \int\limits_0^{\ln 4} \sqrt{1 + \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2}\, dx = \int\limits_0^{\ln 4} \sqrt{1 + \frac{e^{2x} - 2 + e^{-2x}}{4}}\, dx =$$

$$= \int\limits_0^{\ln 4} \sqrt{\frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x}}{4}}\, dx = \int\limits_0^{\ln 4} \sqrt{\frac{(e^x + e^{-x})^2}{4}}\, dx = \int\limits_0^{\ln 4} \frac{e^x + e^{-x}}{2}\, dx =$$

$$= \left.\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right|_0^{\ln 4} = \frac{15}{4}.$$

Решение задачи 58.

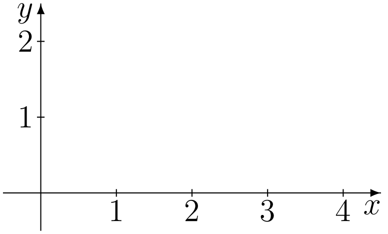
Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

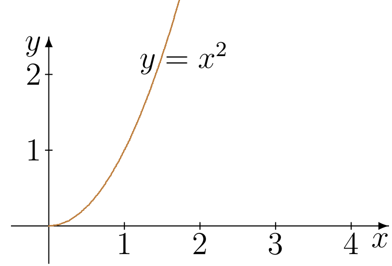
Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



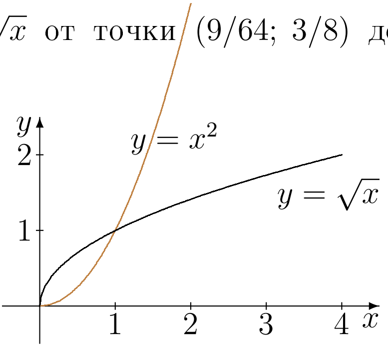
Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



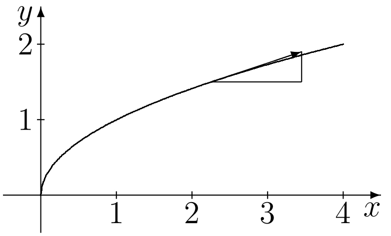
Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



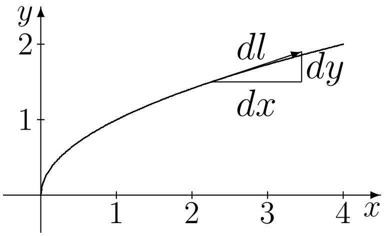
Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

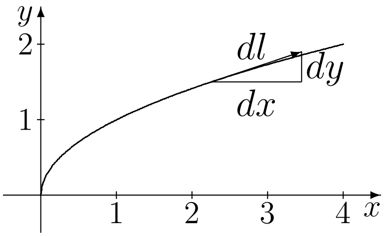
Ответ.



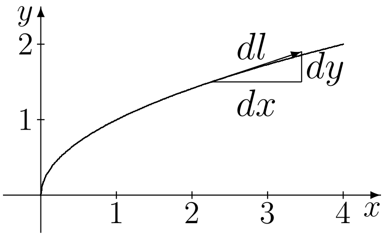
Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

Мы еще раз выведем **формулу вычисления длины дуги с помощью интеграла**.



Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.



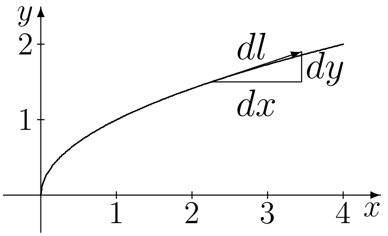
Ответ.

$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl =$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

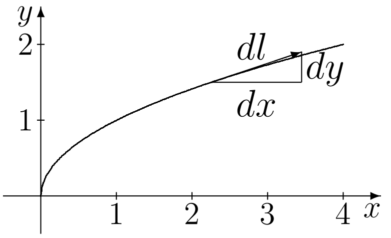
$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} =$$



Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

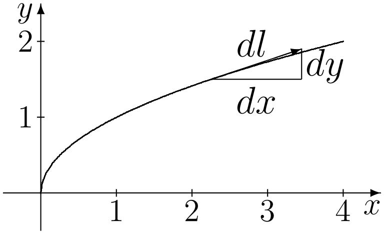
$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} =$$



Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

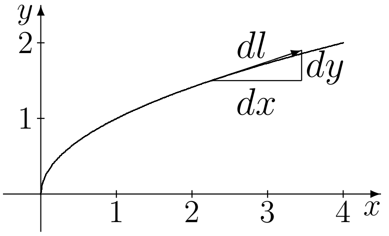
Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

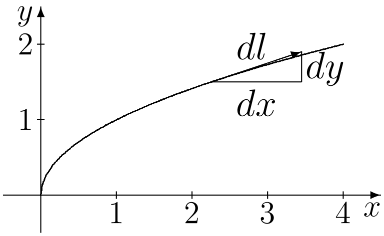


$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

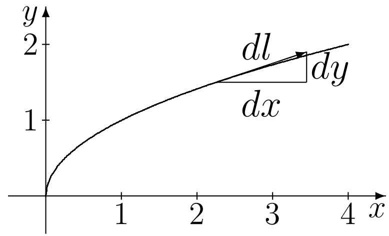
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

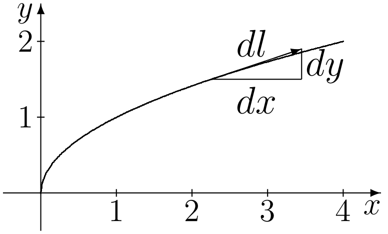


Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

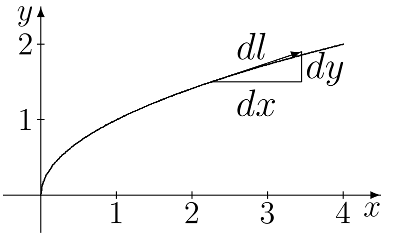
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$



$$=\Bigg|\qquad\qquad\Bigg|=\int\limits_{???}^{???}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

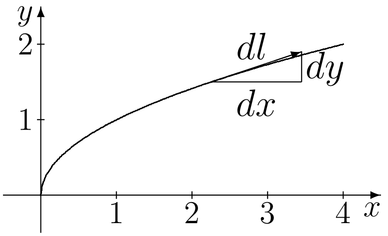
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\ t=\qquad\qquad\qquad\qquad\right|=\int\limits_{???}^{???}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



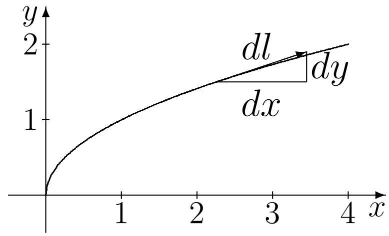
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\ t=\sqrt{\frac{4x+1}{4x}}\qquad\right|=\int\limits_{???}^{???}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + y'^2\,dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + y'^2}\,dx =$$



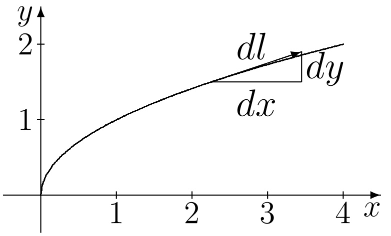
$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\,dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x = \end{array} \right| = \int\limits_{???}^{???}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$

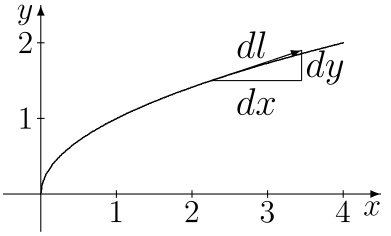


$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x = \dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \end{array} \right| = \int\limits_{???}^{???}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



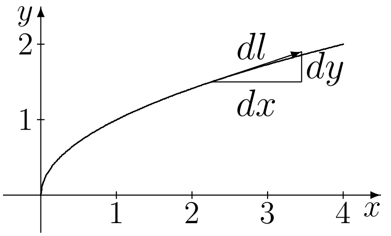
$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x = \dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx = \end{array} \right| = \int\limits_{???}^{???}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

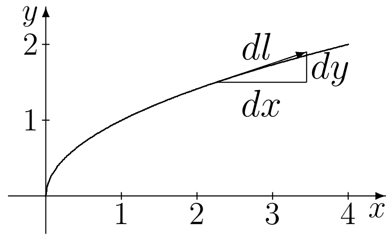
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{???}^{???}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

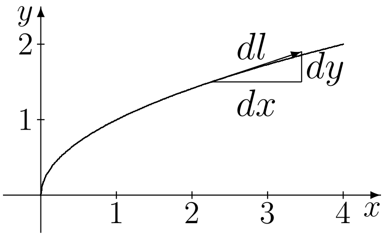


$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

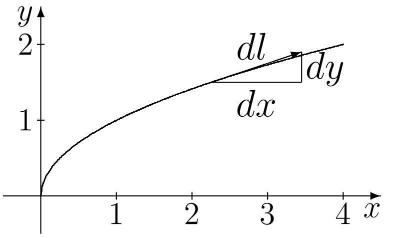
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

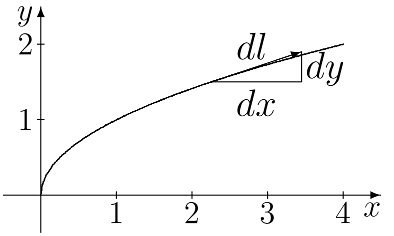


$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

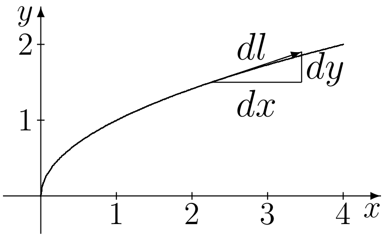
$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



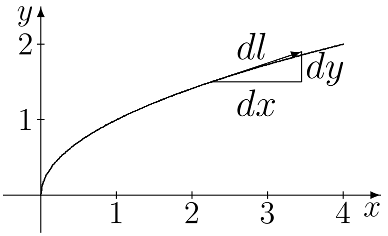
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2}\left(\mathbf{t^2-1}\right)^{\mathbf{2}}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

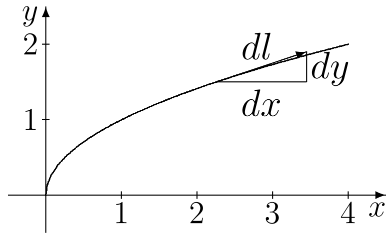
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\,\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

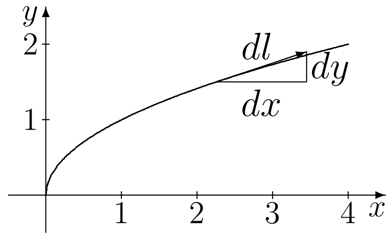
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

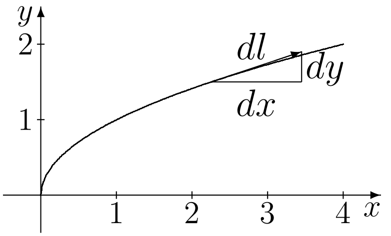
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

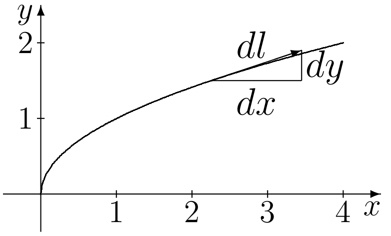
$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{\qquad}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

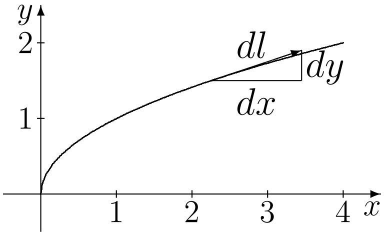
$$= \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x = \dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx = -\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\, dt \end{array} \right| = \int\limits_{5/3}^{5/4} \mathbf{t} \cdot \left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}} \right) \mathbf{dt} =$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2} = \frac{A}{t-1} + \frac{B}{(t-1)^2} + \frac{C}{t+1} + \frac{D}{(t+1)^2} =$$

$$= \frac{A(t-1)(t+1)^2 +}{(t-1)^2(t+1)^2} =$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

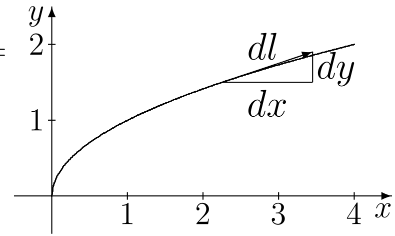
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4(t^2-1)} & dx=-\dfrac{t}{2(t^2-1)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t\cdot\left(-\frac{t}{2(t^2-1)^2}\right)dt=}$$

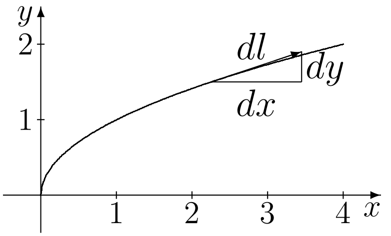
$$\frac{-t^2/2}{(t^2-1)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

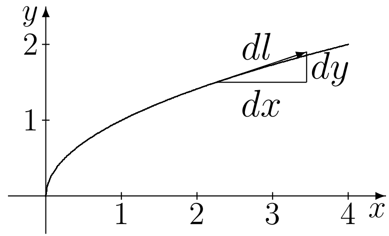
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

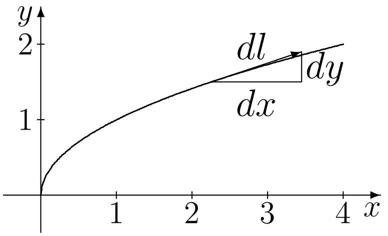
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(\qquad\qquad)+B(\qquad\qquad)+C(\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

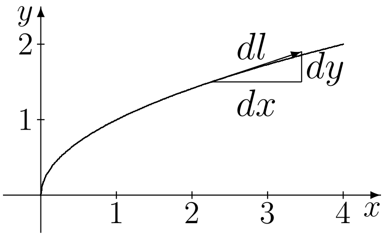
$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$
$$=\frac{A(t^3\qquad\qquad)+B(\qquad\qquad)+C(\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x = \dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx = -\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\, dt \end{array} \right| = \int\limits_{5/3}^{5/4} \mathbf{t} \cdot \left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}} \right) \mathbf{dt} =$$

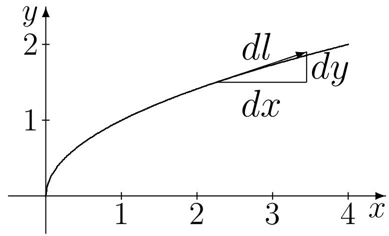
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2} = \frac{A}{t-1} + \frac{B}{(t-1)^2} + \frac{C}{t+1} + \frac{D}{(t+1)^2} =$$

$$= \frac{A(t-1)(t+1)^2 + B(t+1)^2 + C(t-1)^2(t+1) + D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2} =$$

$$= \frac{A(t^3+t^2 \qquad\qquad) + B(\qquad\qquad) + C(\qquad\qquad\qquad) + D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

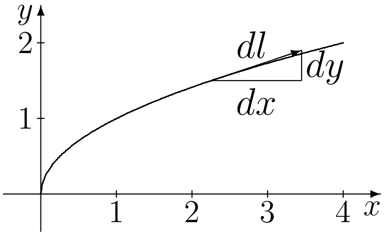
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t\qquad)+B(\qquad\qquad)+C(\qquad\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

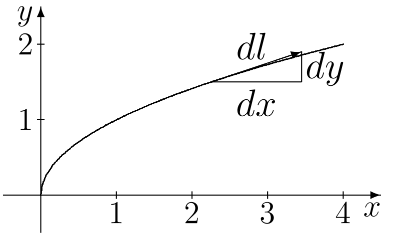
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(\qquad\qquad)+C(\qquad\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

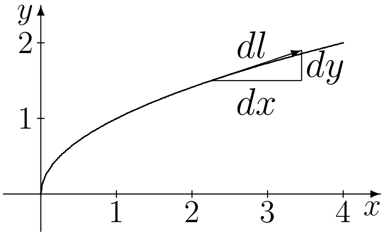
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2\qquad\qquad)+C(\qquad\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

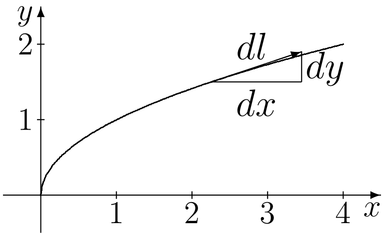
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t\qquad)+C(\qquad\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

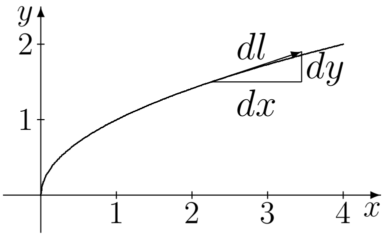
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt\end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

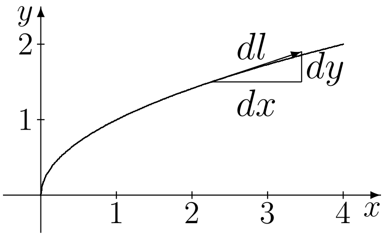
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \qquad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

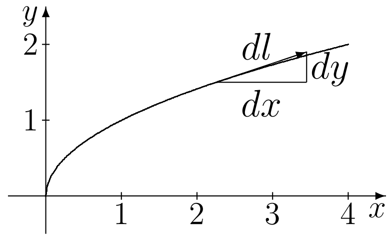
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2\qquad\quad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

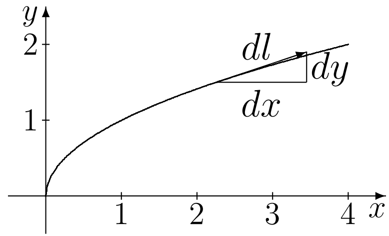
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t\cdot\left(-\frac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\right)\,dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

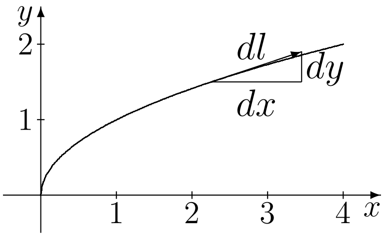
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

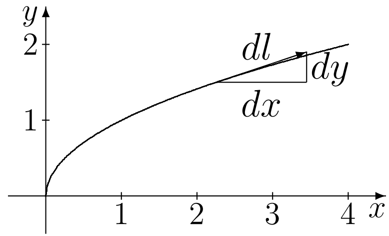
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2}\left(\mathbf{t^2-1}\right)^{\mathbf{2}}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

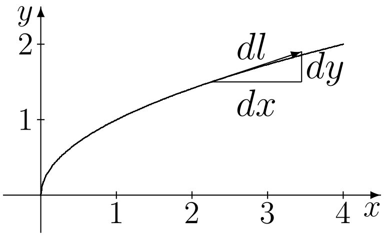
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t\quad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

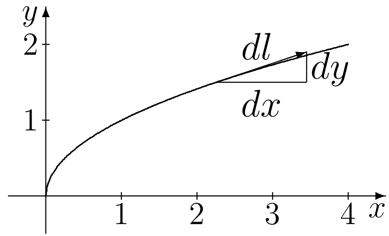
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

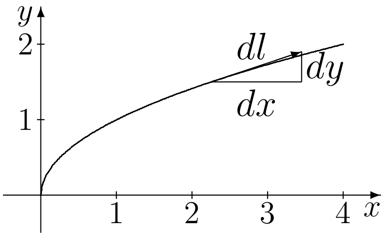
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array}\right. \qquad \begin{array}{|l} t^3 \\ t^2 \\ t \\ t^0 \end{array}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2}\left(\mathbf{t^2-1}\right)^{\mathbf{2}}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

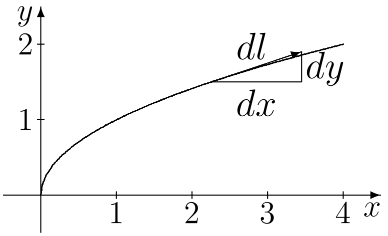
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l} \qquad =0, \\ \\ \\ \\ \end{array}\right. \qquad \left|\begin{array}{l} t^3 \\ t^2 \\ t \\ t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

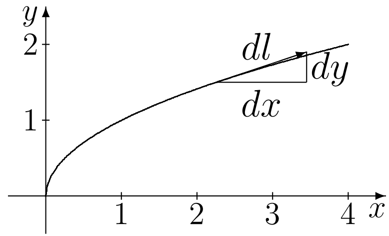
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} A\quad=0, & \\ & \\ & \\ & \end{array}\right.\quad\begin{array}{|l} t^3\\ t^2\\ t\\ t^0 \end{array}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

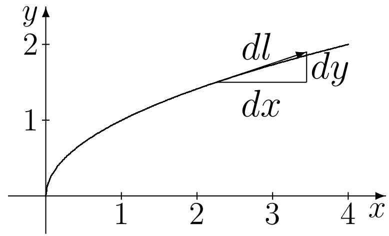
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3 \\ & t^2 \\ & t \\ & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$\left\{\begin{array}{ll} A+C=0, & \\ & =-1/2 \\ & \\ & \end{array}\right.\left|\begin{array}{l} t^3\\ t^2\\ t\\ t^0\end{array}\right.$$

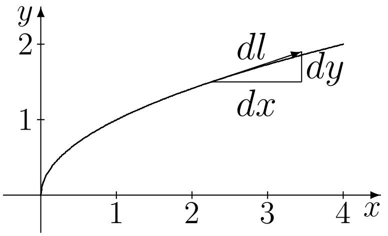
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int_{9/64}^{2/3} dl=\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

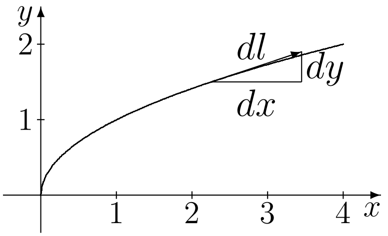
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} A+C=0, & \\ A & =-1/2 \\ & \\ & \end{array}\right.\left|\begin{array}{l} t^3 \\ t^2 \\ t \\ t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

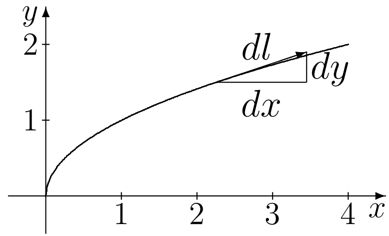
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} A+C=0, & \\ A+B & =-1/2 \\ & \\ & \end{array}\right.\left|\begin{array}{l} t^3 \\ t^2 \\ t \\ t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

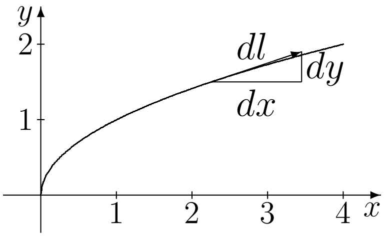
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} A+C=0, & & t^3 \\ A+B-C & =-1/2 & t^2 \\ & & t \\ & & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x = \dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx = -\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\, dt \end{array} \right| = \int\limits_{5/3}^{5/4} \mathbf{t} \cdot \left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right) \mathbf{dt} =$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2} = \frac{A}{t-1} + \frac{B}{(t-1)^2} + \frac{C}{t+1} + \frac{D}{(t+1)^2} =$$

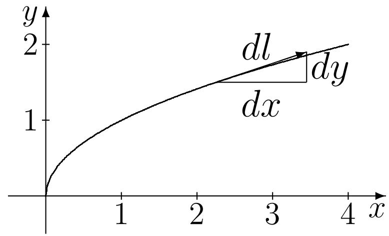
$$= \frac{A(t-1)(t+1)^2 + B(t+1)^2 + C(t-1)^2(t+1) + D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2} =$$

$$= \frac{A(t^3+t^2-t-1) + B(t^2+2t+1) + C(t^3-t^2-t+1) + D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} A + C = 0, & t^3 \\ A + B - C + D = -1/2 & t^2 \\ & t \\ & t^0 \end{array} \right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

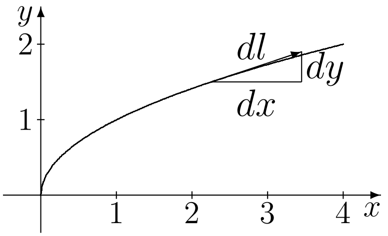
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{r|l} A+C=0, & t^3 \\ A+B-C+D=-1/2 & t^2 \\ =0 & t \\ & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

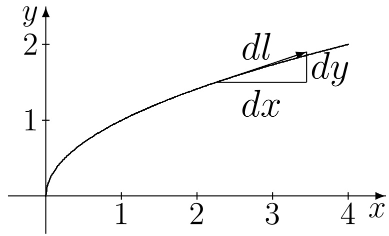
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} A+C=0, & & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & & t^2\\ -A & =0 & t\\ & & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

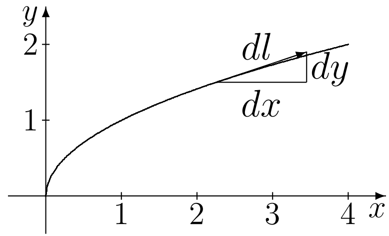
$$\left\{\begin{array}{ll} A+C=0, & \\ A+B-C+D=-1/2 & \\ -A+2B\qquad\qquad=0 & \\ & \end{array}\right.\left|\begin{array}{l} t^3\\ t^2\\ t\\ t^0\end{array}\right.$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

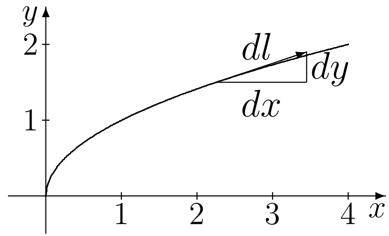
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=0, \\ A+B-C+D=-1/2 \\ -A+2B-C\qquad=0 \\ \end{array}\right.\left|\begin{array}{l} t^3 \\ t^2 \\ t \\ t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

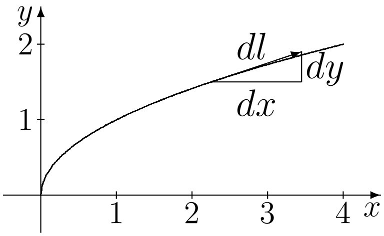
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$\left\{\begin{array}{r} A+C=0,\\ A+B-C+D=-1/2\\ -A+2B-C-2D=0\\ =0 \end{array}\right.\left|\begin{array}{l} t^3\\ t^2\\ t\\ t^0 \end{array}\right.$$

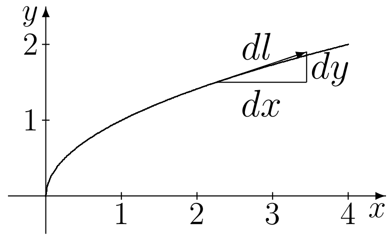
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

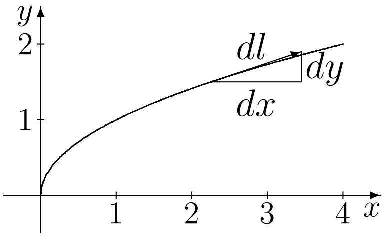
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{rl|l} A+C= & 0, & t^3\\ A+B-C+D= & -1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D= & 0 & t\\ -A\qquad\qquad = & 0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

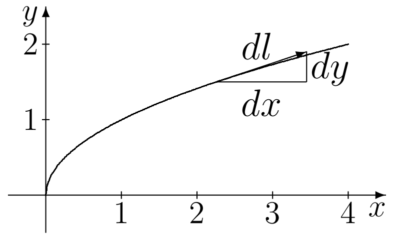
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ -A+B\qquad\qquad\ =0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

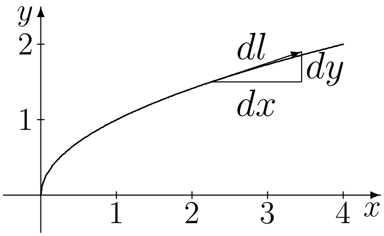
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3 \\ A+B-C+D=-1/2 & t^2 \\ -A+2B-C-2D=0 & t \\ -A+B+C\qquad=0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

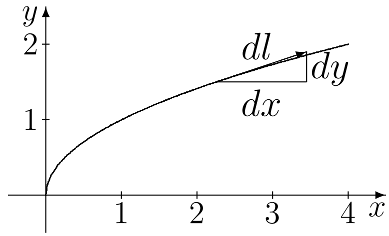
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3 \\ A+B-C+D=-1/2 & t^2 \\ -A+2B-C-2D=0 & t \\ -A+B+C+D=0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\,(t^2-1)} & dx=-\dfrac{t}{2\,(t^2-1)^2}\,dt\end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\,(t^2-1)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+$$

$$\frac{-t^2/2}{(t^2-1)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

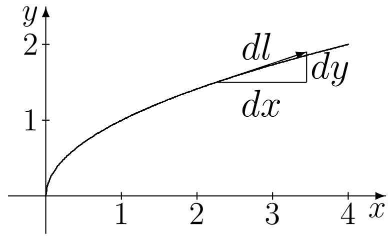
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ -A+B+C+D=0 & t^0\end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

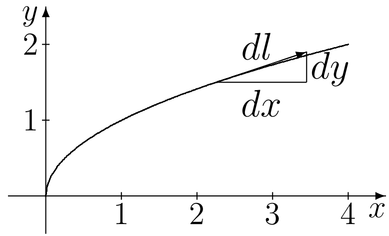
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ -A+B+C+D=0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt\end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2}\left(\mathbf{t^2-1}\right)^{\mathbf{2}}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

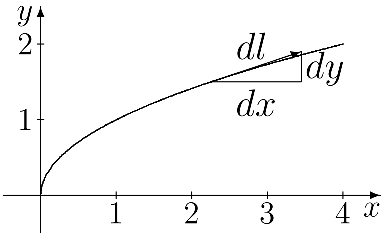
$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ -A+B+C+D=0 & t^0\end{array}\right.$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

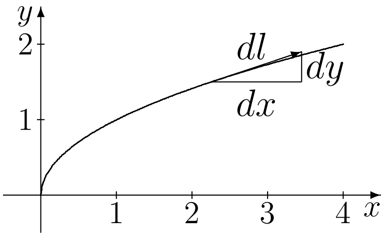
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3 \\ A+B-C+D=-1/2 & t^2 \\ -A+2B-C-2D=0 & t \\ -A+B+C+D=0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

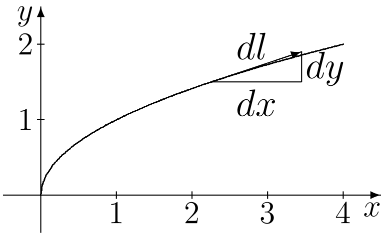
$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

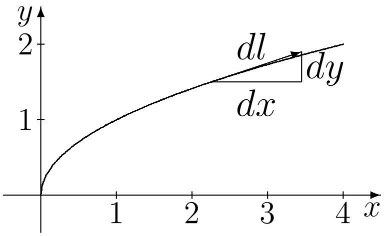
$$=\left|\begin{matrix} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt\end{matrix}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

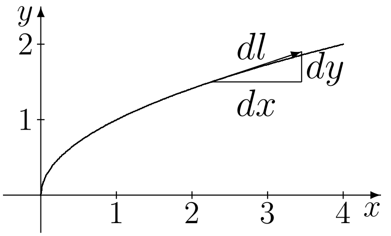
$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt\end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

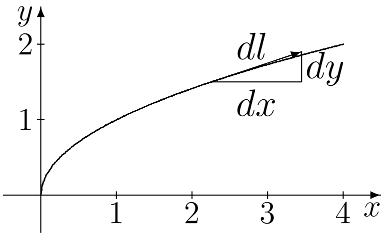
$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

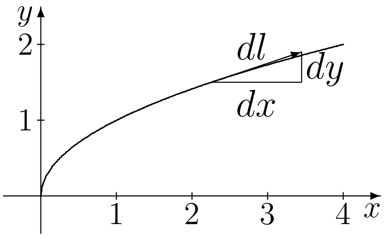
$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

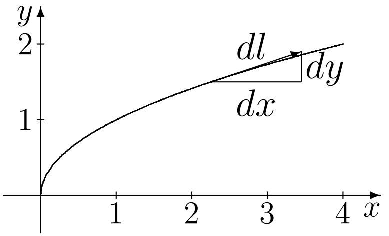
$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{16}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t\cdot\left(-\frac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\right)\,dt}=$$

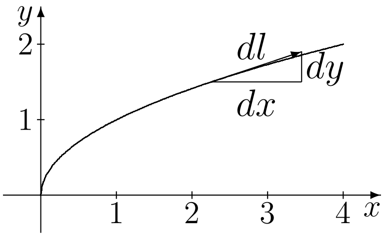
$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{16}+\frac{\ln(9/4)}{8}-\frac{\ln(8/3)}{8}$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

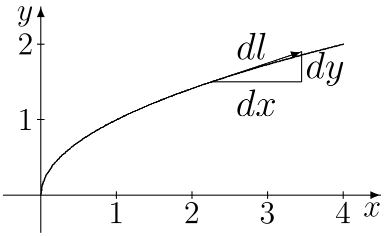
$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{16}+\frac{\ln(9/4)}{8}-\frac{\ln(8/3)}{8}+\frac{1}{18}-\frac{3}{64}=$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

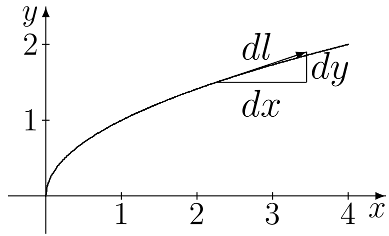
$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{16}+\frac{\ln(9/4)}{8}-\frac{\ln(8/3)}{8}+\frac{1}{18}-\frac{3}{64}=\frac{\ln(9/4)}{8}+$$

Задача 58. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{16}+\frac{\ln(9/4)}{8}-\frac{\ln(8/3)}{8}+\frac{1}{18}-\frac{3}{64}=\frac{\ln(9/4)}{8}+\frac{185}{576}.$$

Решение задачи 59.

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ.

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) =$

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}} =$

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\ \overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) =$

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt =$

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt.$

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt$.

Поэтому

Согласно формуле, искомая длина равна

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| =$

Согласно **формуле**, искомая длина равна

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt.$

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| =$

Согласно формуле, искомая длина равна

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$

Согласно **формуле**, искомая длина равна

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.
При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt.$
Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt.$
Согласно формуле, искомая длина равна

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.
При $dt > 0$ имеем $d\,\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt$.
Поэтому $\left|d\,\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt$.
Согласно **формуле**, искомая длина равна
$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt.$

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt.$

Согласно формуле, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \int_0^1 \sqrt{9t + 16}\,dt =$$

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\,\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt$.

Поэтому $\left|d\,\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt$.

Согласно формуле, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \int_0^1 \sqrt{9t+16}\,dt = \frac{1}{9}\int_0^1 \sqrt{9t+16}\,d(9t+16) =$$

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt$.

Согласно формуле, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \int_0^1 \sqrt{9t+16}\,dt = \frac{1}{9}\int_0^1 \sqrt{9t+16}\,d(9t+16) = \frac{1}{9}\cdot\frac{2}{3}\cdot(9t+16)^{3/2}\Big|_0^1 =$$

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt$.

Согласно **формуле**, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \int_0^1 \sqrt{9t+16}\,dt = \frac{1}{9}\int_0^1 \sqrt{9t+16}\,d(9t+16) = \frac{1}{9}\cdot\frac{2}{3}\cdot(9t+16)^{3/2}\,\Big|_0^1 =$$

$$= \frac{2}{27}\left(25^{3/2} - 16^{3/2}\right) =$$

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.
При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt.$
Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt.$
Согласно **формуле**, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \int_0^1 \sqrt{9t+16}\,dt = \frac{1}{9}\int_0^1 \sqrt{9t+16}\,d(9t+16) = \frac{1}{9}\cdot\frac{2}{3}\cdot(9t+16)^{3/2}\Big|_0^1 =$$

$$= \frac{2}{27}\left(25^{3/2} - 16^{3/2}\right) = \frac{2}{27}(125-64) =$$

Задача 59. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt$.

Согласно **формуле**, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \int_0^1 \sqrt{9t + 16}\,dt = \frac{1}{9}\int_0^1 \sqrt{9t + 16}\,d(9t + 16) = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} \cdot (9t + 16)^{3/2}\Big|_0^1 =$$

$$= \frac{2}{27}\left(25^{3/2} - 16^{3/2}\right) = \frac{2}{27}(125 - 64) = \frac{122}{27}.$$

Решение задачи 60.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**:

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$;
г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится},\\ > 1, \text{ ряд расходится},\\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^\alpha}{\sqrt{n^2+1}} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^\alpha}{\sqrt{n^2+1}} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^{\alpha-1}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^\alpha}{\sqrt{n^2+1}} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n^{\alpha-1}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} = \lim\limits_{n\to\infty} 2n^{\alpha-1}$.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то

$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,

$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^\alpha}{\sqrt{n^2+1}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^{\alpha-1}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} = \lim\limits_{n\to\infty} 2n^{\alpha-1}$.

Последний предел равен числу тогда и только тогда, когда $\alpha =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}:$ $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}:$

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}:$

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^\alpha}{\sqrt{n^2+1}} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^{\alpha-1}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} = \lim\limits_{n\to\infty} 2n^{\alpha-1}.$

Последний предел равен числу тогда и только тогда, когда $\alpha = 1$.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^\alpha}{\sqrt{n^2+1}} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^{\alpha-1}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} = \lim\limits_{n\to\infty} 2n^{\alpha-1}$.

Последний предел равен числу тогда и только тогда, когда $\alpha = 1$.

Значит, исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$ сходится или расходится одновременно с рядом

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$: $\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^\alpha}{\sqrt{n^2+1}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^{\alpha-1}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} = \lim\limits_{n\to\infty} 2n^{\alpha-1}$.

Последний предел равен числу тогда и только тогда, когда $\alpha = 1$.

Значит, исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$ сходится или расходится одновременно с рядом $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}$.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то

$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,

$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**: $$\lim_{n\to\infty} \frac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n^\alpha}{\sqrt{n^2+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n^{\alpha-1}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} = \lim_{n\to\infty} 2n^{\alpha-1}.$$

Последний предел равен числу тогда и только тогда, когда $\alpha = 1$.

Значит, исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$ сходится или расходится одновременно с рядом $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$.

Последний ряд —

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**:
$$\lim_{n\to\infty} \frac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n^\alpha}{\sqrt{n^2+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n^{\alpha-1}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} = \lim_{n\to\infty} 2n^{\alpha-1}.$$

Последний предел равен числу тогда и только тогда, когда $\alpha = 1$.

Значит, исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$ сходится или расходится одновременно с рядом $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}$.

Последний ряд — **гармонический**,

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^\alpha}{\sqrt{n^2+1}} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^{\alpha-1}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} = \lim\limits_{n\to\infty} 2n^{\alpha-1}$.

Последний предел равен числу тогда и только тогда, когда $\alpha=1$.

Значит, исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$ сходится или расходится одновременно с рядом $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$.

Последний ряд — **гармонический**, значит исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

а) Применим **признак сравнения**: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2/\sqrt{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^\alpha}{\sqrt{n^2+1}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^{\alpha-1}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}} = \lim\limits_{n\to\infty} 2n^{\alpha-1}$.

Последний предел равен числу тогда и только тогда, когда $\alpha = 1$.

Значит, исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$ сходится или расходится одновременно с рядом $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}$.

Последний ряд — **гармонический**, значит исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$ расходится.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то

$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,

$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Применим

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Применим
признак д'Аламбера:

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2/3^{n+1}}{n^2/3^n} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ расх}. \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает»}. \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2/3^{n+1}}{n^2/3^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2 \cdot 3^n}{n^2 \cdot 3^{n+1}} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\dots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\dots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\dots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\dots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\dots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\dots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

б) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2/3^{n+1}}{n^2/3^n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2\cdot 3^n}{n^2\cdot 3^{n+1}}=\frac{1}{3}\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2=$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\dots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\dots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\dots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\dots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\dots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\dots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2/3^{n+1}}{n^2/3^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2\cdot 3^n}{n^2\cdot 3^{n+1}} = \frac{1}{3} \lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^2 = \frac{1}{3}$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^2/3^{n+1}}{n^2/3^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^2 \cdot 3^n}{n^2 \cdot 3^{n+1}} = \dfrac{1}{3} \lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^2 = \dfrac{1}{3} \quad 1.$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^2/3^{n+1}}{n^2/3^n} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^2\cdot 3^n}{n^2\cdot 3^{n+1}} = \dfrac{1}{3}\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^2 = \dfrac{1}{3} < 1.$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

б) Применим **признак д'Аламбера**:
$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2/3^{n+1}}{n^2/3^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2\cdot 3^n}{n^2\cdot 3^{n+1}}=\frac{1}{3}\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2=\frac{1}{3}<1.$$

Значит, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся,} \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся,} \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится,} \\ >1, \text{ ряд расходится,} \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2/3^{n+1}}{n^2/3^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2 \cdot 3^n}{n^2 \cdot 3^{n+1}} = \frac{1}{3} \lim\limits_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^2 = \frac{1}{3} < 1.$

Значит, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$ сходится.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$;
г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; е) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим
радикальный признак Коши:

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$;
г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим
радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n^2}{3^{n+1}}} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{n^2}{3^{n+1}}}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}}=$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases}0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases}<1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}}=$

$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n^2}=$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}} =$

$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^2} = \lim\limits_{n\to\infty} n^{2/n} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$: $\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}}=$

$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}n^{2/n}=\lim\limits_{n\to\infty}e^{\ln\left(n^{2/n}\right)}=$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}}=$

$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}n^{2/n}=\lim\limits_{n\to\infty}e^{\ln\left(n^{2/n}\right)}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left(n^{2/n}\right)}=$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}}=$

$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}n^{2/n}=\lim\limits_{n\to\infty}e^{\ln\left(n^{2/n}\right)}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left(n^{2/n}\right)}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2\ln n}{n}}=$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}}=$

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n^2}=\lim_{n\to\infty}n^{2/n}=\lim_{n\to\infty}e^{\ln\left(n^{2/n}\right)}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left(n^{2/n}\right)}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2\ln n}{n}}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2\ln x}{x}}=$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$: $\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}} =$

$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n^2} = \lim\limits_{n\to\infty} n^{2/n} = \lim\limits_{n\to\infty} e^{\ln\left(n^{2/n}\right)} = e^{\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left(n^{2/n}\right)} = e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2\ln n}{n}} = e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2/x}{1}} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{n^2}{3^{n+1}}} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}} =$

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n^2} = \lim_{n\to\infty} n^{2/n} = \lim_{n\to\infty} e^{\ln\left(n^{2/n}\right)} = e^{\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left(n^{2/n}\right)} = e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2\ln n}{n}} = e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2/x}{1}} = 1.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n^2}{3^{n+1}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}} =$

$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^2} = \lim\limits_{n\to\infty} n^{2/n} = \lim\limits_{n\to\infty} e^{\ln\left(n^{2/n}\right)} = e^{\lim\limits_{n\to\infty} \ln\left(n^{2/n}\right)} = e^{\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2\ln n}{n}} = e^{\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2/x}{1}} = 1.$

$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{3} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}}=$

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{n^2}=\lim_{n\to\infty}n^{2/n}=\lim_{n\to\infty}e^{\ln\left(n^{2/n}\right)}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\ln\left(n^{2/n}\right)}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2\ln n}{n}}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2\ln x}{x}}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2/x}{1}}=1.$$

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{3}=1.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}} = \dfrac{1}{3}$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^2} = \lim_{n\to\infty} n^{2/n} = \lim_{n\to\infty} e^{\ln\left(n^{2/n}\right)} = e^{\lim\limits_{n\to\infty} \ln\left(n^{2/n}\right)} = e^{\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2\ln n}{n}} = e^{\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2\ln x}{x}} = e^{\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2/x}{1}} = 1.$$

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3} = 1.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n^2}{3^{n+1}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}} = \frac{1}{3} \quad 1.$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}} = \dfrac{1}{3} < 1.$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\left\{\begin{array}{l} 0,\ \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся,} \\ \in\mathbb{R},\ \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся,} \\ \infty,\ \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{array}\right.$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\left\{\begin{array}{l} <1,\ \text{ряд сходится,} \\ >1,\ \text{ряд расходится,} \\ =1,\ \text{признак «не работает».} \end{array}\right.$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то

$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,

$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}} = \dfrac{1}{3} < 1.$

Значит, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

б) Теперь применим **радикальный признак Коши**: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{n^2}{3^{n+1}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[n]{n^2}}{3\sqrt[n]{3}} = \dfrac{1}{3} < 1.$

Значит, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$ сходится.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

в) Применим

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

в) Применим
признак д'Аламбера:

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

в) Применим **признак д'Аламбера**: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}/(n+1)!}{2^n/n!} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

в) Применим **признак д'Аламбера**: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^{n+1}/(n+1)!}{2^n/n!} = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^{n+1}n!}{2^n(n+1)!} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}:\ \begin{cases} 0, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}:$

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}:$

$\begin{cases} <1, & \text{ряд сходится},\\ >1, & \text{ряд расходится},\\ =1, & \text{признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

в) Применим **признак д'Аламбера**: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^{n+1}/(n+1)!}{2^n/n!}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^{n+1}n!}{2^n(n+1)!}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{n+1}=$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

в) Применим **признак д'Аламбера**: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^{n+1}/(n+1)!}{2^n/n!} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^{n+1}n!}{2^n(n+1)!} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{n+1} = 0$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$:

$$\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то

$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,

$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

в) Применим **признак д'Аламбера**: $$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}/(n+1)!}{2^n/n!} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}n!}{2^n(n+1)!} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n+1} = 0 \quad 1.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$;
г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

в) Применим **признак д'Аламбера**: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^{n+1}/(n+1)!}{2^n/n!} = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^{n+1}n!}{2^n(n+1)!} = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{n+1} = 0 < 1.$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

в) Применим **признак д'Аламбера**: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}/(n+1)!}{2^n/n!} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}n!}{2^n(n+1)!} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n+1} = 0 < 1.$

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}:\begin{cases}0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}:$

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}:$

$\begin{cases}<1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

в) Применим **признак д'Аламбера**: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^{n+1}/(n+1)!}{2^n/n!}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^{n+1}n!}{2^n(n+1)!}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{n+1}=0<1.$

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$ сходится.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:

если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Применим

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Применим
признак д'Аламбера:

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)!/\left((n+1)^2\right)!}{n!/(n^2)!} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то

$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,

$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)!/\left((n+1)^2\right)!}{n!/(n^2)!} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}:$ $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}:$

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}:$

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

г) Применим **признак д'Аламбера**:
$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)!/\left((n+1)^2\right)!}{n!/(n^2)!}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)(n^2)!}{(n^2+2n)!(n+1)^2}=$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\dots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\dots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\dots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\dots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\dots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\dots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

г) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)!/\left((n+1)^2\right)!}{n!/(n^2)!}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)(n^2)!}{(n^2+2n)!(n+1)^2}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)}{(n^2+1)(n^2+2)\dots(n^2+2n)(n+1)^2}=$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

г) Применим **признак д'Аламбера**:
$$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)!/\left((n+1)^2\right)!}{n!/(n^2)!}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)(n^2)!}{(n^2+2n)!(n+1)^2}=$$
$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)}=$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Применим **признак д'Аламбера**:
$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)!/\left((n+1)^2\right)!}{n!/(n^2)!} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)(n^2)!}{(n^2+2n)!(n+1)^2} =$$
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)} = 0$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

г) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!/\left((n+1)^2\right)!}{n!/(n^2)!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)(n^2)!}{(n^2+2n)!(n+1)^2}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)}=0 \quad 1.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

г) Применим признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!/\left((n+1)^2\right)!}{n!/(n^2)!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)(n^2)!}{(n^2+2n)!(n+1)^2}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)}=0<1.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)!/\left((n+1)^2\right)!}{n!/(n^2)!} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)(n^2)!}{(n^2+2n)!(n+1)^2} =$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)} = 0 < 1.$$

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, & \text{ряд сходится}, \\ >1, & \text{ряд расходится}, \\ =1, & \text{признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)!/\left((n+1)^2\right)!}{n!/(n^2)!} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!} = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)(n^2)!}{(n^2+2n)!(n+1)^2} =$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)^2} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{(n^2+1)(n^2+2)\ldots(n^2+2n)(n+1)} = 0 < 1.$$

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$ сходится.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Теперь применим **признак сравнения**:

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Теперь применим
признак сравнения: при $n \geqslant 2$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$: $\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Теперь применим
признак сравнения: при $n \geqslant 2$ $\quad \dfrac{n!}{(n^2)!} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$;
г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$: $\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

г) Теперь применим
признак сравнения: при $n\geqslant 2$ $\quad\dfrac{n!}{(n^2)!}=\dfrac{1}{(n+1)(n+2)\ldots n^2}<$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Теперь применим **признак сравнения**: при $n \geqslant 2$
$$\frac{n!}{(n^2)!} = \frac{1}{(n+1)(n+2)\ldots n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

г) Теперь применим **признак сравнения**: при $n \geqslant 2$ $\frac{n!}{(n^2)!} = \frac{1}{(n+1)(n+2)\ldots n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Как известно, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ сходится, поэтому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$ сходится.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим
признак сравнения:

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$: $\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим
признак сравнения: при $n \geqslant 5$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n\geqslant 5$ $\quad \frac{n^2}{2^n+n!}=$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n\geqslant 5$

$$\frac{n^2}{2^n+n!}=\frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2}_{n}+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot\ldots\cdot n}<$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$: $\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n\geqslant 5$
$$\frac{n^2}{2^n+n!}=\frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2}_{n}+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot\ldots\cdot n}<$$
$$<\frac{n^2}{2\cdot(1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\ldots\cdot(n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1)\cdot n)}<$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n\geqslant 5$

$$\frac{n^2}{2^n+n!}=\frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2}_{n}+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot\ldots\cdot n}<$$

$$<\frac{n^2}{2\cdot(1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\ldots\cdot(n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1)\cdot n)}<\frac{n}{2\cdot((n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1))}<$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$: $\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n \geqslant 5$

$$\frac{n^2}{2^n+n!} = \frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot \ldots \cdot 2}_{n} + 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot \ldots \cdot n} <$$

$$< \frac{n^2}{2\cdot(1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \ldots \cdot (n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1)\cdot n)} < \frac{n}{2\cdot((n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1))} <$$

$$< \frac{2(n-1)}{2\cdot((n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1))} <$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n\geqslant 5$
$$\frac{n^2}{2^n+n!}=\frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2}_{n}+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot\ldots\cdot n}<$$
$$<\frac{n^2}{2\cdot(1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\ldots\cdot(n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1)\cdot n)}<\frac{n}{2\cdot((n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1))}<$$
$$<\frac{2(n-1)}{2\cdot((n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1))}<\frac{2}{2\cdot((n-3)\cdot(n-2))}.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n \geqslant 5$

$$\frac{n^2}{2^n+n!} = \frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2}_{n} + 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot\ldots\cdot n} < \frac{1}{(n-3)(n-2)}.$$

$$< \frac{n^2}{2\cdot(1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot\ldots\cdot(n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1)\cdot n)} < \frac{n}{2\cdot((n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1))} <$$

$$< \frac{2(n-1)}{2\cdot((n-3)\cdot(n-2)\cdot(n-1))} < \frac{2}{2\cdot((n-3)\cdot(n-2))}.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n\geqslant 5$
$$\frac{n^2}{2^n+n!}=\frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2}_{n}+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot\ldots\cdot n}<\frac{1}{(n-3)(n-2)}.$$

Как известно, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ сходится, поэтому сходится и ряд $\sum\limits_{n=5}^{\infty}\frac{1}{(n-3)\cdot(n-2)}$,

т.к.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n\geqslant 5$
$$\frac{n^2}{2^n+n!}=\frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2}_{n}+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot\ldots\cdot n}<\frac{1}{(n-3)(n-2)}.$$

Как известно, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^2}$ сходится, поэтому сходится и ряд $\sum\limits_{n=5}^{\infty}\dfrac{1}{(n-3)\cdot(n-2)}$,

т.к. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1/((n-2)(n-1))}{1/n^2}=$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$;
г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$: $\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n \geqslant 5$ $\dfrac{n^2}{2^n+n!} = \dfrac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2}_{n}+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot\ldots\cdot n} < \dfrac{1}{(n-3)(n-2)}$.

Как известно, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^2}$ сходится, поэтому сходится и ряд $\sum\limits_{n=5}^{\infty}\dfrac{1}{(n-3)\cdot(n-2)}$,

т.к. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1/((n-2)(n-1))}{1/n^2} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{((n-2)(n-1)} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n \geqslant 5$
$$\frac{n^2}{2^n+n!} = \frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot \ldots \cdot 2}_{n} + 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot \ldots \cdot n} < \frac{1}{(n-3)(n-2)}.$$

Как известно, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ сходится, поэтому сходится и ряд $\sum\limits_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(n-3)\cdot(n-2)}$,

т.к. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1/((n-2)(n-1))}{1/n^2} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2}{((n-2)(n-1))} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\left(\left(1-\frac{2}{n}\right)\left(1-\frac{1}{n}\right)\right)} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак сравнения**: при $n \geqslant 5$
$$\frac{n^2}{2^n+n!} = \frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2}_{n} + 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot\ldots\cdot n} < \frac{1}{(n-3)(n-2)}.$$

Как известно, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^2}$ сходится, поэтому сходится и ряд $\sum\limits_{n=5}^{\infty} \dfrac{1}{(n-3)\cdot(n-2)}$,

т.к. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1/((n-2)(n-1))}{1/n^2} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{((n-2)(n-1)} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{((1-\frac{2}{n})\left(1-\frac{1}{n}\right)} = 1.$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$: $\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\begin{array}{l}\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in\mathbb{R}, \text{ то ряд сходится},\\ \lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty, \text{ то ряд расходится.}\end{array}$

д) Применим **признак сравнения**: при $n \geqslant 5$
$$\frac{n^2}{2^n+n!}=\frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2}_{n}+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot\ldots\cdot n}<\frac{1}{(n-3)(n-2)}.$$

Как известно, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^2}$ сходится, поэтому сходится и ряд $\sum\limits_{n=5}^{\infty}\dfrac{1}{(n-3)\cdot(n-2)}$,

Следовательно, исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\begin{array}{l}\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}, \text{ то ряд сходится},\\ \lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty, \text{ то ряд расходится.}\end{array}$

д) Применим **признак сравнения**: при $n\geqslant 5$
$$\frac{n^2}{2^n+n!}=\frac{n^2}{\underbrace{2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2}_{n}+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot\ldots\cdot n}<\frac{1}{(n-3)(n-2)}.$$

Как известно, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^2}$ сходится, поэтому сходится и ряд $\sum\limits_{n=5}^{\infty}\dfrac{1}{(n-3)\cdot(n-2)}$,

Следовательно, исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$ сходится.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим
признак д'Аламбера:

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся,} \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся,} \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится,} \\ > 1, \text{ ряд расходится,} \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2/\left(2^{n+1}+(n+1)!\right)}{n^2/\left(2^n+n!\right)} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1 + \ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1 + b_2 + \ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1 + \ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак д'Аламбера**:
$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2/\,(2^{n+1}+(n+1)!)}{n^2/\,(2^n+n!)} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)!(n^2)!}{n!\,((n+1)^2)!} =$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то

$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,

$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^2/\left(2^{n+1}+(n+1)!\right)}{n^2/\left(2^n+n!\right)} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+1)^2}{n^2} \cdot$

$\cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n+n!}{2^{n+1}+(n+1)!} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^2/\left(2^{n+1}+(n+1)!\right)}{n^2/\left(2^n+n!\right)} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^2}{n^2}\cdot$

$\cdot\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n+n!}{2^{n+1}+(n+1)!} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{2^n}{(n+1)!}+\frac{1}{n}}{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}+1} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^2/\left(2^{n+1}+(n+1)!\right)}{n^2/\left(2^n+n!\right)} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^2}{n^2}\cdot$

$\cdot\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n+n!}{2^{n+1}+(n+1)!} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{2^n}{(n+1)!}+\frac{1}{n}}{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}+1} = 0$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$;
г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак д'Аламбера**:
$$\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2/\left(2^{n+1}+(n+1)!\right)}{n^2/\left(2^n+n!\right)} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} \cdot$$
$$\cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+n!}{2^{n+1}+(n+1)!} = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{2^n}{(n+1)!}+\frac{1}{n}}{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}+1} = 0 \quad 1.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}:\begin{cases}0, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}:$

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}:$

$\begin{cases}<1, & \text{ряд сходится},\\ >1, & \text{ряд расходится},\\ =1, & \text{признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак д'Аламбера**: $$\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2/\left(2^{n+1}+(n+1)!\right)}{n^2/\left(2^n+n!\right)}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2}{n^2}\cdot$$
$$\cdot\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+n!}{2^{n+1}+(n+1)!}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{2^n}{(n+1)!}+\frac{1}{n}}{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}+1}=0<1.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2/\left(2^{n+1}+(n+1)!\right)}{n^2/\left(2^n+n!\right)} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2}$.

$\cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+n!}{2^{n+1}+(n+1)!} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{2^n}{(n+1)!}+\frac{1}{n}}{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}+1} = 0 < 1.$

Значит, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}:\begin{cases}0, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}:$

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}:$ $\begin{cases}<1, & \text{ряд сходится},\\ >1, & \text{ряд расходится},\\ =1, & \text{признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

д) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2/\left(2^{n+1}+(n+1)!\right)}{n^2/\left(2^n+n!\right)}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)!(n^2)!}{n!\left((n+1)^2\right)!}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2}{n^2}\cdot$

$\cdot\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+n!}{2^{n+1}+(n+1)!}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\frac{2^n}{(n+1)!}+\frac{1}{n}}{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}+1}=0<1.$

Значит, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$ сходится.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Применим

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Применим
признак д'Аламбера:

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}:$ $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}:$

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}:$

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

е) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}/(4^{n+1}+1)}{2^n/(4^n+1)}=$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n+1}/(4^{n+1}+1)}{2^n/(4^n+1)} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^{n+1}(4^n+1)}{2^n(4^{n+1}+1)} =$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Применим **признак д'Аламбера**:
$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}/(4^{n+1}+1)}{2^n/(4^n+1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}(4^n+1)}{2^n(4^{n+1}+1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4^{n+1}}\right)}{1+\frac{1}{4^{n+1}}} =$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

е) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}/(4^{n+1}+1)}{2^n/(4^n+1)} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}(4^n+1)}{2^n(4^{n+1}+1)} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4^{n+1}}\right)}{1+\frac{1}{4^{n+1}}} = \dfrac{1}{2}$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

е) Применим **признак д'Аламбера**: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}/(4^{n+1}+1)}{2^n/(4^n+1)}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}(4^n+1)}{2^n(4^{n+1}+1)}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4^{n+1}}\right)}{1+\frac{1}{4^{n+1}}}=\dfrac{1}{2}\quad 1.$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}:\begin{cases}0, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}:$

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}:$

$$\begin{cases}<1, & \text{ряд сходится},\\ >1, & \text{ряд расходится},\\ =1, & \text{признак «не работает».}\end{cases}$$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

е) Применим **признак д'Аламбера**:
$$\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}/(4^{n+1}+1)}{2^n/(4^n+1)}=\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}(4^n+1)}{2^n(4^{n+1}+1)}=\lim_{n\to\infty}\frac{2\left(\frac14+\frac{1}{4^{n+1}}\right)}{1+\frac{1}{4^{n+1}}}=\frac12<1.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Применим **признак д'Аламбера**:
$$\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}/(4^{n+1}+1)}{2^n/(4^n+1)} = \lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}(4^n+1)}{2^n(4^{n+1}+1)} = \lim_{n\to\infty}\frac{2\left(\frac14+\frac{1}{4^{n+1}}\right)}{1+\frac{1}{4^{n+1}}} = \frac12 < 1.$$

Значит, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Применим **признак д'Аламбера**:
$$\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}/(4^{n+1}+1)}{2^n/(4^n+1)} = \lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}(4^n+1)}{2^n(4^{n+1}+1)} = \lim_{n\to\infty}\frac{2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4^{n+1}}\right)}{1+\frac{1}{4^{n+1}}} = \frac{1}{2} < 1.$$

Значит, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$ сходится.

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

е) Теперь применим

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Теперь применим
интегральный признак Коши:

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}:\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}:$

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}:$

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\begin{matrix}\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}, \text{ то ряд сходится},\\ \lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty, \text{ то ряд расходится.}\end{matrix}$

е) Теперь применим
интегральный признак Коши: $\lim\limits_{A\to+\infty}\displaystyle\int\limits_1^A\frac{2^x}{4^{x+1}+1}\,dx=$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Теперь применим **интегральный признак Коши**:

$$\lim_{A\to+\infty}\int\limits_1^A \frac{2^x}{4^{x+1}+1}\,dx = \lim_{A\to+\infty}\int\limits_1^A \frac{2^{-x}}{1+4^{-x}}\,dx =$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$;
г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Теперь применим **интегральный признак Коши:** $$\lim_{A\to+\infty}\int\limits_1^A \frac{2^x}{4^{x+1}+1}\,dx = \lim_{A\to+\infty}\int\limits_1^A \frac{2^{-x}}{1+4^{-x}}\,dx =$$

$$= -\frac{1}{\ln 2}\lim_{A\to+\infty}\int\limits_1^A \frac{d\left(2^{-x}\right)}{1+4^{-x}} =$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n}$:
$$\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:
$$\begin{cases} <1, \text{ ряд сходится}, \\ >1, \text{ ряд расходится}, \\ =1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится,
$\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Теперь применим **интегральный признак Коши**:
$$\lim_{A\to+\infty} \int\limits_1^A \frac{2^x}{4^{x+1}+1}\,dx = \lim_{A\to+\infty} \int\limits_1^A \frac{2^{-x}}{1+4^{-x}}\,dx =$$
$$= -\frac{1}{\ln 2} \lim_{A\to+\infty} \int\limits_1^A \frac{d\left(2^{-x}\right)}{1+4^{-x}} = -\frac{1}{\ln 2} \lim_{A\to+\infty} \ln\left(1+4^{-x}\right)\Big|_1^A$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, & \text{тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} <1, & \text{ряд сходится},\\ >1, & \text{ряд расходится},\\ =1, & \text{признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx \in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Теперь применим **интегральный признак Коши:** $\lim\limits_{A\to+\infty}\displaystyle\int\limits_1^A \frac{2^x}{4^{x+1}+1}\,dx = \lim\limits_{A\to+\infty}\int\limits_1^A \frac{2^{-x}}{1+4^{-x}}\,dx =$

$$= -\frac{1}{\ln 2}\lim_{A\to+\infty}\int\limits_1^A \frac{d\left(2^{-x}\right)}{1+4^{-x}} = -\frac{1}{\ln 2}\lim_{A\to+\infty}\ln\left(1+4^{-x}\right)\Big|_1^A \in\mathbb{R}.$$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$, где $a_n>0$.

Признак сравнения: если $0<b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}:\begin{cases}0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \in\mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся},\\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.}\end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}:$

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}:$

$\begin{cases}<1, \text{ ряд сходится},\\ >1, \text{ ряд расходится},\\ =1, \text{ признак «не работает».}\end{cases}$

Интегральный признак Коши: если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n)=a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx\in\mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty}\int_1^A f(x)\,dx=\infty$, то ряд расходится.

е) Теперь применим **интегральный признак Коши**: $\lim\limits_{A\to+\infty}\int\limits_1^A\frac{2^x}{4^{x+1}+1}\,dx=\lim\limits_{A\to+\infty}\int\limits_1^A\frac{2^{-x}}{1+4^{-x}}\,dx=$

$$=-\frac{1}{\ln 2}\lim_{A\to+\infty}\int\limits_1^A\frac{d\left(2^{-x}\right)}{1+4^{-x}}=-\frac{1}{\ln 2}\lim_{A\to+\infty}\ln\left(1+4^{-x}\right)\Big|_1^A\in\mathbb{R}.$$

Значит, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{4^n+1}$

Задача 60. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{n^2+1}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(n^2)!}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n+n!}$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$.

Ответ. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$.

Признак сравнения: если $0 < b_n$ и $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$: $\begin{cases} 0, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \in \mathbb{R}, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ сх-ся } \Leftrightarrow a_1+\ldots \text{ сх-ся}, \\ \infty, \text{ тогда } b_1+b_2+\ldots \text{ расх-ся } \Rightarrow a_1+\ldots \text{ расх.} \end{cases}$

Признак д'Аламбера: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$:

Радикальный признак Коши: $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$:

$\begin{cases} < 1, \text{ ряд сходится}, \\ > 1, \text{ ряд расходится}, \\ = 1, \text{ признак «не работает».} \end{cases}$

Интегральный признак Коши:
если 1) f монотонно убывает; 2) $f(n) = a_n$, то $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx \in \mathbb{R}$, то ряд сходится, $\lim\limits_{A\to+\infty} \int_1^A f(x)\,dx = \infty$, то ряд расходится.

е) Теперь применим **интегральный признак Коши**:
$$\lim_{A\to+\infty} \int\limits_1^A \frac{2^x}{4^{x+1}+1}\,dx = \lim_{A\to+\infty} \int\limits_1^A \frac{2^{-x}}{1+4^{-x}}\,dx =$$

$$= -\frac{1}{\ln 2} \lim_{A\to+\infty} \int\limits_1^A \frac{d\left(2^{-x}\right)}{1+4^{-x}} = -\frac{1}{\ln 2} \lim_{A\to+\infty} \ln\left(1+4^{-x}\right)\Big|_1^A \in \mathbb{R}.$$

Значит, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{4^n+1}$ сходится.

Решение задачи 61.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}} =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}} =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+5} - \frac{10}{\sqrt{n+5}} \right) =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+5} - \frac{10}{\sqrt{n+5}} \right) = \infty$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+5} - \frac{10}{\sqrt{n+5}}\right) = \infty \neq 0.$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+5}-\frac{10}{\sqrt{n+5}}\right)=\infty\neq 0.$$

Значит, по **необходимому признаку сходимости** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+5}-\frac{10}{\sqrt{n+5}}\right)=\infty\neq 0.$$

Значит, по **необходимому признаку сходимости** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$ расходится.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}}=$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}}=0.$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}}=0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}}=0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} =0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$:

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}}=0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}:\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}=$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} = 0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^\alpha} : \frac{\sqrt{n+1}}{n+5} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+5}{n^\alpha \cdot \sqrt{n+1}} =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} =0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^\alpha} : \frac{\sqrt{n+1}}{n+5} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+5}{n^\alpha \cdot \sqrt{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+5/n}{n^{\alpha-0,5} \cdot \sqrt{1+1/n}}.$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} =0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^\alpha} : \frac{\sqrt{n+1}}{n+5} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+5}{n^\alpha \cdot \sqrt{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+5/n}{n^{\alpha-0,5} \cdot \sqrt{1+1/n}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha =$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} = 0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^\alpha} : \frac{\sqrt{n+1}}{n+5} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+5}{n^\alpha\cdot\sqrt{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+5/n}{n^{\alpha-0,5}\cdot\sqrt{1+1/n}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 0,5$.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} = 0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{\alpha}} : \frac{\sqrt{n+1}}{n+5} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+5}{n^{\alpha}\cdot\sqrt{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+5/n}{n^{\alpha-0{,}5}\cdot\sqrt{1+1/n}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 0,5$.

Согласно **решению примера 50**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n}}$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}}=0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}:\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+5}{n^{\alpha}\cdot\sqrt{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+5/n}{n^{\alpha-0,5}\cdot\sqrt{1+1/n}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=0,5$.

Согласно **решению примера 50**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n}}$ расходится.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}=$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin \frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin \frac{1}{n+1/n} =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin \frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin \frac{1}{n+1/n} = \sin \left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1/n} \right) =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin \frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin \frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin \frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin \frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\sin\frac{1}{n+1/n}=\sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$:

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin \frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin \frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \sin \frac{n}{n^2+1} : \frac{1}{n^{\alpha}} =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\sin\frac{1}{n+1/n}=\sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{n}{n^2+1}}{1/n^{\alpha}}=$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} : \frac{1}{n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\dfrac{n}{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\dfrac{1}{n+1/n}}{\dfrac{1}{n+1/n}} \cdot \frac{n^\alpha}{n+1/n} =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\dfrac{n}{n^2+1}}{1/n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\dfrac{1}{n+1/n}}{\dfrac{1}{n+1/n}} \cdot \frac{n^{\alpha}}{n+1/n} =$$

Используя **первый замечательный предел**, получаем...

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\sin\frac{1}{n+1/n}=\sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\frac{n}{n^2+1}}{1/n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\frac{1}{n+1/n}}{\frac{1}{n+1/n}}\cdot\frac{n^{\alpha}}{n+1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{1-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Используя **первый замечательный предел**, получаем...

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\dfrac{n}{n^2+1}}{1/n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\dfrac{1}{n+1/n}}{\dfrac{1}{n+1/n}} \cdot \frac{n^{\alpha}}{n+1/n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{1-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha =$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\sin\frac{1}{n+1/n}=\sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}:\frac{1}{n^\alpha}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{n}{n^2+1}}{1/n^\alpha}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n+1/n}}{\dfrac{1}{n+1/n}}\cdot\frac{n^\alpha}{n+1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{1-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=1$.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\sin\frac{1}{n+1/n}=\sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{n}{n^2+1}}{1/n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n+1/n}}{\dfrac{1}{n+1/n}}\cdot\frac{n^{\alpha}}{n+1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{1-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=1$.

Согласно **решению примера 50**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд
$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} : \frac{1}{n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{n}{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{1}{n+1/n}}{\frac{1}{n+1/n}} \cdot \frac{n^\alpha}{n+1/n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{1-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 1$.

Согласно **решению примера 50**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$ расходится.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1/n}\right) = 0.$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} : \frac{1}{n^{\alpha}} =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}}=$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}}\cdot\frac{n^{\alpha}}{n^2+1/n}=$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^\alpha}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^\alpha}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}}\cdot\frac{n^\alpha}{n^2+1/n}=$$

Используя **первый замечательный предел**, получаем...

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}}\cdot\frac{n^{\alpha}}{n^2+1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{2-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Используя **первый замечательный предел**, получаем...

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin \dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}} \cdot \frac{n^{\alpha}}{n^2+1/n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{2-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha =$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^\alpha}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^\alpha}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}}\cdot\frac{n^\alpha}{n^2+1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{2-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=2$.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin \dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}} \cdot \frac{n^{\alpha}}{n^2+1/n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{2-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 2$.

Согласно **решению примера 50**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}}\cdot\frac{n^{\alpha}}{n^2+1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{2-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=2$.

Согласно **решению примера 50**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$ сходится.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}=0.$$

Ряд может сходиться.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} : \frac{1}{n^{\alpha}} =$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}} \leq$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}}\leq\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}} \leq \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Последний предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha =$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}} \le \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Последний предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 3/2$.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}}\leq\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Последний предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=3/2$.

Согласно **решению примера 50**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{n\sqrt{n}}$ сходится.

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}}\le\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Последний предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=3/2$.

Согласно **решению примера 50**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{n\sqrt{n}}$ сходится.

По **признаку сравнения** исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$

Задача 61. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}}\leq\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Последний предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=3/2$.

Согласно **решению примера 50**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{n\sqrt{n}}$ сходится.

По **признаку сравнения** исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$ сходится.

Решение задачи 62.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|2^{n+1}(x-3)^{n+1}|}{|2^n(x-3)^n|} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|2^{n+1}(x-3)^{n+1}|}{|2^n(x-3)^n|} = 2|x-3|.$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|2^{n+1}(x-3)^{n+1}|}{|2^n(x-3)^n|} = 2|x-3|.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $|x-3| < \frac{1}{2}$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|3^{n+1}(x+5)^{2(n+1)}\right|}{\left|3^n (x+5)^{2n}\right|} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|3^{n+1}(x+5)^{2(n+1)}\right|}{|3^n(x+5)^{2n}|} = 3|x+5|^2.$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|3^{n+1}(x+5)^{2(n+1)}\right|}{\left|3^n (x+5)^{2n}\right|} = 3|x+5|^2.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $-\dfrac{1}{\sqrt{3}} < x+5 < \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\dfrac{(x-1)^n}{n^2}\right|} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\dfrac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\frac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)}{(1+\frac{1}{n})^2}\right| =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\dfrac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)}{(1+\frac{1}{n})^2}\right| = |x-1|\,.$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\frac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)}{(1+\frac{1}{n})^2}\right| = |x-1|\,.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $|x-1| < 1$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\dfrac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)}{(1+\frac{1}{n})^2}\right| = |x-1|\,.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $|x-1| < 1$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\frac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)}{(1+\frac{1}{n})^2}\right| = |x-1|\,.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $|x-1| < 1$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-2)^{(n+1)}}{\sqrt{n+1}}\right|}{\left|\dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}\right|} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-2)^{(n+1)}}{\sqrt{n+1}}\right|}{\left|\dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}\right| =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-2)^{(n+1)}}{\sqrt{n+1}}\right|}{\left|\dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)}{(\sqrt{1+\frac{1}{n}}}\right| =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{(x-2)^{(n+1)}}{\sqrt{n+1}}\right|}{\left|\frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)}{(\sqrt{1+\frac{1}{n}}}\right| = |x-2|\,.$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-2)^{(n+1)}}{\sqrt{n+1}}\right|}{\left|\dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)}{(\sqrt{1+\frac{1}{n}}}\right| = |x-2|\,.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $|x-2| < 1$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|(n+1)!(x-4)^{n+1}|}{|n!(x-4)^n|} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|(n+1)!(x-4)^{n+1}|}{|n!(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n(n+1)(x-4)^{n+1}|}{|1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n(x-4)^n|} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|(n+1)!(x-4)^{n+1}|}{|n!(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n(n+1)(x-4)^{n+1}|}{|1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} |x-4|\cdot n.$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|(n+1)!(x-4)^{n+1}|}{|n!(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n(n+1)(x-4)^{n+1}|}{|1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} |x-4|\cdot n.$$

Последний предел является числом тогда и только тогда, когда $|x-4|=0$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|(n+1)!(x-4)^{n+1}|}{|n!(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n(n+1)(x-4)^{n+1}|}{|1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} |x-4|\cdot n.$$

Последний предел является числом тогда и только тогда, когда $|x-4|=0$.

Значит, область сходимости ряда состоит из одной точки $x=4$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x+1)^{n+1}}{(n+1)!}\right|}{\left|\dfrac{(x+1)^n}{n!}\right|} =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{(x+1)^{n+1}}{(n+1)!}\right|}{\left|\frac{(x+1)^n}{n!}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)\cdot 1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n\cdot (n+1)}\right| =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x+1)^{n+1}}{(n+1)!}\right|}{\left|\dfrac{(x+1)^n}{n!}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)\cdot 1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n\cdot (n+1)}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)}{n+1}\right| =$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x+1)^{n+1}}{(n+1)!}\right|}{\left|\dfrac{(x+1)^n}{n!}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)\cdot 1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)}{n+1}\right| =0.$$

Задача 62. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x+1)^{n+1}}{(n+1)!}\right|}{\left|\dfrac{(x+1)^n}{n!}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)\cdot 1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)}{n+1}\right| = 0.$$

Значит, областью сходимости ряда является все множество действительных чисел $\mathbb{R}$.

Решение задачи 63.

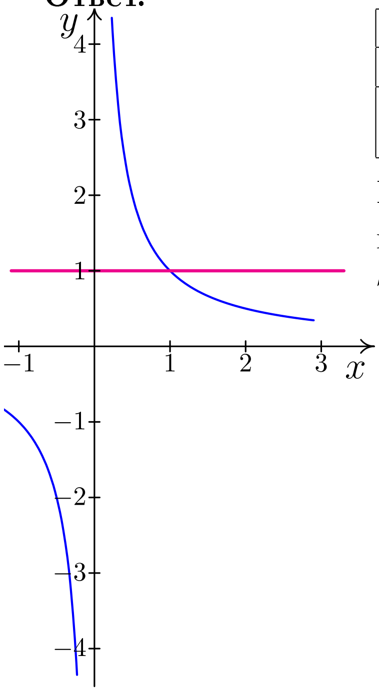
Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



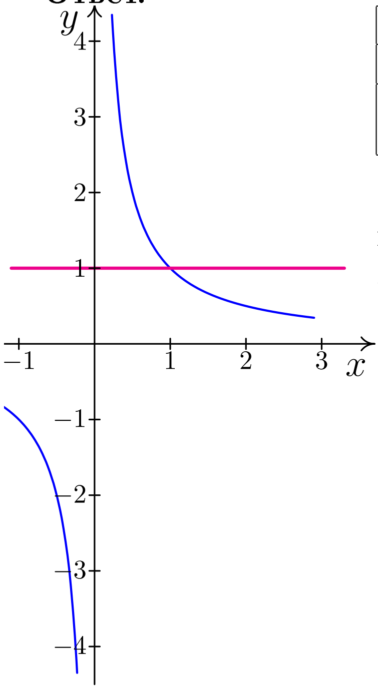
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$								
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\|_{x=1}$								

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



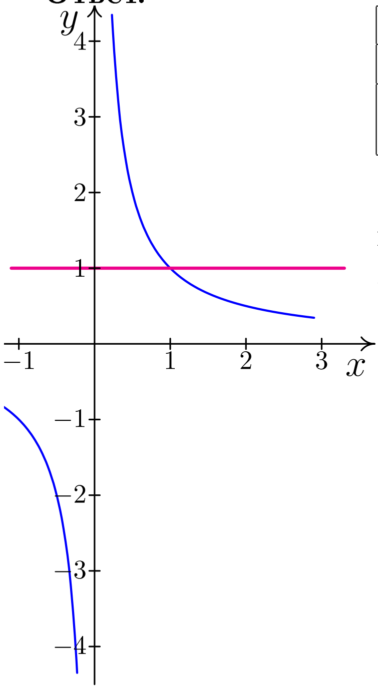
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$							
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\vert_{x=1}$								

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



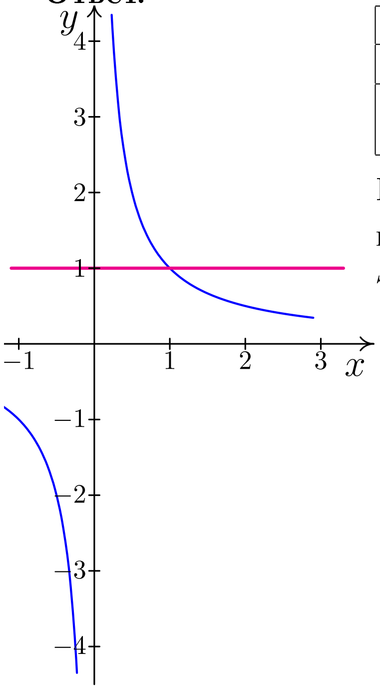
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$							
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1							

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



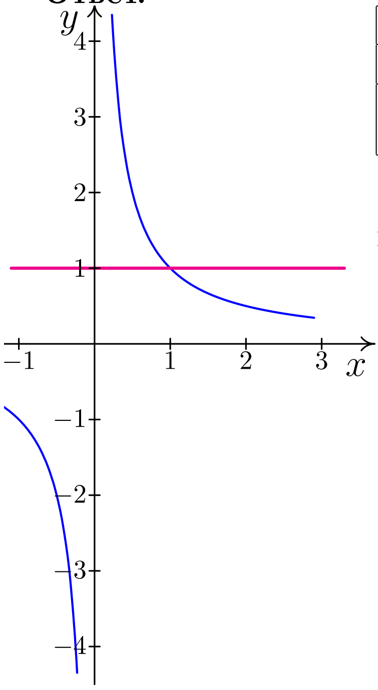
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$						
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1							

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



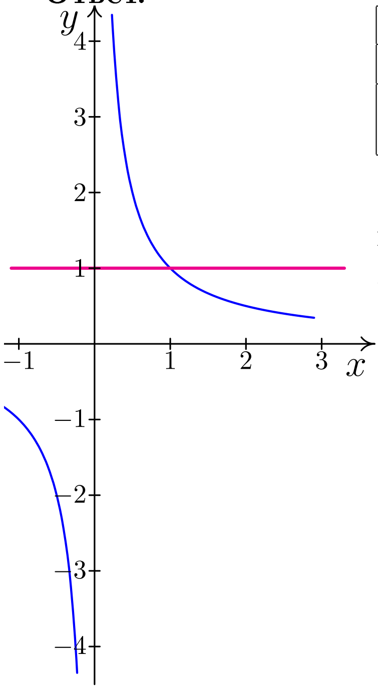
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$						
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\rvert_{x=1}$	1	-1						

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



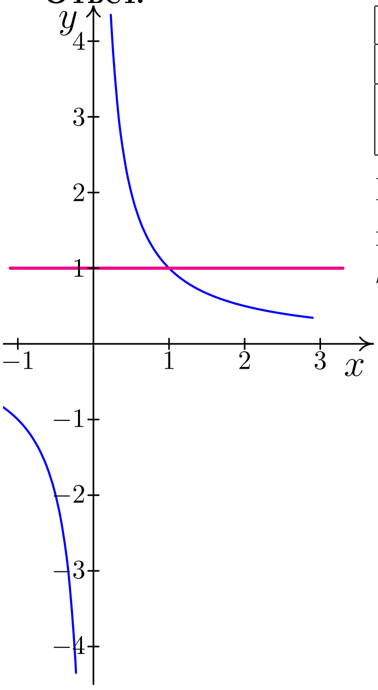
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$					
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1	-1						

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



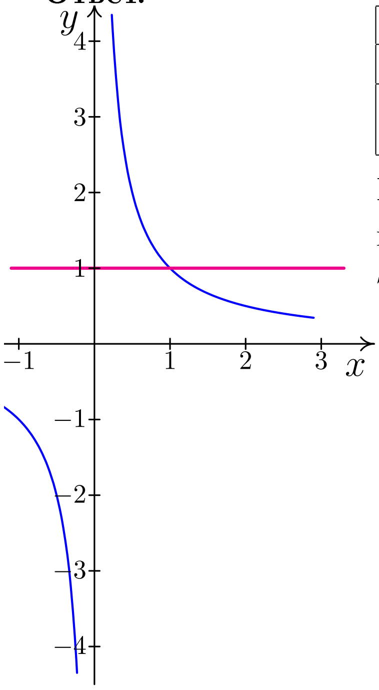
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$					
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\rvert_{x=1}$	1	-1	$2!$					

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



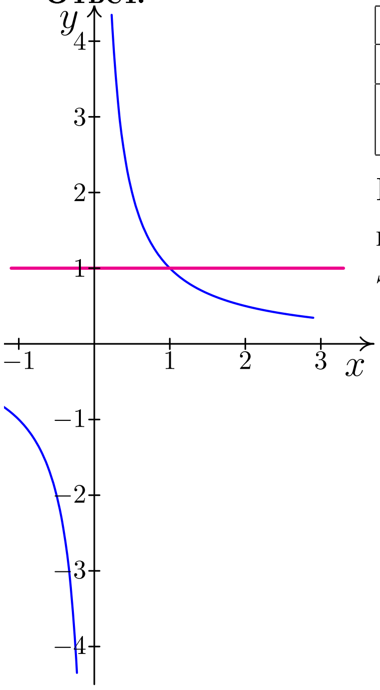
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$				
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1	-1	$2!$					

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



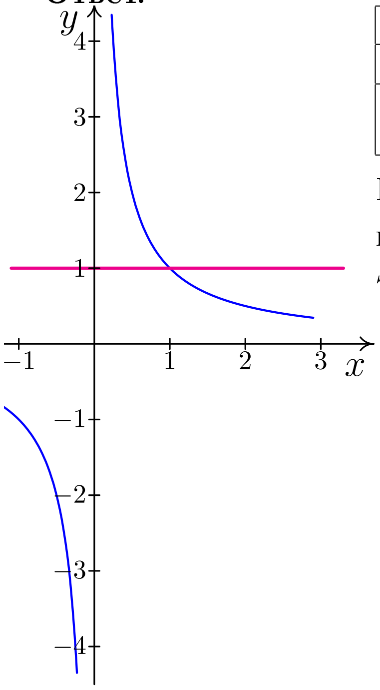
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$				
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\rvert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$				

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



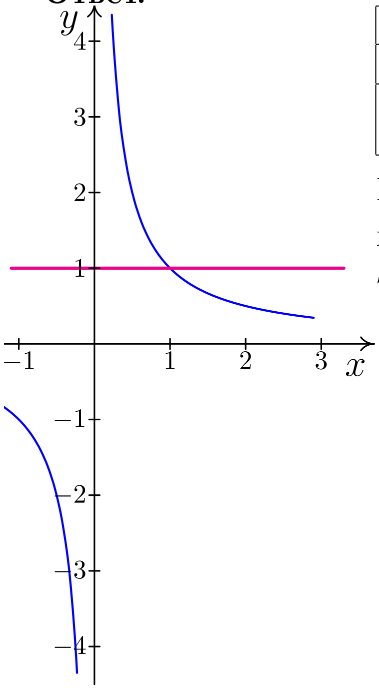
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$			
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\rvert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$				

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



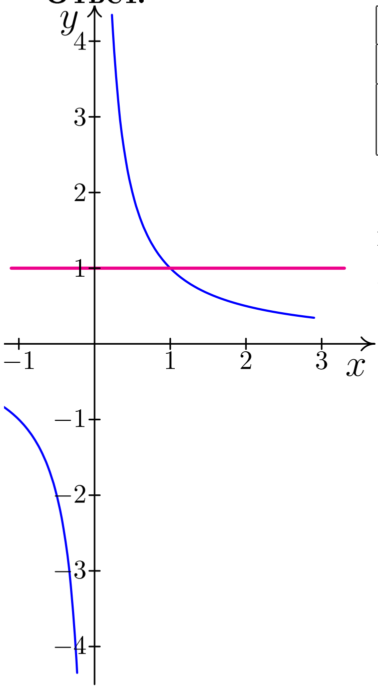
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\dfrac{d^n}{dx^n}\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$\dfrac{2}{x^3}$	$-\dfrac{3!}{x^4}$	$\dfrac{4!}{x^5}$			
$\left.\dfrac{d^n}{dx^n}\dfrac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$			

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



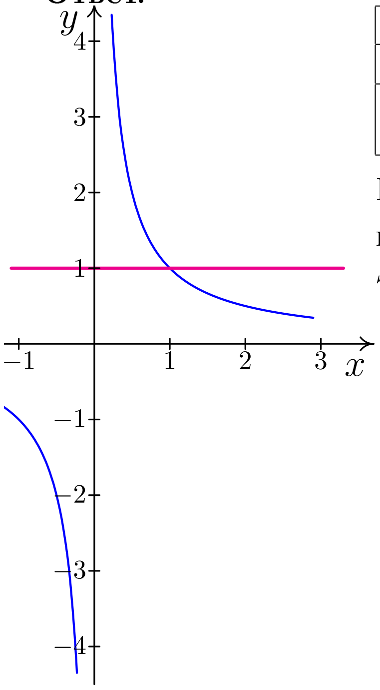
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$	$-\frac{5!}{x^6}$		
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\|_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$			

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



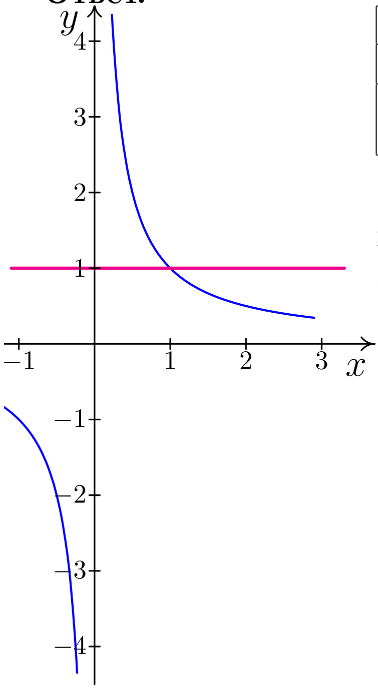
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$	$-\frac{5!}{x^6}$		
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\|_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$		

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



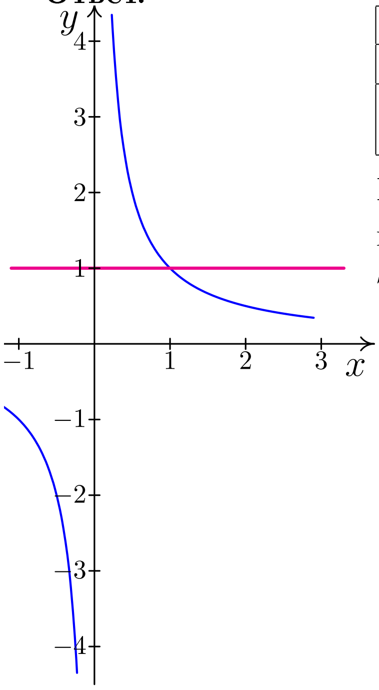
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\dfrac{d^n}{dx^n}\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$\dfrac{2}{x^3}$	$-\dfrac{3!}{x^4}$	$\dfrac{4!}{x^5}$	$-\dfrac{5!}{x^6}$	$\dfrac{6!}{x^7}$	
$\left.\dfrac{d^n}{dx^n}\dfrac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$		

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



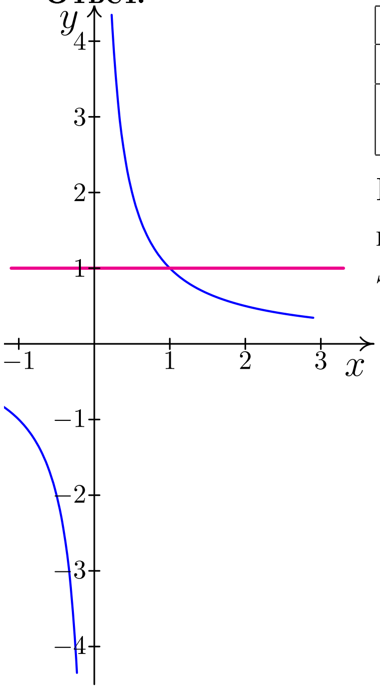
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$	$-\frac{5!}{x^6}$	$\frac{6!}{x^7}$	
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$	$6!$	

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



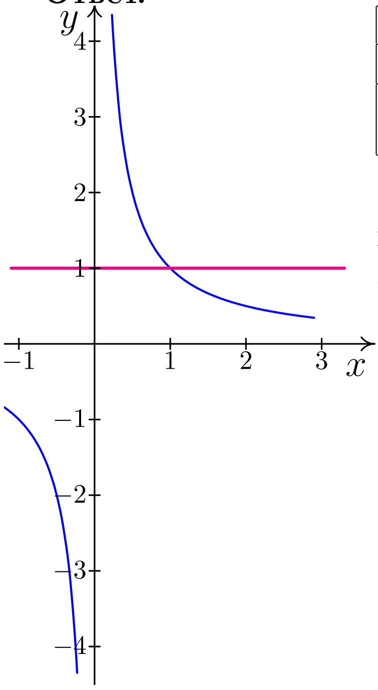
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$	$-\frac{5!}{x^6}$	$\frac{6!}{x^7}$	$-\frac{7!}{x^8}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\|_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$	$6!$	

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \frac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



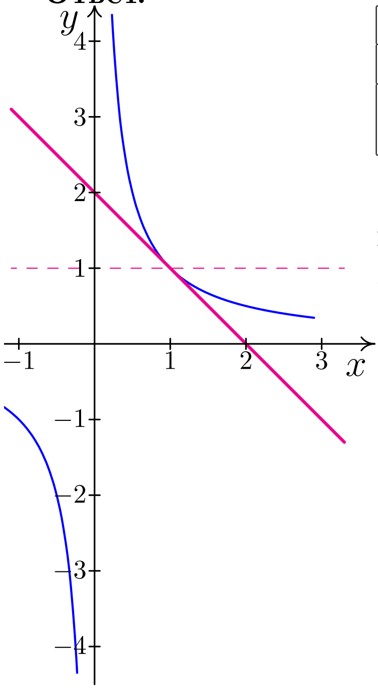
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$	$-\frac{5!}{x^6}$	$\frac{6!}{x^7}$	$-\frac{7!}{x^8}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$	$6!$	$-7!$

Разложение функции $f(x) = \frac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



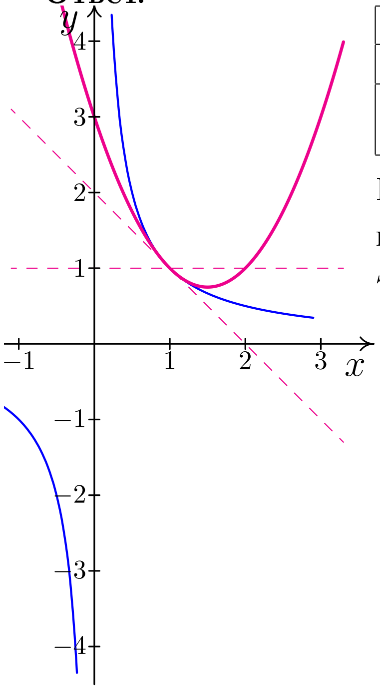
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$	$-\frac{5!}{x^6}$	$\frac{6!}{x^7}$	$-\frac{7!}{x^8}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$	$6!$	$-7!$

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_1(x) = 1 - (x - 1)$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



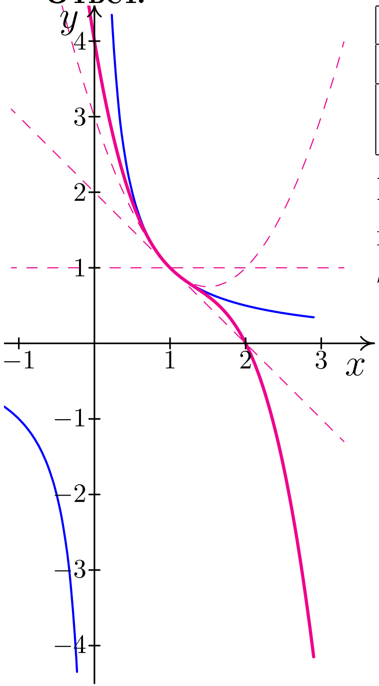
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$	$-\frac{5!}{x^6}$	$\frac{6!}{x^7}$	$-\frac{7!}{x^8}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$	$6!$	$-7!$

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_2(x) = 1 - (x-1) + (x-1)^2$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



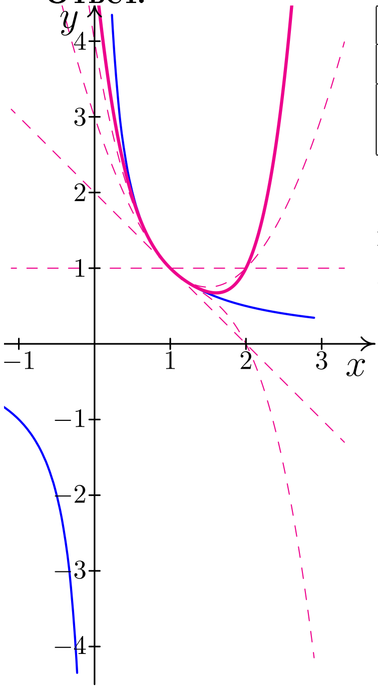
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$	$-\frac{5!}{x^6}$	$\frac{6!}{x^7}$	$-\frac{7!}{x^8}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\|_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$	$6!$	$-7!$

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_3(x) = 1 - (x-1) + (x-1)^2 - (x-1)^3$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



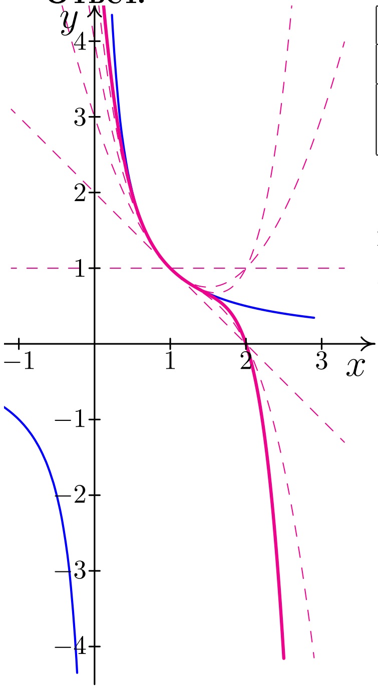
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$	$-\frac{5!}{x^6}$	$\frac{6!}{x^7}$	$-\frac{7!}{x^8}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\rvert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$	$6!$	$-7!$

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_4(x) = 1 - (x-1) + (x-1)^2 - (x-1)^3 + (x-1)^4$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



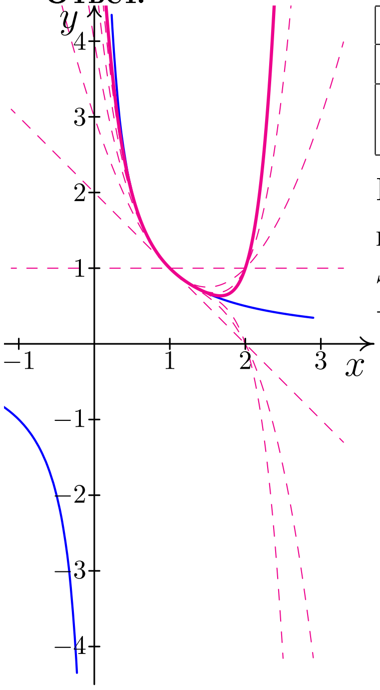
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\dfrac{d^n}{dx^n}\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$\dfrac{2}{x^3}$	$-\dfrac{3!}{x^4}$	$\dfrac{4!}{x^5}$	$-\dfrac{5!}{x^6}$	$\dfrac{6!}{x^7}$	$-\dfrac{7!}{x^8}$
$\left.\dfrac{d^n}{dx^n}\dfrac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$	$6!$	$-7!$

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_5(x) = 1 - (x-1) + (x-1)^2 - (x-1)^3 +$
$+(x-1)^4 - (x-1)^5$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



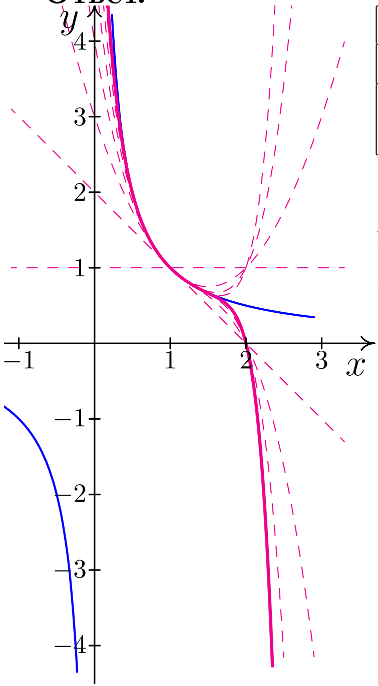
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$	$-\frac{5!}{x^6}$	$\frac{6!}{x^7}$	$-\frac{7!}{x^8}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\vert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$	$6!$	$-7!$

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_6(x) = 1 - (x-1) + (x-1)^2 - (x-1)^3 +$
$+ (x-1)^4 - (x-1)^5 + (x-1)^6$

Задача 63. Разложить функцию $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{2}{x^3}$	$-\frac{3!}{x^4}$	$\frac{4!}{x^5}$	$-\frac{5!}{x^6}$	$\frac{6!}{x^7}$	$-\frac{7!}{x^8}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\frac{1}{x}\right\rvert_{x=1}$	1	-1	$2!$	$-3!$	$4!$	$-5!$	$6!$	$-7!$

Разложение функции $f(x) = \dfrac{1}{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_7(x) = 1 - (x-1) + (x-1)^2 - (x-1)^3 +$
$+ (x-1)^4 - (x-1)^5 + (x-1)^6 - (x-1)^7$

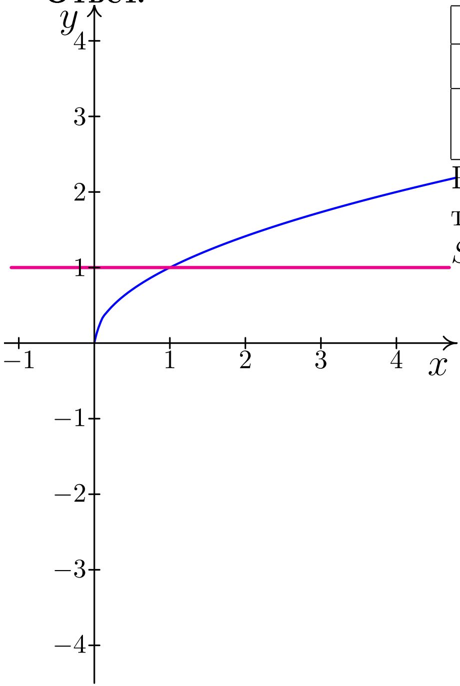
Решение задачи 64.

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



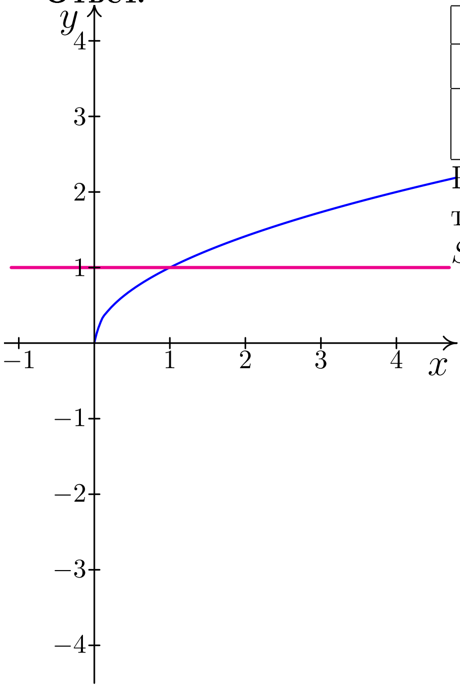
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$								
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$								

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



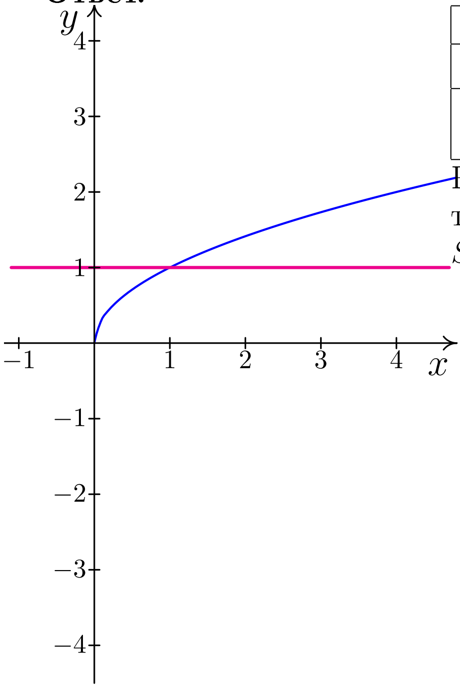
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$							
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$								

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



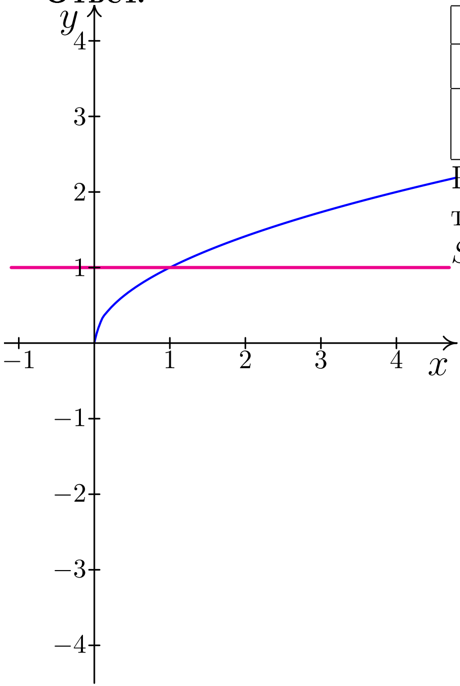
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$							
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$							

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



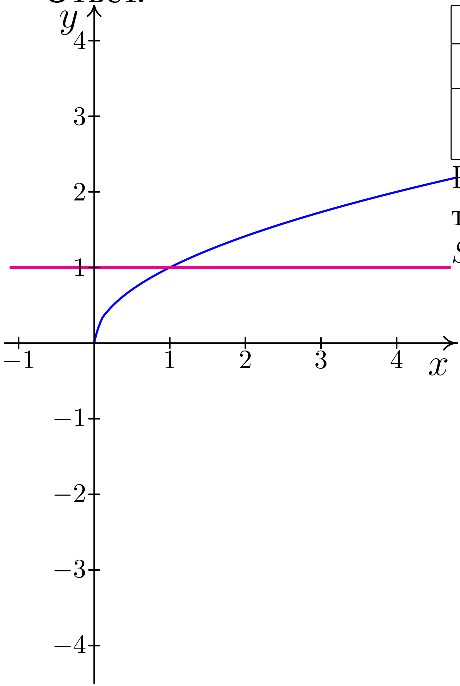
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$						
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\rvert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$							

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



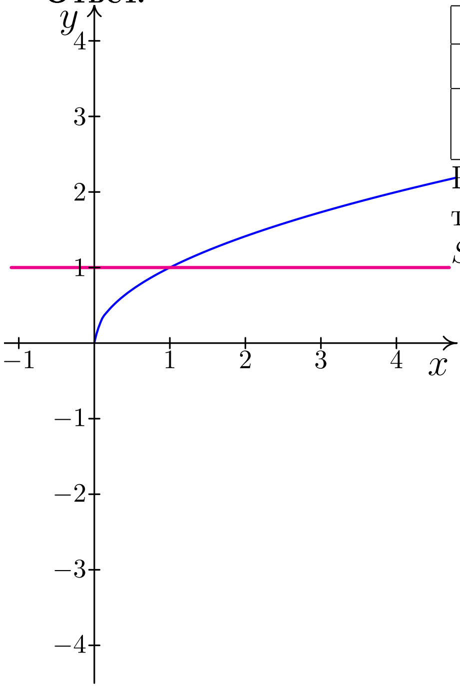
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$						
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$						

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



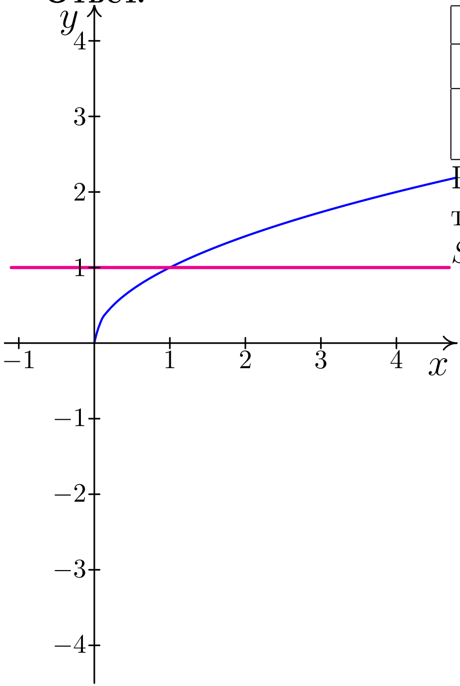
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$					
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$						

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



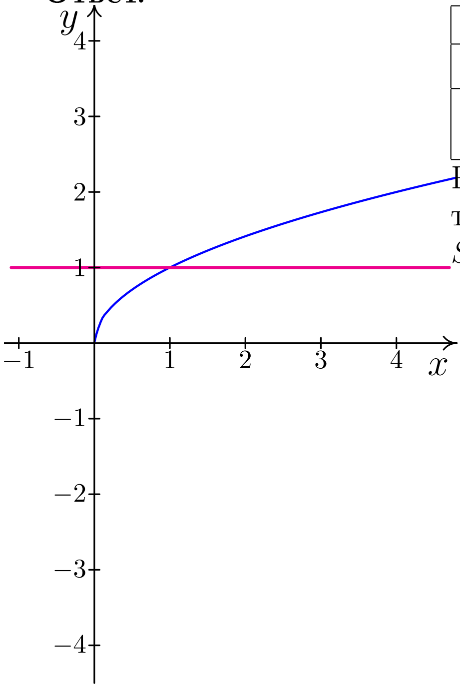
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$					
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\Big\|_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$					

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



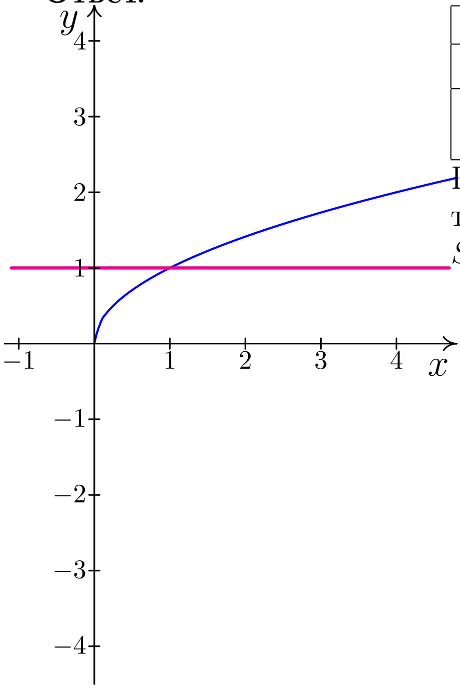
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot 5}{16x^{7/2}}$				
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\|_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$					

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



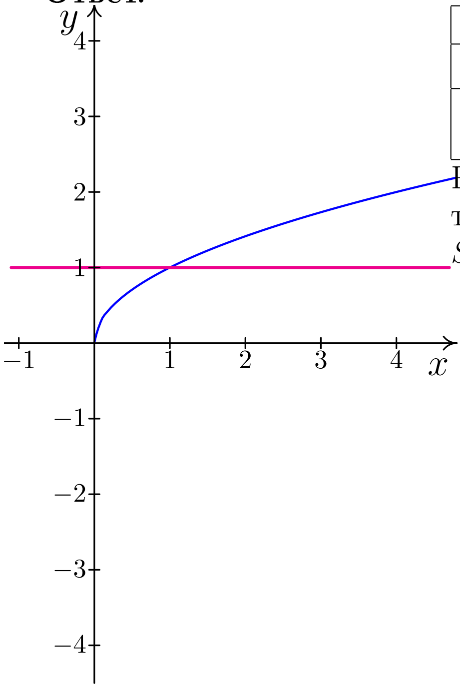
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3 \cdot 5}{16x^{7/2}}$				
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$				

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



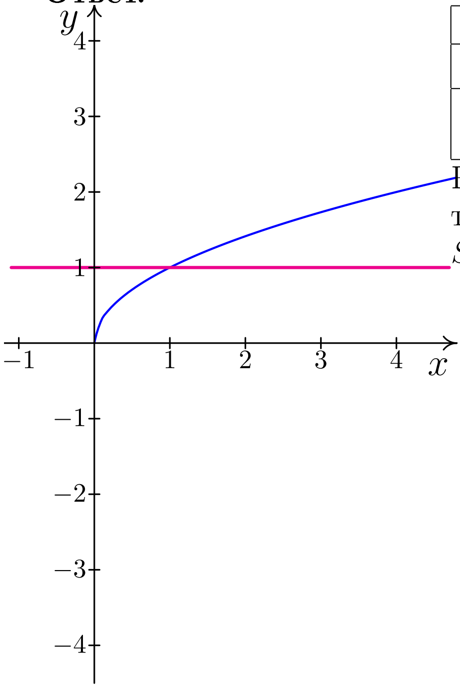
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot 5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot 7}{x^{9/2}}$			
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\rvert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$				

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



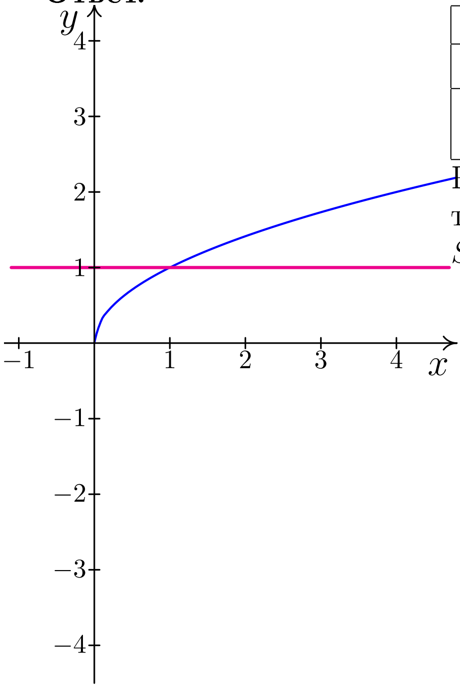
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot 5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot 7}{x^{9/2}}$			
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\Big\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$			

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x)=\sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



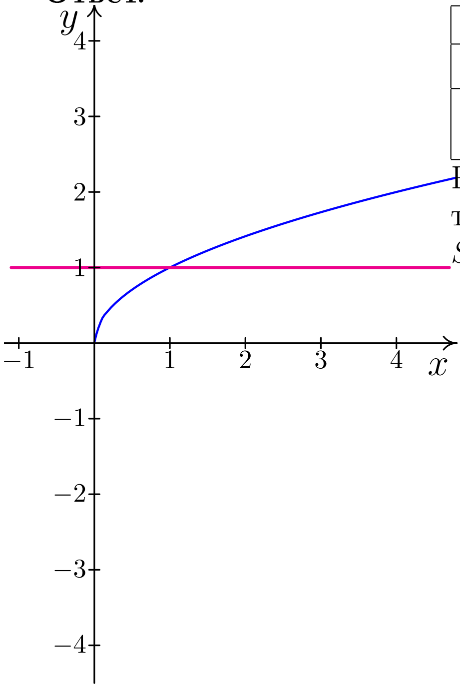
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot 5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot 7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot 9}{x^{11/2}}$		
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\Big\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$			

Разложение функции $f(x)=\sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0=1$:

$S_0(x)=1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



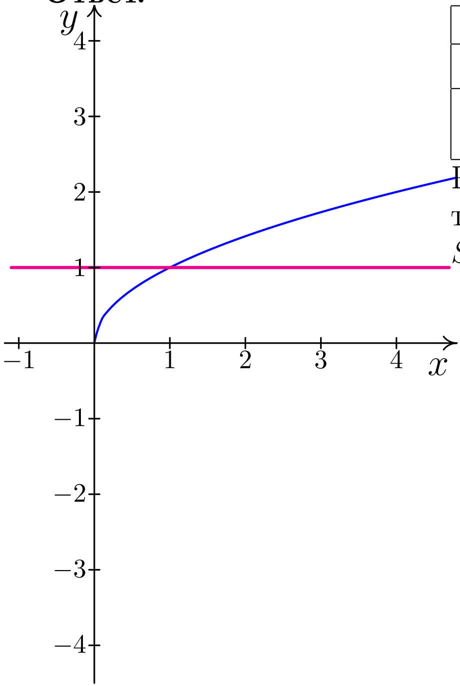
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot 5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot 7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot 9}{x^{11/2}}$		
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\rvert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$		

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



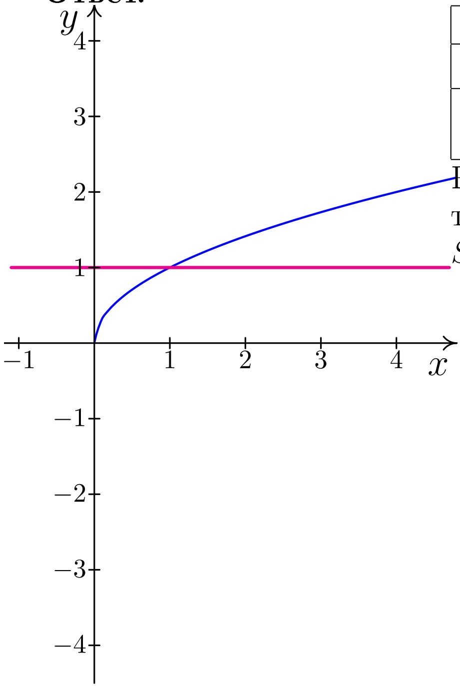
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot 5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot 7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot 9}{x^{11/2}}$	$\frac{945\cdot 11}{x^{13/2}}$	
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\rvert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$		

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x)=\sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



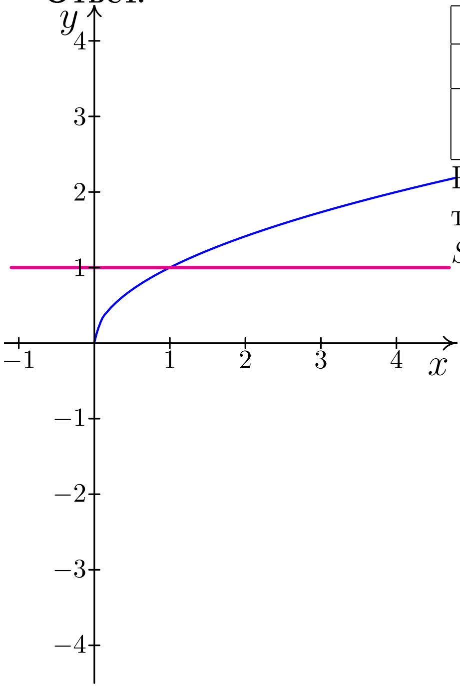
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot9}{x^{11/2}}$	$\frac{945\cdot11}{x^{13/2}}$	
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$	$\frac{10395}{128}$	

Разложение функции $f(x)=\sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0=1$:

$S_0(x)=1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



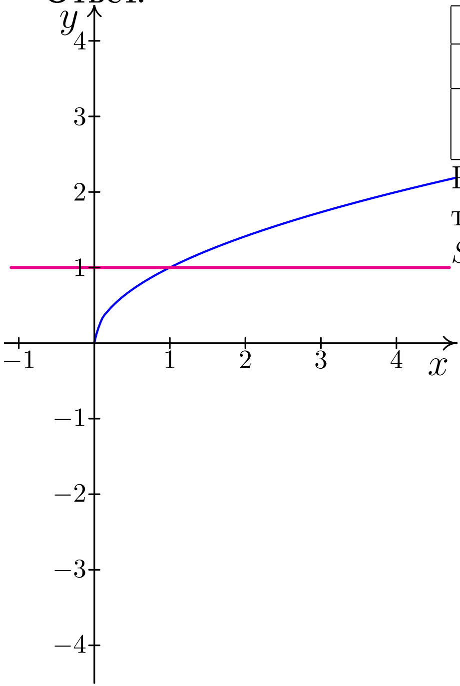
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3 \cdot 5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15 \cdot 7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105 \cdot 9}{x^{11/2}}$	$\frac{945 \cdot 11}{x^{13/2}}$	$\frac{-945 \cdot 11 \cdot 13}{x^{15/2}}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\rvert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$	$\frac{10395}{128}$	

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



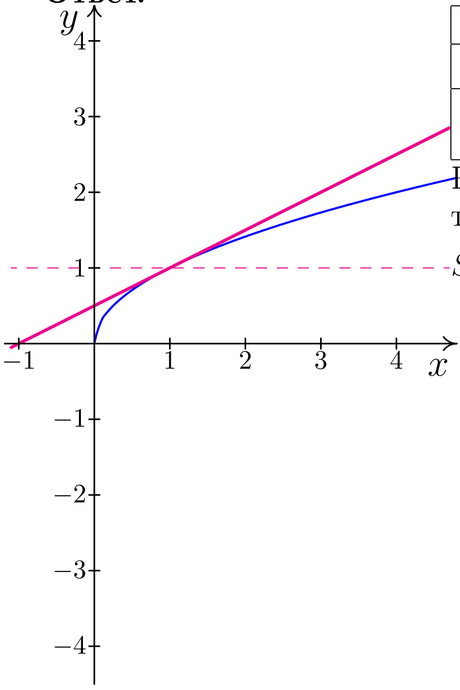
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot9}{x^{11/2}}$	$\frac{945\cdot11}{x^{13/2}}$	$\frac{-945\cdot11\cdot13}{x^{15/2}}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$	$\frac{10395}{128}$	$-\frac{135135}{256}$

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$S_0(x) = 1$

Задача 64. Разложить функцию $f(x)=\sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



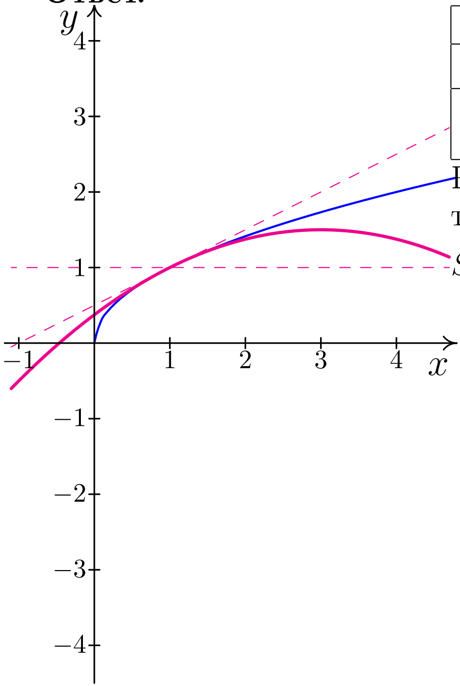
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot9}{x^{11/2}}$	$\frac{945\cdot11}{x^{13/2}}$	$\frac{-945\cdot11\cdot13}{x^{15/2}}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\rvert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$	$\frac{10395}{128}$	$-\frac{135135}{256}$

Разложение функции $f(x)=\sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0=1$:

$S_1(x)=1+\frac{1}{2}(x-1)$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



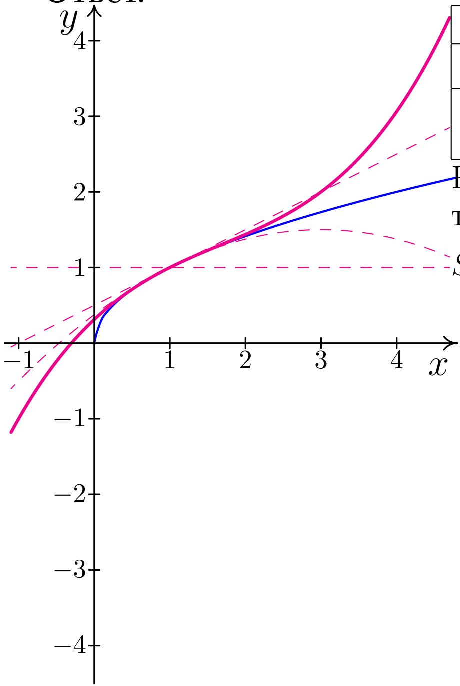
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot 5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot 7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot 9}{x^{11/2}}$	$\frac{945\cdot 11}{x^{13/2}}$	$\frac{-945\cdot 11\cdot 13}{x^{15/2}}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$	$\frac{10395}{128}$	$-\frac{135135}{256}$

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$$S_2(x) = 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2$$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



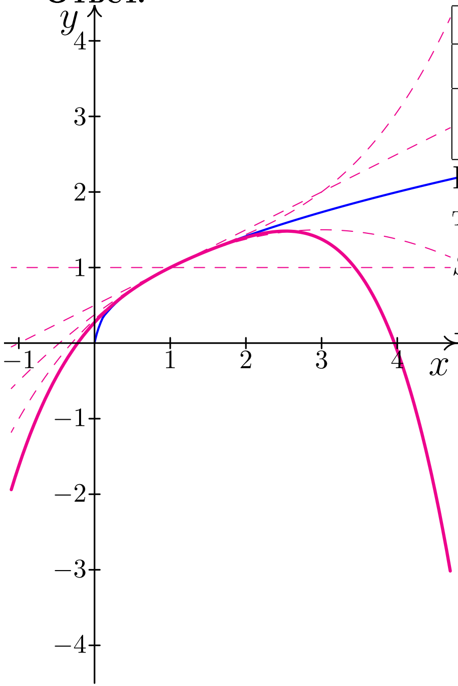
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot 5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot 7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot 9}{x^{11/2}}$	$\frac{945\cdot 11}{x^{13/2}}$	$\frac{-945\cdot 11\cdot 13}{x^{15/2}}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$	$\frac{10395}{128}$	$-\frac{135135}{256}$

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$$S_3(x) = 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3$$

Задача 64. Разложить функцию $f(x)=\sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



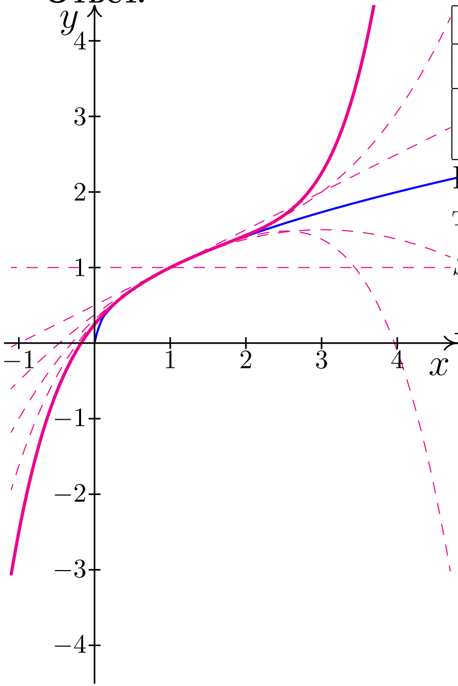
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot9}{x^{11/2}}$	$\frac{945\cdot11}{x^{13/2}}$	$\frac{-945\cdot11\cdot13}{x^{15/2}}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\|_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$	$\frac{10395}{128}$	$-\frac{135135}{256}$

Разложение функции $f(x)=\sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0=1$:

$$S_4(x)=1+\frac{1}{2}(x-1)-\frac{1}{8}(x-1)^2+\frac{1}{16}(x-1)^3-$$
$$-\frac{5}{128}(x-1)^4$$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



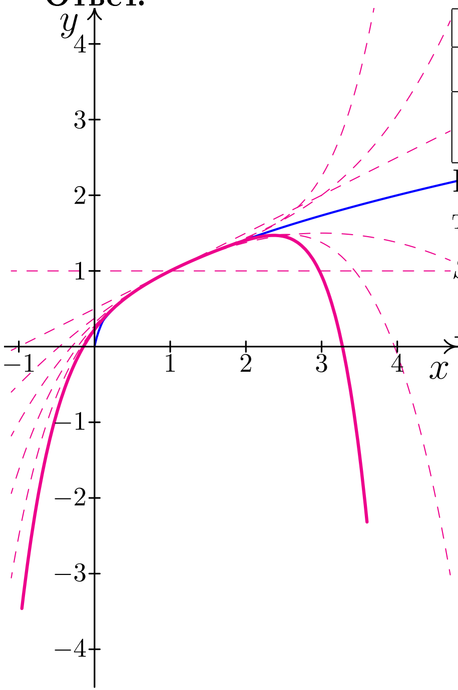
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot 5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot 7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot 9}{x^{11/2}}$	$\frac{945\cdot 11}{x^{13/2}}$	$\frac{-945\cdot 11\cdot 13}{x^{15/2}}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\|_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$	$\frac{10395}{128}$	$-\frac{135135}{256}$

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$$S_5(x) = 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3 - $$
$$- \frac{5}{128}(x-1)^4 + \frac{7}{256}(x-1)^5$$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



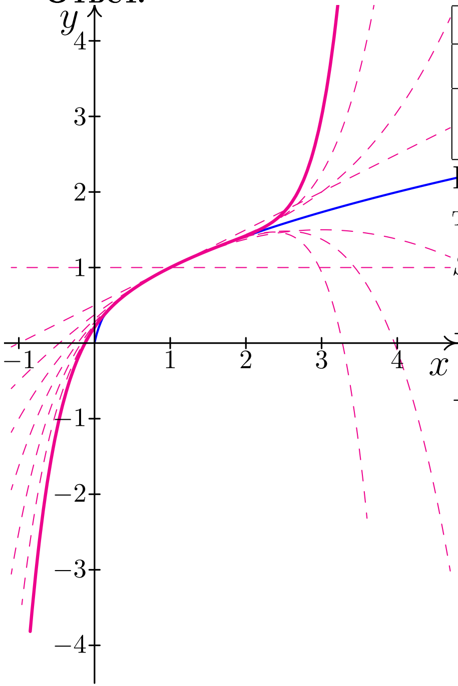
n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot9}{x^{11/2}}$	$\frac{945\cdot11}{x^{13/2}}$	$\frac{-945\cdot11\cdot13}{x^{15/2}}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$	$\frac{10395}{128}$	$-\frac{135135}{256}$

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$$S_6(x) = 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3 - $$
$$- \frac{5}{128}(x-1)^4 + \frac{7}{256}(x-1)^5 - \frac{21}{1024}(x-1)^6$$

Задача 64. Разложить функцию $f(x) = \sqrt{x}$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



n	0	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{-4x^{3/2}}$	$\frac{3}{8x^{5/2}}$	$\frac{-3\cdot 5}{16x^{7/2}}$	$\frac{15\cdot 7}{x^{9/2}}$	$\frac{-105\cdot 9}{x^{11/2}}$	$\frac{945\cdot 11}{x^{13/2}}$	$\frac{-945\cdot 11\cdot 13}{x^{15/2}}$
$\left.\frac{d^n}{dx^n}\sqrt{x}\right\vert_{x=1}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{15}{16}$	$\frac{105}{32}$	$-\frac{945}{64}$	$\frac{10395}{128}$	$-\frac{135135}{256}$

Разложение функции $f(x) = \sqrt{x}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 1$:

$$S_7(x) = 1 + \frac{1}{2}(x-1) - \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3 - \\ - \frac{5}{128}(x-1)^4 + \frac{7}{256}(x-1)^5 - \frac{21}{1024}(x-1)^6 + \\ + \frac{33}{2048}(x-1)^7$$

Решение задачи 65.

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

Попытка получить разложение арктангенса «по-честному» обрекает нас на довольно громоздкие вычисления.
Воспользуемся тем, что производная арктангенса может быть представлена в виде **суммы геометрической прогрессии**:

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

Попытка получить разложение арктангенса «по-честному» обрекает нас на довольно громоздкие вычисления.
Воспользуемся тем, что производная арктангенса может быть представлена в виде **суммы геометрической прогрессии**:

$$\frac{d \operatorname{arctg} x}{dx} =$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

Попытка получить разложение арктангенса «по-честному» обрекает нас на довольно громоздкие вычисления.
Воспользуемся тем, что производная арктангенса может быть представлена в виде **суммы геометрической прогрессии**:

$$\frac{d \operatorname{arctg} x}{dx} = \frac{1}{1+x^2} =$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

Попытка получить разложение арктангенса «по-честному» обрекает нас на довольно громоздкие вычисления.
Воспользуемся тем, что производная арктангенса может быть представлена в виде **суммы геометрической прогрессии**:

$$\frac{d \operatorname{arctg} x}{dx} = \frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 + \ldots =$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

Попытка получить разложение арктангенса «по-честному» обрекает нас на довольно громоздкие вычисления.
Воспользуемся тем, что производная арктангенса может быть представлена в виде **суммы геометрической прогрессии**:

$$\frac{d \operatorname{arctg} x}{dx} = \frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} =$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

Попытка получить разложение арктангенса «по-честному» обрекает нас на довольно громоздкие вычисления.
Воспользуемся тем, что производная арктангенса может быть представлена в виде **суммы геометрической прогрессии**:

$$\frac{d \operatorname{arctg} x}{dx} = \frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d}{dx} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} =$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

Попытка получить разложение арктангенса «по-честному» обрекает нас на довольно громоздкие вычисления.
Воспользуемся тем, что производная арктангенса может быть представлена в виде **суммы геометрической прогрессии**:

$$\frac{d \operatorname{arctg} x}{dx} = \frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d}{dx} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} = \frac{d}{dx} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Попытка получить разложение арктангенса «по-честному» обрекает нас на довольно громоздкие вычисления.

Воспользуемся тем, что производная арктангенса может быть представлена в виде **суммы геометрической прогрессии**:

$$\frac{d \operatorname{arctg} x}{dx} = \frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d}{dx} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} = \frac{d}{dx} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда:

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(-1)^{n+1} x^{2(n+1)+1} / (2(n+1)+1)\right|}{|(-1)^n x^{2n+1} / (2n+1)|} =$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(-1)^{n+1} x^{2(n+1)+1}/(2(n+1)+1)\right|}{|(-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)|} = \lim_{n\to\infty} \frac{(2n+1)|x|^{2n+3}}{(2n+3)|x|^{2n+1}} =$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(-1)^{n+1} x^{2(n+1)+1}/(2(n+1)+1)\right|}{|(-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)|} = \lim_{n\to\infty} \frac{(2n+1)|x|^{2n+3}}{(2n+3)|x|^{2n+1}} = |x|^2 \lim_{n\to\infty} \frac{2n+1}{2n+3} =$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(-1)^{n+1} x^{2(n+1)+1}/(2(n+1)+1)\right|}{|(-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)|} = \lim_{n\to\infty} \frac{(2n+1)|x|^{2n+3}}{(2n+3)|x|^{2n+1}} = |x|^2 \lim_{n\to\infty} \frac{2n+1}{2n+3} = |x|^2$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(-1)^{n+1} x^{2(n+1)+1}/(2(n+1)+1)\right|}{|(-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)|} = \lim_{n\to\infty} \frac{(2n+1)|x|^{2n+3}}{(2n+3)|x|^{2n+1}} = |x|^2 \lim_{n\to\infty} \frac{2n+1}{2n+3} = |x|^2 < 1.$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.
Ответ.

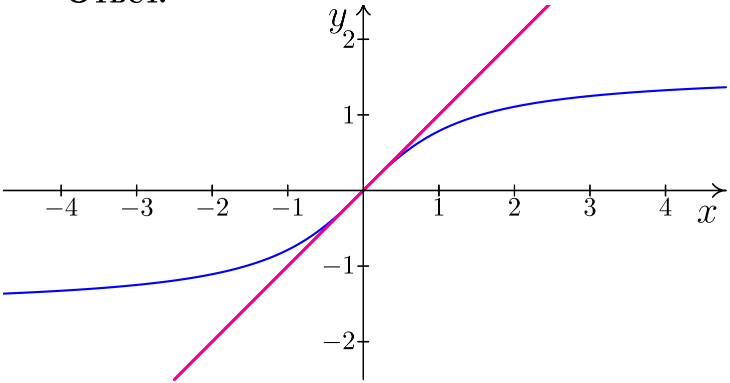
$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда: $|x| < 1.$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(-1)^{n+1} x^{2(n+1)+1}/(2(n+1)+1)\right|}{|(-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)|} = \lim_{n\to\infty} \frac{(2n+1)|x|^{2n+3}}{(2n+3)|x|^{2n+1}} = |x|^2 \lim_{n\to\infty} \frac{2n+1}{2n+3} = |x|^2 < 1.$$

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



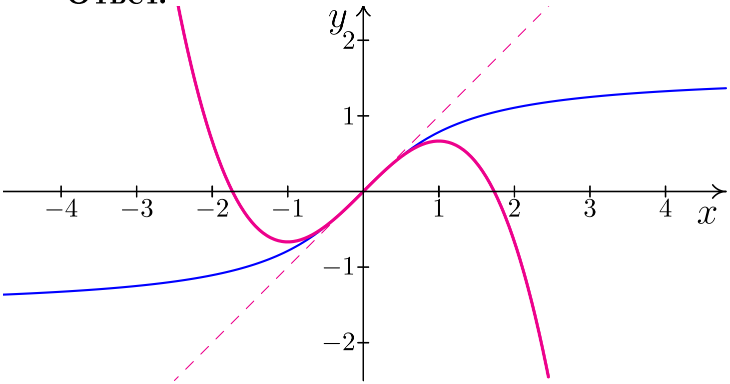
Разложение функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$: $S_1(x) = S_2(x) = x$

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда: $|x| < 1$.

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

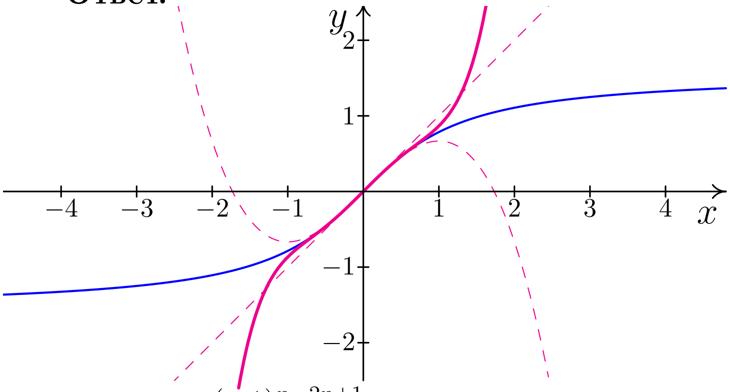
$$S_3(x) = S_4(x) = x - \frac{1}{3}x^3$$

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда: $|x| < 1$.

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

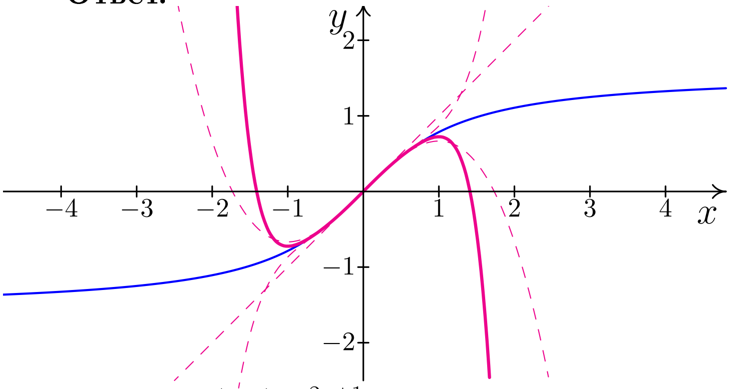
$$S_5(x) = S_6(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5$$

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда: $|x| < 1$.

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

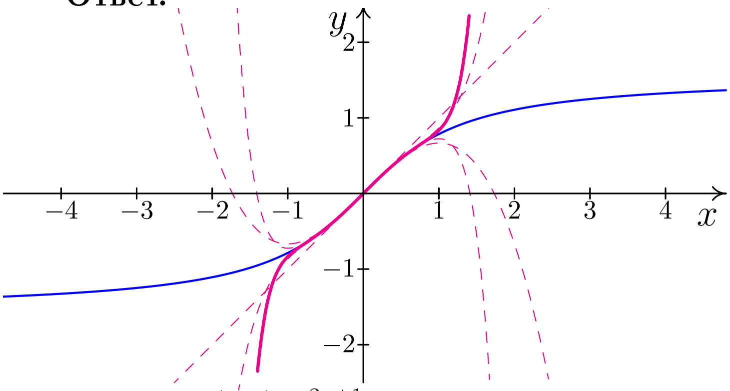
$$S_7(x) = S_8(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7$$

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда: $|x| < 1$.

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



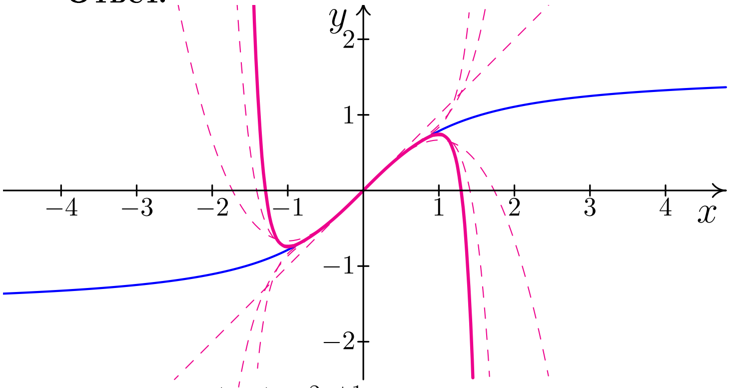
Разложение функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:
$S_9(x) = S_{10}(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{9}x^9$

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда: $|x| < 1$.

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



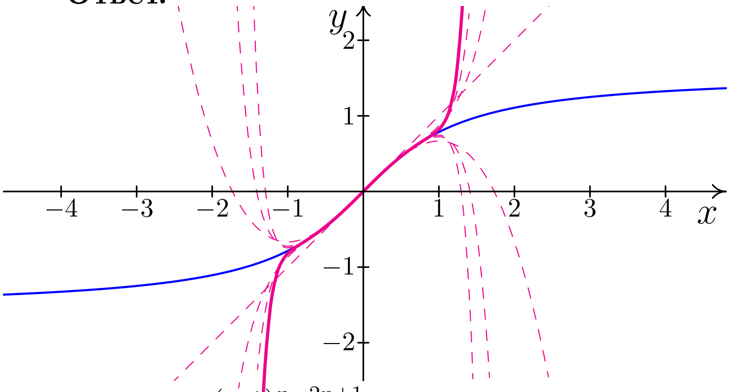
Разложение функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:
$S_{11}(x) = S_{12}(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{9}x^9 - \frac{1}{11}x^{11}$

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда: $|x| < 1$.

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:

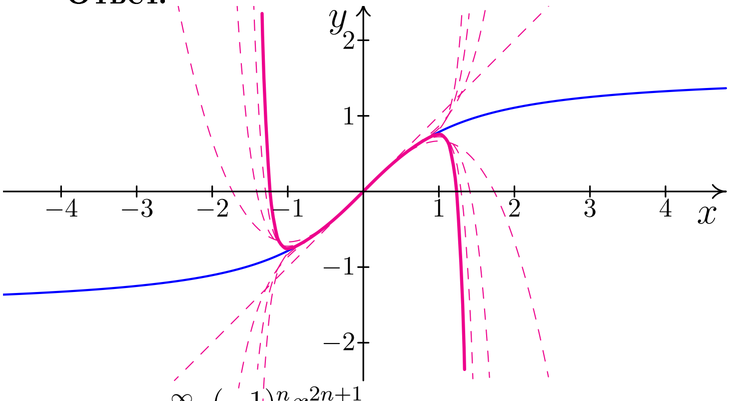
$$S_{13}(x) = S_{14}(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{9}x^9 - \frac{1}{11}x^{11} + \frac{1}{13}x^{13}$$

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда: $|x| < 1$.

Задача 65. Разложить функцию $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в **ряд Тейлора** в окрестности 1.

Ответ.



Разложение функции $f(x) = \operatorname{arctg} x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = 0$:
$S_{15}(x) = S_{16}(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{9}x^9 - \frac{1}{11}x^{11} + \frac{1}{13}x^{13} - \frac{1}{15}x^{15}$

$$\operatorname{arctg} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}.$$

Область сходимости степенного ряда: $|x| < 1$.

Список литературы

[1] *Мельников, Ю.Б.* Алгебра и теория чисел. Изд-е 4-е, испр. и доп. [Электронный ресурс]/ Ю. Б. Мельников/ Издательство УрГЭУ, Екатеринбург, 2010 г., 70 уч.-изд.л. [режим доступа свободный] http://lib.usue.ru/resource/free/12/MelnikovAlgebra4/index.html I

[2] Мельников, Ю.Б. Элементарная математика [Электронный ресурс] : учеб. пособие/ Ю. Б. Мельников ; М-во образования и науки РФ, Урал. гос. экон. ун-т. Екатеринбург : Изд-во Урал. гос. экон. ун-та, 2014, 27 уч.-изд.л. http://lib.usue.ru/resource/free/14/MelnikovAlgebra5/index.html I

[3] Мельников, Ю.Б. Алгебраический подход к математическому моделированию и обучению математической и «предматематической» деятельности / Ю.Б. Мельников, К.С. Поторочина/ Ярославский педагогический вестник, 2010, № 3: Физико-математические и естественные науки. с.19-24.

[4] Мельников Ю.Б. Алгебраический подход к созданию учебных презентаций по математике / Ю.Б. Мельников / Образование и наука, № 5(84), 2011, с. 129-141.

[5] Мельников Ю.Б. Мультиплатформенная система подготовки обучающих ресурсов, основанная на реализации алгебраического подхода/ Ю.Б. Мельников, Н.В. Мельников, А.О. Богданов/ Ярославский педагогический вестник — 2013 — № 3 — Том III (Естественные науки).— С. 80-83.

[6] Мельников, Ю.Б. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие для студентов экономических и инженерно-технических направлений вузов / Ю. Б. Мельников / М-во образования и науки Рос. Федерации, Урал. гос. экон. ун-т. Екатеринбург : Изд-во Урал. гос. экон. ун-та, 2015, уч.-изд.л. 26,6 http://lib.usue.ru/resource/free/15/MelnikovAlgebra6/inde

[7] Мельников Ю.Б. Высшая математика. Математический анализ [Текст] : учеб. пособие / [авт. кол. : Ю.Б. Мельников, М.Д. Боярский, М.Д. Локшин и др.]; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Урал. гос. экон. ун-т. — Екатеринбург : Изд-во Урал. гос. экон. ун-та, 2018.— 193 с.