Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

Математический анализ (практикум)

Рекомендовано Научно-методическим советом по математике Министерства образования и науки РФ (Свердловское региональное отделение) в качестве учебного пособия для студентов экономических и инженерно-технических направлений вузов

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург

2015

Рецензенты:

кафедра прикладной математики Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина;

М. Ю. Филимонов — доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института математики и механики УрО РАН

Электронное учебное пособие «Математический анализ» предназначено для студентов, обучающихся по экономическим и техническим направлениям подготовки, и преподавателей. Оно может быть использовано для проведения учебных занятий и самоподготовки.

I. Инструкция к пособию

Данная работа представлена в формате pdf и, следовательно, может использоваться на различных аппаратных и программных платформах.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Электронный учебник представляет собой систему из двух основных файлов `00MathAn.pdf` (теоретический материал) и `PrimMathAn.pdf` (примеры и задачи), которые следует просматривать с помощью программы `Adobe Reader`.

Кроме того, имеются гиперссылки на пособия **[1]** **«Алгебра и теория чисел»** и **[2]** **«Элементарная математика»**.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

В презентациях, предназначенных для проведения практических занятий, имеется два вида учебных заданий: примеры, предназначенные для иллюстрации теоретического материала, демонстрации методов решения задач и т. п., и задачи, предназначенные для самостоятельного решения.

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш Ctrl+L (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»). Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука). «Откат», т.е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш Alt и $\leftarrow$ (в `Adobe Reader X` может не работать).

I. Инструкция к пособию

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу `Adobe Reader` версии 11. В крайнем случае можно использовать `Adobe Reader` версии 8 или 9 (но не 10).

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m:$

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m:$

Для любого натурального числа n найдется бо̀льшее натуральное число m.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m:$

Для любого натурального числа n найдется бо̀льшее натуральное число m.

Это утверждение истинно.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n:$

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n:$

Для любого натурального числа n найдется мѐньшее натуральное число m.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n:$

Для любого натурального числа n найдется мѐньшее натуральное число m.

Это неверно: для $n = 1$ меньшего натурального числа не существует.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m:$

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m:$

существует натуральное число m, которое больше любого натурального числа.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m:$

существует натуральное число m, которое больше любого натурального числа.

Иными словами: существует наибольшее натуральное число.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m:$

существует натуральное число m, которое больше любого натурального числа.

Иными словами: существует наибольшее натуральное число.

Это, очевидно неверно: $m < m + 1 \in \mathbb{N}$.

Пример 1. *Прочтите следующие формулы, укажите, какие из них верны:*

а) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad n < m;$

б) $\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists m \in \mathbb{N} \quad m < n;$

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m.$

Решение.

в) $\exists m \in \mathbb{N} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad n < m:$

существует натуральное число m, которое больше любого натурального числа.

Иными словами: существует наибольшее натуральное число.

Это, очевидно неверно: $m < m + 1 \in \mathbb{N}$.

Вернёмся к лекции или рассмотрим **пример обратного перевода**?

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*
а) *Натуральное число всегда положительно;*
б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*
в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

а) Натуральное число всегда положительно:

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

а) Натуральное число всегда положительно:

$$\forall n \quad (n \in \mathbb{N} \;\Rightarrow\; n > 0)\,,$$

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя **правила перевода**):*
а) *Натуральное число всегда положительно;*
б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*
в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

а) Натуральное число всегда положительно:
$$\forall n \quad (n \in \mathbb{N} \ \Rightarrow \ n > 0),$$
$$\forall n \in \mathbb{N} \quad n > 0.$$

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

б) Целое число, кратное 4, является чётным.

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

б) Целое число, кратное 4, является чётным.

$$\forall n \quad n \in \mathbb{Z} \quad \Rightarrow \quad \left(\exists k \begin{cases} k \in \mathbb{Z}, \\ n = 4k \end{cases} \Rightarrow \exists m \begin{cases} m \in \mathbb{Z}, \\ n = 2m \end{cases} \right),$$

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*
а) *Натуральное число всегда положительно;*
б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*
в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

б) Целое число, кратное 4, является чётным.

$$\forall n \quad n \in \mathbb{Z} \quad \Rightarrow \quad \left(\exists k \begin{cases} k \in \mathbb{Z}, \\ n = 4k \end{cases} \Rightarrow \exists m \begin{cases} m \in \mathbb{Z}, \\ n = 2m \end{cases} \right),$$

$$\forall n \in \mathbb{Z} \quad \left(\exists k \begin{cases} k \in \mathbb{Z}, \\ n = 4k \end{cases} \Rightarrow \exists m \begin{cases} m \in \mathbb{Z}, \\ n = 2m \end{cases} \right),$$

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*
а) *Натуральное число всегда положительно;*
б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*
в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

в) синус не всегда положителен:

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*

а) *Натуральное число всегда положительно;*

б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*

в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

в) синус не всегда положителен:

$$\exists x \begin{cases} x \in \mathbb{R}, \\ \sin x \leqslant 0. \end{cases}$$

Пример 2. *Запишите следующие утверждения с помощью кванторов и логических связок (используя* ***правила перевода****):*
а) *Натуральное число всегда положительно;*
б) *Целое число, кратное 4, является чётным;*
в) *синус не всегда положителен.*

Решение.

в) синус не всегда положителен:

$$\exists x \begin{cases} x \in \mathbb{R}, \\ \sin x \leqslant 0. \end{cases}$$

Вернёмся к лекции?

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} =$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$						

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$	1					

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$				

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$			

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$		

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	...
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0$. Докажем.

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

n	1	2	3	5	6	...
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	...

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$\forall \varepsilon > 0$

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	$\ldots$

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Доказем.

$\forall\varepsilon>0 \quad \exists N\in\mathbb{N}$

n	1	2	3	5	6	...
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	...

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Докажем.

$\forall\varepsilon>0 \quad \exists N\in\mathbb{N} \quad \forall n>N$

n	1	2	3	5	6	$\dots$
$\dfrac{1}{n}$	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{5}$	$\dots$

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0$. Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

n	1	2	3	5	6	...
$\frac{1}{n}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	...

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

$$\frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Rightarrow$$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

$$\frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{1}{n}-0\right|<\varepsilon.$$

$$\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Rightarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad \exists N\in\mathbb{N}\quad \forall n>N\quad \left|\frac{1}{n}-0\right|<\varepsilon.$$

$$\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Rightarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

$$\frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}$.

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{1}{n}-0\right|<\varepsilon.$$

$$\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Rightarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}.$

Итак, при

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0 \quad \exists N\in\mathbb{N} \quad \forall n>N \quad \left|\frac{1}{n}-0\right|<\varepsilon.$$

$$\frac{1}{n}<\varepsilon \quad\Rightarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$ $\forall n>N \quad\Rightarrow\quad \dfrac{1}{n}\ \ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{1}{n} - 0\right| < \varepsilon.$$

$$\frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}.$

Итак, при $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon} \quad \forall n > N \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{n} \qquad \varepsilon.$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} = 0.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left| \frac{1}{n} - 0 \right| < \varepsilon.$$

$$\frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}$ $\forall n > N \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{n} < \varepsilon.$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} =$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$						

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$	0					

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$				

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\frac{1}{n}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$			

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{3}{4}$		

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n} =$

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{4}{5}$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} = 1.$

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{4}{5}$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

n	1	2	3	5	6	$\dots$
$\frac{1}{n}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\dots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

n	1	2	3	5	6	...
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{4}{5}$	...

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$\forall\varepsilon>0$

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\dfrac{1}{n}$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{4}{5}$	$\ldots$

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$\forall\varepsilon>0 \quad \exists N\in\mathbb{N}$

n	1	2	3	5	6	…
$\frac{1}{n}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	…

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N$

n	1	2	3	5	6	…
$\frac{1}{n}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	…

По определению предела последовательности…

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\frac{1}{n}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\ldots$

По определению предела последовательности...

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n} - 1\right| \quad < \varepsilon \quad \Rightarrow$$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Rightarrow$$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Rightarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon.}$$

Значит, можно положить $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}$.

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}.$

Итак, при

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon\quad\Rightarrow\quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$ $\forall n>N\quad\Rightarrow\quad\left|\dfrac{n-1}{n}-1\right|\ \ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N \geqslant \dfrac{1}{\varepsilon}$ $\forall n > N \quad \Rightarrow \quad \left|\dfrac{n-1}{n} - 1\right| = \dfrac{1}{n} \ \ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}=1.$ Докажем.

$$\forall\varepsilon>0 \quad \exists N\in\mathbb{N} \quad \forall n>N \quad \left|\frac{n-1}{n}-1\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n}-1\right|=\frac{1}{n}<\varepsilon \quad \Rightarrow \quad n>\frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N\geqslant\dfrac{1}{\varepsilon}$ $\forall n>N \quad \Rightarrow \quad \left|\dfrac{n-1}{n}-1\right|=\dfrac{1}{n} \qquad \varepsilon.$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

б) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-1}{n} = 1.$ Докажем.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\frac{n-1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad n > \frac{1}{\varepsilon}.$$

Значит, можно положить $N \geqslant \frac{1}{\varepsilon}$.

Итак, при $N \geqslant \frac{1}{\varepsilon}$ $\forall n > N \quad \Rightarrow \quad \left|\frac{n-1}{n} - 1\right| = \frac{1}{n} < \varepsilon.$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n = \ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$						

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos \pi n$	$\cos \pi =$					

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$	$\cos\pi = -1$					

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos \pi n$	$\cos \pi = -1$	$\cos 2\pi =$				

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$	$\cos\pi=-1$	$\cos 2\pi = 1$				

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$	$\cos\pi = -1$	$\cos 2\pi = 1$	$\cos 3\pi =$			

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos \pi n$	$\cos \pi = -1$	$\cos 2\pi = 1$	$\cos 3\pi = -1$			

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$	$\cos\pi = -1$	$\cos 2\pi = 1$	$\cos 3\pi = -1$	$\cos 4\pi =$		

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos\pi n$	$\cos\pi=-1$	$\cos 2\pi=1$	$\cos 3\pi=-1$	$\cos 4\pi=1$		

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	
$\cos \pi n$	$\cos \pi = -1$	$\cos 2\pi = 1$	$\cos 3\pi = -1$	$\cos 4\pi = 1$	$\cos 5\pi =$	

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n = \ldots$

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\cos \pi n$	$\cos \pi = -1$	$\cos 2\pi = 1$	$\cos 3\pi = -1$	$\cos 4\pi = 1$	$\cos 5\pi = -1$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$ — предел не существует!

n	1	2	3	5	6	$\ldots$
$\cos\pi n$	$\cos\pi=-1$	$\cos 2\pi=1$	$\cos 3\pi=-1$	$\cos 4\pi=1$	$\cos 5\pi=-1$	$\ldots$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

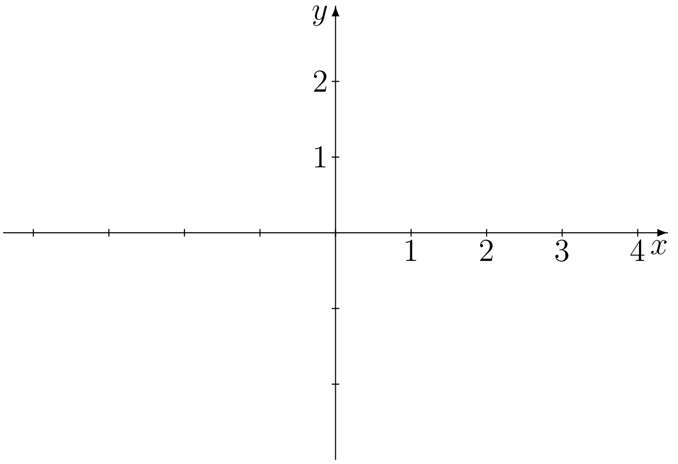
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n =$

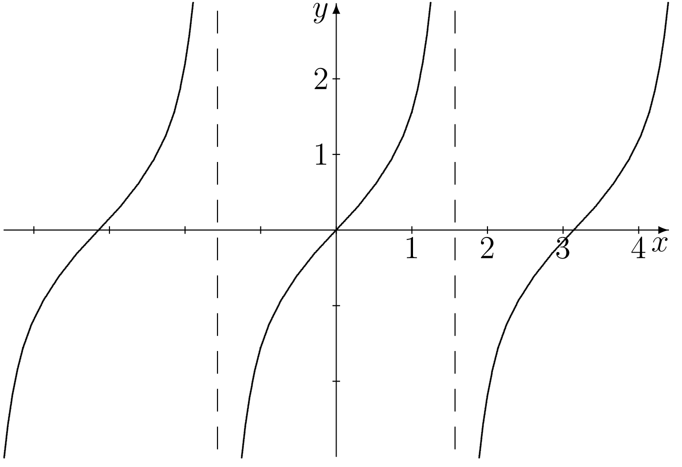


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

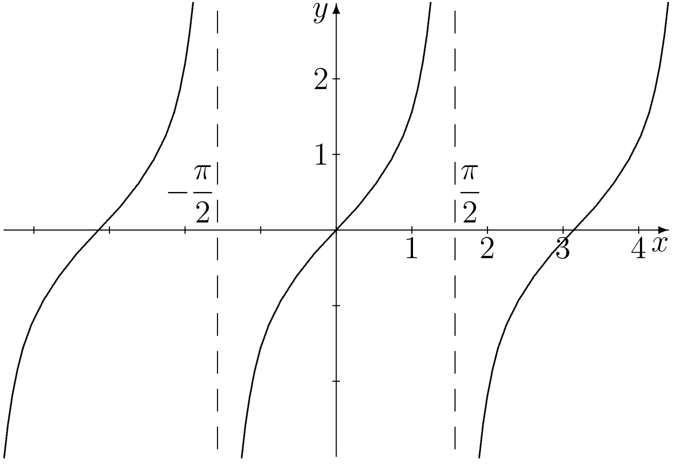


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n =$

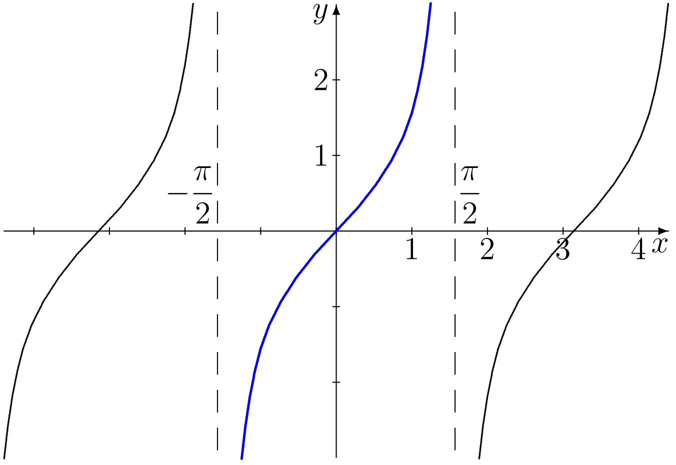


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

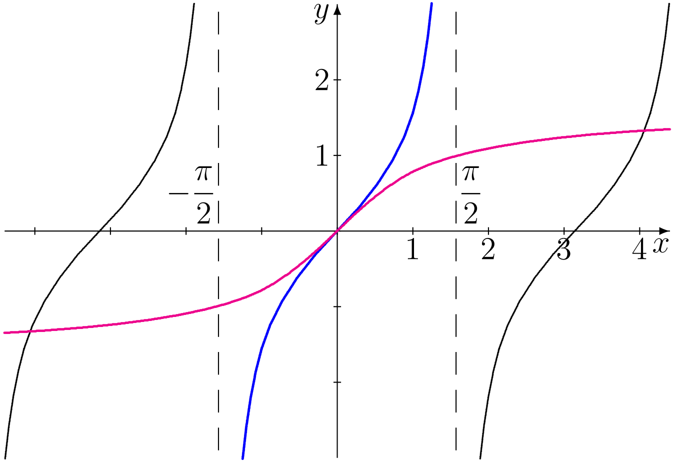


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

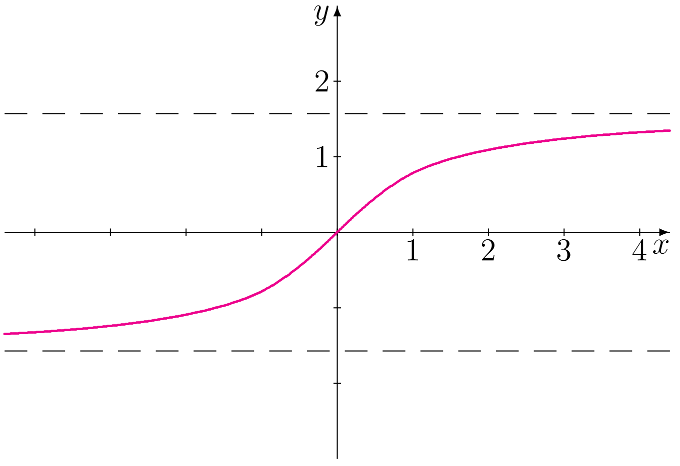


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n =$

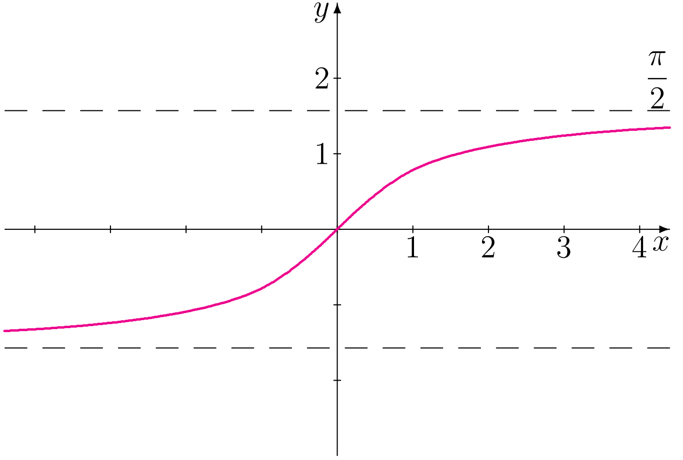


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

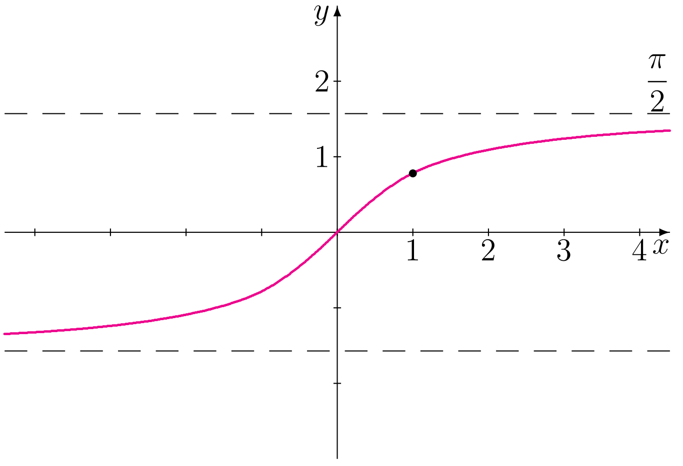


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n =$

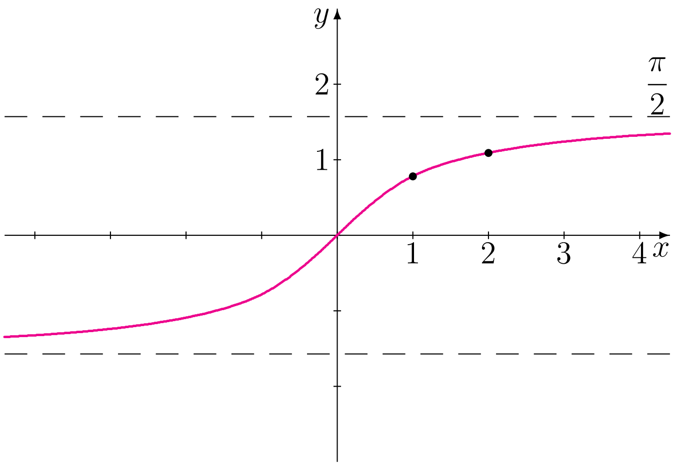


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

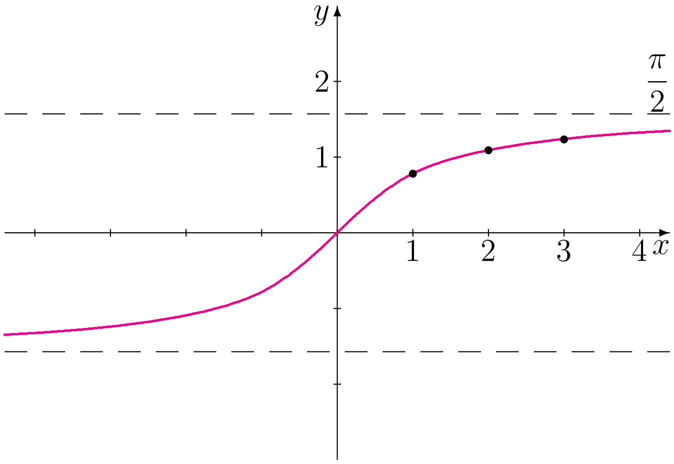


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n =$

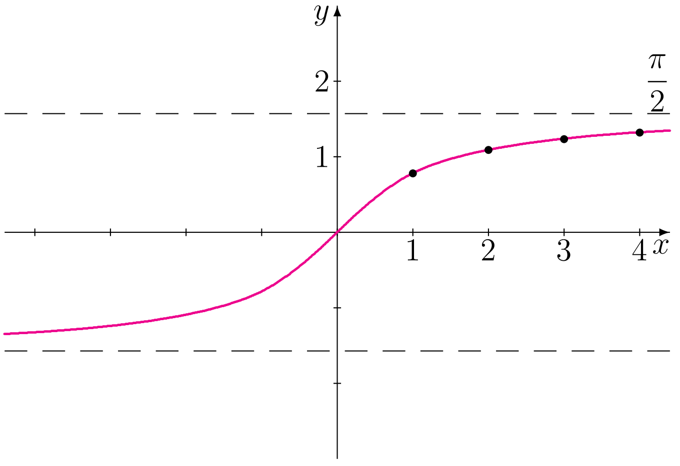


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n =$

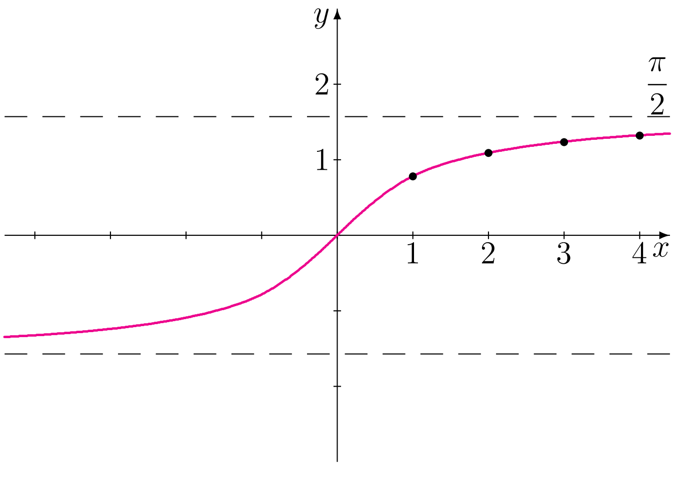


Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.



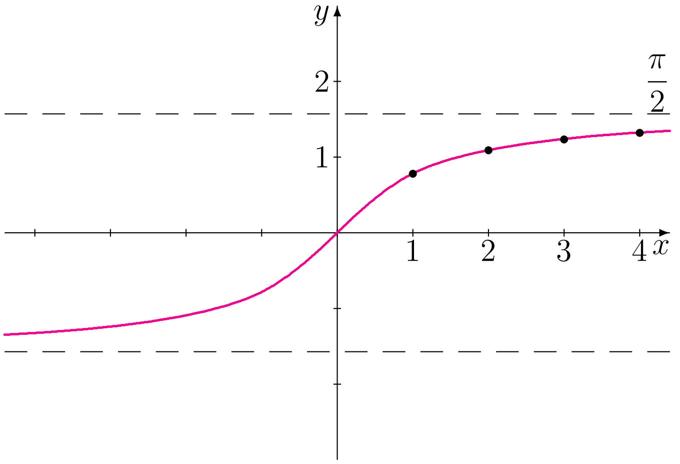
Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$\forall\varepsilon > 0$



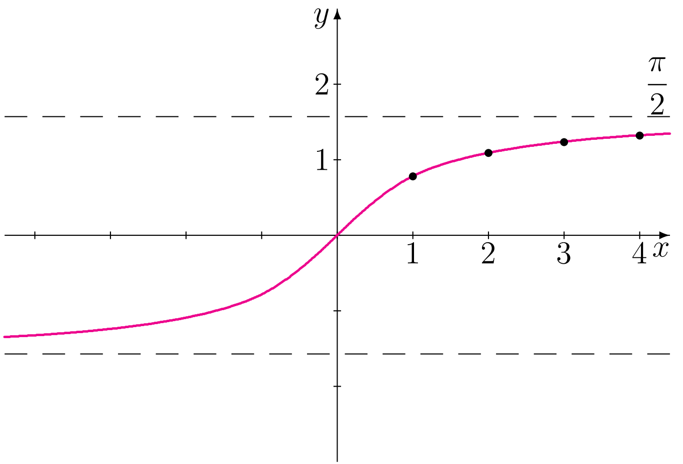
Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n=\dfrac{\pi}{2}$.

$\forall\varepsilon>0 \quad \exists N\in\mathbb{N}$



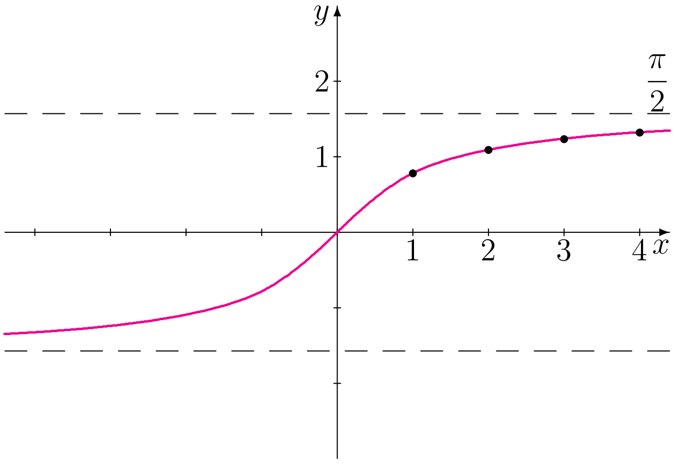
Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}.$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N$$



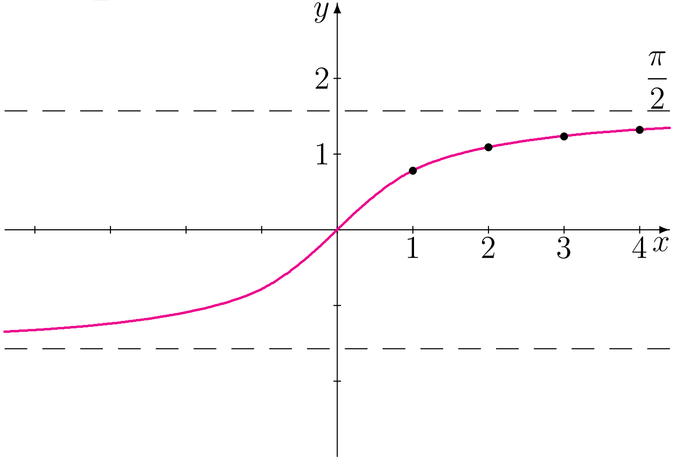
Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n=\dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|<\varepsilon.$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

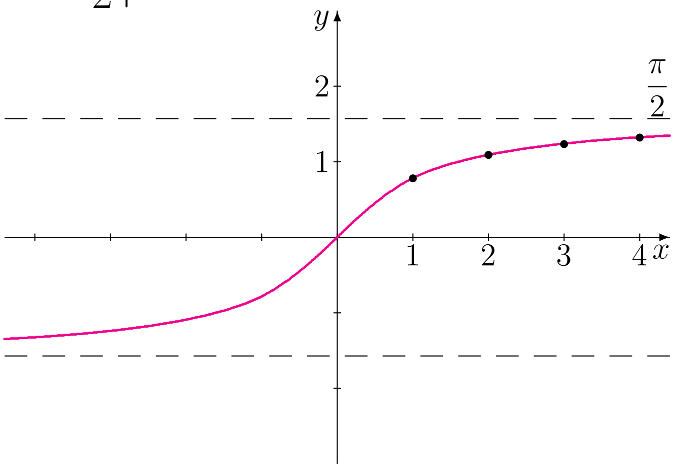
а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| =$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

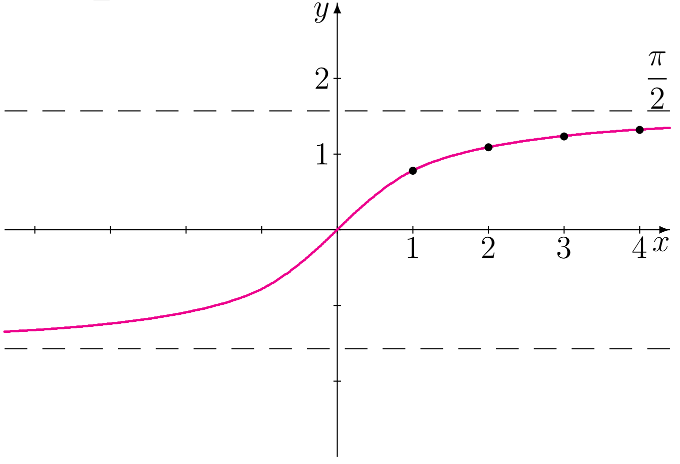
а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n=\dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n.$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

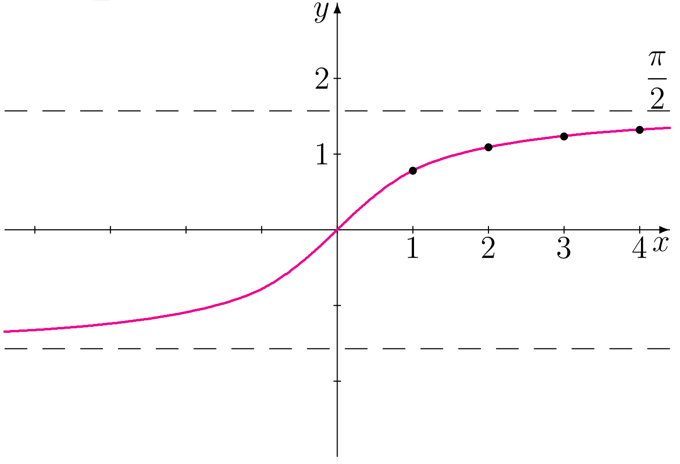
Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n < \varepsilon,$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

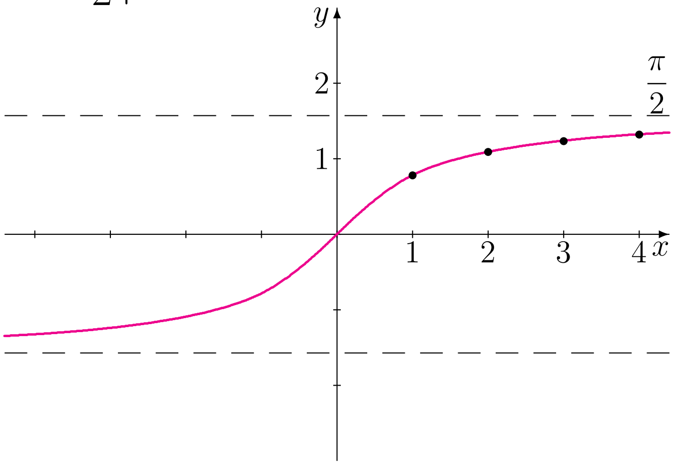
Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n < \varepsilon, \quad \operatorname{arctg} n \qquad \frac{\pi}{2} - \varepsilon,$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

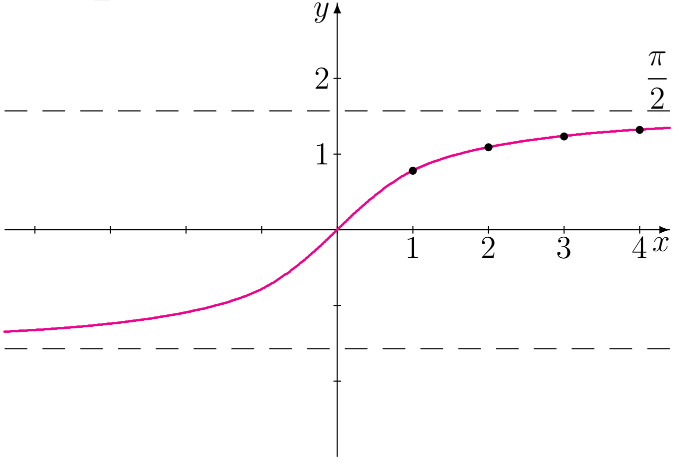
Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n=\dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n<\varepsilon,\quad\operatorname{arctg} n>\frac{\pi}{2}-\varepsilon,$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

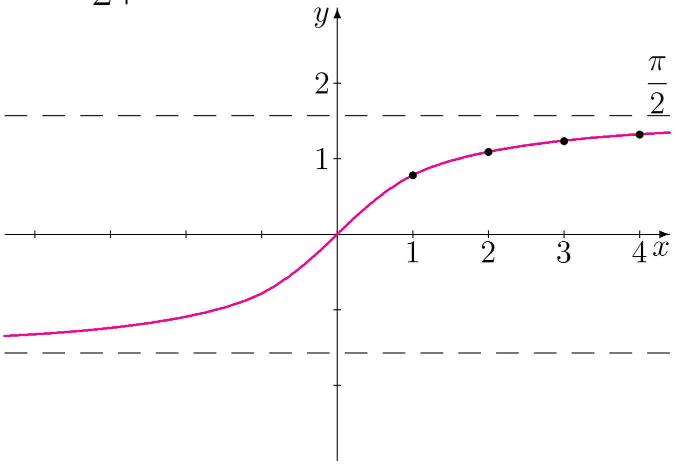
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n=\dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n<\varepsilon,\quad \operatorname{arctg} n>\frac{\pi}{2}-\varepsilon,$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n)\qquad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right),$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

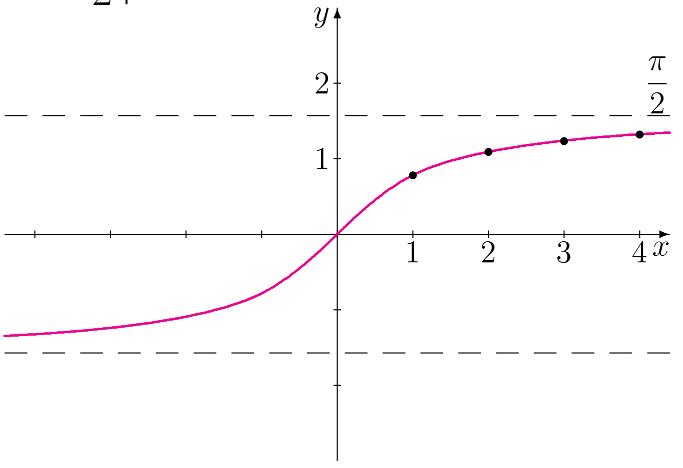
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n < \varepsilon, \quad \operatorname{arctg} n > \frac{\pi}{2} - \varepsilon,$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n) > \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right),$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n=\dfrac{\pi}{2}.$

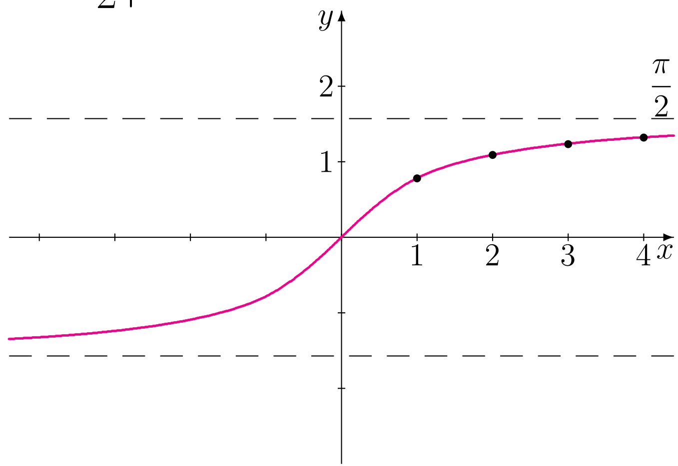
$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n<\varepsilon,\quad \operatorname{arctg} n>\frac{\pi}{2}-\varepsilon,$$

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg} n\right)>\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right),$$

$$n\qquad\qquad \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right).$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

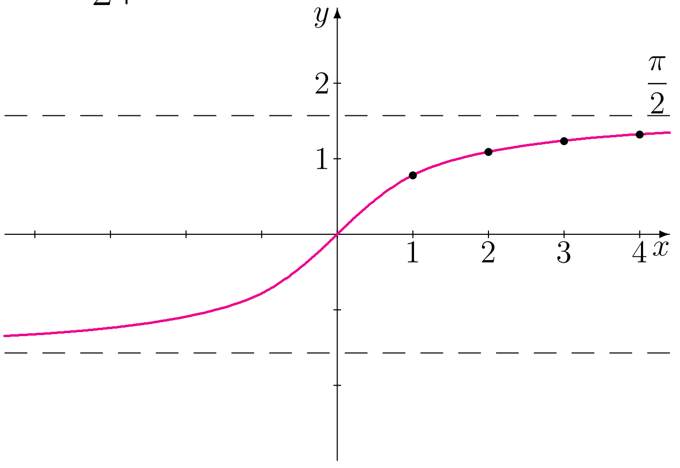
$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \dfrac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$

$\left|\operatorname{arctg} n - \dfrac{\pi}{2}\right| = \dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n.$

$\dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n < \varepsilon, \quad \operatorname{arctg} n > \dfrac{\pi}{2} - \varepsilon,$

$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n) > \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - \varepsilon\right),$

$n > \qquad \operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2} - \varepsilon\right).$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}$; ***б)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{n}$; ***в)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\cos\pi n$; ***г)*** $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\operatorname{arctg} n=\dfrac{\pi}{2}$.

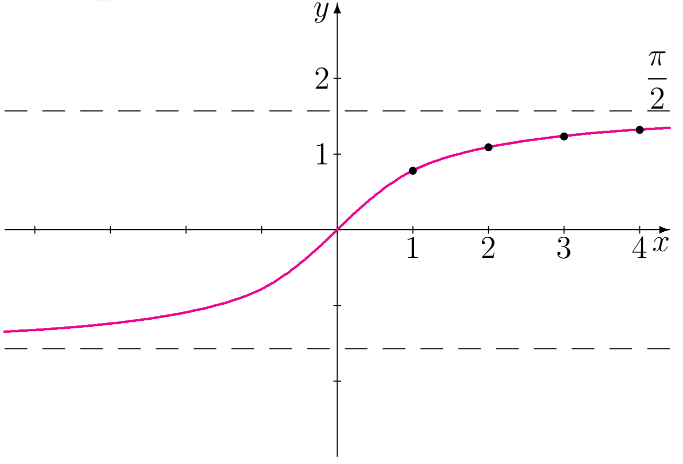
$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall n>N\quad\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|<\varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n-\frac{\pi}{2}\right|=\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2}-\operatorname{arctg} n<\varepsilon,\quad \operatorname{arctg} n>\frac{\pi}{2}-\varepsilon,$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} n)>\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right),$$

$$n>N\geqslant\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right).$$



Пример 3. *Найдите пределы:*

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}$; *б)* $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-1}{n}$; *в)* $\lim\limits_{n\to\infty} \cos \pi n$; *г)* $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n$.

Решение.

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{arctg} n = \dfrac{\pi}{2}$.

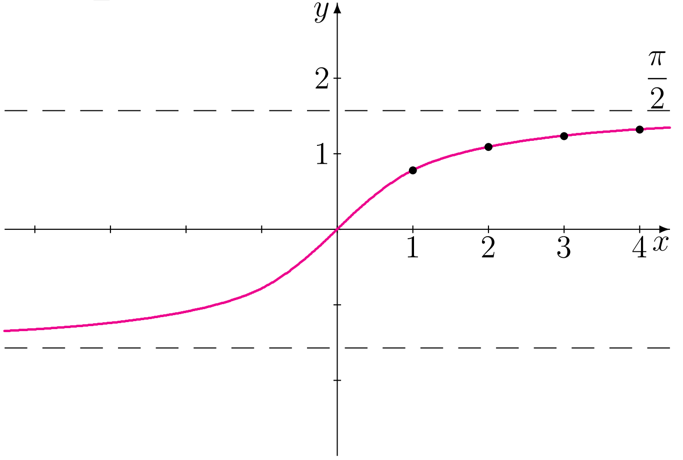
$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall n > N \quad \left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| < \varepsilon.$$

$$\left|\operatorname{arctg} n - \frac{\pi}{2}\right| = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n.$$

$$\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} n < \varepsilon, \quad \operatorname{arctg} n > \frac{\pi}{2} - \varepsilon,$$

$$\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg} n\right) > \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right),$$

$$n > N \geqslant \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right).$$



Вернёмся к лекции?

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на $\lim\limits_{x \to a} f(x)$?*

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки.

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке* a *на* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»? Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на* $\lim\limits_{x \to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»? Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»? Это не формулировка, а бла-бла-бла!!!

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на* $\lim\limits_{x\to a} f(x)$*?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.
Значения этих функций отличаются только в точке a.

Пример 4. *Как влияет значение функции в точке a на $\lim\limits_{x \to a} f(x)$?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.
Значения этих функций отличаются только в точке a.
Получаем следующую формулировку.

Пример 4. *Если значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$.* ???

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.
Значения этих функций отличаются только в точке a.
Получаем следующую формулировку.

Пример 4. *Если значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.
Значения этих функций отличаются только в точке a.
Получаем следующую формулировку.

Пример 4. *Если значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Обсуждение формулировки. Что значит «влияет»?
Какие возможные варианты ответа на вопрос «как влияет»?
Если мы изменим значение функции в одной точке, мы получим другую функцию!
Значит, надо сравнивать пределы от *двух функций*.
Значения этих функций отличаются только в точке a.
Получаем следующую формулировку.

Пример 4. *Если значения функций* f *и* g *совпадают везде, кроме* $x = a$, *и* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. *Существует ли* $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ *и если «да», то чему он равен?*

Обсуждение формулировки. Но значения функций «вдали от a» нас не интересует!

Пример 4. *Если значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x \to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Обсуждение формулировки. Но значения функций «вдали от a» нас не интересует!
Поэтому формулировку целесообразно уточнить.

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Обсуждение формулировки. Но значения функций «вдали от a» нас не интересует!

Поэтому формулировку целесообразно уточнить.

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение.

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение. О чем сейчас надо думать?

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки* a *значения функций* f *и* g *совпадают везде, кроме* $x = a$, *и* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. *Существует ли* $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ *и если «да», то чему он равен?*

Решение. О чем сейчас надо думать?

Об анализе **определения** предела функции!

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки* a *значения функций* f *и* g *совпадают везде, кроме* $x = a$, *и* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. *Существует ли* $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ *и если «да», то чему он равен?*

Решение.

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon.$$

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение.

$$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon.$$

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \ \Rightarrow\ |f(x) - A| < \varepsilon.$

В этом определении значение функции f в точке a игнорируется.

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x \to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение.

$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon.$

В этом определении значение функции f в точке a игнорируется.

Функция f в точке a может быть даже не определена!

Пример 4. *Если в некоторой окрестности точки a значения функций f и g совпадают везде, кроме $x = a$, и $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$. Существует ли $\lim\limits_{x\to a} g(x)$ и если «да», то чему он равен?*

Решение.

$\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \;\Rightarrow\; |f(x) - A| < \varepsilon.$

В этом определении значение функции f в точке a игнорируется. Функция f в точке a может быть даже не определена!

Ответ. $\lim\limits_{x\to a} g(x) = \lim\limits_{x\to a} f(x) = A.$

Вернёмся к лекции?

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty;$

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A.$

Решение.

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

а) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

a) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \quad \Rightarrow$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

a) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty.$

Решение.

а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad 0 < |x - a| < \delta \quad \Rightarrow \quad f(x) > \varepsilon.$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall\varepsilon > 0$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x \qquad\qquad\qquad\qquad |f(x) - A| < \varepsilon.$

Пример 5. *Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x \qquad\qquad\qquad\qquad \Rightarrow \quad |f(x) - A| < \varepsilon.$

Пример 5. *Используя* ***определение окрестности точки*** *по аналогии с* ***определение предела функции*** *сформулируйте определения:*

б) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = A.$

Решение.

б) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \quad |x| > \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - A| < \varepsilon.$

Вернёмся к лекции или выполним упражнения?

Задача II.1. (Ответ приведен на стр.2268.) Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:

а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$;
г) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$; **д)** $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Задача III.2. (Ответ приведен на стр.2275.) Вычислите пределы:

а) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$;

д) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} =$$

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x .

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}=$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^4.

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(x^4 - x^2 + 5\right)/x^4}{\left(5x^4 + 2x - 2\right)/x^4} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^4.

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^4-x^2+5\right)/x^4}{\left(5x^4+2x-2\right)/x^4}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^4}{x^4}-\frac{x^2}{x^4}+\frac{5}{x^4}}{\frac{5x^4}{x^4}+\frac{2x}{x^4}-\frac{2}{x^4}}=$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^4.

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^4-x^2+5\right)/x^4}{(5x^4+2x-2)/x^4}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^4}{x^4}-\frac{x^2}{x^4}+\frac{5}{x^4}}{\frac{5x^4}{x^4}+\frac{2x}{x^4}-\frac{2}{x^4}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{1}{x^2}+\frac{5}{x^4}}{5+\frac{2}{x^3}-\frac{2}{x^4}}=$$

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^4 - x^2 + 5}{5x^4 + 2x - 2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(x^4 - x^2 + 5\right)/x^4}{\left(5x^4 + 2x - 2\right)/x^4} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^4}{x^4} - \frac{x^2}{x^4} + \frac{5}{x^4}}{\frac{5x^4}{x^4} + \frac{2x}{x^4} - \frac{2}{x^4}} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2} + \frac{5}{x^4}}{5 + \frac{2}{x^3} - \frac{2}{x^4}} = \frac{\lim\limits_{x\to\infty} 1 - \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x^2} + \lim\limits_{x\to\infty} \frac{5}{x^4}}{\lim\limits_{x\to\infty} 5 + \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2}{x^3} - \lim\limits_{x\to\infty} \frac{2}{x^4}} =$$

Пример 6. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^4-x^2+5}{5x^4+2x-2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^4-x^2+5\right)/x^4}{\left(5x^4+2x-2\right)/x^4}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^4}{x^4}-\frac{x^2}{x^4}+\frac{5}{x^4}}{\frac{5x^4}{x^4}+\frac{2x}{x^4}-\frac{2}{x^4}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{1}{x^2}+\frac{5}{x^4}}{5+\frac{2}{x^3}-\frac{2}{x^4}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^2}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^4}}{\lim\limits_{x\to\infty}5+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x^3}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x^4}}=\frac{1}{5}.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} =$$

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x .

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^2.

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^2.

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{9x^4}{x^4}+\frac{5}{x^4}}+\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}} =$$

При вычислении предела дроби в **окрестности точки** «бесконечность» можно попробовать разделить числитель и знаменатель на x^n с достаточно большим значением n.

В данном случае следует разделить числитель и знаменатель на x^2.

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{9x^4}{x^4}+\frac{5}{x^4}}+\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9+\frac{5}{x^4}}+1+\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}{1-\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}} =$$

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{\frac{9x^4}{x^4}+\frac{5}{x^4}}+\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{9+\frac{5}{x^4}}+1+\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}{1-\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}=$$

$$=\frac{\sqrt{9+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^4}}+1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}}{1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}}=$$

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{9x^4}{x^4}+\frac{5}{x^4}}+\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{9+\frac{5}{x^4}}+1+\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}{1-\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{9+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^4}}+1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}}{1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}} = \frac{3+1}{1} =$$

Пример 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}$.

Решение.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15}{x^2-x+5}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{9x^4+5}+x^2+x+15\right)/x^2}{\left(x^2-x+5\right)/x^2}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{\frac{9x^4}{x^4}+\frac{5}{x^4}}+\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{9+\frac{5}{x^4}}+1+\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}{1-\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}}=$$

$$=\frac{\sqrt{9+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^4}}+1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}}{1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}}=\frac{3+1}{1}=4.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4}$.

Решение.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x = 2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x = 2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x - 2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2} & x^3 \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2} \underline{x^4-2x^3} & x^3 \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l} x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3 \qquad\qquad\qquad\quad & x^3 \\ \hline -x^3+2x^2-4x+8 & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l} x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3\qquad\qquad\qquad\quad & x^3-x^2 \\ \hline -x^3+2x^2-4x+8 & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l}
x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2 \\ \cline{1-1}
\quad -x^3+2x^2-4x+8 & \\
\quad -x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2 \\ \cline{1-1}
-x^3+2x^2-4x+8 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-4x+8 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 \qquad\qquad\qquad & x^3-x^2-4 \\ \cline{1-1}
-x^3+2x^2-4x+8 & \\
-x^3+2x^2 \qquad\qquad & \\ \cline{1-1}
-4x+8 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-4 \\ \cline{1-1}
-x^3+2x^2-4x+8 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-4x+8 & \\
-4x+8 & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 \phantom{{}+2x^2-4x+8} & x^3-x^2-4 \\ \hline
-x^3+2x^2-4x+8 & \\
-x^3+2x^2 \phantom{{}-4x+8} & \\ \hline
-4x+8 & \\
-4x+8 & \\ \hline
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+2x^2-4x+8 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-4 \\ \cline{1-1}
-x^3+2x^2-4x+8 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-4x+8 & \\
-4x+8 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3 - x^2 - 4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x = 2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^4 - 3x^3 + x^2 + 4 & x - 2 \\ \hline & \end{array}$$

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x = 2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x - 2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \hline & x^3 \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l} x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3 & x^3 \\ \hline \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l} x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3 & x^3 \\ \hline -x^3+x^2+4 & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l} x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3 & x^3-x^2 \\ \cline{1-1} -x^3+x^2+4 & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2 \\ \hline
\quad -x^3+x^2+4 & \\
\quad -x^3+2x^2 & \\ \hline
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2 \\ \cline{1-1}
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-x^2+4 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^4-2x^3 \qquad\quad & x^3-x^2-x \\ \hline -x^3+x^2+4 & \\ -x^3+2x^2 \qquad & \\ \hline -x^2+4 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$
\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-x \\ \cline{1-1}
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-x^2+4 & \\
-x^2+2x & \\ \cline{1-1}
\end{array}
$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$
\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-x \\ \hline
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \hline
-x^2+4 & \\
-x^2+2x & \\ \hline
-2x+4 &
\end{array}
$$

Пример 8. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4}$.

Решение.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)\left(x^3 - x^2 - 4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x = 2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x = 2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x - 2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4 - 3x^3 + x^2 + 4 & x - 2 \\ \cline{2-2}
x^4 - 2x^3 \phantom{{}+ x^2 + 4} & x^3 - x^2 - x - 2 \\ \cline{1-1}
-x^3 + x^2 + 4 & \\
-x^3 + 2x^2 \phantom{{}+ 4} & \\ \cline{1-1}
-x^2 + 4 & \\
-x^2 + 2x \phantom{{}+4} & \\ \cline{1-1}
-2x + 4 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-x-2 \\ \hline
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \hline
-x^2+4 & \\
-x^2+2x & \\ \hline
-2x+4 & \\
-2x+4 & \\ \hline
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 \qquad\qquad & x^3-x^2-x-2 \\ \hline
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 \qquad & \\ \hline
-x^2+4 & \\
-x^2+2x & \\ \hline
-2x+4 & \\
-2x+4 & \\ \hline
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-x-2 \\ \cline{1-1}
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-x^2+4 & \\
-x^2+2x & \\ \cline{1-1}
-2x+4 & \\
-2x+4 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^4-3x^3+x^2+4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^4-2x^3 & x^3-x^2-x-2 \\ \cline{1-1}
-x^3+x^2+4 & \\
-x^3+2x^2 & \\ \cline{1-1}
-x^2+4 & \\
-x^2+2x & \\ \cline{1-1}
-2x+4 & \\
-2x+4 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \hline & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} & x^2 \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2 \\ \hline & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2 \\ \cline{1-1} \quad x^2-4 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} \underline{x^3-2x^2\qquad} & x^2+x \\ \qquad x^2-4 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x \\ \hline \quad x^2-4 & \\ \quad x^2-2x & \\ \hline \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x \\ \cline{1-1} x^2-4 & \\ x^2-2x & \\ \cline{1-1} 2x-4 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 \phantom{{}-4} & x^2+x+2 \\ \cline{1-1}
x^2-4 & \\
x^2-2x & \\ \cline{1-1}
2x-4 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 \qquad & x^2+x+2 \\ \hline x^2-4 & \\ x^2-2x & \\ \hline 2x-4 & \\ 2x-4 & \\ \hline \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x+2 \\ \hline x^2-4 & \\ x^2-2x & \\ \hline 2x-4 & \\ 2x-4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^3-x^2-4 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 \qquad & x^2+x+2 \\ \hline
x^2-4 & \\
x^2-2x & \\ \hline
2x-4 & \\
2x-4 & \\ \hline
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$x^3-x^2-x-2\ \begin{array}{|l}x-2\\ \hline x^2\end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} \underline{x^3-2x^2} & x^2 \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} \underline{x^3-2x^2} & x^2 \\ \phantom{x^3-{}}x^2-x-2 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x \\ \hline x^2-x-2 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{} =$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{l|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x \\ \hline \quad x^2-x-2 & \\ \quad x^2-2x & \\ \hline \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 & x^2+x \\ \cline{1-1}
x^2-x-2 & \\
x^2-2x & \\ \cline{1-1}
x-2 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x+1 \\ \hline x^2-x-2 & \\ x^2-2x & \\ \hline x-2 & \end{array}$$

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 \phantom{{}-x-2} & x^2+x+1 \\ \cline{1-1}
x^2-x-2 & \\
x^2-2x \phantom{{}-2} & \\ \cline{1-1}
x-2 & \\
x-2 & \\ \cline{1-1}
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По **теореме Безу** многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l}
x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 \phantom{{}-x-2} & x^2+x+1 \\ \cline{1-1}
x^2-x-2 & \\
x^2-2x \phantom{{}-2} & \\ \cline{1-1}
x-2 & \\
x-2 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{(x-2)^2\left(x^2+x+1\right)}=$$

При попытке подставить $x=2$ проблема состоит в том, что числитель и знаменатель дроби обращаются в 0.

По теореме Безу многочлен обращается в 0 при $x=2$ тогда и только тогда, когда многочлен делится нацело на $(x-2)$.

$$\begin{array}{r|l} x^3-x^2-x-2 & x-2 \\ \cline{2-2} x^3-2x^2 & x^2+x+1 \\ \hline x^2-x-2 & \\ x^2-2x & \\ \hline x-2 & \\ x-2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Пример 8. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4}$.

Решение.

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 3x^3 + x^2 + 4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)\left(x^3 - x^2 - 4\right)}{(x-2)\left(x^3 - x^2 - x - 2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x \to 2} \frac{(x-2)^2\left(x^2 + x + 2\right)}{(x-2)^2\left(x^2 + x + 1\right)} =$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{(x-2)^2\left(x^2+x+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{x^2+x+2}{x^2+x+1} =$$

Пример 8. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^4-3x^3+2x^2-4x+8}{x^4-3x^3+x^2+4}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)\left(x^3-x^2-4\right)}{(x-2)\left(x^3-x^2-x-2\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2\left(x^2+x+2\right)}{(x-2)^2\left(x^2+x+1\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x+2}{x^2+x+1}=\frac{8}{7}.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим другой пример?

Пример 9. $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} =$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} =$$

При попытке подставить в дробь $x = 3$ видим, что

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} =$$

При попытке подставить в дробь $x=3$ видим, что получилась

неопределенность

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=$$

При попытке подставить в дробь $x=3$ видим, что получилась неопределенность $\left[\dfrac{0}{0}\right]$.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить в дробь $x=3$ видим, что получилась неопределенность $\left[\dfrac{0}{0}\right]$.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

При попытке подставить в дробь $x = 3$ видим, что получилась неопределенность $\left[\dfrac{0}{0}\right]$.

Для многочленов проблему можно было бы решить выделением множителя

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить в дробь $x=3$ видим, что получилась неопределенность $\left[\dfrac{0}{0}\right]$.

Для многочленов проблему можно было бы решить выделением множителя $(x-3)$,

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

При попытке подставить в дробь $x=3$ видим, что получилась неопределенность $\left[\dfrac{0}{0}\right]$.

Для многочленов проблему можно было бы решить выделением множителя $(x-3)$,

но данном случае проблема состоит в наличии в знаменателе иррационального выражения.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

Напрашивается стандартный ход, известный из школьного курса математики:

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Напрашивается стандартный ход, известный из школьного курса математики:
избавиться от иррациональности умножением на сопряженное выражение.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

Напрашивается стандартный ход, известный из школьного курса математики:

избавиться от иррациональности умножением на сопряженное выражение.

$\sqrt{x+1}+1-x = \sqrt{x+1}+(1-x)$, значит сопряженное выражение имеет вид

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] =$$

Напрашивается стандартный ход, известный из школьного курса математики:

избавиться от иррациональности умножением на сопряженное выражение.

$\sqrt{x+1}+1-x = \sqrt{x+1}+(1-x)$, значит сопряженное выражение имеет вид $\sqrt{x+1}+1-x = \sqrt{x+1}-(1-x)$.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)} =$$

Напрашивается стандартный ход, известный из школьного курса математики:

избавиться от иррациональности умножением на сопряженное выражение.

$\sqrt{x+1}+1-x = \sqrt{x+1}+(1-x)$, значит сопряженное выражение имеет вид $\sqrt{x+1}+1-x = \sqrt{x+1}-(1-x)$.

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2} =$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)} =$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{3x-x^2} =$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{3x-x^2}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{-x(x-3)}=$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{3x-x^2}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{-x(x-3)}=\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-(1-x)}{-x}=$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to 3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{3x-x^2}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{-x(x-3)}=\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-(1-x)}{-x}=$$

$$\frac{\lim\limits_{x\to 3}\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\lim\limits_{x\to 3}(-x)}=$$

Пример 9. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}$.

Решение.

$$\lim_{x\to3}\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+1-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\left(\sqrt{x+1}+1-x\right)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}=$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{x+1-(1-x)^2}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{3x-x^2}=$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{-x(x-3)}=\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x+1}-(1-x)}{-x}=$$

$$\frac{\lim\limits_{x\to3}\left(\sqrt{x+1}-(1-x)\right)}{\lim\limits_{x\to3}(-x)}=-\frac{4}{3}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x =$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$1)\ \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{x}=\left|\begin{array}{l} t=-x \\ x\to\infty \\ t\to \end{array}\right|=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

1) $$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{x}=\left|\begin{array}{c} t=-x \\ x\to\infty \\ t\to\infty \end{array}\right|=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$;
4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

1) $$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x=\left|\begin{array}{c} t=-x \\ x\to\infty \\ t\to\infty \end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{-t}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$1)\ \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x = \left|\begin{array}{l} t=-x \\ x\to\infty \\ t\to\infty \end{array}\right| = \lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{-t} =$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^{-1} =$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

1) $$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{x}=\left|\begin{array}{l} t=-x \\ x\to\infty \\ t\to\infty \end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{-t}=$$

$$=\lim_{t\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right)^{-1}=\left(\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right)^{-1}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

1) $$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x = \left|\begin{array}{l} t=-x \\ x\to\infty \\ t\to\infty \end{array}\right| = \lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{-t} =$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^{-1} = \left(\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^{-1} = e^{-1}.$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x}\right)^x=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$2)\ \lim_{x\to\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^x=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $$\lim_{x\to\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^x=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $$\lim_{x\to\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^x=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x=\left|\begin{array}{c}1/t=2/x\\ x\to\infty\\ t\to\end{array}\right|=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $$\lim_{x\to\infty}\frac{(x+2)^{x}}{x^{x}}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^{x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^{x}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}=\left|\begin{array}{c}1/t=2/x\\ x\to\infty\\ t\to\end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{2t}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

2) $$\lim_{x\to\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^x=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x=\left|\begin{array}{c}1/t=2/x\\ x\to\infty\\ t\to\end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{2t}=$$

$$=\lim_{t\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^2=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$2)\ \lim_{x\to\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^x=\lim_{x\to\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^x=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x=\left|\begin{array}{c}1/t=2/x\\ x\to\infty\\ t\to\end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{2t}=$$

$$=\lim_{t\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^2=\left(\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right)^2=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^{2}}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$2)\ \lim_{x\to\infty}\frac{(x+2)^{x}}{x^{x}}=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^{x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\left(-1+\frac{x+2}{x}\right)\right)^{x}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}=\left|\begin{array}{c}1/t=2/x\\ x\to\infty\\ t\to\end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{2t}=$$

$$=\lim_{t\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right)^{2}=\left(\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{t}\right)^{2}=e^{2}.$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x} =$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$3)\ \lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x} = \left|\begin{array}{c} t = 1/x \\ x\to 0 \\ t\to \end{array}\right| =$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$3)\ \lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}=\left|\begin{array}{c} t=1/x \\ x\to 0 \\ t\to\infty \end{array}\right|=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; 3) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; 6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$3)\ \lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}=\left|\begin{array}{c} t=1/x \\ x\to 0 \\ t\to\infty \end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$;
4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$3)\ \lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}=\left|\begin{array}{c} t=1/x \\ x\to 0 \\ t\to\infty \end{array}\right|=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t=e.$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^{2}}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^{2}}x=\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos^{2}x\right)^{1/x^{2}}=\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\sin^{2}x\right)^{1/x^{2}}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$;

4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

$$4)\ \lim_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=\lim_{x\to 0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=\lim_{x\to 0}\left(1-\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\left(1-\sin^2 x\right)^{1/\left(-\sin^2 x\right)}\right)^{\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\left(1-\sin^2 x\right)^{1/\left(-\sin^2 x\right)}\right)^{\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\left(1-\sin^2 x\right)^{1/\left(-\sin^2 x\right)}\right)^{\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=$$

$$=e^{-\lim\limits_{x\to 0}(\sin x/x)^2}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $$\lim_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=\lim_{x\to 0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=\lim_{x\to 0}\left(1-\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$$
$$=\lim_{x\to 0}\left(\left(1-\sin^2 x\right)^{1/\left(-\sin^2 x\right)}\right)^{\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=$$
$$=e^{-\lim\limits_{x\to 0}(\sin x/x)^2}=e^{-1}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

4) $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x=\lim\limits_{x\to 0}\left(\cos^2 x\right)^{1/x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\sin^2 x\right)^{1/x^2}=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\left(1-\sin^2 x\right)^{1/\left(-\sin^2 x\right)}\right)^{\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=e^{\lim\limits_{x\to 0}\left(-\sin^2 x\right)/x^2}=$

$=e^{-\lim\limits_{x\to 0}(\sin x/x)^2}=e^{-1}=\dfrac{1}{e}.$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=\ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}\right)=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x\right)=$

$=\ln e=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

5) $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=\ln\left(\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}\right)=$
$=\ln e=1.$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x+3}\ln(x+1)=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x+3}\ln(x+1)=\lim\limits_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/(x+3)}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x+3}\ln(x+1)=\lim\limits_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/(x+3)}=$

$=\lim\limits_{x\to 0}\left(\ln(1+x)^{1/x}\right)^{x/(x+3)}=$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x+3}\ln(x+1)=\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/(x+3)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\ln(1+x)^{1/x}\right)^{x/(x+3)}=\left(\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/x}\right)^{\lim\limits_{x\to 0}x/(x+3)}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x+3}\ln(x+1)=\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/(x+3)}=$$
$$=\lim_{x\to 0}\left(\ln(1+x)^{1/x}\right)^{x/(x+3)}=\left(\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/x}\right)^{\lim\limits_{x\to 0}x/(x+3)}=$$
$$=\ln\left(\lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}\right)^{1}=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел***, *вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{x}$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(x+2)^{x}}{x^{x}}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty}x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x+3}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x+3}\ln(x+1)=\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/(x+3)}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\ln(1+x)^{1/x}\right)^{x/(x+3)}=\left(\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/x}\right)^{\lim\limits_{x\to 0}x/(x+3)}=$$

$$=\ln\left(\lim_{x\to 0}(1+x)^{1/x}\right)^{1}=\ln e=$$

Пример 10. *Используя* ***второй замечательный предел****, вычислите* *1)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x$; *2)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)^x}{x^x}$; *3)* $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$; *4)* $\lim\limits_{x\to 0}\cos^{2/x^2}x$; *5)* $\lim\limits_{x\to\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$; *6)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3}$.

Решение.

6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x+3} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x+3}\ln(x+1) = \lim\limits_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/(x+3)} =$

$= \lim\limits_{x\to 0}\left(\ln(1+x)^{1/x}\right)^{x/(x+3)} = \left(\lim\limits_{x\to 0}\ln(1+x)^{1/x}\right)^{\lim\limits_{x\to 0}x/(x+3)} =$

$= \ln\left(\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}\right)^1 = \ln e = 1.$

Вернёмся к лекции?

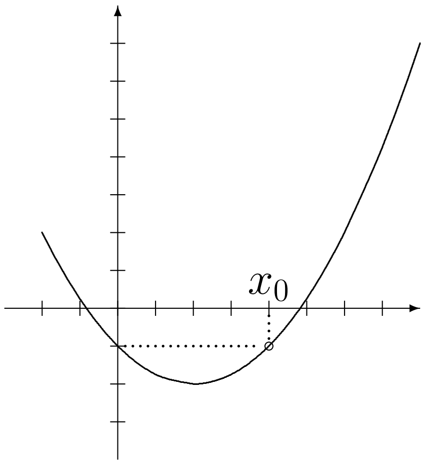
Задача IV.3. (Ответ приведен на стр.2364.)

$$\lim_{x\to-2}\frac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4}=\ldots$$

Задача IV.4. (Ответ приведен на стр.2373.) Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

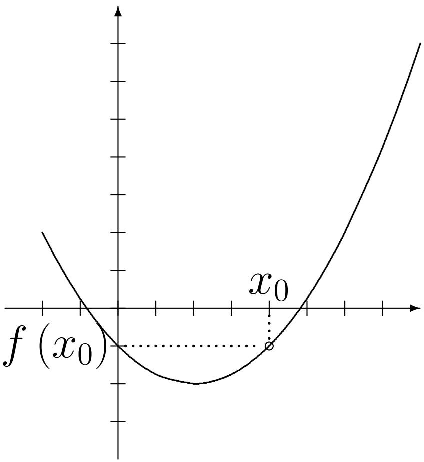
Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



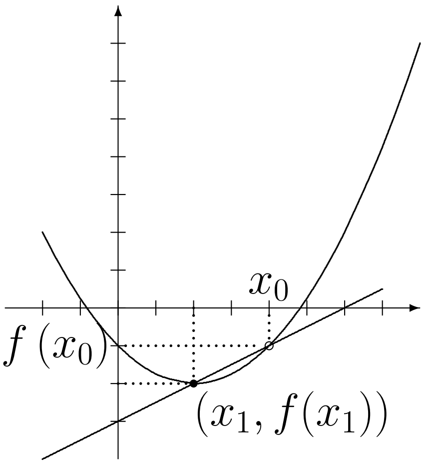
Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



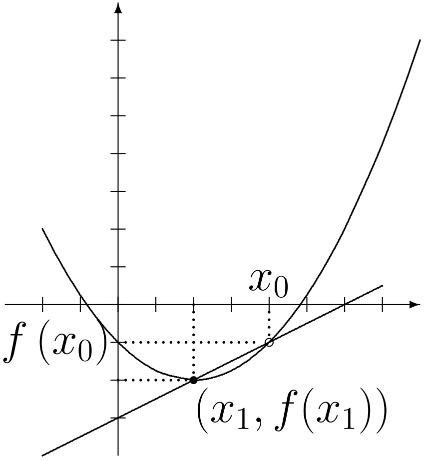
Надо вывести уравнение касательной к графику функции f.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

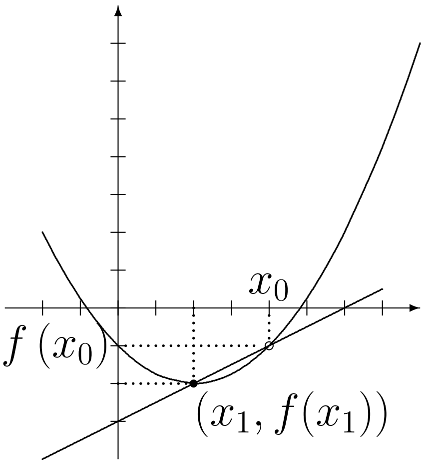
Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

Применим **стратегию составления уравнений.**

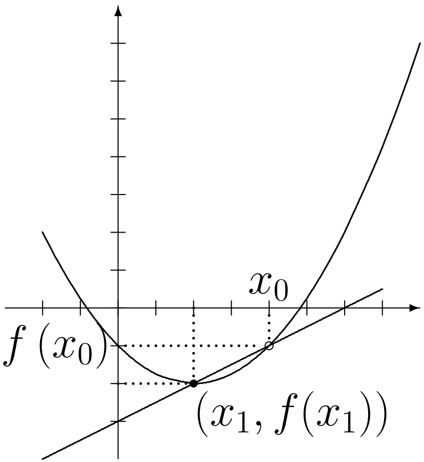
Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

Что надо найти?

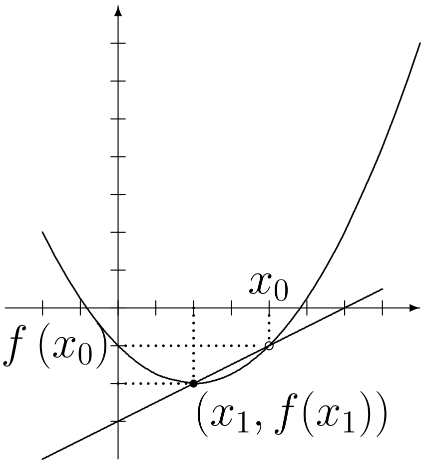
Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

Что надо найти? Уравнение секущей.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

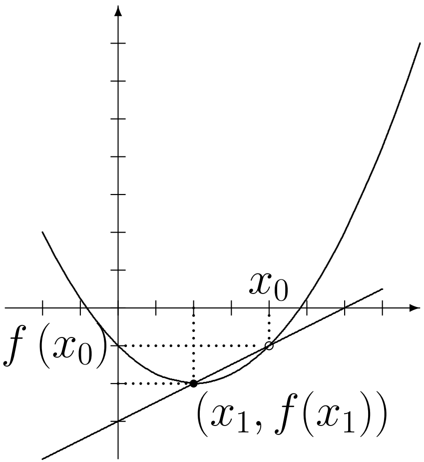


Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

Что надо найти? Уравнение секущей.

В каком виде представим ответ?

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

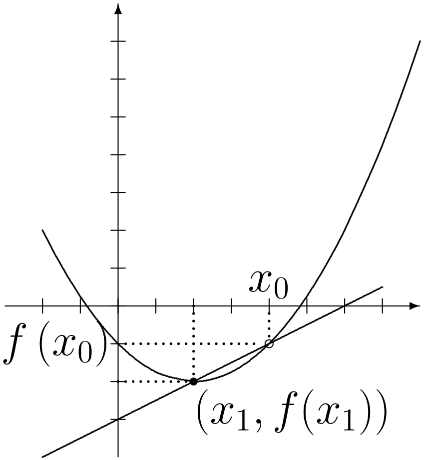


Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

Что надо найти? Уравнение секущей.

В каком виде представим ответ? Уравнением, связывающим координаты точки искомой секущей.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



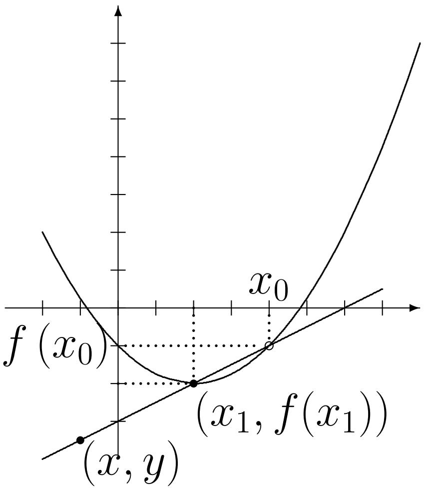
Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

Что надо найти? Уравнение секущей.

В каком виде представим ответ? Уравнением, связывающим координаты точки искомой секущей.

Сведём задачу к числовым параметрам и введём переменные.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

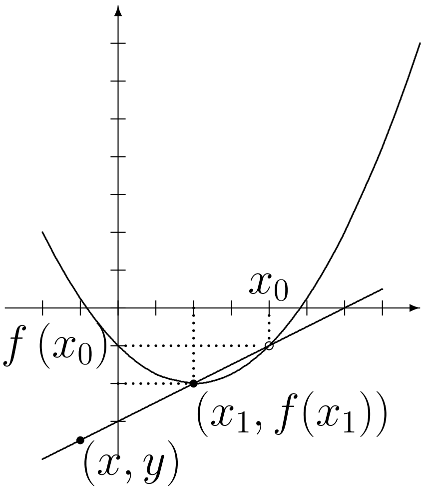
Что надо найти? Уравнение секущей.

В каком виде представим ответ? Уравнением, связывающим координаты точки искомой секущей.

Сведём задачу к числовым параметрам и введём переменные.

Возьмём произвольную точку на секущей и обозначим ее координаты буквами.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

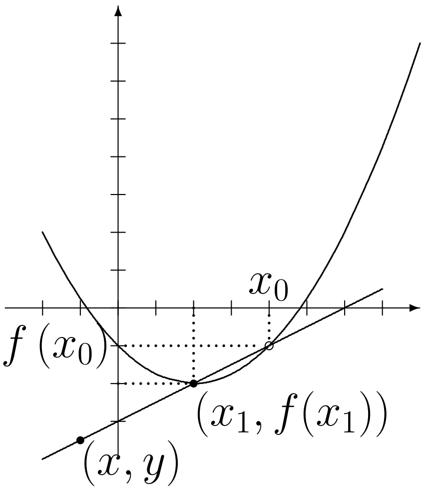


Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

Координаты точки на секущей обозначили через (x, y).

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



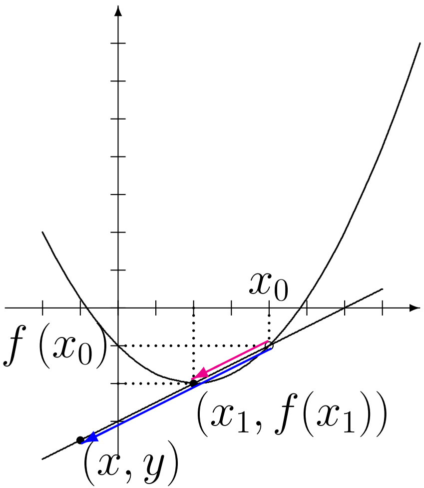
Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

Координаты точки на секущей обозначили через (x, y).

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Естественно воспользоваться аппаратом векторной алгебры.

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

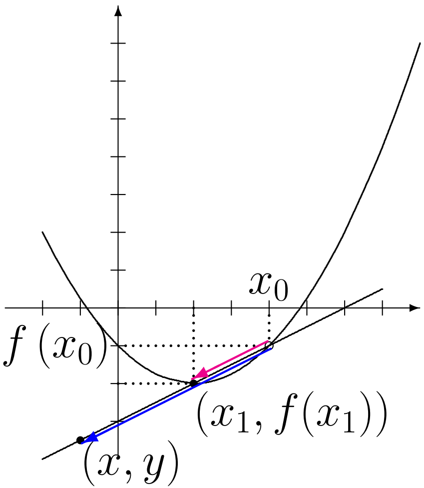
Координаты точки на секущей обозначили через (x, y).

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Естественно воспользоваться аппаратом векторной алгебры.

Как обычно, в первую очередь обращаем внимание на коллинеарные и ортогональные векторы.

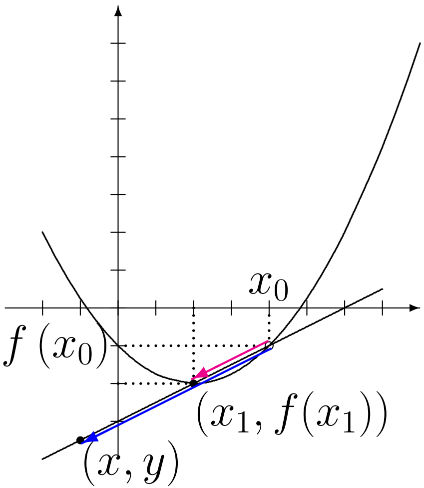
Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

Из коллинеарности векторов получаем:

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

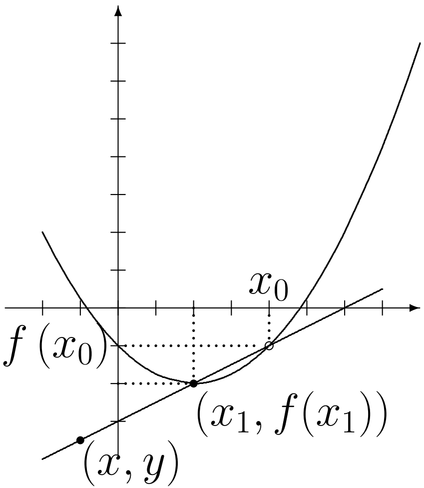


Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

Из коллинеарности векторов получаем:

$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}.$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Сначала выведем уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$.

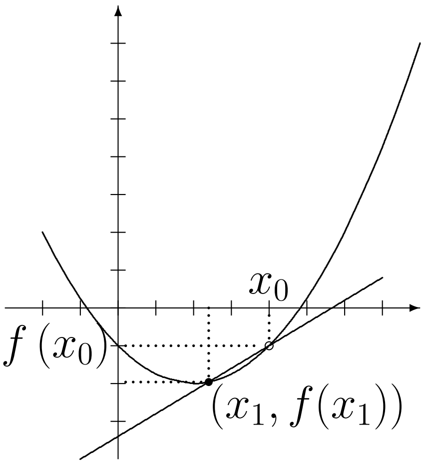
Из коллинеарности векторов получаем:

$$\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}.$$

Следовательно,

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



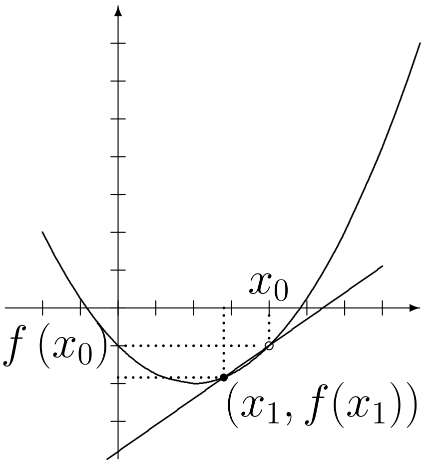
Мы получили уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$:

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0).$$

Уравнение касательной можно получить с помощью предельного перехода в полученной формуле:

$$y = f(x_0) + \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0).$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

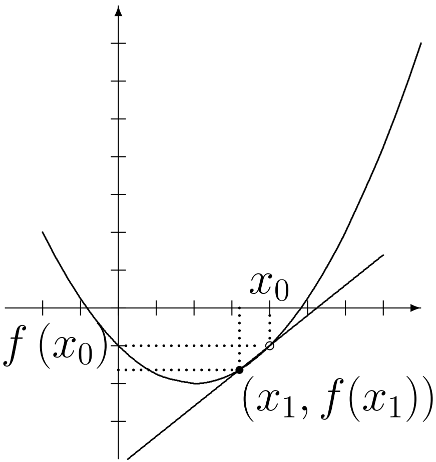


Мы получили уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$:
$y = f(x_0) + \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$

Уравнение касательной можно получить с помощью предельного перехода в полученной формуле:

$$y = f(x_0) + \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



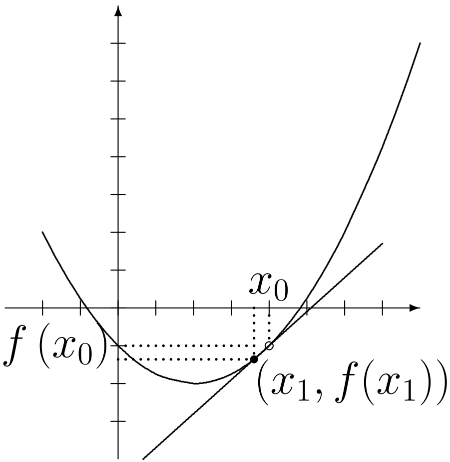
Мы получили уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$:

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Уравнение касательной можно получить с помощью предельного перехода в полученной формуле:

$$y = f(x_0) + \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



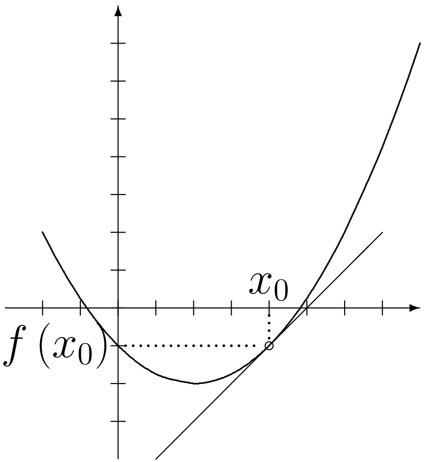
Мы получили уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$:

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Уравнение касательной можно получить с помощью предельного перехода в полученной формуле:

$$y = f(x_0) + \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



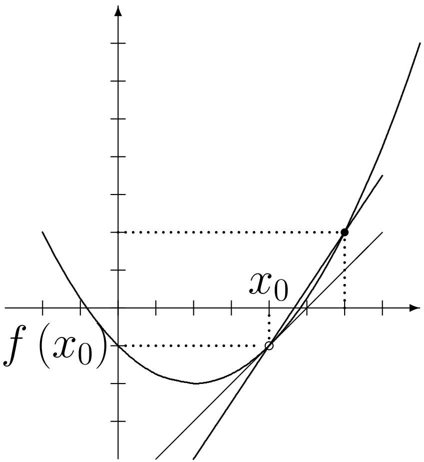
Мы получили уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$:

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0).$$

Уравнение касательной можно получить с помощью предельного перехода в полученной формуле:

$$y = f(x_0) + \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0).$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*

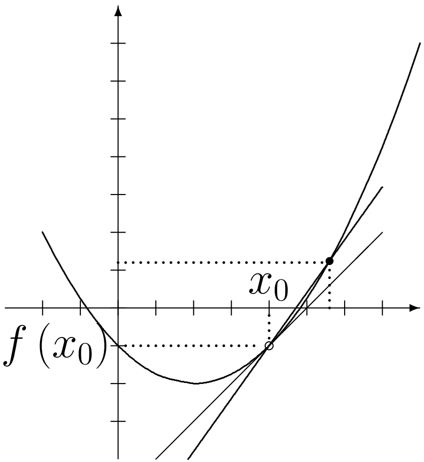


Мы получили уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$:
$y = f(x_0) + \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$

Уравнение касательной можно получить с помощью предельного перехода в полученной формуле:

$$y = f(x_0) + \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



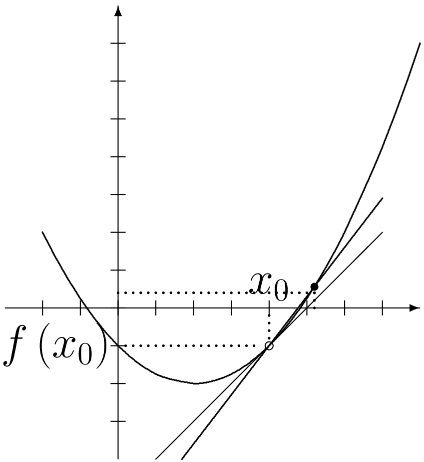
Мы получили уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$:

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Уравнение касательной можно получить с помощью предельного перехода в полученной формуле:

$$y = f(x_0) + \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

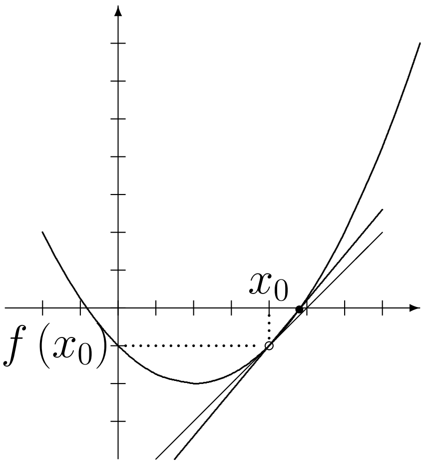
Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Мы получили уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$:
$y = f(x_0) + \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0)$.
Уравнение касательной можно получить с помощью предельного перехода в полученной формуле:

$$y = f(x_0) + \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0).$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



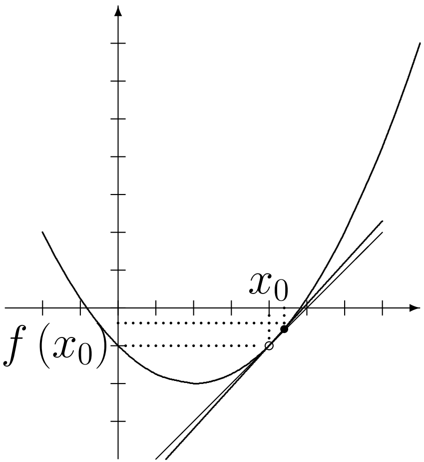
Мы получили уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$:

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Уравнение касательной можно получить с помощью предельного перехода в полученной формуле:

$$y = f(x_0) + \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



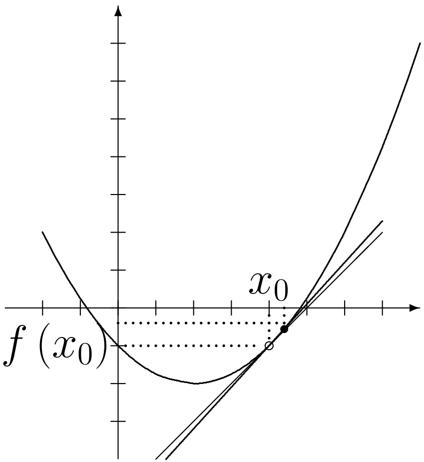
Мы получили уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$:

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Уравнение касательной можно получить с помощью предельного перехода в полученной формуле:

$$y = f(x_0) + \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\,(x - x_0)\,.$$

Пример 11. *Выведите уравнение касательной к графику функции.*



Мы получили уравнение секущей, проходящей через точки $(x_0;\ f(x_0))$ и $(x_1;\ f(x_1))$:

$$y = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0).$$

Уравнение касательной можно получить с помощью предельного перехода в полученной формуле:

$$y = f(x_0) + \lim_{x_1 \to x_0} \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0).$$

Итак, получили уравнение касательной:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0). \tag{1}$$

Вернёмся к лекции?

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение.

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Сначала рассмотрим применение **эндоструктурных моделей** функции.

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:
— формулой;
— графиком;
— таблицей значений.

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:
— формулой;
— графиком;
— таблицей значений.

Задание таблицей значений возможно только для функций с областью определения, состоящей из конечного числа элементов. Это нас не устраивает.

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:

— формулой;

— графиком;

— таблицей значений.

Какой вариант предпочтительнее:

— основанный на задании функции формулой;

— основанный на задании графиком?

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:
— формулой;
— графиком;
— таблицей значений.

Какой вариант предпочтительнее:
— основанный на задании функции формулой;
— основанный на задании графиком?

Наиболее мощный аппарат в математике разработан для обработки равенств, поэтому предпочтём

Пример 12. *Предложите схему изучения темы «производная функции».*

Решение. Мы рассматриваем производную функции, поэтому естественно исходить из *типовых способов задания функции*:
— формулой; — графиком; — таблицей значений.

Наиболее мощный аппарат в математике разработан для обработки равенств, поэтому предпочтём
задание функции формулой.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F:\ A \mapsto B$$

Функция F отображает множество A во множество B.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F: \ A \mapsto B \qquad\qquad\qquad \longrightarrow \ F(x) = \Phi(x)$$

Функция F обычно моделируется с помощью формулы. Здесь $F(x)$ — значение функции F на элементе x, а $\Phi(x)$ — некоторое обобщенное алгебраическое выражение, задающее эту функцию.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F:\ A \mapsto B \qquad\qquad \longrightarrow\ F(x) = \Phi(x)$$

Функция F обычно моделируется с помощью формулы. Здесь $F(x)$ — значение функции F на элементе x, а $\Phi(x)$ — некоторое обобщенное алгебраическое выражение, задающее эту функцию.

Например, если функция F задана формулой $F(x) = x^2 - x$, то $F(x)$ — значение функции F на элементе x, и под $\Phi(x)$ понимается алгебраическое выражение $\big(x^2 - x\big)$.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F:\ A \mapsto B \qquad\qquad \longrightarrow\ F(x) = \Phi(x)$$

Функция F обычно моделируется с помощью формулы. Здесь $F(x)$ — значение функции F на элементе x, а $\Phi(x)$ — некоторое обобщенное алгебраическое выражение, задающее эту функцию.

Например, если функция F задана формулой $F(x) = x^2 - x$, то $F(x)$ — значение функции F на элементе x, и под $\Phi(x)$ понимается алгебраическое выражение $\left(x^2 - x\right)$.

Ту же функцию F можно было задать другим алгебраическим выражением, например, $x(x-1)$.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{ccc} F:\ A \mapsto B & \qquad\qquad \longrightarrow & F(x) = \Phi(x) \\ \text{производная} \downarrow & & \\ f(x) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} & & \end{array}$$

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F:\ A \mapsto B \qquad\qquad\qquad \longrightarrow\ F(x) = \Phi(x)$$

$$\text{производная} \downarrow$$

$$f(x) = \lim_{x\to a} \frac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

Производная f функции F определяется указанной формулой.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$F:\ A \mapsto B \qquad\qquad \longrightarrow\ F(x) = \Phi(x)$$

$$\text{производная} \downarrow$$

$$f(x) = \lim_{x \to a} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x}$$

Производная f функции F определяется указанной формулой.

Но вычисление по этой формуле затруднительно.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{ccc} F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x)=\Phi(x) \\ \text{производная} \downarrow & & \\ f(x)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{F(x+\Delta x)-F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x)=\varphi(x) \end{array}$$

Производная f функции F определяется указанной формулой.

Но вычисление по этой формуле затруднительно.

Можно рассчитывать, что функцию f тоже можно будет «смоделировать» с помощью какого-либо обобщенного алгебраического выражения $\varphi(x)$.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{rcl} F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x) = \Phi(x) \\ \text{производная} \downarrow & & \downarrow \\ f(x) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x) = \varphi(x) \end{array}$$

Производная f функции F определяется указанной формулой.

Но вычисление по этой формуле затруднительно.

Можно рассчитывать, что функцию f тоже можно будет «смоделировать» с помощью какого-либо обобщенного алгебраического выражения $\varphi(x)$.

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{ccc}
F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x)=\Phi(x) \\
\text{производная}\downarrow & & \downarrow \\
f(x)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{F(x+\Delta x)-F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x)=\varphi(x)
\end{array}$$

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x)=F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций:

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{rcl} F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x) = \Phi(x) \\ \text{производная} \downarrow & & \downarrow \\ f(x) = \lim\limits_{x\to a} \dfrac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x) = \varphi(x) \end{array}$$

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической —

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{ccc}
F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x) = \Phi(x) \\
\text{производная}\downarrow & & \downarrow \\
f(x) = \lim\limits_{x\to a} \dfrac{F(x+\Delta x) - F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x) = \varphi(x)
\end{array}$$

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

$$\begin{array}{ccc} F:\ A \mapsto B & \longrightarrow & F(x)=\Phi(x) \\ \text{производная}\downarrow & & \downarrow \\ f(x)=\lim\limits_{x\to a}\dfrac{F(x+\Delta x)-F(x)}{\Delta x} & \longrightarrow & f(x)=\varphi(x) \end{array}$$

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x)=F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и вычисления суперпозиции (композиции) элементарных функций.

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и вычисления суперпозиции (композиции) элементарных функций. *Надо знать:*

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и вычисления суперпозиции (композиции) элементарных функций. *Надо знать:*
— производные основных элементарных функций (таблица производных);

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и вычисления суперпозиции (композиции) элементарных функций. *Надо знать:*

— производные основных элементарных функций;

— формулы для производных суммы, разности, произведения, частного;

Пример 12. *Дифференцирование: функция и формула.*

Цель: описать такое преобразование выражения $\Phi(x)$, чтобы результатом этого преобразования было выражение $\varphi(x)$, моделирующее производную $f(x) = F'(x)$.

Элементарная функция — это функция, полученная из основных элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической и обратной тригонометрической — с помощью сложения, вычитания, умножения, деления и вычисления суперпозиции (композиции) элементарных функций. *Надо знать:*
— производные основных элементарных функций;
— формулы для производных суммы, разности, произведения, частного;
— формулу для дифференцирования «сложной функции» (суперпозиции функций).

Вернёмся к лекции?

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\sqrt{x+1}\cdot\cos^2\left(3-2x^3\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\sqrt{\mathbf{x}+\mathbf{1}}\cdot\cos^2\left(3-2x^3\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\sqrt{\mathbf{x}+\mathbf{1}}\cdot\cos^2\left(3-2x^3\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\sqrt{\mathbf{x}+\mathbf{1}}\cdot\cos^2\left(3-2x^3\right).$$

Теперь полученное значение необходимо запомнить...

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I} \cdot \cos^2\left(3-2\mathbf{x^3}\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I}\cdot\cos^2\left(3-\mathbf{2x^3}\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I}\cdot\cos^2\left(\mathbf{3-2x^3}\right).$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I}\cdot\left(\cos\left(\mathbf{3-2x^3}\right)\right)^2.$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I}\cdot\left(\cos\left(\mathbf{3}-\mathbf{2x^3}\right)\right)^{\mathbf{2}}.$$

Пример 13. *Выделите последовательность действий при вычислении значения выражения* $\sqrt{x+1}\cos^2\left(3-2x^3\right)$.

Решение.

$$\underbrace{\sqrt{x+1}}_{I}\cdot\underbrace{\cos^2\left(3-2x^3\right)}_{II}$$

Последним действием будет перемножение полученных значений.

Вернёмся к лекции или **рассмотрим другой вспомогательный пример?**

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

1) $\sin^3\left(3^x - \sqrt{x}\right)$*;*

2) $\dfrac{e^{\sqrt{x}} \operatorname{arctg} 2x}{\cos 2x}$*;*

3) $3^{\sqrt{x+1}} \cos^3 x - 4x$*;*

4) $e^{2x+1} \ln^2\left(\sqrt[3]{x+1} - x^3\right)$*;*

5) $\dfrac{2^{2x+3} - 3^{2x+3}}{\sin\sqrt{2x+3} - x^2}$*;*

6) $\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
1) $\sin^3\left(3^x - \sqrt{x}\right)$.

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
1) $\sin^3(3^x - \sqrt{x})$.

Решение. Последнее действие —

$$\sin^3\left(3^x - \sqrt{x}\right) = \left(\sin\left(3^x - \sqrt{x}\right)\right)^3.$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
1) $\sin^3\left(3^x - \sqrt{x}\right)$.

Решение. Последнее действие — возведение в куб:

$$\sin^3\left(3^x - \sqrt{x}\right) = \left(\sin\left(3^x - \sqrt{x}\right)\right)^3.$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

2) $\dfrac{e^{\sqrt{x}} \operatorname{arctg} 2x}{\cos 2x}$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

2) $\dfrac{e^{\sqrt{x}}\operatorname{arctg}2x}{\cos 2x}$.

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

2) $\dfrac{e^{\sqrt{x}}\operatorname{arctg}2x}{\cos 2x}$.

Решение. Последнее действие —

$$\frac{\mathbf{e}^{\sqrt{\mathbf{x}}} \cdot \operatorname{arctg}\mathbf{2x}}{\cos\mathbf{2x}}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

2) $\dfrac{e^{\sqrt{x}}\operatorname{arctg}2x}{\cos 2x}$.

Решение. Последнее действие — деление.

$$\frac{\mathbf{e}^{\sqrt{\mathbf{x}}}\cdot\operatorname{arctg}\mathbf{2x}}{\cos\mathbf{2x}}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
з) $3^{\sqrt{x+1}}\cos^3 x - 4x$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
3) $3^{\sqrt{x+1}} \cos^3 x - 4x.$

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
3) $3^{\sqrt{x+1}}\cos^3 x - 4x$.

Решение. Последнее действие —

$$\mathbf{3^{\sqrt{x+1}}\cos^3 x} - \mathbf{4x}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
3) $3^{\sqrt{x+1}}\cos^3 x - 4x$.

Решение. Последнее действие — вычитание.

$$\mathbf{3^{\sqrt{x+1}}\cos^3 x} - \mathbf{4x}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
4) $e^{2x+1}\ln^2\left(\sqrt[3]{x+1}-x^3\right)$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
4) $e^{2x+1}\ln^2\left(\sqrt[3]{x+1}-x^3\right)$.

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
4) $e^{2x+1}\ln^2\left(\sqrt[3]{x+1}-x^3\right)$.

Решение. Последнее действие —

$$\mathbf{e^{2x+1}}\cdot\ln^{\mathbf{2}}\left(\sqrt[3]{x+1}-\mathbf{x^3}\right)$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
4) $e^{2x+1}\ln^2\left(\sqrt[3]{x+1}-x^3\right)$.

Решение. Последнее действие — произведение.

$$\mathbf{e^{2x+1}}\cdot\ln^{\mathbf{2}}\left(\sqrt[3]{x+1}-\mathbf{x^3}\right)$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

5) $\dfrac{2^{2x+3}-3^{2x+3}}{\sin\sqrt{2x+3}-x^2}$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

5) $\dfrac{2^{2x+3}-3^{2x+3}}{\sin\sqrt{2x+3}-x^2}$.

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

5) $\dfrac{2^{2x+3}-3^{2x+3}}{\sin\sqrt{2x+3}-x^2}$.

Решение. Последнее действие —

$$\dfrac{\mathbf{2^{2x+3}-3^{2x+3}}}{\sin\sqrt{\mathbf{2x+3}}-\mathbf{x^2}}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

5) $\dfrac{2^{2x+3}-3^{2x+3}}{\sin\sqrt{2x+3}-x^2}$.

Решение. Последнее действие — деление.

$$\frac{\mathbf{2^{2x+3}-3^{2x+3}}}{\sin\sqrt{\mathbf{2x+3}}-\mathbf{x^2}}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*
б) $\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение.

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

б) $\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение. Последнее действие —

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

б) $\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение. Последнее действие —

$$\arcsin^4 \mathbf{x} - \frac{\mathbf{3-4x}}{\mathbf{x^2-1}}$$

Пример 14. *Укажите, какое последнее действие выполняется при вычислении значения следующих выражений:*

б) $\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение. Последнее действие — вычитание.

$$\arcsin^4 \mathbf{x} - \frac{\mathbf{3-4x}}{\mathbf{x^2-1}}$$

Вернёмся к лекции или **рассмотрим другой вспомогательный пример?**

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$;

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$;

3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x$;

4) $\delta(x) = e^{2x+1} \ln^2 x$;

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$;

6) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' =$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' =$

Последнее действие — возведение в куб.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' =$

Последнее действие — возведение в куб.

$$\left(t^3\right)' = 3t^2.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3 \; \bullet^2$

Последнее действие — возведение в куб.

$$\left(t^3\right)' = 3t^2.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

1) $\alpha(x) = \sin^3\sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3\sqrt{x}\right)' = 3\sin^2\sqrt{x}\,\cdot$

Последнее действие — возведение в куб.

$$\left(t^3\right)' = 3t^2.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие — вычисление синуса.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

1) $\alpha(x) = \sin^3\sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3\sqrt{x}\right)' = 3\sin^2\sqrt{x}\,\cdot$

Следующее действие — вычисление синуса.

$$(\sin t)' = \cos t.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3 \sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \qquad \cdot$

Следующее действие — вычисление синуса.

$$(\sin t)' = \cos t.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие — вычисление синуса.

$$(\sin t)' = \cos t.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие — вычисление квадратного корня.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие — вычисление квадратного корня.

$$\left(\sqrt{t}\right)' = \left(t^{1/2}\right)' =$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3\sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3\sqrt{x}\right)' = 3\sin^2\sqrt{x}\cdot\cos\sqrt{x}\,\cdot$

Следующее действие — вычисление квадратного корня.

$$\left(\sqrt{t}\right)' = \left(t^{1/2}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{t}}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot$

Следующее действие — вычисление квадратного корня.

$$\left(\sqrt{t}\right)' = \left(t^{1/2}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{t}}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
1) $\alpha(x) = \sin^3 \sqrt{x}$.

Решение. $\alpha'(x) = \left(\sin^3 \sqrt{x}\right)' = 3\sin^2 \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

Следующее действие — вычисление квадратного корня.

$$\left(\sqrt{t}\right)' = \left(t^{1/2}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{t}}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}.$

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' =$$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' =$$

Последнее действие — деление.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}.$

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' =$$

Последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a'b - ab'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}.$

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{\bullet \cdot \bullet \quad - \quad \bullet \cdot \bullet}{\bullet^2}.$$

Последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a'b - ab'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{\qquad \cdot \cos 2x - e^{\sqrt{x}} \cdot \qquad}{\cos^2 2x}.$$

Последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a'b - ab'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot \qquad\qquad \cdot \cos 2x - e^{\sqrt{x}} \cdot \qquad}{\cos^2 2x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \cos 2x - e^{\sqrt{x}} \cdot}{\cos^2 2x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \cos 2x - e^{\sqrt{x}} \cdot (-\sin 2x) \cdot}{\cos^2 2x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

2) $\beta(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}$.

Решение.

$$\beta'(x) = \left(\frac{e^{\sqrt{x}}}{\cos 2x}\right)' = \frac{e^{\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \cos 2x - e^{\sqrt{x}} \cdot (-\sin 2x) \cdot 2}{\cos^2 2x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.
$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' =$$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' =$$

Последнее действие — сложение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.
$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' =$

Последнее действие — сложение.

$$(a - b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' = \qquad\qquad\qquad\qquad + $$

Последнее действие — сложение.

$$(a - b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' = 3^{\sqrt{x+1}} \ln 3 \cdot \qquad\qquad\qquad +$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' = 3^{\sqrt{x+1}} \ln 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} +$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' = 3^{\sqrt{x+1}} \ln 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + 3\cos^2 x \cdot$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
3) $\gamma(x) = 3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x.$

Решение.

$$\gamma'(x) = \left(3^{\sqrt{x+1}} + \cos^3 x\right)' = 3^{\sqrt{x+1}} \ln 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + 3\cos^2 x \cdot (-\sin x).$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
4) $\delta(x) = e^{2x+1} \ln^2 x.$

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1} \ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1} \ln^2 x\right)' =$

$=$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$=$

Последнее действие — произведение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$=$

Последнее действие — произведение.

$$(a \cdot b)' = a' \cdot b + a \cdot b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x$.

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$$= \qquad \cdot \qquad + \qquad \cdot$$

Последнее действие — произведение.

$$(a\cdot b)' = a'\cdot b + a\cdot b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$$= \qquad\qquad \cdot \ln^2 x + e^{2x+1} \cdot$$

Последнее действие — произведение.

$$(a \cdot b)' = a' \cdot b + a \cdot b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$$= e^{2x+1}\cdot \quad \cdot \ln^2 x + e^{2x+1}\cdot$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
4) $\delta(x) = e^{2x+1} \ln^2 x$.

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1} \ln^2 x\right)' =$

$$= e^{2x+1} \cdot 2 \cdot \ln^2 x + e^{2x+1} \cdot$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x$.

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$$= e^{2x+1}\cdot 2\cdot \ln^2 x + e^{2x+1}\cdot 2\ln x\,\cdot$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*
4) $\delta(x) = e^{2x+1}\ln^2 x.$

Решение. $\delta'(x) = \left(e^{2x+1}\ln^2 x\right)' =$

$$= e^{2x+1}\cdot 2\cdot\ln^2 x + e^{2x+1}\cdot 2\ln x\cdot\frac{1}{x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}.$

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$.

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' =$$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$.

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' =$$

Последнее действие — деление.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$.

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' =$$

Последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a' \cdot b - a \cdot b'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$.

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' = \frac{\cdot \sin x - \left(x^2 - 2^x\right) \cdot}{\sin^2 x}.$$

Последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a' \cdot b - a \cdot b'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}.$

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' = \frac{(\qquad - \qquad\qquad) \cdot \sin x - \left(x^2 - 2^x\right) \cdot \qquad\qquad}{\sin^2 x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}$.

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' = \frac{(2x - 2^x \ln 2) \cdot \sin x - \left(x^2 - 2^x\right) \cdot}{\sin^2 x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

5) $\varepsilon(x) = \dfrac{x^2 - 2^x}{\sin x}.$

Решение.

$$\varepsilon'(x) = \left(\frac{x^2 - 2^x}{\sin x}\right)' = \frac{(2x - 2^x \ln 2) \cdot \sin x - \left(x^2 - 2^x\right) \cdot \cos x}{\sin^2 x}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$=$

Последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$=$

Последнее действие — вычитание.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$=$

Последнее действие — вычитание.

$$(a-b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$= \qquad\qquad\qquad - $

Последнее действие — вычитание.

$$(a-b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$= 4\arcsin^3 x \cdot \qquad\qquad\qquad -$

Последнее действие — вычитание.

$$(a-b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$= 4\arcsin^3 x \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} -$

Последнее действие — вычитание.

$$(a-b)' = a' - b'.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$= 4\arcsin^3 x \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} -$

В последнем слагаемом последнее действие —

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$$= 4\arcsin^3 x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} -$$

В последнем слагаемом последнее действие — деление.

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$= 4\arcsin^3 x \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}} -$

В последнем слагаемом последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a' \cdot b - a \cdot b'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$$= 4\arcsin^3 x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{\cdot\,\left(x^2-1\right) - (3-4x)\,\cdot}{\left(x^2-1\right)^2}.$$

В последнем слагаемом последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a'\cdot b - a\cdot b'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

б) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}.$

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$$= 4\arcsin^3 x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{(-4)\cdot\left(x^2-1\right) - (3-4x)\cdot}{\left(x^2-1\right)^2}.$$

В последнем слагаемом последнее действие — деление.

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a'\cdot b - a\cdot b'}{b^2}.$$

Пример 15. *Вычислите производные от функций*

6) $\eta(x) = \arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}$.

Решение. $\eta'(x) = \left(\arcsin^4 x - \dfrac{3-4x}{x^2-1}\right)' =$

$$= 4\arcsin^3 x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{(-4)\cdot\left(x^2-1\right) - (3-4x)\cdot 2x}{\left(x^2-1\right)^2}.$$

Вернёмся к лекции или **рассмотрим другой вспомогательный пример?**

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Функцию.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Функцию.

В каком виде представим ответ?

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Функцию.

В каком виде представим ответ? Формулой.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Функцию.

В каком виде представим ответ? Формулой.

Введем переменные.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ? Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ? Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.
Составим уравнение.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ? Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.
Составим уравнение. Арксинус — это функция, обратная синусу на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ? Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.
Составим уравнение. Арксинус — это функция, обратная синусу на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Как мы уже отмечали, основная ассоциация, связанная с понятием обратной функции — **равенства**:
$\sin(\arcsin x) = x$ и $\arcsin(\sin x) = x$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ? Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.
Составим уравнение. Арксинус — это функция, обратная синусу на отрезке $\left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

Как мы уже отмечали, основная ассоциация, связанная с понятием обратной функции — **равенства**:
$\sin(\arcsin x) = x \quad$ и $\quad \arcsin(\sin x) = x$.

Какое из них выбрать?

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ? Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.
Составим уравнение. Арксинус — это функция, обратная синусу на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Как мы уже отмечали, основная ассоциация, связанная с понятием обратной функции — **равенства**:
$\sin(\arcsin x) = x \quad$ и $\quad \arcsin(\sin x) = x$.

Какое из них выбрать? Нам нужен $(\arcsin x)'$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Функцию.
В каком виде представим ответ? Формулой.
Введем переменные. Обозначим через x аргумент функции.
Составим уравнение. Арксинус — это функция, обратная синусу на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Как мы уже отмечали, основная ассоциация, связанная с понятием обратной функции — **равенства**:

$\boxed{\sin(\arcsin x) = x}$ и $\arcsin(\sin x) = x$.

Какое из них выбрать? Нам нужен $(\arcsin x)'$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.** Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \Rightarrow$$

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.** Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \Rightarrow 1 = \cos(\arcsin x) \cdot$$

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \Rightarrow 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)'.$$

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.** Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \Rightarrow 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)'.$$

Таким образом,

$(\arcsin x)' =$

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.** Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \;\Rightarrow\; 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)'.$$

Таким образом,

$(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\cos(\arcsin x)} =$

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.** Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \;\Rightarrow\; 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)' .$$

Таким образом,

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\underbrace{\cos(\arcsin x)}_{\geq 0}} =$$

поскольку $-\dfrac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \dfrac{\pi}{2}$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \;\Rightarrow\; 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)' .$$

Таким образом,
$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\underbrace{\cos(\arcsin x)}_{\geq 0}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin x)}} =$$

поскольку $-\dfrac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \dfrac{\pi}{2}$.

Пример 16. *Вывести формулу для вычисления производной от арксинуса, предполагая известными формулы для дифференцирования тригонометрических функций.*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Нам нужен $(\arcsin x)'$, имеем $\sin(\arcsin x) = x$.

Продифференцируем обе части этого равенства, используя формулу дифференцирования сложной функции. Получаем

$$x' = (\sin(\arcsin x))' \ \Rightarrow\ 1 = \cos(\arcsin x) \cdot (\arcsin x)'\,.$$

Таким образом,

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\underbrace{\cos(\arcsin x)}_{\geq 0}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2(\arcsin x)}} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение.

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. а)

Конечно, можно воспользоваться типовым алгоритмом интегрирования дробно-рациональной функции.

Но уж очень громоздко получится...

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

Применим **логарифмическое дифференцирование.**

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\cdot$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \Big($$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \Big($$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) =$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \Big($$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b,$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \Big($$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) =$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \Big($$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \Big(3\ln(x-1) +$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) -\right.$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) -\right.$$

$$\left. -2\ln(x) - 4\ln(x+1)\right)' =$$

$$\left(\ln(y)\right)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a\cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \big(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) -$$

$$-2\ln(x) - 4\ln(x+1)\big)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a\cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) -\right.$$

$$\left. -2\ln(x) - 4\ln(x+1)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\frac{3}{x-1} + \qquad\qquad\qquad\qquad\right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$= \dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$

$= \dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \big(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) -$

$-2\ln(x) - 4\ln(x+1)\big)' =$

$= \dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\dfrac{3}{x-1} + \dfrac{2x+1}{x^2+x+4} - \qquad\qquad\qquad \right).$

$\Big(\ln(y)\Big)' = \dfrac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) -\right.$$

$$\left. -2\ln(x) - 4\ln(x+1)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\frac{3}{x-1} + \frac{2x+1}{x^2+x+4} - \frac{2}{x} - \qquad\right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a\cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\cdot\left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\cdot\left(3\ln(x-1)+\ln\left(x^2+x+4\right)-\right.$$

$$\left.-2\ln(x)-4\ln(x+1)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\cdot\left(\frac{3}{x-1}+\frac{2x+1}{x^2+x+4}-\frac{2}{x}-\frac{4}{x+1}\right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a\cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. а) $\left(\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)' =$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\ln\left(\frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}\right)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(3\ln(x-1) + \ln\left(x^2+x+4\right) - \right.$$

$$\left. -2\ln(x) - 4\ln(x+1)\right)' =$$

$$= \frac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4} \cdot \left(\frac{3}{x-1} + \frac{2x+1}{x^2+x+4} - \frac{2}{x} - \frac{4}{x+1}\right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b, \quad \ln(a^b) = b\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' =$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' =$

Применим **логарифмическое дифференцирование.**

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y',$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x \cdot (\qquad\qquad\qquad)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) =$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x\cdot(\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x\cdot(\qquad\qquad)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a^b) = \ \cdot\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x \cdot (\qquad\qquad\qquad)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a^b) = b\cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x \cdot (x \cdot \qquad\qquad)' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x \cdot (x \cdot \ln(\sin x))' =$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; ***б)*** $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x \cdot (x \cdot \ln(\sin x))' = \sin^x x \cdot$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$$= \sin^x x \cdot (x \cdot \ln(\sin x))' = \sin^x x \cdot \Bigg(\qquad\qquad\qquad\qquad \Bigg).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$= \sin^x x \cdot (x \cdot \ln(\sin x))' = \sin^x x \cdot \left(\ln(\sin x) + \qquad\qquad \right).$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x\cdot(\ln(\sin^x x))' =$

$$= \sin^x x\cdot(x\cdot\ln(\sin x))' = \sin^x x\cdot\left(\ln(\sin x) + x\cdot\frac{1}{\sin x}\cdot\cos x\right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y}\cdot y', \quad \ln(a^b) = b\cdot\ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. **б)** $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$$= \sin^x x \cdot (x \cdot \ln(\sin x))' = \sin^x x \cdot \left(\ln(\sin x) + x \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x \right).$$

$$\Big(\ln(y)\Big)' = \frac{1}{y} \cdot y', \quad \ln(a^b) = b \cdot \ln a.$$

Пример 17. *Вычислите производные от функций:*

а) $\dfrac{(x-1)^3(x^2+x+4)}{x^2(x+1)^4}$; *б)* $\sin^x x$.

Решение. б) $(\sin^x x)' = \sin^x x \cdot (\ln(\sin^x x))' =$

$$= \sin^x x \cdot (x \cdot \ln(\sin x))' = \sin^x x \cdot \left(\ln(\sin x) + x \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x \right).$$

Вернёмся к лекции?

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение.

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно формуле дифференцирования параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = \\ \\ \end{cases}$$

Пример 18. *Найти вторую производную **параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = \\ \dfrac{dy}{dx} = \end{cases}$$

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно формуле дифференцирования параметрически заданной функции

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \end{cases}$$

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t\cos t)'}{(t + \sin t)'} = \end{cases}$$

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t\cos t)'}{(t + \sin t)'} = \dfrac{\cos t - t\sin t}{1 + \cos t}. \end{cases}$$

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\cos t - t\sin t}{1 + \cos t}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(t\cos t)'}{(t + \sin t)'} = \dfrac{\cos t - t\sin t}{1 + \cos t}. \end{cases}$$

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\cos t - t\sin t}{1 + \cos t}. \end{cases}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} =$$

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\cos t - t\sin t}{1+\cos t}. \end{cases}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} =$$

$$= \frac{((\cos t - t\sin t)/(1+\cos t))'}{(t+\sin t)'} =$$

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\cos t - t\sin t}{1 + \cos t}. \end{cases}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} =$$

$$= \frac{((\cos t - t\sin t)/(1 + \cos t))'}{(t + \sin t)'} =$$

$$= \frac{(-\sin t - \sin t - t\cos t)(1 + \cos t) - (\cos t - t\sin t)(-\sin t)}{(1 + \cos t)^3} = \ldots$$

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\cos t - t\sin t}{1 + \cos t}. \end{cases}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-(2+\cos t)\sin t - t(\cos t + 1)}{(1+\cos t)^3}.$$

$$= \frac{((\cos t - t\sin t)/(1+\cos t))'}{(t+\sin t)'} =$$

$$= \frac{(-\sin t - \sin t - t\cos t)(1+\cos t) - (\cos t - t\sin t)(-\sin t)}{(1+\cos t)^3} = \ldots$$

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\cos t - t\sin t}{1+\cos t}. \end{cases} \quad \begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{-(2+\cos t)\sin t - t(\cos t + 1)}{(1+\cos t)^3}. \end{cases}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-(2+\cos t)\sin t - t(\cos t + 1)}{(1+\cos t)^3}.$$

$$= \frac{((\cos t - t\sin t)/(1+\cos t))'}{(t+\sin t)'} =$$

$$= \frac{(-\sin t - \sin t - t\cos t)(1+\cos t) - (\cos t - t\sin t)(-\sin t)}{(1+\cos t)^3} = \ldots$$

Пример 18. *Найти вторую производную* ***параметрически заданной функции*** $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = t\cos t. \end{cases}$

Решение. Согласно **формуле дифференцирования параметрически заданной функции**

$$\begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\cos t - t\sin t}{1 + \cos t}. \end{cases} \begin{cases} x = t + \sin t, \\ \dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{-(2 + \cos t)\sin t - t(\cos t + 1)}{(1 + \cos t)^3}. \end{cases}$$

Вернёмся к лекции?

Задача V.5. (Ответ приведен на стр.2458.) Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Задача V.6. (Ответ приведен на стр.2461.) Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Задача V.7. (Ответ приведен на стр.2464.) Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 4x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Задача V.8. (Ответ приведен на стр.2467.) Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение.

Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение.

Изобразим описанную ситуацию картинкой.

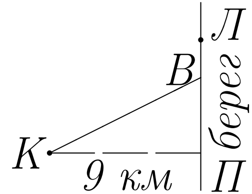
Пример 19. *Корабль стоит в 9 км от береговой линии,представляющей собой прямую. С корабля надо послать курьера в лагерь, стоящий на берегу, в 15 км от точки берега, ближайшей к кораблю. Где должен пристать курьер, чтобы как можно быстрее добраться до лагеря, если он идет пешком со скоростью 5 км/час, а плывет со скоростью 4 км/час.*

Решение.

Изобразим описанную ситуацию картинкой.

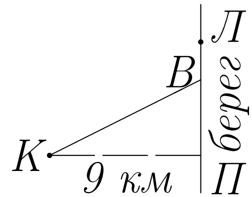
Надо минимизировать время T.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* $ПЛ = 15$ *км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

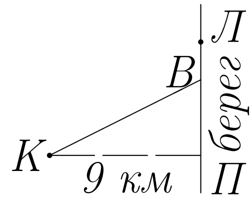
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* $ПЛ = 15$ *км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

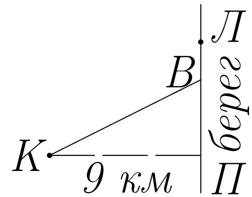
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$=15$ *км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти расстояние.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$=15$ *км,* $\quad B$ — *точка высадки.* $T_{\min}$*?*

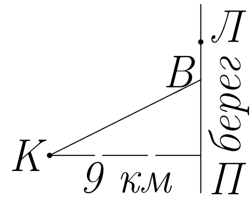


Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти расстояние.

В каком виде представим ответ?

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



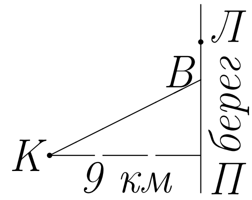
Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти расстояние.

В каком виде представим ответ? В качестве ответа укажем, например, расстояние в километрах от точки берега, ближайшей к кораблю, до точки причаливания.

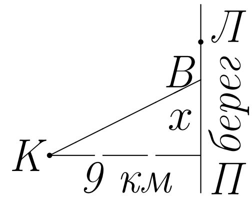
Можно было бы, например, указать расстояние от лагеря до точки причаливания.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.*
ПЛ= 15 *км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Надо найти расстояние.
В каком виде представим ответ? В качестве ответа укажем, например, расстояние в километрах от точки берега, ближайшей к кораблю, до точки причаливания.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Пусть x — расстояние в километрах от точки, ближайшей к кораблю, до точки, в которой надо пристать, $T(x)$ — время, затраченное на весь путь.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* $ПЛ = 15$ *км,* B — *точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

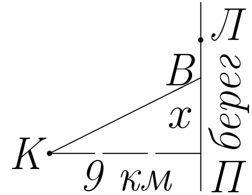
Что надо найти? Надо найти расстояние.

В каком виде представим ответ? В качестве ответа укажем, например, расстояние в километрах от точки берега, ближайшей к кораблю, до точки причаливания.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Пусть x — расстояние в километрах от точки, ближайшей к кораблю, до точки, в которой надо пристать, $T(x)$ — время, затраченное на весь путь.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* $ПЛ = 15$ *км,* B — *точка высадки.* $T_{\min}$*?*

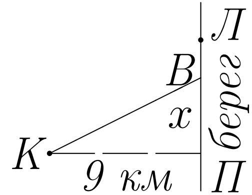


Решение.

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$= 15$ *км,* $\quad B$ — *точка высадки.* $T_{\min}$*?*

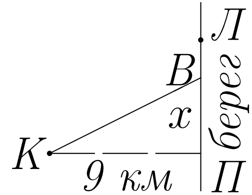


Решение.

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.



Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$=15$ *км,* B — *точка высадки.* $T_{\min}$*?*

Решение.

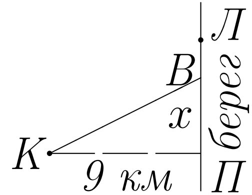
Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Длина пути, который курьер должен проплыть, равна

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение.

Составим уравнение.

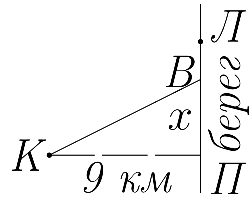
Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Длина пути, который курьер должен проплыть, равна длине гипотенузы прямоугольного треугольника с катетами 9 км и x км, эта длина равна $\sqrt{81 + x^2}$.

На путь по воде будет затрачено

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.*
ПЛ $= 15$ *км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение.

Составим уравнение.

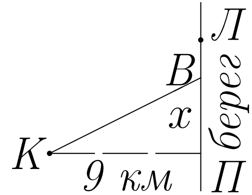
Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Длина пути, который курьер должен проплыть, равна $\sqrt{81 + x^2}$.

На путь по воде будет затрачено $\dfrac{\sqrt{81 + x^2}}{4}$ часов.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение.

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

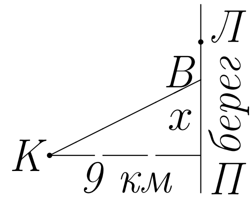
Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Длина пути, который курьер должен проплыть, равна $\sqrt{81+x^2}$.

На путь по воде будет затрачено $\dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4}$ часов.

Путь по суше равен $15-x$ км, поэтому пешком курьер будет идти в течение

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки. $T_{\min}$?*



Решение.

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

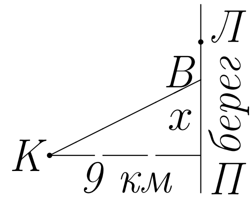
Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

Длина пути, который курьер должен проплыть, равна $\sqrt{81+x^2}$.

На путь по воде будет затрачено $\dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4}$ часов.

Путь по суше равен $15-x$ км, поэтому пешком курьер будет идти в течение $\dfrac{15-x}{5}$ часов.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки. $T_{\min}$?*



Решение.

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

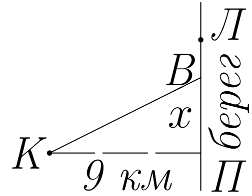
Длина пути, который курьер должен проплыть, равна $\sqrt{81+x^2}$.

На путь по воде будет затрачено $\dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4}$ часов.

Путь по суше равен $15-x$ км, поэтому пешком курьер будет идти в течение $\dfrac{15-x}{5}$ часов.

Значит, весь путь от корабля до лагеря курьер проделает за

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки. $T_{\min}$?*



Решение.

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

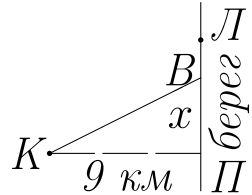
Длина пути, который курьер должен проплыть, равна $\sqrt{81+x^2}$.

На путь по воде будет затрачено $\dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4}$ часов.

Путь по суше равен $15-x$ км, поэтому пешком курьер будет идти в течение $\dfrac{15-x}{5}$ часов.

Значит, весь путь от корабля до лагеря курьер проделает за

$T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.



Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$=15$ *км,* $\quad B$ *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*

Решение. $T(x)=\dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4}+\dfrac{15-x}{5}.$

Составим уравнение.

Значение какой величины вычислим двумя способами?

Двумя способами вычислим время, затраченное на весь путь.

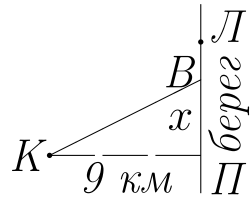
Длина пути, который курьер должен проплыть, равна $\sqrt{81+x^2}$.

На путь по воде будет затрачено $\dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4}$ часов.

Путь по суше равен $15-x$ км, поэтому пешком курьер будет идти в течение $\dfrac{15-x}{5}$ часов.

Значит, весь путь от корабля до лагеря курьер проделает за

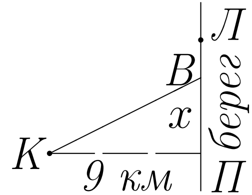
$$T(x)=\frac{\sqrt{81+x^2}}{4}+\frac{15-x}{5}.$$



Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.*
ПЛ$=15$ *км,* $\quad$ *B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*

Решение. $T(x)=\dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4}+\dfrac{15-x}{5}$.
Надо минимизировать эту функцию, вообще говоря, на всей числовой прямой (тот факт, что $0 \le x \le 15$, интуитивно очевиден, но нигде это условие явно не оговорено!). Имеем $\quad T'(x)=$

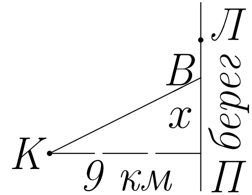
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

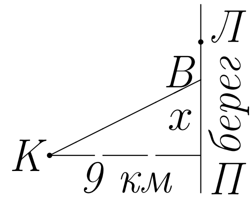
Надо минимизировать эту функцию, вообще говоря, на всей числовой прямой (тот факт, что $0 \le x \le 15$, интуитивно очевиден, но нигде это условие явно не оговорено!). Имеем $$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ* $= 15$ *км,* $\quad B$ *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.
Надо минимизировать эту функцию, вообще говоря, на всей числовой прямой (тот факт, что $0 \le x \le 15$, интуитивно очевиден, но нигде это условие явно не оговорено!). Имеем $\quad T'(x) = \dfrac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \dfrac{1}{5}$.
Эта производная существует для любого x и равна 0 при

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$=15$ *км,* $\quad$ *B — точка высадки.* $T_{\min}$?



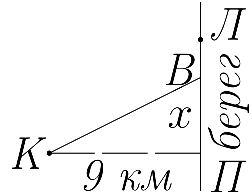
Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

Надо минимизировать эту функцию, вообще говоря, на всей числовой прямой (тот факт, что $0 \le x \le 15$, интуитивно очевиден, но нигде это условие явно не оговорено!). Имеем $\quad T'(x) = \dfrac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \dfrac{1}{5}$.

Эта производная существует для любого x и равна 0 при

$16x^2 + 16\cdot 81 - 25x^2 = 0$,

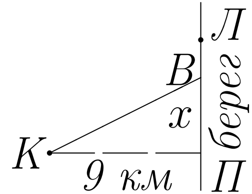
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$.

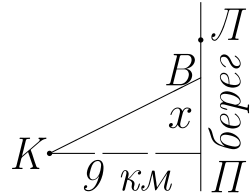
Надо минимизировать эту функцию, вообще говоря, на всей числовой прямой (тот факт, что $0 \le x \le 15$, интуитивно очевиден, но нигде это условие явно не оговорено!). Имеем $$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5}.$$ Эта производная существует для любого x и равна 0 при $16x^2 + 16\cdot 81 - 25x^2 = 0$, откуда $x = \pm 12$. Понятно, что появление значения $x = -12$ вызвано симметричностью: не известно, в какую сторону двигаться, вправо или влево.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



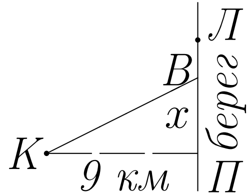
Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}.$

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ$=15$ км, B — точка высадки. $T_{\min}$?*



Решение. $T(x)=\dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4}+\dfrac{15-x}{5}$. Мы выберем значение 12 км, так как x — это *расстояние*, поэтому оно является неотрицательным числом.

Имеем

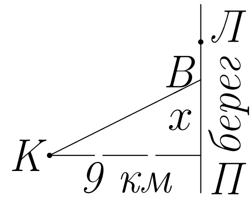


Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*

Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$. Мы выберем значение 12 км, так как x — это *расстояние*, поэтому оно является неотрицательным числом. $T'(x) =$

Имеем

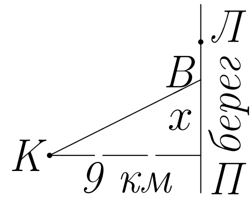
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, $\quad B$ — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$. Мы выберем значение 12 км, так как x — это *расстояние*, поэтому оно является неотрицательным числом.

Имеем $T'(x) = \dfrac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \dfrac{1}{5}$,

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*

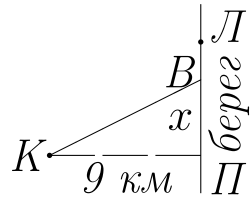


Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$. Мы выберем значение 12 км, так как x — это *расстояние*, поэтому оно является неотрицательным числом. Имеем

$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5},$$

$$T''(x) =$$

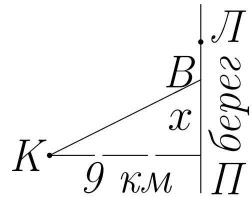
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ* $= 15$ *км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$. Мы выберем значение 12 км, так как x — это *расстояние*, поэтому оно является неотрицательным числом. Имеем
$$T'(x) = \frac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \frac{1}{5},$$

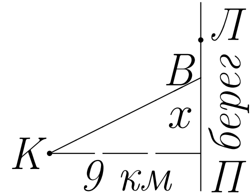
$$T''(x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{81+x^2} - \dfrac{x^2}{\sqrt{81+x^2}}}{81+x^2} =$$

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$. Мы выберем значение 12 км, так как x — это *расстояние*, поэтому оно является неотрицательным числом. $T'(x) = \dfrac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \dfrac{1}{5}$,
Имеем

$$T''(x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{81+x^2} - \dfrac{x^2}{\sqrt{81+x^2}}}{81+x^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{81+x^2-x^2}{(81+x^2)^{3/2}} > 0.$$



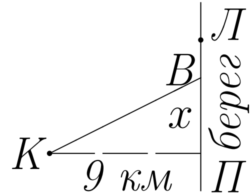
Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*

Решение. $T(x)=\dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4}+\dfrac{15-x}{5}$. Мы выберем значение 12 км, так как x — это *расстояние*, поэтому оно является неотрицательным числом. Имеем $T'(x)=\dfrac{x}{4\sqrt{81+x^2}}-\dfrac{1}{5}$,

$$T''(x)=\frac{1}{4}\cdot\frac{\sqrt{81+x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{81+x^2}}}{81+x^2}=\frac{1}{4}\cdot\frac{81+x^2-x^2}{(81+x^2)^{3/2}}>0.$$

Таким образом, T' все время возрастает, следовательно, при $x=12$ имеем ______________ значение функции $T(x)$.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час. ПЛ= 15 км, B — точка высадки.* $T_{\min}$*?*



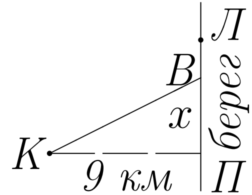
Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$. Мы выберем значение 12 км, так как x — это *расстояние*, поэтому оно является неотрицательным числом.

Имеем $T'(x) = \dfrac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \dfrac{1}{5}$,

$$T''(x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{81+x^2} - \dfrac{x^2}{\sqrt{81+x^2}}}{81+x^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{81+x^2-x^2}{(81+x^2)^{3/2}} > 0.$$

Таким образом, T' все время возрастает, следовательно, при $x = 12$ имеем минимальное значение функции $T(x)$.

Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$= 15$ *км*, B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*

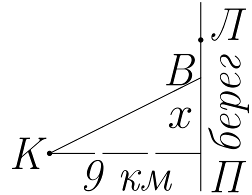


Решение. $T(x) = \dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$. Мы выберем значение 12 км, так как x — это *расстояние*, поэтому оно является неотрицательным числом.
Имеем $T'(x) = \dfrac{x}{4\sqrt{81+x^2}} - \dfrac{1}{5}$,

$$T''(x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{81+x^2} - \dfrac{x^2}{\sqrt{81+x^2}}}{81+x^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{81+x^2-x^2}{(81+x^2)^{3/2}} > 0.$$

Таким образом, T' все время возрастает, следовательно, при $x = 12$ имеем минимальное значение функции $T(x)$.

Ответ.



Пример 19. *Пешком: 5 км/час, плывет: 4 км/час.* *ПЛ*$=15$ *км,* B *— точка высадки.* $T_{\min}$*?*

Решение. $T(x)=\dfrac{\sqrt{81+x^2}}{4}+\dfrac{15-x}{5}$. Мы выберем значение 12 км, так как x — это *расстояние*, поэтому оно является неотрицательным числом. $T'(x)=\dfrac{x}{4\sqrt{81+x^2}}-\dfrac{1}{5}$,

Имеем

$$T''(x)=\frac{1}{4}\cdot\frac{\sqrt{81+x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{81+x^2}}}{81+x^2}=\frac{1}{4}\cdot\frac{81+x^2-x^2}{(81+x^2)^{3/2}}>0.$$

Таким образом, T' все время возрастает, следовательно, при $x=12$ имеем минимальное значение функции $T(x)$.

Ответ. Курьер должен пристать в точке, отстоящей на 12 км от точки берега, ближайшей к кораблю. **К лекции** или **ещё пример?**

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Надо найти *круг*.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти *круг.*

В каком виде представим ответ?

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Надо найти *круг.*
В каком виде представим ответ?
Ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например,

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти *круг.*

В каком виде представим ответ?

Ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например,
его положение относительно других фигур (исключая исходный прямоугольник), или «физические характеристики» объекта, идеализированной моделью которого является этот круг («плотность материала», цвет и т.п.).

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти *круг*.

В каком виде представим ответ?

Ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например,

его положение относительно других фигур (исключая исходный прямоугольник), или «физические характеристики» объекта, идеализированной моделью которого является этот круг («плотность материала», цвет и т.п.).

Поэтому для однозначного ответа достаточно будет указать, например, *радиус* или *диаметр* этого круга.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти *круг*.

В каком виде представим ответ? Укажем диаметр круга.

Ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например,

его положение относительно других фигур (исключая исходный прямоугольник), или «физические характеристики» объекта, идеализированной моделью которого является этот круг («плотность материала», цвет и т.п.).

Поэтому для однозначного ответа достаточно будет указать, например, *радиус* или *диаметр* этого круга.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Надо найти *круг.*
В каком виде представим ответ? Укажем диаметр круга.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Надо найти *круг.*

В каком виде представим ответ? Укажем диаметр круга.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Как обычно, первым из параметров, обозначенных буквами, будет искомый параметр: диаметр искомого круга. Обозначим его через d. Точнее, пусть d — длина диаметра искомого круга *в сантиметрах.*

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Надо найти *круг.*
В каком виде представим ответ? Укажем диаметр круга.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
d — диаметр искомого круга *в сантиметрах.*

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Надо найти *круг.*
В каком виде представим ответ? Укажем диаметр круга.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
d — диаметр искомого круга *в сантиметрах.*
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*
Первый этап: надо найти *круг*.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*
Первый этап: надо найти *круг.*
Второй этап: ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например,

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*
Первый этап: надо найти *круг.*
Второй этап: ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например, его положение относительно других фигур (исключая исходный прямоугольник), или «физические характеристики» объекта, идеализированной моделью которого является этот круг («плотность материала», цвет и т.п.).

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. *Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?*

Первый этап: надо найти *круг*.

Второй этап: ясно, что в данном случае нас интересуют только характеристики самого круга, а не, например, его положение относительно других фигур (исключая исходный прямоугольник), или «физические характеристики» объекта, идеализированной моделью которого является этот круг («плотность материала», цвет и т.п.). Поэтому для однозначного ответа достаточно будет указать, например, *радиус* или *диаметр* этого круга.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Третий этап: сразу указать, чему равен искомый диаметр, не представляется возможным. Поэтому введем переменные.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Третий этап: сразу указать, чему равен искомый диаметр, не представляется возможным. Поэтому введем переменные. Как обычно, первым из параметров, обозначенных буквами, будет искомый параметр: диаметр искомого круга. Обозначим его через d. Точнее, пусть d — длина диаметра искомого круга *в сантиметрах*.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Третий этап: сразу указать, чему равен искомый диаметр, не представляется возможным. Поэтому введем переменные. Как обычно, первым из параметров, обозначенных буквами, будет искомый параметр: диаметр искомого круга. Обозначим его через d. Точнее, пусть d — длина диаметра искомого круга *в сантиметрах*. Мы оставляем за собой право вводить остальные переменные по мере необходимости.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Третий этап: сразу указать, чему равен искомый диаметр, не представляется возможным. Поэтому введем переменные. Как обычно, первым из параметров, обозначенных буквами, будет искомый параметр: диаметр искомого круга. Обозначим его через d. Точнее, пусть d — длина диаметра искомого круга *в сантиметрах*. Мы оставляем за собой право вводить остальные переменные по мере необходимости.

Ясно, что мы вряд ли обойдемся без длин сторон исходного прямоугольника. Обозначим их через a и b. Точнее, a и b — длины сторон исходного прямоугольника *в сантиметрах*.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Третий этап: сразу указать, чему равен искомый диаметр, не представляется возможным. Поэтому введем переменные. Как обычно, первым из параметров, обозначенных буквами, будет искомый параметр: диаметр искомого круга. Обозначим его через d. Точнее, пусть d — длина диаметра искомого круга *в сантиметрах*. Мы оставляем за собой право вводить остальные переменные по мере необходимости.
Ясно, что мы вряд ли обойдемся без длин сторон исходного прямоугольника. Обозначим их через a и b. Точнее, a и b — длины сторон исходного прямоугольника *в сантиметрах*.
Будем, для определенности, считать, что $a \leq b$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Четвертый этап. В данном примере мы продемонстрируем, как меняется характер решения задачи при выборе разных величин в качестве основных параметров системы уравнений и неравенств.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. В данном примере «естественный» процесс решения состоит в том, что мы выразим максимизируемую величину (площадь прямоугольника) через какой-либо параметр, потом с помощью процесса нахождения максимального значения найдем, при каком значении этого параметра площадь прямоугольника будет максимальна, и, наконец, выразим d через это значение параметра.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение.

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение.

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение.

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b =$

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b =$

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$. Поэтому достаточно выразить через d величины a и b. Для этого достаточно составить систему уравнений, связывающих между собой величины a, b, d:

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b =$

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$. Поэтому достаточно выразить через d величины a и b. Для этого достаточно составить систему уравнений, связывающих между собой величины a, b, d:

$$\begin{cases} d^2 = a^2 + b^2, \\ 2a + 2b = 56. \end{cases} \Rightarrow$$

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b =$

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$. Поэтому достаточно выразить через d величины a и b. Для этого достаточно составить систему уравнений, связывающих между собой величины a, b, d:

$$\begin{cases} d^2 = a^2 + b^2, \\ 2a + 2b = 56. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}, \\ b = \dfrac{28 + \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}. \end{cases}$$

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b = \dfrac{28^2 - \left(2d^2 - 28^2\right)}{4} =$

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$. Поэтому достаточно выразить через d величины a и b. Для этого достаточно составить систему уравнений, связывающих между собой величины a, b, d:

$$\begin{cases} d^2 = a^2 + b^2, \\ 2a + 2b = 56. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}, \\ b = \dfrac{28 + \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}. \end{cases}$$

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. $S = a \cdot b = \dfrac{28^2 - \left(2d^2 - 28^2\right)}{4} = 2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$.

Сначала возьмем в качестве основного параметра искомую величину: диаметр d круга.

Нам надо выразить площадь S прямоугольника через d. Имеем $S = a \cdot b$. Поэтому достаточно выразить через d величины a и b. Для этого достаточно составить систему уравнений, связывающих между собой величины a, b, d:

$$\begin{cases} d^2 = a^2 + b^2, \\ 2a + 2b = 56. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}, \\ b = \dfrac{28 + \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}. \end{cases}$$

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Поэтому $S'(d) = -d$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Поэтому $S'(d) = -d$. Тут мы встречаемся со странным «препятствием». Получается, что экстремум достигается при $d = 0$, что явно невозможно!

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Поэтому $S'(d) = -d$. Тут мы встречаемся со странным «препятствием». Получается, что экстремум достигается при $d = 0$, что явно невозможно! Если вы не в состоянии самостоятельно преодолеть это «препятствие», лучше выразить S как функцию от какой-либо другой величины, например как функцию от a.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Поэтому $S'(d) = -d$. Тут мы встречаемся со странным «препятствием». Получается, что экстремум достигается при $d = 0$, что явно невозможно! Если вы не в состоянии самостоятельно преодолеть это «препятствие», лучше выразить S как функцию от какой-либо другой величины, например как функцию от a.
Это мы сделаем ниже, а сейчас покажем, как преодолеть вышеуказанное «препятствие».

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. На самом деле никакого «препятствия» нет!

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. На самом деле никакого «препятствия» нет! Дело в том, что из уравнения $a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}$ и аналогичного уравнения для b следует, что $d \geq 14\sqrt{2}$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. На самом деле никакого «препятствия» нет! Дело в том, что из уравнения $a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}$ и аналогичного уравнения для b следует, что $d \geq 14\sqrt{2}$. Поэтому мы должны искать экстремумы функции, заданной выражением $S(d) = 2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$, не на всей числовой оси, а только на луче $d \geq 14\sqrt{2}$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. На самом деле никакого «препятствия» нет! Дело в том, что из уравнения $a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}$ и аналогичного уравнения для b следует, что $d \geq 14\sqrt{2}$. Поэтому мы должны искать экстремумы функции, заданной выражением $S(d) = 2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$, не на всей числовой оси, а только на луче $d \geq 14\sqrt{2}$. Для положительных значений переменной d производная $S'(d) = -d$ этой функции отрицательна, поэтому эта функция на указанном луче убывает.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. На самом деле никакого «препятствия» нет! Дело в том, что из уравнения $a = \dfrac{28 - \sqrt{2d^2 - 28^2}}{2}$ и аналогичного уравнения для b следует, что $d \geq 14\sqrt{2}$. Поэтому мы должны искать экстремумы функции, заданной выражением $S(d) = 2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$, не на всей числовой оси, а только на луче $d \geq 14\sqrt{2}$. Для положительных значений переменной d производная $S'(d) = -d$ этой функции отрицательна, поэтому эта функция на указанном луче убывает. Следовательно, ее максимальное значение достигается при наименьшем допустимом значении переменной d, то есть при $d = 14\sqrt{2}$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней».

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a. Из уравнения $2a + 2b = 56$ получаем $b = 28 - a$, поэтому $S = ab = a(28 - a)$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a. Из уравнения $2a + 2b = 56$ получаем $b = 28 - a$, поэтому $S = ab = a(28 - a)$. Так как $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то нам надо найти максимум этой функции на отрезке $0 \leq a \leq 28$ (на самом деле даже на интервале $(0; 28)$, так как при $a = 0$ и $a = 28$ прямоугольник «вырождается»).

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a. Из уравнения $2a+2b=56$ получаем $b=28-a$, поэтому $S=ab=a(28-a)$. Так как $a\geq 0$ и $b\geq 0$, то нам надо найти максимум этой функции на отрезке $0\leq a\leq 28$ (на самом деле даже на интервале $(0;28)$, так как при $a=0$ и $a=28$ прямоугольник «вырождается»). Получаем $S'(a)=28-2a$, откуда $S'(a)=0$ тогда и только тогда, когда $a=14$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a. Из уравнения $2a + 2b = 56$ получаем $b = 28 - a$, поэтому $S = ab = a(28 - a)$. Так как $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то нам надо найти максимум этой функции на отрезке $0 \leq a \leq 28$ (на самом деле даже на интервале $(0; 28)$, так как при $a = 0$ и $a = 28$ прямоугольник «вырождается»). Получаем $S'(a) = 28 - 2a$, откуда $S'(a) = 0$ тогда и только тогда, когда $a = 14$. Для $0 < a < 14$ имеем $S'(a) > 0$, и для $14 < a < 29$ имеем $S'(a) > 0$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Если же вам по каким-либо причинам не удалось справиться с этой проблемой, можно просто «сменить коней». Итак, зададим S как функцию от a. Из уравнения $2a + 2b = 56$ получаем $b = 28 - a$, поэтому $S = ab = a(28 - a)$. Так как $a \geq 0$ и $b \geq 0$, то нам надо найти максимум этой функции на отрезке $0 \leq a \leq 28$ (на самом деле даже на интервале $(0; 28)$, так как при $a = 0$ и $a = 28$ прямоугольник «вырождается»). Получаем $S'(a) = 28 - 2a$, откуда $S'(a) = 0$ тогда и только тогда, когда $a = 14$. Для $0 < a < 14$ имеем $S'(a) > 0$, и для $14 < a < 29$ имеем $S'(a) > 0$. Значит, $a = 14$ является точкой локального максимума.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Мы исследуем функцию на максимум на отрезке $[0;28]$, поэтому, согласно теореме об экстремуме функции на отрезке, следует еще рассмотреть случаи $a=0$ и $a=28$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Мы исследуем функцию на максимум на отрезке $[0; 28]$, поэтому, согласно теореме об экстремуме функции на отрезке, следует еще рассмотреть случаи $a = 0$ и $a = 28$.
Поскольку $S(0) = S(28) = 0$, то максимальное значение функции S достигается при $a = b = 14$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. Мы исследуем функцию на максимум на отрезке $[0; 28]$, поэтому, согласно теореме об экстремуме функции на отрезке, следует еще рассмотреть случаи $a = 0$ и $a = 28$.
Поскольку $S(0) = S(28) = 0$, то максимальное значение функции S достигается при $a = b = 14$.
При этом $d = \sqrt{a^2 + b^2} = 14\sqrt{2}$, что совпадает с результатом предыдущих вычислений.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. По поводу примененных нами обозначений следует отметить, что, вообще говоря, совместное использование обозначений $S(d)$ и $S(a)$ в рамках решения одной задачи недопустимо, поскольку выражения $2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$ и $a(28 - a)$ отличаются существенно, и замена буквы d на букву a приводит к выражению, задающему другую функцию, чем $a \cdot (28 - a)$.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. По поводу примененных нами обозначений следует отметить, что, вообще говоря, совместное использование обозначений $S(d)$ и $S(a)$ в рамках решения одной задачи недопустимо, поскольку выражения $2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$ и $a(28 - a)$ отличаются существенно, и замена буквы d на букву a приводит к выражению, задающему другую функцию, чем $a \cdot (28 - a)$.
Оправдывает нас, пожалуй, только тот факт, что мы не предполагаем *одновременного* использования этих обозначений на «чистовике», а на «черновике» мы можем себе позволить некоторые вольности.

Пример 20. *В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади с периметром, равным 56 см?*

Решение. По поводу примененных нами обозначений следует отметить, что, вообще говоря, совместное использование обозначений $S(d)$ и $S(a)$ в рамках решения одной задачи недопустимо, поскольку выражения $2 \cdot 14^2 - \dfrac{d^2}{2}$ и $a(28 - a)$ отличаются существенно, и замена буквы d на букву a приводит к выражению, задающему другую функцию, чем $a \cdot (28 - a)$.
Оправдывает нас, пожалуй, только тот факт, что мы не предполагаем *одновременного* использования этих обозначений на «чистовике», а на «черновике» мы можем себе позволить некоторые вольности.

Вернемся **к лекции** или рассмотрим **другой пример?**

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти?

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Минимальное время изготовления заказа.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Минимальное время изготовления заказа.
В каком виде представим ответ?

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*
Над каждой деталью работает только один рабочий, причём всё время каждый рабочий будет работать только над одним типом детали.

Решение. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Минимальное время изготовления заказа.
В каком виде представим ответ? Укажем, сколько рабочих делает детали A и сколько — детали B.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа* A *и 2010 деталей типа* B. *За время, необходимое для изготовления одной детали* B, *можно изготовить две детали типа* A. *Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум. От какого параметра зависит время изготовления заказа?

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.

От какого параметра зависит время изготовления заказа?

Во-первых, от времени изготовления одной детали,

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.

От какого параметра зависит время изготовления заказа?

Во-первых, от времени изготовления одной детали,

во-вторых, от числа рабочих.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.

От какого параметра зависит время изготовления заказа?

Во-первых, от времени изготовления одной детали,

во-вторых, от числа рабочих.

Обозначим через τ время изготовления одной детали типа A.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.

От какого параметра зависит время изготовления заказа?

Во-первых, от времени изготовления одной детали,

во-вторых, от числа рабочих.

Обозначим через τ время изготовления одной детали типа A.

Тогда время изготовления одной детали типа B равно 2τ.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Нам надо представить время выполнения заказа в виде функции от какой-то переменной и потом исследовать эту функцию на минимум.
От какого параметра зависит время изготовления заказа?
Во-первых, от времени изготовления одной детали,
во-вторых, от числа рабочих.
Обозначим через τ время изготовления одной детали типа A.
Тогда время изготовления одной детали типа B равно 2τ.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.

Точное значение τ нам неизвестно, поэтому τ надо рассматривать как положительную константу (параметр).

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.

Время исполнения заказа зависит ещё от того, сколько рабочих будут изготовлять детали типа A и сколько — типа B.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.

Время исполнения заказа зависит ещё от того, сколько рабочих будут изготовлять детали типа A и сколько — типа B.
Обозначим, например, через n количество рабочих, занимающихся изготовлением деталей типа A.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.
Время исполнения заказа зависит ещё от того, сколько рабочих будут изготовлять детали типа A и сколько — типа B.
Обозначим, например, через n количество рабочих, занимающихся изготовлением деталей типа A.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа* A *и 2010 деталей типа* B*. За время, необходимое для изготовления одной детали* B*, можно изготовить две детали типа* A*. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих. Все детали A изготовят за $\dfrac{1005\cdot\tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа* A *и 2010 деталей типа* B*. За время, необходимое для изготовления одной детали* B*, можно изготовить две детали типа* A*. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.
Все детали A изготовят за $\dfrac{1005 \cdot \tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}$.

Время исполнения заказа: $T(n) =$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих. Все детали A изготовят за $\dfrac{1005 \cdot \tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}$.

Время исполнения заказа: $T(n) = \max\limits_{1 \leq n \leq 192}$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.
Все детали A изготовят за $\dfrac{1005\cdot\tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}$.
Время исполнения заказа: $T(n)=\max\limits_{1\le n\le 192}\left\{\dfrac{1005\cdot\tau}{n},\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right\}$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.
Все детали A изготовят за $\dfrac{1005\cdot\tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}$.
Время исполнения заказа: $T(n)=\max\limits_{1\leq n\leq 192}\left\{\dfrac{1005\cdot\tau}{n},\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right\}$.
Минимальность $T(n)$ равносильна минимальности функции
$f(n)=\left|\phantom{\dfrac{1005}{n}-\dfrac{4020}{192-n}}\right|$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.
Все детали A изготовят за $\dfrac{1005\cdot\tau}{n}$, детали B — за $\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}$.
Время исполнения заказа: $T(n)=\max\limits_{1\le n\le 192}\left\{\dfrac{1005\cdot\tau}{n},\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right\}$.
Минимальность $T(n)$ равносильна минимальности функции $f(n)=\left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n}-\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа* A *и 2010 деталей типа* B*. За время, необходимое для изготовления одной детали* B*, можно изготовить две детали типа* A*. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих. Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005 \cdot \tau}{n} - \dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}\right|.$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.**

Ясно, что $f(n)$ примет минимальное значение тогда и только тогда, когда выражение под знаком модуля будет «как можно ближе к нулю».

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.**

Перейдем от переменной n, принимающей только натуральные значения, к переменной x, принимающей действительные значения на интервале $(1;192)$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n)=\left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n}-\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.**

$\dfrac{1005\cdot\tau}{x}=\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}$ при $x=38.4$, значит, минимум будет либо при $n=\quad$, либо при $n=\quad$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих. Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.** $\dfrac{1005\cdot\tau}{x} = \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}$ при $x = 38.4$, значит, минимум будет либо при $n = 38$, либо при $n = 39$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.**

Получаем $f(38) > f(39)$, значит, $n = 39$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.
Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.**
Получаем $f(38) > f(39)$, значит, $n = 39$.
Надо, правда, еще доказать, что в других точках значение модуля будет больше.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут.
Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.
Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ I.**
Получаем $f(38) > f(39)$, значит, $n = 39$.
С ростом x имеем $\dfrac{1005\cdot\tau}{x} \searrow$ и $\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x} \nearrow$,
значит $f(39)$ минимально.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих. Минимизируем $f(n)=\left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n}-\dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|.$ **Способ I.**

Получаем $f(38)>f(39)$, значит, $n=39$.

Ответ: деталь A должно делать 39 рабочих, а деталь B — остальные 153 рабочих.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|.$ **Способ II.**

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа А и 2010 деталей типа В. За время, необходимое для изготовления одной детали В, можно изготовить две детали типа А. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих. Минимизируем $f(n) = \left|\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right|$. **Способ II.** Для того чтобы можно было дифференцировать без проблем, вместо модуля рассмотрим квадрат: $g(x) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{x} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)^2$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

Для того чтобы можно было дифференцировать без проблем, вместо модуля рассмотрим квадрат: $g(x) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{x} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)^2$.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$g'(x) =$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005 \cdot \tau}{n} - \dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}\right)^2$. **Способ II.**

$$g'(x) = 2\left(\frac{1005 \cdot \tau}{x} - \frac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - x}\right) \cdot$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2.$ **Способ II.**

$$g'(x) = 2\left(\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)\cdot\left(-\frac{1005\tau}{x^2}-\right.$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2.$ **Способ II.**

$$g'(x) = 2\left(\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)\cdot\left(-\frac{1005\tau}{x^2} - \frac{4020\tau}{(192-x)^2}\right).$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих. Минимизируем $g(n)=\left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n}-\dfrac{2010\cdot2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$2\left(\frac{1005\cdot\tau}{x}-\frac{2010\cdot2\cdot\tau}{192-x}\right)\cdot\left(-\frac{1005\tau}{x^2}-\frac{4020\tau}{(192-x)^2}\right)=0.$$

$$g'(x)=2\left(\frac{1005\cdot\tau}{x}-\frac{2010\cdot2\cdot\tau}{192-x}\right)\cdot\left(-\frac{1005\tau}{x^2}-\frac{4020\tau}{(192-x)^2}\right).$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$2\left(\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)\cdot\underbrace{\left(-\frac{1005\tau}{x^2} - \frac{4020\tau}{(192-x)^2}\right)}_{<0} = 0.$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$2\underbrace{\left(\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x}\right)}_{=0}\cdot\underbrace{\left(-\frac{1005\tau}{x^2} - \frac{4020\tau}{(192-x)^2}\right)}_{<0} = 0.$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x} = 0.$$

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x} = 0.$$

Дальнейшие рассуждения аналогичны предыдущему случаю.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192-n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005\cdot\tau}{n} - \dfrac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-n}\right)^2$. **Способ II.**

$$\frac{1005\cdot\tau}{x} - \frac{2010\cdot 2\cdot\tau}{192-x} = 0.$$

Минимальность $g(39)$ теперь обосновывается тем, что левее от критической точки производная отрицательна, то есть $g(n)$ убывает, а правее — положительна, то есть $g(n)$ — возрастает.

Пример 21. *На заводе имеется заказ на 1005 деталей типа A и 2010 деталей типа B. За время, необходимое для изготовления одной детали B, можно изготовить две детали типа A. Как распределить заказ среди 192 рабочих с тем, чтобы его изготовление потребовало как можно меньше времени?*

Решение. Деталь A делается τ минут, B — за 2τ минут. Детали A делает n рабочих, детали B — $(192 - n)$ рабочих.

Минимизируем $g(n) = \left(\dfrac{1005 \cdot \tau}{n} - \dfrac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - n}\right)^2$. **Способ II.**

$$\frac{1005 \cdot \tau}{x} - \frac{2010 \cdot 2 \cdot \tau}{192 - x} = 0.$$

Минимальность $g(39)$ теперь обосновывается тем, что левее от критической точки производная отрицательна, то есть $g(n)$ убывает, а правее — положительна, то есть $g(n)$ — возрастает. **К лекции?**

Задача VI.9. (Ответ приведен на стр.2470.) Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Задача VI.10. (Ответ приведен на стр.2507.) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Задача VI.11. (Ответ приведен на стр.2537.) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Задача VI.12. (Ответ приведен на стр.2570.) Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

VII.1. Задачи на оптимизацию геометрических величин

Задача VII.13. (Ответ приведен на стр.2610.) В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Задача VII.14. (Ответ приведен на стр.2652.) На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Задача VII.15. (Ответ приведен на стр.2687.) Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

VII.2. Задачи с экономическим содержанием

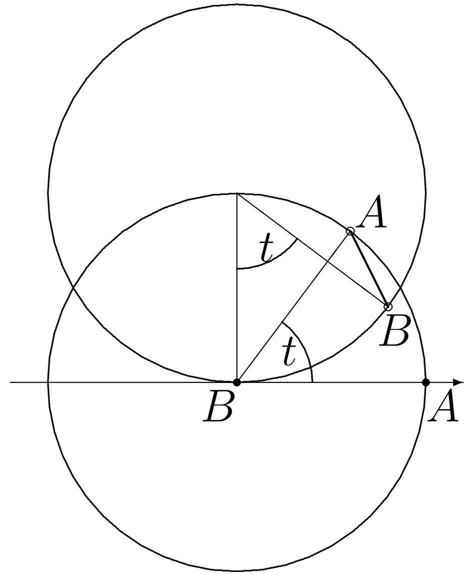
Задача VII.16. (Ответ приведен на стр.2723.) Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Задача VII.17. (Ответ приведен на стр.2743.) В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

VII.3. Задачи на оптимизацию величин с учётом производительности

Задача VII.18. (Ответ приведен на стр.2754.) Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Задача VII.19. (Ответ приведен на стр.2765.) В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?


A
t
B
t
B
A

Задача VII.20. (Ответ приведен на стр.2786.) Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

VII.4. Задачи на поиск целочисленных решений

Задача VII.21. (Ответ приведен на стр.2814.) Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Пример 22. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение.

Пример 22. *Докажите, что функция* $f(x;y)=\dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y)\to(0;0)$.

Решение.

Пример 22. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

Пример 22. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x, kx) =$$

Пример 22. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x,kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot kx}{x^2+(kx)^2} =$$

Пример 22. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x,kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot kx}{x^2+(kx)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{kx^2}{(1+k^2)x^2} =$$

Пример 22. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x,kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot kx}{x^2+(kx)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{kx^2}{(1+k^2)x^2} = \frac{k}{1+k^2}.$$

Пример 22. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x,kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x \cdot kx}{x^2+(kx)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{kx^2}{(1+k^2)x^2} = \frac{k}{1+k^2}.$$

Итак, при разных k получаем разные значения предела.

Пример 22. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x, kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot kx}{x^2+(kx)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{kx^2}{(1+k^2)x^2} = \frac{k}{1+k^2}.$$

Итак, при разных k получаем разные значения предела.

Следовательно, $\lim\limits_{(x;y)\to(0;0)} f(x;y)$

Пример 22. *Докажите, что функция* $f(x;y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ *не имеет предела при* $(x;y) \to (0;0)$.

Решение. Положим $y = kx$. Тогда

$$\lim_{x\to 0} f(x, kx) = \lim_{x\to 0} \frac{x \cdot kx}{x^2 + (kx)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{kx^2}{(1+k^2)x^2} = \frac{k}{1+k^2}.$$

Итак, при разных k получаем разные значения предела.

Следовательно, $\lim\limits_{(x;y)\to(0;0)} f(x;y)$ не существует.

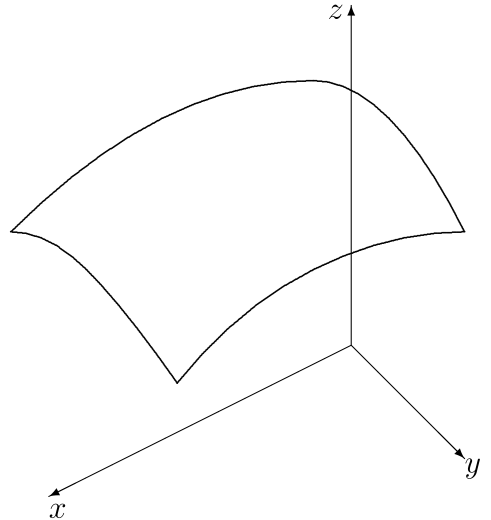
Вернёмся к лекции?

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

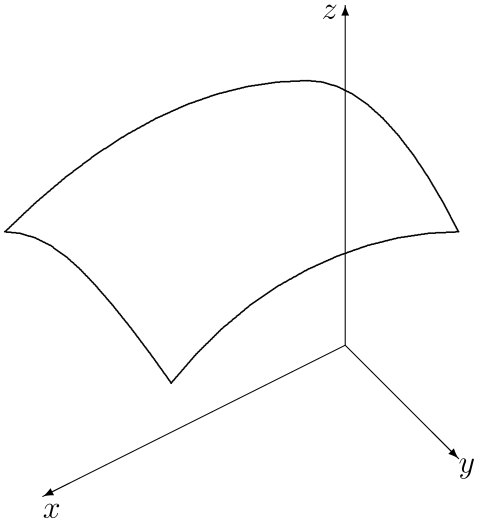
Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.



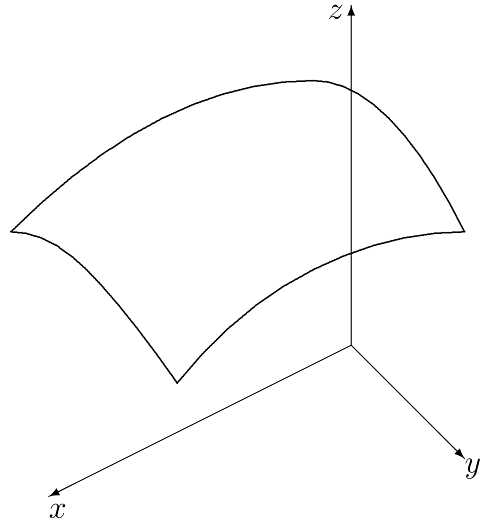
Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это



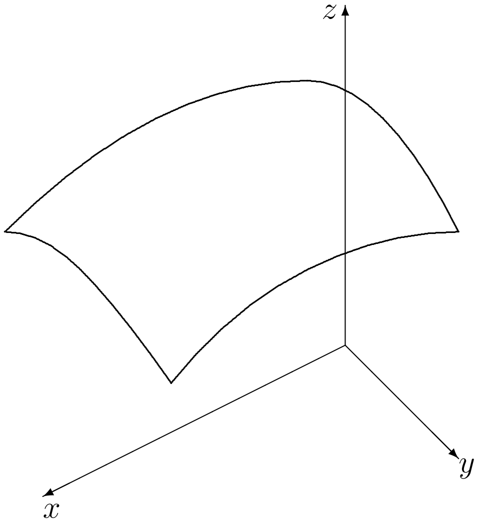
Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о



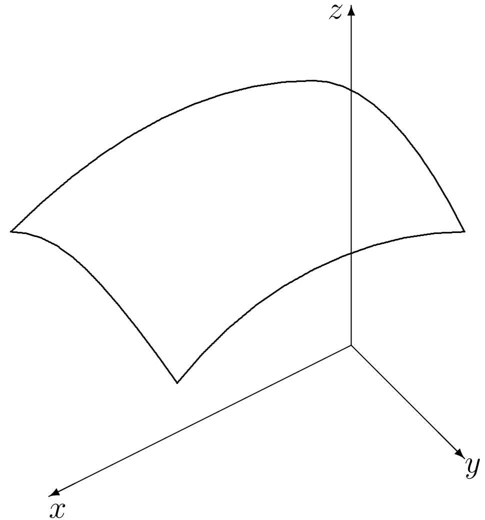
Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

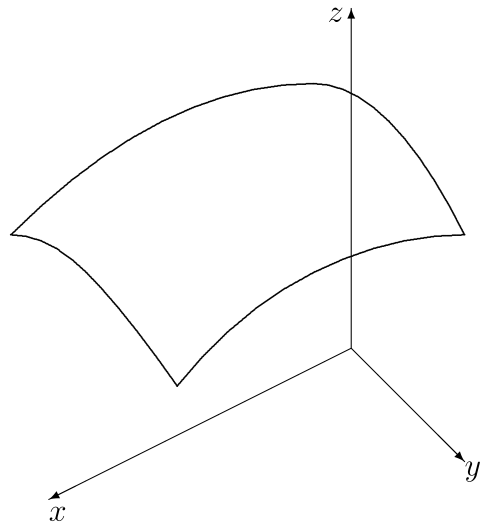
Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.

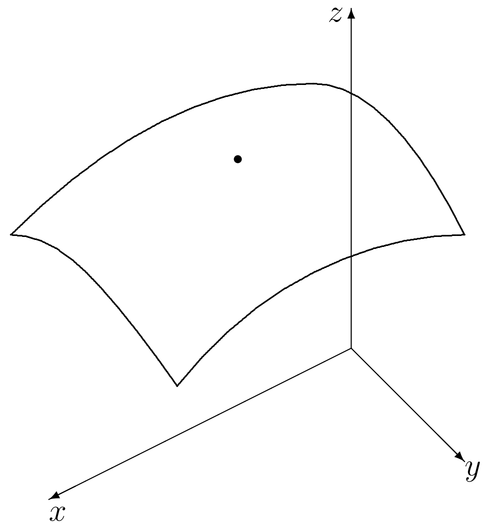
Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

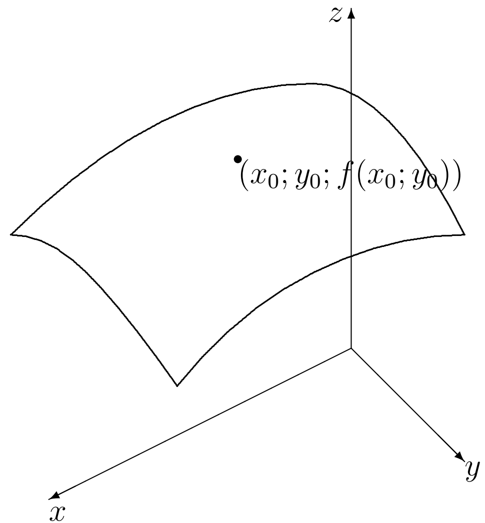
Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.

Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

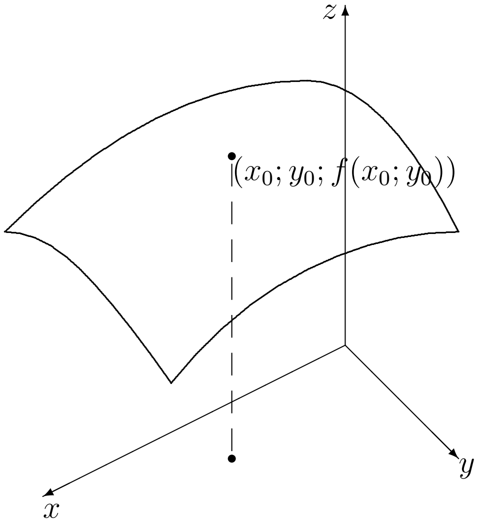
Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.
Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

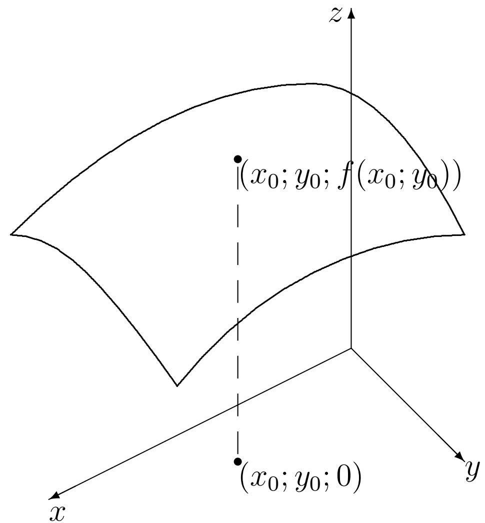
Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.

Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.



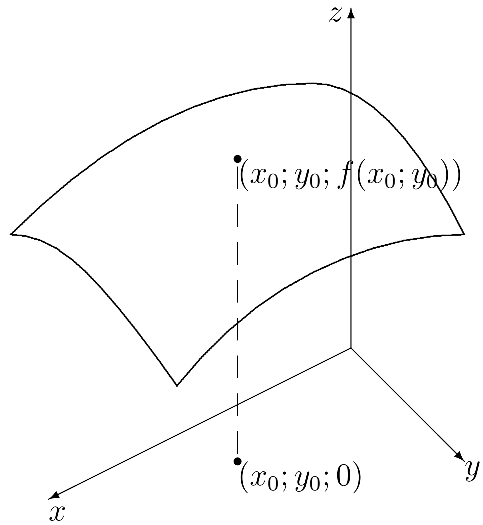
Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.

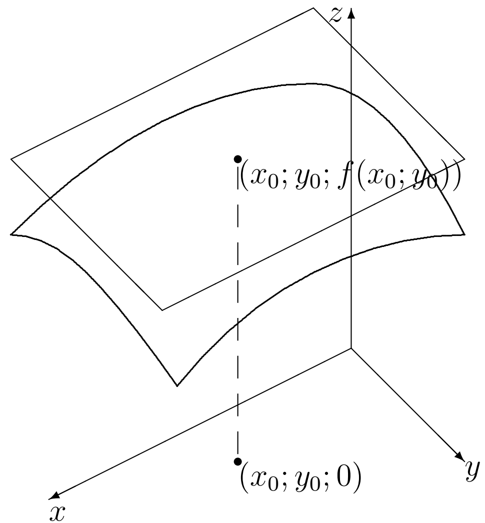
Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.

Проведём касательную плоскость в этой точке.



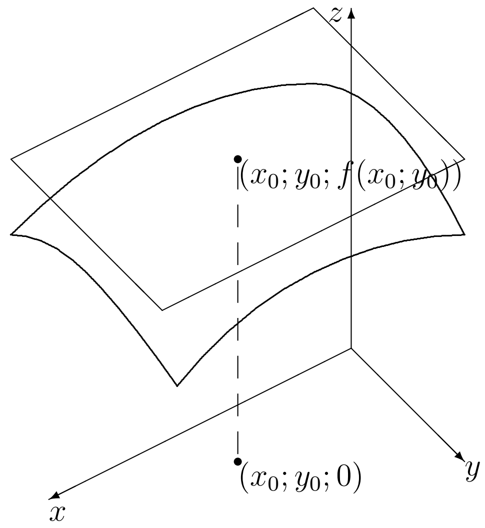
Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Уравнение поверхности $z = f(x, y)$ — это утверждение о координатах точки на поверхности.
Возьмём произвольную фиксированную точку на поверхности.
Проведём касательную плоскость в этой точке.



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

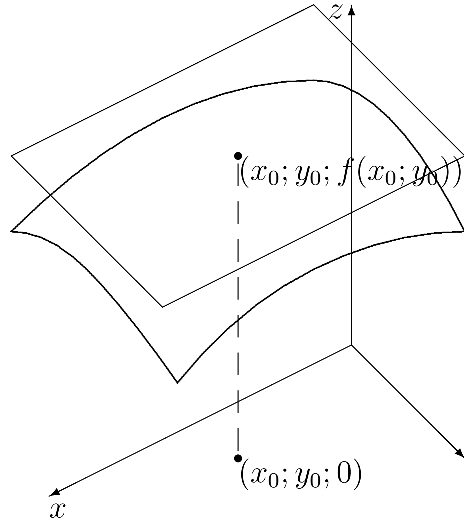
Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

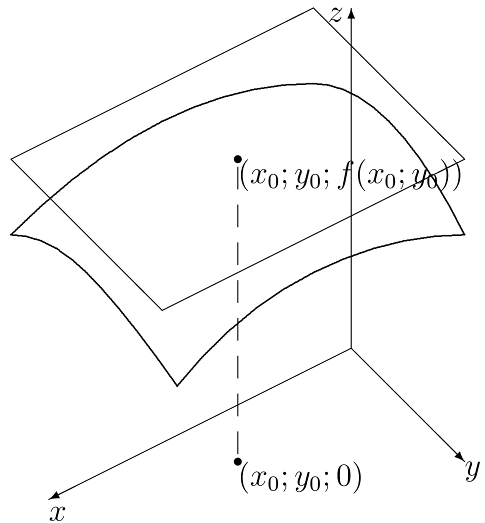
Для этого надо уменьшить число переменных в функции $z = f(x, y)$.



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

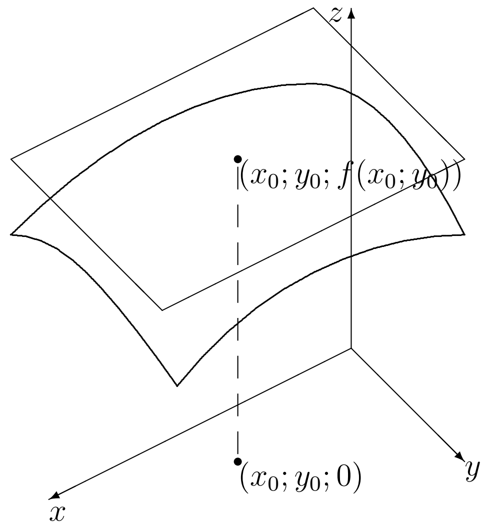
Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y =$



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

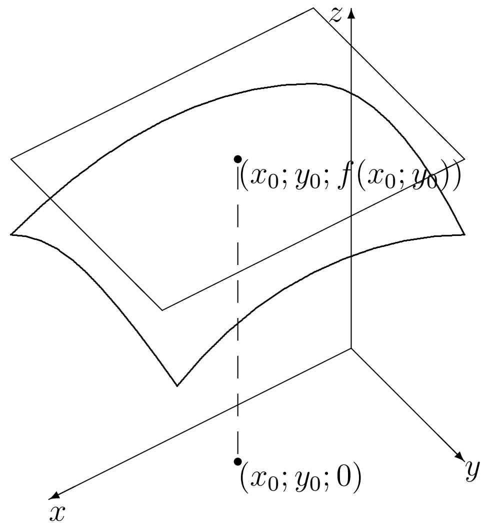


Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

$y = y_0$ — это уравнение



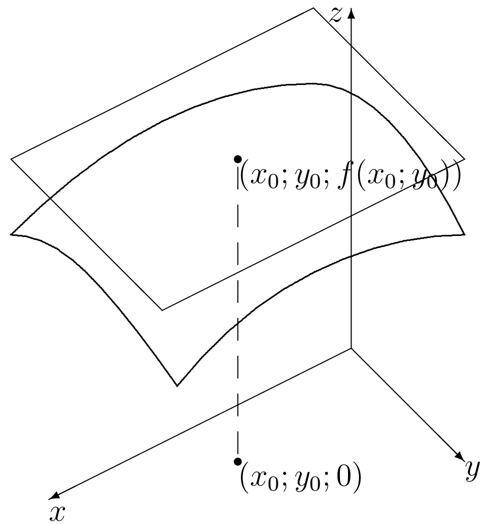
Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

$y = y_0$ — это уравнение

При этом x и z могут изменяться независимо друг от друга...



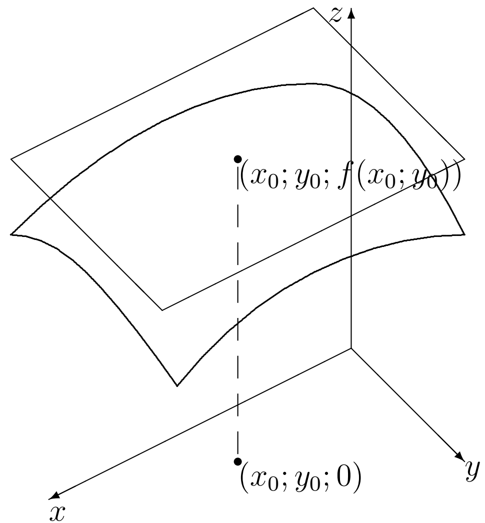
Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

$y = y_0$ — это уравнение

При этом x и z могут изменяться независимо друг от друга...

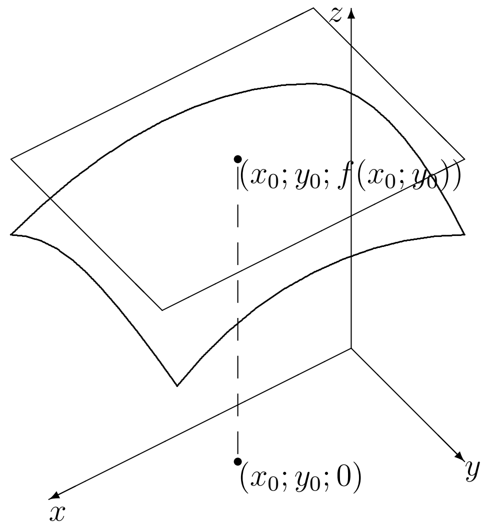


Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

$y = y_0$ — это уравнение плоскости.

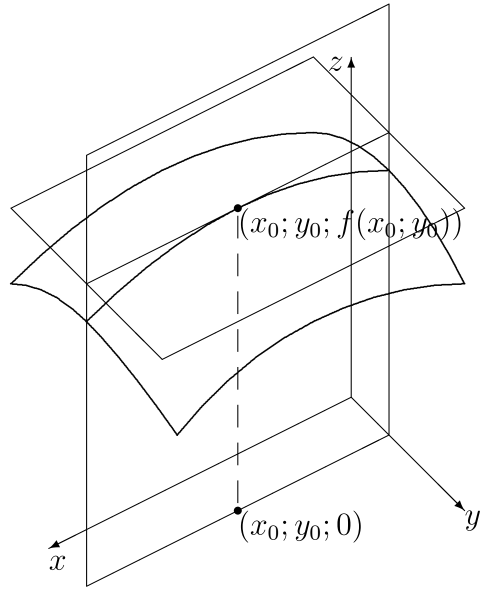


Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение. Попробуем свести задачу отыскания касательной плоскости к касательной к кривой.

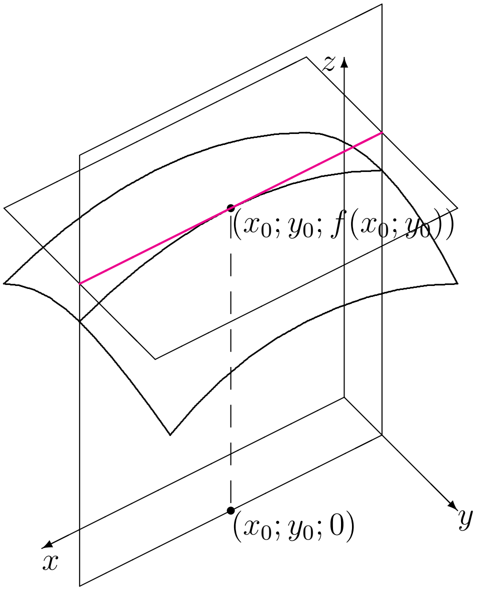
Например, зафиксируем значение y, точнее положим $y = y_0$.

$y = y_0$ — это уравнение плоскости.



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

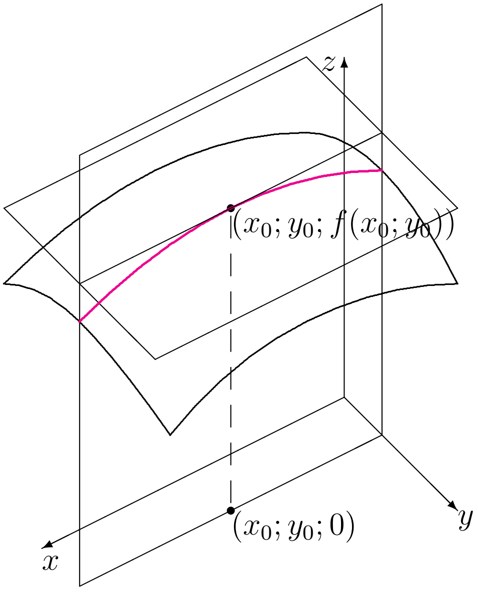
Решение.



Уравнение касательной

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

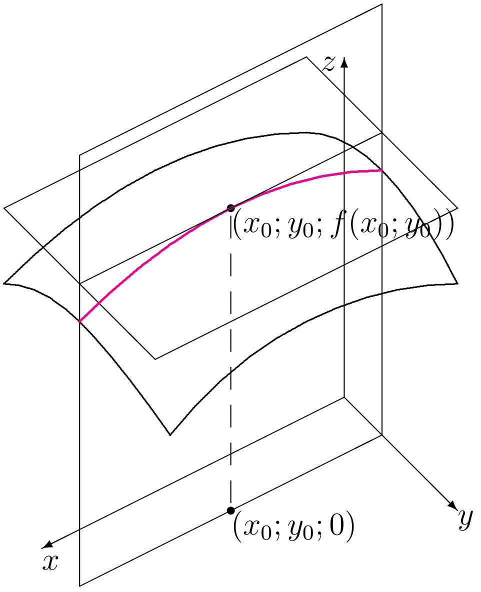
Решение.



Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

Решение.

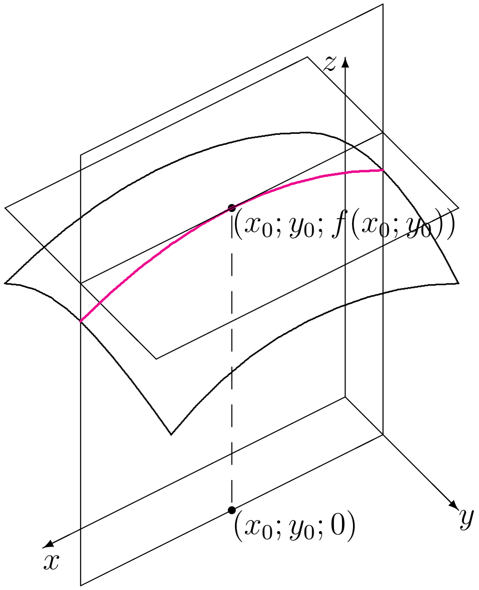


Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$z =$

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.



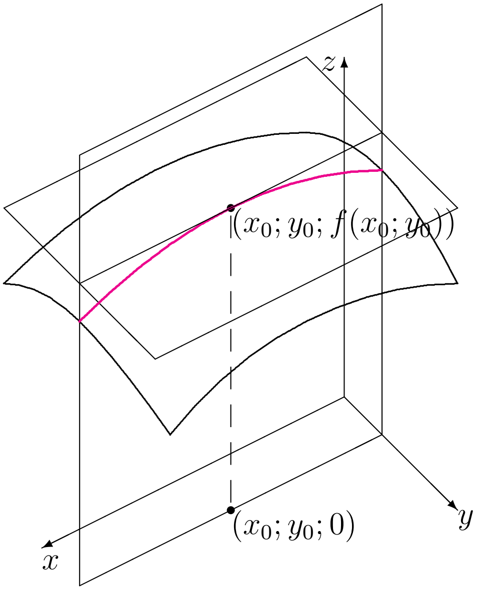
Уравнение касательной к графику

$z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$z = f(x_0, y_0) +$

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.



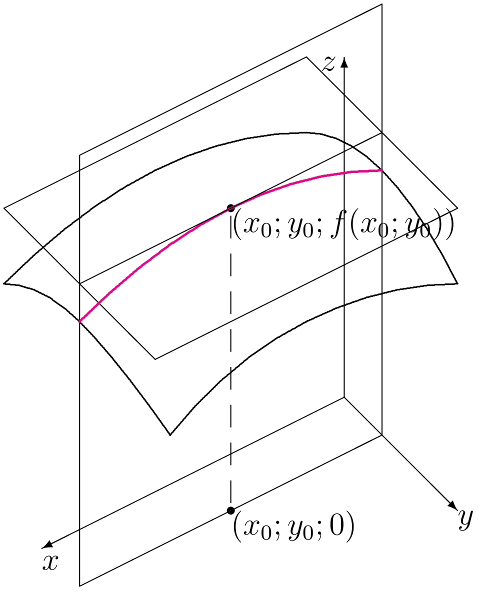
Уравнение касательной к графику

$z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot ($

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

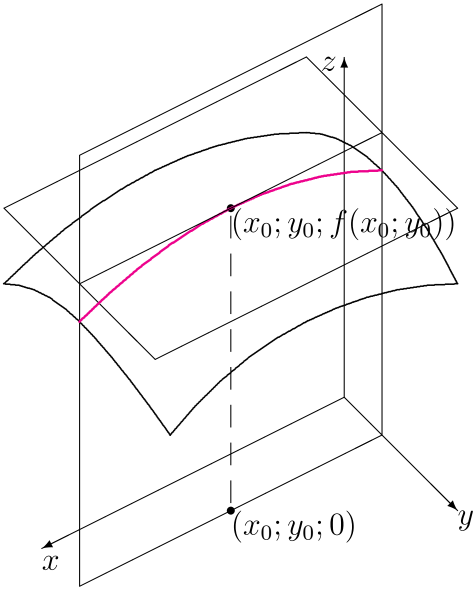


Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$$z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (\quad - x_0).$$

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.



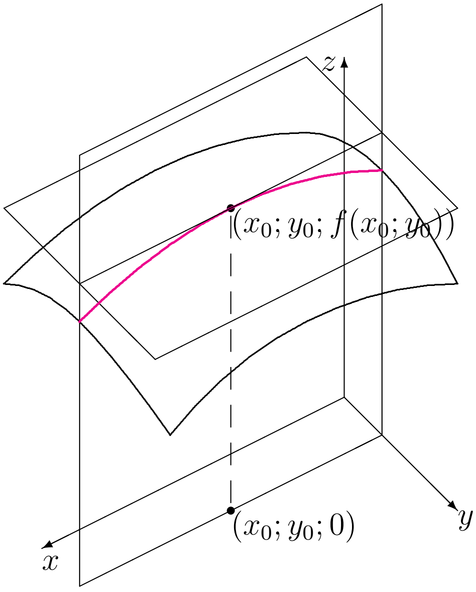
Уравнение касательной к графику

$z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (x - x_0).$

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

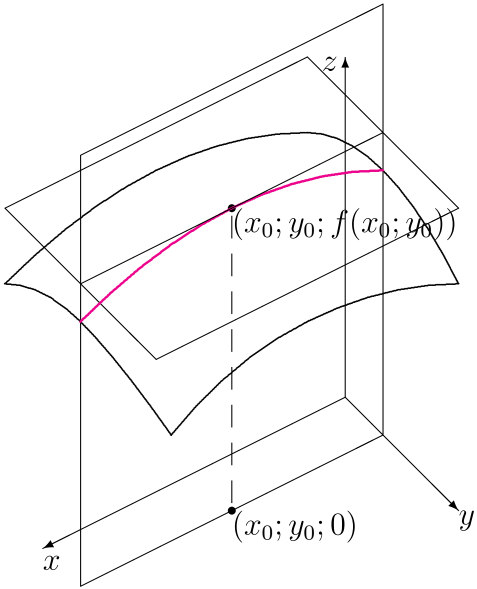


Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид $z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

Производная $\alpha'(x) = (f(x, y_0))'$ называется **частной производной** функции $z = f(x, y)$ по переменной x.

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.



Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

$z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

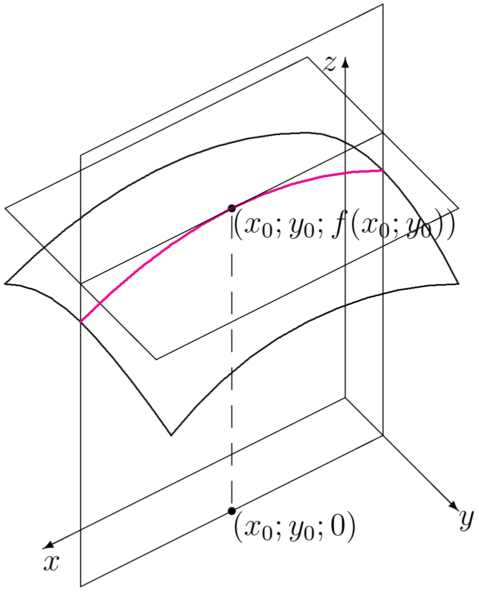
Частная производная по x обозначается как

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = f'_x(x, y) = f_x(x, y).$$

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

В сечении $y = y_0$:



Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

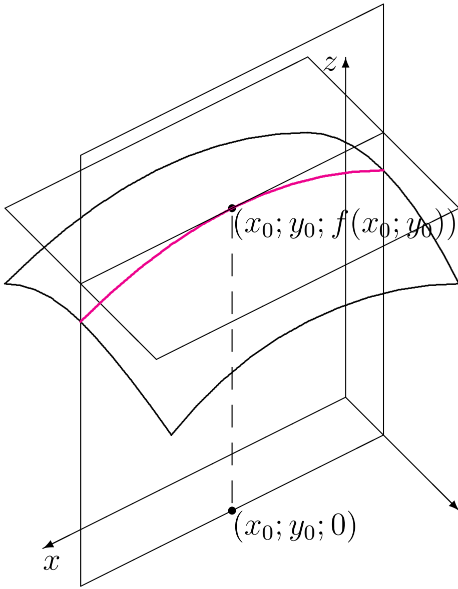
$$z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (x - x_0).$$

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x}\bigg|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$



Уравнение касательной к графику $z = \alpha(x) = f(x, y_0)$ имеет вид

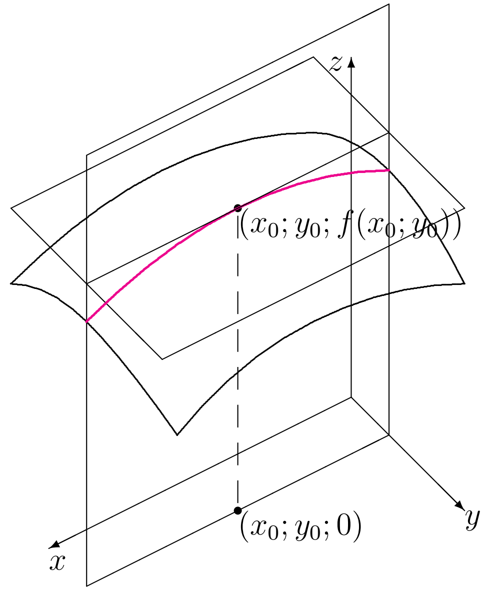
$$z = f(x_0, y_0) + \alpha'(x_0) \cdot (x - x_0).$$

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$



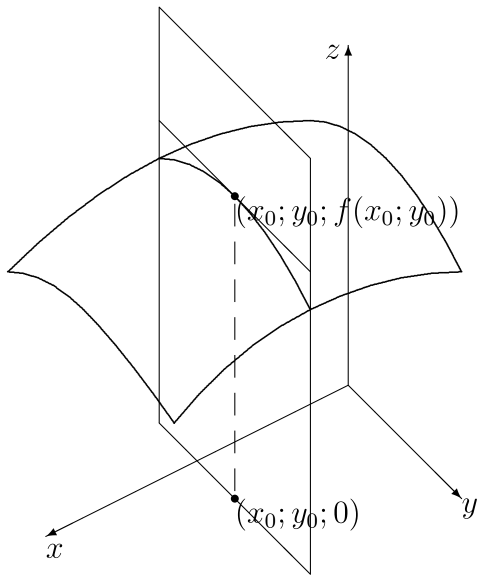
Аналогично, проводя сечение плоскостью $x = x_0$, получаем...

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$



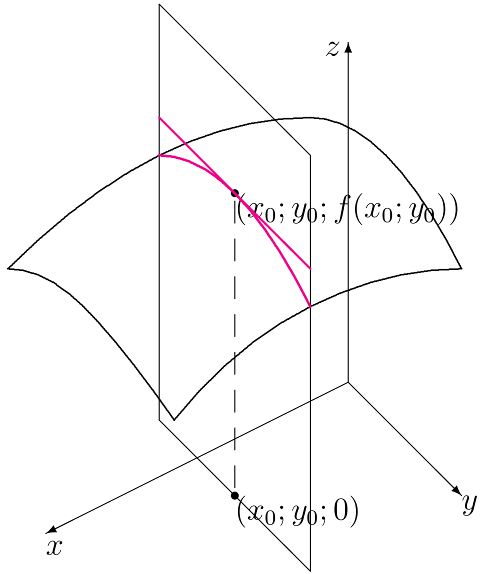
Аналогично, проводя сечение плоскостью $x = x_0$, получаем...

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x}\bigg|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$



Аналогично, проводя сечение плоскостью $x = x_0$, получаем...

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

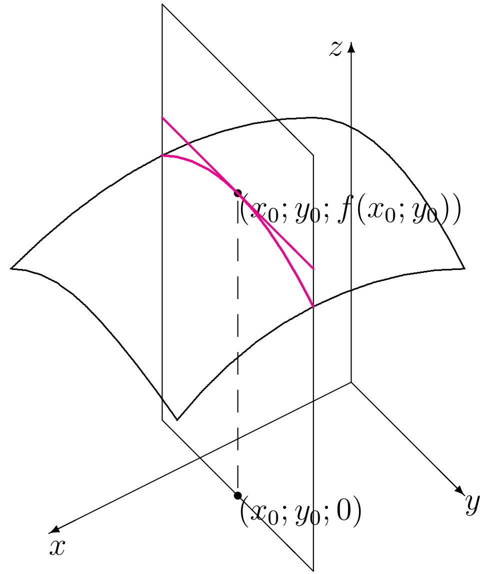
Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$

В сечении $x = x_0$:

Аналогично, проводя сечение плоскостью $x = x_0$, получаем...



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

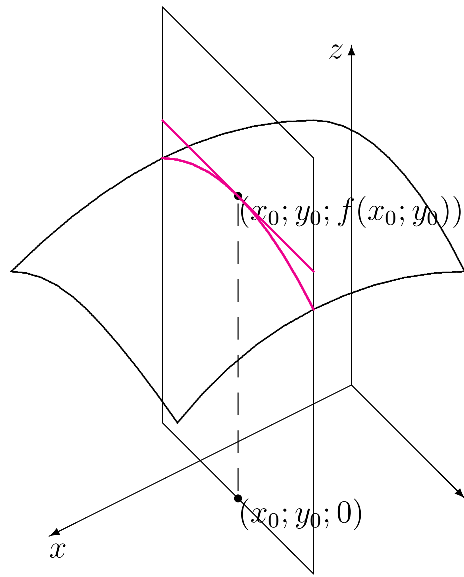
В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$

В сечении $x = x_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (y - y_0).$$

Аналогично, проводя сечение плоскостью $x = x_0$, получаем...



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.

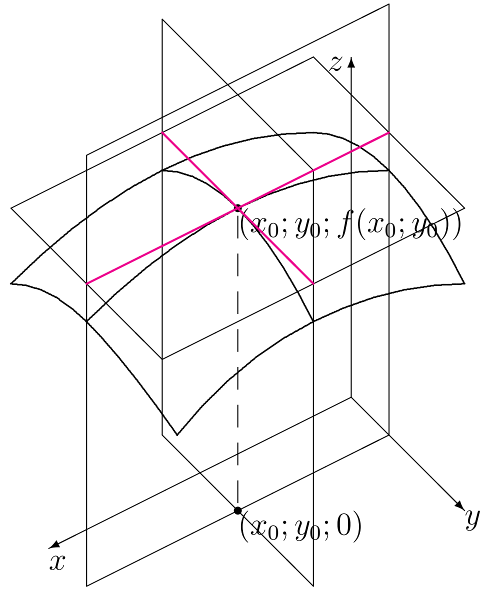
В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0, y_0)} \cdot (x - x_0).$$

В сечении $x = x_0$:

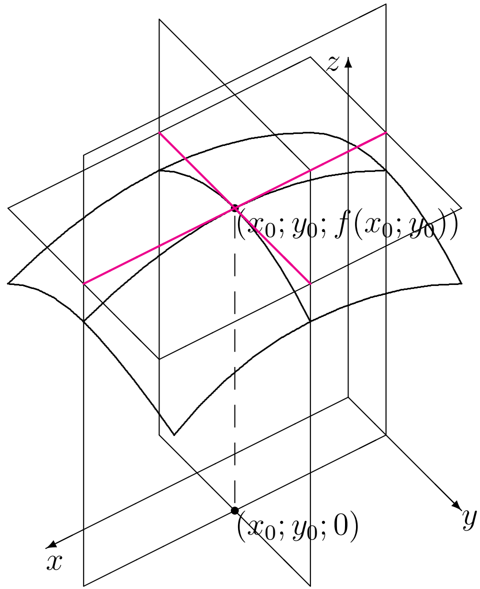
$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(x_0, y_0)} \cdot (y - y_0).$$

«Объединим результаты»: нетрудно понять, что каждая из этих формул является частным случаем формулы...



Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности* $z = f(x, y)$.

Решение.



В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (x - x_0).$$

В сечении $x = x_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(x_0,y_0)} \cdot (y - y_0).$$

$$z = f(x_0, y_0) + f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0). \qquad (2)$$

Пример 23. *Выведите уравнение касательной плоскости к поверхности $z = f(x, y)$.*

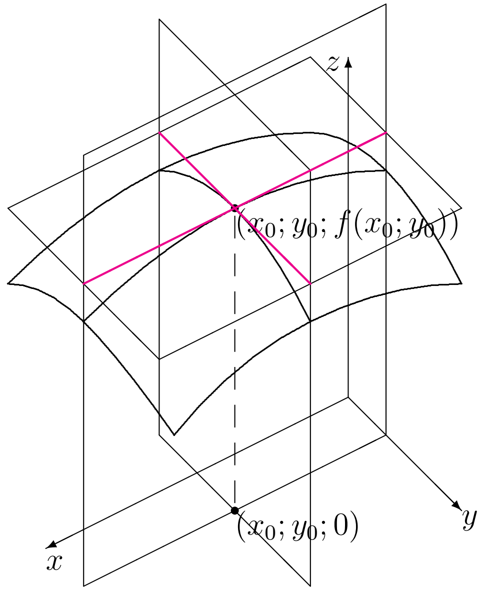
Решение.

В сечении $y = y_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{(x_0, y_0)} \cdot (x - x_0).$$

В сечении $x = x_0$:

$$z = f(x_0, y_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{(x_0, y_0)} \cdot (y - y_0).$$



$$z = f(x_0, y_0) + f'_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f'_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0). \qquad (2)$$

Вернёмся к лекции?

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$; ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;
в) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$; ***г)*** $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение.

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. а) $\dfrac{\partial x^y}{\partial x} =$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. а) $\dfrac{\partial x^y}{\partial x} =$

$= (x^y)'_x =$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. а) $\dfrac{\partial x^y}{\partial x} =$

$= \left(x^y\right)'_x = \left(\mathbf{x}^y\right)'_x =$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.
в) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. а) $\dfrac{\partial x^y}{\partial x} =$
$= (x^y)'_x = (\mathbf{x}^y)'_x = y \cdot x^{y-1}$.

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$; ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. б) $\dfrac{\partial x^y}{\partial y} =$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$; ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. б) $\dfrac{\partial x^y}{\partial y} =$

$= \left(x^y\right)'_y =$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$; ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. б) $\dfrac{\partial x^y}{\partial y} =$

$$= \left(x^y\right)'_y = \left(x^{\mathbf{y}}\right)'_y =$$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$; ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. б) $\dfrac{\partial x^y}{\partial y} =$

$= (x^y)'_y = (x^{\mathbf{y}})'_y = x^y \ln x.$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p} =$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p} =$

$$= \left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p =$$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p} =$

$$= \left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p = \left(\sqrt{\mathbf{p}^2-2^q\sin \mathbf{p}}\right)'_p =$$

Пример 24. *Вычислите* *а)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. *б)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. *г)* $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}=$

$$=\left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p=\left(\sqrt{\mathbf{p}^2-2^q\sin \mathbf{p}}\right)'_p=\frac{}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}=$

$$=\left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p=\left(\sqrt{\mathbf{p}^2-2^q\sin\mathbf{p}}\right)'_p=\frac{-}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}=$

$$=\left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p=\left(\sqrt{\mathbf{p}^2-2^q\sin\mathbf{p}}\right)'_p=\frac{2p-}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p} =$

$$= \left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p = \left(\sqrt{\mathbf{p}^2-2^q\sin \mathbf{p}}\right)'_p = \frac{2p-2^q\cdot}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$;

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$. ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}=$

$$=\left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_p=\left(\sqrt{\mathbf{p}^2-2^q\sin\mathbf{p}}\right)'_p=\frac{2p-2^q\cdot\cos p}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$; ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q} =$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$; ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q} =$

$$= \left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_q =$$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$; ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q} =$

$$= \left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_q = \left(\sqrt{p^2-2^{\mathbf{q}}\sin p}\right)'_q =$$

Пример 24. *Вычислите* *а)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. *б)* $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$; *г)* $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}=$

$$=\left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_q=\left(\sqrt{p^2-2^{\mathbf{q}}\sin p}\right)'_q=\frac{}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial p}$; ***г)*** $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial\sqrt{p^2-2^q\sin p}}{\partial q} =$

$$= \left(\sqrt{p^2-2^q\sin p}\right)'_q = \left(\sqrt{p^2-2^{\mathbf{q}}\sin p}\right)'_q = \frac{-2^q\ln 2\cdot}{2\sqrt{p^2-2^q\sin p}}.$$

Пример 24. *Вычислите* ***а)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial x}$. ***б)*** $\dfrac{\partial x^y}{\partial y}$.

в) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial p}$; ***г)*** $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q}$.

Решение. г) $\dfrac{\partial \sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}{\partial q} =$

$$= \left(\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}\right)'_q = \left(\sqrt{p^2 - 2^{\mathbf{q}} \sin p}\right)'_q = \frac{-2^q \ln 2 \cdot \sin p}{2\sqrt{p^2 - 2^q \sin p}}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение.

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$*, заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$

$$=\left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)=$$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy + \sin x + 2\cos^2 y = -\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0 \leqslant y \leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy + \sin x + 2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{3}\right)} =$

$$= \left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\pi^2}{18} - \frac{1}{2} + 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$

$$=\left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\pi^2}{18}-\frac{1}{2}+2\left(\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{\pi^2}{18}.$$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$

$$=\left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\pi^2}{18}-\frac{1}{2}+2\left(\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{\pi^2}{18}.$$

Значит,

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{3}\right)}=$

$$=\left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\pi^2}{18}-\frac{1}{2}+2\left(\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{\pi^2}{18}.$$

Значит, $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. $\left(xy+\sin x+2\cos^2 y\right)\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{3}\right)}=$

$$=\left(-\frac{\pi}{6}\right)\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\pi^2}{18}-\frac{1}{2}+2\left(\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{\pi^2}{18}.$$

Значит, $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$.

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\frac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=$$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy + \sin x + 2\cos^2 y = -\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0 \leqslant y \leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)} =$$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy + \sin x + 2\cos^2 y = -\frac{\pi^2}{18}, \\ 0 \leqslant y \leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)} = -\frac{y + \cos x}{x + 2\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)} =$$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+2\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)}{-\dfrac{\pi}{6}+2\cos\dfrac{\pi}{3}\left(-\sin\dfrac{\pi}{3}\right)}=$$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\frac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\bigg|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+2\cos y(-\sin y)}\bigg|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{\frac{\pi}{3}+\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{-\frac{\pi}{6}+2\cos\frac{\pi}{3}\left(-\sin\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{\pi}{6}+2\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}=$$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\bigg|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+2\cos y(-\sin y)}\bigg|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)}{-\dfrac{\pi}{6}+2\cos\dfrac{\pi}{3}\left(-\sin\dfrac{\pi}{3}\right)}=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{-\dfrac{\pi}{6}+2\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}=\frac{2\pi+3\sqrt{3}}{\pi+3\sqrt{3}}=$$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy + \sin x + 2\cos^2 y = -\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0 \leqslant y \leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)} = -\frac{y+\cos x}{x + 2\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)} =$$

$$= -\frac{\dfrac{\pi}{3} + \cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)}{-\dfrac{\pi}{6} + 2\cos\dfrac{\pi}{3}\left(-\sin\dfrac{\pi}{3}\right)} = -\frac{\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}}{-\dfrac{\pi}{6} + 2\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{2\pi + 3\sqrt{3}}{\pi + 3\sqrt{3}} =$$

$$= \frac{\left(2\pi + 3\sqrt{3}\right)\left(\pi - 3\sqrt{3}\right)}{\pi^2 - 27} =$$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant\pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+2\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)}{-\dfrac{\pi}{6}+2\cos\dfrac{\pi}{3}\left(-\sin\dfrac{\pi}{3}\right)}=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{-\dfrac{\pi}{6}+2\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}=\frac{2\pi+3\sqrt{3}}{\pi+3\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{\left(2\pi+3\sqrt{3}\right)\left(\pi-3\sqrt{3}\right)}{\pi^2-27}=\frac{2\pi^2-3\pi\sqrt{3}-27}{\pi^2-27}.$$

Пример 25. *Проверьте, что* $y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{3}$ *для функции* $y(x)$, *заданной системой* $\begin{cases} xy+\sin x+2\cos^2 y=-\dfrac{\pi^2}{18}, \\ 0\leqslant y\leqslant \pi. \end{cases}$ *Найдите* $y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

Решение. По **формуле дифференцирования неявно заданной функции**

$$y'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\partial F/\partial x}{\partial F/\partial y}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=-\frac{y+\cos x}{x+2\cos y(-\sin y)}\Big|_{(x,y)=\left(-\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{3}\right)}=$$

$$=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)}{-\dfrac{\pi}{6}+2\cos\dfrac{\pi}{3}\left(-\sin\dfrac{\pi}{3}\right)}=-\frac{\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{-\dfrac{\pi}{6}+2\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}=\frac{2\pi+3\sqrt{3}}{\pi+3\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{\left(2\pi+3\sqrt{3}\right)\left(\pi-3\sqrt{3}\right)}{\pi^2-27}=\frac{2\pi^2-3\pi\sqrt{3}-27}{\pi^2-27}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx;$ ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}};$ ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\ \ln x} dx.$

Решение.

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx =$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx;$ ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}};$ ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x \ln x} dx.$

Решение.

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx = \int e^{-x^3} \underbrace{x^2 dx}_{...d(x^3)} =$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln\left(\log_2 x\right)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx = \int e^{-x^3} \underbrace{x^2 dx}_{...d(x^3)} = \cdot \int e^{-x^3} d\left(x^3\right) =$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx;$ ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}};$ ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x \ln x} dx.$

Решение.

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx = \int e^{-x^3} \underbrace{x^2 dx}_{...d(x^3)} = \dfrac{1}{3} \cdot \int e^{-x^3} d\left(x^3\right) =$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; *в)* $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx = \int e^{-x^3} \underbrace{x^2 dx}_{\ldots d(x^3)} = \dfrac{1}{3} \cdot \int e^{-x^3} d\left(x^3\right) =$

$$= -\frac{1}{3} \int e^{-x^3} d\left(-x^3\right) =$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

а) $\displaystyle\int x^2 e^{-x^3} dx = \int e^{-x^3} \underbrace{x^2 dx}_{...d(x^3)} = \frac{1}{3} \cdot \int e^{-x^3} d\left(x^3\right) =$

$$= -\frac{1}{3}\int e^{-x^3} d\left(-x^3\right) = -\frac{e^{-x^3}}{3} + C.$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln\left(\log_2 x\right)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; *в)* $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{\dots d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x \ln x} dx$.

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{...d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} = \ \cdot \int \frac{d(x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx;$ ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}};$ ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{\ldots d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2}\cdot \int \frac{d(x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{\dots d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2}\cdot \int \frac{d(x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$
$$= -\frac{1}{2}\int \frac{d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx;$ *б)* $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}};$ *в)* $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{\ldots d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2}\cdot \int \frac{d(x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{1-x^2} + C =$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$;   ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$;   ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

б) $$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\overbrace{x\,dx}^{...d(x^2)}}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2} \cdot \int \frac{d(x^2)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= -\frac{1}{2} \int \frac{d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{1-x^2} + C = -\sqrt{1-x^2} + C.$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x \ln x} dx$.

Решение.

в) $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x \ln x} dx =$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

в) $$\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\log_2 x\,\ln 2} dx =$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

в) $$\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\log_2 x\,\ln 2} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} \cdot \frac{1}{x\,\ln 2} dx =$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

в) $$\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\log_2 x\,\ln 2} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} \cdot \frac{1}{x\,\ln 2} dx =$$

$$= \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} d(\log_2 x) =$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; *в)* $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

в) $$\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\log_2 x\,\ln 2} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} \cdot \frac{1}{x\,\ln 2} dx =$$

$$= \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} d(\log_2 x) = \int \ln(\log_2 x)\; d\left(\ln(\log_2 x)\right) =$$

Пример 26. *Вычислите интегралы:*

а) $\int x^2 e^{-x^3} dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}}$; *в)* $\displaystyle\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx$.

Решение.

в) $$\int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\ln x} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{x\,\log_2 x\,\ln 2} dx = \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} \cdot \frac{1}{x\,\ln 2} dx =$$

$$= \int \frac{\ln(\log_2 x)}{\log_2 x} d(\log_2 x) = \int \ln(\log_2 x)\, d(\ln(\log_2 x)) = \frac{1}{2}\ln^2(\log_2 x) + C.$$

Вернёмся к лекции или **выполним упражнения?**

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\displaystyle\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

Решение.

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx =$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx =$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx$.

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{(2x-7)+}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\textbf{а)} \int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{(2x-7)+}{x^2-7x+15}dx =$$

$d(x^2-7x+15)=(2x-7)dx.$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+}{x^2-7x+15}dx =$
$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

$8x-24 = \qquad 4(2x-7)+?$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

$8x-24 = 8x-28+? = 4(2x-7)+?$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$

$d(x^2-7x+15) = (2x-7)dx.$

$8x-24 = 8x-28+? = 4(2x-7)+?$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$

$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $$\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| +$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $$\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \int \frac{4}{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{11}{4}}dx =$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $$\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \int \frac{4}{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{11}{4}}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| +$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx;$ *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx;$ *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx.$

а) $$\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \int \frac{4}{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{11}{4}}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \quad \operatorname{arctg}\frac{2\left|x-\frac{7}{2}\right|}{\sqrt{11}}$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $$\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \int \frac{4}{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{11}{4}}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \frac{8}{\sqrt{11}}\operatorname{arctg}\frac{2\left|x-\frac{7}{2}\right|}{\sqrt{11}}$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

а) $$\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{8\,x-24}{x^2-7x+15}dx = \int \frac{4(2x-7)+4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= \int \frac{4d\left(x^2-7x+15\right)}{x^2-7x+15} + \int \frac{4}{x^2-7x+15}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \int \frac{4}{\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\frac{11}{4}}dx =$$

$$= 4\ln\left|x^2-7x+15\right| + \frac{8}{\sqrt{11}}\operatorname{arctg}\frac{2\left|x-\frac{7}{2}\right|}{\sqrt{11}} + C.$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx =$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx$; ***б)*** $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $\int \frac{7\ -12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{}{3x^2-2x+5}dx =$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $\int \frac{7\ \ -12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{}{3x^2-2x+5}dx =$

$d\left(3x^2-2x+5\right) = (6x-2)\,dx.$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $$\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{}{3x^2-2x+5}dx =$$
$$d\left(3x^2-2x+5\right) = \left(6x-2\right)dx.$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$

$d\left(3x^2-2x+5\right) = (6x-2)\,dx.$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$

$d\left(3x^2-2x+5\right) = (6x-2)\,dx$.

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$

$d\left(3x^2-2x+5\right) = (6x-2)\,dx$.

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx;$

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx;$ ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx.$

б) $$\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

б) $$\int \frac{7\ -12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{\qquad\qquad\qquad}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7\ -12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3 - 2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(\qquad\quad\right)^2+}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\left(x-3\right)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7\ -12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2\left(6x-2\right)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx;$

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx;$ *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx.$

б) $$\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \qquad \operatorname{arctg}$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{14}}\operatorname{arctg}$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{14}}\operatorname{arctg}\frac{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{14}}$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)} \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{14}}\operatorname{arctg}\frac{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{14}} - 2\ln$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx;$

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx;$ *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx.$

$$\text{б)}\ \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{14}}\operatorname{arctg}\frac{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{14}} - 2\ln\left|3x^2-2x+5\right|$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{б)}\ \int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx = \int \frac{3-2(6x-2)}{3x^2-2x+5}dx =$$

$$= \int \frac{3}{3x^2-2x+5}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \int \frac{3}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{14}{3}}\,dx + \int \frac{2d\left(3x^2-2x+5\right)}{3x^2-2x+5} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{14}}\operatorname{arctg}\frac{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{14}} - 2\ln\left|3x^2-2x+5\right| + C.$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx =$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $$\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{}{2x^2-x+4}dx =$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{}{2x^2-x+4}dx =$
$d\left(2x^2-x+4\right) = (4x-1)\,dx.$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$

$d\left(2x^2-x+4\right) = (4x-1)\,dx$.

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;
б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{-3(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$
$d\left(2x^2-x+4\right) = (4x-1)\,dx$.

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; ***в)*** $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

в) $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$

$d\left(2x^2-x+4\right) = (4x-1)\,dx$.

Пример 27. *Вычислить интегралы:* ***а)*** $\displaystyle\int \frac{8(x-3)}{x^2-7x+15}dx;$

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx;$ ***в)*** $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx.$

в) $$\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$

$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx;$

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx;$ *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx.$

$$\text{в)} \int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3\,(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$

$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$

$$= \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{31}{16}} -$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{в)}\ \int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3\,(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$

$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$

$$= \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{31}{16}} - 3\int \frac{d(2x^2-x+4)}{2x^2-x+4} =$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$; *б)* $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\text{в)}\ \int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3\,(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$

$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$

$$= \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{31}{16}} - 3\int \frac{d(2x^2-x+4)}{2x^2-x+4} =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{31}}\operatorname{arctg}\frac{4x-1}{\sqrt{31}} -$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx$;

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx$; *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx$.

$$\textbf{в)} \int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3\,(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$

$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$

$$= \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{31}{16}} - 3\int \frac{d(2x^2-x+4)}{2x^2-x+4} =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{31}}\operatorname{arctg}\frac{4x-1}{\sqrt{31}} - 3\ln\left(2x^2-x+4\right)$$

Пример 27. *Вычислить интегралы:* *а)* $\displaystyle\int \frac{8\,(x-3)}{x^2-7x+15}dx;$

б) $\displaystyle\int \frac{7-12x}{3x^2-2x+5}dx;$ *в)* $\displaystyle\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx.$

в) $$\int \frac{5-12x}{2x^2-x+4}dx = \int \frac{2-3\,(4x-1)}{2x^2-x+4}dx =$$
$$= \int \frac{2\,dx}{2x^2-x+4} - 3\int \frac{(4x-1)\,dx}{2x^2-x+4} =$$
$$= \int \frac{dx}{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{31}{16}} - 3\int \frac{d(2x^2-x+4)}{2x^2-x+4} =$$
$$= \frac{4}{\sqrt{31}}\operatorname{arctg}\frac{4x-1}{\sqrt{31}} - 3\ln\left(2x^2-x+4\right) + C.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **пример интегрирования дробно-рациональных функций более общего вида?**

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx;$

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx;$

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx;$

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx;$

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx;$

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

Степень многочлена в числителе больше степени многочлена в знаменателе.

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

$$\begin{array}{r|l} -6x^3+23x^2-23x+5 & \;\;-3x+4 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

$$\begin{array}{r|l} -6x^3+23x^2-23x+5 & \quad -3x+4 \\ \cline{2-2} & \quad 2x^2 \end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$$

$$\begin{array}{l|l} -6x^3+23x^2-23x+5 & -3x+4 \\ \cline{2-2} -6x^3+8x^2 & 2x^2 \\ \hline \end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

$$\begin{array}{r|l} -6x^3+23x^2-23x+5 & -3x+4 \\ \cline{2-2} -6x^3+8x^2 \qquad\qquad\qquad & 2x^2 \\ \hline 15x^2-23x+5 & \end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l} -6x^3+23x^2-23x+5 & \;-3x+4 \\ \cline{2-2} -6x^3+8x^2 & \;2x^2-5x \\ \cline{1-1} 15x^2-23x+5 & \end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

$$
\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & \;-3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2\qquad\qquad\quad & \;2x^2-5x \\ \cline{1-1}
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x\quad\; & \\ \cline{1-1}
\end{array}
$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

$$\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 & 2x^2-5x \\ \cline{1-1}
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x & \\ \cline{1-1}
-3x+5 &
\end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

$$
\begin{array}{l|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & \quad -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 & \quad 2x^2-5x+1 \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad 15x^2-23x+5 & \\
\qquad\qquad 15x^2-20x & \\ \cline{1-1}
\qquad\qquad\qquad\quad -3x+5 &
\end{array}
$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

$$
\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & \quad -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 \qquad\qquad\qquad & \quad 2x^2-5x+1 \\ \cline{1-1}
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x \qquad & \\ \cline{1-1}
-3x+5 & \\
-3x+4 & \\ \cline{1-1}
\end{array}
$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\int \dfrac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\int \dfrac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx =$

$$\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 \qquad\qquad\quad & 2x^2-5x+1 \\ \cline{1-1}
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x \quad\; & \\ \cline{1-1}
-3x+5 & \\
-3x+4 & \\ \cline{1-1}
1 &
\end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx +$

$$
\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & \quad -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 \qquad\qquad\qquad & \quad 2x^2-5x+1 \\ \cline{1-1}
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x \quad\;\; & \\ \cline{1-1}
-3x+5 & \\
-3x+4 & \\ \cline{1-1}
1 &
\end{array}
$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$$

$$\begin{array}{r|l}
-6x^3+23x^2-23x+5 & \ -3x+4 \\ \cline{2-2}
-6x^3+8x^2 \phantom{{}-23x+5} & \ 2x^2-5x+1 \\ \cline{1-1}
15x^2-23x+5 & \\
15x^2-20x \phantom{{}+5} & \\ \cline{1-1}
-3x+5 & \\
-3x+4 & \\ \cline{1-1}
1 &
\end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$

$= \frac{x^2}{3} -$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$

$\displaystyle= \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 +$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$

$= \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x +$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\int \dfrac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\int \dfrac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \displaystyle\int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \dfrac{dx}{4-3x} =$

$= \dfrac{x^2}{3} - \dfrac{5}{2}x^2 + x + \dfrac{1}{-3}\displaystyle\int \dfrac{(-3)dx}{4-3x}\,dx =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $$\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$$

$$= \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{(-3)dx}{4-3x}\,dx = \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x +$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$

$\displaystyle = \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{(-3)dx}{4-3x}\,dx = \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{d(4-3x)}{4-3x}\,dx =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\displaystyle\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$

$\displaystyle= \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{(-3)dx}{4-3x}\,dx = \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{d(4-3x)}{4-3x}\,dx =$

$\displaystyle= \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x -$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

1) $\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+4}{4-3x}\,dx.$

Решение.

1) $\int \frac{-6x^3+23x^2-23x+5}{4-3x}\,dx = \int \left(2x^2-5x+1\right)\,dx + \int \frac{dx}{4-3x} =$

$= \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{(-3)dx}{4-3x}\,dx = \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x + \frac{1}{-3}\int \frac{d(4-3x)}{4-3x}\,dx =$

$= \frac{x^2}{3} - \frac{5}{2}x^2 + x - \frac{1}{3}\ln|4-3x| + C.$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx =$

Степень многочлена в числителе равна степени многочлена в знаменателе. Значит, в дробно-рациональной функции надо выделить целую часть.

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \dfrac{2\left(3x^2 - 13x + 8\right)}{2x^2 - 2x + 1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \dfrac{2\left(3x^2 - 13x + 8\right)}{2x^2 - 2x + 1}\,dx =$

$$\begin{array}{l|l} 6x^2 - 26x + 16 & \quad 2x^2 - 2x + 1 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\displaystyle\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$$\begin{array}{l|l} 6x^2-26x+16 & 2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2} & 3 \end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$$\begin{array}{l|l} 6x^2-26x+16 & \quad 2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2} 6x^2-6x+3 & \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx =$$

$$\begin{array}{r|l}
6x^2-26x+16 & 2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2}
6x^2-6x+3 & 3 \\ \cline{1-1}
-20x+13 &
\end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx +$

$$\begin{array}{r|l} 6x^2-26x+16 & 2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2} 6x^2-6x+3 & 3 \\ \cline{1-1} -20x+13 & \end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{}{}\,dx =$

$$\begin{array}{r|l}
6x^2-26x+16 & 2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2}
6x^2-6x+3 & 3 \\ \cline{1-1}
-20x+13 &
\end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \int \frac{}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$$\begin{array}{l|l} 6x^2-26x+16 & 2x^2-2x+1 \\ \cline{2-2} 6x^2-6x+3 & 3 \\ \hline \quad -20x+13 & \end{array}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$$
\begin{array}{r|l}
6x^2-26x+16 & \;2x^2-2x+1 \\
\cline{2-2}
6x^2-6x+3 & \;3 \\
\hline
-20x+13 &
\end{array}
$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$d\left(2x^2-2x+1\right) =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$$

Решение.

2) $$\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$$

$$d\left(2x^2-2x+1\right) = 4x-2.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$+ \int \frac{(\quad (4x-2) \quad + 13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$d\left(2x^2-2x+1\right) = 4x-2.$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x+$

$+\int \frac{(-5(4x-2) \qquad +13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$d\left(2x^2-2x+1\right) = 4x-2.$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$d\left(2x^2-2x+1\right) = 4x-2.$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \displaystyle\int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\displaystyle\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$d\left(2x^2-2x+1\right) = 4x-2.$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \dfrac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \dfrac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \int \dfrac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$+\int \dfrac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$= 3x - 5\int \dfrac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\displaystyle\int \dfrac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$= 3x-$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \displaystyle\int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\displaystyle\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| +$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \displaystyle\int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\displaystyle\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| +$

$4x^2-4x+2 =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \displaystyle\int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\displaystyle\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| +$

$4x^2-4x+2 = 4x^2-4x+1+1 =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\displaystyle\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| +$

$4x^2-4x+2 = 4x^2-4x+1+1 = (2x-1)^2+1.$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| + 3\,\mathrm{arctg}(2x-1) +$

$4x^2-4x+2 = 4x^2-4x+1+1 = (2x-1)^2+1.$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx.$

Решение.

2) $\int \frac{2\left(3x^2-13x+8\right)}{2x^2-2x+1}\,dx = \displaystyle\int 3\,dx + \int \frac{-20x+13}{2x^2-2x+1}\,dx = 3x +$

$+\int \frac{(-5(4x-2)-10+13}{2x^2-2x+1}\,dx =$

$= 3x - 5\int \frac{d(2x^2-2x+1)}{2x^2-2x+1} + 3\displaystyle\int \frac{dx}{2x^2-2x+1} =$

$= 3x - 5\ln\left|2x^2-2x+1\right| + 3\,\mathrm{arctg}(2x-1) + C.$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \displaystyle\int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$d\left(\left(x^2+4\right)^2\right) =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$d\left(\left(x^2+4\right)^2\right) = d\left(x^4+8x^2+16\right) =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$d\left(\left(x^2+4\right)^2\right) = d\left(x^4+8x^2+16\right) = \left(4x^3+16x\right)\,dx.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$d\left(\left(x^2+4\right)^2\right) = d\left(x^4+8x^2+16\right) = \left(4x^3+16x\right)\,dx.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}dx =$

$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| +$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \displaystyle\int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\;dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$

$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| +$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \dfrac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| +$$

$$d\left(x^2+4\right) =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \displaystyle\int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$

$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| +$

$d\left(x^2+4\right) = 2x\,dx.$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$
$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\ dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$
$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} +$$
$$d\left(x^2+4\right) = 2x\,dx.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \displaystyle\int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \displaystyle\int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\;dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$

$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| -$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$
$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$
$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$

$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$

$$\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

$$\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' = \frac{x^2+4-x\cdot 2x}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\;dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

$$\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' = \frac{x^2+4-x\cdot 2x}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8-\left(x^2+4\right)}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

$$\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' = \frac{x^2+4-x\cdot 2x}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8-\left(x^2+4\right)}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8}{\left(1+x^2\right)^2} - \frac{1}{x^2+4}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \dfrac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $\int \dfrac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \displaystyle\int \dfrac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$

$= \int \dfrac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \dfrac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$

$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \dfrac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \dfrac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \dfrac{8}{x^2+4} +$

$+ \dfrac{5}{x^2+4} +$

$$\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' = \frac{x^2+4-x\cdot 2x}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8-\left(x^2+4\right)}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8}{\left(1+x^2\right)^2} - \frac{1}{x^2+4}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

$$+ \frac{5}{x^2+4} + 5\operatorname{arctg}\frac{x}{2} + C =$$

$$\left(\frac{x}{x^2+4}\right)' = \frac{x^2+4-x\cdot 2x}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8-\left(x^2+4\right)}{\left(x^2+4\right)^2} = \frac{8}{\left(1+x^2\right)^2} - \frac{1}{x^2+4}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

3) $\displaystyle\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx.$

Решение.

3) $$\int \frac{2\left(2x^3+5x^2+11x+20\right)}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx = \int \frac{4x^3+10x^2+22x+40}{\left(x^2+4\right)^2}\,dx =$$

$$= \int \frac{\left(\left(4x^3+16x\right)-6x+22x+40\right)\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + \int \frac{16x+40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} =$$

$$= \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| + 8\int \frac{2x\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} + \int \frac{40\,dx}{\left(x^2+4\right)^2} = \ln\left|\left(x^2+4\right)^2\right| - \frac{8}{x^2+4} +$$

$$+ \frac{5}{x^2+4} + 5\,\mathrm{arctg}\,\frac{x}{2} + C = 2\ln\left|x^2+4\right| + \frac{3}{x^2+4} + 5\,\mathrm{arctg}\,\frac{x}{2} + C.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4)

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$\displaystyle\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \frac{3x^2 + 13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$\frac{3x^2 + 13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{}{x+2} +$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{}{x+2} + \frac{}{x+1} +$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2 + 13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{}{x+2} + \frac{}{x+1} + \frac{}{x-3} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{}{x+1} + \frac{}{x-3} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{}{x-3} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{\qquad\qquad}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3) + B(x+2)(x-3) + C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{\qquad}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(\qquad\qquad\qquad)+x(\qquad\qquad\qquad\qquad)+}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(\qquad\qquad\qquad\qquad)+}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{rl} = & \Big| \; x^2 \\ = & \Big| \; x \\ = & \Big| \; x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} A+B+C= & & x^2 \\ & = & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{rl|l} A+B+C=3 & & x^2 \\ & = & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} A+B+C=3 & & x^2 \\ -2A-B+3C= & & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ \qquad\qquad\qquad = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C= & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

Ко второму уравнению прибавим удвоенное первое уравнение

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3 \\ -2A-B+3C=0 \\ -3A-6B+2C=13 \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} x^2 \\ x \\ x^0 \end{array}\right.$$

Ко второму уравнению прибавим удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

Ко второму уравнению прибавим удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

Ко второму уравнению прибавим удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B+5C= \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

Ко второму уравнению прибавим удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

К третьему уравнению прибавим утроенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

К третьему уравнению прибавим утроенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3 \\ -2A-B+3C=0 \\ -3A-6B+2C=13 \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} x^2 \\ x \\ x^0 \end{array}\right.$$

К третьему уравнению прибавим утроенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B+5C= \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+B+C=3 & x^2 \\ -2A-B+3C=0 & x \\ -3A-6B+2C=13 & x^0 \end{array}\right.$$

К третьему уравнению прибавим утроенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B+5C=22 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ \end{cases}$$

К третьему уравнению прибавим утроенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B+5C=22 \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C= \end{cases}$$

К третьему уравнению прибавим утроенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B+5C=22 \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

К третьему уравнению прибавим утроенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ -3B+5C=22 \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ \\ \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C= \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B= \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A= \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx =$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=2, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{}{x+2}\,dx -$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3) + B(x+2)(x-3) + C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C) + x(-2A-B+3C) + (-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=2, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{}{x+2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx +$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C) + x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=2, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

$$4)\ \int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$$

Решение.

$$\textbf{4)}\ \int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{}{x+2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx + \int \frac{}{x-3}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=2, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx + \int \frac{}{x-3}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=2, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{}{x-3}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3, \\ B+5C=6, \\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=2, \\ B=-4, \\ C=2. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{2}{x-3}\,dx =$$

$$\frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-3} =$$

$$= \frac{A(x+1)(x-3)+B(x+2)(x-3)+C(x+2)(x+1)}{(x+2)(x+1)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2(A+B+C)+x(-2A-B+3C)+(-3A-6B+2C)}{(x+2)(x+1)(x-3)}.$$

$$\begin{cases} A+B+C=3,\\ B+5C=6,\\ 20C=40 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=2,\\ B=-4,\\ C=2. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \frac{3x^2 + 13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{2}{x-3}\,dx =$

$=$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \displaystyle\int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{2}{x-3}\,dx =$

$= 5\ln|x+2| -$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\int \dfrac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle \int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{2}{x-3}\,dx =$

$= 5\ln|x+2| - 4\ln|x+1| +$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

4) $\displaystyle\int \frac{2x^2 + 9\,x - 2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx.$

Решение.

4) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx = \int \frac{5}{x+2}\,dx - \int \frac{4}{x+1}\,dx + \int \frac{2}{x-3}\,dx =$

$= 5\ln|x+2| - 4\ln|x+1| + 2\ln|x-3| + C.$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5)

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{}{x+4} +$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{}{x+4} + \frac{}{(x+4)^2} +$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{}{x+4} + \frac{}{(x+4)^2} + \frac{}{x+1} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{}{(x+4)^2} + \frac{}{x+1} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{}{x+1} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{\qquad}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

$$\textit{5)}\ \int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

$$\textbf{5)}\ \int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{\qquad}{(x+4)^2(x+1)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(\qquad\qquad)+x(\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)+}{(x+4)^2(x+1)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(\qquad\qquad\qquad\qquad)+}{(x+4)^2(x+1)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx=$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}=\frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1}=$$

$$=\frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)}=$$

$$=\frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+}{(x+4)^2(x+1)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle \int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} \quad = & \Big| \; x^2 \\ \quad = & \Big| \; x \\ \quad = & \Big| \; x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{rl|l} A+C = & & x^2 \\ & = & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2 \\ \qquad\qquad = \\ \qquad\qquad = \end{cases} \left|\begin{array}{l} x^2 \\ x \\ x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C= & x \\ \qquad\qquad\qquad = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ \qquad\qquad = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C= & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 5

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 5

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 5

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2 \\ 5A+B+8C=9 \\ 4A+B+16C=-2 \end{array}\right. \left| \begin{array}{l} x^2 \\ x \\ x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 5

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B+3C= \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2 \\ 5A+B+8C=9 \\ 4A+B+16C=-2 \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} x^2 \\ x \\ x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 5

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B+3C=-1, \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из третьего уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 4

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из третьего уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 4

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из третьего уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 4

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B+12C= \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 5A+B+8C=9 & x \\ 4A+B+16C=-2 & x^0 \end{array}\right.$$

Из третьего уравнения вычтем первое уравнение, умноженное на 4

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B+12C=-10 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ \end{cases}$$

К третьему уравнению прибавим утроенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B+12C=-10 \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $$\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C= \end{cases}$$

К третьему уравнению прибавим утроенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B+12C=-10 \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

К третьему уравнению прибавим утроенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ B+12C=-10 \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1) + B(x+1) + C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C) + x(5A+B+8C) + (4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C= \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B= \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4}+\frac{B}{(x+4)^2}+\frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A= \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \dfrac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{}{x+4}\,dx +$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{}{x+4}\,dx + \int \frac{}{(x+4)^2}\,dx -$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{}{x+4}\,dx + \int \frac{}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $\displaystyle\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx =$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{2}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{}{x+1}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{2}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{1}{x+1}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)} = \frac{A}{x+4} + \frac{B}{(x+4)^2} + \frac{C}{x+1} =$$

$$= \frac{A(x+4)(x+1)+B(x+1)+C(x+4)^2}{(x+4)^2(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(5A+B+8C)+(4A+B+16C)}{(x+4)^2(x+1)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B+3C=-1, \\ 9C=-9 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=3, \\ B=2, \\ C=-1. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{2}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{1}{x+1}\,dx =$$

$$=$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx=\int\frac{3}{x+4}\,dx+\int\frac{2}{(x+4)^2}\,dx-\int\frac{1}{x+1}\,dx=$$

$$=3\ln|x+4|-$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{2}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{1}{x+1}\,dx =$$

$$= 3\ln|x+4| - \frac{2}{x+4} -$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

5) $\displaystyle\int \frac{3x^2+13}{(x+2)(x+1)(x-3)}\,dx.$

Решение.

5) $$\int \frac{2x^2+9\,x-2}{(x+4)^2(x+1)}\,dx = \int \frac{3}{x+4}\,dx + \int \frac{2}{(x+4)^2}\,dx - \int \frac{1}{x+1}\,dx =$$

$$= 3\ln|x+4| - \frac{2}{x+4} - \ln|x+1| + C.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6)

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{}{x^2+9} +$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{\qquad}{x^2+9} + \frac{\qquad}{x+2} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{A}{x^2+9} + \frac{}{x+2} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+}{x^2+9} + \frac{}{x+2} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{}{x+2} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{\qquad}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(\qquad\qquad)(\qquad\qquad)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(\qquad\qquad)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{\qquad\qquad}{(x^2+9)(x+2)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(\qquad\qquad) + x(\qquad\qquad)+}{(x^2+9)(x+2)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2 + 2x + 35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2 + 2x + 35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2 + 2x + 35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C) + x(\qquad\qquad) +}{(x^2+9)(x+2)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+}{(x^2+9)(x+2)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{c|l} = & x^2 \\ = & x \\ = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C = & x^2 \\ \quad\quad = & x \\ \quad\quad = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} A+C=2 & & x^2 \\ & = & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B= & x \\ \qquad\qquad = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{rl|l} A+C & =2 & x^2 \\ 2A+B & =2 & x \\ & = & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C= & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения
вычтем удвоенное
первое уравнение

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения
вычтем удвоенное
первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B-2C= \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Из второго уравнения вычтем удвоенное первое уравнение

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Третье уравнение
можно
пока не менять

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Третье уравнение можно пока не менять

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ 2B \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Третье уравнение можно пока не менять

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ 2B+9C= \end{array}\right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=2 & x^2 \\ 2A+B=2 & x \\ 2B+9C=35 & x^0 \end{array}\right.$$

Третье уравнение можно пока не менять

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ 2B+9C=35 \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ \end{cases}$$

Из третьего уравнения вычтем удвоенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ 2B+9C=35 \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2 + 2x + 35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2 + 2x + 35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2 + 2x + 35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2) + C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C) + x(2A+B) + (2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A + C = 2, \\ B - 2C = -1, \\ 13C = \end{cases}$$

Из третьего уравнения вычтем удвоенное второе уравнение

$$\begin{cases} A + C = 2, \\ B - 2C = -2, \\ 2B + 9C = 35 \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Из третьего уравнения вычтем удвоенное второе уравнение

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-2, \\ 2B+9C=35 \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\left\{ \vphantom{\begin{matrix}a\\b\\c\end{matrix}} \right.$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C= \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B= \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A= \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{}{x^2+9}\,dx +$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{}{x^2+9}\,dx + \int \frac{}{x+2}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{}{x+2}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+}{x^2+9}\,dx + \int \frac{}{x+2}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \dfrac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{}{x+2}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$

$$\frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{C}{x+2} =$$

$$= \frac{(Ax+B)(x+2)+C(x^2+9)}{(x^2+9)(x+2)} =$$

$$= \frac{x^2(A+C)+x(2A+B)+(2B+9C)}{(x^2+9)(x+2)}.$$

$$\begin{cases} A+C=2, \\ B-2C=-1, \\ 13C=39 \end{cases}$$

Завершим вычисление параметров

$$\begin{cases} A=-1, \\ B=4, \\ C=3. \end{cases}$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx +$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\displaystyle\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{4\,dx}{x^2+9} +$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{4\,dx}{x^2+9} + 3\ln|x+2| =$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

б) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

б) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$

$$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{4\,dx}{x^2+9} + 3\ln|x+2| =$$

$$= -\frac{1}{2}\ln\left|x^2+9\right| +$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$
$$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{4\,dx}{x^2+9} + 3\ln|x+2| =$$
$$= -\frac{1}{2}\ln\left|x^2+9\right| + \frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{x}{3} +$$

Пример 28. *Вычислить интегралы:*

6) $\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx.$

Решение.

6) $$\int \frac{2x^2+2x+35}{(x^2+9)(x+2)}\,dx = \int \frac{-x+4}{x^2+9}\,dx + \int \frac{3}{x+2}\,dx =$$
$$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2+9}\,dx + \int \frac{4\,dx}{x^2+9} + 3\ln|x+2| =$$
$$= -\frac{1}{2}\ln\left|x^2+9\right| + \frac{1}{3}\operatorname{arctg}\frac{x}{3} + 3\ln|x+2| + C.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\, dx =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \arcsin x \\ dv = \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \arcsin x \\ dv = dx \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int xe^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \arcsin x & du = \\ dv = dx & \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & \end{matrix} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = \end{matrix} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3 e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$

$= \arcsin x \cdot$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\, dx = \left| \begin{array}{lr} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$

$= \arcsin x \cdot x -$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $$\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x\arcsin x - \frac{1}{2}\int \frac{d\left(x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int x e^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x \, dx}{\sqrt{1-x^2}} = x \arcsin x - \frac{1}{2} \int \frac{d\left(x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x \arcsin x \ldots$$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^{x}\, dx$; *в)* $\int x^{3} e^{x}\, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^{2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x\, dx}{\sqrt{1-x^{2}}} = x \arcsin x - \frac{1}{2} \int \frac{d\left(x^{2}\right)}{\sqrt{1-x^{2}}} =$$

$$= x \arcsin x + \frac{1}{2} \int \frac{d\left(1-x^{2}\right)}{\sqrt{1-x^{2}}} =$$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx/\sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} = x \arcsin x - \frac{1}{2}\int \frac{d\left(x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\arcsin x + \frac{1}{2}\int \frac{d\left(1-x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} = x\arcsin x + \sqrt{1-x^2}\ldots$$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int x e^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

а) $\int \arcsin x \, dx = \left| \begin{matrix} u = \arcsin x & du = dx / \sqrt{1-x^2} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$

$$= \arcsin x \cdot x - \int \frac{x \, dx}{\sqrt{1-x^2}} = x \arcsin x - \frac{1}{2} \int \frac{d\left(x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x \arcsin x + \frac{1}{2} \int \frac{d\left(1-x^2\right)}{\sqrt{1-x^2}} = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C.$$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x \, dx$; ***б)*** $\int xe^x \, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x \, dx =$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x\,dx$; ***б)*** $\int xe^x\,dx$; ***в)*** $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\,dx = \left|\begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array}\right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int xe^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = x \\ dv = \end{array} \qquad\qquad\qquad \right| =$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int x e^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int x e^x\, dx = \left| \begin{array}{l} u = x \\ dv = e^x dx \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\,dx = \left| \begin{matrix} u = x & du = \\ dv = e^x dx & \end{matrix} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\,dx = \begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & \end{vmatrix} =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int xe^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x \, dx = \left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = \end{matrix} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int x e^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $\int x e^x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x \cdot$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x \, dx$; ***б)*** $\int xe^x \, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x \cdot e^x -$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x \cdot e^x - \int e^x\, dx =$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x\,dx$; ***б)*** $\int xe^x\,dx$; ***в)*** $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x \cdot e^x - \int e^x\,dx =$

$= x\,e^x -$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int xe^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x \, dx = \left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x \cdot e^x - \int e^x \, dx =$

$= x\, e^x - e^x \ldots$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int xe^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

б) $\int xe^x\, dx = \begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{vmatrix} = x \cdot e^x - \int e^x\, dx =$

$= x\, e^x - e^x + C.$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x\,dx$; ***б)*** $\int xe^x\,dx$; ***в)*** $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx =$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x \, dx$; ***б)*** $\int x e^x \, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

в) $$\int x^3 e^x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \right| =$$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int x e^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = x^3 \\ dv = \end{array} \right| =$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int xe^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\, dx = \left| \begin{array}{l} u = x^3 \\ dv = e^x dx \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = \\ dv = e^x dx & \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = \end{matrix} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int x e^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int xe^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \begin{vmatrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{vmatrix} = x^3 \cdot e^x -$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int x e^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

$$\text{в) } \int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \right| =$$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & \\ dv = & \end{matrix} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

$$\text{в) } \int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} u = x^2 \\ dv = e^x dx \end{array} \right| =$$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = \\ dv = e^x dx & \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int x e^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

в) $$\int x^3 e^x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3 \int x^2 e^x dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x \, dx \\ dv = e^x dx & \end{array} \right| =$$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3 \int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = \end{matrix} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left| \begin{array}{lr} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{lr} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left|\begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix}\right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left|\begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix}\right| = x^3e^x - 3 \ldots$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 e^x - 3\left(x^2 e^x - 2\int x\, e^x dx\right) =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $$\int x^3e^x\,dx = \left|\begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix}\right| = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$$

$$= \left|\begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix}\right| = x^3e^x - 3\Big(x^2e^x - 2\int x\,e^x dx\Big) =$$

$$\left|\begin{matrix} u = & \\ dv = & \end{matrix}\right| =$$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3e^x - 3\left(x^2e^x - 2\int x\,e^x dx\right) =$

$\left| \begin{array}{ll} u = x & \\ dv = & \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

в) $$\int x^3e^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^xdx & v = e^x \end{array} \right| = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^xdx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^xdx & v = e^x \end{array} \right| = x^3e^x - 3\left(x^2e^x - 2\int x\,e^xdx\right) =$$

$$\left| \begin{array}{ll} u = x & \\ dv = e^xdx & \end{array} \right| =$$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x \, dx$; *б)* $\int xe^x \, dx$; *в)* $\int x^3 e^x \, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3 \int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x \, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 e^x - 3\left(x^2 e^x - 2 \int x \, e^x dx\right) =$

$\left| \begin{array}{ll} u = x & du = \\ dv = e^x dx & \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 e^x - 3\left(x^2 e^x - 2\int x\, e^x dx\right) =$

$\left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & \end{matrix} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3e^x - 3\left(x^2e^x - 2\int x\, e^x dx\right) =$

$\left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int x e^x\, dx$; *в)* $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 e^x - 3\left(x^2 e^x - 2\int x\, e^x dx\right) =$

$\left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\,dx$; *б)* $\int xe^x\,dx$; *в)* $\int x^3e^x\,dx$.

Решение.

$$\text{в) } \int x^3e^x\,dx = \begin{vmatrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^xdx & v = e^x \end{vmatrix} = x^3\cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$$

$$= \begin{vmatrix} u = x^2 & du = 2x\,dx \\ dv = e^xdx & v = e^x \end{vmatrix} = x^3e^x - 3\Big(x^2e^x - 2\int x\,e^x dx\Big) =$$

$$\begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = e^xdx & v = e^x \end{vmatrix} = x^3e^x - 3x^2e^x + 6\ldots$$

Пример 29. ***а)*** $\int \arcsin x\, dx$; ***б)*** $\int x e^x\, dx$; ***в)*** $\int x^3 e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3 e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2 dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2 e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 e^x - 3\left(x^2 e^x - 2\int x\, e^x dx\right) =$

$\left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6\left(x\, e^x - \int e^x\, dx\right) =$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3e^x\, dx$.

Решение.

в) $\int x^3e^x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$

$= \left| \begin{array}{ll} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3e^x - 3\Big(x^2e^x - 2\int x\, e^x dx\Big) =$

$\left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{array} \right| = x^3e^x - 3x^2e^x + 6\Big(x\, e^x - \int e^x\, dx\Big) =$

$= x^3e^x - 3x^2e^x + 6\left(x\, e^x - e^x\right) \ldots$

Пример 29. *а)* $\int \arcsin x\, dx$; *б)* $\int xe^x\, dx$; *в)* $\int x^3e^x\, dx$.

Решение.

в) $$\int x^3e^x\, dx = \left| \begin{matrix} u = x^3 & du = 3x^2dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3 \cdot e^x - 3\int x^2e^x dx =$$

$$= \left| \begin{matrix} u = x^2 & du = 2x\, dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3e^x - 3\left(x^2e^x - 2\int x\, e^x dx\right) =$$

$$\left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x dx & v = e^x \end{matrix} \right| = x^3e^x - 3x^2e^x + 6\left(x\, e^x - \int e^x\, dx\right) =$$

$$= x^3e^x - 3x^2e^x + 6\,(x\, e^x - e^x) + C.$$

Вернёмся к лекции, рассмотрим **другой пример** или **решим задачи?**

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение.

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \sqrt{1-x^2} \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \sqrt{1-x^2} \\ \\ dv = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{aligned} u &= \sqrt{1-x^2} \\ dv &= dx \end{aligned} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \\ dv = dx & \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*

а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & \end{matrix} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = \end{matrix} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} -$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(\qquad - x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x \cdot (-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} +$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x \cdot (-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} -$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x\sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int\sqrt{1-x^2}\,dx = \left|\begin{array}{ll} u=\sqrt{1-x^2} & du=\dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv=dx & v=x \end{array}\right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2}-\int\frac{x\cdot(-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2}-\int\frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2}+\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}-\int\sqrt{1-x^2}\,dx =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} +$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x \cdot (-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x -$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)**

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а)

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

$$2\int \sqrt{1-x^2}\,dx = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx =$

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

$$2\int \sqrt{1-x^2}\,dx = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

$$\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} u = \sqrt{1-x^2} & du = \dfrac{x\,dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx & v = x \end{matrix} \right| =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{x\cdot(-2x)\,dx}{2\sqrt{1-x^2}} = x\sqrt{1-x^2} - \int \frac{(-1+1-x^2)\,dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \int \sqrt{1-x^2}\,dx =$$

$$= x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x - \int \sqrt{1-x^2}\,dx.$$

$$2\int \sqrt{1-x^2}\,dx = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \qquad\qquad +$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} +$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} +$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} +$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} +$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} +$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{1-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*

а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{1-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} +$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*

а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{1-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **а)** $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{1-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} = \sqrt{1-x^2}.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx = \dfrac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \dfrac{\arcsin x}{2} + C.$

Проверим:

$$\left(\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\arcsin x}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{x\cdot(-2x)}{2\cdot 2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{1-x^2}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} = \sqrt{1-x^2}.$$ Ура!

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = e^x \\ dv = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = e^x \\ dv = \sin x\,dx \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = \\ dv = \sin x\,dx & \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **б)**

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение.   б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left|\begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array}\right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left|\begin{array}{l} u = \\ \end{array}\right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{l} u = e^x \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & \\ dv = & \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{l} u = e^x \\ dv = \cos x\,dx \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = \\ dv = \cos x\,dx & \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$;   *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x +$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; **б)** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x -$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б)

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; ***б)*** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. **б)**

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{matrix} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{matrix} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

$$2\int e^x \sin x\,dx = -e^x \cos x + e^x \sin x.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б) $\int e^x \sin x\,dx =$

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{matrix} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int (-\cos x) e^x dx = \left| \begin{matrix} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{matrix} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

$$2\int e^x \sin x\,dx = -e^x \cos x + e^x \sin x.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б) $\int e^x \sin x\,dx = \dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C.$

$$\int e^x \sin x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \sin x\,dx & v = -\cos x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x - \int(-\cos x)e^x dx = \left| \begin{array}{ll} u = e^x & du = e^x dx \\ dv = \cos x\,dx & v = \sin x \end{array} \right| =$$

$$= -e^x \cos x + e^x \sin x - \int \sin x\, e^x dx.$$

$$2\int e^x \sin x\,dx = -e^x \cos x + e^x \sin x.$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б) $\int e^x \sin x\,dx = \dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C.$

$$\left(\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C\right)' =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; **б)** $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б) $\int e^x \sin x\,dx = \dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C.$

$$\left(\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} +$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*
а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б) $\int e^x \sin x\,dx = \dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C.$

$$\left(\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + \frac{e^x(\cos x + \sin x)}{2} =$$

Пример 30. *Вычислите интегралы:*

а) $\int \sqrt{1-x^2}\,dx$; *б)* $\int e^x \sin x\,dx$.

Решение. б) $\int e^x \sin x\,dx = \dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C.$

$$\left(\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + C\right)' =$$

$$= \frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2} + \frac{e^x(\cos x + \sin x)}{2} = e^x \sin x.$$

Вернёмся к лекции или **решим задачи?**

Пример 31. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9 - x^2}\, dx$; ***б)*** $\int \sqrt{25 + x^2}\, dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\, dx$.

Решение.

Пример 31. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$;

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx =$

Пример 31. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$;

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \qquad\qquad\qquad \right| =$

Пример 31. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$;

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t \\ dx = \end{array} \right| =$

Пример 31. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$;

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| =$

Пример 31. *Вычислите:* ***a)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$;

Решение.

a) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

Пример 31. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9 - x^2}\, dx$;

Решение.

а) $\int \sqrt{9 - x^2}\, dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t \\ dx = 3\cos t\, dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\, dt =$

$= 9 \int \frac{1 + \cos 2t}{2}\, dt =$

Пример 31. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx;$

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$= 9\int \dfrac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \dfrac{9t}{2} + \dfrac{9}{4}\sin 2t \ldots$

Пример 31. *Вычислите:* ***a)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx;$

Решение.

a) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$= 9\int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{9t}{2} + \frac{9}{4}\sin 2t + C =$

Пример 31. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$;

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$= 9\int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{9t}{2} + \frac{9}{4}\sin 2t + C = \frac{9t}{2} + \frac{9}{2}\sin t\cos t + C =$$

Пример 31. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$;

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$= 9\int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{9t}{2} + \frac{9}{4}\sin 2t + C = \frac{9t}{2} + \frac{9}{2}\sin t\cos t + C =$$

$$= \frac{9}{2}\arcsin\frac{x}{3} + \frac{9}{2}\cdot\frac{x}{3}\cdot$$

Пример 31. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$;

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$= 9\int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{9t}{2} + \frac{9}{4}\sin 2t + C = \frac{9t}{2} + \frac{9}{2}\sin t\cos t + C =$$

$$= \frac{9}{2}\arcsin\frac{x}{3} + \frac{9}{2}\cdot\frac{x}{3}\cdot\sqrt{1-\frac{x^2}{9}} + C =$$

Пример 31. *Вычислите:* ***а)*** $\int \sqrt{9-x^2}\,dx$;

Решение.

а) $\int \sqrt{9-x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 3\sin t \\ dx = 3\cos t\,dt \end{array} \right| = \int 3\cos t \cdot 3\cos t\,dt =$

$$= 9\int \frac{1+\cos 2t}{2}\,dt = \frac{9t}{2} + \frac{9}{4}\sin 2t + C = \frac{9t}{2} + \frac{9}{2}\sin t\cos t + C =$$

$$= \frac{9}{2}\arcsin\frac{x}{3} + \frac{9}{2}\cdot\frac{x}{3}\cdot\sqrt{1-\frac{x^2}{9}} + C = \frac{9}{2}\arcsin\frac{x}{3} + \frac{9}{2}x\sqrt{9-x^2} + C.$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx =$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = \\ dx = \end{array} \qquad\qquad\qquad\qquad \right| =$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25 + x^2}\, dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\, dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = \end{array} \qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25 + x^2}\, dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25 + x^2}\, dx = \left| \begin{array}{l} x = 5 \operatorname{tg} t \\ dx = 5\, dt / \cos^2 t \end{array} \right| =$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx;$

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

Вообще говоря, $\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 t}} = \frac{1}{|\cos t|}$.

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

Вообще говоря, $\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\,x} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 t}} = \dfrac{1}{|\cos t|}$.

Можно рассматривать только случай, когда $x \geqslant 0$.

В противном случае

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{aligned} x &= 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx &= 5\,dt/\cos^2 t \end{aligned} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

Вообще говоря, $\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\,x} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 t}} = \dfrac{1}{|\cos t|}$.

Можно рассматривать только случай, когда $x \geqslant 0$.

В противном случае сделали бы замену $x = -\,\mathrm{tg}\,t$.

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} =$$

Вообще говоря, $\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 x} = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2 t}} = \dfrac{1}{|\cos t|}$.

Можно рассматривать только случай, когда $x \geqslant 0$.

В противном случае сделали бы замену $x = -\operatorname{tg} t$.

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{matrix} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{matrix} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y)(1+y)^2 + B(1+y)^2 + C(1-y)^2(1+y) + D(1-y)^2 = 1.$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+y)^2 + C(1-y)^2(1+y) + D(1-y)^2 = 1.$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)^2(1+y) + D(1-y)^2 = 1.$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-y)^2 = 1.$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{aligned} x &= 5\operatorname{tg} t \\ dx &= 5\,dt/\cos^2 t \end{aligned} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{aligned} y &= \sin t \\ dy &= d\,(\sin t) \end{aligned} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} \\ \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A+B+C+D = 1, \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx;$

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A + B + C + D = 1, \\ A + 2B - C - 2D = 0, \\ \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{matrix} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{aligned} x &= 5\operatorname{tg} t \\ dx &= 5\,dt/\cos^2 t \end{aligned} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{aligned} y &= \sin t \\ dy &= d(\sin t) \end{aligned} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -A+C=0, \\ \\ \\ \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{array} \right. \qquad \left\{ \begin{array}{l} -A+C=0, \\ \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Пример 31. *Вычислите:* б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array}\right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left|\begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array}\right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} \\ \\ \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{matrix} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=C, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=C, \\ \\ \\ \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2 t}\cdot \frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \\ 2B-2C=0 \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \\ 2B-2C=0 \end{cases} \begin{cases} \\ \\ C=1/4, \\ \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \\ 2B-2C=0 \end{cases} \quad \begin{cases} A=1/4, \\ \\ C=1/4, \\ \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y) + B(1+2y+y^2) + C(1-y)(1-y^2) + D(1-2y+y^2) = 1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1, \\ A+2B-C-2D=0, \\ -A+B-C+D=0, \\ -A+C=0 \end{cases} \begin{cases} -A+C=0, \\ B+2C+D=1, \\ 2B-2D=0, \\ B-2C+D=0 \end{cases} \begin{cases} A=C, \\ 4C=1, \\ B=D, \\ 2B-2C=0 \end{cases} \begin{cases} A=1/4, \\ B=1/4, \\ C=1/4, \end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int\sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int\sqrt{25+x^2}\,dx=\left|\begin{array}{l} x=5\operatorname{tg}t\\ dx=5\,dt/\cos^2 t\end{array}\right|=\int\sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t}=$$

$$=\int\frac{25\,dt}{\cos^3 t}=\int\frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t}=\int\frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2}=\left|\begin{array}{l} y=\sin t\\ dy=d(\sin t)\end{array}\right|=$$

$$=\int\frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2}=$$

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2}=\frac{A}{1-y}+\frac{B}{(1-y)^2}+\frac{C}{1+y}+\frac{D}{(1+y)^2}.$$

$$A(1-y^2)(1+y)+B(1+2y+y^2)+C(1-y)(1-y^2)+D(1-2y+y^2)=1.$$

$$\begin{cases} A+B+C+D=1,\\ A+2B-C-2D=0,\\ -A+B-C+D=0,\\ -A+C=0\end{cases}\quad\begin{cases} -A+C=0,\\ B+2C+D=1,\\ 2B-2D=0,\\ B-2C+D=0\end{cases}\quad\begin{cases} A=C,\\ 4C=1,\\ B=D,\\ 2B-2C=0\end{cases}\quad\begin{cases} A=1/4,\\ B=1/4,\\ C=1/4,\\ D=1/4.\end{cases}$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| +$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\displaystyle \int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} +$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx;$

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| -$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{matrix} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| +$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \quad \sin\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} =$$ $\sin\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{5}\right) = \operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{5}\right)\cos\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{5}\right) =$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot \frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \qquad \sin\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \tfrac{x}{5}\ \cos\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \quad \sin\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \tfrac{x}{5}\cos\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \frac{x}{5\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{5}\right)}} =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $$\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{matrix} x = 5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{matrix} \right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2\,t}\cdot\frac{5\,dt}{\cos^2 t} =$$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\,(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{matrix} y = \sin t \\ dy = d\,(\sin t) \end{matrix} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \quad \sin\left(\mathrm{arctg}\,\tfrac{x}{5}\right) = \tfrac{x}{5}\,\cos\left(\mathrm{arctg}\,\tfrac{x}{5}\right) = \frac{x}{5\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\left(\mathrm{arctg}\,\frac{x}{5}\right)}} = \frac{x}{\sqrt{25+x^2}}.$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C =$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left|\begin{array}{l} x=5\,\mathrm{tg}\,t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array}\right| = \int \sqrt{25+25\,\mathrm{tg}^2 t}\cdot\dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d\left(\sin t\right)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left|\begin{array}{l} y=\sin t \\ dy = d\left(\sin t\right) \end{array}\right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \quad \sin\left(\mathrm{arctg}\,\tfrac{x}{5}\right) = \tfrac{x}{5}\,\cos\left(\mathrm{arctg}\,\tfrac{x}{5}\right) = \frac{x}{5\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\left(\mathrm{arctg}\,\frac{x}{5}\right)}} = \frac{x}{\sqrt{25+x^2}}.$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C = \frac{25}{4}\ln\frac{\sqrt{25+x^2}+x}{\sqrt{25+x^2}-x} +$$

Пример 31. *Вычислите:* *б)* $\int \sqrt{25+x^2}\,dx$;

Решение.

б) $\int \sqrt{25+x^2}\,dx = \left| \begin{array}{l} x = 5\operatorname{tg} t \\ dx = 5\,dt/\cos^2 t \end{array} \right| = \int \sqrt{25+25\operatorname{tg}^2 t} \cdot \dfrac{5\,dt}{\cos^2 t} =$

$$= \int \frac{25\,dt}{\cos^3 t} = \int \frac{25\cos t\,dt}{\cos^4 t} = \int \frac{25\,d(\sin t)}{\left(1-\sin^2 t\right)^2} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ dy = d(\sin t) \end{array} \right| =$$

$$= \int \frac{25\,dy}{(1-y)^2(1+y)^2} = \quad \sin\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \tfrac{x}{5}\cos\left(\operatorname{arctg}\tfrac{x}{5}\right) = \frac{x}{5\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\left(\operatorname{arctg}\frac{x}{5}\right)}} = \frac{x}{\sqrt{25+x^2}}.$$

$$= \int \frac{25\,dy}{4(1-y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1-y)^2} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)} + \int \frac{25\,dy}{4(1+y)^2} =$$

$$= -\frac{25}{4}\ln|1-y| + \frac{25}{4(1-y)} + \frac{25}{4}\ln|1+y| - \frac{25}{4(1+y)} + C =$$

$$= \frac{25}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right| + \frac{25\,y}{2(1-y^2)} + C = \frac{25}{4}\ln\frac{\sqrt{25+x^2}+x}{\sqrt{25+x^2}-x} + \frac{x\sqrt{25+x^2}}{2} + C.$$

Пример 31. *Вычислите:* ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx =$

Пример 31. *Вычислите:* ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left|\begin{array}{l} t = \\ \\ dt = \end{array}\right| =$$

Пример 31. *Вычислите:* ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{2x+1} \\ dt = \end{array} \right| =$$

Пример 31. *Вычислите:* ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt= & \end{array} \right| =$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

$$\text{в)}\ \int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t = \sqrt{2x+1} & 2x+1 = t^2 \\ dt = & x = \dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| =$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt=t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| =$$

Пример 31. *Вычислите:* ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & \ \ t+1 \\ \hline & \end{array}$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & \;\; t+1 \\ \cline{2-2} & \;\; t \end{array}$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & \ t+1 \\ \cline{2-2} t^2+t & \ t \\ \hline \end{array}$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & \quad t+1 \\ \cline{2-2} \underline{t^2+t} & \quad t-1 \end{array}$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & t+1 \\ \cline{2-2} t^2+t & t-1 \\ \hline \quad -t & \end{array}$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array}\right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{r|l} t^2+0t+0 & \;t+1 \\ \cline{2-2} t^2+t \quad\;\; & \;t-1 \\ \hline -t \quad\;\; & \\ -t-1 & \\ \hline \end{array}$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array}\right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{r|l} t^2+0t+0 & \ t+1 \\ \cline{2-2} t^2+t & \ t-1 \\ \cline{1-1} -t & \\ -t-1 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Пример 31. *Вычислите:* ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} =$$

$$\begin{array}{l|l} t^2+0t+0 & t+1 \\ \cline{2-2} \underline{t^2+t} & t-1 \\ \quad -t & \\ \quad \underline{-t-1} & \\ \qquad\quad 1 & \end{array}$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt=t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t +$$

Пример 31. *Вычислите:* **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x = \dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| \ldots$$

Пример 31. *Вычислите:* ***в)*** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{matrix} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt=t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{matrix} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| + C =$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt=t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| + C =$$

$$= \frac{2x+1}{2} -$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{array}{ll} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{array} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| + C =$$

$$= \frac{2x+1}{2} - \sqrt{2x+1} +$$

Пример 31. *Вычислите:* *в)* $\displaystyle\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx.$

Решение.

в) $$\int \frac{\sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x+1}+1}\,dx = \left| \begin{matrix} t=\sqrt{2x+1} & 2x+1=t^2 \\ dt = t\,dt & x=\dfrac{t^2-1}{2} \end{matrix} \right| = \int \frac{t\cdot t\,dt}{t+1} =$$

$$= \int (t-1)\,dt + \int \frac{dt}{t+1} = \frac{t^2}{2} - t + \ln|t+1| + C =$$

$$= \frac{2x+1}{2} - \sqrt{2x+1} + \ln\left(\sqrt{2x+1}+1\right) + C.$$

Вернёмся к лекции или решим задачи?

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x + \sin^2 2x\right) - 2\sin 2x \cos 2x}{\left(\cos^2 2x - \sin^2 2x\right) - \sin^2 2x} dx =$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x-2\cos 2x\sin 2x+\sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x-2\sin^2 2x\right)}dx =$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x + \sin^2 2x\right) - 2\sin 2x \cos 2x}{\left(\cos^2 2x - \sin^2 2x\right) - \sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x - 2\cos 2x \sin 2x + \sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x + \cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x - 2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1 - 2\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)(1 - 2\operatorname{tg}^2 2x)} \cdot \frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x + \sin^2 2x\right) - 2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x - \sin^2 2x\right) - \sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x - 2\cos 2x\sin 2x + \sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x + \cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x - 2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1 - 2\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)(1-2\operatorname{tg}^2 2x)} \cdot \frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} t = \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x-2\cos 2x\sin 2x+\sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x-2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1-2\operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)(1-2\operatorname{tg}^2 2x)}\cdot\frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ \\ \end{array} \right| =$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x-2\cos 2x\sin 2x+\sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x-2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1-2\operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)(1-2\operatorname{tg}^2 2x)}\cdot\frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} \qquad t=\operatorname{tg} x \\ dt= \end{array} \qquad\qquad \right| =$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x-2\cos 2x\sin 2x+\sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x-2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1-2\,\mathrm{tg}\,2x+\mathrm{tg}^2\,2x}{(1+\mathrm{tg}^2\,2x)\,(1-2\,\mathrm{tg}^2\,2x)}\cdot\frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left|\begin{array}{c} t=\mathrm{tg}\,x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| =$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x + \sin^2 2x\right) - 2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x - \sin^2 2x\right) - \sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x - 2\cos 2x\sin 2x + \sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x + \cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x - 2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1 - 2\,\mathrm{tg}\,2x + \mathrm{tg}^2\,2x}{(1+\mathrm{tg}^2\,2x)(1 - 2\,\mathrm{tg}^2\,2x)} \cdot \frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left| \begin{array}{c} t = \mathrm{tg}\,x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \qquad\qquad\qquad dt.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x+\sin^2 2x\right)-2\sin 2x\cos 2x}{\left(\cos^2 2x-\sin^2 2x\right)-\sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x-2\cos 2x\sin 2x+\sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x+\cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x-2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1-2\operatorname{tg} 2x+\operatorname{tg}^2 2x}{(1+\operatorname{tg}^2 2x)\,(1-2\operatorname{tg}^2 2x)}\cdot\frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$= \int \frac{\left(\cos^2 2x + \sin^2 2x\right) - 2\sin 2x \cos 2x}{\left(\cos^2 2x - \sin^2 2x\right) - \sin^2 2x}dx =$$

$$= \int \frac{\cos^2 2x - 2\cos 2x \sin 2x + \sin^2 2x}{\left(\sin^2 2x + \cos^2 2x\right)\left(\cos^2 2x - 2\sin^2 2x\right)}dx =$$

$$= \int \frac{1 - 2\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg}^2 2x}{\left(1+\operatorname{tg}^2 2x\right)\left(1 - 2\operatorname{tg}^2 2x\right)} \cdot \frac{1}{\cos^2 2x}dx =$$

$$= \left|\begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} =$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{}{1+t^2}+$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{}{1+t^2}+\frac{}{\sqrt{2}t-1}+$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt=dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{}{1+t^2}+\frac{}{\sqrt{2}t-1}+\frac{}{\sqrt{2}t+1}.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{}{\sqrt{2}t-1} + \frac{}{\sqrt{2}t+1}.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{}{\sqrt{2}t+1}.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\, dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.* Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}. \quad \Big| \ldots \cdot (\sqrt{2}t-1)$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*

Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}. \quad \Big| \ldots \cdot \left(\sqrt{2}t-1\right)$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\left(1+\sqrt{2}t\right)} = \frac{(At+B)\left(\sqrt{2}t-1\right)}{1+t^2}+C+\frac{D\left(\sqrt{2}t-1\right)}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*

Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}. \quad \Big|\ldots\cdot(\sqrt{2}t-1)$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\left(1+\sqrt{2}t\right)} = \frac{(At+B)\left(\sqrt{2}t-1\right)}{1+t^2} + C + \frac{D\left(\sqrt{2}t-1\right)}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*

Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.

Подставим в последнее равенство $t = 1/\sqrt{2}$.

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}. \quad \Big| \ldots \cdot (\sqrt{2}t-1)$$

$$\frac{1-\sqrt{2}+\frac{1}{2}}{\left(1+\frac{1}{2}\right)(1+1)} = \frac{\left(A\frac{1}{\sqrt{2}}+B\right)\cdot 0}{1+\frac{1}{2}} + C + \frac{D\cdot 0}{1+1}.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\left(1+\sqrt{2}t\right)} = \frac{(At+B)\left(\sqrt{2}t-1\right)}{1+t^2} + C + \frac{D\left(\sqrt{2}t-1\right)}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*

Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.

Подставим в последнее равенство $t = 1/\sqrt{2}$.

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}. \quad \Big| \ldots \cdot (\sqrt{2}t-1)$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \qquad \frac{1-\sqrt{2}+\frac{1}{2}}{\left(1+\frac{1}{2}\right)(1+1)} = \frac{\left(A\frac{1}{\sqrt{2}}+B\right)\cdot 0}{1+\frac{1}{2}}+C+\frac{D\cdot 0}{1+1}.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\left(1+\sqrt{2}t\right)} = \frac{(At+B)\left(\sqrt{2}t-1\right)}{1+t^2}+C+\frac{D\left(\sqrt{2}t-1\right)}{\sqrt{2}t+1}.$$

Для нахождения A, B, C применим *метод сокращения.*
Умножим обе части равенства на, допустим, $\left(\sqrt{2}t-1\right)$.
Подставим в последнее равенство $t=1/\sqrt{2}$.

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\, dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6},$$

Теперь умножим обе части равенства на $\left(\sqrt{2}t+1\right)$, и, после сокращения, подставим $t = -1/\sqrt{2}$.

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6},$$

Теперь умножим обе части равенства на $\left(\sqrt{2}t+1\right)$, и, после сокращения, подставим $t = -1/\sqrt{2}$.

В итоге получим D.

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Теперь умножим обе части равенства на $\left(\sqrt{2}t+1\right)$, и, после сокращения, подставим $t = -1/\sqrt{2}$.

В итоге получим D.

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1 - B + (-A-(4/3))\,t +}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} & t^0 \\ & t \\ & t^2 \\ & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} \quad =1, & \Big| \; t^0 \\ & \Big| \; t \\ & \Big| \; t^2 \\ & \Big| \; t^3 \end{array}\right.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l|l} 1-B = 1, & t^0 \\ & t \\ & t^2 \\ & t^3 \end{array} \right.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} 1-B=1, & \\ \qquad\qquad =-2, & \\ & \\ & \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} t^0 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{array}\right.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} 1-B = 1, & t^0 \\ -A-(4/3) = -2, & t \\ & t^2 \\ & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\, dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

$$\left\{ \begin{array}{rl|l} 1-B\!\!\!\!& = 1, & t^0 \\ -A-(4/3)\!\!\!\!& = -2, & t \\ & = 1, & t^2 \\ & & t^3 \end{array} \right.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} 1-B=1, & t^0 \\ -A-(4/3)=-2, & t \\ 2B+1=1, & t^2 \\ & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{r|l} 1-B= 1, & t^0 \\ -A-(4/3)= -2, & t \\ 2B+1= 1, & t^2 \\ = 0, & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{(1+t^2)\,(1-2t^2)} = \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)\,(1-2t^2)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} 1-B= 1, & t^0 \\ -A-(4/3)= -2, & t \\ 2B+1= 1, & t^2 \\ 2A-(4/3)= 0, & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} 1-B=1, & t^0 \\ -A-(4/3)=-2, & t \\ 2B+1=1, & t^2 \\ 2A-(4/3)=0, & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt.$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

Приведём к общему знаменателю:

$$\frac{1-B+(-A-(4/3))\,t+(2B+1)\,t^2+(2A-(4/3))\,t^3}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} 1-B = 1, & t^0 \\ -A-(4/3) = -2, & t \\ 2B+1 = 1, & t^2 \\ 2A-(4/3) = 0, & t^3 \end{array}\right.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$=$$

$$=$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A=\frac{2}{3}, \quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2} +$$

$$=$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} -$$

$$=$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$=$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\, dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\int \frac{d\left(t^2\right)}{1+t^2} +$$

$$=$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\int \frac{d\left(t^2\right)}{1+t^2} +$$

$$=$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\int \frac{d\left(t^2\right)}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\int \frac{d\left(\sqrt{2}t-1\right)}{\sqrt{2}t-1}-$$

$$=$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\, dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\, dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\, dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right| + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right| -$$

$$=$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x} dx = \left| \begin{array}{c} t = \operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\, dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2} + \frac{C}{\sqrt{2}t-1} + \frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C = \frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D = -\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A = \frac{2}{3}, \quad B = 0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2} + \frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1} - \frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right| + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right| - \frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\int \frac{d\left(\sqrt{2}t+1\right)}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$=$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right|+\frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right|-\frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t+1\right| =$$

$$=$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t+1}=$$

$$=\frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right|+\frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right|-\frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t+1\right|=$$

$$=\frac{1}{3}\ln\left|1+\operatorname{arctg}^2 x\right|+$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left|\begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array}\right| = \int \frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{\left(1+t^2\right)\left(1-2t^2\right)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int \frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right|+\frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right|-\frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t+1\right| =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+\operatorname{arctg}^2 x\right|+\frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}\operatorname{arctg} x-1\right| -$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x - \sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6}, \quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}, \quad A=\frac{2}{3}, \quad B=0.$$

$$= \frac{2}{3}\int\frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right| + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right| - \frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t+1\right| =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+\operatorname{arctg}^2 x\right| + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}\operatorname{arctg} x-1\right| - \frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}\operatorname{arctg} x+1\right| + C.$$

Пример 32. $\displaystyle\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}\,dx.$

Решение.

$$\int \frac{1-\sin 4x}{\cos 4x-\sin^2 2x}dx = \left| \begin{array}{c} t=\operatorname{tg} x \\ dt = dx/\cos^2 x \end{array} \right| = \int \frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)}\,dt =$$

$$\frac{1-2t+t^2}{(1+t^2)(1-2t^2)} = \frac{At+B}{1+t^2}+\frac{C}{\sqrt{2}t-1}+\frac{D}{\sqrt{2}t+1}.$$

$$C=\frac{3-2\sqrt{2}}{6},\quad D=-\frac{3+2\sqrt{2}}{6},\quad A=\frac{2}{3},\quad B=0.$$

Вернёмся к лекции?

$$= \frac{2}{3}\int \frac{t\,dt}{1+t^2}+\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t-1}-\frac{3+2\sqrt{2}}{6}\int\frac{dt}{\sqrt{2}t+1} =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+t^2\right| + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t-1\right| - \frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}t+1\right| =$$

$$= \frac{1}{3}\ln\left|1+\operatorname{arctg}^2 x\right| + \frac{3-2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}\operatorname{arctg} x-1\right| - \frac{3+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}\operatorname{arctg} x+1\right| + C.$$

Задача IX.22. (Ответ приведен на стр.2861.) Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Задача IX.23. (Ответ приведен на стр.2897.) **а)** $\int \ln x \, dx$;
б) $\int x \ln x \, dx$;

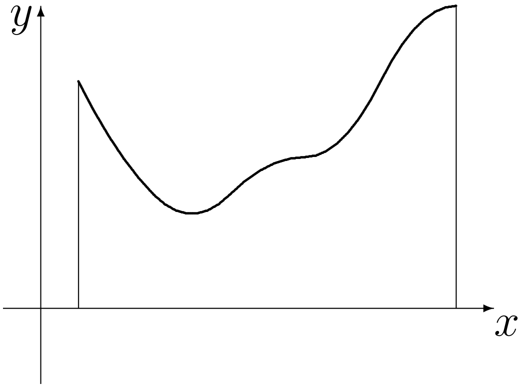
Задача IX.24. (Ответ приведен на стр.2921.) **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$;

б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Задача IX.25. (Ответ приведен на стр.2979.) Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\left(x^2-4x-1\right)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

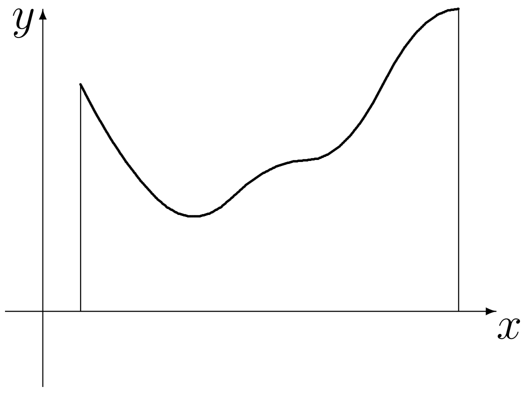
Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение. Пусть S — искомая площадь.



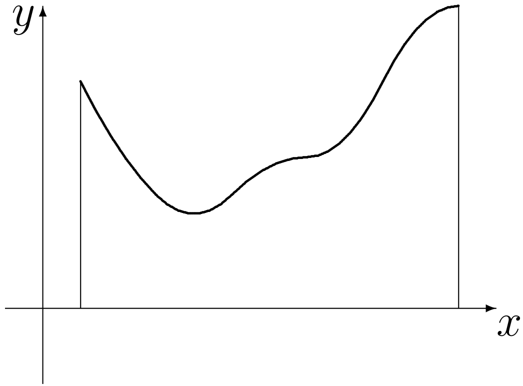
Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение. Пусть S — искомая площадь. Отметим, что в данный момент задача математически некорректна, поскольку мы не определили строго, что такое площадь криволинейной фигуры.



Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение. Пусть S — искомая площадь. Отметим, что в данный момент задача математически некорректна, поскольку мы не определили строго, что такое площадь криволинейной фигуры.

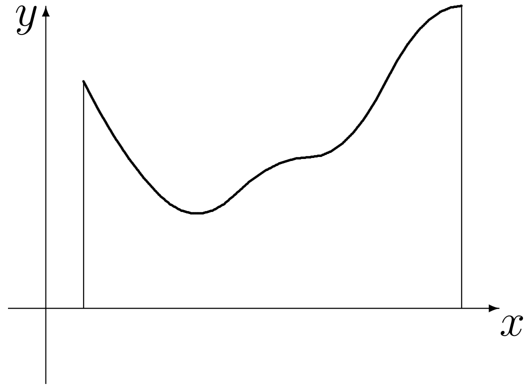


Собственно говоря, в строгом определении этого понятия и состоит наша задача.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение. Разобьем отрезок $[a; b]$ на «маленькие отрезочки», то есть выберем числа x_i, $i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$, таким образом что

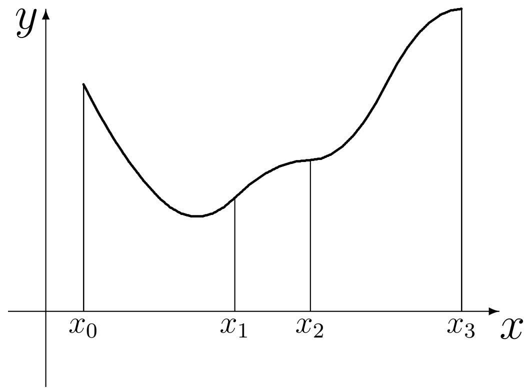
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$



Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

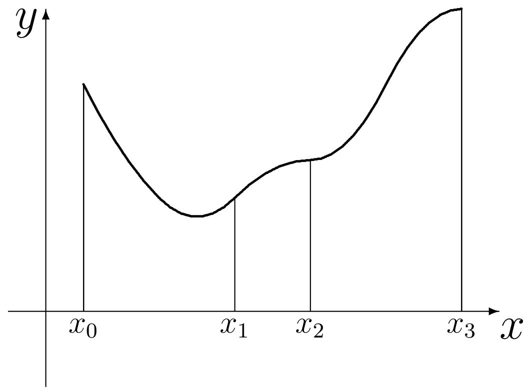
Решение.

$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$



Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

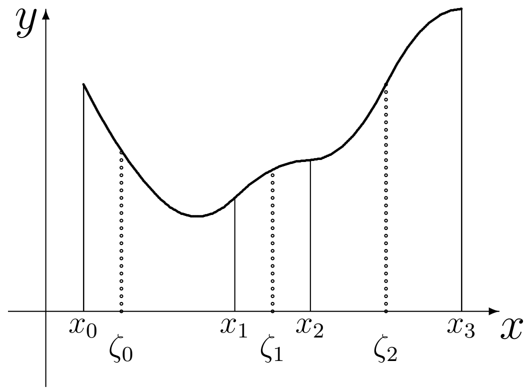


$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

На каждом из «отрезочков» $[x_{i-1}; x_i]$ выберем произвольным образом точку ξ_i.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

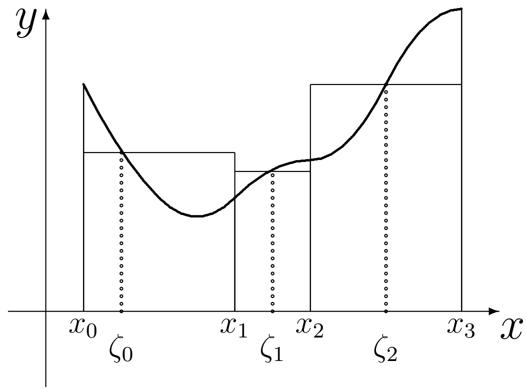


$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

На каждом из «отрезочков» $[x_{i-1}; x_i]$ выберем произвольным образом точку ξ_i.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости* xOy*, ограниченной осью* Ox*, прямыми* $x = a$*,* $x = b$ *и графиком функции* f*. Будем считать, что* f *непрерывна и что на отрезке* $[a; b]$ *значения функции* f *положительны.*

Решение.

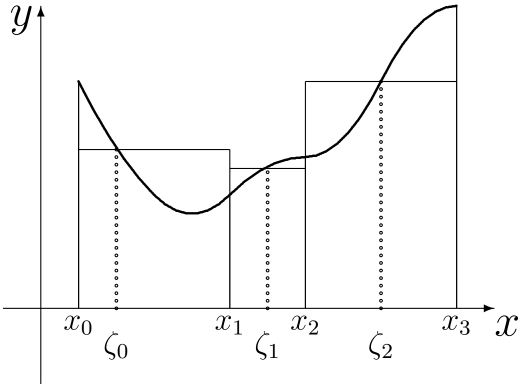


$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

На каждом из «отрезочков» $[x_{i-1}; x_i]$ выберем произвольным образом точку ξ_i. Естественно считать, что искомая площадь примерно равна сумме площадей образовавшихся прямоугольников.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

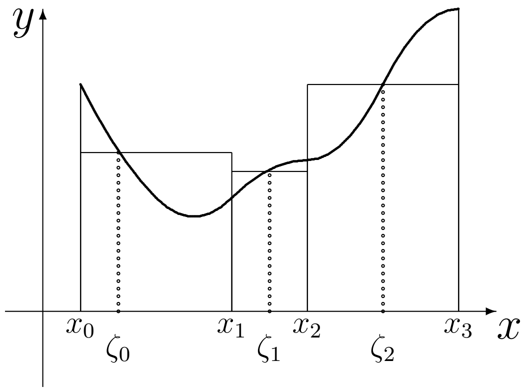


$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

Площадь каждого из прямоугольников равна произведению длины основания, т.е...

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



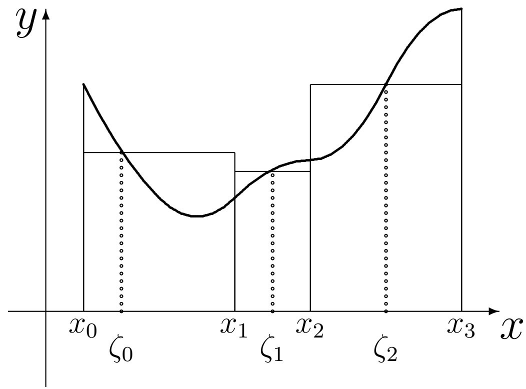
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

Площадь каждого из прямоугольников равна произведению длины основания, т.е. $x_i - x_{i-1}$ на высоту, равную

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

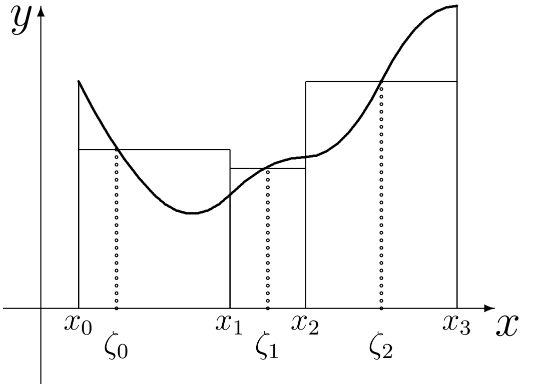
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$



Площадь каждого из прямоугольников равна произведению длины основания, т.е. $x_i - x_{i-1}$ на высоту, равную $f(\xi_i)$.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

Площадь каждого из прямоугольников равна произведению длины основания, т.е. $x_i - x_{i-1}$ на высоту, равную $f(\xi_i)$.

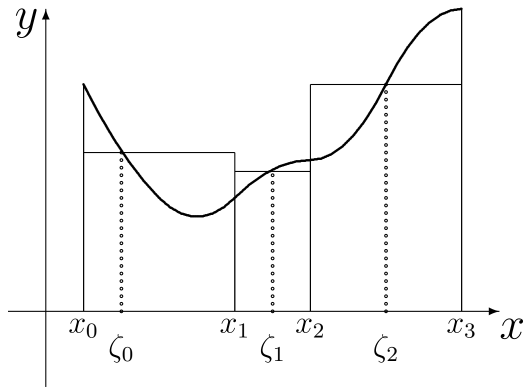
$$S \approx f(\xi_0)\,(x_1 - x_0) + f(\xi_1)\,(x_2 - x_1) + f(\xi_2)\,(x_3 - x_2)\,.$$

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$



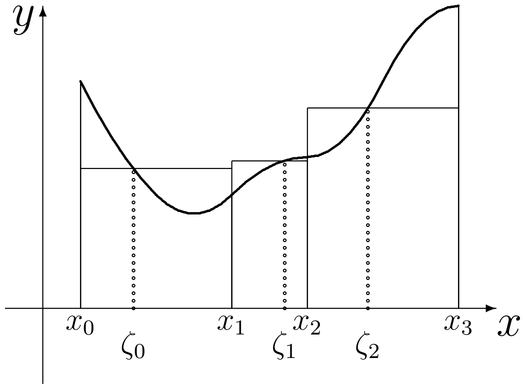
$$S \approx f(\xi_0)\,(x_1 - x_0) + f(\xi_1)\,(x_2 - x_1) + f(\xi_2)\,(x_3 - x_2)\,.$$

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

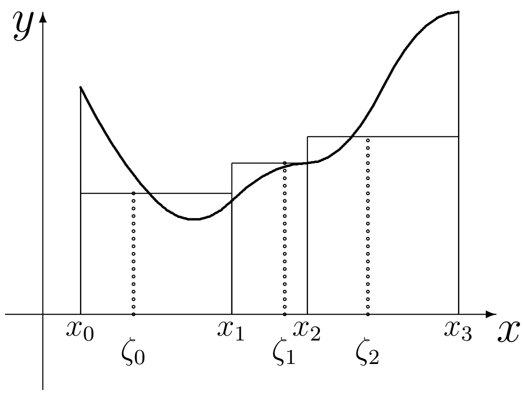
$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$



Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



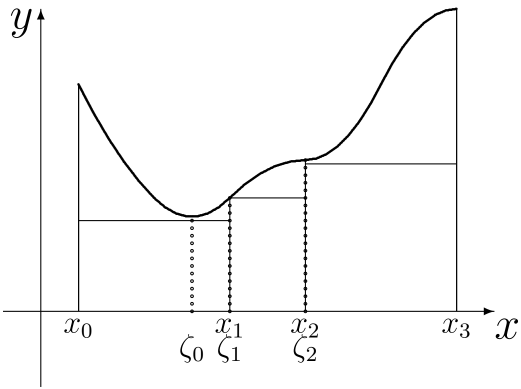
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



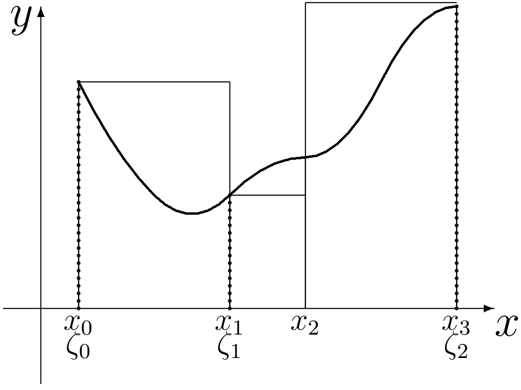
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



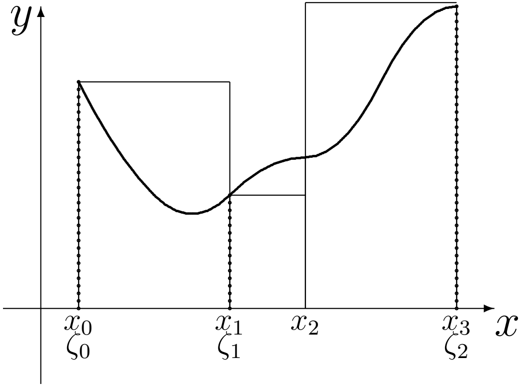
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



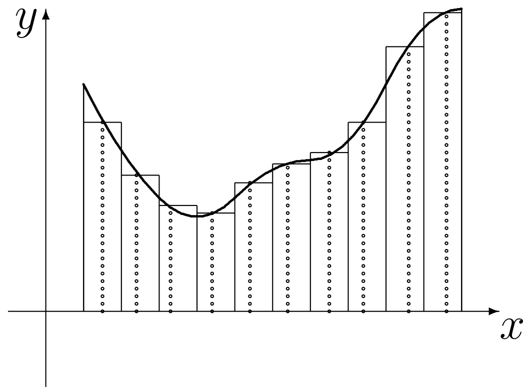
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i. Но при «измельчении» разбиения зависимость от ξ_i резко снижается.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



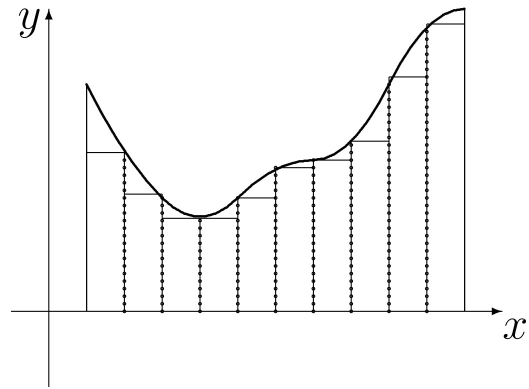
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i. Но при «измельчении» разбиения зависимость от ξ_i резко снижается.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



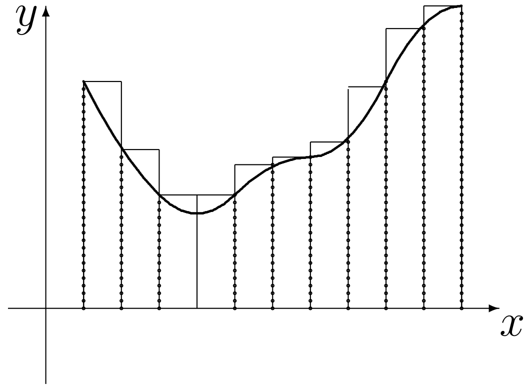
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i. Но при «измельчении» разбиения зависимость от ξ_i резко снижается.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



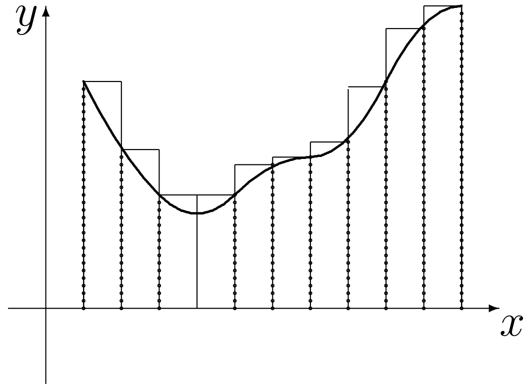
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Разумеется, результат зависит не только от выбора x_i, но и от ξ_i. Но при «измельчении» разбиения зависимость от ξ_i резко снижается.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



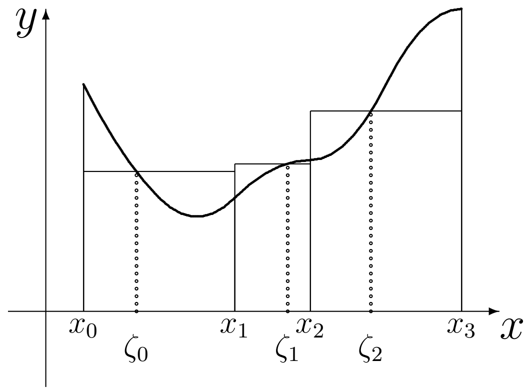
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Появляется искушение записать определение искомой площади в виде $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})$.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



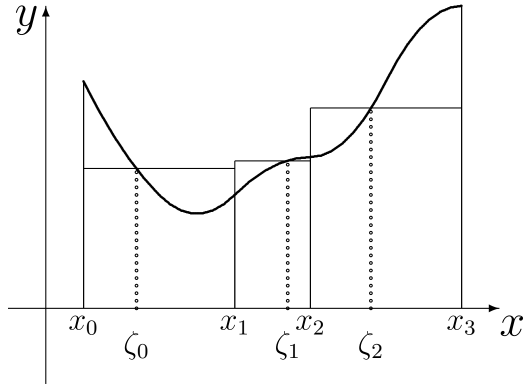
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Однако, мы можем увеличивать количество точек разбиения, «дробя», допустим, $[x_0; x_1]$, и «не трогая» другие отрезки.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



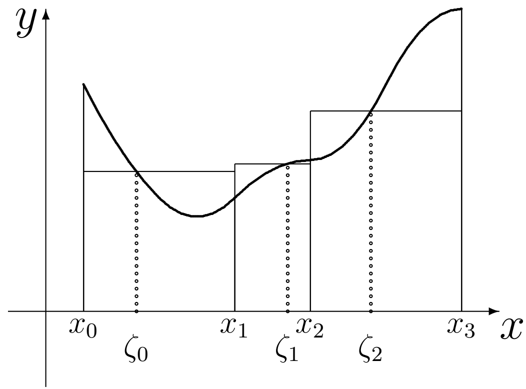
$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Итак, мы должны следить не столько за увеличением n, сколько за размерами самого большого «отрезочка» $[x_{i-1}, x_i]$.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Предел надо брать, устремляя к нулю максимум длин этих отрезков!

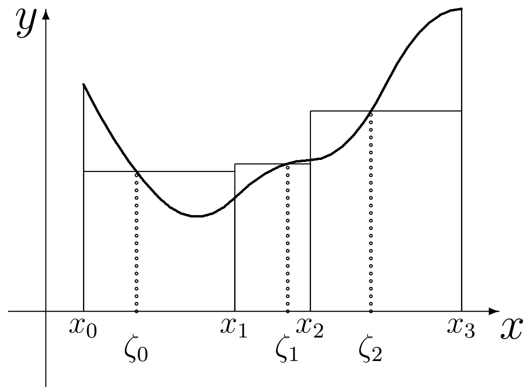
Итак, мы должны следить не столько за увеличением n, сколько за размерами самого большого «отрезочка» $[x_{i-1}, x_i]$.

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.

$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

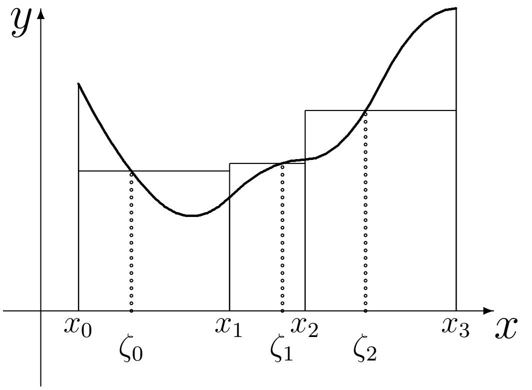
$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$



Предел надо брать, устремляя к нулю максимум длин этих отрезков!

Пример 33. *Требуется найти площадь фигуры на плоскости xOy, ограниченной осью Ox, прямыми $x = a$, $x = b$ и графиком функции f. Будем считать, что f непрерывна и что на отрезке $[a; b]$ значения функции f положительны.*

Решение.



$$a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b.$$

$$S \approx \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (3)$$

Предел надо брать, устремляя к нулю максимум длин этих отрезков!

$$S = \lim_{\max\limits_i |x_i - x_{i-1}| \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\,(x_i - x_{i-1})\,. \qquad (4)$$

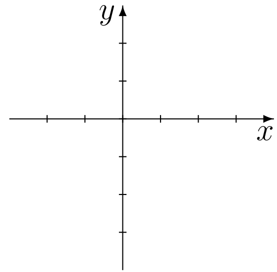
Вернуться к лекции?

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение.

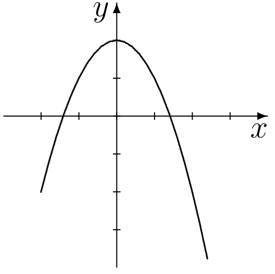
Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение.



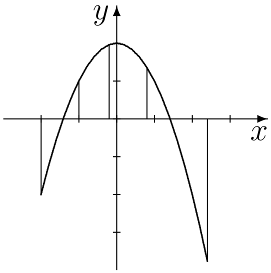
Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение.



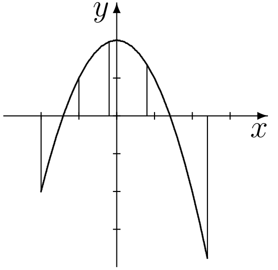
Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение.



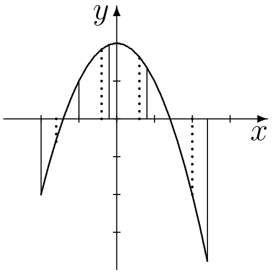
Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



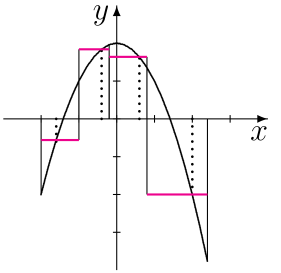
Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



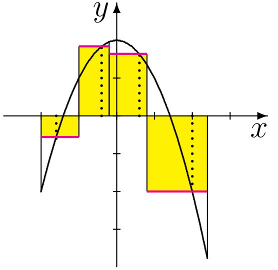
Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



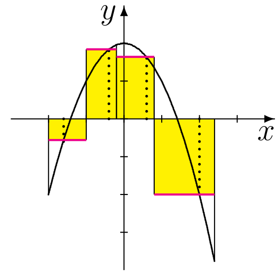
Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

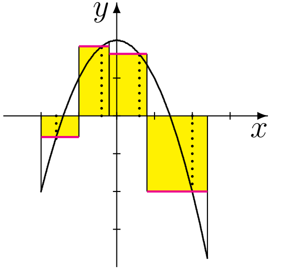
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$$\cdot (-1 - (-2)) +$$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

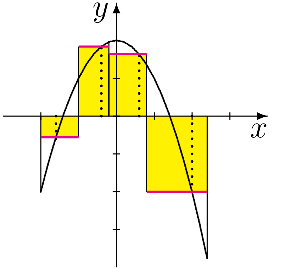
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

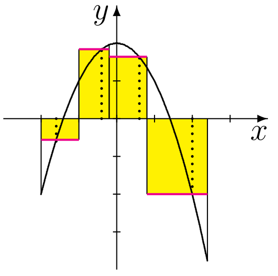
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f(-1,6) \cdot (-1 - (-2)) + \qquad\qquad \cdot (-0,2 - (-1)) +$

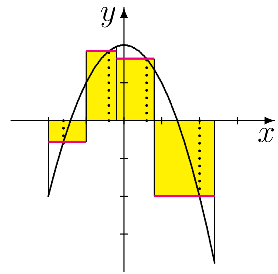
Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



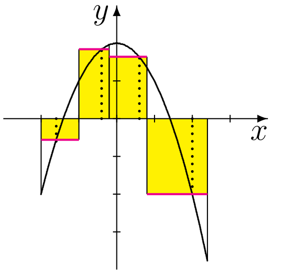
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$$

$$+ \qquad\qquad \cdot (0,8-(-0,2)) +$$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

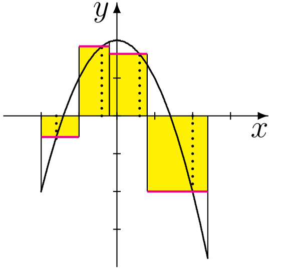


$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

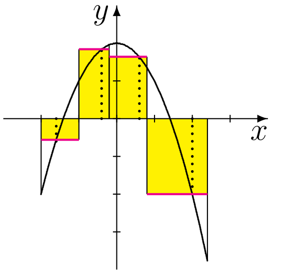
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + \qquad \cdot(2,4-0,8) =$



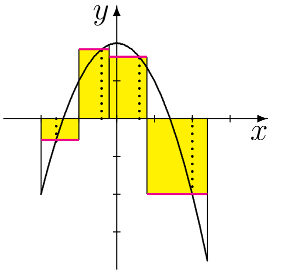
Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$$
$$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

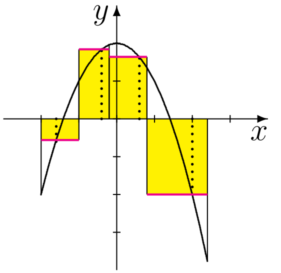


Решение. Выберем точки ξ_i произвольно.

$$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$$
$$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$$
$$= -0,56 \cdot 1 +$$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



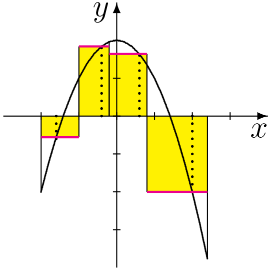
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$

$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$

$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

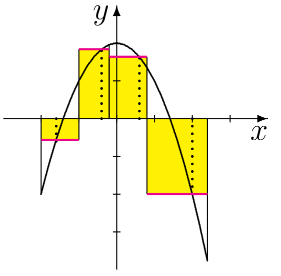
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 +$

Пример 34. *Найти **суммы Дарбу** для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



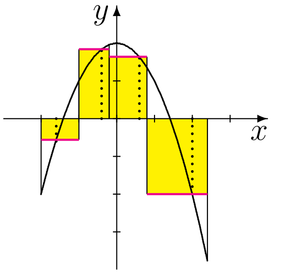
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$

$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$

$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

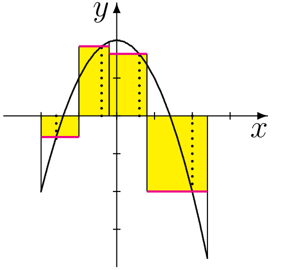
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$$
$$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$$
$$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$$
$$= -0,648.$$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

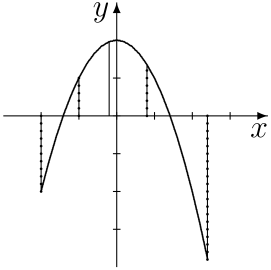


$$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$$
$$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$$
$$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$$
$$= -0,648.$$

Нижняя сумма Дарбу:

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

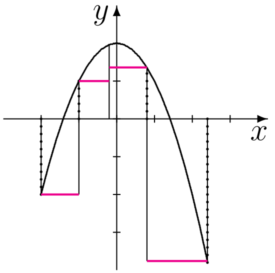
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$
$=-0,56\cdot 1+1,84\cdot 0,8+1,64\cdot 1+(-2)\cdot 1,6=$
$=-0,648.$

Нижняя сумма Дарбу:

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

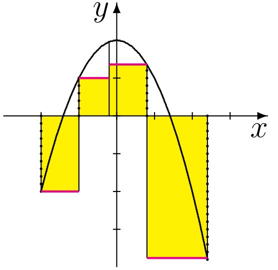


Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$
$=-0,56\cdot 1+1,84\cdot 0,8+1,64\cdot 1+(-2)\cdot 1,6=$
$=-0,648.$

Нижняя сумма Дарбу:

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

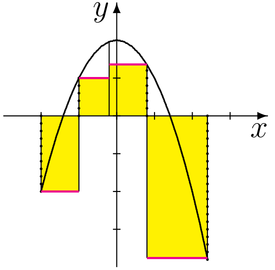


Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу:

Пример 34. *Найти **суммы Дарбу** для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



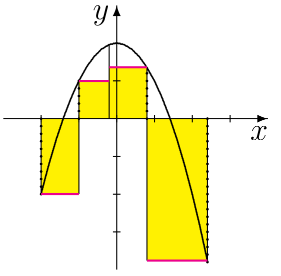
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $\cdot(-1-(-2)) +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

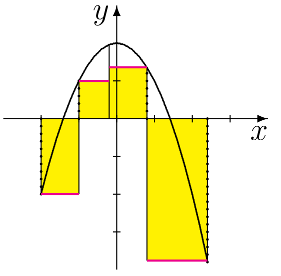


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



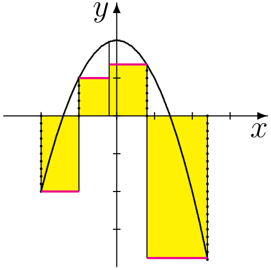
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$

$\cdot(0,8-(-0,2)) +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

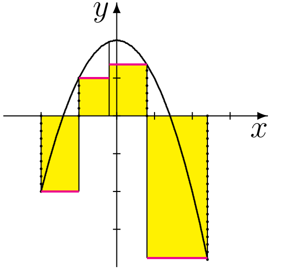


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

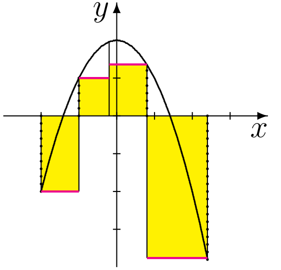
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) +$ $\cdot(-0,2-(-1)) +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

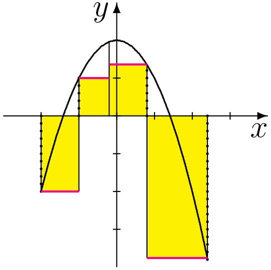


Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

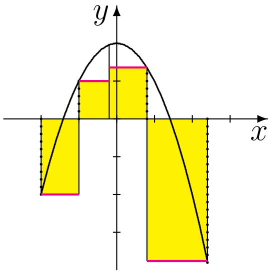


Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) +$ $\cdot(2,4-0,8) =$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

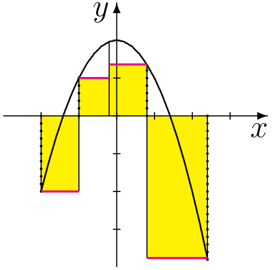


Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



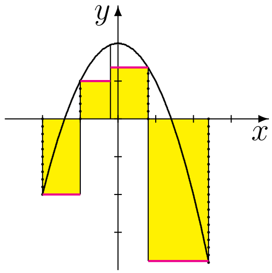
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 +$

Пример 34. *Найти **суммы Дарбу** для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

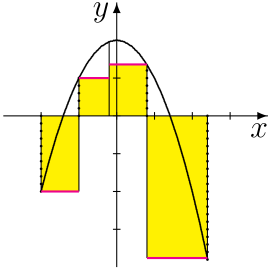


$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

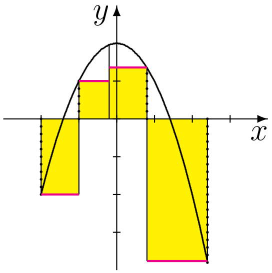


$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8)$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

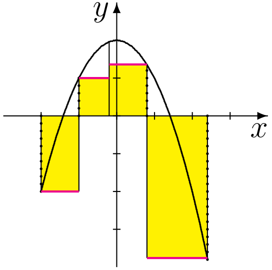
Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 =$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

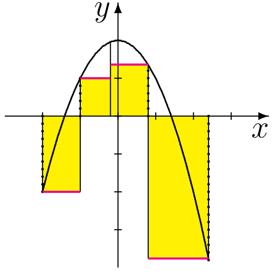


Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$
$= -0,56\cdot 1+1,84\cdot 0,8+1,64\cdot 1+(-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $\quad f\,(-2)\cdot(-1-(-2))+$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1))+f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1+1\cdot 0,8+1,36\cdot 1+(-3,76)\cdot 1,6 =-5,856.$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

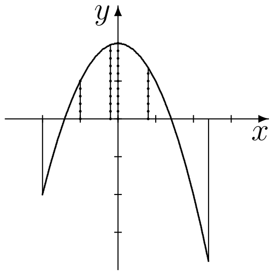
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 0,8 + 1,36 \cdot 1 + (-3,76) \cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу:

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



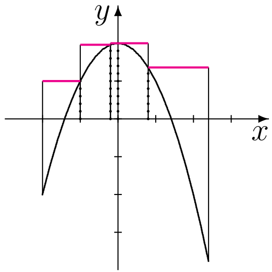
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2))+f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1))+$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(2)\cdot(2,4-0,8)=$
$=-0,56\cdot 1+1,84\cdot 0,8+1,64\cdot 1+(-2)\cdot 1,6=$
$=-0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2))+$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2))+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1))+f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8)=$
$=(-2)\cdot 1+1\cdot 0,8+1,36\cdot 1+(-3,76)\cdot 1,6=-5,856.$

Верхняя сумма Дарбу:

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

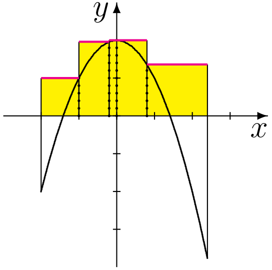


$f(-1,6) \cdot (-1 - (-2)) + f(-0,4) \cdot (-0,2 - (-1)) +$
$+ f(0,6) \cdot (0,8 - (-0,2)) + f(2) \cdot (2,4 - 0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2) \cdot (-1 - (-2)) +$
$+ f(0,8) \cdot (0,8 - (-0,2)) + f(-0,2) \cdot (-0,2 - (-1)) + f(2,4) \cdot (2,4 - 0,8) =$
$= (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 0,8 + 1,36 \cdot 1 + (-3,76) \cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу:

Пример 34. *Найти **суммы Дарбу** для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

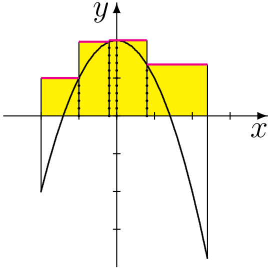
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу:

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



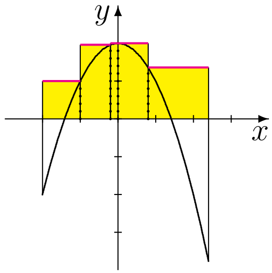
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $\cdot(-1-(-2)) +$

Пример 34. *Найти **суммы Дарбу** для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

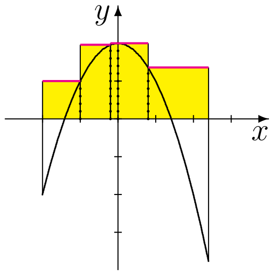


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

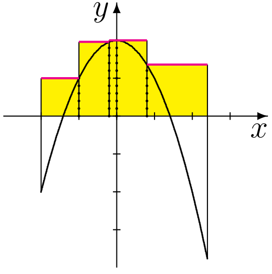
$f(-1,6) \cdot (-1 - (-2)) + f(-0,4) \cdot (-0,2 - (-1)) +$
$+ f(0,6) \cdot (0,8 - (-0,2)) + f(2) \cdot (2,4 - 0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2) \cdot (-1 - (-2)) +$
$+ f(0,8) \cdot (0,8 - (-0,2)) + f(-0,2) \cdot (-0,2 - (-1)) + f(2,4) \cdot (2,4 - 0,8) =$
$= (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 0,8 + 1,36 \cdot 1 + (-3,76) \cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1) \cdot (-1 - (-2)) +$
$\cdot (-0,2 - (-1)) +$

Пример 34. *Найти* **суммы Дарбу** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

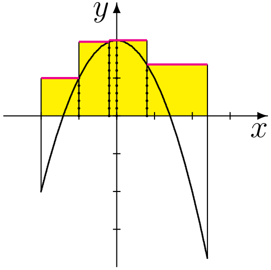


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

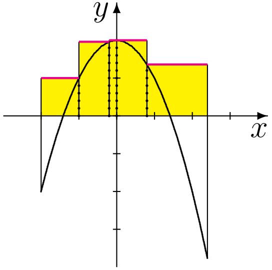
$$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$$
$$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$$
$$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$$
$$= -0,648.$$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$$
$$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$$+ f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + \qquad \cdot(0,8-(-0,2)) +$$

Пример 34. *Найти* **суммы Дарбу** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

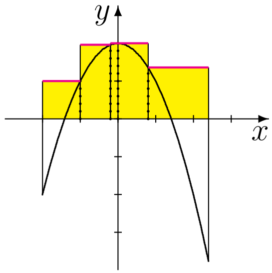


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) +$

Пример 34. *Найти **суммы Дарбу** для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4.$



Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

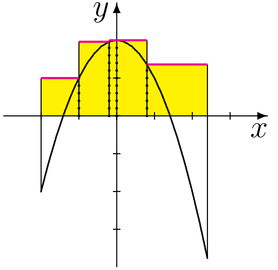
$$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$$
$$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$$
$$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$$
$$= -0,648.$$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$$
$$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$$+ f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + \qquad \cdot(2,4-0,8) =$$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



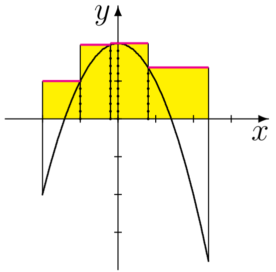
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + + f(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



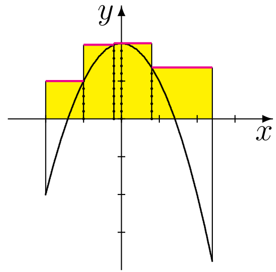
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + + f\,(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



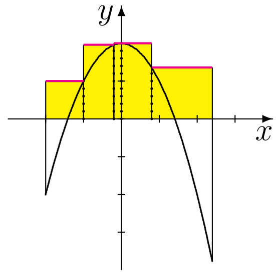
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + +f\,(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 +$

Пример 34. *Найти* **суммы Дарбу** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



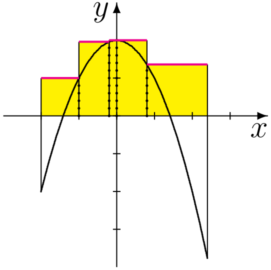
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + +f(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 + 2\cdot 1 +$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



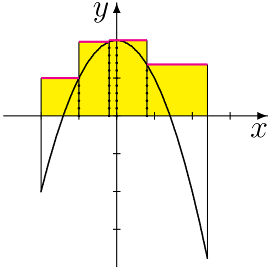
$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + +f(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 + 2\cdot 1 + 1,36\cdot 1,6 =$

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выберем точки ξ_i произвольно.

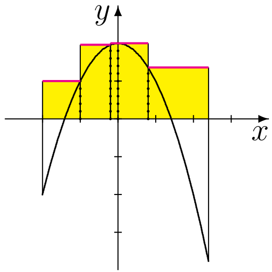


$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + + f(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 + 2\cdot 1 + 1,36\cdot 1,6 = 6,744,$

Пример 34. *Найти **суммы Дарбу** для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

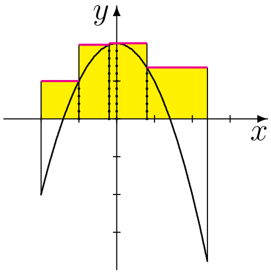
$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + +f\,(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 + 2\cdot 1 + 1,36\cdot 1,6 = 6,744,$

Значения сумм сильно различаются...

Пример 34. *Найти* ***суммы Дарбу*** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.



Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.

$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

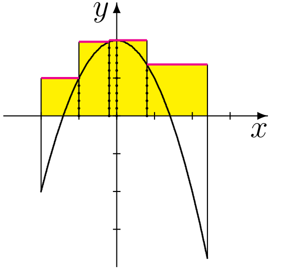
Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + + f\,(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 + 2\cdot 1 + 1,36\cdot 1,6 = 6,744,$

Диаметр разбиения слишком велик: он равен

Пример 34. *Найти* **суммы Дарбу** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f\,(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f\,(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+ f\,(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56 \cdot 1 + 1,84 \cdot 0,8 + 1,64 \cdot 1 + (-2) \cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

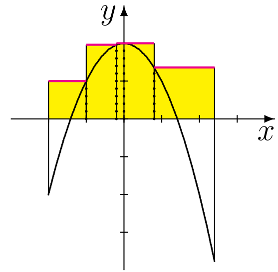
Нижняя сумма Дарбу: $f\,(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1 \cdot 0,8 + 1,36 \cdot 1 + (-3,76) \cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f\,(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+ f\,(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f\,(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + + f\,(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1 \cdot 1 + 1,96 \cdot 0,8 + 2 \cdot 1 + 1,36 \cdot 1,6 = 6,744,$

Диаметр разбиения слишком велик: он равен 1,6.

Пример 34. *Найти* **суммы Дарбу** *для функции* $f(x) = 2 - x^2$ *при разбиении* $-2 < -1 < -0,2 < 0,8 < 2,4$.

Решение. Выдерем точки ξ_i произвольно.



$f(-1,6)\cdot(-1-(-2)) + f(-0,4)\cdot(-0,2-(-1)) +$
$+f(0,6)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(2)\cdot(2,4-0,8) =$
$= -0,56\cdot 1 + 1,84\cdot 0,8 + 1,64\cdot 1 + (-2)\cdot 1,6 =$
$= -0,648.$

Нижняя сумма Дарбу: $f(-2)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(0,8)\cdot(0,8-(-0,2)) + f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(2,4)\cdot(2,4-0,8) =$
$= (-2)\cdot 1 + 1\cdot 0,8 + 1,36\cdot 1 + (-3,76)\cdot 1,6 = -5,856.$

Верхняя сумма Дарбу: $f(-1)\cdot(-1-(-2)) +$
$+f(-0,2)\cdot(-0,2-(-1)) + f(0)\cdot(0,8-(-0,2)) + + f(0,8)\cdot(2,4-0,8) =$
$= 1\cdot 1 + 1,96\cdot 0,8 + 2\cdot 1 + 1,36\cdot 1,6 = 6,744,$

Вернёмся к лекции?

Пример 35. *Найти* $\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение.

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \dfrac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Не видно, как упростить интеграл «занесением чего-либо под знак интеграла».

Пример 35. *Найти* $\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Пример 35. *Найти* $\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Поэтому остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям.

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \left| \begin{array}{l} 5-x=t^2 \\ 5-1=\alpha^2 \\ 5-4=\beta^2 \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \left| \begin{array}{ll} 5-x=t^2 & dx=-2t\,dt \\ 5-1=\alpha^2 & \\ 5-4=\beta^2 & \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Найти* $\displaystyle\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \left|\begin{array}{ll} 5-x=t^2 & dx=-2t\,dt \\ 5-1=\alpha^2 & \alpha=2 \\ 5-4=\beta^2 & \end{array}\right| =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \left| \begin{array}{ll} 5-x=t^2 & dx=-2t\,dt \\ 5-1=\alpha^2 & \alpha=2 \\ 5-4=\beta^2 & \beta=1 \end{array} \right| =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \left| \begin{array}{ll} 5-x=t^2 & dx=-2t\,dt \\ 5-1=\alpha^2 & \alpha=2 \\ 5-4=\beta^2 & \beta=1 \end{array} \right| = \int\limits_2^1 \frac{-2t\,dt}{(5-t^2)\cdot t} =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \left| \begin{array}{ll} 5-x=t^2 & dx=-2t\,dt \\ 5-1=\alpha^2 & \alpha=2 \\ 5-4=\beta^2 & \beta=1 \end{array} \right| = \int\limits_2^1 \frac{-2t\,dt}{(5-t^2)\cdot t} =$$

$$= \frac{-2}{2\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\sqrt{5}+t}{\sqrt{5}-t}\right|\Bigg|_2^1 =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \left| \begin{array}{ll} 5-x=t^2 & dx=-2t\,dt \\ 5-1=\alpha^2 & \alpha=2 \\ 5-4=\beta^2 & \beta=1 \end{array} \right| = \int\limits_2^1 \frac{-2t\,dt}{(5-t^2)\cdot t} =$$

$$= \frac{-2}{2\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\sqrt{5}+t}{\sqrt{5}-t}\right|\Bigg|_2^1 = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}\right| - \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}\right| =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \int\limits_2^1 \frac{-2t\,dt}{(5-t^2)\cdot t} = \frac{1}{\sqrt{5}}\ln\left|\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}\right| - \frac{1}{\sqrt{5}}\ln\left|\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}\right| =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = \int\limits_2^1 \frac{-2t\,dt}{(5-t^2)\cdot t} = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}\right| - \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}\right| =$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}{5-1}\right| + \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\left(\sqrt{5}+2\right)^2}{5-2^2}\right| =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = -\frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}{5-1}\right| + \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left|\frac{\left(\sqrt{5}+2\right)^2}{5-2^2}\right| =$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left|\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right| + \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left(9+4\sqrt{5}\right) =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = -\frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left|\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right| + \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left(9+4\sqrt{5}\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \frac{2\left(9+4\sqrt{5}\right)}{3+\sqrt{5}} =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = -\frac{1}{\sqrt{5}} \ln \left| \frac{3+\sqrt{5}}{2} \right| + \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \left(9+4\sqrt{5}\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \frac{2\left(9+4\sqrt{5}\right)}{3+\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \frac{2\left(9+4\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)}{3^2-5} =$$

Пример 35. *Найти* $\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}}$.

Решение. Применим **рекомендации по вычислению интеграла**.

Используя **замены из таблицы**, получаем, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, («толстый логарифм»)

$$\int\limits_1^4 \frac{dx}{x\sqrt{5-x}} = -\frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left|\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right| + \frac{1}{\sqrt{5}} \ln\left(9+4\sqrt{5}\right) =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \frac{2\left(9+4\sqrt{5}\right)}{3+\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \frac{2\left(9+4\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)}{3^2-5} = \frac{1}{\sqrt{5}} \ln \frac{7+3\sqrt{5}}{2}.$$

Вернуться к лекции?

Пример 36. *Найти* $\displaystyle\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение.

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Разумеется, в основе техники вычислений лежит **формула Ньютона-Лейбница**.

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx.$

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Упростить интеграл «занесением чего-либо под знак интеграла» не удается.

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Подынтегральная функция не является дробно-рациональной.

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx =$$

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = x \\ dv = e^x\,dx \end{array} \qquad\qquad\qquad \right| =$$

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \begin{vmatrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & \end{vmatrix} =$$

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & v = e^x \end{array} \right| =$$

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx.$

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & v = e^x \end{array} \right| = xe^x\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 e^x\,dx =$$

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & v = e^x \end{array} \right| = xe^x\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 e^x\,dx = e - e^x\Big|_0^1 =$$

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left| \begin{matrix} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & v = e^x \end{matrix} \right| = xe^x\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 e^x\,dx = e - e^x\Big|_0^1 =$$

$$= e - (e - 1) =$$

Пример 36. *Найти* $\int\limits_0^1 xe^x\,dx$.

Решение. Используем **рекомендации по вычислению интеграла**.

Остается либо замена переменной, либо интегрирование по частям:

$$\int\limits_0^1 xe^x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = x & du = dx \\ dv = e^x\,dx & v = e^x \end{array} \right| = xe^x\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 e^x\,dx = e - e^x\Big|_0^1 =$$

$$= e - (e - 1) = 1.$$

Вернуться к лекции?

Пример 37. *Вычислите площадь:*

а) *одной арки синусоиды* $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$;

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

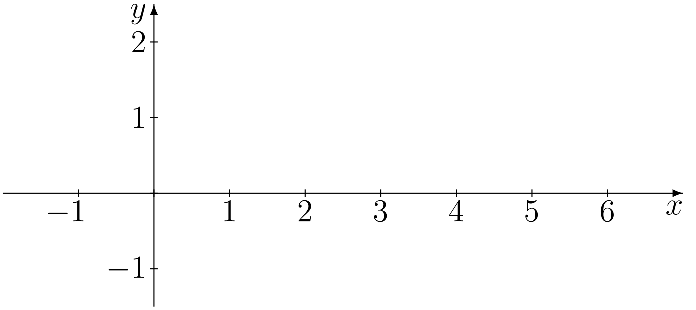
Решение.

Пример 37. *Вычислите площадь:*

а) *одной арки синусоиды* $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; ***б)...***

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

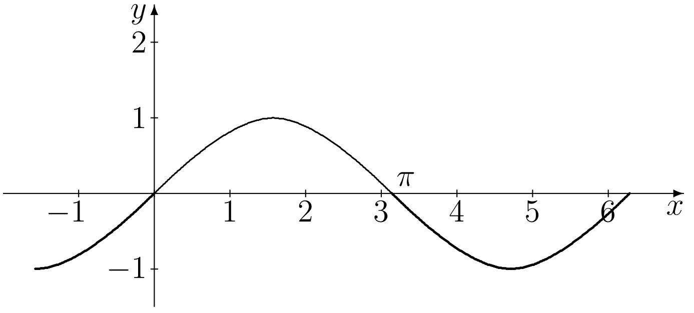


Пример 37. *Вычислите площадь:*

а) *одной арки синусоиды* $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

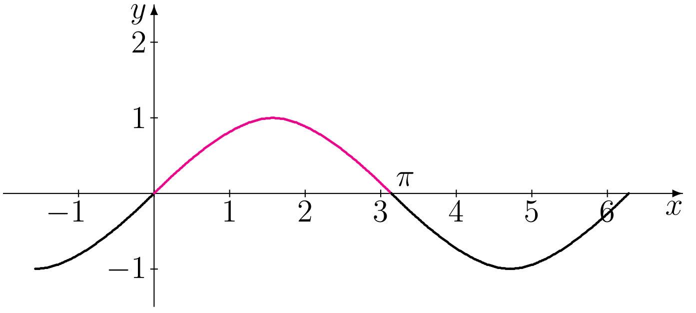


Пример 37. *Вычислите площадь:*

а) *одной арки синусоиды* $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)…*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна



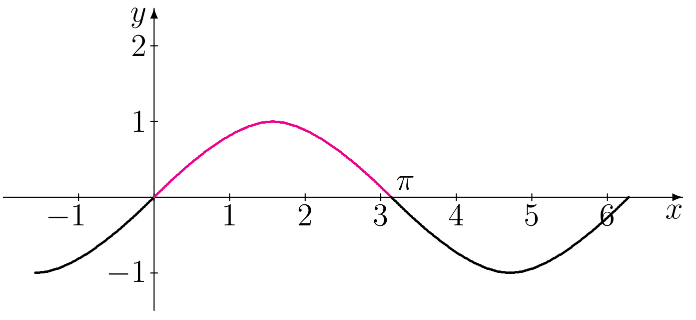
Пример 37. *Вычислите площадь:*

а) *одной арки синусоиды* $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^\pi \left(\qquad\qquad \right) dx =$$



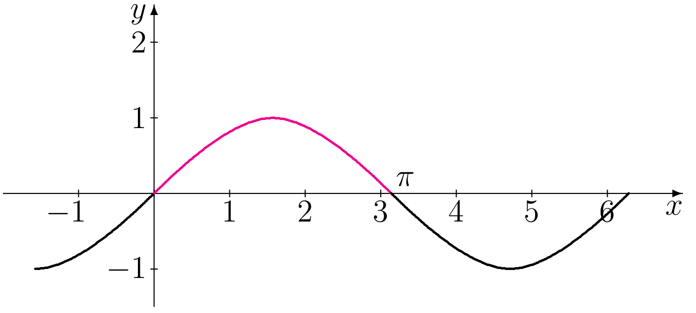
Пример 37. *Вычислите площадь:*

а) *одной арки синусоиды* $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{\pi} (\qquad - \quad)\, dx =$$



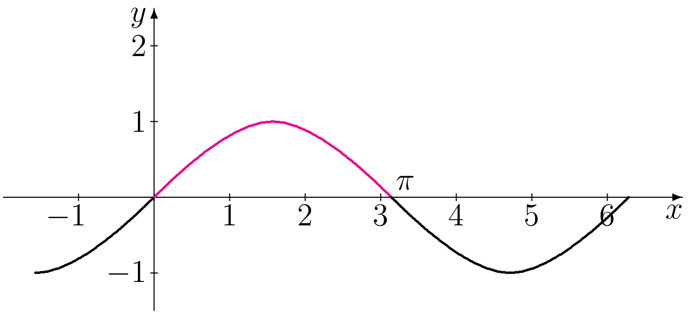
Пример 37. *Вычислите площадь:*

а) одной арки синусоиды $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; ***б)...***

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{\pi} (\sin x - \quad)\, dx =$$



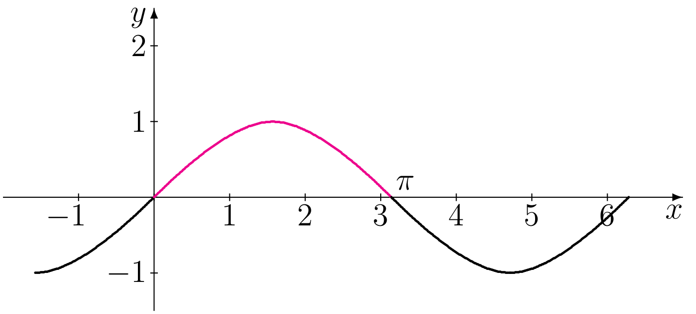
Пример 37. *Вычислите площадь:*

а) одной арки синусоиды $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{\pi} (\sin x - 0)\ dx =$$

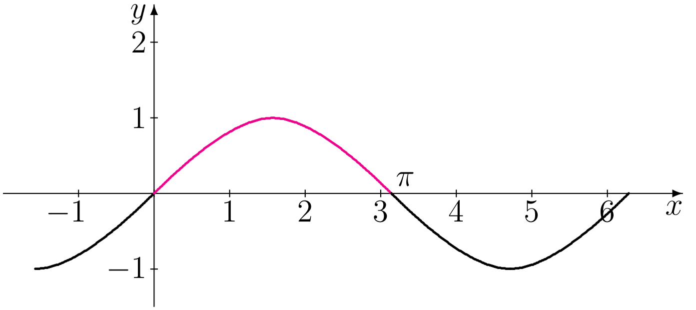


Пример 37. *Вычислите площадь:*

а) одной арки синусоиды $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна $\int_0^{\pi} (\sin x - 0)\ dx = -\cos x\Big|_0^{\pi} =$

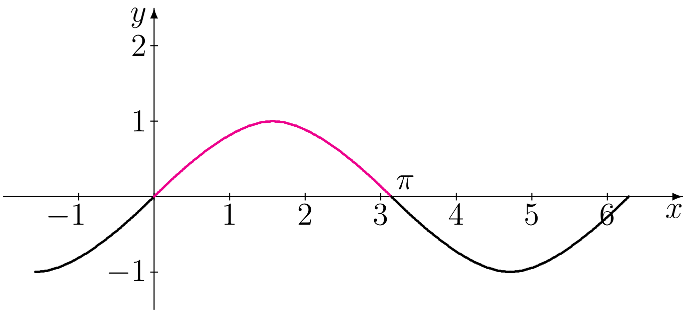


Пример 37. *Вычислите площадь:*

а) одной арки синусоиды $y = \sin x, \quad x \in [0;\ \pi]$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна
$$\int_0^{\pi} (\sin x - 0)\ dx = -\cos x\Big|_0^{\pi} = 2.$$

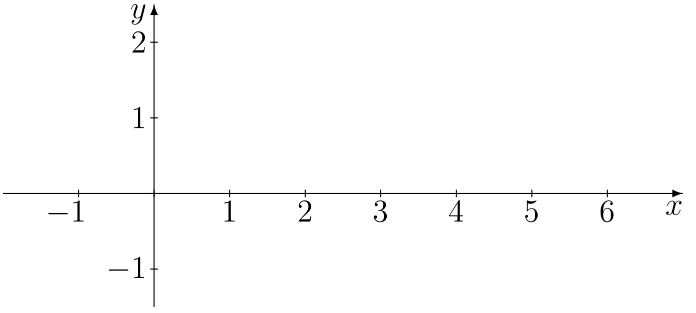


Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б)

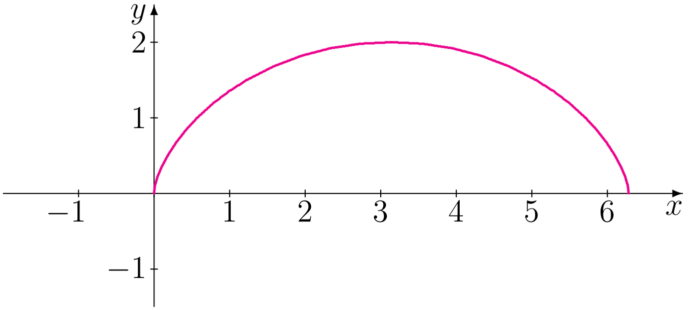


Пример 37. *Вычислите площадь:* **а)...**

б) одной арки циклоиды $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б)

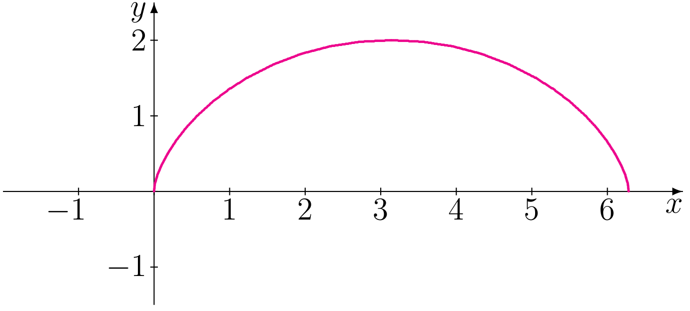


Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна



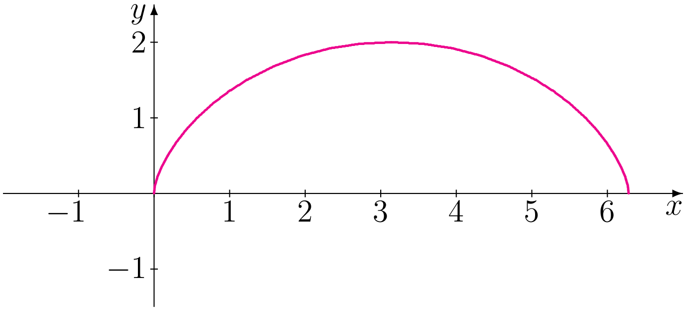
Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (\qquad\qquad\qquad)\, d(\qquad\qquad) =$$



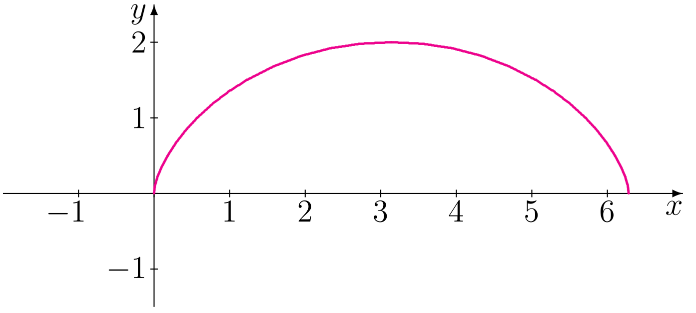
Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\,, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

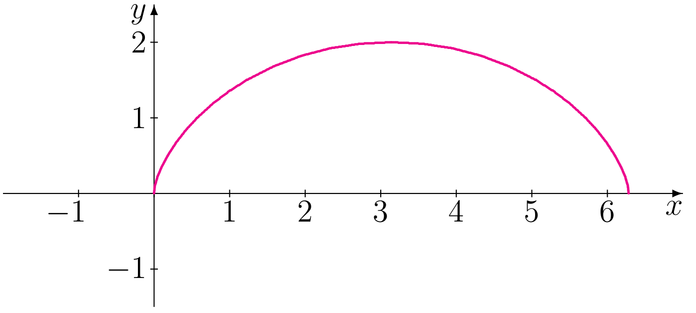
$$\int_0^{2\pi} \left(\qquad\qquad\qquad \right) d\,(t - \sin t) =$$



Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.



б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} \left(\qquad\qquad - \quad \right) d\,(t - \sin t) =$$

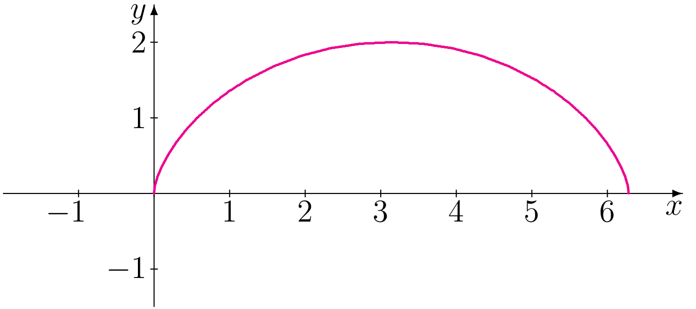
Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - \quad)\ d\,(t - \sin t) =$$



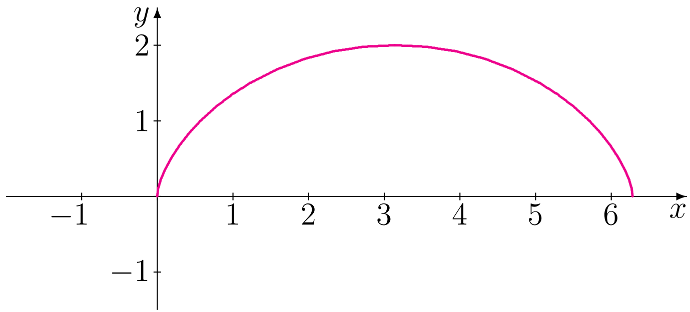
Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\; d\,(t - \sin t) =$$



Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

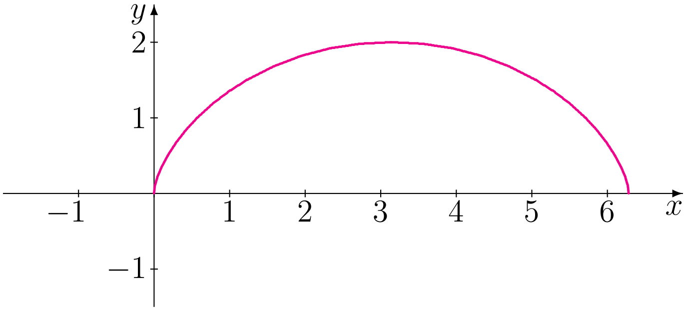
б) одной арки циклоиды $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\, d\,(t - \sin t) =$$

$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\,(1 - \cos t)\, dt =$$

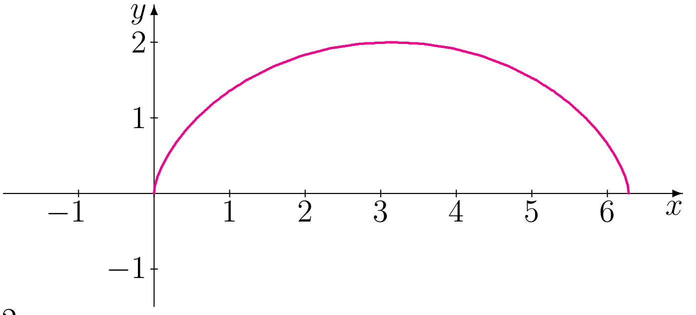


Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) одной арки циклоиды $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна



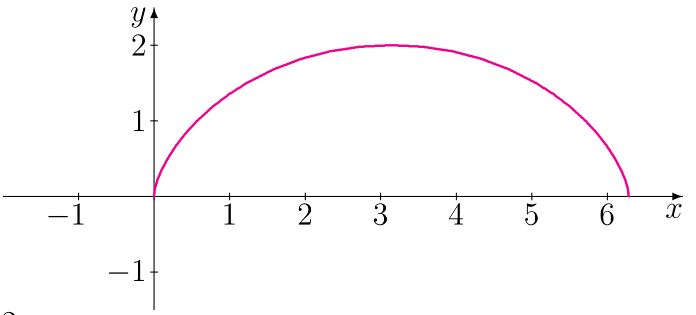
$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\ d\,(t - \sin t) =$$

$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\,(1 - \cos t)\ dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right)\ dt =$$

Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.



б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\; d\,(t - \sin t) =$$

$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\,(1 - \cos t)\; dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right)\; dt =$$

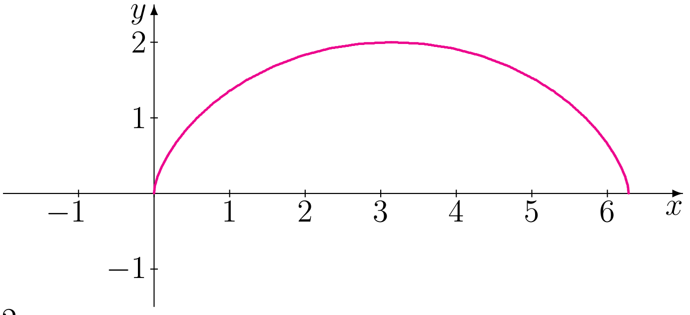
$$= t\Big|_0^{2\pi} - 2\sin t\Big|_0^{2\pi} +$$

Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.

б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна



$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\ d\,(t - \sin t) =$$

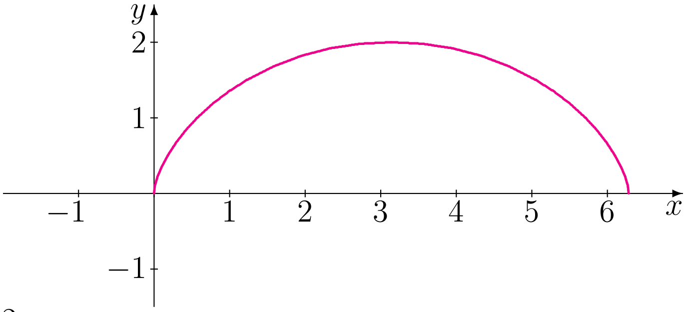
$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\,(1 - \cos t)\ dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right)\ dt =$$

$$= t\Big|_0^{2\pi} - 2\sin t\Big|_0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2t}{2}\,dt =$$

Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.



б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\ d\,(t - \sin t) =$$

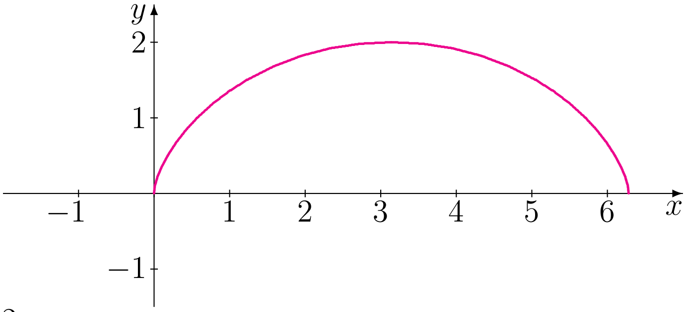
$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\,(1 - \cos t)\ dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right)\ dt =$$

$$= t\Big|_0^{2\pi} - 2\sin t\Big|_0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2t}{2}\,dt = 2\pi + \frac{t}{2}\Big|_0^{2\pi} + \frac{\sin 2t}{4}\Big|_0^{2\pi} =$$

Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) *одной арки циклоиды* $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.



б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\ d\,(t - \sin t) =$$

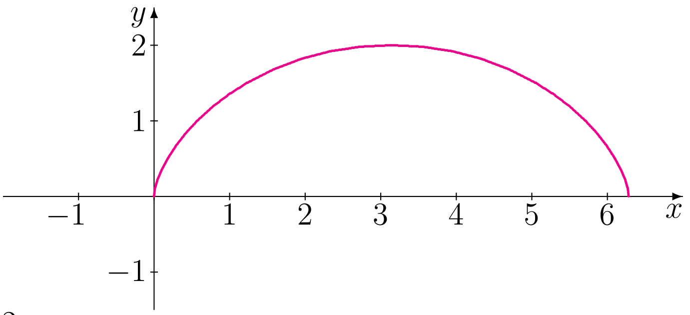
$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)(1 - \cos t)\ dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right)\ dt =$$

$$= t\Big|_0^{2\pi} - 2\sin t\Big|_0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2t}{2}\,dt = 2\pi + \frac{t}{2}\Big|_0^{2\pi} + \frac{\sin 2t}{4}\Big|_0^{2\pi} = 3\pi.$$

Пример 37. *Вычислите площадь:* ***а)...***

б) одной арки циклоиды $\begin{cases} \overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}}, \\ t \in [0;\ 2\pi]. \end{cases}$

Решение.



б) Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^{2\pi} (1 - \cos t - 0)\ d\,(t - \sin t) =$$

$$= \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\,(1 - \cos t)\ dt = \int_0^{2\pi} \left(1 - 2\cos t + \cos^2 t\right)\ dt =$$

$$= t\Big|_0^{2\pi} - 2\sin t\Big|_0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2t}{2}\,dt = 2\pi + \frac{t}{2}\Big|_0^{2\pi} + \frac{\sin 2t}{4}\Big|_0^{2\pi} = 3\pi.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

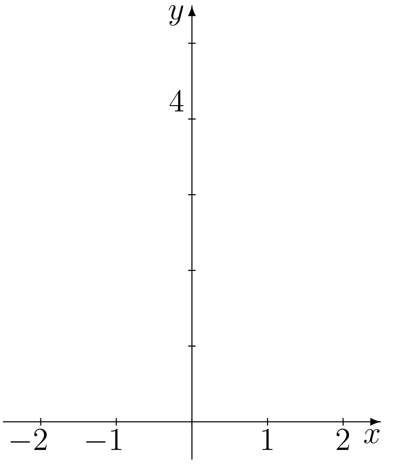
Решение.

Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.

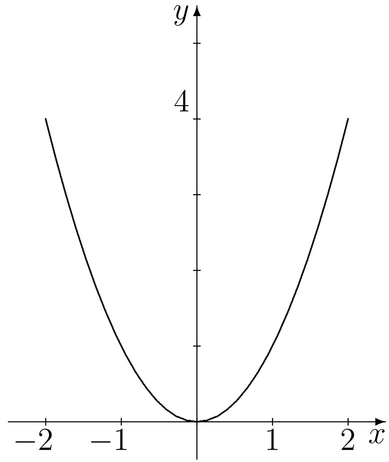
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



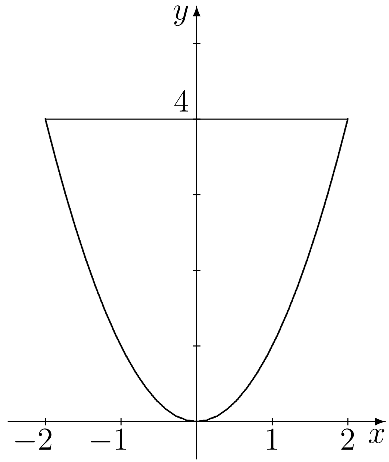
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. Построим схематический рисунок.



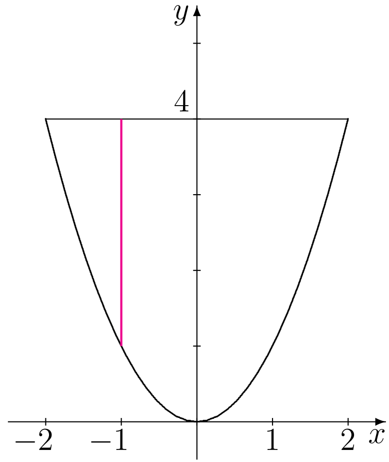
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



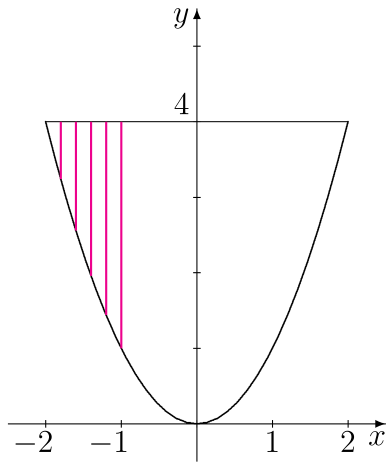
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



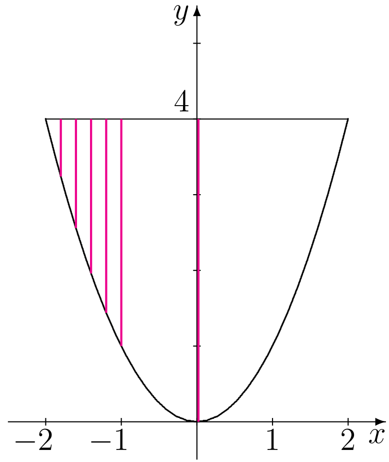
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. Построим схематический рисунок.



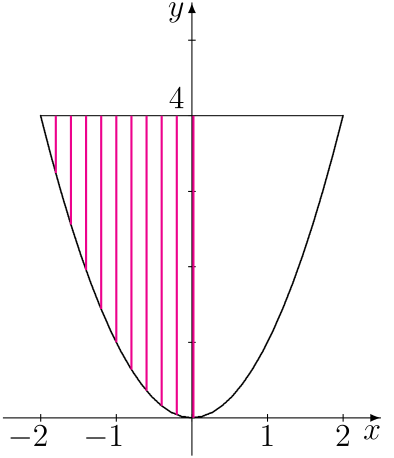
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. Построим схематический рисунок.



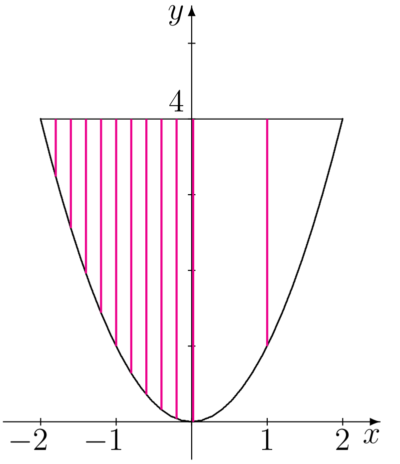
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



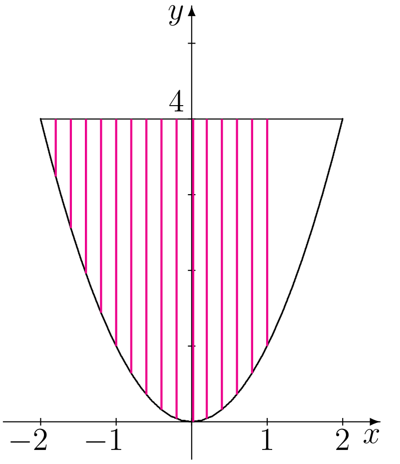
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



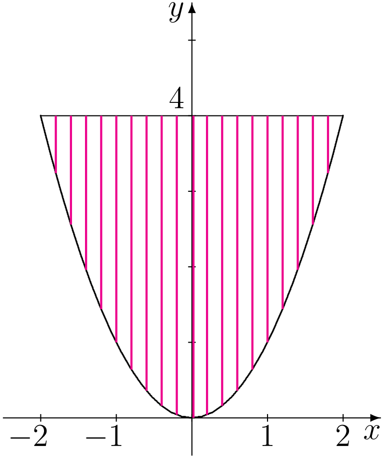
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



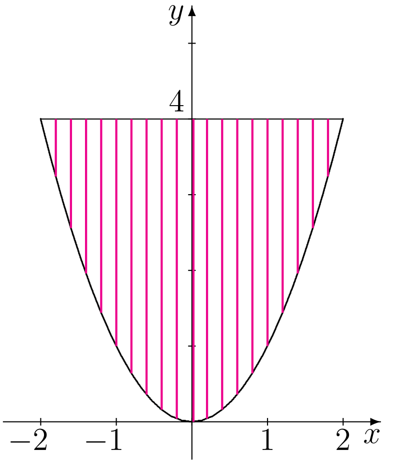
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Построим схематический рисунок.



Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

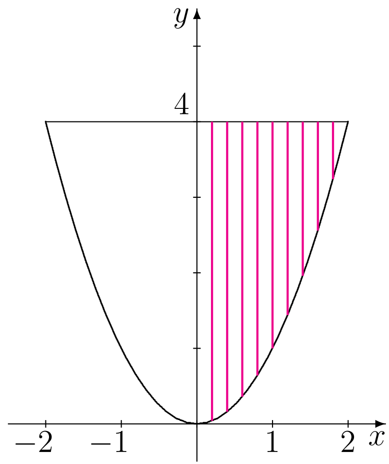
Решение. Построим схематический рисунок.



Следует считать, что вращается, например, правая половина этой фигуры.

Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

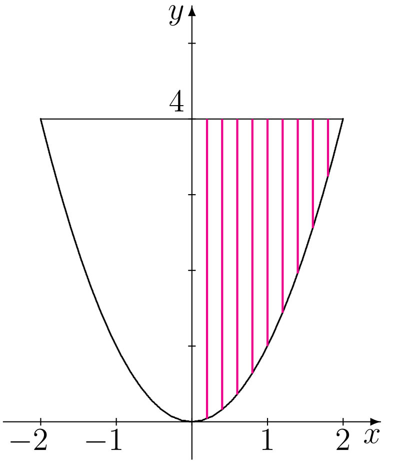
Решение. Построим схематический рисунок.



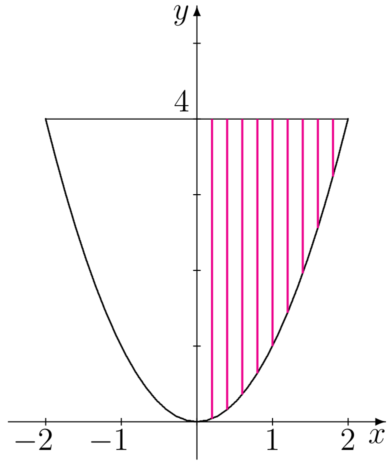
Следует считать, что вращается, например, правая половина этой фигуры.

Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. Обратите внимание, что фигура вращается вокруг оси Oy, а не вокруг Ox. Поэтому искомый объем равен

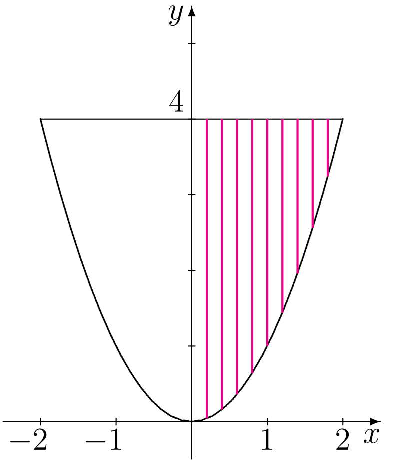


Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*



Решение. $V =$

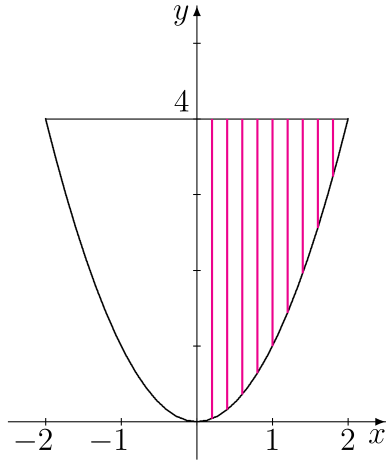
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*



Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy =$

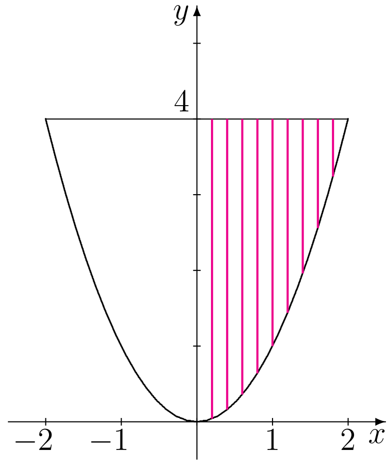
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ \\ \\ \end{array} \right| =$



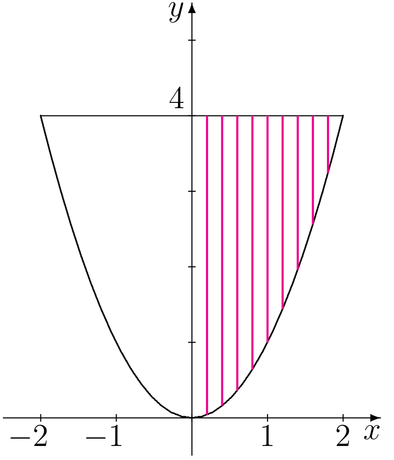
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $$V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = \\ \\ \\ \end{array} \right| =$$



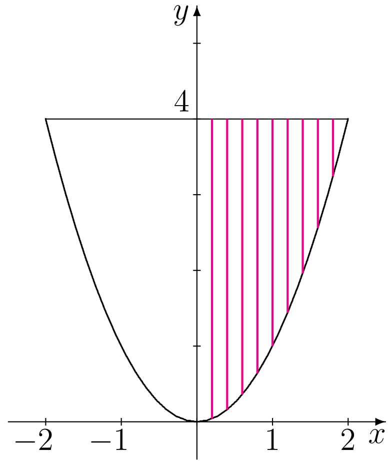
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\, dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\, dx \\ \\ \\ \end{array} \right| =$



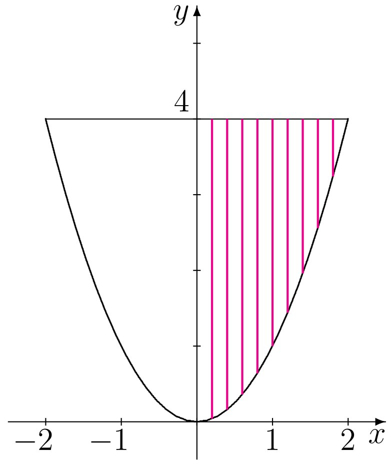
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\, dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\, dx \\ x(0) = \\ \\ \end{array} \right| =$



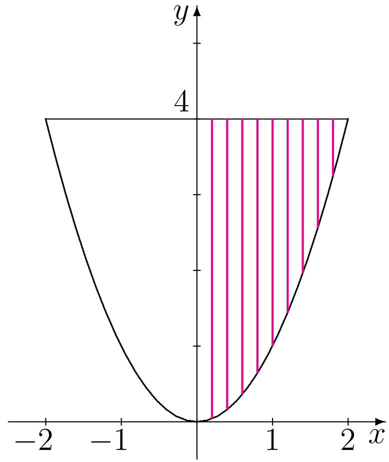
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ \\ \end{array} \right| =$



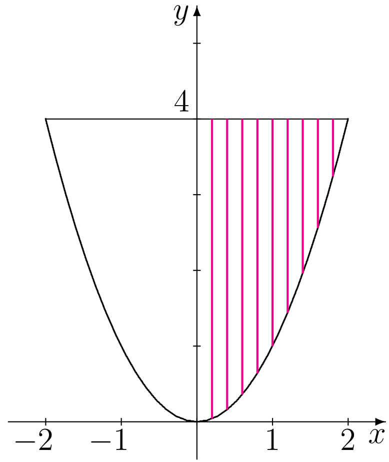
Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ x(4) = \end{array} \right| =$



Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

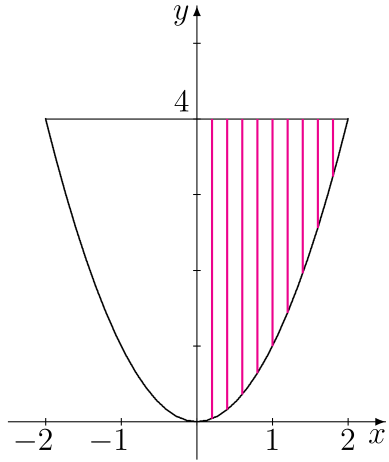
Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ x(4) = 2 \end{array} \right| =$



Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ x(4) = 2 \end{array} \right| =$

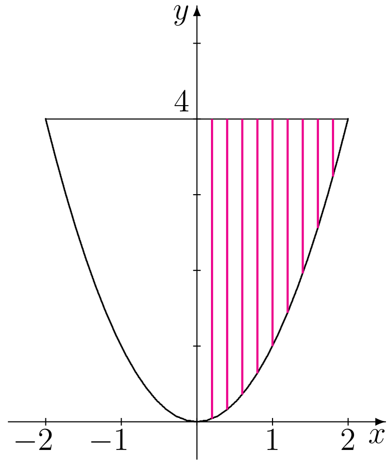
$$= \pi \int\limits_0^2 x^2 \cdot 2x\,dx =$$



Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ x(4) = 2 \end{array} \right| =$

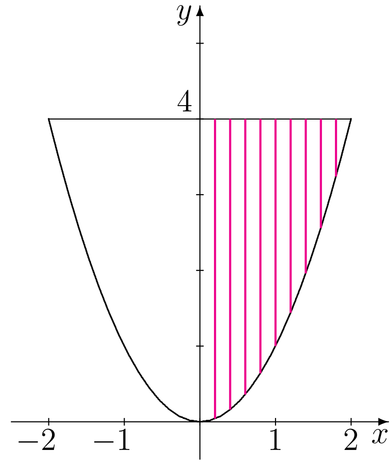
$= \pi \int\limits_0^2 x^2 \cdot 2x\,dx = \pi \dfrac{x^4}{2}\Big|_0^2 =$



Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ вокруг оси Oy.*

Решение. $$V = \pi \int_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ x(4) = 2 \end{array} \right| =$$

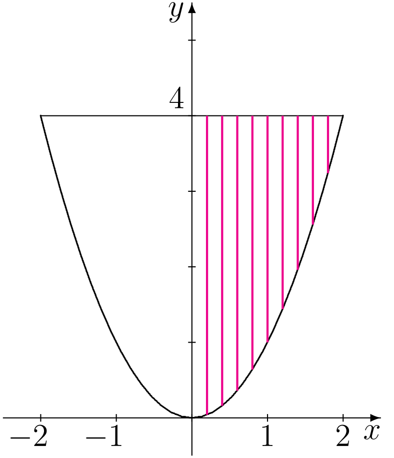
$$= \pi \int_0^2 x^2 \cdot 2x\,dx = \pi \frac{x^4}{2}\Bigg|_0^2 = 8\pi.$$



Пример 38. *Найти объем тела, получающегося при вращении фигуры* $x^2 \leqslant y \leqslant 4$ *вокруг оси* Oy.

Решение. $V = \pi \int\limits_0^4 x^2(y)\,dy = \left| \begin{array}{l} y = x^2 \\ dy = 2x\,dx \\ x(0) = 0 \\ x(4) = 2 \end{array} \right| =$

$= \pi \int\limits_0^2 x^2 \cdot 2x\,dx = \pi \dfrac{x^4}{2}\Big|_0^2 = 8\pi.$

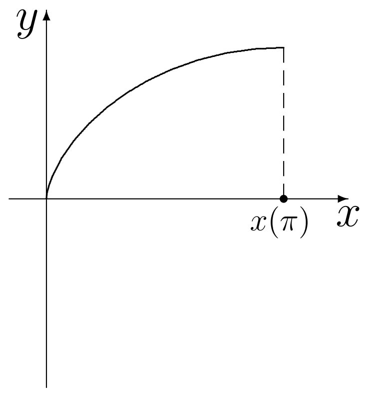


Вернёмся к лекции или рассмотрим другой пример?

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты* $(x;y)$ *которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

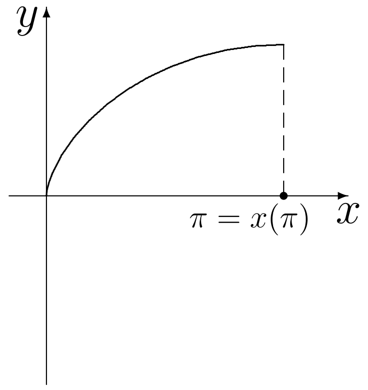
Решение.



Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении **половины первой арки циклоиды**, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

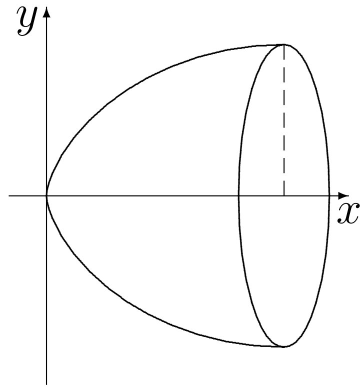
Решение.



Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты* $(x; y)$ *которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

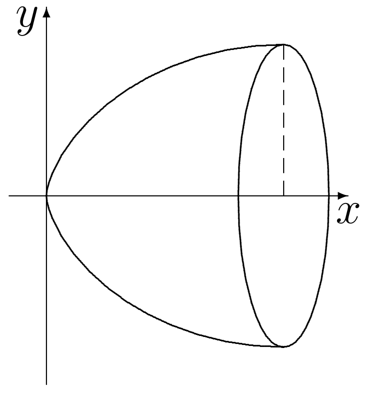
Решение. При вращении первой арки циклоиды получается тело, изображенное на рис.



Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



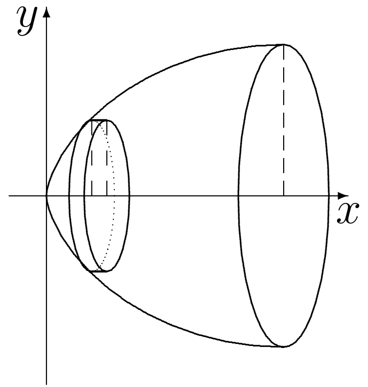
$V_x =$

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен

$V_x =$

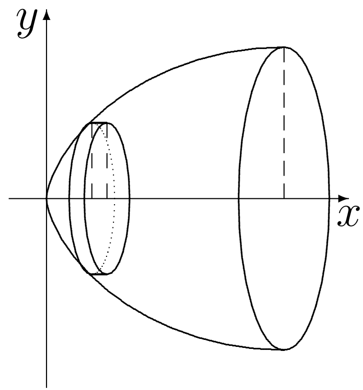


Разобъём фигуру на «блинчики»-цилиндры.

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении **половины первой арки циклоиды**, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



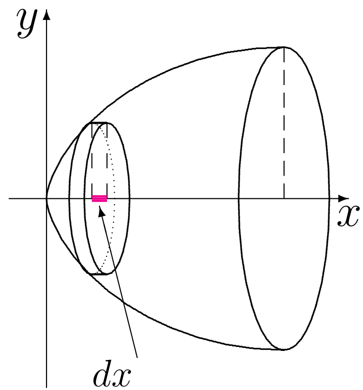
$V_x =$

Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса на высоту цилиндра, равную

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



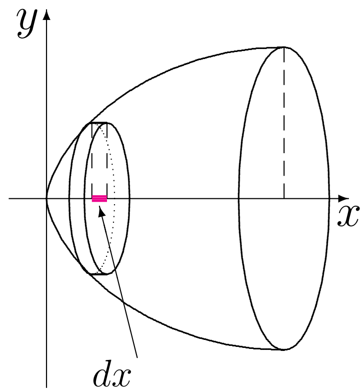
$V_x =$

Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса на высоту цилиндра, равную

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты* $(x;y)$ *которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t-\sin t\leqslant x<\pi,\\ 0\leqslant y\leqslant 1-\cos t,\\ 0\leqslant t\leqslant \pi.\end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



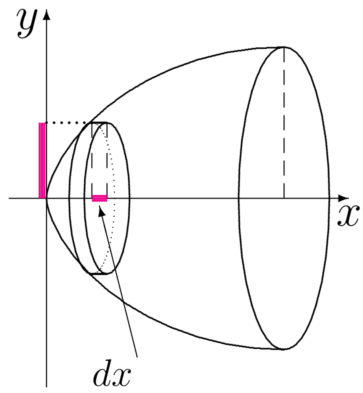
$V_x =$

Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса на высоту цилиндра, равную dx

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



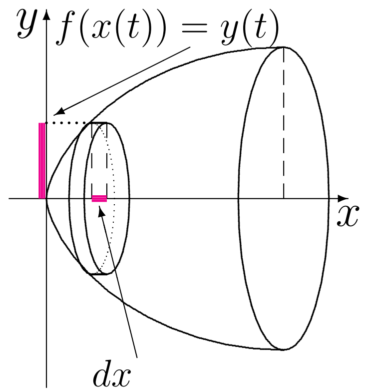
$V_x =$

Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса на высоту цилиндра, равную dx

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



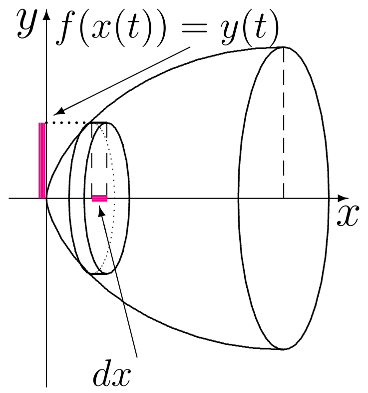
$V_x =$

Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса на высоту цилиндра, равную dx

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты* $(x;y)$ *которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



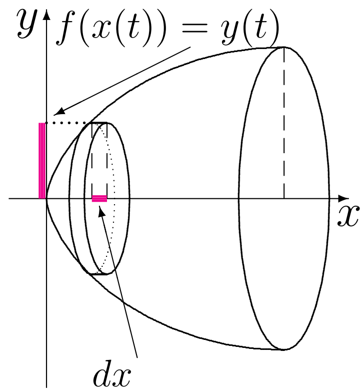
$V_x =$

Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса $f(x) = f(x(t)) = y(t)$ на высоту цилиндра, равную dx

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты* $(x; y)$ *которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



$$V_x = \int_0^{\pi} \pi y^2(x)\, dx =$$

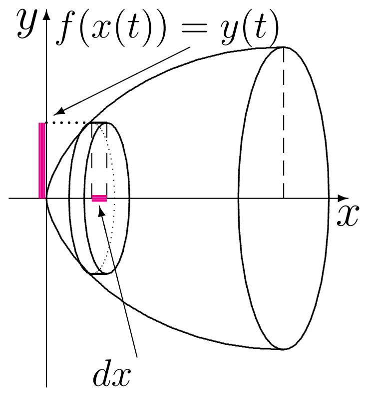
Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса $f(x) = f(x(t)) = y(t)$ на высоту цилиндра, равную dx

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен

$$V_x = \int_0^\pi \pi y^2(x)\,dx =$$



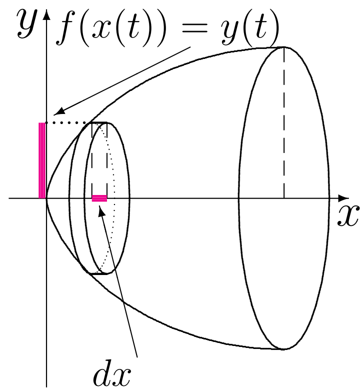
Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса $f(x) = f(x(t)) = y(t)$ на высоту цилиндра, равную $dx = x'(t)\,dt$.

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении **половины первой арки циклоиды**, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен

$$V_x = \int_0^\pi \pi y^2(x)\,dx = \int_0^\pi \pi(1-\cos t)^2\cdot(1-\cos t)\,dt =$$

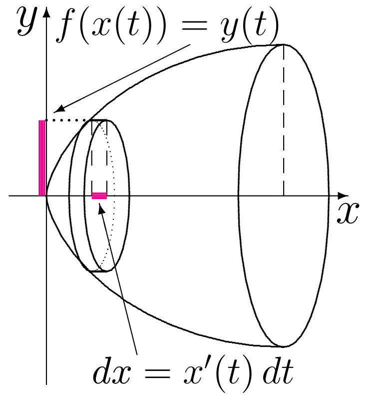


Объём «блинчика»-цилиндра равен произведению площади круга радиуса $f(x) = f(x(t)) = y(t)$ на высоту цилиндра, равную $dx = x'(t)\,dt$.

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты* $(x; y)$ *которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



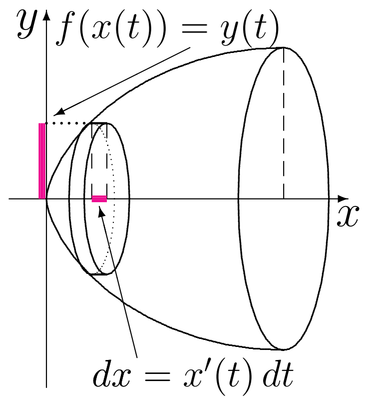
$$V_x = \int_0^{\pi} \pi y^2(x)\,dx = \int_0^{\pi} \pi(1-\cos t)^2 \cdot (1-\cos t)\,dt =$$

$$= \pi \int_0^{\pi} \left(1 - 3\cos t + 3\cos^2 t - \cos^3 t\right)\,dt =$$

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t - \sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1 - \cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



$$V_x = \int_0^\pi \pi y^2(x)\,dx = \int_0^\pi \pi(1-\cos t)^2 \cdot (1-\cos t)\,dt =$$

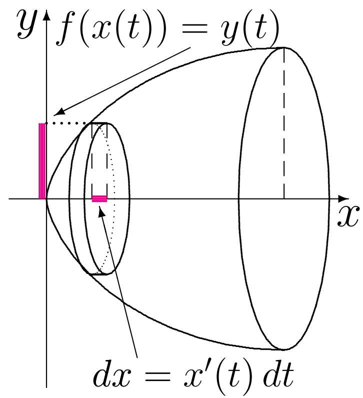
$$= \pi \int_0^\pi \left(1 - 3\cos t + 3\cos^2 t - \cos^3 t\right)\,dt =$$

$$= \pi \int_0^\pi \left(1 - 4\cos t + \frac{3}{2}\cdot(1+\cos 2t) + \sin^2 t \cdot \cos t\right)\,dt =$$

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты* $(x;y)$ *которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t-\sin t \leqslant x < \pi, \\ 0 \leqslant y \leqslant 1-\cos t, \\ 0 \leqslant t \leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



$$V_x = \int_0^{\pi} \pi y^2(x)\,dx = \int_0^{\pi} \pi(1-\cos t)^2 \cdot (1-\cos t)\,dt =$$

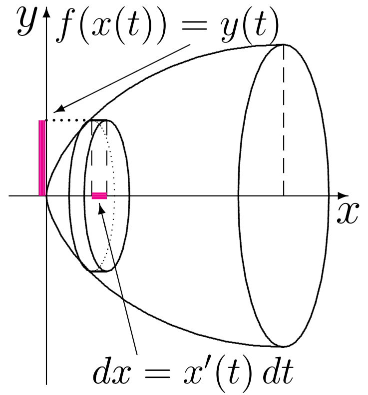
$$= \pi \int_0^{\pi} \left(1 - 3\cos t + 3\cos^2 t - \cos^3 t\right)\,dt =$$

$$= \pi \int_0^{\pi} \left(1 - 4\cos t + \frac{3}{2}\cdot(1+\cos 2t) + \sin^2 t \cdot \cos t\right)\,dt = \frac{5\pi^2}{2}.$$

Пример 39. *Найти объем тела, получающегося при вращении* ***половины первой арки циклоиды****, т.е. фигуры, состоящей из точек, координаты $(x;y)$ которых удовлетворяют данной системе неравенств.*

$$\begin{cases} t-\sin t\leqslant x<\pi,\\ 0\leqslant y\leqslant 1-\cos t,\\ 0\leqslant t\leqslant \pi. \end{cases}$$

Решение. Искомый объём равен



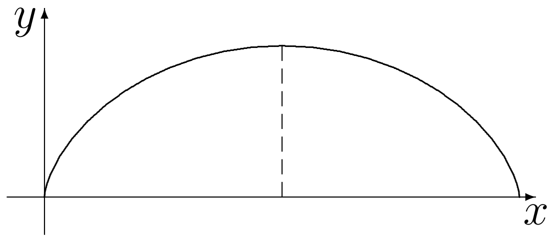
$$V_x=\int_0^{\pi}\pi y^2(x)\,dx=\int_0^{\pi}\pi(1-\cos t)^2\cdot(1-\cos t)\,dt=$$

$$=\pi\int_0^{\pi}\left(1-3\cos t+3\cos^2 t-\cos^3 t\right)\,dt=\frac{5\pi^2}{2}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

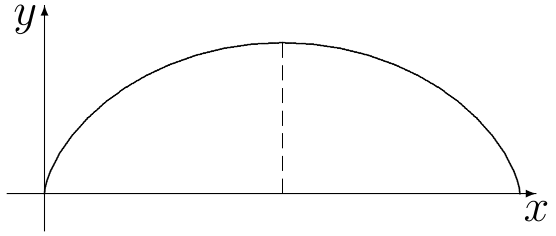
Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ *циклоиды*



Решение.

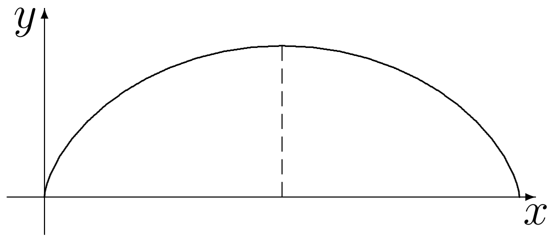
Пример 40. *Найти длину одной арки $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

$$\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$$



Решение. Согласно формуле, искомая длина равна

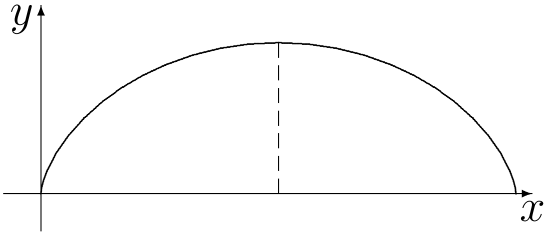
Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ *циклоиды*



Решение.

$$\int_0^{2\pi} \sqrt{(1 - \cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

Пример 40. *Найти длину одной арки* $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ *циклоиды* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$

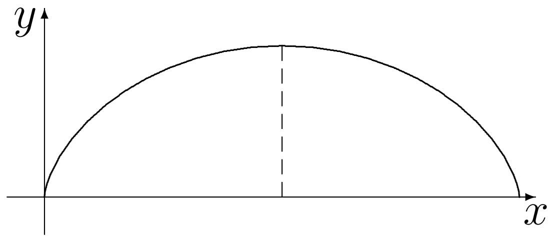


Решение.

$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt =$$

Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *($0 \leqslant t \leqslant 2\pi$) циклоиды*



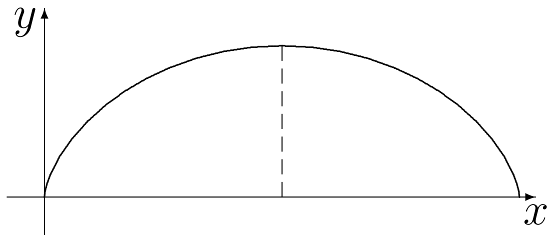
Решение.

$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt =$$

Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

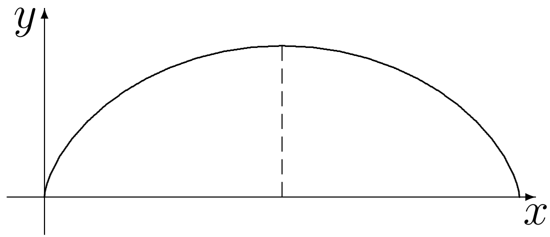
Решение.



$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\,dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\,dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\,dt = \int\limits_0^{2\pi} 2\left|\sin \frac{t}{2}\right|\,dt =$$

Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *($0 \leqslant t \leqslant 2\pi$) циклоиды*



Решение.

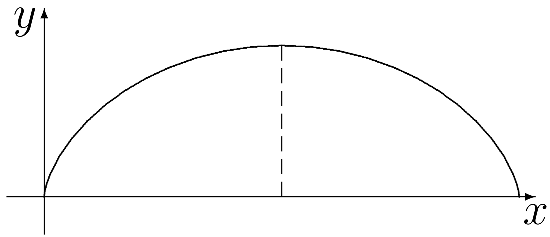
$$\int_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int_0^{2\pi} 2\left|\sin\frac{t}{2}\right|\, dt =$$

На отрезке $]0, 2\pi]$ функция $\sin\dfrac{t}{2}$ неотрицательна.

Пример 40. *Найти длину одной арки* $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ *циклоиды* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$

Решение.



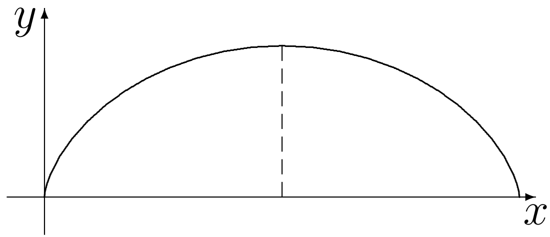
$$\int_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2\frac{t}{2}}\, dt = \int_0^{2\pi} 2\left|\sin\frac{t}{2}\right|\, dt =$$

$$= 2\int_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, dt =$$

Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

Решение.



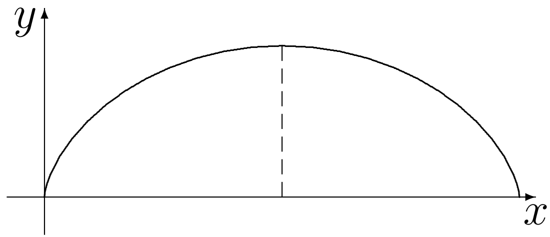
$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} 2 \left|\sin \frac{t}{2}\right| \, dt =$$

$$= 2 \int\limits_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, dt = ? \int\limits_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) =$$

Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

Решение.

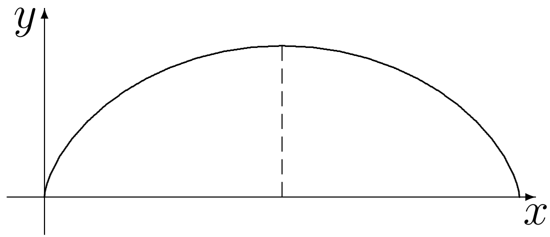


$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} 2\left|\sin\frac{t}{2}\right|\, dt =$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, dt = 4\int\limits_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) =$$

Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*



Решение.

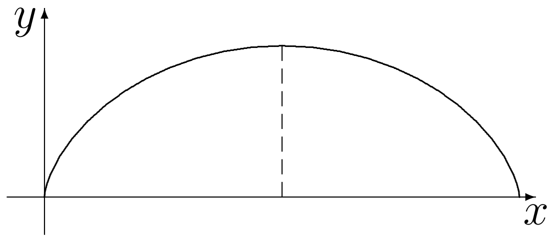
$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} 2 \left|\sin \frac{t}{2}\right| \, dt =$$

$$= 2 \int\limits_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, dt = 4 \int\limits_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) = -4\cos \frac{t}{2}\Bigg|_0^{2\pi} =$$

Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *$(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ циклоиды*

Решение.



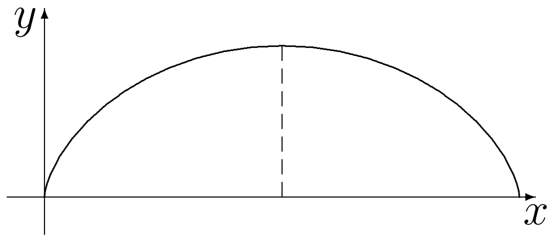
$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} 2 \left|\sin \frac{t}{2}\right| \, dt =$$

$$= 2 \int\limits_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, dt = 4 \int\limits_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) = -4\cos \frac{t}{2}\Bigg|_0^{2\pi} = -4\cos \pi +$$

Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ *циклоиды*

Решение.



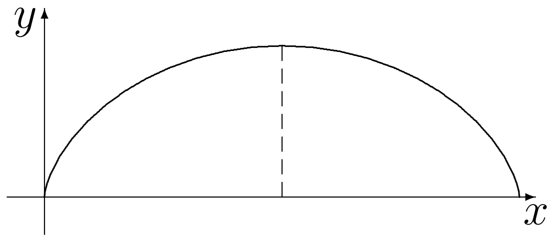
$$\int_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int_0^{2\pi} 2\left|\sin\frac{t}{2}\right|\, dt =$$

$$= 2\int_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, dt = 4\int_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) = -4\cos\frac{t}{2}\Big|_0^{2\pi} = -4\cos\pi + 4\cos 0 =$$

Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ *циклоиды*

Решение.



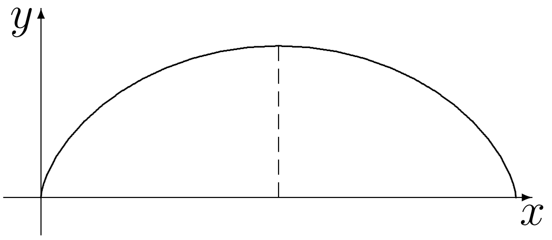
$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} 2\left|\sin\frac{t}{2}\right|\, dt =$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, dt = 4\int\limits_0^{2\pi} \sin\frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) = -4\cos\frac{t}{2}\Bigg|_0^{2\pi} = -4\cos\pi + 4\cos 0 = 8.$$

Пример 40. *Найти длину одной арки* $\begin{cases} x(t) = t - \sin t, \\ y(t) = 1 - \cos t. \end{cases}$ *(*$0 \leqslant t \leqslant 2\pi$*) циклоиды*

Решение.



$$\int\limits_0^{2\pi} \sqrt{(1-\cos t)^2 + \sin^2 t}\, dt =$$

$$= \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2 \frac{t}{2}}\, dt = \int\limits_0^{2\pi} 2\left|\sin \frac{t}{2}\right| \, dt =$$

$$= 2\int\limits_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, dt = 4\int\limits_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2}\, d\left(\frac{t}{2}\right) = -4\cos \frac{t}{2}\Bigg|_0^{2\pi} = -4\cos \pi + 4\cos 0 = 8.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$;

б) $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$; ***б)...***

Решение.

а) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения**

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$; ***б)...***

Решение.

а) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения**

$$2\pi \int_a^b y(x)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*
а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$; ***б)...***

Решение.

а) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения**

$$2\pi \int_a^b y(x)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt = 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\, dx =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$; ***б)...***

Решение.

а) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения**

$$2\pi \int_a^b y(x)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt = 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\, dx =$$

$$= 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\, dx =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$; ***б)...***

Решение.

а) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения**

$$2\pi \int_a^b y(x)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt = 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\, dx =$$

$$= 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\, dx = 2\pi \int_0^3 8\sqrt{\frac{x}{3}}\cdot$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$;   ***б)...***

Решение.

а) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения**

$$2\pi\int_a^b y(x)\sqrt{\acute{x}^2(t)+\acute{y}^2(t)}\,dt = 2\pi\int_0^3 y(x)\sqrt{1+\acute{y}^2(x)}\,dx =$$

$$= 2\pi\int_0^3 y(x)\sqrt{1+\acute{y}^2(x)}\,dx = 2\pi\int_0^3 8\sqrt{\frac{x}{3}}\cdot\sqrt{1+\left(\frac{8}{\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$; **б)...**

Решение.

а) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения**

$$2\pi \int_a^b y(x)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt = 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\, dx =$$

$$= 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\, dx = 2\pi \int_0^3 8\sqrt{\frac{x}{3}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{8}{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx =$$

$$= \frac{16\pi}{3} \int_0^3 \sqrt{16 + 3x}\, dx =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$; **б)...**

Решение.

а) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения**

$$2\pi \int_a^b y(x)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt = 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\, dx =$$

$$= 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\, dx = 2\pi \int_0^3 8\sqrt{\frac{x}{3}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{8}{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx =$$

$$= \frac{16\pi}{3} \int_0^3 \sqrt{16 + 3x}\, dx = \frac{16\pi}{3 \cdot 3} \int_0^3 \sqrt{16 + 3x}\, d(16 + 3x) =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$; ***б)...***

Решение.

а) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения**

$$2\pi \int_a^b y(x)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\,dx =$$

$$= 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\,dx = 2\pi \int_0^3 8\sqrt{\frac{x}{3}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{8}{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx =$$

$$= \frac{16\pi}{3} \int_0^3 \sqrt{16 + 3x}\,dx = \frac{16\pi}{3 \cdot 3} \int_0^3 \sqrt{16 + 3x}\,d(16 + 3x) =$$

$$= \frac{16\pi}{9} \cdot \frac{2}{3}(16 + 3x)^{3/2}\Big|_0^3 =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*
а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$;   *б)...*

Решение.

а) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения**

$$2\pi \int_a^b y(x)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt = 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\, dx =$$

$$= 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\, dx = 2\pi \int_0^3 8\sqrt{\frac{x}{3}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{8}{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx =$$

$$= \frac{16\pi}{3} \int_0^3 \sqrt{16 + 3x}\, dx = \frac{16\pi}{3 \cdot 3} \int_0^3 \sqrt{16 + 3x}\, d(16 + 3x) =$$

$$= \frac{16\pi}{9} \cdot \frac{2}{3} (16 + 3x)^{3/2} \Big|_0^3 = \frac{32\pi}{27} (125 - 64) =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*
а) $y = 8\sqrt{x/3}$, *где* $0 \leqslant x \leqslant 3$; *б)...*

Решение.

а) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения**

$$2\pi \int_a^b y(x)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\,dx =$$

$$= 2\pi \int_0^3 y(x)\sqrt{1 + \acute{y}^2(x)}\,dx = 2\pi \int_0^3 8\sqrt{\frac{x}{3}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{8}{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx =$$

$$= \frac{16\pi}{3} \int_0^3 \sqrt{16 + 3x}\,dx = \frac{16\pi}{3 \cdot 3} \int_0^3 \sqrt{16 + 3x}\,d(16 + 3x) =$$

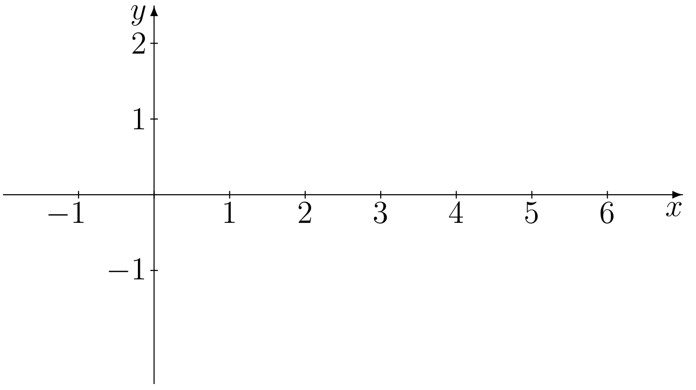
$$= \frac{16\pi}{9} \cdot \frac{2}{3}(16 + 3x)^{3/2}\Big|_0^3 = \frac{32\pi}{27}(125 - 64) = \frac{1952\pi}{27}.$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.

б)

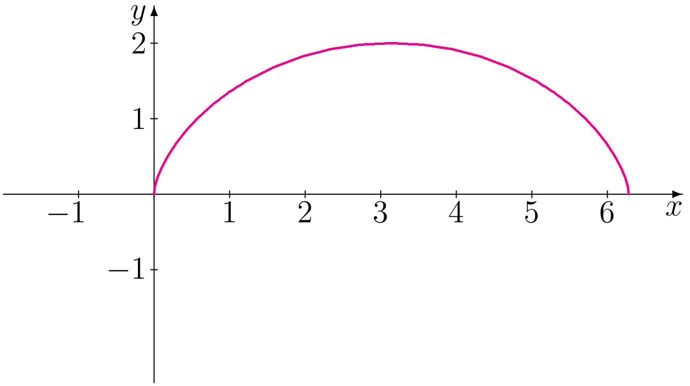


Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.

б)

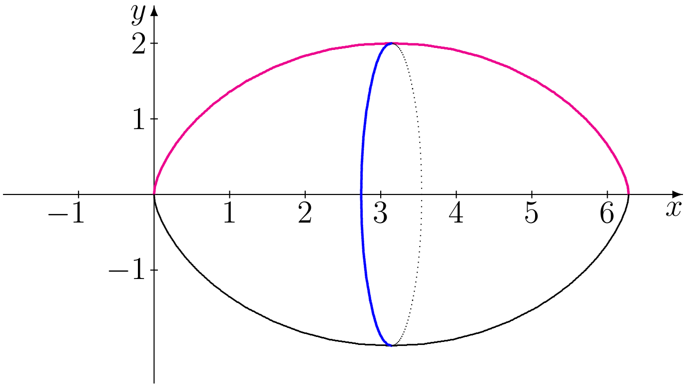


Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.

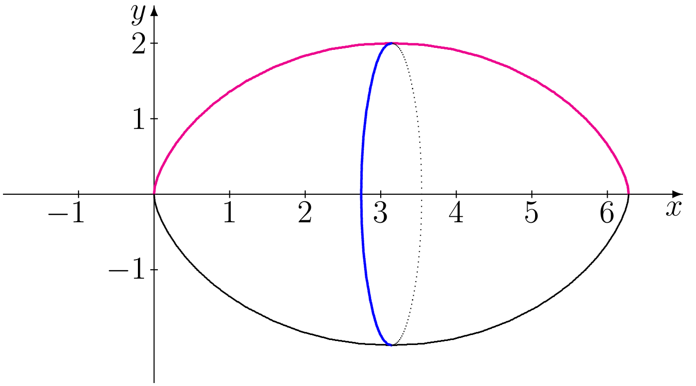
б)



Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.

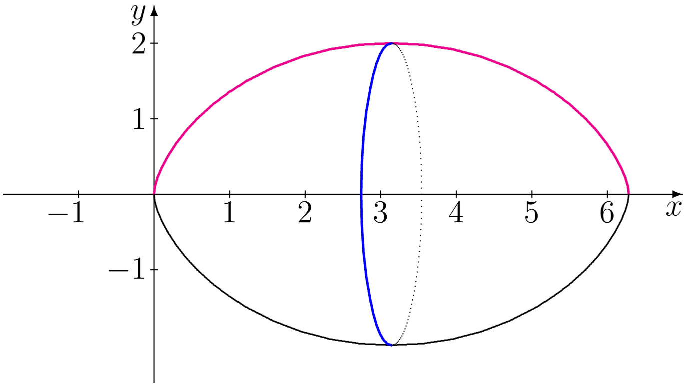


б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



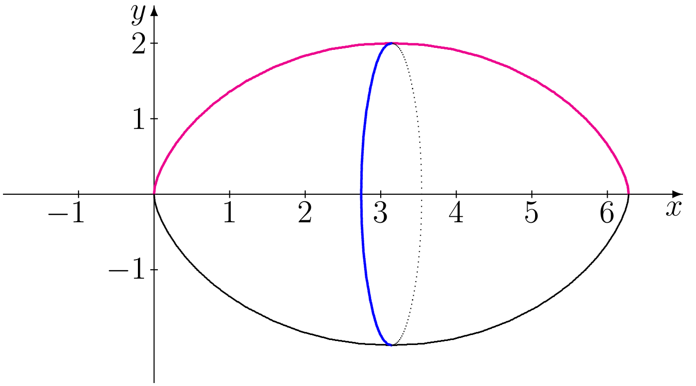
б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

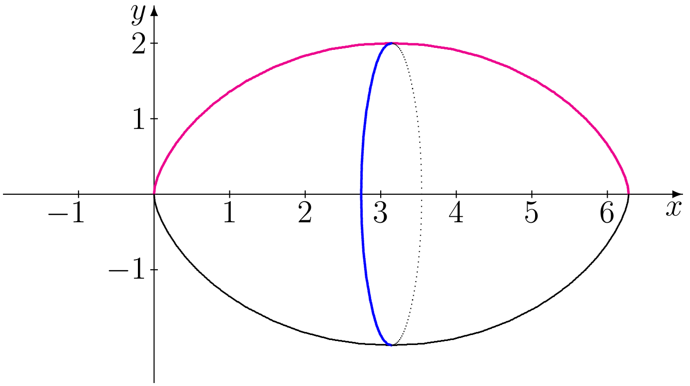
$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$$

$$= 2\pi \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\sqrt{(1 - \cos t)^2 + \sin^2 t}\,dt =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$$

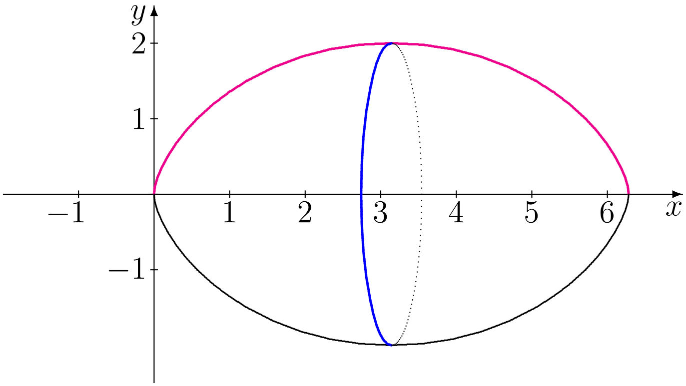
$$= 2\pi \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\sqrt{(1 - \cos t)^2 + \sin^2 t}\,dt =$$

$$= 2\pi \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\sqrt{2 - 2\cos t}\,dt =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$$

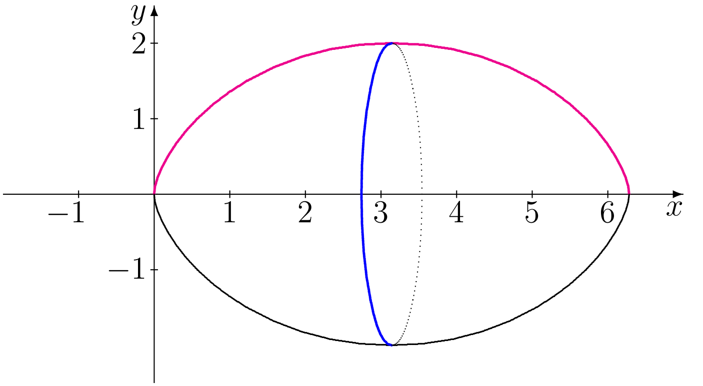
$$= 2\pi \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\sqrt{(1 - \cos t)^2 + \sin^2 t}\,dt =$$

$$= 2\pi \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\sqrt{2 - 2\cos t}\,dt = 2\pi \int_0^{2\pi} (1 - \cos t) \cdot 2\sin\frac{t}{2}\,dt =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$$

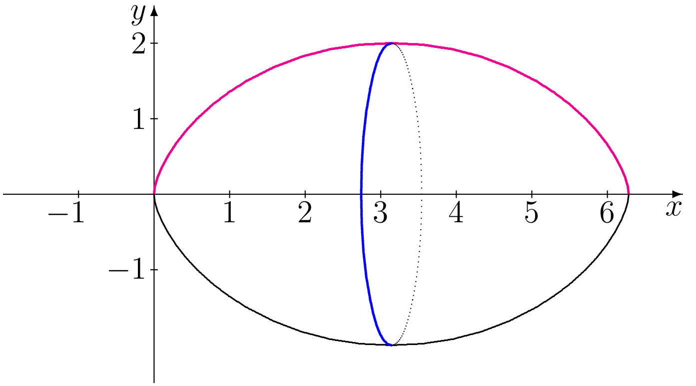
$$= 2\pi \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\sqrt{2 - 2\cos t}\,dt = 2\pi \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\cdot 2\sin\frac{t}{2}\,dt =$$

$$= 2\pi \int_0^{2\pi} 4\sin^3\frac{t}{2}\,dt =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... б) $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt =$$

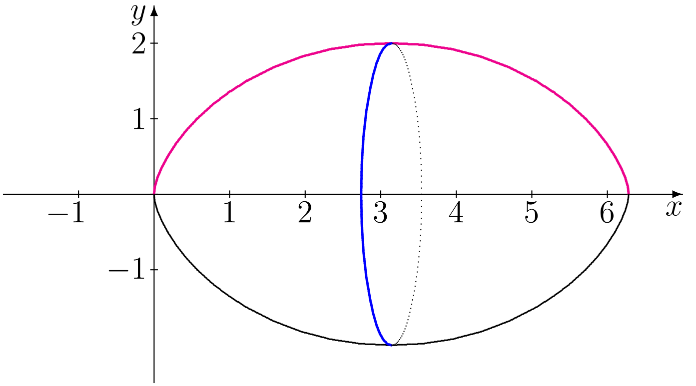
$$= 2\pi \int_0^{2\pi} 4\sin^3 \frac{t}{2}\, dt = 8\pi \int_0^{2\pi} \left(1 - \cos^2 \frac{t}{2}\right) \sin \frac{t}{2}\, dt =$$

$$= 2\pi \int_0^{2\pi} (1 - \cos t)\sqrt{2 - 2\cos t}\, dt = 2\pi \int_0^{2\pi} (1 - \cos t) \cdot 2\sin \frac{t}{2}\, dt =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt =$$

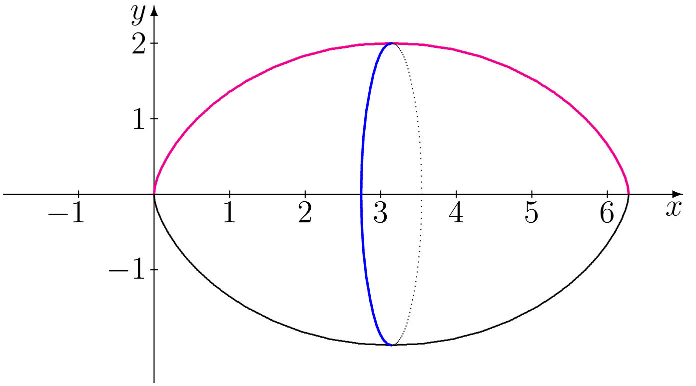
$$= 2\pi \int_0^{2\pi} 4\sin^3\frac{t}{2}\, dt = 8\pi \int_0^{2\pi} \left(1 - \cos^2\frac{t}{2}\right)\sin\frac{t}{2}\, dt =$$

$$= -16\pi \int_0^{2\pi} \left(1 - \cos^2\frac{t}{2}\right) d\cos\frac{t}{2} =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$$

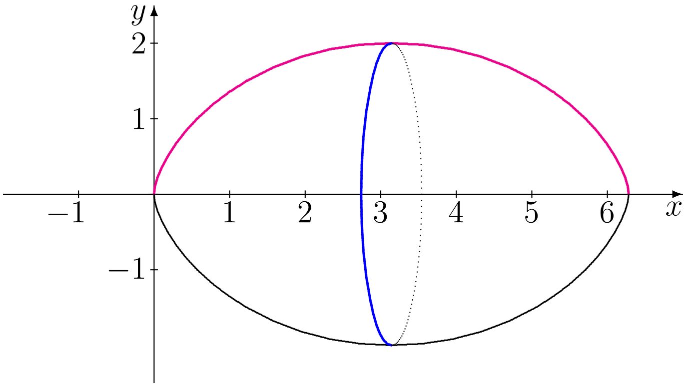
$$= 2\pi \int_0^{2\pi} 4\sin^3\frac{t}{2}\,dt = 8\pi \int_0^{2\pi} \left(1 - \cos^2\frac{t}{2}\right)\sin\frac{t}{2}\,dt =$$

$$= -16\pi \int_0^{2\pi} \left(1 - \cos^2\frac{t}{2}\right)\,d\cos\frac{t}{2} = -16\pi \int_1^{-1} \left(1 - p^2\right)\,dp =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt =$$

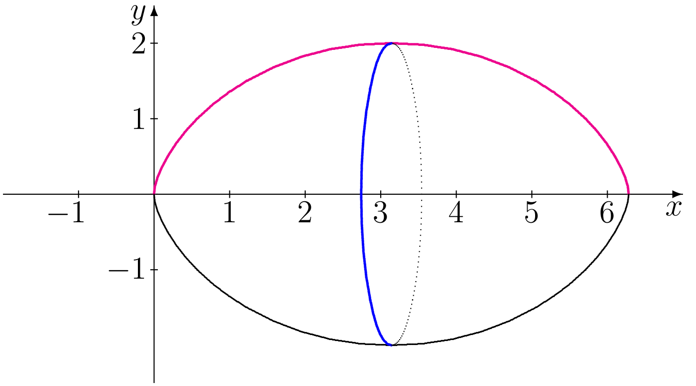
$$= -16\pi \int_0^{2\pi} \left(1 - \cos^2 \frac{t}{2}\right)\, d\cos\frac{t}{2} = -16\pi \int_1^{-1} \left(1 - p^2\right)\, dp =$$

$$= -16\pi \left(p - \frac{p^3}{3}\right)\Bigg|_1^{-1} =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)… *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

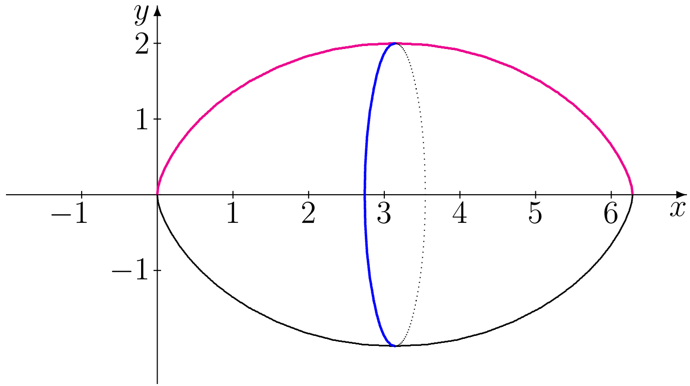
$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$$

$$= -16\pi \int_0^{2\pi} \left(1 - \cos^2\frac{t}{2}\right)\, d\cos\frac{t}{2} = -16\pi \int_1^{-1} \left(1 - p^2\right)\, dp =$$

$$= -16\pi \left(p - \frac{p^3}{3}\right)\Bigg|_1^{-1} = -16\pi\left(-2 + \frac{2}{3}\right) =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*
а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$$

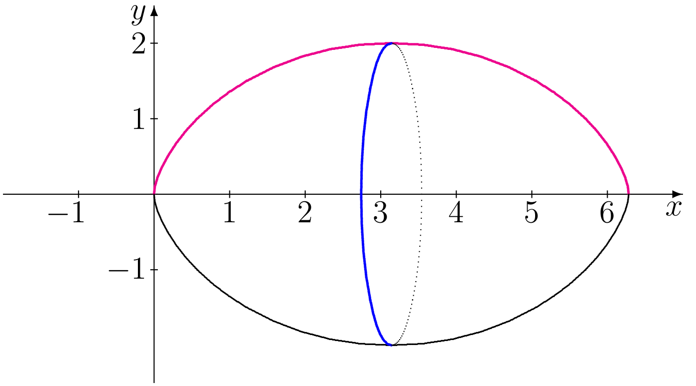
$$= -16\pi \left(p - \frac{p^3}{3}\right)\Big|_1^{-1} = -16\pi\left(-2 + \frac{2}{3}\right) = \frac{64\pi}{3}.$$

$$= -16\pi \int_0^{2\pi} \left(1 - \cos^2\frac{t}{2}\right)\,d\cos\frac{t}{2} = -16\pi \int_1^{-1} \left(1 - p^2\right)\,dp =$$

Пример 41. *Найдите площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox линии:*

а)... *б)* $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = (t - \sin t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + (1 - \cos t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$, *где* $t \in [0;\ 2\pi]$.

Решение.



б) Согласно **формуле площади поверхности тела вращения** искомая площадь равна

$$2\pi \int_0^{2\pi} y(t)\sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$$

$$= -16\pi \left(p - \frac{p^3}{3}\right)\Bigg|_1^{-1} = -16\pi \left(-2 + \frac{2}{3}\right) = \frac{64\pi}{3}.$$

Вернёмся к лекции?

Задача IX.26. (Ответ приведен на стр.3133.) Вычислите интеграл

$$\int_{0}^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx.$$

Задача IX.27. (Ответ приведен на стр.3138.) Вычислите интеграл

$$\int_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx.$$

Задача IX.28. (Ответ приведен на стр.3143.) Вычислите интеграл

$$\int_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx.$$

Задача IX.29. (Ответ приведен на стр.3147.) Вычислите интеграл

$$\int\limits_0^1 \frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\left(x^2+x+1\right)}\,dx.$$

Задача IX.30. (Ответ приведен на стр.3153.) Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx.$

Задача IX.31. (Ответ приведен на стр.3158.) Вычислите интеграл

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx.$$

Задача IX.32. (Ответ приведен на стр.3164.) Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2, \quad x \geqslant 0.$

Задача IX.33. (Ответ приведен на стр.3190.) Вычислите длину части графика функции $f(x) = \operatorname{ch} x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ для $0 \leqslant x \leqslant \ln 4$.

Задача IX.34. (Ответ приведен на стр.3193.) Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Задача IX.35. (Ответ приведен на стр.3276.) Вычислите длину линии

$$\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases} \quad \text{где } t \in [0;\ 1].$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

Заметим, что общий член $\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

Заметим, что общий член $\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.

Как известно, такую дробно-рациональную функцию можно представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} =$$

Заметим, что общий член $\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.

Как известно, такую дробно-рациональную функцию можно представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} +$$

Заметим, что общий член $\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.

Как известно, такую дробно-рациональную функцию можно представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} +$$

Заметим, что общий член $\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.

Как известно, такую дробно-рациональную функцию можно представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

Заметим, что общий член $\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$ этого ряда определяет дробно-рациональную функцию от аргумента n.

Как известно, такую дробно-рациональную функцию можно представить в виде суммы простейших дробно-рациональных функций.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.*

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.*

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения*.
Умножим левую и правую части на n.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{n\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{An}{n}+\frac{Bn}{n+1}+\frac{Cn}{n+2} =$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.*

Умножим левую и правую части на n.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{n\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{An}{n} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} =$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.*

Умножим левую и правую части на n. Проведем сокращения.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} =$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.*

Умножим левую и правую части на n. Проведем сокращения.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n} \cdot (2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n \cdot$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения.*

Умножим левую и правую части на n. Проведем сокращения.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n} \cdot (2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n \cdot \left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2} \right).$$

Коэффициенты A, B, C найдем *методом сокращения*. Умножим левую и правую части на n. Проведем сокращения.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)}=\frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}}+\frac{Bn}{n+1}+\frac{Cn}{n+2}=A+n\cdot\left(\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}\right).$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n} \cdot (2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n \cdot \left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2} \right).$$

Подставим $n = 0$:

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)}=\frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}}+\frac{Bn}{n+1}+\frac{Cn}{n+2}=A+n\cdot\left(\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)}=$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n\cdot\left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)} = A+$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)}=\frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}}+\frac{Bn}{n+1}+\frac{Cn}{n+2}=A+n\cdot\left(\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)}=A+0\cdot\left(\frac{B}{0+1}+\right.$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n} \cdot (2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n \cdot \left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n = 0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)} = A + 0 \cdot \left(\frac{B}{0+1} + \frac{C}{0+2}\right) =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n}\cdot(2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)}=\frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}}+\frac{Bn}{n+1}+\frac{Cn}{n+2}=A+n\cdot\left(\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)}=A+0\cdot\left(\frac{B}{0+1}+\frac{C}{0+2}\right)=A.$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n} \cdot (2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n \cdot \left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n = 0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)} = A + 0 \cdot \left(\frac{B}{0+1} + \frac{C}{0+2}\right) = A.$$

Значит, $A = 1$.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

$$\frac{\cancel{n} \cdot (2-n)}{\cancel{n}(n+1)(n+2)} = \frac{A\cancel{n}}{\cancel{n}} + \frac{Bn}{n+1} + \frac{Cn}{n+2} = A + n \cdot \left(\frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2} \right).$$

Подставим $n = 0$:

$$\frac{2-0}{(0+1)(0+2)} = A + 0 \cdot \left(\frac{B}{0+1} + \frac{C}{0+2} \right) = A.$$

Значит, $A = 1$.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B+$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B + (n+1)\cdot\left(\frac{A}{n}+\right.$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B + (n+1)\cdot\left(\frac{A}{n} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B + (n+1)\cdot\left(\frac{A}{n} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n =$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A(n+1)}{n}+\frac{B(n+1)}{(n+1)}+\frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)}=B+(n+1)\cdot\left(\frac{A}{n}+\frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=-1$.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B + (n+1)\cdot\left(\frac{A}{n} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n = -1$.

$B =$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{B}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A(n+1)}{n}+\frac{B(n+1)}{(n+1)}+\frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)}=B+(n+1)\cdot\left(\frac{A}{n}+\frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=-1$.

$$B=\frac{(2-(-1))}{(-1)((-1)+2)}=$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{B}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B + (n+1)\cdot\left(\frac{A}{n} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n=-1$.

$$B = \frac{(2-(-1))}{(-1)((-1)+2)} = -3.$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Теперь умножим равенство на $(n+1)$ и сократим.

$$\frac{(n+1)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+1)}{n} + \frac{B(n+1)}{(n+1)} + \frac{C(n+1)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+2)} = B + (n+1)\cdot\left(\frac{A}{n} + \frac{C}{n+2}\right).$$

Подставим $n = -1$.

$$B = \frac{(2-(-1))}{(-1)((-1)+2)} = -3.$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \qquad\qquad \cdot(n+2)+$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \qquad\qquad \cdot(n+2) + C.$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2) + C.$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2) + C.$$

Подставим $n =$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2) + C.$$

Подставим $n = -2$.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2) + C.$$

Подставим $n = -2$.

$C =$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2) + C.$$

Подставим $n = -2$.

$$C = \frac{(2-(-2))}{(-2)((-2)+1)} =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{C}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)}=\frac{A(n+2)}{n}+\frac{B(n+2)}{(n+1)}+\frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)}=\left(\frac{A}{n}+\frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2)+C.$$

Подставим $n=-2$.

$$C=\frac{(2-(-2))}{(-2)((-2)+1)}=2.$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

Наконец, умножим равенство на $(n+2)$ и сократим.

$$\frac{(n+2)\cdot(2-n)}{n(n+1)(n+2)} = \frac{A(n+2)}{n} + \frac{B(n+2)}{(n+1)} + \frac{C(n+2)}{n+2},$$

$$\frac{(2-n)}{n(n+1)} = \left(\frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)}\right)\cdot(n+2) + C.$$

Подставим $n=-2$.

$$C = \frac{(2-(-2))}{(-2)((-2)+1)} = 2.$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$S_1 =$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},\quad S_2=S_1+a_2=\left(\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)+$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} +$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} +$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 = S_3 + a_4 =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},\quad S_2=S_1+a_2=\left(\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{3}+\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4},$$

$$S_3=S_2+a_3=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5},$$

$$S_4=S_3+a_4=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 = S_3 + a_4 = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right) =$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 = S_3 + a_4 = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{2}{6} \ldots$$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 = S_3 + a_4 = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{2}{6} \ldots$$

Значит, $S_n = -\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{2}{n+2}$.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 = S_3 + a_4 = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{2}{6} \ldots$$

Значит, $S_n = -\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{2}{n+2}$.

Поэтому $S =$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{n}+\frac{-3}{n+1}+\frac{2}{n+2}.$$

$$S_1=\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3},\quad S_2=S_1+a_2=\left(\frac{1}{1}-\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{3}+\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4},$$

$$S_3=S_2+a_3=-\frac{1}{3}+\frac{2}{4}+\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5},$$

$$S_4=S_3+a_4=-\frac{1}{4}+\frac{2}{5}+\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{5}+\frac{2}{6}\right)=-\frac{1}{5}+\frac{2}{6}\ldots$$

Значит, $S_n=-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{2}{n+2}$.

Поэтому $S=\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 = S_3 + a_4 = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{2}{6} \ldots$$

Значит, $S_n = -\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{2}{n+2}$.

Поэтому $S = \lim\limits_{n\to\infty} S_n = \lim\limits_{n\to\infty} \left(-\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{2}{n+2}\right) =$

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 = S_3 + a_4 = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{2}{6} \ldots$$

Значит, $S_n = -\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{2}{n+2}$.

Поэтому $S = \lim\limits_{n\to\infty} S_n = \lim\limits_{n\to\infty} \left(-\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{2}{n+2}\right) = 0$.

Пример 42. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

Решение.

$$\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n} + \frac{-3}{n+1} + \frac{2}{n+2}.$$

$$S_1 = \frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}, \quad S_2 = S_1 + a_2 = \left(\frac{1}{1} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{3} + \frac{2}{4}\right) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4},$$

$$S_3 = S_2 + a_3 = -\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5},$$

$$S_4 = S_3 + a_4 = -\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{5} + \frac{2}{6}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{2}{6} \ldots$$

Значит, $S_n = -\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{2}{n+2}$.

Поэтому $S = \lim\limits_{n\to\infty} S_n = \lim\limits_{n\to\infty} \left(-\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{2}{n+2}\right) = 0.$

Вернемся к лекции?

Пример 43. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$.

Решение.

Пример 43. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.

Пример 43. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \le \dfrac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

прогрессии

Пример 43. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\frac{1}{n2^n} \leq \frac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии

Пример 43. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\frac{1}{n2^n} \leq \frac{1}{2^n}$.
Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии со **знаменателем**

Пример 43. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\frac{1}{n2^n} \leq \frac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии со **знаменателем** $\frac{1}{2} < 1$,

Пример 43. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии со **знаменателем** $\dfrac{1}{2} < 1$,

поэтому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ сходится? расходится?

Пример 43. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии со **знаменателем** $\dfrac{1}{2} < 1$,

поэтому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ сходится.

Пример 43. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии со **знаменателем** $\dfrac{1}{2} < 1$,

поэтому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ сходится.

Согласно **признаку сравнения**, исходный ряд

Пример 43. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии со **знаменателем** $\dfrac{1}{2} < 1$,

поэтому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ сходится.

Согласно **признаку сравнения**, исходный ряд также сходится.

Пример 43. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n2^n}$.

Решение. Заметим, что $\dfrac{1}{n2^n} \leq \dfrac{1}{2^n}$.

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ представляет собой сумму членов

геометрической прогрессии со **знаменателем** $\dfrac{1}{2} < 1$,

поэтому ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{2^n}$ сходится.

Согласно **признаку сравнения**, исходный ряд также сходится.

Вернёмся к лекции?

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение. поэтому

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение. $< \cos\frac{1}{n} \leqslant$ поэтому

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение. $0 < \cos\dfrac{1}{n} \leqslant$ поэтому

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение. $0 < \cos\dfrac{1}{n} \leqslant 1$, поэтому

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение. $0 < \cos\frac{1}{n} \leqslant 1$, поэтому $\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение. $0 < \cos\dfrac{1}{n} \leqslant 1$, поэтому $\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right) \quad 0$.

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение. $0 < \cos\dfrac{1}{n} \leqslant 1$, поэтому $\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right) \leqslant 0$.

Поэтому рассмотрим ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} -\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$, который сходится или расходится одновременно с исходным рядом.

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение. $0 < \cos\dfrac{1}{n} \leqslant 1$, поэтому $\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right) \leqslant 0$.

Поэтому рассмотрим ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} -\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$, который сходится или расходится одновременно с исходным рядом.

Попытаемся применить **признак сравнения в предельной форме.**

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение. Попробуем так подобрать α с тем, чтобы свести вопрос о сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)\right)$ к сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$.

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение. Попробуем так подобрать α с тем, чтобы свести вопрос о сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)\right)$ к сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$. Для этого достаточно подобрать значение α так, чтобы $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}}$ был числом, отличным от 0.

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}}$$

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \qquad\right] \stackrel{?}{=}$$

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \overset{?}{=}$$

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to}$$

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0}$$

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{\qquad}{\qquad} =$$

По правилу Лопиталя...

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-\left(-1/\cos x\right)\cdot}{} =$$

По **правилу Лопиталя**...

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-(-1/\cos x)\cdot(-\sin x)}{} =$$

По **правилу Лопиталя**...

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-(-1/\cos x)\cdot(-\sin x)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

По **правилу Лопиталя**...

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n}\to x\in\mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0}\frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{-\left(-1/\cos x\right)\cdot\left(-\sin x\right)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} =$$

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n}\to x\in\mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0}\frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{-\left(-1/\cos x\right)\cdot\left(-\sin x\right)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} =$$

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \stackrel{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \stackrel{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-(-1/\cos x)\cdot(-\sin x)}{\alpha \cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x} \cdot \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x} \cdot \lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-\left(-1/\cos x\right)\cdot\left(-\sin x\right)}{\alpha \cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x} \cdot \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x} \cdot \lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Согласно **первому замечательному пределу**

т.е.

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{-\ln\left(\cos\dfrac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n}\to x\in\mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0}\frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{-\left(-1/\cos x\right)\cdot\left(-\sin x\right)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Согласно **первому замечательному пределу**

$\alpha - 1 \quad 1$, т.е.

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n}\to x\in\mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0}\frac{-\ln\left(\cos x\right)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{-\left(-1/\cos x\right)\cdot\left(-\sin x\right)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Согласно **первому замечательному пределу**

$\alpha-1\leqslant 1$, т.е.

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n}\to x\in\mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0}\frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{-(-1/\cos x)\cdot(-\sin x)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0}\frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0}\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Согласно **первому замечательному пределу**

$\alpha-1\leqslant 1$, т.е. $\alpha\leqslant 2$.

Пример 44. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-\ln\left(\cos\frac{1}{n}\right)}{1/n^{\alpha}} \overset{?}{=} \left[\frac{1}{n} \to x \in \mathbb{R}\right] \overset{?}{=} \lim_{x\to+0} \frac{-\ln(\cos x)}{x^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{-(-1/\cos x)\cdot(-\sin x)}{\alpha\cdot x^{\alpha-1}} =$$

$$= \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0} \frac{1}{\alpha\cos x}\cdot\lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}} = \lim_{x\to+0} \frac{\sin x}{x^{\alpha-1}}.$$

Согласно **первому замечательному пределу**

$\alpha - 1 \leqslant 1$, т.е. $\alpha \leqslant 2$.

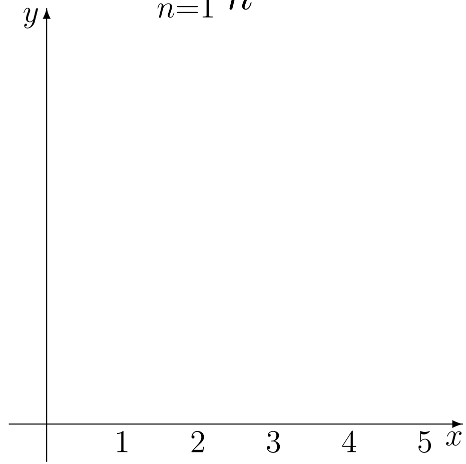
Вернёмся к лекции?

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение.

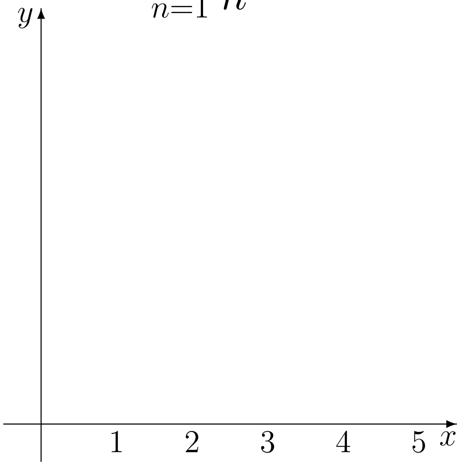
Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.

Решение. При $\alpha \leqslant 0$ ряд расходится по

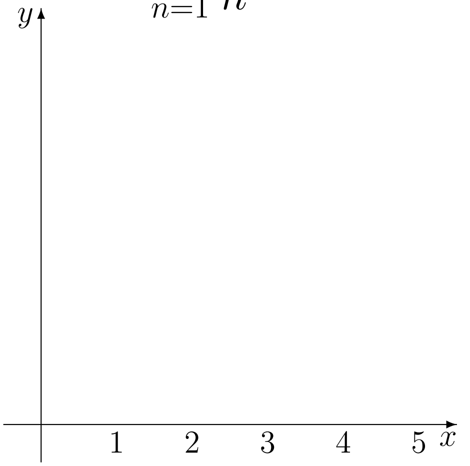


Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. При $\alpha \leqslant 0$ ряд расходится по **необходимому признаку сходимости**.



Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

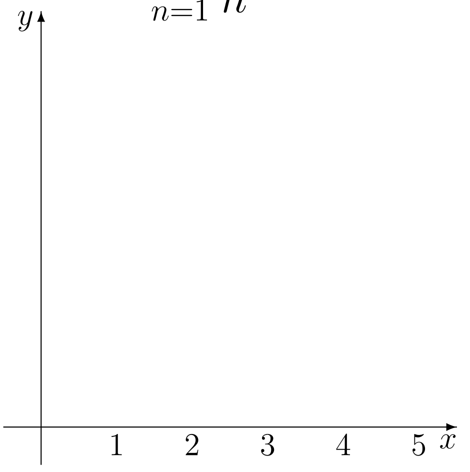
Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

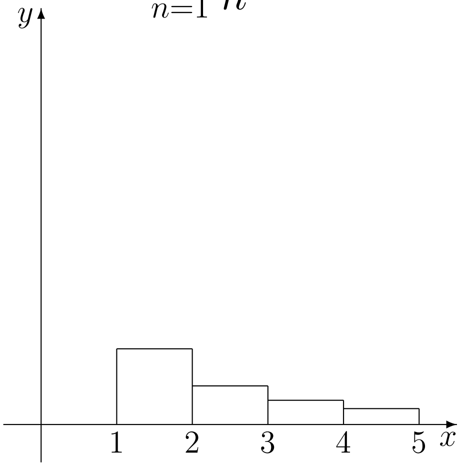


Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

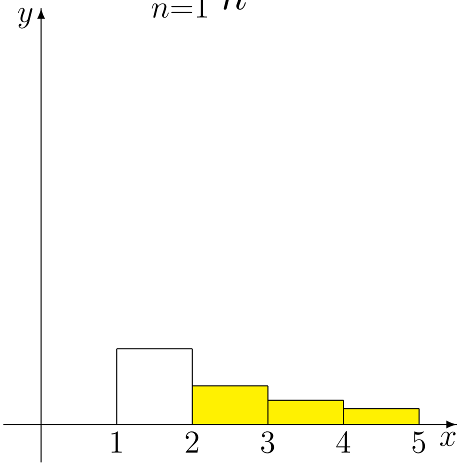


Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

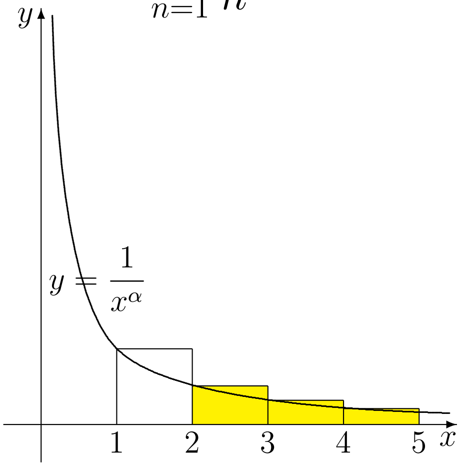


Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

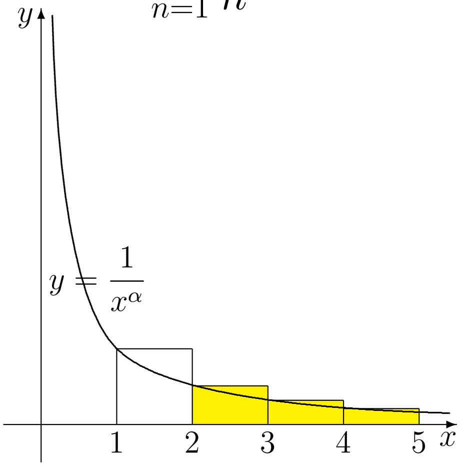


Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant$$

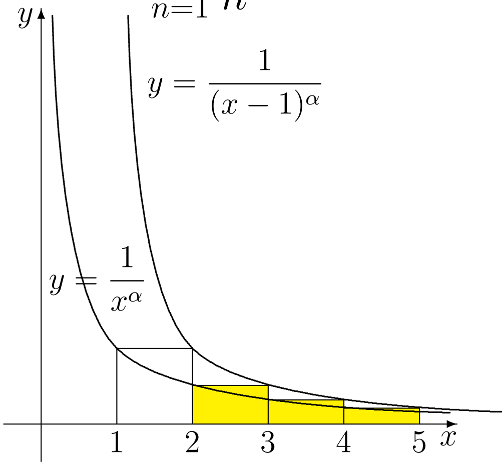


Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

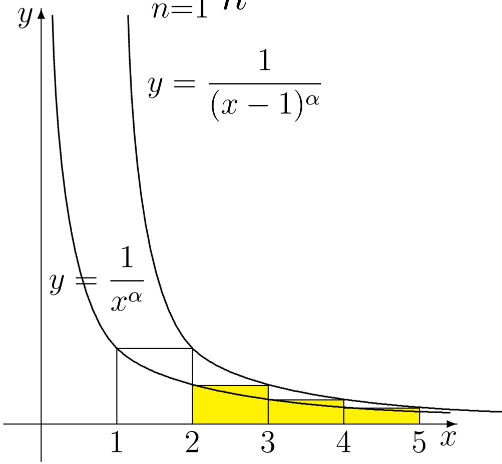


Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$



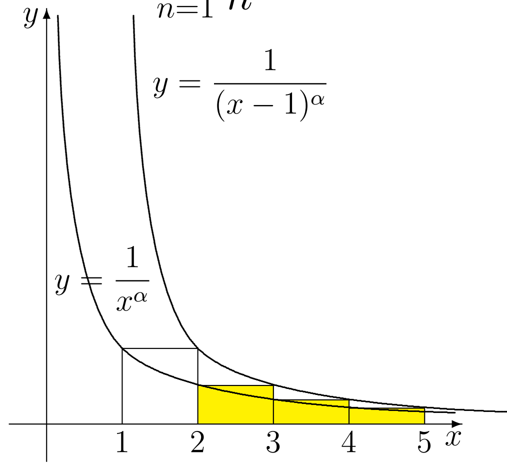
Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^\alpha}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $0<\alpha<1$



Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

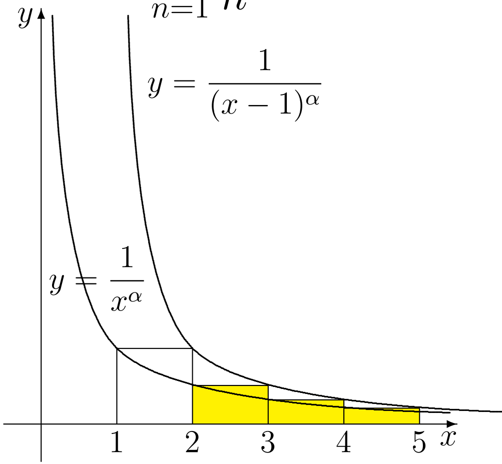
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $0 < \alpha < 1$

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$



Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

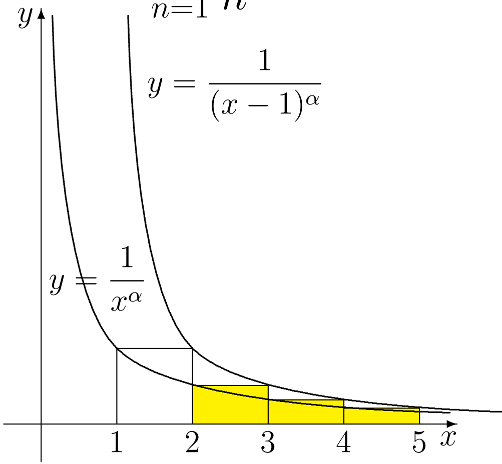
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$



Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

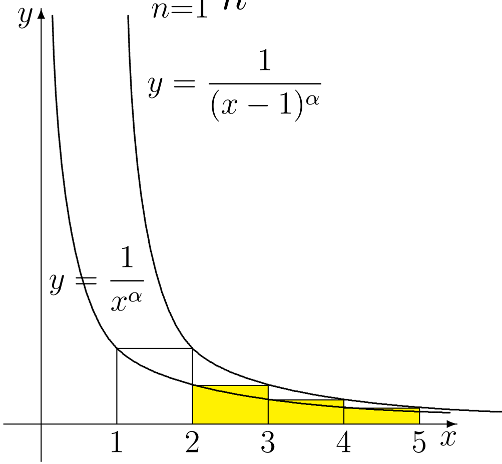
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n}.$$



Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.

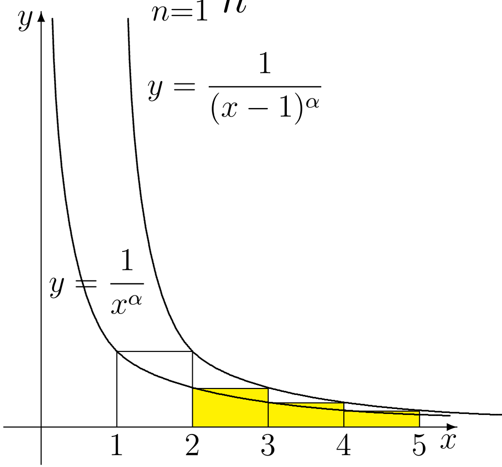
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

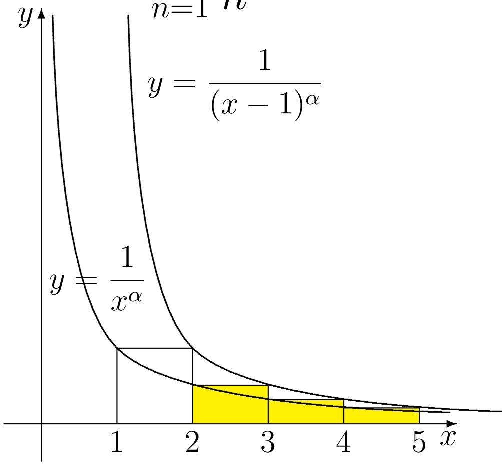
При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_2^n.$$



$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant$$

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^n \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^n \frac{1}{k^\alpha} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_2^n.$$

$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^n \frac{1}{k^\alpha} \leqslant$$

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

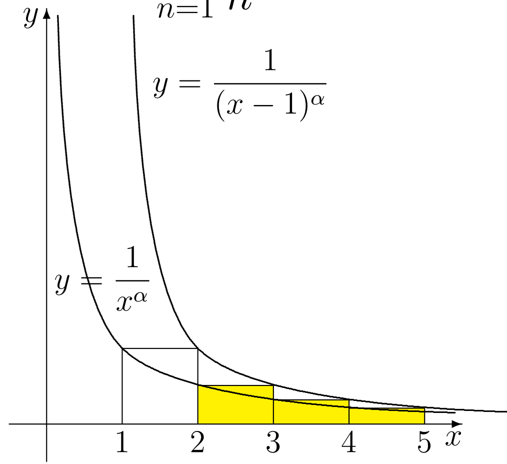
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_{2}^{n}.$$



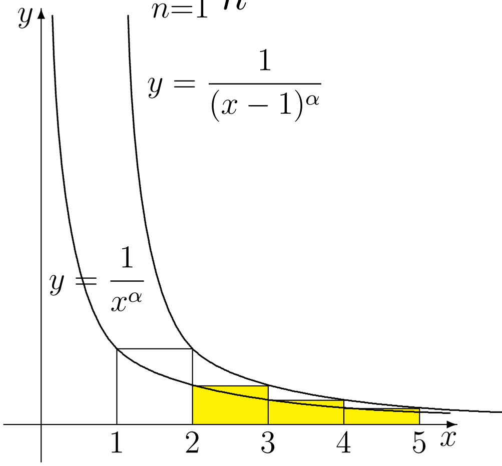
$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(n-1)^{1-\alpha} - (1-\alpha).$$

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^\alpha}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^n \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$



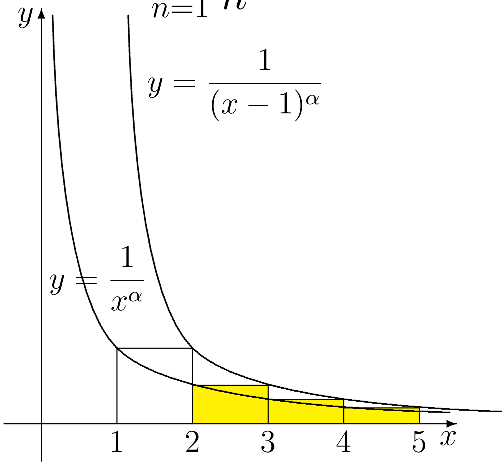
При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^n \frac{1}{k^\alpha} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_2^n.$$

$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^n \frac{1}{k^\alpha} \leqslant (1-\alpha)(n-1)^{1-\alpha} - (1-\alpha).$$

$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \overset{n\to\infty}{\longrightarrow} +\infty,$$

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 0$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 0$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

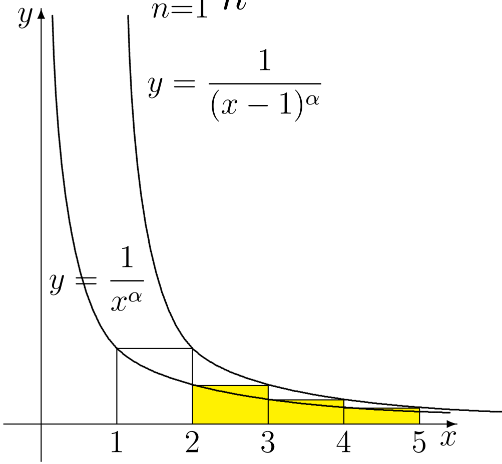
При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_2^n.$$

$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant (1-\alpha)(n-1)^{1-\alpha} - (1-\alpha).$$

$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \overset{n\to\infty}{\to} +\infty$, значит, ряд расходится.

Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha < 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha \geqslant 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

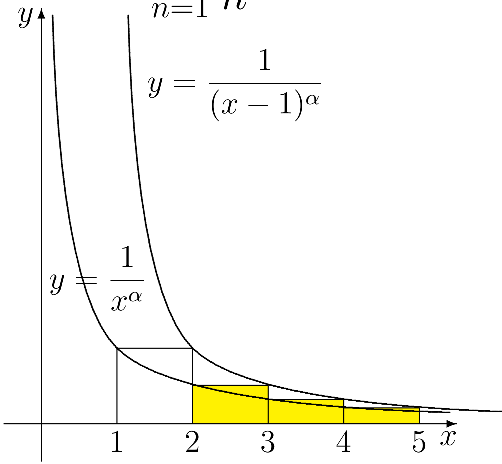
При $0 < \alpha < 1$

$$(1-\alpha)x^{1-\alpha}\Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(x-1)^{1-\alpha}\Big|_2^n.$$

$$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant (1-\alpha)(n-1)^{1-\alpha} - (1-\alpha).$$

$(1-\alpha)n^{1-\alpha} - (1-\alpha)2^{1-\alpha} \xrightarrow{n\to\infty} +\infty$, значит, ряд расходится.

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



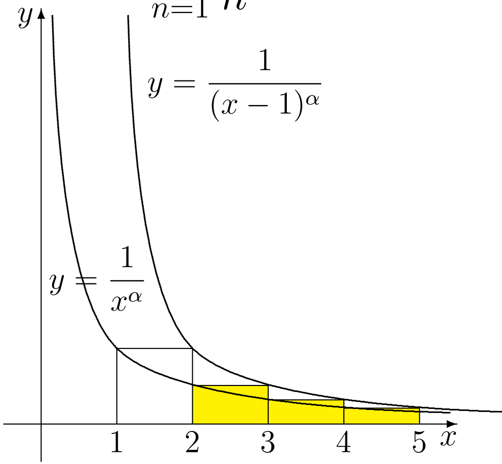
Решение. Ряд расходится при $\alpha < 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha \geqslant 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha = 1$

Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha < 1$.

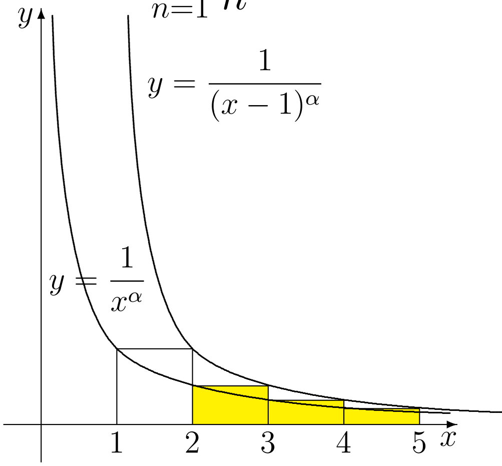
Осталось рассмотреть $\alpha \geqslant 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha = 1$

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}}.$$

Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha < 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha \geqslant 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $\alpha = 1$

$$\ln x\Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^\alpha}.$$

Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

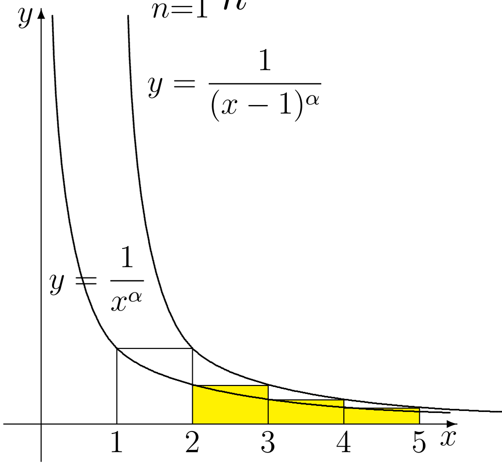
Решение. Ряд расходится при $\alpha < 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha \geqslant 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha = 1$

$$\ln x \Big|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}}.$$



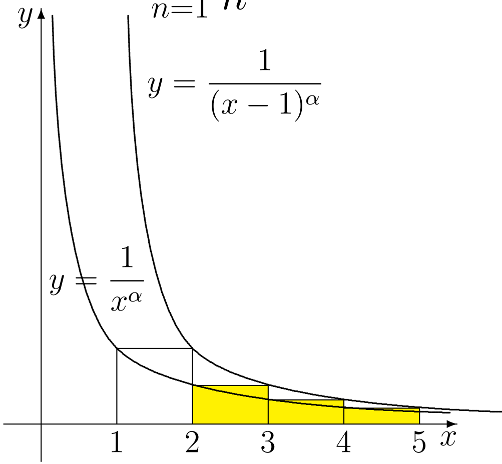
$$\ln n - \ln 2 \overset{n\to\infty}{\to} +\infty,$$ значит, ряд расходится.

Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.

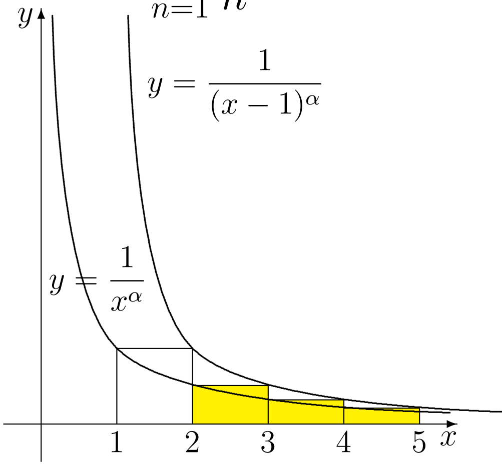
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$



Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



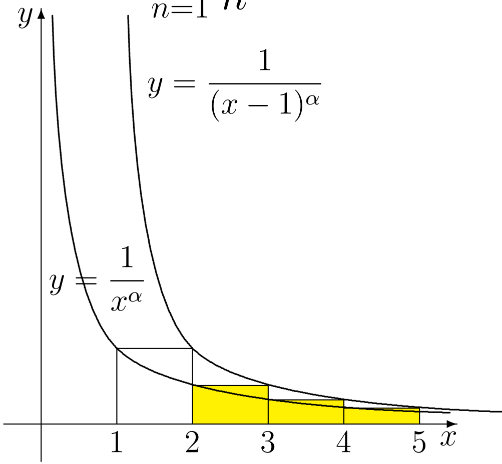
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n} \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $\alpha > 1$

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant$$

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.

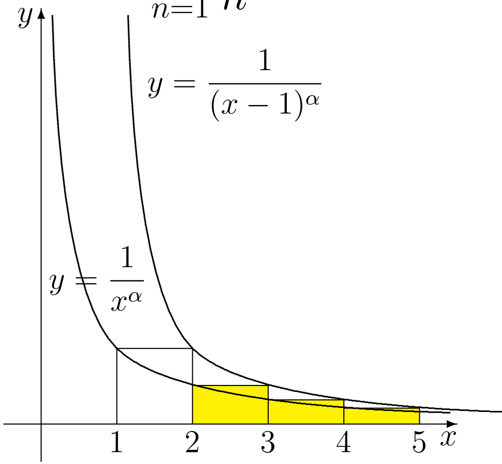
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^n \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $\alpha > 1$

$$\left.\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\right|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^n \frac{1}{k^\alpha} \leqslant$$



Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

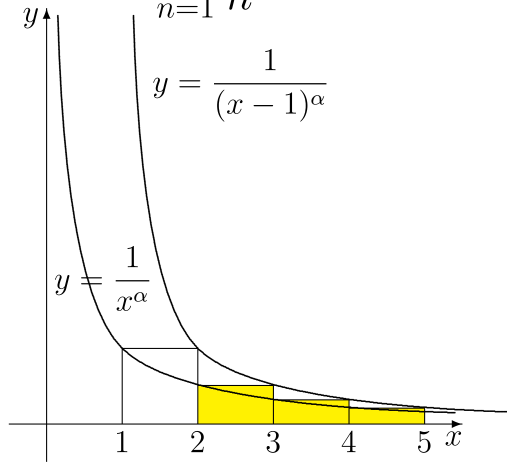
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

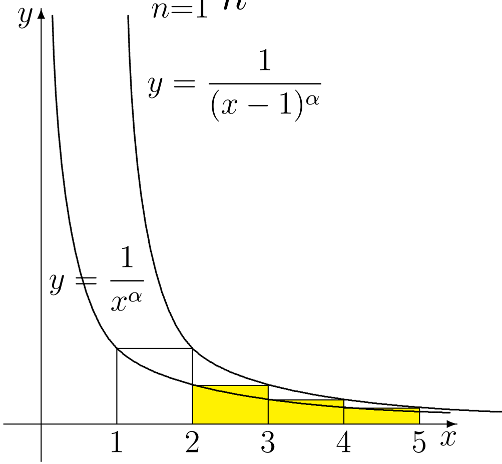
$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $\alpha > 1$

$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n.$$



Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

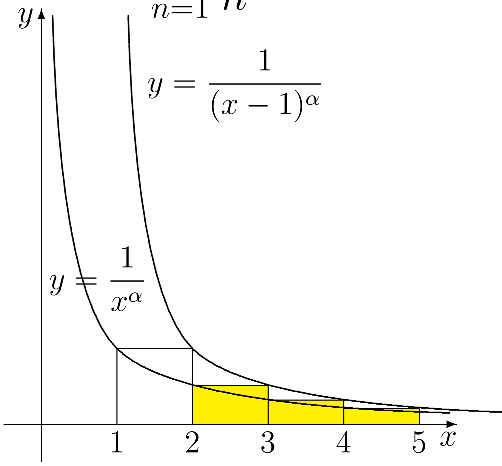
$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n.$$

$$\leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

$$\left.\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\right|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \left.\frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\right|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$$

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

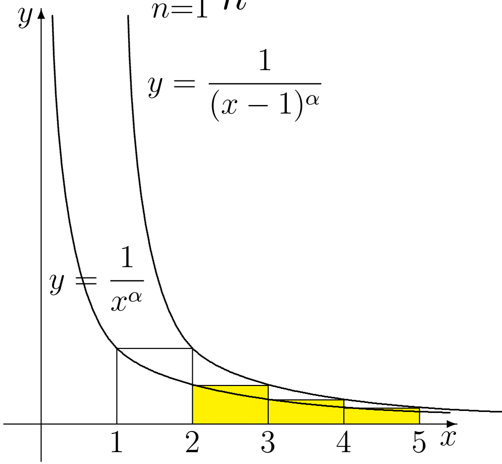
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_{2}^{n}\frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

$$\left.\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\right|_{2}^{n} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \left.\frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\right|_{2}^{n}.$$



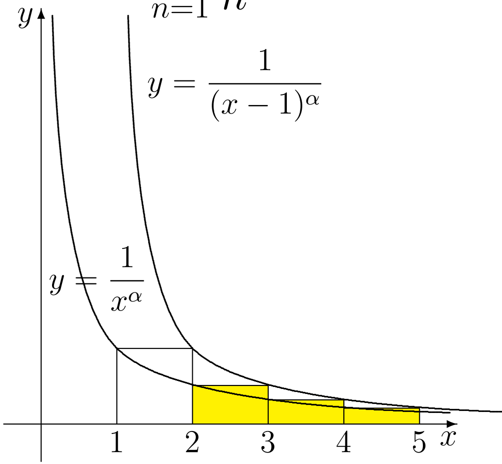
$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$



При $\alpha > 1$

$$\left.\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\right|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \left.\frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\right|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

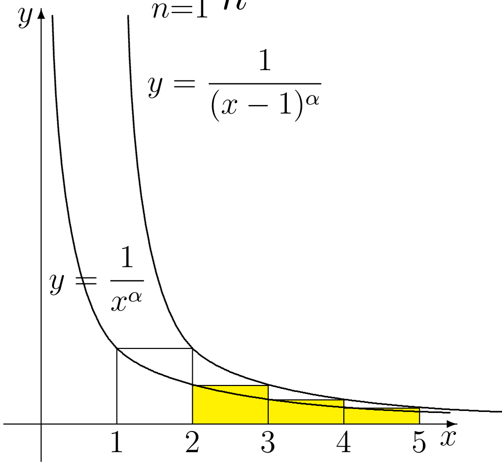
Перейдем к пределу при $n \to \infty$:

Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$



При $\alpha > 1$

$$\left.\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\right|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \left.\frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\right|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

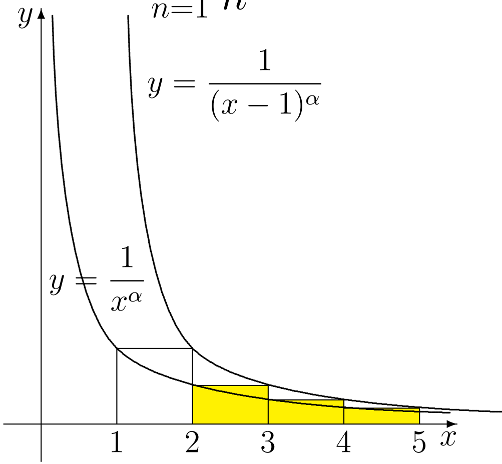
Перейдем к пределу при $n \to \infty$: $\qquad \leqslant \sum\limits_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant$

Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.

Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$



При $\alpha > 1$

$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Перейдем к пределу при $n \to \infty$: $\quad -\dfrac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum\limits_{k=2}^{\infty} \dfrac{1}{k^\alpha} \leqslant$

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$.

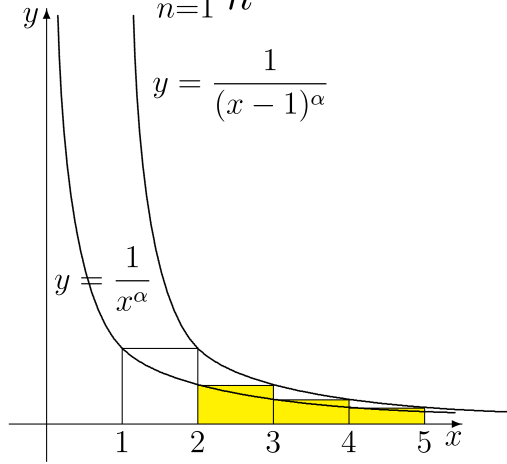
Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^{\alpha}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^{\alpha}}.$$

При $\alpha > 1$

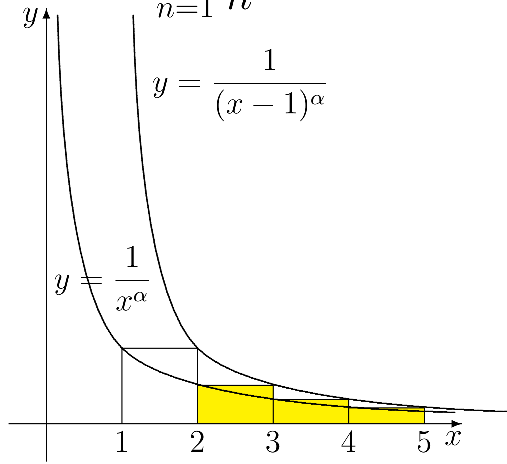
$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n.$$



$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k^{\alpha}} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Перейдем к пределу при $n \to \infty$: $\quad -\dfrac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum\limits_{k=2}^{\infty}\dfrac{1}{k^{\alpha}} \leqslant -\dfrac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}},$

Пример 45. *Выяснить, при каких* α *сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha\leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha> 1$.

$$\int\limits_2^n\frac{dx}{x^\alpha}\leqslant\sum_{k=2}^n\frac{1}{k^\alpha}\leqslant\int\limits_2^n\frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $\alpha>1$

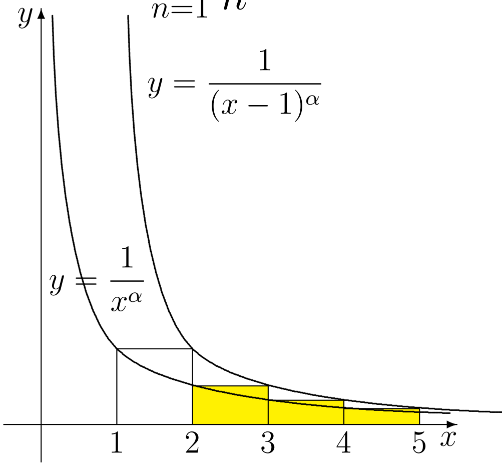
$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n\leqslant\sum_{k=2}^n\frac{1}{k^\alpha}\leqslant\frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}}-\frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}}\leqslant\sum_{k=2}^n\frac{1}{k^\alpha}\leqslant\frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}}-\frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Перейдем к пределу при $n\to\infty$: $-\dfrac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}}\leqslant\sum\limits_{k=2}^{\infty}\dfrac{1}{k^\alpha}\leqslant-\dfrac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}$,

значит, ряд сходится при $\alpha>1$.

Пример 45. *Выяснить, при каких α сходится ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$.



Решение. Ряд расходится при $\alpha \leqslant 1$.

Осталось рассмотреть $\alpha > 1$.

$$\int\limits_2^n \frac{dx}{x^\alpha} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \int\limits_2^n \frac{dx}{(x-1)^\alpha}.$$

При $\alpha > 1$

$$\frac{(1-\alpha)}{x^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(x-1)^{\alpha-1}}\Bigg|_2^n.$$

$$\frac{(1-\alpha)}{n^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^\alpha} \leqslant \frac{(1-\alpha)}{(n-1)^{\alpha-1}} - \frac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}.$$

Перейдем к пределу при $n \to \infty$: $\quad -\dfrac{(1-\alpha)}{2^{\alpha-1}} \leqslant \sum\limits_{k=2}^{\infty} \dfrac{1}{k^\alpha} \leqslant -\dfrac{(1-\alpha)}{(2-1)^{\alpha-1}}$,

значит, ряд сходится при $\alpha > 1$. **Вернёмся к лекции?**

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{(2n-1)!!}}{\mathbf{(2n)!!}} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{(2n-1)!!}}{\mathbf{(2n)!!}} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{(2n-1)!!}}{\mathbf{(2n)!!}} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{(2n-1)!!}}{\mathbf{(2n)!!}} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

$\frac{a_{n+1}}{a_n} =$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(\mathbf{2n-1})!!}{(\mathbf{2n})!!} \cdot \dfrac{1}{2n+1}$.

Решение.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(2(n+1)-1)!!}{(2(n+1))!!(2(n+1)+1)} \cdot \frac{(2n)!!(2n+1)}{(2n-1)!!} =$$

Попробуем применить **признак д'Аламбера.**

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\mathbf{(2n-1)!!}}{\mathbf{(2n)!!}} \cdot \dfrac{1}{2n+1}$.

Решение.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(2(n+1)-1)!!}{(2(n+1))!!(2(n+1)+1)} \cdot \frac{(2n)!!(2n+1)}{(2n-1)!!} =$$

$$= \frac{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1) \cdot (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (2n) \cdot (2n+2) \cdot (2n+3)}.$$

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(\mathbf{2n-1})!!}{(\mathbf{2n})!!} \cdot \dfrac{1}{2n+1}$.

Решение.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(2(n+1)-1)!!}{(2(n+1))!!(2(n+1)+1)} \cdot \frac{(2n)!!(2n+1)}{(2n-1)!!} =$$

$$= \frac{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1) \cdot (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (2n) \cdot (2n+2) \cdot (2n+3)} \cdot \frac{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (2n) \cdot (2n+1)}{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1)} =$$

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(\mathbf{2n-1})!!}{(\mathbf{2n})!!} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(2(n+1)-1)!!}{(2(n+1))!!(2(n+1)+1)} \cdot \frac{(2n)!!(2n+1)}{(2n-1)!!} =$$

$$= \frac{1\cdot 3\cdot \ldots \cdot (2n-1)\cdot(2n+1)}{2\cdot 4\cdot \ldots \cdot (2n)\cdot(2n+2)\cdot(2n+3)} \cdot \frac{2\cdot 4\cdot \ldots \cdot (2n)\cdot(2n+1)}{1\cdot 3\cdot \ldots \cdot (2n-1)} =$$

$$= \frac{(2n+1)^2}{(2n+2)(2n+3)}$$

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(\mathbf{2n-1})!!}{(\mathbf{2n})!!} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(2(n+1)-1)!!}{(2(n+1))!!(2(n+1)+1)} \cdot \frac{(2n)!!(2n+1)}{(2n-1)!!} =$$

$$= \frac{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1) \cdot (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (2n) \cdot (2n+2) \cdot (2n+3)} \cdot \frac{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (2n) \cdot (2n+1)}{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1)} =$$

$$= \frac{(2n+1)^2}{(2n+2)(2n+3)} \overset{n\to\infty}{\longrightarrow}$$

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(\mathbf{2n-1})!!}{(\mathbf{2n})!!} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(2(n+1)-1)!!}{(2(n+1))!!(2(n+1)+1)} \cdot \frac{(2n)!!(2n+1)}{(2n-1)!!} =$$
$$= \frac{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1) \cdot (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (2n) \cdot (2n+2) \cdot (2n+3)} \cdot \frac{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (2n) \cdot (2n+1)}{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1)} =$$
$$= \frac{(2n+1)^2}{(2n+2)(2n+3)} \xrightarrow{n \to \infty} 1.$$

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{(2n-1)!!}}{\mathbf{(2n)!!}} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(2(n+1)-1)!!}{(2(n+1))!!(2(n+1)+1)} \cdot \frac{(2n)!!(2n+1)}{(2n-1)!!} =$$

$$= \frac{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1) \cdot (2n+1)}{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (2n) \cdot (2n+2) \cdot (2n+3)} \cdot \frac{2 \cdot 4 \cdot \ldots \cdot (2n) \cdot (2n+1)}{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1)} =$$

$$= \frac{(2n+1)^2}{(2n+2)(2n+3)} \xrightarrow{n\to\infty} 1.$$

В частности, например, **признак д'Аламбера** не дает ответа на вопрос задачи.

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(\mathbf{2n-1})!!}{(\mathbf{2n})!!} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

Признак Раабе в этом случае оказывается более эффективным:

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{(2n-1)!!}}{\mathbf{(2n)!!}} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

Признак Раабе в этом случае оказывается более эффективным:

$r_n =$

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(\mathbf{2n-1})!!}{(\mathbf{2n})!!} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

Признак Раабе в этом случае оказывается более эффективным:

$$r_n = n\left(1 - \frac{(2n+1)^2}{(2n+2)(2n+3)}\right) =$$

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{(2n-1)}!!}{\mathbf{(2n)}!!} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

Признак Раабе в этом случае оказывается более эффективным:

$$r_n = n\left(1 - \frac{(2n+1)^2}{(2n+2)(2n+3)}\right) = \frac{n(6n+5)}{2(n+1)(2n+3)} \xrightarrow{n\to\infty} \frac{3}{2}$$

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{(2n-1)}!!}{\mathbf{(2n)}!!} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

Признак Раабе в этом случае оказывается более эффективным:

$$r_n = n\left(1 - \frac{(2n+1)^2}{(2n+2)(2n+3)}\right) = \frac{n(6n+5)}{2(n+1)(2n+3)} \overset{n\to\infty}{\to} \frac{3}{2} >$$

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbf{(2n-1)!!}}{\mathbf{(2n)!!}} \cdot \frac{1}{2n+1}$.

Решение.

Признак Раабе в этом случае оказывается более эффективным:

$$r_n = n\left(1 - \frac{(2n+1)^2}{(2n+2)(2n+3)}\right) = \frac{n(6n+5)}{2(n+1)(2n+3)} \overset{n\to\infty}{\longrightarrow} \frac{3}{2} > 1,$$

Пример 46. *Исследовать на сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\mathbf{(2n-1)!!}}{\mathbf{(2n)!!}} \cdot \dfrac{1}{2n+1}$.

Решение.

Признак Раабе в этом случае оказывается более эффективным:

$$r_n = n\left(1 - \frac{(2n+1)^2}{(2n+2)(2n+3)}\right) = \frac{n(6n+5)}{2(n+1)(2n+3)} \overset{n\to\infty}{\to} \frac{3}{2} > 1,$$

поэтому исходный ряд сходится.

Вернёмся к лекции?

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение.

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение.

Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение.

Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.

Во-вторых,абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение.

Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.

Во-вторых,абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.

В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно

Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.

Во-вторых,абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.

В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.
Во-вторых,абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.
В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**. Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**. Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**. Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.

Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| <$

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при $n \geqslant$

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при $n \geqslant 11$,

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при $n \geqslant 11$, таким образом

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при $n \geqslant 11$, таким образом

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \approx$$

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.

Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.

Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.

Это неравенство выполняется при $n \geqslant 11$, таким образом

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \approx \sum_{n=1}^{11}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \approx$$

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.
Это неравенство выполняется при $n \geqslant 11$, таким образом

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \approx \sum_{n=1}^{11}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \approx 0,902.$$

Пример 47. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}$ *с точностью до* 10^{-3}.

Решение. Ряд сходится согласно **признаку Лейбница**.
Для рядов **«лейбницевского типа»** остаток ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.
Поэтому ***в данном случае*** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\left|\dfrac{(-1)^{n+1}}{n^3}\right| < 10^{-3}$.

Внимание! *Только для рядов «лейбницевского» типа можно прекращать суммирование сразу после того, как слагаемое станет меньше заданной точности.*

Вернёмся к лекции или **рассмотрим другой пример?**

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

Согласно **формуле для суммы всех членов геометрической прогрессии**...

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots =$$

Согласно **формуле для суммы всех членов геометрической прогрессии**...

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots = \frac{1}{1 - (1/1.2)} =$$

Согласно **формуле для суммы всех членов геометрической прогрессии**...

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

Согласно **формуле для суммы всех членов геометрической прогрессии**...

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

$\dfrac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$1 + \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{1.2^2} + \dfrac{1}{1.2^3} + \ldots = \dfrac{1}{1-(1/1.2)} = 6.$

$\dfrac{1}{1.2^{13}} < 0.1$, но $1 + \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{1.2^2} + \dfrac{1}{1.2^3} + \ldots + \dfrac{1}{1.2^{13}} =$

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots = \frac{1}{1-(1/1.2)} = 6.$$

$\frac{1}{1.2^{13}} < 0.1$, но $1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots + \frac{1}{1.2^{13}} = 5.53268\ldots$

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

Даже ??-я частичная сумма этого ряда отличается от его суммы намного больше, чем на 0,1.

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

$$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1, \text{ но } 1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$$

Даже 14-я частичная сумма этого ряда отличается от его суммы намного больше, чем на 0,1.

Разница составляет почти 0.5.

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

$$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1,\ \text{но}\ \ 1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$$

На самом деле для достижения точности 0.1 необходимо взять не менее 23 слагаемых...

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots = \frac{1}{1-(1/1.2)} = 6.$$

$\dfrac{1}{1.2^{13}} < 0.1$, но $1 + \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{1.2^2} + \dfrac{1}{1.2^3} + \ldots + \dfrac{1}{1.2^{13}} = 5.53268\ldots$

$$\sum_{n=0}^{22} \frac{1}{1.2^n} =$$

На самом деле для достижения точности 0.1 необходимо взять не менее 23 слагаемых...

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{5^n}{6^n}$*. Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

$\dfrac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{1.2^2}+\dfrac{1}{1.2^3}+\ldots+\dfrac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$$\sum_{n=0}^{22}\frac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$$

На самом деле для достижения точности 0.1 необходимо взять не менее 23 слагаемых...

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\dfrac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

$\dfrac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{1.2^2}+\dfrac{1}{1.2^3}+\ldots+\dfrac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22}\dfrac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$

$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22}\frac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

А вот отличие от 6

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots = \frac{1}{1-(1/1.2)} = 6.$

$\frac{1}{1.2^{13}} < 0.1$, но $1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots + \frac{1}{1.2^{13}} = 5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22} \frac{1}{1.2^n} = 5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

А вот отличие $\sum\limits_{n=0}^{21} \frac{1}{1.2^n} =$ от 6

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$

$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22}\frac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

А вот отличие $\sum\limits_{n=0}^{21}\frac{1}{1.2^n}=5.89131\ldots$ от 6

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots = \frac{1}{1 - (1/1.2)} = 6.$$

$\frac{1}{1.2^{13}} < 0.1$, но $1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2^2} + \frac{1}{1.2^3} + \ldots + \frac{1}{1.2^{13}} = 5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22} \frac{1}{1.2^n} = 5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

А вот отличие $\sum\limits_{n=0}^{21} \frac{1}{1.2^n} = 5.89131\ldots$ от 6 превышает 0.1.

Пример 48. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{5^n}{6^n}$. *Какие из частичных сумм отличаются от суммы ряда не более чем на* $\frac{1}{10}$*?*

Решение.

$$1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots=\frac{1}{1-(1/1.2)}=6.$$

$\frac{1}{1.2^{13}}<0.1$, но $1+\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1.2^2}+\frac{1}{1.2^3}+\ldots+\frac{1}{1.2^{13}}=5.53268\ldots$

$\sum\limits_{n=0}^{22}\frac{1}{1.2^n}=5.9094\ldots$ отличается от 6 менее, чем на 0,1.

А вот отличие $\sum\limits_{n=0}^{21}\frac{1}{1.2^n}=5.89131\ldots$ от 6 превышает 0.1.

Вернёмся к лекции или **рассмотрим другой пример?**

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

Решение.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся. Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся. Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают. В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.
Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.
В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.
Поэтому этот ряд сходится.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.
Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.
В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.
Поэтому этот ряд сходится.

Этот ряд «очень похож» на **гармонический**.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся. Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают. В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0. **Поэтому** этот ряд сходится.

Этот ряд «очень похож» на **гармонический**. Но если в **гармоническом ряде** сумма слагаемых постепенно «накапливается» и, в результате, частичные суммы неограниченно возрастают, то в рассматриваемом ряде слагаемые частично «компенсируют» друг друга, в результате ряд сходится.

Пример 49. *Исследовать на сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots$$

Решение. Во-первых, этот ряд — знакочередующийся.
Во-вторых, абсолютные величины его слагаемых монотонно убывают.
В-третьих, предел общего члена этого ряда равен 0.
Поэтому этот ряд сходится.

Этот ряд «очень похож» на **гармонический**.
Но если в **гармоническом ряде** сумма слагаемых постепенно «накапливается» и, в результате, частичные суммы неограниченно возрастают, то в рассматриваемом ряде слагаемые частично «компенсируют» друг друга, в результате ряд сходится.

Вернёмся к лекции?

Пример 50. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *сходится условно.*

Решение.

Пример 50. *Ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *сходится условно.*

Решение. Его сходимость мы доказали, решая **пример 49**.

Пример 50. *Ряд* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *сходится условно.*

Решение. Его сходимость мы доказали, решая **пример 49**.

Ряд из абсолютных величин представляет собой **гармонический ряд**, который расходится.

Вернёмся к лекции?

Пример 51. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \dots$$

Решение.

Пример 51. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \ldots$$

Решение. Сначала исследуем этот ряд на абсолютную сходимость.

Пример 51. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \ldots$$

Решение. Сначала исследуем этот ряд на абсолютную сходимость. Имеем

Пример 51. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \ldots$$

Решение. Сначала исследуем этот ряд на абсолютную сходимость. Имеем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} \right| =$$

Пример 51. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \ldots$$

Решение. Сначала исследуем этот ряд на абсолютную сходимость. Имеем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Пример 51. *Исследовать на сходимость, абсолютную и условную сходимость ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} = \frac{\cos 1 + i \sin 1}{1} + \frac{\cos 2 + i \sin 2}{2^2} + \dots$$

Решение. Сначала исследуем этот ряд на абсолютную сходимость. Имеем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\cos n + i \sin n}{n^2} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Как мы знаем (см. **пример 45**), последний ряд сходится. Следовательно, исходный ряд сходится абсолютно.

Вернёмся к лекции?

Пример 52. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение.

Пример 52. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

Пример 52. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} =$$

Пример 52. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1+i|^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{|1+i|^n} =$$

Пример 52. *Сходится ли ряд* $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1+i|^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{|1+i|^n} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \ldots \cancel{n}}{\cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \ldots \cdot \cancel{n} \cdot (n+1)} =$$

Пример 52. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1+i|^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{|1+i|^n} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2}\cdot \cancel{1}\cdot \cancel{2}\cdot \ldots \cancel{n}}{\cancel{1}\cdot \cancel{2}\cdot \ldots \cdot \cancel{n}\cdot (n+1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2}}{n+1} =$$

Пример 52. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1+i|^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{|1+i|^n} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2} \cdot \cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \ldots \cdot \cancel{n}}{\cancel{1} \cdot \cancel{2} \cdot \ldots \cdot \cancel{n} \cdot (n+1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2}}{n+1} = 0 \leq 1.$$

Пример 52. *Сходится ли ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(1+i)^n}{n!}$*?*

Решение. По **признаку д'Аламбера** для произвольных рядов имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1+i|^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{|1+i|^n} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2}\cdot \cancel{1}\cdot \cancel{2}\cdot \ldots \cancel{n}}{\cancel{1}\cdot \cancel{2}\cdot \ldots \cdot \cancel{n}\cdot (n+1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2}}{n+1} = 0 \leq 1.$$

По признаку д'Аламбера исходный ряд сходится.

Вернёмся к лекции?

Пример 53. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{k}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{9}-\ldots \qquad (5)$$

сходится условно. Показать, что ряд $1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\ldots$, *полученный перестановкой слагаемых ряда (5), имеет другую сумму.*

Решение.

Пример 53. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \dots \qquad (5)$$

сходится условно. Показать, что ряд $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots$, *полученный перестановкой слагаемых ряда (5), имеет другую сумму.*

Решение. Пусть S — сумма ряда (5) (можно показать, что $S = \ln 2$, см. решение **примера ??**).

Пример 53. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{k}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{9}-\ldots \tag{5}$$

сходится условно. Показать, что ряд $1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\ldots$, *полученный перестановкой слагаемых ряда (5), имеет другую сумму.*

Решение. Пусть S — сумма ряда (5). Умножим этот ряд на $\frac{1}{2}$, получим

Пример 53. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \ldots \qquad (5)$$

сходится условно. Показать, что ряд $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$, *полученный перестановкой слагаемых ряда (5), имеет другую сумму.*

Решение. Пусть S — сумма ряда (5). Умножим этот ряд на $\frac{1}{2}$, получим $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \ldots$.

Пример 53. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{k}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{9}-\ldots \qquad (5)$$

сходится условно. Показать, что ряд $1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\ldots$, *полученный перестановкой слагаемых ряда (5), имеет другую сумму.*

Решение. Пусть S — сумма ряда (5). Умножим этот ряд на $\frac{1}{2}$, получим $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\ldots$. Сумма этого ряда равна $\frac{S}{2}=\frac{\ln 2}{2}$.

Пример 53. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \dots \tag{5}$$

сходится условно. Показать, что ряд $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots,$ *полученный перестановкой слагаемых ряда (5), имеет другую сумму.*

Решение. Пусть S — сумма ряда (5). Умножим этот ряд на $\frac{1}{2}$, получим $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \dots$. Сумма этого ряда равна $\frac{S}{2} = \frac{\ln 2}{2}$. Последний ряд перепишем в виде

$$0 + \frac{1}{2} + 0 - \frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{6} + 0 - \frac{1}{8} + 0 + \dots,$$

и сложим почленно с исходным рядом

Пример 53. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \ldots \qquad (5)$$

сходится условно. Показать, что ряд $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$, *полученный перестановкой слагаемых ряда (5), имеет другую сумму.*

Решение. Сумма этого ряда равна $\frac{S}{2} = \frac{\ln 2}{2}$.
Последний ряд перепишем в виде

$$0 + \frac{1}{2} + 0 - \frac{1}{4} + 0 + \frac{1}{6} + 0 - \frac{1}{8} + 0 + \ldots,$$

и сложим почленно с исходным рядом

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \ldots .$$

Пример 53. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{k}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{9}-\ldots \tag{5}$$

сходится условно. Показать, что ряд $1+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{4}+\ldots$, *полученный перестановкой слагаемых ряда (5), имеет другую сумму.*

Решение. Нетрудно проверить (это не очевидно!), что сумма получающегося ряда

Пример 53. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{k}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{9}-\dots \qquad (5)$$

сходится условно. Показать, что ряд $1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\dots$*, полученный перестановкой слагаемых ряда (5), имеет другую сумму.*

Решение. Нетрудно проверить (это не очевидно!), что сумма получающегося ряда

$$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}-\frac{1}{4}+\dots$$

Пример 53. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \ldots \qquad (5)$$

сходится условно. Показать, что ряд $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$, *полученный перестановкой слагаемых ряда (5), имеет другую сумму.*

Решение. Нетрудно проверить (это не очевидно!), что сумма получающегося ряда

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$$

равна $S + \frac{1}{2}S = \frac{3}{2}S$.

Пример 53. *Ряд*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \ldots \qquad (5)$$

сходится условно. Показать, что ряд $1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$, *полученный перестановкой слагаемых ряда (5), имеет другую сумму.*

Решение. Нетрудно проверить (это не очевидно!), что сумма получающегося ряда

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \ldots$$

равна $S + \frac{1}{2}S = \frac{3}{2}S$. Но, как мы уже замечали, последний ряд получен из исходного перестановкой слагаемых.

Вернёмся к лекции?

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение.

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд
сходится?
расходится?

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд $\begin{matrix}\text{сходится?}\\ \text{расходится?}\end{matrix}$

Применим признак

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд $\begin{matrix}\text{сходится?}\\ \text{расходится?}\end{matrix}$

Применим признак Лейбница.

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится

Применим признак Лейбница.

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится абсолютно? / условно?

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится абсолютно? условно?

Ряд из модулей $\sum\limits_{n=1}^{\infty}$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится абсолютно? условно?

Ряд из модулей $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^n}{n} \right| =$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится абсолютно? / условно?

Ряд из модулей $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left|\frac{(-1)^n}{n}\right| = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится $\begin{matrix}\text{абсолютно?}\\ \text{условно?}\end{matrix}$

Ряд из модулей $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left|\frac{(-1)^n}{n}\right| = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ — это **гармонический** ряд.

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится условно.

Ряд из модулей $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left|\dfrac{(-1)^n}{n}\right| = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$ — это **гармонический** ряд.

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. Этот ряд сходится условно. Значит, по **теореме Римана** нужная перестановка существует.

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** к (-1)? **б)** к *0,1*?

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

Сначала вставим в новый ряд первое слагаемое исходного ряда.

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1}_{-1}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1}_{-1}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}}_{-0,5}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}}_{-0{,}5}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}_{-0{,}833}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}_{-0{,}833}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}_{-1{,}033}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}_{-1{,}033}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}}_{-0{,}7833}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}}_{-0{,}7833}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}}_{-0{,}92619}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}}_{-0{,}92619}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}}_{-1{,}0373}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}}_{-1{,}0373}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}}_{-0{,}8763}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **a)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}}_{-0{,}8763}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}}_{-0{,}96154}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}}_{-0{,}96154}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)? **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}}_{-1{,}03847}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}}_{-1{,}03847}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}}_{-0{,}91347}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}}_{-0{,}91347}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)? **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}-\frac{1}{15}}_{-0{,}98013}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}-\frac{1}{15}}_{-0{,}98013}-\ldots$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}-\frac{1}{15}}_{-0{,}98013}-\cdots$$

Продолжая этот процесс, во-первых, все члены исходного ряда найдут свое место в создаваемом ряду, во-вторых,

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. а) Построим ряд, сходящийся к (-1).

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным (-1). После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей (-1).

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{11}-\frac{1}{13}+\frac{1}{8}-\frac{1}{15}}_{-0{,}98013}-\cdots$$

Продолжая этот процесс, во-первых, все члены исходного ряда найдут свое место в создаваемом ряду, во-вторых, сумма этого ряда будет равна (-1).

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} + \frac{1}{16} - \dots$$

Сначала вставим в новый ряд первое слагаемое исходного ряда.

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1}_{-1}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1}_{-1}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}}_{-0{,}5}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}}_{-0{,}5}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}_{-0{,}25}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}_{-0{,}25}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}}_{-0{,}0833}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}}_{-0{,}0833}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}}_{0{,}04167}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}}_{0{,}04167}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}}_{0{,}14167}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}}_{0{,}14167}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}}_{-0{,}1917}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* **а)** *к* (-1)*?* **б)** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}}_{-0{,}1967}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}}_{-0{,}0369}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}}_{-0{,}0369}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}}_{0{,}0256}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}}_{0{,}0256}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}}_{0{,}0256}$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}}_{0{,}0256}-\ldots$$

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}}_{0{,}0256}-\dots$$

Продолжая этот процесс, во-первых, все члены исходного ряда найдут свое место в создаваемом ряду, во-вторых,

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\dots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}}_{0{,}0256}-\dots$$

Продолжая этот процесс, во-первых, все члены исходного ряда найдут свое место в создаваемом ряду, во-вторых, сумма этого ряда будет равна 0,1.

Пример 54. *Можно ли перестановкой членов ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$ *получить ряд, сходящийся:* ***а)*** *к* (-1)*?* ***б)*** *к 0,1?*

Решение. **б)** Построим ряд, сходящийся к 0,1.

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\frac{1}{12}-\frac{1}{13}+\frac{1}{14}-\frac{1}{15}+\frac{1}{16}-\ldots$$

В исходном ряде последовательно выбираем положительные слагаемые до тех пор, пока значение частичной суммы создаваемого ряда остается меньшим или равным 0,1. После этого в исходном ряде выбираем отрицательные слагаемые до тех пор, пока частичная сумма не станет меньшей 0,1.

$$\underbrace{-1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{3}+\frac{1}{12}+\frac{1}{14}+\frac{1}{16}}_{0{,}0256}-\ldots$$

Продолжая этот процесс, во-первых, все члены исходного ряда найдут свое место в создаваемом ряду, во-вторых, сумма этого ряда будет равна 0,1.

Вернёмся к лекции?

Пример 55. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{x^k}$.

Решение.

Пример 55. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{x^k}$.

Решение. Согласно **признаку д'Аламбера** сходимости произвольных рядов этот ряд сходится при $|x| > 1$, а при $|x| \leq 1$ — расходится.

Вернёмся к лекции или **рассмотреть другой пример?**

Пример 56. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} e^{-n^2 x}$.

Решение.

Пример 56. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} e^{-n^2 x}$.

Решение. При любом значении переменной x этот ряд является знакоположительным. Согласно радикальному признаку Коши сходится при $x > 0$, при $x \leq 0$ — расходится.

Вернёмся к лекции или **рассмотреть другой пример?**

Пример 57. *Найти область сходимости ряда* $\arcsin x + \sum\limits_{n=1}^{\infty} e^{nx}$.

Решение.

Пример 57. *Найти область сходимости ряда* $\arcsin x + \sum\limits_{n=1}^{\infty} e^{nx}$.

Решение. Область сходимости 1-го остатка ряда — множество всех отрицательных действительных чисел, область определения первого члена ряда представляет собой отрезок $[-1; 1]$, поэтому область сходимости исходного ряда равна

$$(-\infty; 0) \cap [-1; 1] = [-1; 0)\,.$$

Вернёмся к лекции или рассмотрим **другой пример?**

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$.

Решение.

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение. По формуле

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n} =$$

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение. По формуле

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \ldots =$$

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение. По формуле

суммы всех членов геометрической прогрессии

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \ldots =$$

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение. По формуле **суммы всех членов геометрической прогрессии**

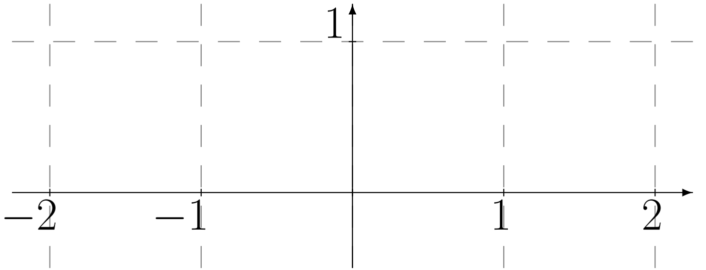
$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \ldots = \frac{1}{1+x^2}.$$

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n} x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

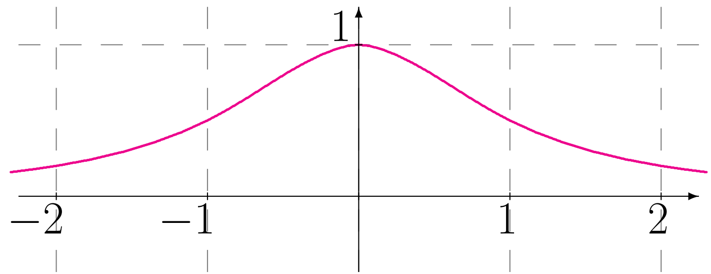
Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.
$S(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n}=\dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.

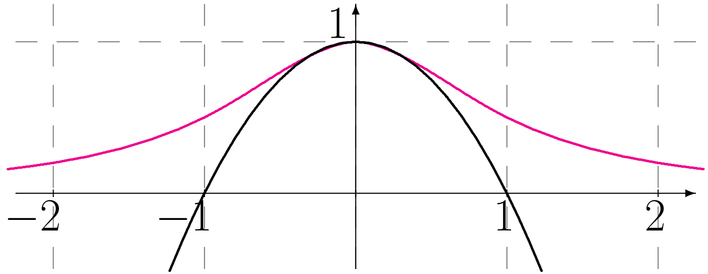


Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



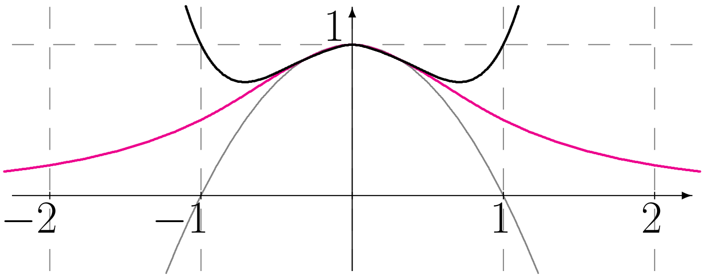
$S_1(x) = 1 - x^2$,

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n} x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



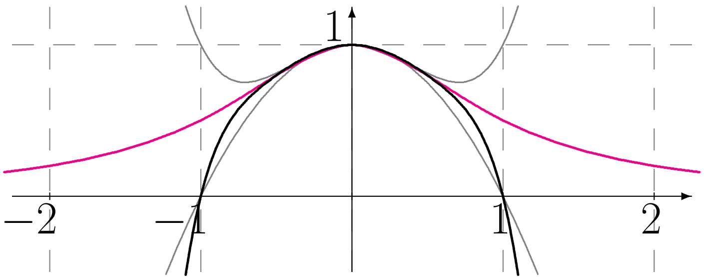
$S_1(x) = 1 - x^2$,
$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4$,

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



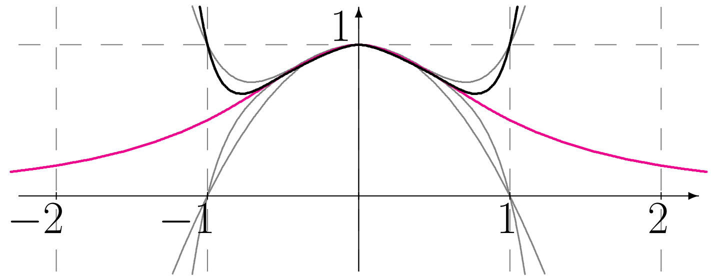
$S_1(x) = 1 - x^2$,
$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4$,
$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6$,

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \frac{1}{1+x^2}.$$

Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.

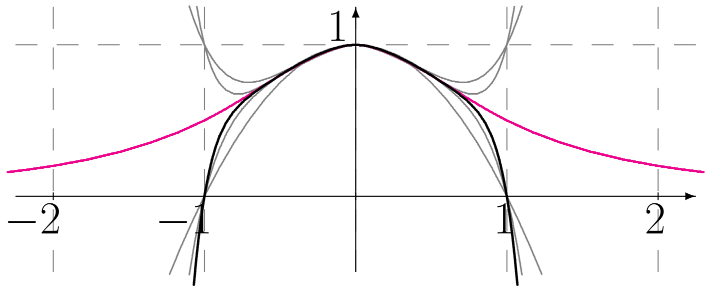


$S_1(x) = 1 - x^2,$
$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4,$
$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6,$
$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8,$

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n} x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.



Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.

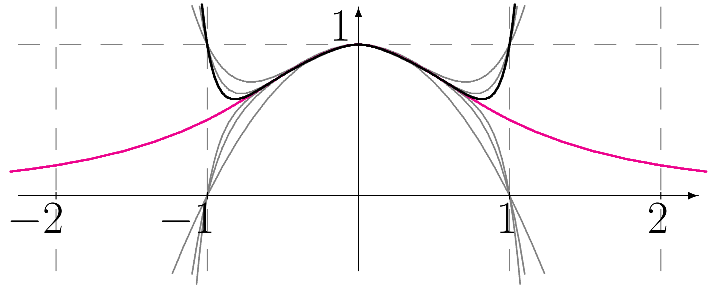
$S_1(x) = 1 - x^2$,
$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4$,
$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6$,
$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8$,
$S_5(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10}$,

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.

$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n} x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.

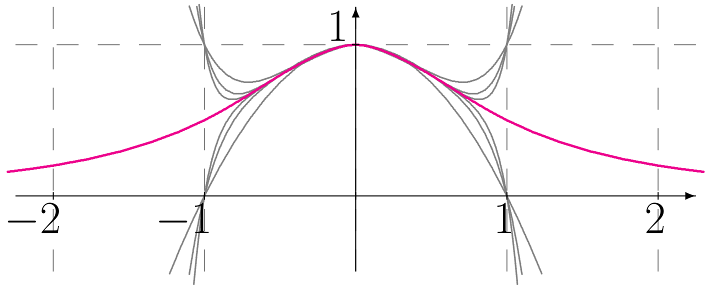
Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.



$S_1(x) = 1 - x^2$,
$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4$,
$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6$,
$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8$,
$S_5(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10}$,
$S_6(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10} + x^{12}$.

Пример 58. *Найдите область сходимости и сумму ряда* $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$.

Решение.
$S(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^{2n}x^{2n} = \dfrac{1}{1+x^2}$.



Построим график $S(x)$ и графики частичных сумм.

$S_1(x) = 1 - x^2$, **Вернёмся к лекции?**
$S_2(x) = 1 - x^2 + x^4$,
$S_3(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6$,
$S_4(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8$,
$S_5(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10}$,
$S_6(x) = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - x^{10} + x^{12}$.

Пример 59. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение.

Пример 59. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Докажем равномерную сходимость ряда. По **формуле из определения равномерной сходимости ряда**

Пример 59. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Докажем равномерную сходимость ряда. По **формуле из определения равномерной сходимости ряда**

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \forall n > N \quad \left| \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n} \right| < \varepsilon. \tag{6}$$

Пример 59. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Докажем равномерную сходимость ряда. По **формуле из определения равномерной сходимости ряда**

$$\forall\varepsilon>0\quad\exists N\in\mathbb{N}\quad\forall x\in\mathbb{R}\quad\forall n>N\quad\left|\sum_{n=N+1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}\right|<\varepsilon. \tag{7}$$

Для доказательства этой формулы надо убедиться в существовании нужного числа N. Для этого можно, например, указать явный способ выбора N.

Пример 59. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Докажем равномерную сходимость ряда. По **формуле из определения равномерной сходимости ряда**

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \forall n > N \quad \left| \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n} \right| < \varepsilon. \tag{8}$$

Для доказательства этой формулы надо убедиться в существовании нужного числа N. Для этого можно, например, указать явный способ выбора N. По **формуле из признака Лейбница**

$$\left| \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{x^2+n} \right| \le \frac{1}{x^2+N+1} < \frac{1}{N}.$$

Пример 59. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Поэтому для доказательства справедливости **формулы (8)** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\dfrac{1}{N} \leq \varepsilon$

Пример 59. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Поэтому для доказательства справедливости **формулы (8)** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\dfrac{1}{N} \leq \varepsilon$, т.е. взять такое значение N, чтобы $N \geq \dfrac{1}{\varepsilon}$.

Пример 59. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Поэтому для доказательства справедливости **формулы (8)** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\dfrac{1}{N} \leq \varepsilon$, т.е. взять такое значение N, чтобы $N \geq \dfrac{1}{\varepsilon}$. Равномерная сходимость ряда доказана.

Пример 59. *Доказать равномерную, но не абсолютную сходимость ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{x^2+n}$.

Решение. Поэтому для доказательства справедливости **формулы (8)** достаточно обеспечить выполнение неравенства $\dfrac{1}{N} \leq \varepsilon$, т.е. взять такое значение N, чтобы $N \geq \dfrac{1}{\varepsilon}$. Равномерная сходимость ряда доказана.

При исследовании на абсолютную сходимость сравниваем ряд из абсолютных величин с гармоническим, поэтому этот ряд сходится условно.

Вернёмся к лекции?

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение.

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Покажем, что в качестве мажорирующего ряда можно взять $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Во-первых, $\left|\dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}\right| \leq \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$, поскольку $|\sin nx| \leq 1$.

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Во-первых, $\left|\dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}\right| \leq \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$, поскольку $|\sin nx| \leq 1$.

Во-вторых, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится.

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Во-первых, $\left|\frac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}\right| \leq \frac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$, поскольку $|\sin nx| \leq 1$.

Во-вторых, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится. Покажем это с помощью признака сравнения.

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Во-первых, $\left|\dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}\right| \leq \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$, поскольку $|\sin nx| \leq 1$.

Во-вторых, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится. Покажем это с помощью признака сравнения. Мы хотим подобрать такое значение параметра α, что, с одной стороны, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$ сходится

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Во-первых, $\left|\dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}\right| \leq \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$, поскольку $|\sin nx| \leq 1$.

Во-вторых, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится. Покажем это с помощью признака сравнения. Мы хотим подобрать такое значение параметра α, что, с одной стороны, $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ сходится и, с другой стороны, $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1/\sqrt{1+n^3-n^2}}{1/n^{\alpha}}$ — число (быть может, даже 0).

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1/\sqrt{1+n^3-n^2}}{1/n^{\alpha}} =$$

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1/\sqrt{1+n^3-n^2}}{1/n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}/n^\alpha} =$$

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1/\sqrt{1+n^3-n^2}}{1/n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}/n^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{n^{2\alpha}} + n^{3-2\alpha} - n^{2-2\alpha}}}.$$

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Имеем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1/\sqrt{1+n^3-n^2}}{1/n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}/n^{\alpha}} =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{n^{2\alpha}} + n^{3-2\alpha} - n^{2-2\alpha}}}.$$

Для того, чтобы последний предел был числом необходимо и достаточно, чтобы $\alpha \le \dfrac{3}{2}$. С другой стороны, как показывает **пример 45**, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$ сходится тогда и только тогда, когда $\alpha > 1$.

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Значит, в качестве «эталонного ряда» можно взять, например, ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}}$

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Значит, в качестве «эталонного ряда» можно взять, например, ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}}$, то есть ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится.

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Значит, в качестве «эталонного ряда» можно взять, например, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{3/2}}$, то есть ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится.

Итак, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ является для исходного ряда мажорантой на всей числовой оси.

Пример 60. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sin nx}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$.

Решение. Значит, в качестве «эталонного ряда» можно взять, например, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{3/2}}$, то есть ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ сходится.

Итак, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt{1+n^3-n^2}}$ является для исходного ряда мажорантой на всей числовой оси. Поэтому исходный ряд сходится равномерно на всей числовой оси.

Вернёмся к лекции?

Пример 61. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n+x^2}$.

Решение.

Пример 61. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n+x^2}$.

Решение. Согласно результату решения **примера 59** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2}$ сходится равномерно.

Пример 61. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n+x^2}$.

Решение. Согласно результату решения **примера 59** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2}$ сходится равномерно. При $|x|<1$ с ростом n арктангенс убывает до 0,

Пример 61. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}\operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n+x^2}$.

Решение. Согласно результату решения **примера 59** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2}$ сходится равномерно. При $|x|<1$ с ростом n арктангенс убывает до 0, при $|x|>1$ с ростом n арктангенс возрастает до $\pi/2$,

Пример 61. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n+x^2}$.

Решение. Согласно результату решения **примера 59** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2}$ сходится равномерно. При $|x|<1$ с ростом n арктангенс убывает до 0, при $|x|>1$ с ростом n арктангенс возрастает до $\pi/2$, при $x=1$ функция $\operatorname{arctg}\left(1^{2n}\right)$ является константой (как функция от n).

Пример 61. *Исследовать на равномерную сходимость ряд* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1} \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)}{n+x^2}$.

Решение. Согласно результату решения **примера 59** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2}$ сходится равномерно. При $|x|<1$ с ростом n арктангенс убывает до 0, при $|x|>1$ с ростом n арктангенс возрастает до $\pi/2$, при $x=1$ функция $\operatorname{arctg}\left(1^{2n}\right)$ является константой (как функция от n).

Поэтому по **признаку Абеля** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n+x^2} \cdot \operatorname{arctg}\left(x^{2n}\right)$ сходится равномерно на всей числовой оси.

Вернёмся к лекции?

Пример 62. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{\left(1+x^2\right)^n}$.

Решение.

Пример 62. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{(1+x^2)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем

Пример 62. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^2}{\left(1+x^2\right)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^2}{\left(1+x^2\right)^n} =$

Пример 62. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{\left(1+x^2\right)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{\left(1+x^2\right)^n} = \dfrac{x^2}{1 - \dfrac{1}{1+x^2}} =$

Пример 62. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{\left(1+x^2\right)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{\left(1+x^2\right)^n} = \dfrac{x^2}{1-\dfrac{1}{1+x^2}} = 1 + x^2$

Пример 62. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n} = \dfrac{x^2}{1-\dfrac{1}{1+x^2}} = 1+x^2$, значит при $x \neq 0$ сумма ряда непрерывна.

Пример 62. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^n} = \dfrac{x^2}{1-\dfrac{1}{1+x^2}} = 1+x^2,$

значит при $x \neq 0$ сумма ряда непрерывна.

При $x = 0$ сумма ряда равна 0.

Пример 62. *Исследовать на непрерывность сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{(1+x^2)^n}$.

Решение. При $x \neq 0$ имеем $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{(1+x^2)^n} = \frac{x^2}{1 - \frac{1}{1+x^2}} = 1 + x^2$, значит при $x \neq 0$ сумма ряда непрерывна.

При $x = 0$ сумма ряда равна 0. Поэтому сумма этого ряда разрывна при $x = 0$.

Развеять сомнения, что при $x = 0$ сумма ряда равна 0 или **Вернёмся к лекции?**

Пример 63. *«Законно» ли почленное дифференцирование ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x}{n^2}\right)$*?*

Решение.

Пример 63. *«Законно» ли почленное дифференцирование ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x}{n^2}\right)$*?*

Решение. Да, ряд из производных сходится равномерно, сам ряд сходится, и все слагаемые и их производные непрерывны.

Вернёмся к лекции?

Пример 64. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$*, где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение.

Пример 64. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. По **теореме Абеля** область сходимости этого ряда может отличаться от области абсолютной сходимости не более, чем двумя точками $x = \pm R$ (напомним, что, по условию, x — вещественное число).

Пример 64. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. По **теореме Абеля** область сходимости этого ряда может отличаться от области абсолютной сходимости не более, чем двумя точками $x = \pm R$ (напомним, что, по условию, x — вещественное число). Поэтому найдем сначала область сходимости знакоположительного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\frac{x^n}{n}\right|$.

Пример 64. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. По **теореме Абеля** область сходимости этого ряда может отличаться от области абсолютной сходимости не более, чем двумя точками $x = \pm R$ (напомним, что, по условию, x — вещественное число). Поэтому найдем сначала область сходимости знакоположительного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\dfrac{x^n}{n}\right|$. Применим **признак д'Аламбера**:

Пример 64. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. По **теореме Абеля** область сходимости этого ряда может отличаться от области абсолютной сходимости не более, чем двумя точками $x = \pm R$ (напомним, что, по условию, x — вещественное число). Поэтому найдем сначала область сходимости знакоположительного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left| \frac{x^n}{n} \right|$. Применим **признак д'Аламбера**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{n+1} \cdot \frac{n}{|x^n|} = |x|,$$

Пример 64. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. По **теореме Абеля** область сходимости этого ряда может отличаться от области абсолютной сходимости не более, чем двумя точками $x = \pm R$ (напомним, что, по условию, x — вещественное число). Поэтому найдем сначала область сходимости знакоположительного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\dfrac{x^n}{n}\right|$. Применим **признак д'Аламбера**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{|x^{n+1}|}{n+1} \cdot \frac{n}{|x^n|} = |x|,$$

поэтому, по **теореме Абеля** и **признаку д'Аламбера** имеем, что при $|x| < 1$ исходный ряд сходится абсолютно, и при $|x| > 1$ исходный ряд расходится. Осталось выяснить «поведение» ряда при $x = \pm 1$.

Пример 64. *Найти область сходимости ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. При $x = -1$ получаем ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$, который условно сходится (см. **пример 49**, и **определение гармонического ряда**).

Пример 64. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. При $x = -1$ получаем ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$, который условно сходится (см. **пример 49**, и **определение гармонического ряда**). При $x = 1$ исходный ряд приобретает вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, это **гармонический ряд**, он расходится.

Пример 64. *Найти область сходимости ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$, *где* $x \in \mathbb{R}$.

Решение. При $x = -1$ получаем ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$, который условно сходится (см. **пример 49**, и **определение гармонического ряда**).

При $x = 1$ исходный ряд приобретает вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}$, это **гармонический ряд**, он расходится.

Значит, область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$, с действительными членами есть полуинтервал $[-1; 1)$, причем при $x = -1$ он сходится условно. Радиус сходимости этого ряда равен 1.

Вернёмся к лекции?

Пример 65. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$.

Решение.

Пример 65. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.

Решение. Область сходимости этого ряда мы находили при решении **примера 64**, это полуинтервал $[-1; 1)$. Обозначим через $S(x)$ сумму этого ряда. Мы хотим свести задачу к суммированию геометрической прогрессии.

Пример 65. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$.

Решение. Область сходимости этого ряда мы находили при решении **примера 64**, это полуинтервал $[-1; 1)$. Обозначим через $S(x)$ сумму этого ряда. Мы хотим свести задачу к суммированию геометрической прогрессии. Внутри области сходимости ряд можно дифференцировать почленно, поэтому, согласно формуле для суммы членов геометрической прогрессии,

Пример 65. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$.

Решение. Область сходимости этого ряда мы находили при решении **примера 64**, это полуинтервал $[-1; 1)$. Обозначим через $S(x)$ сумму этого ряда. Мы хотим свести задачу к суммированию геометрической прогрессии. Внутри области сходимости ряд можно дифференцировать почленно, поэтому, согласно формуле для суммы членов геометрической прогрессии,

$$S'(x) = \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \overset{\boxed{\text{Почему?}}}{=} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d}{dx} \frac{x^n}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} = \frac{1}{1-x}.$$

Пример 65. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$.

Решение. Внутри области сходимости ряд можно дифференцировать почленно, поэтому, согласно формуле для суммы членов геометрической прогрессии,

$$S'(x) = \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \overset{\boxed{\text{Почему?}}}{=} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d}{dx} \frac{x^n}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1} = \frac{1}{1-x}.$$

Таким образом, для $|x| < 1$,

Пример 65. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n}$.

Решение. Внутри области сходимости ряд можно дифференцировать почленно, поэтому, согласно формуле для суммы членов геометрической прогрессии,

$$S'(x) = \frac{d}{dx}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n} \overset{\boxed{\text{Почему?}}}{=} \sum_{n=1}^{\infty}\frac{d}{dx}\frac{x^n}{n} = \sum_{n=1}^{\infty}x^{n-1} = \frac{1}{1-x}.$$

Таким образом, для $|x| < 1$,

$$S(x) = S(0) + \int\limits_0^x \frac{dx}{1-x} = -\ln|1-x|\,.$$

Пример 65. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$.

Решение. При $x = -1$ в силу **следствия**, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n} = -\ln 2.$

Пример 65. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n}$.

Решение. При $x = -1$ в силу **следствия**, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n} = -\ln 2$.

Заметим, что область сходимости ряда из производных в этом примере изменилась: если исходный ряд сходился на множестве $[-1; 0)$, то ряд из производных сходится только в интервале $(-1; 1)$, при $x = -1$ сходимости больше нет.

Вернёмся к лекции или **рассмотреть другой пример?**

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Сначала найдем область сходимости этого ряда. Согласно теореме Абеля достаточно найти область, в которой этот ряд сходится *абсолютно*, тогда вне этой области этот ряд расходится кроме, быть может, точек ее границы.

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Применяя признак д'Аламбера абсолютной сходимости для произвольных рядов, получаем

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$*.*

Решение. Применяя признак д'Аламбера абсолютной сходимости для произвольных рядов, получаем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(n+1)^2 x^{n+1}\right|}{\left|n^2 x^n\right|} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} \cdot |x| = |x|.$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Применяя признак д'Аламбера абсолютной сходимости для произвольных рядов, получаем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(n+1)^2 x^{n+1}\right|}{\left|n^2 x^n\right|} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} \cdot |x| = |x|.$$

Согласно признаку д'Аламбера этот ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 |x|^n$ сходится при $|x| < 1$ и расходится при $|x| > 1$.

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Применяя признак д'Аламбера абсолютной сходимости для произвольных рядов, получаем

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|(n+1)^2 x^{n+1}\right|}{|n^2 x^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} \cdot |x| = |x|.$$

Согласно признаку д'Аламбера этот ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 |x|^n$ сходится при $|x| < 1$ и расходится при $|x| > 1$. По теореме Абеля исходный ряд «ведет себя» аналогично. Исследуем сходимость в граничных точках.

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. При $x = -1$ исходный ряд имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2(-1)^n$, то есть расходится в силу необходимого признака сходимости ряда: его общий член не стремится к 0.

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. При $x = -1$ исходный ряд имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2(-1)^n$, то есть расходится в силу необходимого признака сходимости ряда: его общий член не стремится к 0.

При $x = 1$ исходный ряд расходится по той же причине.

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. При $x = -1$ исходный ряд имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2(-1)^n$, то есть расходится в силу необходимого признака сходимости ряда: его общий член не стремится к 0.
При $x = 1$ исходный ряд расходится по той же причине.

Теперь найдем его сумму.

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. При $x = -1$ исходный ряд имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2(-1)^n$, то есть расходится в силу необходимого признака сходимости ряда: его общий член не стремится к 0.
При $x = 1$ исходный ряд расходится по той же причине.

Заметим, что $n \cdot x^{n-1} = \dfrac{d}{dx} x^n$.

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. При $x = -1$ исходный ряд имеет вид $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2(-1)^n$, то есть расходится в силу необходимого признака сходимости ряда: его общий член не стремится к 0.
При $x = 1$ исходный ряд расходится по той же причине.

Заметим, что $n \cdot x^{n-1} = \dfrac{d}{dx}x^n$. Поэтому напрашивается с помощью интегрирования исходного ряда свести его к сумме членов геометрической прогрессии, сумма которой задается известной формулой, после чего дифференцированием можно «вернуться обратно», к исходному ряду.

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Преобразуем исходный ряд следующим образом («подготовимся к интегрированию»):

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Преобразуем исходный ряд следующим образом («подготовимся к интегрированию»):

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n =$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Преобразуем исходный ряд следующим образом («подготовимся к интегрированию»):

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} =$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Преобразуем исходный ряд следующим образом («подготовимся к интегрированию»):

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

$$x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx} =$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

$$x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n.$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

$$x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n.$$

Осталось найти сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n$. Поступим аналогично:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n =$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

$$x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n.$$

Осталось найти сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n$. Поступим аналогично:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^{n-1} =$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx}$$

Согласно свойствам степенных рядов внутри области сходимости

$$x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n.$$

Осталось найти сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n$. Поступим аналогично:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^{n-1} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx}.$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то

$$x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} x^n.$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Согласно формуле для суммы членов геометрической прогрессии имеем для $|x| < 1$ (что совпадает с областью сходимости исходного ряда) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n = \frac{x}{1-x}$.

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{dx^n}{dx} = x \cdot \dfrac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n =$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{dx^n}{dx} = x \cdot \dfrac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} =$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

поэтому

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n =$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{dx^n}{dx} = x \cdot \frac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n x^n =$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{dx^n}{dx} = x \cdot \dfrac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \sum_{n=1}^{\infty} n x^n = x \cdot \frac{d}{dx} \frac{x}{(1-x)^2} =$$

Пример 66. *Найти сумму ряда* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2x^n$.

Решение. Так как для степенного ряда внутри области сходимости производная совпадает с почленной производной, то $x \cdot \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{dx^n}{dx} = x \cdot \dfrac{d}{dx} \sum\limits_{n=1}^{\infty} x^n$. Поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot x^n = x \cdot \frac{d}{dx}\frac{x}{1-x} = \frac{x}{(1-x)^2},$$

поэтому

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2x^n = x \cdot \frac{d}{dx}\sum_{n=1}^{\infty} nx^n = x \cdot \frac{d}{dx}\frac{x}{(1-x)^2} = \frac{x(1+x)}{(1-x)^3}.$$

Вернёмся к лекции?

Пример 67. *Доказать, что ряд Тейлора в окрестности 0 функции* $f(x) = \begin{cases} 0 & \textit{при } x = 0 \\ e^{-1/x^2} & \textit{при } x \neq 0 \end{cases}$ *сходится на всей числовой оси, но ни в какой окрестности 0 не сходится к* $f(x)$.

Решение.

Пример 67. *Доказать, что ряд Тейлора в окрестности 0 функции* $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{\textit{при} } x = 0 \\ e^{-1/x^2} & \text{\textit{при} } x \neq 0 \end{cases}$ *сходится на всей числовой оси, но ни в какой окрестности 0 не сходится к* $f(x)$*.*

Решение. С помощью простых индуктивных рассуждений нетрудно убедиться, что $f^{(n)}(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x = 0 \\ P_{3n}(x)e^{-1/x^2} & \text{при } x \neq 0 \end{cases}$, где $P_k(x)$ — многочлен степени k. Поэтому ее ряд Тейлора — нулевой, но $f(x)$ не является тождественно нулевой функцией.

Вернёмся к лекции?

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1 + x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение. В дальнейшем для решения аналогичных задач мы будем пользоваться **типовыми разложениями**, но при решении этой задачи «все сделаем честно».

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1 + x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1 + x) =$

$f(x) =$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1 + x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1 + x) =$

$f(x) = \ln(1 + x)$,

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$f(x) = \ln(1+x), \quad f(0) =$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1 + x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1 + x) =$$

$$f(x) = \ln(1 + x), \quad f(0) = 0.$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$f(x) = \ln(1+x), \quad f(0) = 0.$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$f'(x) =$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1 + x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1 + x) =$

$$f'(x) = \frac{1}{1 + x},$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x}, \quad f'(0) =$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x}, \quad f'(0) = 1.$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$= x +$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x}, \quad f'(0) = 1.$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$= x +$$

$$f''(x) =$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$= x+$

$$f''(x) = \frac{-1}{(1+x)^2},$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$= x+$

$f''(x) = \dfrac{-1}{(1+x)^2}, \quad f''(0) =$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$= x+$

$$f''(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}, \quad f''(0) = -1.$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 +$$

$$f''(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}, \quad f''(0) = -1.$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 +$$

$f'''(x) =$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 +$$

$$f'''(x) = \frac{-1 \cdot (-2)}{(1+x)^3},$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 +$$

$$f'''(x) = \frac{-1\cdot(-2)}{(1+x)^3}, \quad f'''(0) =$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1 + x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1 + x) =$

$= x + \dfrac{(-1)}{2}x^2 +$

$f'''(x) = \dfrac{-1 \cdot (-2)}{(1 + x)^3}, \quad f'''(0) = 2.$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots +$$

$$f'''(x) = \frac{-1 \cdot (-2)}{(1+x)^3}, \quad f'''(0) = 2.$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$\ln(1+x) =$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots +$$

$f^{(n)}(x) =$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots +$$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n-1)!}{(1+x)^n},$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots +$$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n-1)!}{(1+x)^n}, \quad f^{(n)}(0) =$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots +$$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n-1)!}{(1+x)^n}, \quad f^{(n)}(0) = (-1)^{n-1} \cdot (n-1)!$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}\cdot(n-1)!}{n!}x^n + \ldots$$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1}\cdot(n-1)!}{(1+x)^n}, \quad f^{(n)}(0) = (-1)^{n-1}\cdot(n-1)!$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1 + x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1 + x) =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

$$f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n-1)!}{(1+x)^n}, \quad f^{(n)}(0) = (-1)^{n-1} \cdot (n-1)!$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Найдем область сходимости этого ряда.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

По **теореме Абеля** она может отличаться от области его *абсолютной* сходимости не более чем в двух точках.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

По **теореме Абеля** она может отличаться от области его *абсолютной* сходимости не более чем в двух точках.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости.**

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n\right|}{\left|\dfrac{(-1)^{n-2}}{n-1} \cdot x^{n-1}\right|} =$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\left| \dfrac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n \right|}{\left| \dfrac{(-1)^{n-2}}{n-1} \cdot x^{n-1} \right|} = |x|$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n\right|}{\left|\dfrac{(-1)^{n-2}}{n-1} \cdot x^{n-1}\right|} = |x| < 1.$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n\right|}{\left|\dfrac{(-1)^{n-2}}{n-1} \cdot x^{n-1}\right|} = |x| < 1.$$

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

При $x = -1$ ряд Тейлора «превращается» в ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot (-1)^n$,

сходится?

то есть в **гармонический ряд**, который расходится?

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

При $x = -1$ ряд Тейлора «превращается» в ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot (-1)^n$,

то есть в **гармонический ряд**, который расходится.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

сходится?

При $x = 1$ получаем ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$, который расходится?

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

При $x = 1$ получаем ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$, который сходится

по признаку

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

При $|x| < 1$ ряд сходится абсолютно,

при $|x| > 1$ — расходится.

При $x = 1$ получаем ряд $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$, который сходится по признаку Лейбница.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

При $x = 1$ получаем ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$, который сходится

по признаку**Лейбница**.

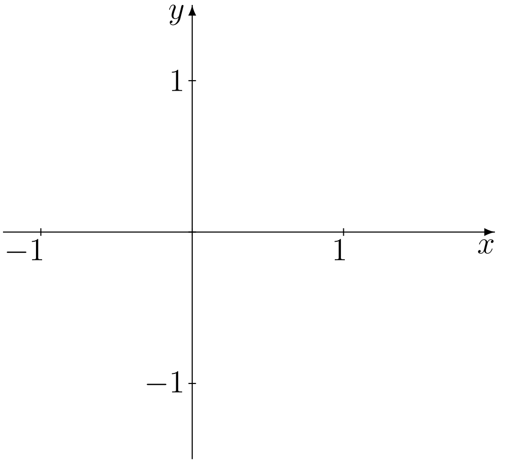
Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

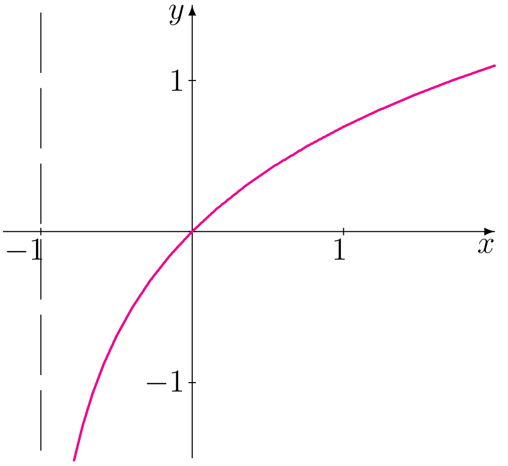
Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1;1]$.



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

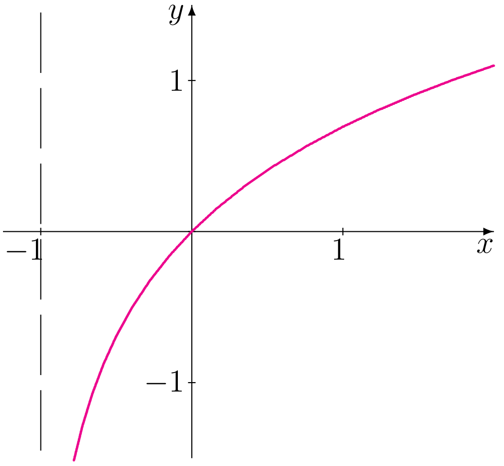
Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

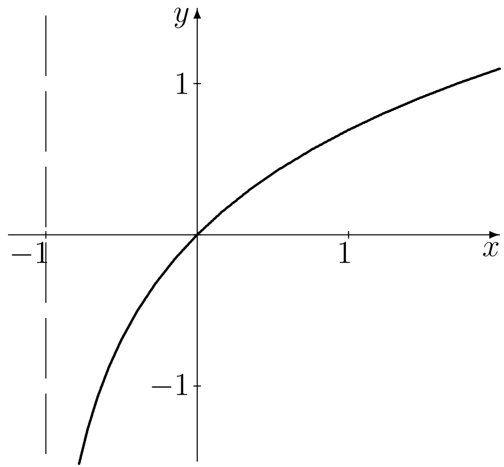
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$S_1(x) = x$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

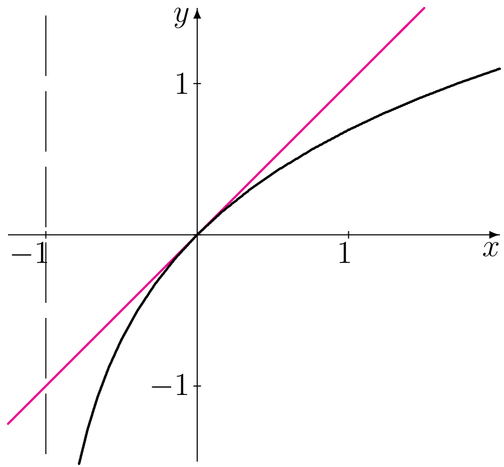
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$S_1(x) = x$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

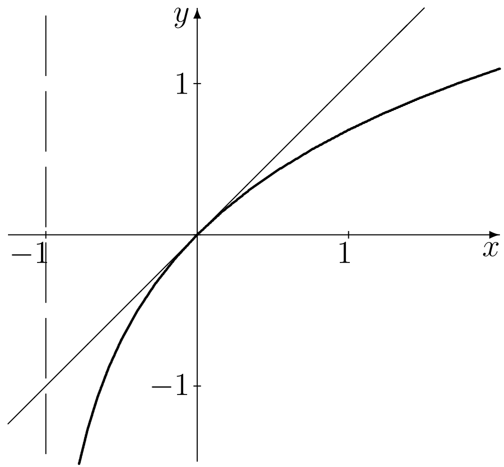
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_2(x) = x - \frac{x^2}{2}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

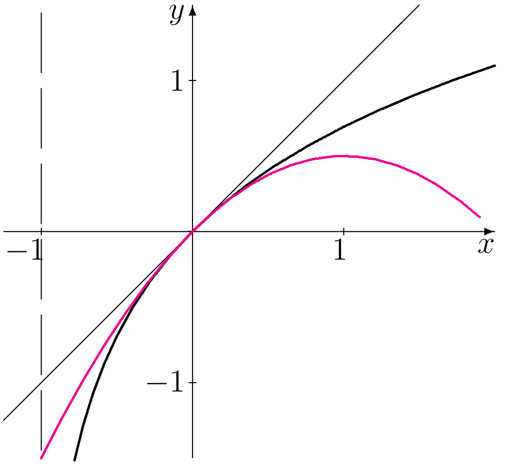
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_2(x) = x - \frac{x^2}{2}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

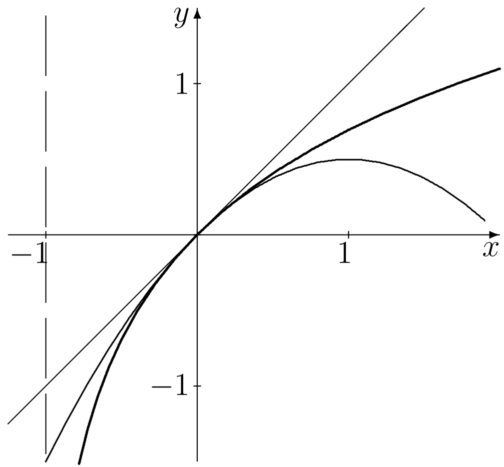
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_3(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

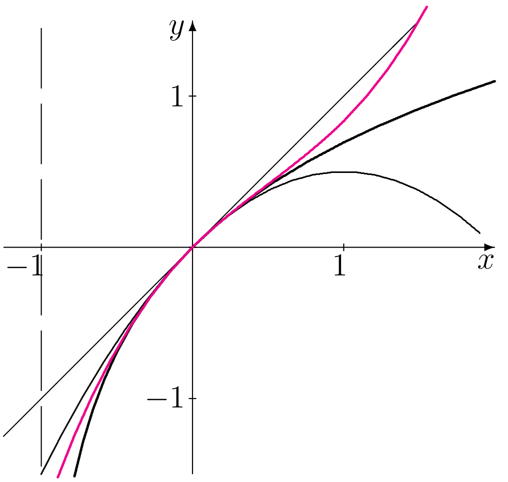
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_3(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

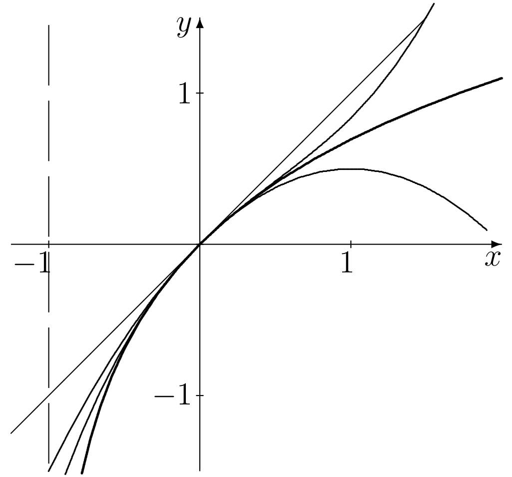
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_4(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

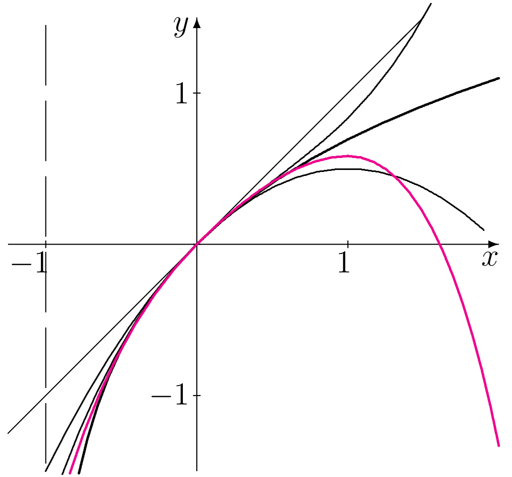
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_4(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

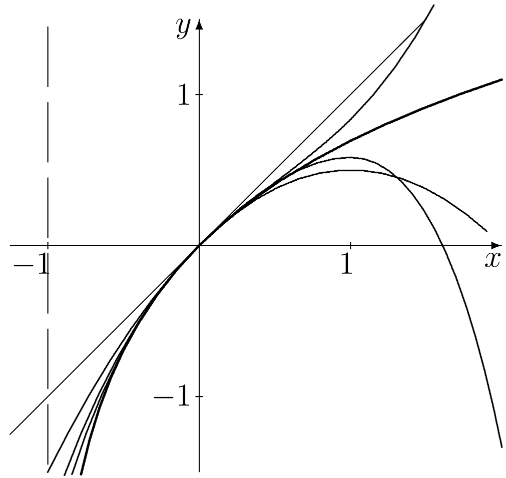
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_5(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

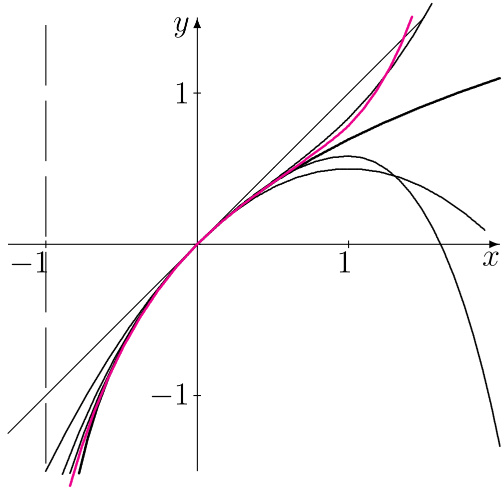
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_5(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5}$$



Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

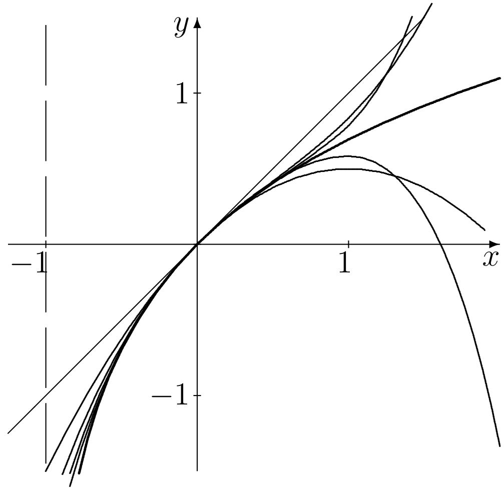
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_6(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6}.$$

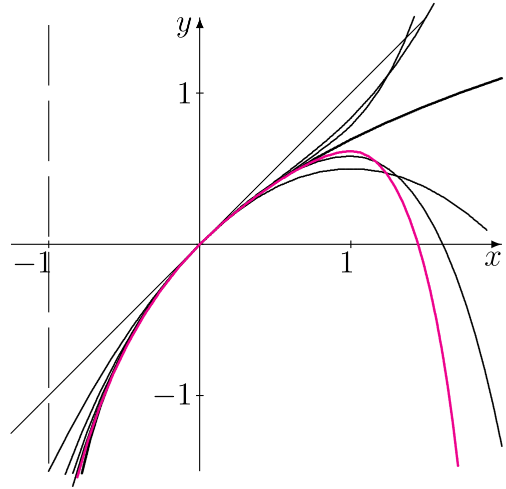


Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

Решение.



$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2} x^2 + \frac{2}{3!} x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_6(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6}.$$

Изобразим график функции $f(x) = \ln(1+x)$.

Теперь построим графики первых частичных сумм $S_n(x)$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию $f(x) = \ln(1+x)$. Найти область сходимости этого ряда.*

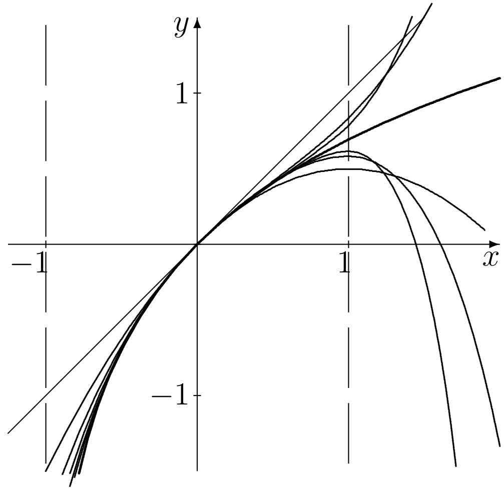
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_7(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6}.$$



Эти графики подверждают расходимость ряда при $|x| > 1$.

Пример 68. *Разложить в ряд Тейлора в окрестности 0 функцию* $f(x) = \ln(1+x)$. *Найти область сходимости этого ряда.*

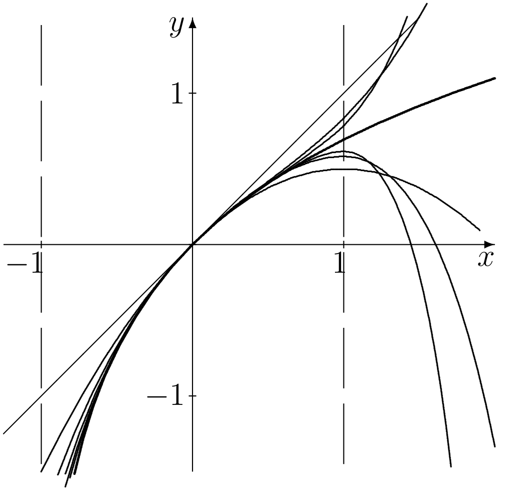
Решение.

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \cdot x^n =$$

$$= x + \frac{(-1)}{2}x^2 + \frac{2}{3!}x^3 + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + \ldots$$

Область сходимости этого ряда: $(-1; 1]$.

$$S_7(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6}.$$



Эти графики подверждают расходимость ряда при $|x| > 1$.

Вернёмся к лекции или **рассмотрим следующий пример?**

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение.

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

$$\ln 10 =$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

$$\ln 10 = \ln(1+9) \stackrel{?}{=}$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

$$\ln 10 = \ln(1+9) \overset{?}{=} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} 9^n.$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

$$\ln 10 = \ln(1+9) \stackrel{?}{=} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} 9^n.$$

К сожалению, из этого ничего хорошего не получится, так как ряд в правой части этого «равенства» (мы пометили его «вопросиком»),

сходится?

очевидно, расходится?

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно было бы, попытаться сделать это так:

$$\ln 10 = \ln(1+9) \overset{?}{=} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} 9^n.$$

К сожалению, из этого ничего хорошего не получится, так как ряд в правой части этого «равенства» (мы пометили его «вопросиком»), **очевидно**, расходится.

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$. Можно предложить такой выход из положения (все приближенные равенства вычисляются с точностью, как минимум, 0.0001, чтобы исключить влияние ошибок округления):

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$\ln 10 =$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \qquad \right) \approx$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 +$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 -$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} +$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} -$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Получили ряд «лейбницевского типа».

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \dots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится? расходится?

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится,

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит первого из отбрасываемых слагаемых.

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \dots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \dots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае сумма ряда отличается от S_4 менее, чем на 0.02.

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \dots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае

$$\ln 10 \approx$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \dfrac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$

$\approx 2 + 0.353353 - \dfrac{0.353353^2}{2} + \dfrac{0.353353^3}{3} - \dfrac{0.353353^4}{4} + \dots$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае

$$\ln 10 \approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} \approx 2.30563\ldots \approx$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае

$$\ln 10 \approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} \approx 2.30563\ldots \approx$$

$\approx 2.31.$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.
$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln(1 + 0.353353) \approx$
$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$
Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.
$\frac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае

$$\ln 10 \approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} \approx 2.30563\ldots \approx$$

≈ 2.31. На самом деле...

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^2 \cdot \frac{10}{e^2}\right) \approx 2 + \ln\left(1 + 0.353353\right) \approx$$

$$\approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} - \frac{0.353353^4}{4} + \ldots$$

Согласно **признаку Лейбница**, во-первых, этот ряд сходится, во-вторых, остаток R_n ряда не превосходит a_n.

$\dfrac{0.353353^4}{4} \approx 0.003897 < 0.01$, поэтому в данном случае

$$2.302585 \approx \ln 10 \approx 2 + 0.353353 - \frac{0.353353^2}{2} + \frac{0.353353^3}{3} \approx 2.30563\ldots \approx$$

$\approx 2.31.$ На самом деле...

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1 + x)$. Можно было поступить иначе. А именно,

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$\ln 10 =$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5} \cdot \qquad\right) \approx$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5} \cdot \frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5} \cdot \frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1 - 0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5+\ln\left(1-0.17915\right)\approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2}$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1 - 0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3}$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1 - 0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \dots$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1-0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

Заметим, что теперь мы не имеем права прекращать суммирование по достижении слагаемым значения, меньшего 0.01, так как получившийся ряд не является рядом «лейбницевского типа».

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1-0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

Оценим остаток ряда с помощью формулы для суммы членов геометрической прогрессии.

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \dots$$

$$\left|\sum_{n=3}^{\infty} -\frac{0.17915^n}{n}\right| \leq$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1-0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \dots$$

$$\left|\sum_{n=3}^{\infty} -\frac{0.17915^n}{n}\right| \le \sum_{n=1}^{\infty}\frac{0.17915^n}{3} =$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1 - 0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\left|\sum_{n=3}^{\infty} -\frac{0.17915^n}{n}\right| \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{0.17915^n}{3} = \frac{0.17915^3}{3}\cdot\frac{1}{1-0.17915} =$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\left|\sum_{n=3}^{\infty} -\frac{0.17915^n}{n}\right| \leq \sum_{n=1}^{\infty}\frac{0.17915^n}{3} = \frac{0.17915^3}{3}\cdot\frac{1}{1-0.17915} = 0.001625\ldots$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\left|\sum_{n=3}^{\infty} -\frac{0.17915^n}{n}\right| \leq \sum_{n=1}^{\infty}\frac{0.17915^n}{3} = \frac{0.17915^3}{3}\cdot\frac{1}{1-0.17915} = 0.001625\ldots$$

Значит, уже S_2 даст достаточно точное значение.

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5+\ln\left(1-0.17915\right)\approx$$

$$\approx 2.5-0.17915-\frac{0.17915^2}{2}-\frac{0.17915^3}{3}-\frac{0.17915^4}{4}-\ldots$$

$$\ln 10 \approx 2.5-0.17915-\frac{0.17915^2}{2}\approx$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \dots$$

$$\ln 10 \approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} \approx 2.304803\ldots \approx$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1-0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\ln 10 \approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} \approx 2.304803\ldots \approx 2.30$$

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln(1-0.17915) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \ldots$$

$$\ln 10 \approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} \approx 2.304803\ldots \approx 2.30$$

Это согласуется с **полученным нами ранее** значением 2.31, отличие между ними не превосходит 0.02.

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5+\ln\left(1-0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5-0.17915-\frac{0.17915^2}{2}-\frac{0.17915^3}{3}-\frac{0.17915^4}{4}-\ldots$$

$$\ln 10 \approx 2.5-0.17915-\frac{0.17915^2}{2} \approx 2.304803\ldots \approx 2.30$$

Это согласуется с **полученным нами ранее** значением 2.31, отличие между ними не превосходит 0.02.

Ответ: с точностью до 0.02 число $\ln 10$ равно 2.30.

Пример 69. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 число* $\ln 10$.

Решение. Воспользуемся **типовым разложением** для $\ln(1+x)$.

$$\ln 10 = \ln\left(e^{2.5}\cdot\frac{10}{e^{2.5}}\right) \approx 2.5 + \ln\left(1 - 0.17915\right) \approx$$

$$\approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} - \frac{0.17915^3}{3} - \frac{0.17915^4}{4} - \dots$$

$$\ln 10 \approx 2.5 - 0.17915 - \frac{0.17915^2}{2} \approx 2.304803\ldots \approx 2.30$$

Это согласуется с **полученным нами ранее** значением 2.31, отличие между ними не превосходит 0.02.

Ответ: с точностью до 0.02 число $\ln 10$ равно 2.30.

Вернёмся к лекции или **рассмотрим следующий пример?**

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение.

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. Используя **типовые разложения**, получаем...

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx =$

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx.$$

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$

Область сходимости степенного ряда под знаком интеграла — это

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$$

Область сходимости степенного ряда под знаком интеграла — это $\mathbb{R}$,

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} \right) dx =$$

Область сходимости степенного ряда под знаком интеграла — это $\mathbb{R}$, поэтому по **теореме о почленном интегрировании степенного ряда**

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx =$$

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} =$$

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 -$$

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} +$$

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

Это ряд лейбницевского типа, поэтому, по признаку Лейбница, остаток ряда не превосходит первого из «отбрасываемых» слагаемых. Поэтому с точностью до 0.01 получаем...

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx$$

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right)\,dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \dots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx$$

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx$$

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Применение рядов для вычисления приближенного значения интеграла не является оптимальным. Многие методы приближенных вычислений дают ответ гораздо быстрее и с более высокой точностью.

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Вычисления с помощью формулы Симпсона или других формул дают более точный ответ (все приведенные цифры – верные)

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} \right)\, dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \dots$$

$$\approx 0.945786 \approx \int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Вычисления с помощью формулы Симпсона или других формул дают более точный ответ (все приведенные цифры – верные)

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$0.95 \approx 0.945786 \approx \int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Вычисления с помощью формулы Симпсона или других формул дают более точный ответ (все приведенные цифры – верные)

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} \right) dx =$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$0.95 \approx 0.945786 \approx \int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Это с точностью до 0.02 соответствует найденному нами значению.

Пример 70. *С помощью рядов Тейлора вычислить с точностью до 0.02 интеграл* $\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx$.

Решение. $$\int_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx = \int_0^1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\right) dx =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^1 \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}\,dx = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!(2n+1)} = 1 - \frac{1}{18} + \frac{1}{600} - \ldots$$

$$0.95 \approx 0.945786 \approx \int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}\,dx \approx 1 - \frac{1}{18} \approx 0.94(4) \approx 0.94.$$

Ответ: с точностью до 0.02 значение интеграла равно 0.94.

Вернёмся к лекции или **рассмотрим следующий пример?**

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $\begin{cases} y' = \dfrac{2y}{x} \\ y(1) = 3. \end{cases}$

Решение.

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. Пусть $y(x)$ — решение этой задачи Коши, и предположим, что ряд Тейлора в окрестности 1 сходится к этой функции.

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. Пусть $y(x)$ — решение этой задачи Коши, и предположим, что ряд Тейлора в окрестности 1 сходится к этой функции. Сейчас мы получим коэффициенты этого ряда Тейлора без отыскания общего решения дифференциального уравнения,
а потом решим методом, традиционным для теории дифференциальных уравнений.

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. Пусть $y(x)$ — решение этой задачи Коши, и предположим, что ряд Тейлора в окрестности 1 сходится к этой функции. Сейчас мы получим коэффициенты этого ряда Тейлора без отыскания общего решения дифференциального уравнения,
а потом решим методом, традиционным для теории дифференциальных уравнений.

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. Пусть $y(x)$ — решение этой задачи Коши, и предположим, что ряд Тейлора в окрестности 1 сходится к этой функции. Сейчас мы получим коэффициенты этого ряда Тейлора без отыскания общего решения дифференциального уравнения,
а потом решим методом, традиционным для теории дифференциальных уравнений.
Поиск решения в виде суммы ряда можно применять, например, если мы не состоянии найти общее решение исходного дифференциального уравнения.

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $\quad y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение.

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение.

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(\mathbf{1}) = 3.$

Решение.

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1}$.

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n =$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n =$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = \mathbf{3}.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n =$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1}.$

$y(1) =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = \mathbf{3}.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n =$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) =3,$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = \mathbf{3}.$

Решение. $y(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3,$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 +$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \frac{2y}{x}$, $y(1) = 3$.

Решение. $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1}$.

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \frac{2y}{x},$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) = 6,$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) +$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) = 6,$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) +$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) = 6, \qquad y'' =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) = 6, \qquad y'' = \dfrac{2xy' - 2y}{x^2},$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) +$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x =$ **1.**

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) = 6, \qquad y'' = \dfrac{2xy' - 2y}{x^2}, \quad y''(1) =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) +$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) = 6, \qquad y'' = \dfrac{2xy' - 2y}{x^2}, \quad y''(1) = 6,$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2\ldots$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) = 6, \qquad y'' = \dfrac{2xy' - 2y}{x^2}, \quad y''(1) = 6,$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \dfrac{6}{2!}(x-1)^2 \ldots$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) = 6, \qquad y'' = \dfrac{2xy' - 2y}{x^2}, \quad y''(1) = 6,$

$y''' =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2\ldots$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) = 6, \qquad y'' = \dfrac{2xy' - 2y}{x^2}, \quad y''(1) = 6,$

$y''' = \dfrac{2x^2y'' - 4x^2y' + 4xy}{x^3},$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 \ldots$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) = 6, \qquad y'' = \dfrac{2xy' - 2y}{x^2}, \quad y''(1) = 6,$

$y''' = \dfrac{2x^2y'' - 4x^2y' + 4xy}{x^3}, \quad y'''(1) =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 \ldots$

Возьмем разложение решения этой задачи Коши в ряд Тейлора в окрестности точки $x = \mathbf{1.}$

$y(1) = 3, \qquad y'(x) = \dfrac{2y}{x}, \quad y'(1) = 6, \qquad y'' = \dfrac{2xy' - 2y}{x^2}, \quad y''(1) = 6,$

$y''' = \dfrac{2x^2y'' - 4x^2y' + 4xy}{x^3}, \quad y'''(1) = 0,$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2 \ldots$

Заметим, что $y^{(n)}(1) = 0$ для $n > 2$:

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2\dots$

Заметим, что $y^{(n)}(1) = 0$ для $n > 2$:

$$y'' = \frac{2xy' - 2y}{x^2} =$$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \dfrac{6}{2!}(x-1)^2 \dots$

Заметим, что $y^{(n)}(1) = 0$ для $n > 2$:

$$y'' = \frac{2xy' - 2y}{x^2} = \frac{2x \cdot \dfrac{2y}{x} - 2y}{x^2} =$$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 \ldots$

Заметим, что $y^{(n)}(1) = 0$ для $n > 2$:

$$y'' = \frac{2xy' - 2y}{x^2} = \frac{2x \cdot \dfrac{2y}{x} - 2y}{x^2} = \frac{2y}{x^2},$$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2\ldots$

Заметим, что $y^{(n)}(1) = 0$ для $n > 2$:

$$y'' = \frac{2xy' - 2y}{x^2} = \frac{2x \cdot \dfrac{2y}{x} - 2y}{x^2} = \frac{2y}{x^2},$$

$$y''' = \frac{2x^2y' - 4xy}{x^4} =$$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 \ldots$

Заметим, что $y^{(n)}(1) = 0$ для $n > 2$:

$$y'' = \frac{2xy' - 2y}{x^2} = \frac{2x \cdot \dfrac{2y}{x} - 2y}{x^2} = \frac{2y}{x^2},$$

$$y''' = \frac{2x^2y' - 4xy}{x^4} = \frac{2x^2 \cdot \dfrac{2y}{x} - 4xy}{x^4} =$$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2\ldots$

Заметим, что $y^{(n)}(1) = 0$ для $n > 2$:

$$y'' = \frac{2xy' - 2y}{x^2} = \frac{2x \cdot \dfrac{2y}{x} - 2y}{x^2} = \frac{2y}{x^2},$$

$$y''' = \frac{2x^2y' - 4xy}{x^4} = \frac{2x^2 \cdot \dfrac{2y}{x} - 4xy}{x^4} = \frac{2x^2 \cdot \dfrac{2y}{x} - 4xy}{x^4} =$$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 \ldots$

Заметим, что $y^{(n)}(1) = 0$ для $n > 2$:

$$y'' = \frac{2xy' - 2y}{x^2} = \frac{2x \cdot \dfrac{2y}{x} - 2y}{x^2} = \frac{2y}{x^2},$$

$$y''' = \frac{2x^2y' - 4xy}{x^4} = \frac{2x^2 \cdot \dfrac{2y}{x} - 4xy}{x^4} = \frac{2x^2 \cdot \dfrac{2y}{x} - 4xy}{x^4} = \frac{4xy - 4xy}{x^4} \ldots$$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 \ldots$

Заметим, что $y^{(n)}(1) = 0$ для $n > 2$:

$$y'' = \frac{2xy' - 2y}{x^2} = \frac{2x \cdot \dfrac{2y}{x} - 2y}{x^2} = \frac{2y}{x^2},$$

$$y''' = \frac{2x^2y' - 4xy}{x^4} = \frac{2x^2 \cdot \dfrac{2y}{x} - 4xy}{x^4} = \frac{2x^2 \cdot \dfrac{2y}{x} - 4xy}{x^4} = \frac{4xy - 4xy}{x^4} \equiv 0.$$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $\quad y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \dfrac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$$\frac{dy}{} = \frac{dx}{},$$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$$\frac{dy}{y} = \frac{2\,dx}{x},$$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x},$ откуда

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

$$\textbf{Решение. } y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}, \quad$ откуда $\ln|y| =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\dfrac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x},$ откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|,$

то есть

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

то есть $y =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

$$\textbf{Решение. } y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

то есть $y = Cx^2$.

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \dfrac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

то есть $y = Cx^2$. Подставляя в начальные условия, получаем

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \dfrac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

то есть $y = Cx^2$. Подставляя в начальные условия,

получаем $= y(1) =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $\quad y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

то есть $y = Cx^2$. Подставляя в начальные условия,

получаем $3 = y(1) =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

то есть $y = Cx^2$. Подставляя в начальные условия,

получаем $3 = y(1) = C \cdot 1^2$,

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

то есть $y = Cx^2$. Подставляя в начальные условия,

получаем $3 = y(1) = C \cdot 1^2$, откуда $C =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

то есть $y = Cx^2$. Подставляя в начальные условия, получаем $3 = y(1) = C \cdot 1^2$, откуда $C = 3$.

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

то есть $y = Cx^2$. Подставляя в начальные условия,

получаем $3 = y(1) = C \cdot 1^2$, откуда $C = 3$.

Таким образом, $y(x) =$

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\dfrac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

то есть $y = Cx^2$. Подставляя в начальные условия, получаем $3 = y(1) = C \cdot 1^2$, откуда $C = 3$.

Таким образом, $y(x) = 3x^2$.

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3 + 6(x-1) + \frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Исходное дифференциальное уравнение — это уравнение с разделяющимися переменными:

$\dfrac{dy}{y} = \dfrac{2\,dx}{x}$, откуда $\ln|y| = 2\ln|x| + \ln|C|$,

то есть $y = Cx^2$. Подставляя в начальные условия,

получаем $3 = y(1) = C \cdot 1^2$, откуда $C = 3$.

Таким образом, $y(x) = 3x^2$.

Ответ совпал с полученным ранее.

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Для численного решения дифференциальных уравнений сейчас обычно используются специальные методы, а не разложение в ряд Тейлора.

Пример 71. *Найдите разложение в ряд Тейлора в окрестности 1 решения задачи Коши* $y' = \dfrac{2y}{x}, \quad y(1) = 3.$

Решение. $y(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{y^n(1)}{n!}(x-1)^n = 3+6(x-1)+\frac{6}{2!}(x-1)^2 = 3x^2.$

Для численного решения дифференциальных уравнений сейчас обычно используются специальные методы, а не разложение в ряд Тейлора.

Вернёмся к лекции?

Задача X.36. (Ответ приведен на стр.3297.) Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Задача X.37. (Ответ приведен на стр.3374.) Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответы и решения

Решение задачи 1.

Задача 1. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Задача 1. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ.

Задача 1. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ. а) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in X \quad 0 < |x - a| < \delta \quad \Rightarrow \quad f(x) < -\varepsilon$;

Задача 1. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ. б) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in X \quad 0 < |x - a| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x)| > \varepsilon$;

Задача 1. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ. в) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in X \quad x < -\delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - A| < \varepsilon$;

Задача 1. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ. г) $\forall\varepsilon > 0 \quad \exists\delta > 0 \quad \forall x \in X \quad x > \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - A| < \varepsilon$;

Задача 1. Используя **определение окрестности точки** по аналогии с **определение предела функции** сформулируйте определения:
а) $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$; **б)** $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$; **в)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = A$; **г)** $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = A$;
д) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x) = +\infty$.

Ответ. д) $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in X \quad |x| > \delta \quad \Rightarrow \quad f(x) > \varepsilon$.

Решение задачи 2.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$

Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$
Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

$\frac{2}{5}$,

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$
Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

$\frac{2}{5}$, $\frac{2}{6}$,

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$

Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

$\frac{2}{5}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{2}{7}$,

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=$
Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

$\frac{2}{5},\ \frac{2}{6},\ \frac{2}{7},\ \frac{2}{8},\ \ldots$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}=0.$

Рассмотрим несколько первых членов последовательности:

$\frac{2}{5},\ \frac{2}{6},\ \frac{2}{7},\ \frac{2}{8},\ \ldots$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n - 1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3 \cdot \sqrt{n+5} - 1}$;

Ответ. б) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5} =$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}=\infty.$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n - 1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3 \cdot \sqrt{n+5} - 1}$;

Ответ. в) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right) =$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. в) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}n+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. в) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}n+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}=\infty.$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1} =$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-4)/n^2}{\left(n^2+n+1\right)/n^2}=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-4)/n^2}{\left(n^2+n+1\right)/n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{n}-\frac{4}{n^2}}{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-4)/n^2}{\left(n^2+n+1\right)/n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{n}-\frac{4}{n^2}}{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}=$

$$=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4}{n^2}}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}}=$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-4)/n^2}{\left(n^2+n+1\right)/n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{n}-\frac{4}{n^2}}{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}=$

$$=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4}{n^2}}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}}=\frac{0}{1}=$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-4)/n^2}{\left(n^2+n+1\right)/n^2}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{1}{n}-\frac{4}{n^2}}{1+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}=$

$$=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4}{n^2}}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}}=\frac{0}{1}=0.$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{n+1} + \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} =$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n/n}{(n+1)/n} + \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+1}/\sqrt{n}}{\sqrt{n}/\sqrt{n}} =$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n/n}{(n+1)/n}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}/\sqrt{n}}{\sqrt{n}/\sqrt{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{n}}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{n}}}{1}=$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n/n}{(n+1)/n}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}/\sqrt{n}}{\sqrt{n}/\sqrt{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{n}}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{n}}}{1}=$$

$$=\frac{1}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}}=$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n/n}{(n+1)/n}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}/\sqrt{n}}{\sqrt{n}/\sqrt{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{n}}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{n}}}{1}=$$

$$=\frac{1}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}}=1+1=$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. д) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{n+1}+\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n/n}{(n+1)/n}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}/\sqrt{n}}{\sqrt{n}/\sqrt{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\frac{1}{n}}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{1}{n}}}{1}=$$

$$=\frac{1}{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}}+\sqrt{1+\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}}=1+1=2.$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!} =$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n}{n!} - \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n!} =$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2\cdot 2}^{n}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)=$$

$$\leqslant\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)\leqslant$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$$=2\cdot\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)=$$

$$0\leqslant\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)\leqslant$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\frac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}+\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$$=2\cdot\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)=$$

$$0\leqslant\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)\leqslant\frac{2}{n},$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2\cdot 2}^{n}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)=$$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n}{n!} - \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n!} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot \ldots \cdot 2\cdot 2}^{n}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n} - 0 =$

$= 2\cdot \lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right) =$

$0 \leqslant \left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right) \leqslant \dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty} 0$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0$ $\quad\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2\cdot 2}^{n}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$
$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$
$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0=0$ $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$$=2\cdot\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)=$$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0=0=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$$=2\cdot\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)=$$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0=0=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,

поэтому по **лемме о двух милиционерах**

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{n!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2\cdot 2}^{n}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$$=2\cdot\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{2}{n-1}\cdot\frac{2}{n}\right)=$$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0=0=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,

поэтому по **лемме о двух милиционерах** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$

$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=$

$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0=0=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,

поэтому по **лемме о двух милиционерах** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=0.$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. е) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n}{n!}-\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n!}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\overbrace{2\cdot2\cdot2\cdot\ldots\cdot2\cdot2}^{n}}{1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n}-0=$
$=2\cdot\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=\mathbf{0}$,
$0\leqslant\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{4}\cdot\ldots\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)\leqslant\dfrac{2}{n}$, причём $\lim\limits_{n\to\infty}0=0=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}$,
поэтому по **лемме о двух милиционерах** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\ldots\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n}\right)=0$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n} =$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0 \leqslant \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n} \leqslant$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции:

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}= \qquad\qquad\qquad = 10^3$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024 \qquad\qquad =10^3$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n - 1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3 \cdot \sqrt{n+5} - 1}$;

Ответ. ё) $0 \leqslant \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n} \leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n > 9 \quad 2^n > n^3$.
База индукции: $2^{10} = 1024 \quad 1000 = 10^3$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

$\forall m \quad (\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad)$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$; **ж)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

$\forall m \quad (\qquad m<n \qquad\qquad\qquad).$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

$\forall m \quad (10\leqslant m<n \qquad\qquad)$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\qquad\qquad)$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\frac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}+\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$; **г)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\frac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n+1}+\frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2}{2^n} \leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n > 9 \quad 2^n > n^3$.
База индукции: $2^{10} = 1024 > 1000 = 10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n > 10$ (для $n = 10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10 \leqslant m < n \quad\Rightarrow\quad 2^m > m^3)$.
Тогда $2^n = 2\cdot 2^{n-1} \geqslant 2\cdot(n-1)^3 = 2\cdot(n^3-1-3n(n-1)) = n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2$,

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\left(1+3n(n-1)\right)$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2, \quad n\left(n^2-6n+6\right)>2,$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\left(1+3n(n-1)\right)$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2, \quad n\left(n^2-6n+6\right)>2, \quad n\left(n-3\right)^2>2+3n,$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.

Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.

Осталось доказать, что $n^3>2\left(1+3n(n-1)\right)$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.

$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\left(n^2-6n+6\right)>2,\quad n\left(n-3\right)^2>2+3n,\quad n\left(n-3\right)^2>$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.

Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.

Осталось доказать, что $n^3>2\left(1+3n(n-1)\right)$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.

$n^3-6n^2+6n>2, \quad n\left(n^2-6n+6\right)>2, \quad n\left(n-3\right)^2>2+3n, \quad n\left(n-3\right)^2>3(n-3)+11.$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot2^{n-1}\geqslant2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\,(n^2-6n+6)>2,\quad n\,(n-3)^2>2+3n,\quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11.$
$n\,(n-3)^2>$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $>3(n-3)+11.$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\left(1+3n(n-1)\right)$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\left(n^2-6n+6\right)>2,\quad n\left(n-3\right)^2>2+3n,\quad n\left(n-3\right)^2>3(n-3)+11.$
$n\left(n-3\right)^2>10\left(n-3\right)^2>\qquad\qquad\qquad >3(n-3)+11.$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2, \quad n\,(n^2-6n+6)>2, \quad n\,(n-3)^2>2+3n, \quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11.$
$n\,(n-3)^2>10\,(n-3)^2>$ $\qquad\qquad\qquad >3(n-3)+11.$
$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.

Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.

Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.

$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\,(n^2-6n+6)>2,\quad n\,(n-3)^2>2+3n,\quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11$.

$n\,(n-3)^2>10\,(n-3)^2> \qquad\qquad > 3(n-3)+11$.

$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.

Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.

Осталось доказать, что $n^3>2\left(1+3n(n-1)\right)$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.

$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\left(n^2-6n+6\right)>2,\quad n\left(n-3\right)^2>2+3n,\quad n\left(n-3\right)^2>3(n-3)+11.$

$n\left(n-3\right)^2>10\left(n-3\right)^2> \qquad\qquad > 3(n-3)+11.$

$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.

Поэтому при $n>5$ выполняется неравенство $(n-3)^2>(n-3)+2$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9 \quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m \quad (10\leqslant m<n \quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2, \quad n\,(n^2-6n+6)>2, \quad n\,(n-3)^2>2+3n, \quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11.$
$n\,(n-3)^2>10\,(n-3)^2>10\,((n-3)+2)>3(n-3)+11.$
$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.
Поэтому при $n>5$ выполняется неравенство $(n-3)^2>(n-3)+2$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{n^3}=$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.

Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.

Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.

$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\,(n^2-6n+6)>2,\quad n\,(n-3)^2>2+3n,\quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11$.

$n\,(n-3)^2>10\,(n-3)^2>10\,((n-3)+2)>3(n-3)+11$.

$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.

Поэтому при $n>5$ выполняется неравенство $(n-3)^2>(n-3)+2$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{n^3}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\,(n^2-6n+6)>2,\quad n\,(n-3)^2>2+3n,\quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11$.
$n\,(n-3)^2>10\,(n-3)^2>10\,((n-3)+2)>3(n-3)+11$.
$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.
Поэтому при $n>5$ выполняется неравенство $(n-3)^2>(n-3)+2$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{n^3}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.
База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.
Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и
$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.
Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.
Осталось доказать, что $n^3>2\,(1+3n(n-1))$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.
$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\,(n^2-6n+6)>2,\quad n\,(n-3)^2>2+3n,\quad n\,(n-3)^2>3(n-3)+11.$
$n\,(n-3)^2>10\,(n-3)^2>10\,((n-3)+2)>3(n-3)+11.$
$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.
Поэтому при $n>5$ выполняется неравенство $(n-3)^2>(n-3)+2$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ё) $0\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}\leqslant\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{n^3}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}=0.$ Значит, $\boxed{\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}=0.}$

Докажем индукцией по n, что $\forall n>9\quad 2^n>n^3$.

База индукции: $2^{10}=1024>1000=10^3$. База индукции доказана.

Шаг индукции. Пусть $n>10$ (для $n=10$ уже все доказано) и

$\forall m\quad (10\leqslant m<n\quad\Rightarrow\quad 2^m>m^3)$.

Тогда $2^n=2\cdot 2^{n-1}\geqslant 2\cdot(n-1)^3=2\cdot(n^3-1-3n(n-1))=n^3+(n^3-2(1+3n(n-1)))$.

Осталось доказать, что $n^3>2\left(1+3n(n-1)\right)$, т.е. $n^3>2+6n^2-6$.

$n^3-6n^2+6n>2,\quad n\left(n^2-6n+6\right)>2,\quad n\left(n-3\right)^2>2+3n,\quad n\left(n-3\right)^2>3(n-3)+11.$

$n\left(n-3\right)^2>10\left(n-3\right)^2>10\left((n-3)+2\right)>3(n-3)+11.$

$k^2-k-2=(k+1)(k-2)$. Значит, если $k>2$, то $k^2-k-2>0$.

Поэтому при $n>5$ выполняется неравенство $(n-3)^2>(n-3)+2$.

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n + \dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1} + \dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n - 1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3 \cdot \sqrt{n+5} - 1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3 \cdot \sqrt{n+5} - 1} =$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n}!}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4}=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\frac{1}{n}\sqrt{n+5}-\frac{1}{n^4}}=$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;

ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\frac{1}{n}\sqrt{n+5}-\frac{1}{n^4}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\frac{1}{n^4}}=$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\frac{1}{n}\sqrt{n+5}-\frac{1}{n^4}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\frac{1}{n^4}}=\frac{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}}=$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\frac{1}{n}\sqrt{n+5}-\frac{1}{n^4}} =$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\frac{1}{n^4}} = \frac{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}} = \frac{1}{\sqrt{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5}{n^2}}} =$$

Задача 2. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n+4}$; **б)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n}{5}$; **в)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\dfrac{2}{n}\right)$;
г) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-4}{n^2+n+1}$; **д)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n+1}+\dfrac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}}\right)$; **е)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-1}{\mathbf{n!}}$; **ё)** $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{2^n}$;
ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}$;

Ответ. ж) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4+n-1}{n^3\cdot\sqrt{n+5}-1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^4+n-1)/n^4}{\left(n^3\cdot\sqrt{n+5}-1\right)/n^4}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\frac{1}{n}\sqrt{n+5}-\frac{1}{n^4}}=$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{n^3}-\frac{1}{n^4}}{\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\frac{1}{n^4}}=\frac{1+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^3}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}}{\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{5}{n^2}}-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^4}}=\frac{1}{\sqrt{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5}{n^2}}}=\infty.$$

Решение задачи 3.

Задача 3. $$\lim_{x\to -2} \frac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \ldots$$

Задача 3. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 8x + 12}{x^4 + 9x^3 + 13x^2 + 8x + 4} = \ldots$

Ответ.

Задача 3. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 8x + 12}{x^4 + 9x^3 + 13x^2 + 8x + 4} = \ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 8x + 12}{x^4 + 9x^3 + 13x^2 + 8x + 4} =$

Задача 3. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4}=\ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4}=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x+2)\left(\qquad\qquad\qquad\right)}{(x+2)\left(\qquad\qquad\qquad\right)}=$

Задача 3. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{(x+2)\left(x^3+x^2+x+6\right)}{(x+2)\left(2x^3+5x^2+3x+2\right)} =$

Задача 3. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 8x + 12}{x^4 + 9x^3 + 13x^2 + 8x + 4} = \ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 8x + 12}{x^4 + 9x^3 + 13x^2 + 8x + 4} = \lim\limits_{x \to -2} \dfrac{(x+2)\left(x^3 + x^2 + x + 6\right)}{(x+2)\left(2x^3 + 5x^2 + 3x + 2\right)} =$

$= \lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^3 + x^2 + x + 6}{2x^3 + 5x^2 + 3x + 2} =$

Задача 3. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4} = \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{(x+2)\left(x^3+x^2+x+6\right)}{(x+2)\left(2x^3+5x^2+3x+2\right)} =$

$= \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^3+x^2+x+6}{2x^3+5x^2+3x+2} = \lim\limits_{x\to -2} \dfrac{(x+2)\left(\qquad\qquad\right)}{(x+2)\left(\qquad\qquad\right)} =$

Задача 3. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4}=\ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4}=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{(x+2)\left(x^3+x^2+x+6\right)}{(x+2)\left(2x^3+5x^2+3x+2\right)}=$

$=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+x^2+x+6}{2x^3+5x^2+3x+2}=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{(x+2)\left(x^2-x+3\right)}{(x+2)\left(2x^2+x+1\right)}=$

Задача 3. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4}=\ldots$

Ответ. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^4+3x^3+3x^2+8x+12}{x^4+9x^3+13x^2+8x+4}=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{(x+2)\left(x^3+x^2+x+6\right)}{(x+2)\left(2x^3+5x^2+3x+2\right)}=$

$=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+x^2+x+6}{2x^3+5x^2+3x+2}=\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{(x+2)\left(x^2-x+3\right)}{(x+2)\left(2x^2+x+1\right)}=\dfrac{9}{7}.$

Решение задачи 4.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2} =$

$$= \left[\frac{0}{0}\right] =$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$. Сократим на $(x+2)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-2$ не рассматривается.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=\lim_{x\to-2}\frac{x^4-1}{x^4+1}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$. Сократим на $(x+2)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-2$ не рассматривается.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=\lim_{x\to-2}\frac{x^4-1}{x^4+1}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.
Сократим на $(x+2)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-2$ не рассматривается.
Полученная функция **является элементарной** и значение $x=-2$ входит в её область определения.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=\lim_{x\to-2}\frac{x^4-1}{x^4+1}=\frac{(-2)^4-1}{(-2)^4+1}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.
Сократим на $(x+2)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-2$ не рассматривается.
Полученная функция **является элементарной** и значение $x=-2$ входит в её область определения.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-2}\frac{(x+2)\left(x^4-1\right)}{(x+2)\left(x^4+1\right)}=\lim_{x\to-2}\frac{x^4-1}{x^4+1}=\frac{(-2)^4-1}{(-2)^4+1}=\frac{15}{17}.$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+2)$.
Сократим на $(x+2)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-2$ не рассматривается.
Полученная функция **является элементарной** и значение $x=-2$ входит в её область определения.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)\left(x^2-1\right)}{(x+3)\left(x^3-1\right)}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;

е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)\left(x^2-1\right)}{(x+3)\left(x^3-1\right)}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$. Сократим на $(x+3)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-3$ не рассматривается.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-3}\frac{(x+3)\left(x^2-1\right)}{(x+3)\left(x^3-1\right)}=\lim_{x\to-3}\frac{x^2-1}{x^3-1}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$. Сократим на $(x+3)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-3$ не рассматривается.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to -3}\frac{(x+3)\left(x^2-1\right)}{(x+3)\left(x^3-1\right)}=\lim_{x\to -3}\frac{x^2-1}{x^3-1}=$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$.
Сократим на $(x+3)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-3$ не рассматривается.
У полученной **элементарной функции** значение $x=-3$ входит в область определения.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. б) $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3} =$

$$= \left[\frac{0}{0}\right] = \lim_{x\to -3} \frac{(x+3)\left(x^2-1\right)}{(x+3)\left(x^3-1\right)} = \lim_{x\to -3} \frac{x^2-1}{x^3-1} = \frac{4}{13}.$$

По **теореме Безу** многочлены в числителе и знаменателе делятся нацело на $(x+3)$.
Сократим на $(x+3)$. Это допустимо, так как при вычислении предела значение $x=-3$ не рассматривается.
У полученной **элементарной функции** значение $x=-3$ входит в область определения.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1}{x^3+x^2+x+1}=$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1}{x^3+x^2+x+1}=$$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1}{x^3+x^2+x+1}=$$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^4+x^3-x-1\right)}{(x+1)\left(x^2+1\right)}=$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1}{x^3+x^2+x+1}=$$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^4+x^3-x-1\right)}{(x+1)\left(x^2+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^4+x^3-x-1}{x^2+1}=$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1\right)}{(x+1)\left(x^3+x^2+x+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-1}{x^3+x^2+x+1}=$$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)\left(x^4+x^3-x-1\right)}{(x+1)\left(x^2+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^4+x^3-x-1}{x^2+1}=0.$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4}=$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Упростим знаменатель.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4}=$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4}=$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to 3}(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4}=$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to3}(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.
Теперь 3 входит в область определения полученной **элементарной функции**. Можно воспользоваться ее непрерывностью.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. г) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x+1)-4}=$$

$$=\lim_{x\to3}\frac{(x^2-9)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{(x-3)(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{x-3}=\lim_{x\to3}(x+3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)=24.$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Упростим знаменатель.
Теперь 3 входит в область определения полученной **элементарной функции**. Можно воспользоваться ее непрерывностью.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1} =$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1} =$

$$= \left[\frac{0}{0}\right] =$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;

в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;

е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)\left(x^2+x-2\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)\left(x^2+x-2\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Сократим на $(x-2)$, пользуясь тем, что при вычислении предела значение $x=2$ не рассматривается.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

$$=\lim_{x\to2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=\lim_{x\to2}\frac{(x-2)\left(x^2+x-2\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=$$

$$=\lim_{x\to2}\left(x^2+x-2\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Сократим на $(x-2)$, пользуясь тем, что при вычислении предела значение $x=2$ не рассматривается.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{(x-1)-1}=$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{(x^3-x^2-4x+4)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2+x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}{x-2}=$$

$$=\lim_{x\to 2}(x^2+x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)=8.$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Сократим на $(x-2)$, пользуясь тем, что при вычислении предела значение $x=2$ не рассматривается.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;

е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;

в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;

е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=\lim_{x\to4}\frac{-2(x-4)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(x-4)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=\lim_{x\to4}\frac{-2(x-4)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(x-4)}=\lim_{x\to4}\frac{-2\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=\lim_{x\to4}\frac{-2(x-4)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(x-4)}=\lim_{x\to4}\frac{-2\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.
Полученная функция является **элементарной**, и число 4 входит в область её определения.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to 4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=\lim_{x\to 4}\frac{-2\,(x-4)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(x-4)}=\lim_{x\to 4}\frac{-2\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=$$

$$=\frac{-2\cdot(3+3)}{(3+3)}=$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.

Теперь избавимся от иррациональности в числителе.

Полученная функция является **элементарной**, и число 4 входит в область её определения.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}=$

$$=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(3-\sqrt{x+5}\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{9-(x+5)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{4-x}=\lim_{x\to4}\frac{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)\left(\sqrt{2x+1}-3\right)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{(2x+1-9)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(4-x)}=\lim_{x\to4}\frac{-2(x-4)\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)(x-4)}=\lim_{x\to4}\frac{-2\left(3+\sqrt{x+5}\right)}{\left(\sqrt{2x+1}+3\right)}=$$

$$=\frac{-2\cdot(3+3)}{(3+3)}=-2.$$

Избавимся от иррациональности в знаменателе.
Теперь избавимся от иррациональности в числителе.
Полученная функция является **элементарной**, и число 4 входит в область её определения.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^3+5x^2-1\right)/x^3}{\left(4-x^3\right)/x^3}=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^3+5x^2-1\right)/x^3}{\left(4-x^3\right)/x^3}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5x^2}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{4}{x^3}-1}=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^3+5x^2-1\right)/x^3}{\left(4-x^3\right)/x^3}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5x^2}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{4}{x^3}-1}=\frac{1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4}{x^3}-1}=$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3} =$

$$= \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(x^3+5x^2-1\right)/x^3}{\left(4-x^3\right)/x^3} = \lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{5x^2}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{4}{x^3}-1} = \frac{1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4}{x^3}-1} = \frac{1}{-1} =$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^3+5x^2-1\right)/x^3}{\left(4-x^3\right)/x^3}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5x^2}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{4}{x^3}-1}=\frac{1+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5}{x}-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}}{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4}{x^3}-1}=\frac{1}{-1}=-1.$$

Предельная точка — это бесконечность. Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^3.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x} =$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на $x^{\boxed{}}$.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\frac{x^4-x+1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\frac{x^4-x+1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\frac{x^4-x+1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^4}}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x}}=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$;
в) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$;
е) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\frac{x^4-x+1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^4}}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x}}=\frac{1}{-1}=$$

Предельная точка — это бесконечность.
Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Задача 4. Вычислите пределы: **а)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^5+2x^4-x-2}{x^5+2x^4+x+2}$; **б)** $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^4+6x^3+8x^2-6x-9}{x^4+3x^3-x-3}$; **в)** $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^6+3x^5+3x^4-3x^2-3x-1}{x^4+2x^3+2x^2+2x+1}$; **г)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$; **д)** $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-x^2-4x+4}{\sqrt{x-1}-1}$; **е)** $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{3-\sqrt{x+5}}$; **ё)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+5x^2-1}{4-x^3}$; **ж)** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}$.

Ответ. ж) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3-x^2}{\sqrt{x^4-x+1}+2x}=$

$$=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(3-x^2\right)/x^2}{\left(\sqrt{x^4-x+1}+2x\right)/x^2}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\frac{\sqrt{x^4-x+1}}{x^2}+\frac{2x}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\frac{x^4-x+1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}}+\frac{2}{x}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3}{x^2}-1}{\sqrt{\lim\limits_{x\to\infty}1-\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^3}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^4}}+\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2}{x}}=\frac{1}{-1}=-1.$$

Предельная точка — это бесконечность.

Поэтому разделим числитель и знаменатель на x^2.

Решение задачи 5.

Задача 5. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Задача 5. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ.

Задача 5. Докажите, что прямая $y = 5x + 1$ является касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - x + 4$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

В каком виде представим ответ?

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Сначала надо будет найти точку с координатами (a, b), в которой прямая $y = 5x + 1$ касается линии с уравнением $f(x) = 3x^2 - x + 4$. Для этого можно, например, воспользоваться тем, что точка касания является общей точкой этих линий, что приводит к системе уравнений $\begin{cases} b = 5a + 1, \\ b = 3a^2 - a + 4. \end{cases}$ Решая эту систему уравнений, получаем $(a, b) = (1, 6)$. Теперь осталось выписать уравнение касательной к линии, заданной уравнением $y = 3x^2 - x + 4$, и убедиться в том, что оно эквивалентно уравнению $y = 5x + 1$.

Решение задачи 6.

Задача 6. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Задача 6. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ.

Задача 6. Найдите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$ в точке пересечения этого графика с кривой, заданной уравнением $y = 2x^2 - 5x + 1$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

В каком виде представим ответ?

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Получим два уравнения. Первое: $y = -1$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$. Второе: $y = 2 - 6x$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

Решение задачи 7.

Задача 7. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 4x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Задача 7. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 4x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ.

Задача 7. Найдите уравнения тех касательных к кривой $y = 6x^3 - 4x$, которые перпендикулярны к прямой $y = 2x - 5$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

В каком виде представим ответ?

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке с абсциссой $x_0 = \dfrac{1}{2}$ получаем $y = \dfrac{x}{2} - \dfrac{3}{2}$.

В точке с абсциссой $x_0 = -\frac{1}{2}$ получаем $y = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}x$.

Решение задачи 8.

Задача 8. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Задача 8. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ.

Задача 8. Найдите уравнения тех касательных к графику функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$, которые проходят через точку с координатами $(5/2, -3)$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

В каком виде представим ответ?

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Получаем два уравнения. Параметром является абсцисса точки касания, при этом в точке с абсциссой 1 получаем $y = 2 - 2x$, а в точке с абсциссой 4 получаем $y = 4x - 13$.

Решение задачи 9.

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.
Ответ.

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.
Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ?

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) =$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 -$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 -$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$.

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\qquad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\qquad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$.

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D =$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) =$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0$.

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25$. Вычисляя

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$,

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a.$ $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a.$ $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = \\ a = \end{array}\right.$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = \end{array}\right.$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$. $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5 \quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0$.

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0$.

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25$. Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t =$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2.$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array} \right.$ Поэтому $t = \pm 2.$

Ответ: $f(-2) =$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\frac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2$.

Ответ: $f(-2) = -32 + 40 + 40 =$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2$.

Ответ: $f(-2) = -32 + 40 + 40 = 48,$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\frac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2$.

Ответ: $f(-2) = -32 + 40 + 40 = 48$, $\quad f(2) =$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.\qquad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid :5 \qquad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2$.

Ответ: $f(-2) = -32 + 40 + 40 = 48, \quad f(2) = 32 - 40 - 40 =$

Задача 9. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения переменной x и значения функции.

В каком виде представим ответ? Арифметическим выражением.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные. Обозначим через t искомое значение переменной x.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

В точке экстремума производная не существует или равна 0.

$f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20.$ $\quad 5t^4 - 15t^2 - 20 = 0 \mid : 5$ $\quad t^4 - 3t^2 - 4 = 0.$

В последнем равенстве положим $t^2 = a$. $\quad a^2 - 3a - 4 = 0.$

$D = 9 - (4 \cdot (-16)) = 25.$ Вычисляя $\dfrac{3 \pm 5}{2}$, получим $\left[\begin{array}{l} a = -1, \\ a = 4. \end{array}\right.$ Поэтому $t = \pm 2$.

Ответ: $f(-2) = -32 + 40 + 40 = 48$, $f(2) = 32 - 40 - 40 = -48$.

Решение задачи 10.

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ.

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ?

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется**

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) =$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**
$f'(x) = 2x - 2,$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a =$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) =$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) = 11$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) = 11$

$f(1) =$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) = 11$

$f(1) = 2$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) = 11$

$f(1) = 2$

$f(4) =$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2,$

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0,$ т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4].$

$f(-2) = 11$

$f(1) = 2$

$f(4) = 11$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2$,

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0$, т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4]$.

$f(-2) = 11$ — максимум,

$f(1) = 2$

$f(4) = 11$

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2$,

$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow 2a - 2 = 0$, т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4]$.

$f(-2) = 11$ — максимум,

$f(1) = 2$

$f(4) = 11$ — максимум.

Задача 10. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2x + 3$ на отрезке $[-2;\ 4]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2$,

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2 = 0$, т.е. $a = 1 \in [-2;\ 4]$.

$f(-2) = 11$ — максимум,

$f(1) = 2$ — минимум,

$f(4) = 11$ — максимум.

Решение задачи 11.

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ.

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ?

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется**

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) =$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x -$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} =$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \\ a = \end{array}\right.$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2\dfrac{-2}{-2x} = \dfrac{2}{x}\left(x^2 - 1\right)$,

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \\ a = \end{array}\right.$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2\dfrac{-2}{-2x} = \dfrac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$

$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \quad [-2, -1], \\ a = \end{array}\right.$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = \end{array}\right.$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \end{array}\right.$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \quad [-2, -1]. \end{array}\right.$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$$

$f(-2) =$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$$

$$f(-2) = 4 - 4\ln 2$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$$

$$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$$

$$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$$

$$f(-1) =$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$$

$$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$$

$$f(-1) = 1 - \ln 4$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$$

$$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$$

$$f(-1) = 1 - \ln 4 < 0$$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f'(x) = 2x - 2\dfrac{-2}{-2x} = \dfrac{2}{x}\left(x^2 - 1\right)$,

$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$

$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$ — максимальное значение,

$f(-1) = 1 - \ln 4 < 0$

Задача 11. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^2 - 2\ln(-2x)$ на отрезке $[-2, -1]$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**
Что надо найти? Значения функции.
В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.
Сведём к числовым параметрам и введём переменные.
Значение функции **определяется** аргументом функции.
Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.
Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами? Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f'(x) = 2x - 2\frac{-2}{-2x} = \frac{2}{x}\left(x^2 - 1\right),$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \in [-2, -1], \\ a = 1 \notin [-2, -1]. \end{array}\right.$$

$f(-2) = 4 - 4\ln 2 > 0$ — максимальное значение,
$f(-1) = 1 - \ln 4 < 0$ — минимальное значение.

Решение задачи 12.

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x + 2| - 9$.
Ответ.

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.
Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.
Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти?

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ?

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется**

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$f(x) =$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 =$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} & \text{при} \quad x < -2, \\ & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) =$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} & \text{при} \quad x < -2, \\ & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \\ a = \end{array} \right.$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \\ a = \end{array} \right.$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \quad (-\infty;\ -2) \\ a = \end{array} \right.$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = \end{array} \right.$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \end{array} \right.$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \quad (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) =$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$$f(-3) = -3$$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$

$f(-2) =$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$

$f(-2) = -1$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$

$f(-2) = -1$

$f(3) =$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$

$f(-2) = -1$

$f(3) = -51$

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$

$f(-2) = -1$

$f(3) = -51$

График данной фигуры представляет собой части параболы, ветви которой направлены вверх.

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \iff \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$ — локальный минимум,

$f(-2) = -1$

$f(3) = -51$

График данной фигуры представляет собой части параболы, ветви которой направлены вверх.

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x + 2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x + 2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$ — локальный минимум,

$f(-2) = -1$ — локальный максимум,

$f(3) = -51$

График данной фигуры представляет собой части параболы, ветви которой направлены вверх.

Задача 12. Найдите локальные экстремумы функции $f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9$.

Ответ. Применим **стратегию составления уравнений.**

Что надо найти? Значения функции.

В каком виде представим ответ? В виде арифметического выражения.

Сведём к числовым параметрам и введём переменные.

Значение функции **определяется** аргументом функции.

Обозначим через a значение аргумента, при котором функция принимает экстремальное значение.

Составим уравнение. Значение какой величины вычислим двумя способами?

Воспользуемся **необходимым условием экстремума.**

$$f(x) = 2x^2 - 12|x+2| - 9 = \begin{cases} 2x^2 + 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x < -2, \\ 2x^2 - 12(x+2) - 9 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x + 12 & \text{при} \quad x < -2, \\ 4x - 12 & \text{при} \quad x > -2, \end{cases}$$

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -3 \in (-\infty;\ -2) \\ a = 3 \in (-2;\ \infty) \end{array} \right.$$

$f(-3) = -3$ — локальный минимум,

$f(-2) = -1$ — локальный максимум,

$f(3) = -51$ — локальный минимум.

График данной фигуры представляет собой части параболы, ветви которой направлены вверх.

Решение задачи 13.

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

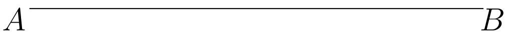
Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

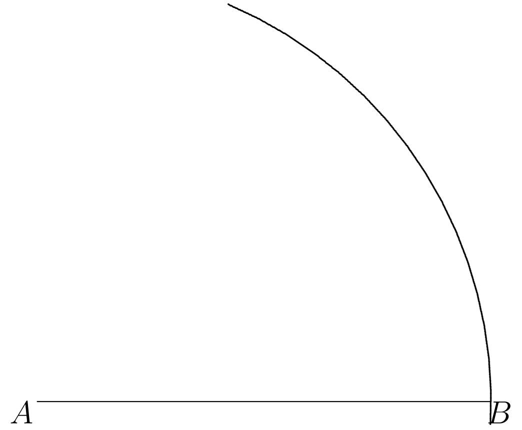
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

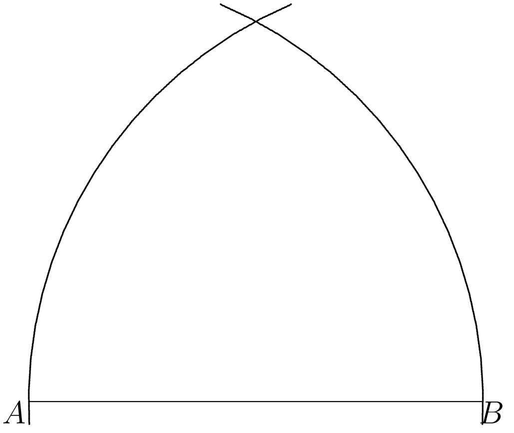
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

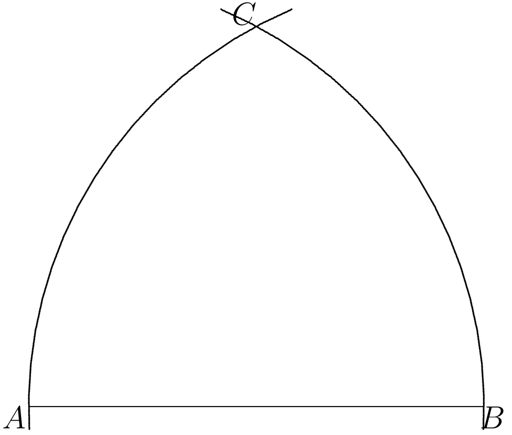
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

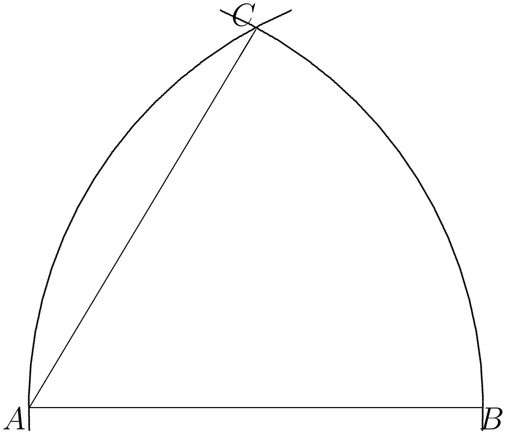
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

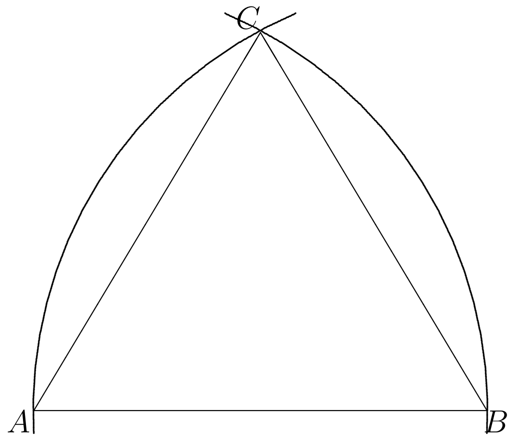
Ответ.

Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

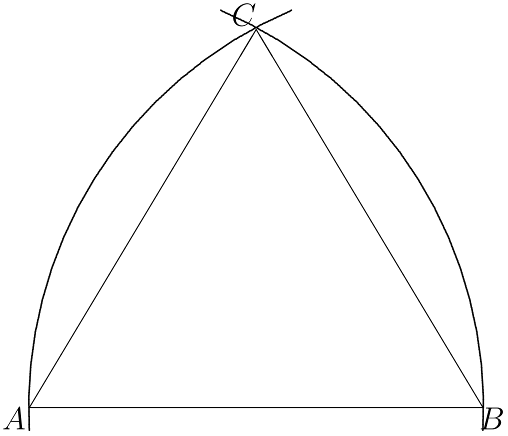
Ответ.
Сначала построим равносторонний треугольник ABC.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

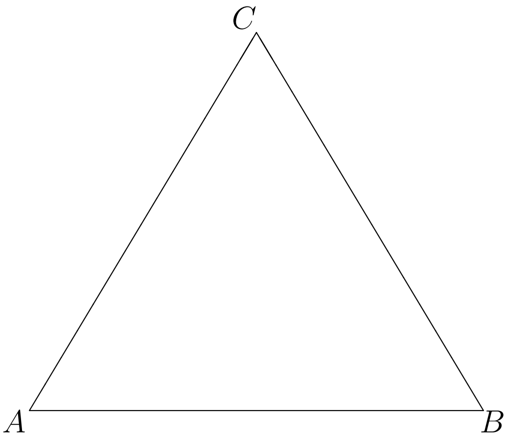
Сотрём лишние линии.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

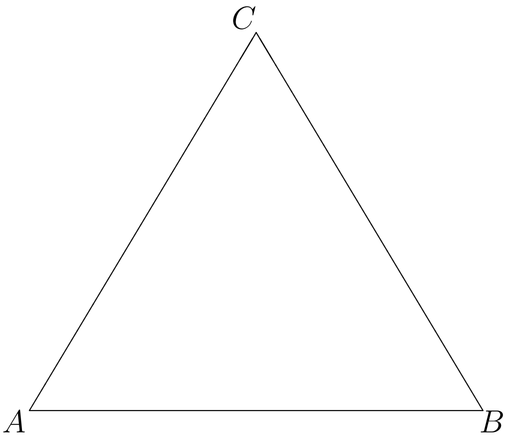
Сотрём лишние линии.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

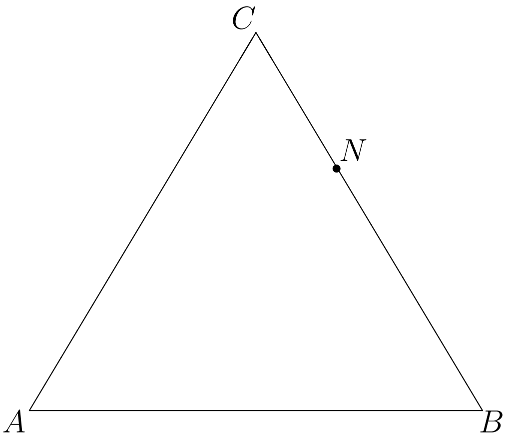
Построим треугольник AMN.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

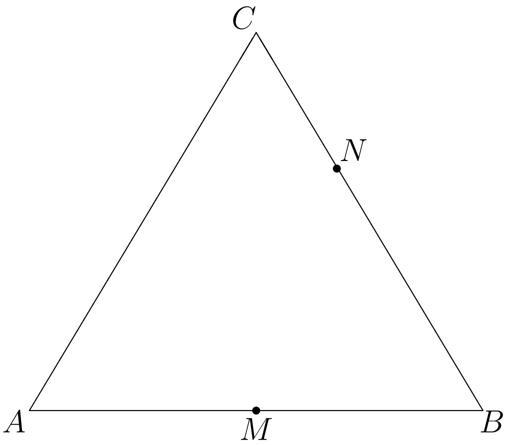
Построим треугольник AMN.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

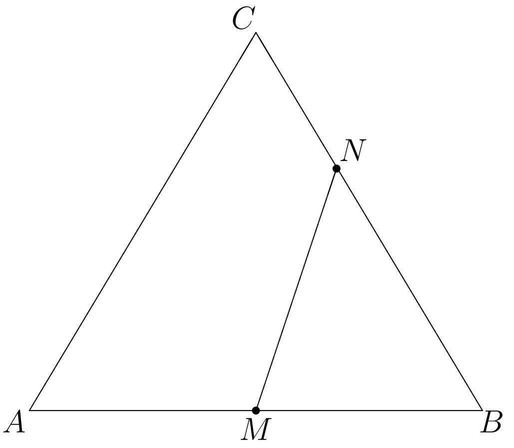
Построим треугольник AMN.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

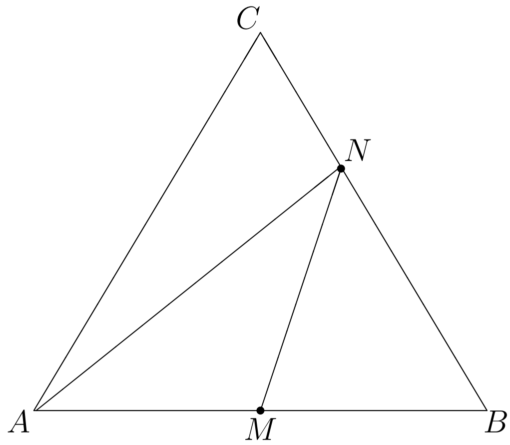
Построим треугольник AMN.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

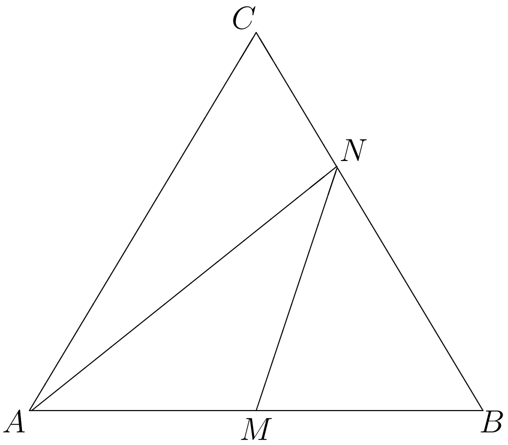
Ответ.

Построим треугольник AMN.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

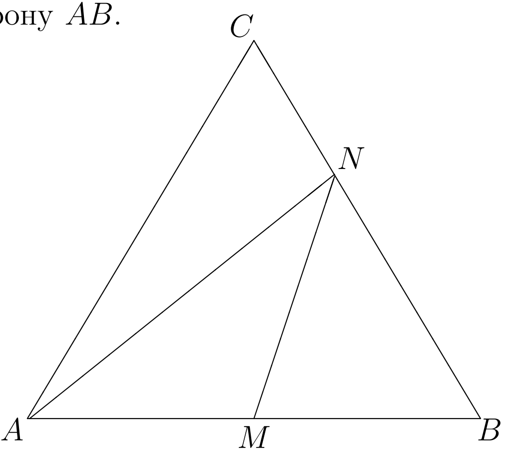
Ответ.
Построим треугольник AMN.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

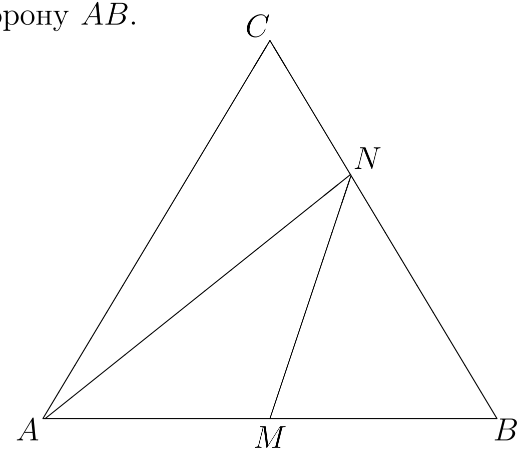
Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

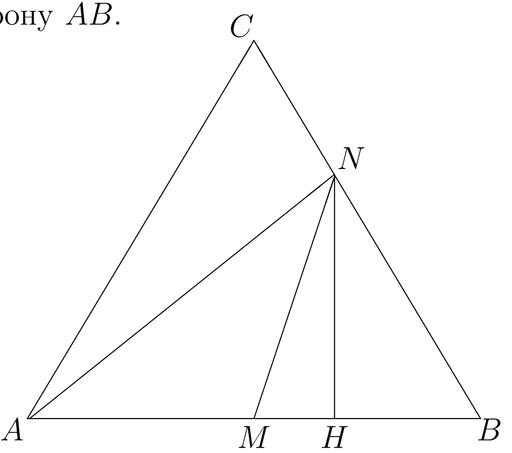


Надо включить BN в **«хороший треугольник»**...

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

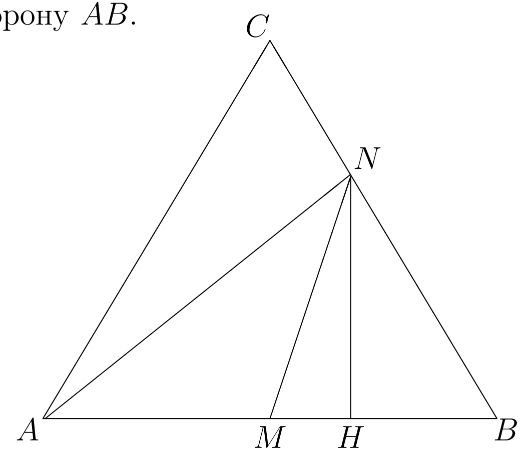


Надо включить BN в **«хороший треугольник»**...

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

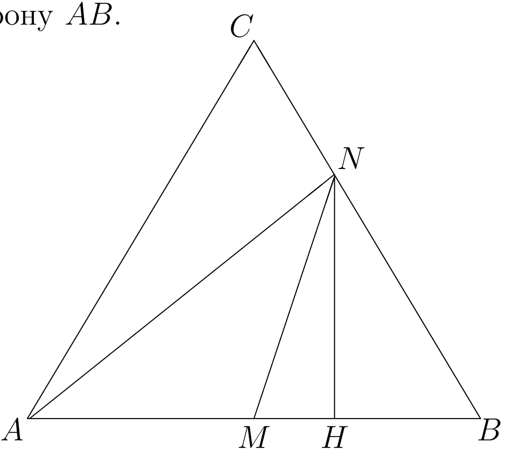
Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



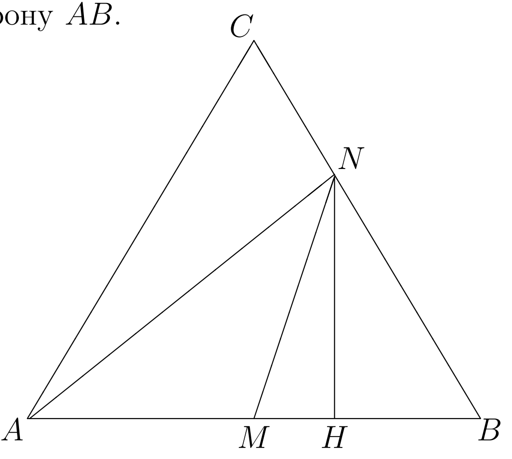
$$\left\{ \begin{array}{l} NH = \\ \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ \\ \end{cases}$$

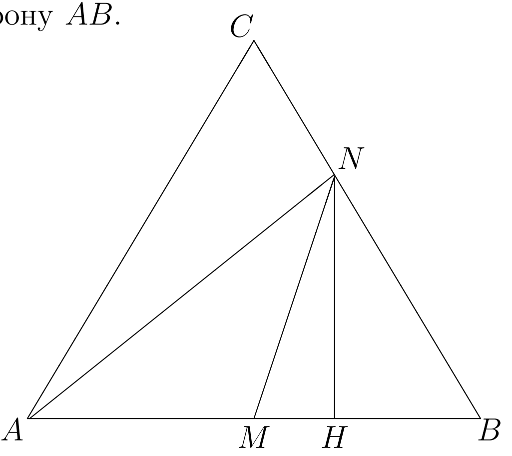


Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

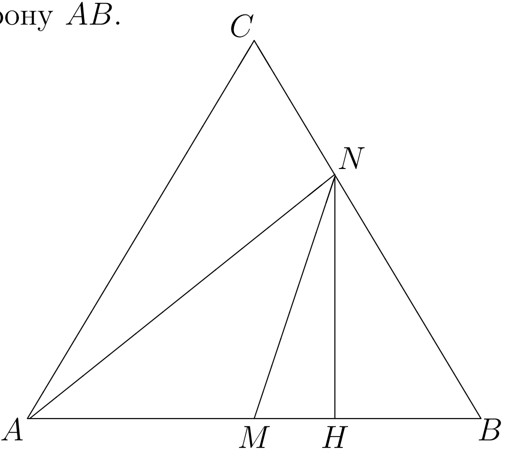
$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \end{cases}$$



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



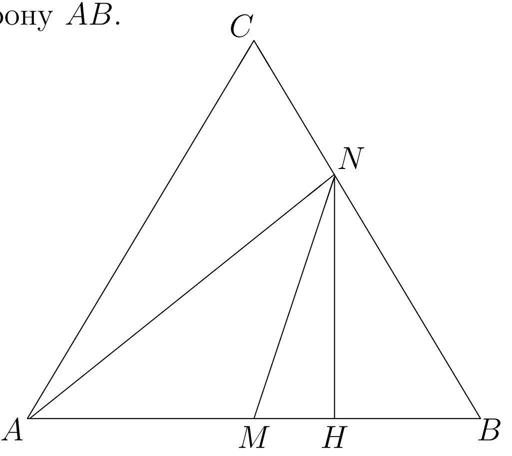
$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

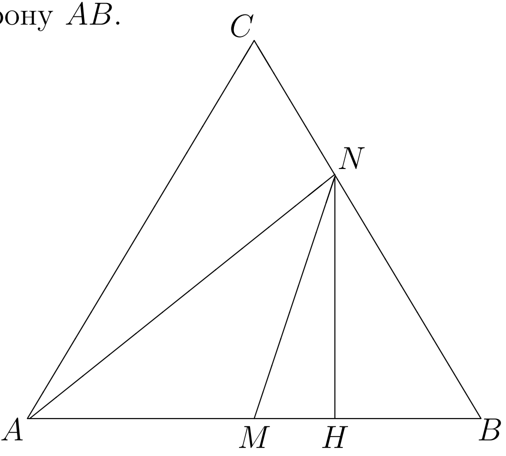
$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ \\ \\ \end{cases}$$



Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

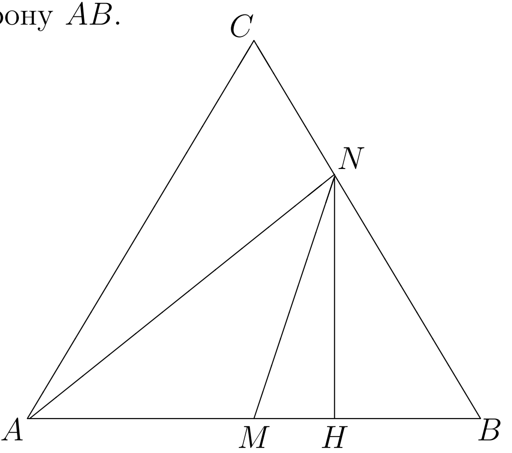


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \dfrac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \\ \\ \end{cases}$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

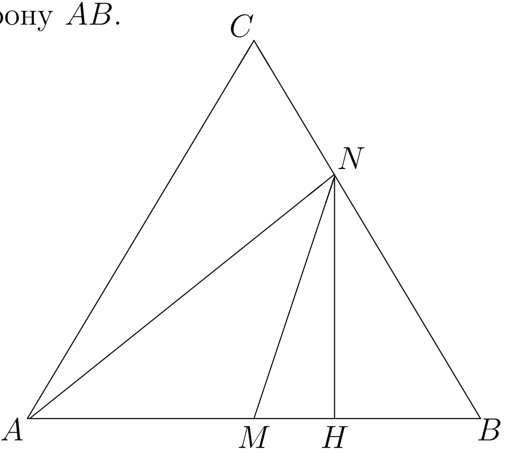
Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \\ \end{cases}$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.
Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

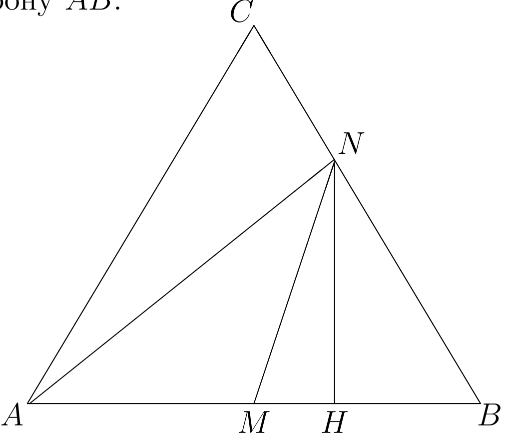


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ \end{cases}$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

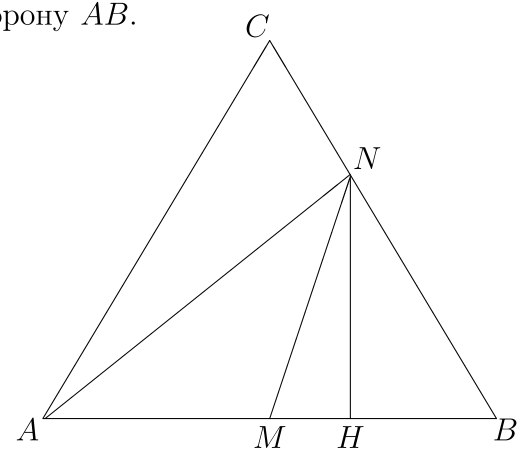


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \end{cases}$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

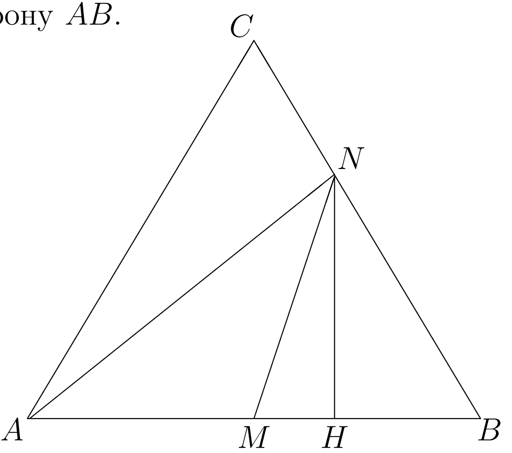


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \end{cases}$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

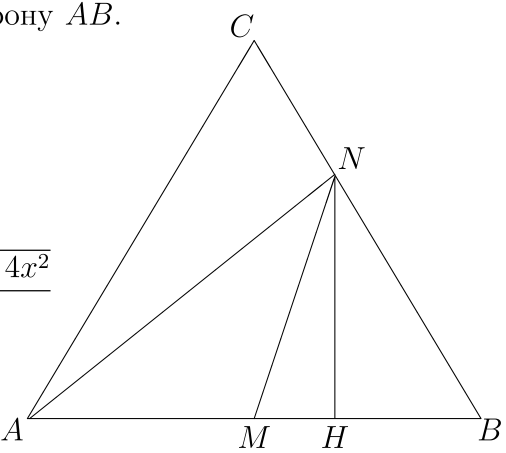
Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \end{cases}$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.
Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

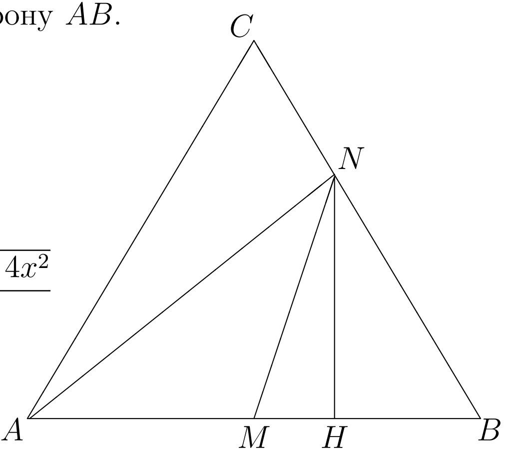


$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2} \end{cases}$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



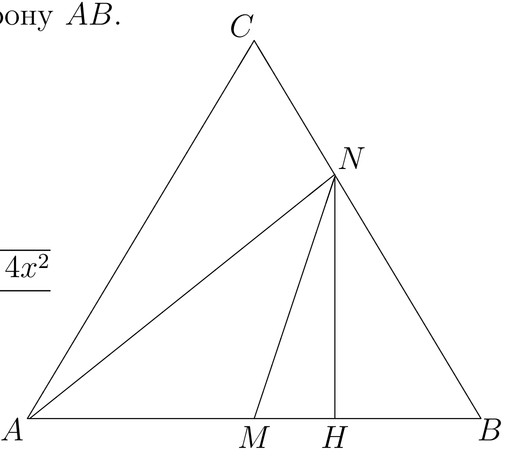
$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2} \end{cases}$$

$P'(x) =$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



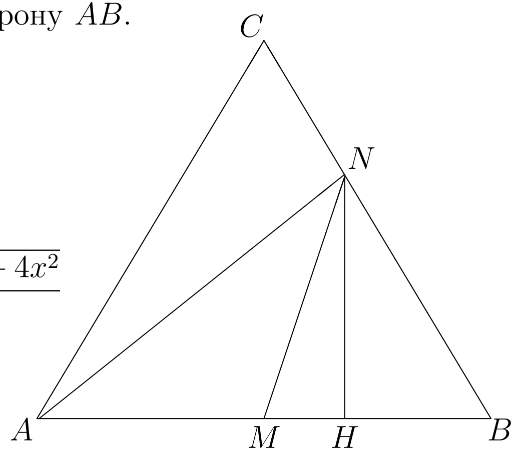
$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2 + 8x}{4\sqrt{1 - 2x + 4x^2}} + \frac{8x - 4}{4\sqrt{4x^2 - 4x + 4}}.$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



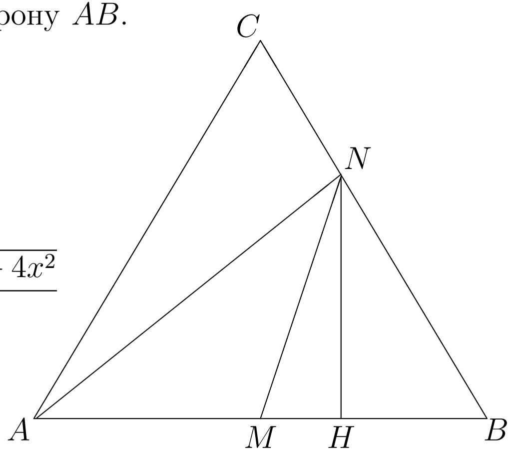
$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2 + 8x}{4\sqrt{1 - 2x + 4x^2}} + \frac{8x - 4}{4\sqrt{4x^2 - 4x + 4}}.$$

Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.



Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.

$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{2}\right)^2+\frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1-\frac{x}{2}\right)^2+\frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM+MN+AN = \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2}+\frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2+8x}{4\sqrt{1-2x+4x^2}}+\frac{8x-4}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}.$$

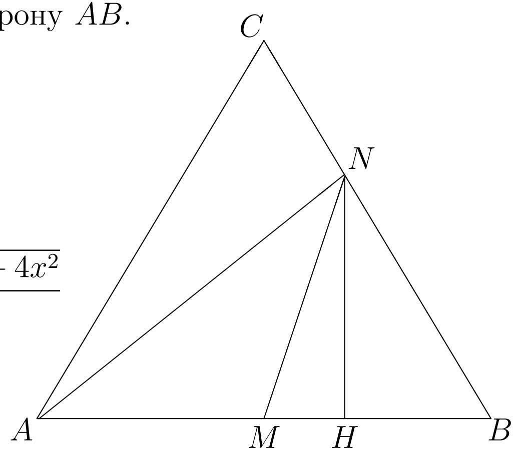
Значит, $P'(x)=0$ тогда и только тогда, когда

$$\frac{8x-2}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} = \frac{4-8x}{4\sqrt{4x^2-4x+4}},$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2+8x}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} + \frac{8x-4}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}.$$

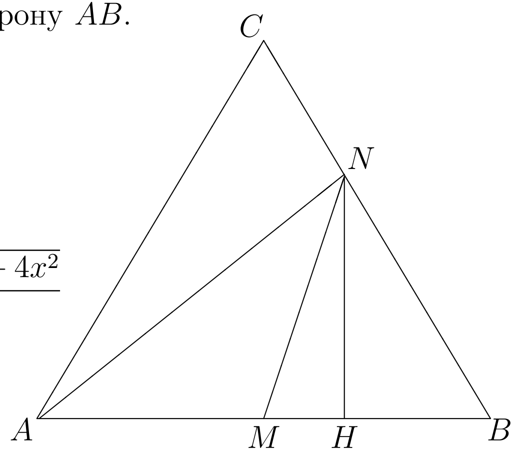
Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

$$\frac{8x-2}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} = \frac{4-8x}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}, \quad (4x-1)\sqrt{x^2-x+1} = (1-2x)\sqrt{4x^2-2x+1},$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2 + 8x}{4\sqrt{1 - 2x + 4x^2}} + \frac{8x - 4}{4\sqrt{4x^2 - 4x + 4}}.$$

Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

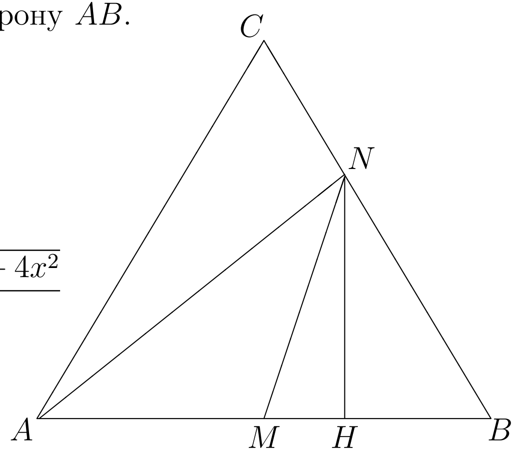
$$\frac{8x - 2}{4\sqrt{1 - 2x + 4x^2}} = \frac{4 - 8x}{4\sqrt{4x^2 - 4x + 4}}, \quad (4x - 1)\sqrt{x^2 - x + 1} = (1 - 2x)\sqrt{4x^2 - 2x + 1},$$

$$(4x - 1)^2\left(x^2 - x + 1\right) = (1 - 2x)^2\left(4x^2 - 2x + 1\right),$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1 - 2x + 4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4 - 4x + 4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2 + 8x}{4\sqrt{1 - 2x + 4x^2}} + \frac{8x - 4}{4\sqrt{4x^2 - 4x + 4}}.$$

Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

$$\frac{8x - 2}{4\sqrt{1 - 2x + 4x^2}} = \frac{4 - 8x}{4\sqrt{4x^2 - 4x + 4}}, \quad (4x - 1)\sqrt{x^2 - x + 1} = (1 - 2x)\sqrt{4x^2 - 2x + 1},$$

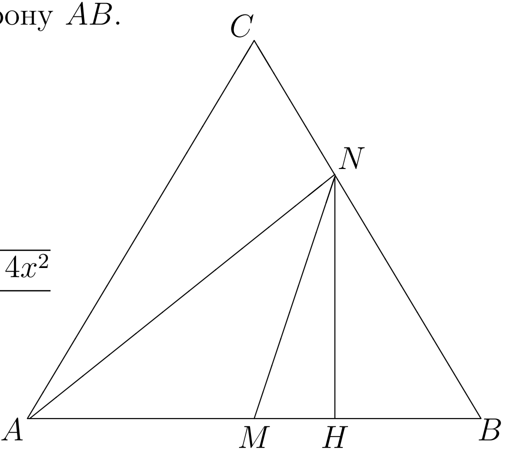
$$(4x - 1)^2\left(x^2 - x + 1\right) = (1 - 2x)^2\left(4x^2 - 2x + 1\right),$$

$$3x(3x - 1) = 0.$$

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.

Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2+8x}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} + \frac{8x-4}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}.$$

Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

$$\frac{8x-2}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} = \frac{4-8x}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}, \quad (4x-1)\sqrt{x^2-x+1} = (1-2x)\sqrt{4x^2-2x+1},$$

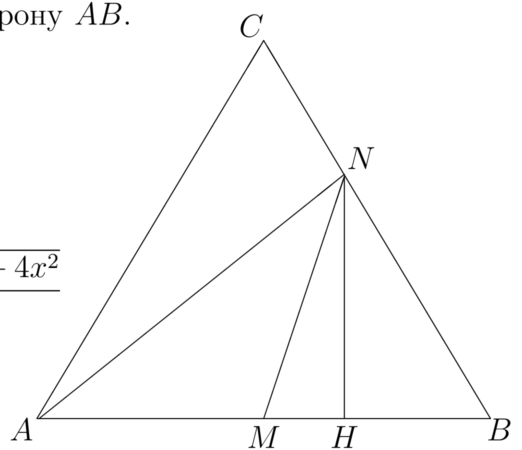
$$(4x-1)^2\left(x^2-x+1\right) = (1-2x)^2\left(4x^2-2x+1\right),$$

$$3x(3x-1) = 0.$$

Ответ: искомая доля равна

Задача 13. В равностороннем треугольнике ABC точка M находится на середине стороны AB, N — точка на BC такая, что периметр треугольника AMN является наименьшим. Какую долю от длины BC составляет BN?

Ответ.
Пусть x — искомая доля. Возьмем за единицу длины сторону AB.



$$\begin{cases} NH = \sqrt{3}x, \\ MN = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2}, \\ AN = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2} = \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2}, \\ P(x) = AM + MN + AN = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1-2x+4x^2}}{2} + \frac{\sqrt{4-4x+4x^2}}{2} \end{cases}$$

$$P'(x) = \frac{-2+8x}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} + \frac{8x-4}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}.$$

Значит, $P'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда

$$\frac{8x-2}{4\sqrt{1-2x+4x^2}} = \frac{4-8x}{4\sqrt{4x^2-4x+4}}, \quad (4x-1)\sqrt{x^2-x+1} = (1-2x)\sqrt{4x^2-2x+1},$$

$$(4x-1)^2\left(x^2-x+1\right) = (1-2x)^2\left(4x^2-2x+1\right),$$

$$3x(3x-1) = 0.$$

Ответ: искомая доля равна $\dfrac{1}{3}$.

Решение задачи 14.

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Начнём с построения чертежа.

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Начнём с построения чертежа.

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Начнём с построения чертежа.

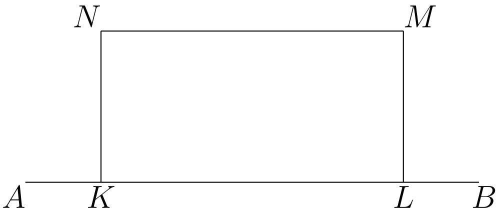
Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Начнём с построения чертежа.

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

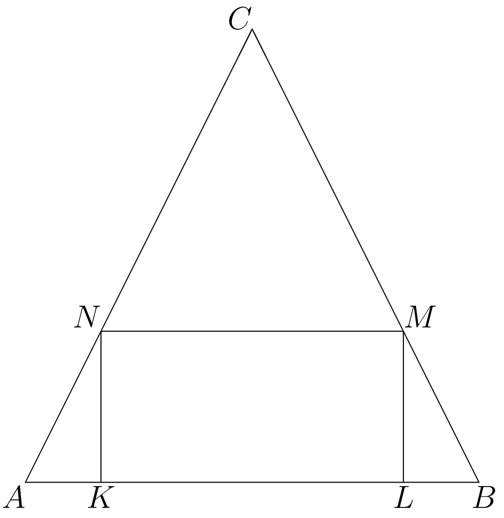
Ответ.



Начнём с построения чертежа.

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

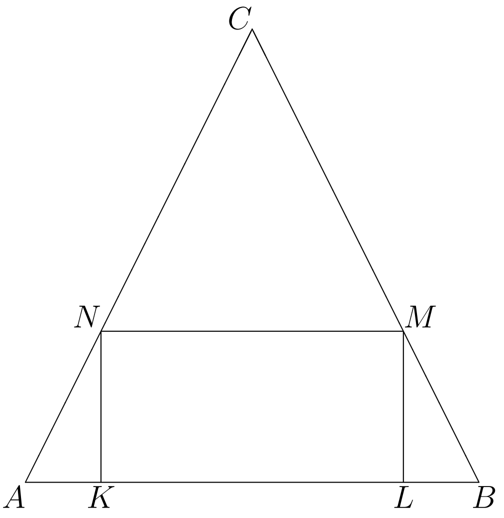
Ответ.



Начнём с построения чертежа.

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

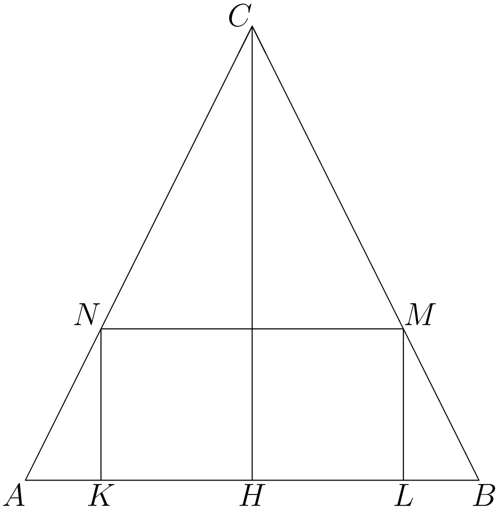


Начнём с построения чертежа.

Проведем естественное дополнительное построение.

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



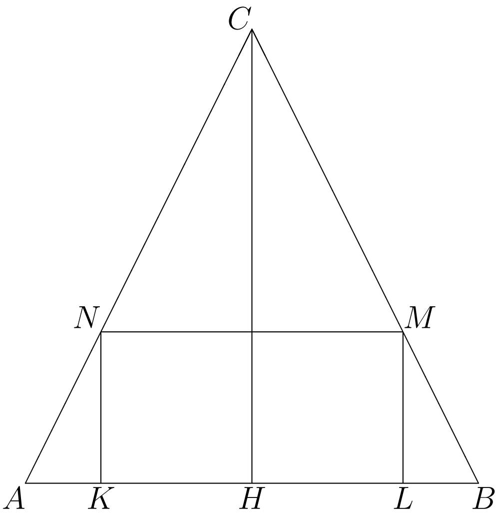
Начнём с построения чертежа.

Проведем естественное дополнительное построение.

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

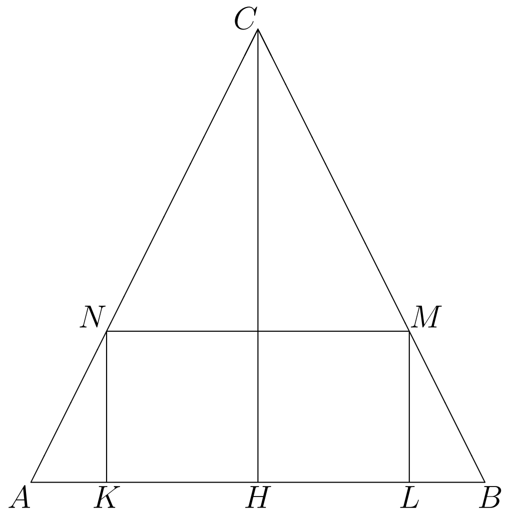
Положим $\left\{ \begin{array}{l} x = \dfrac{AC}{AB} = \\ \\ \end{array} \right.$



Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

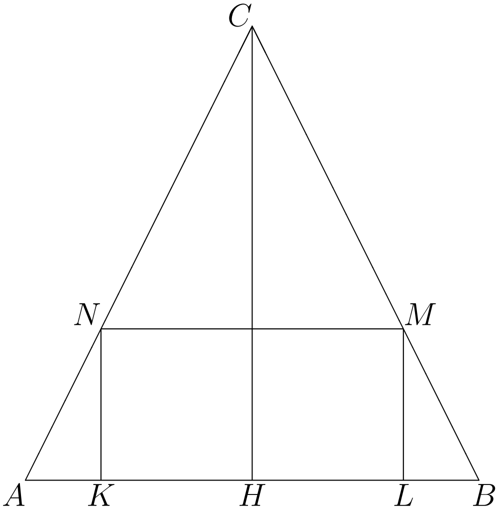
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \\ NK = ML = \\ \end{cases}$



Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

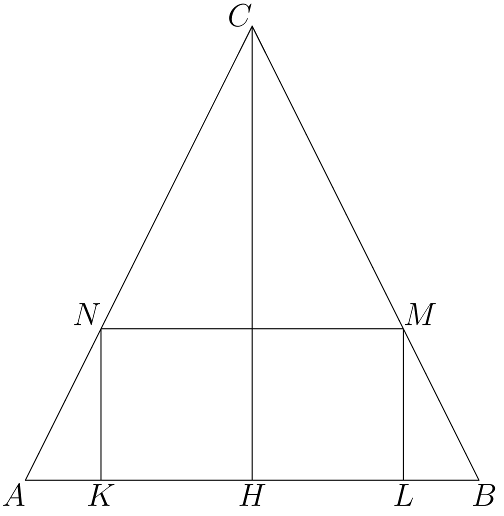
Положим $\left\{ \begin{array}{l} x = \dfrac{AC}{AB} = \\ NK = ML = a, \\ \end{array} \right.$



Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

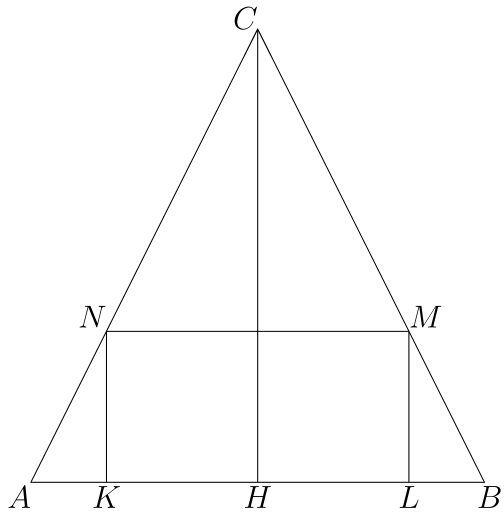
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$



Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

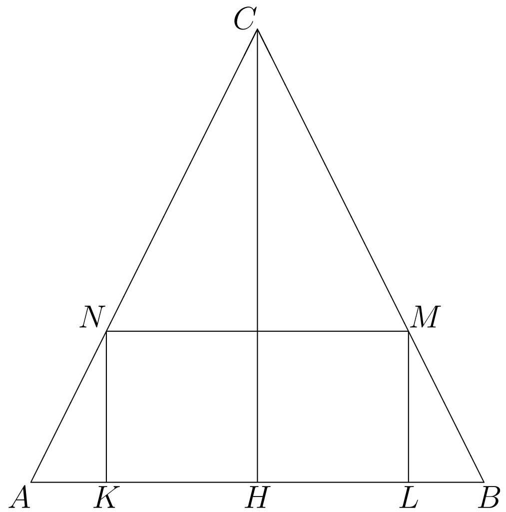
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$



Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

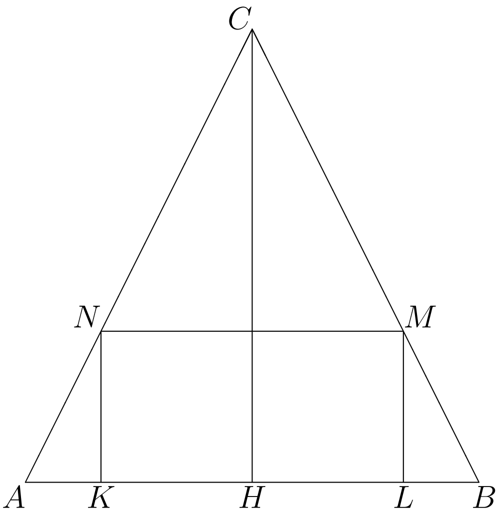
Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда



Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

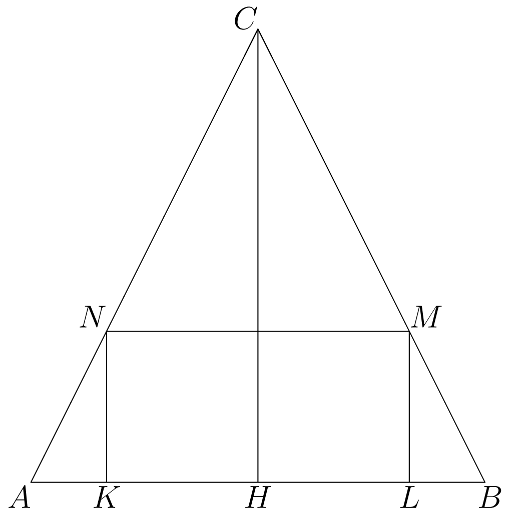


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

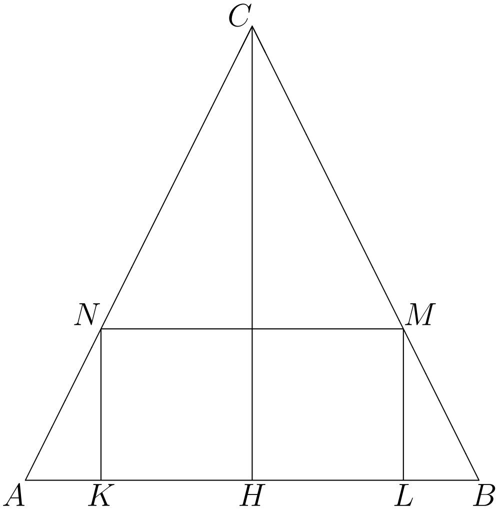


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

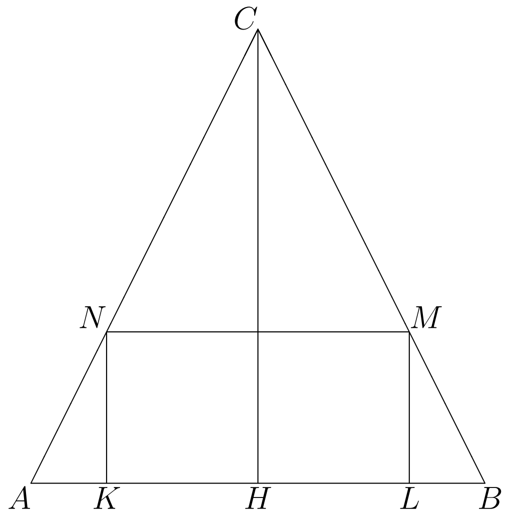
$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \dfrac{a(\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin \alpha}, \\ \\ \\ \end{cases}$$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \end{cases}$$

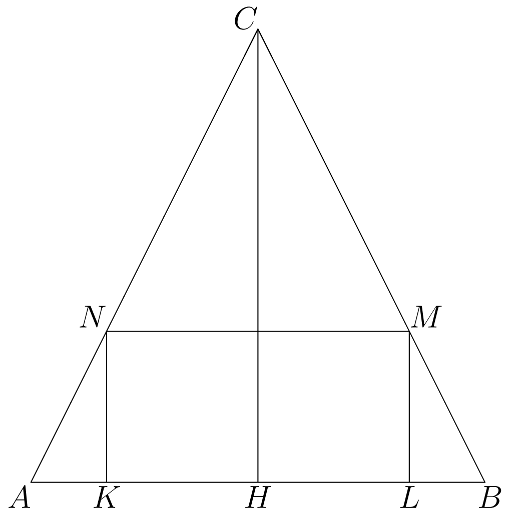


Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ \\ \\ \end{cases}$$

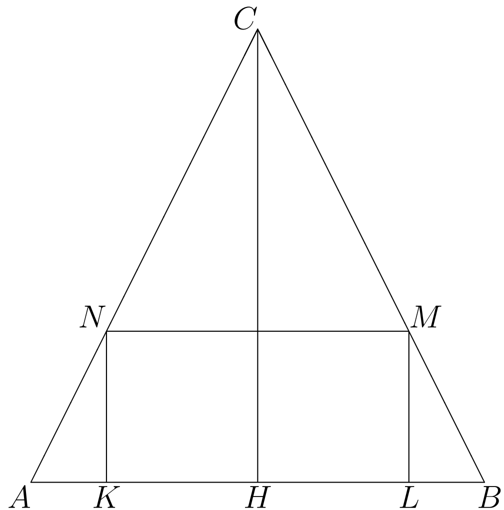


Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

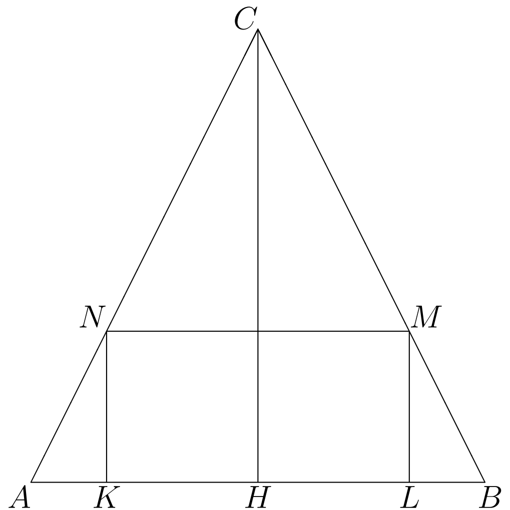
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha \cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \\ \\ \end{cases}$$



Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



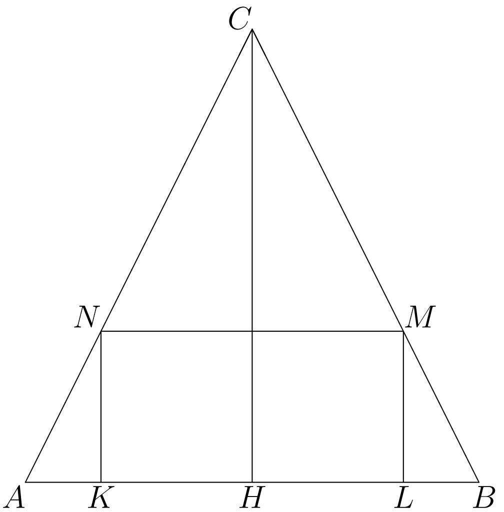
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ \end{cases}$$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

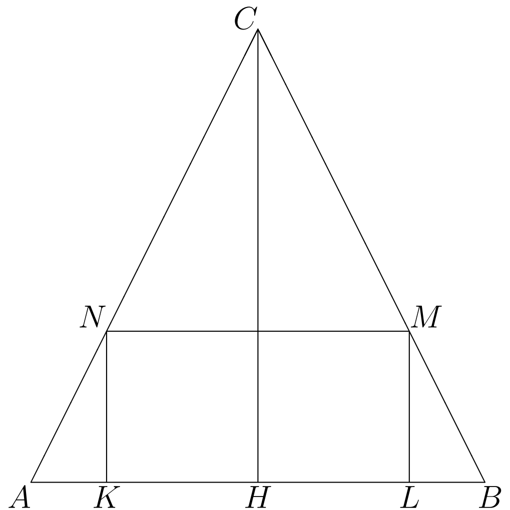


$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \end{cases}$$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

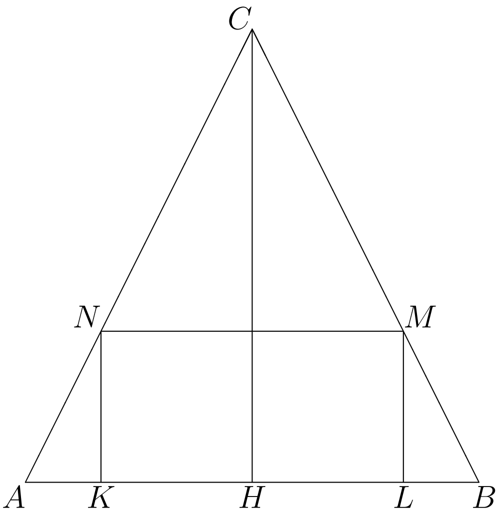
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда



$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} = \end{cases}$$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



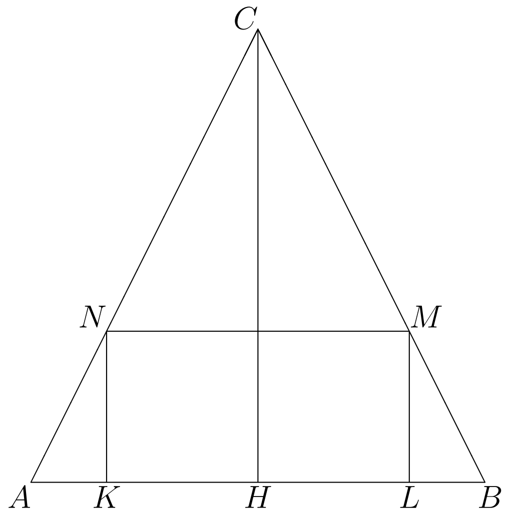
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.

Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

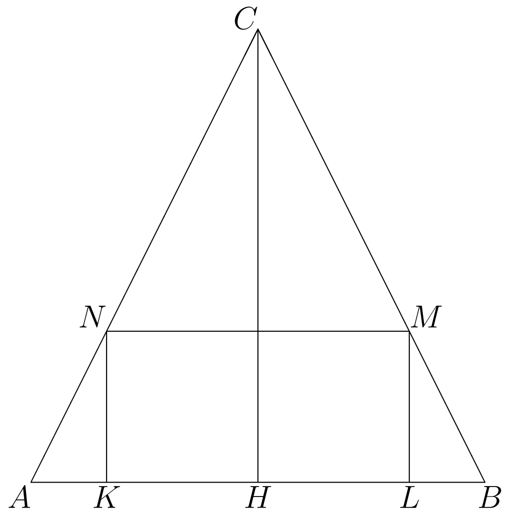


$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha} \cdot \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

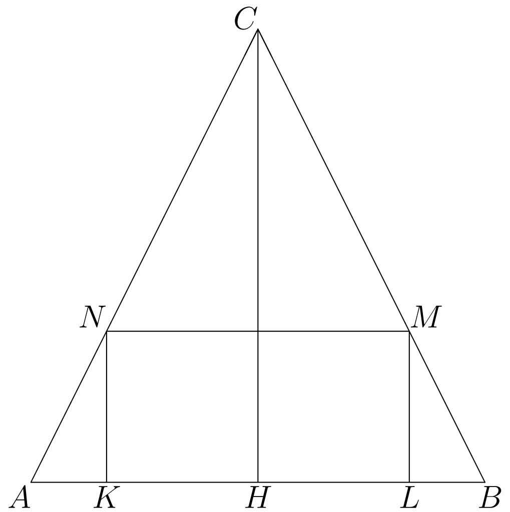
$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) =$$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

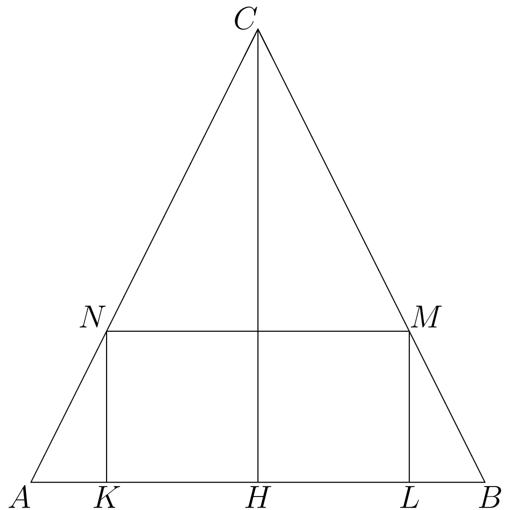
$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2\cdot\frac{2(\cos\alpha + \sin\alpha)(-\sin\alpha + \cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha + \sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

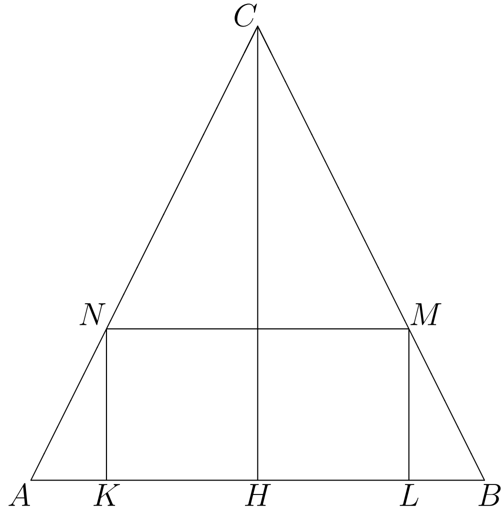
$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2\cdot\frac{2(\cos\alpha + \sin\alpha)(-\sin\alpha + \cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha + \sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \;\Rightarrow$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha} \cdot \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

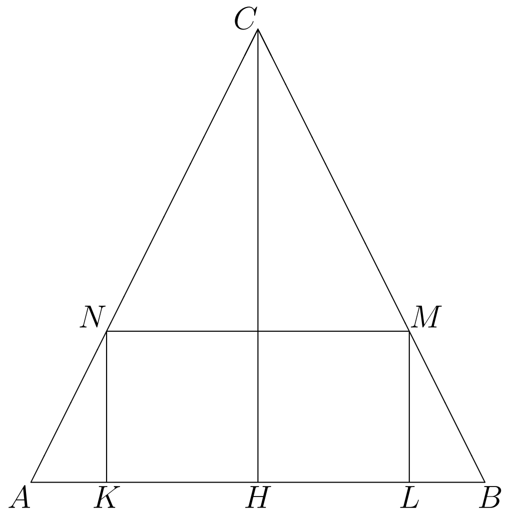
$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2 \cdot \frac{2(\cos\alpha + \sin\alpha)(-\sin\alpha + \cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha + \sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \;\Rightarrow\; (\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)\left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right) = 0.$$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

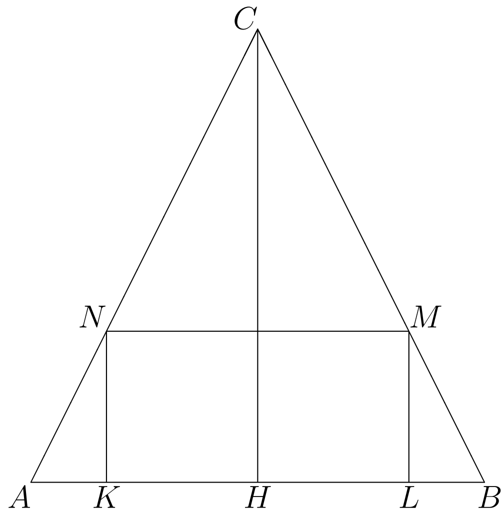
$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2\cdot\frac{2(\cos\alpha+\sin\alpha)(-\sin\alpha+\cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha+\sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \ \Rightarrow (\cos\alpha+\sin\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)\left(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\right) = 0.$$

С учётом $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ имеем

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha} \cdot \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

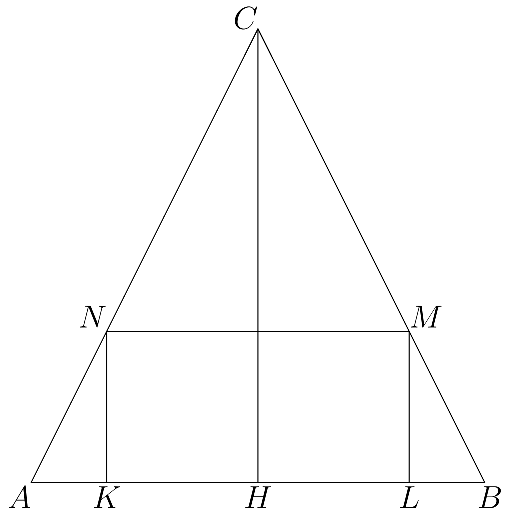
$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2 \cdot \frac{2(\cos\alpha + \sin\alpha)(-\sin\alpha + \cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha + \sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \ \Rightarrow (\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)\left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right) = 0.$$

С учётом $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ имеем $S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \ \Rightarrow$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a\operatorname{ctg}\alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH\cdot\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB\cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\sin\alpha}\cdot\dfrac{a(\cos\alpha+\sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

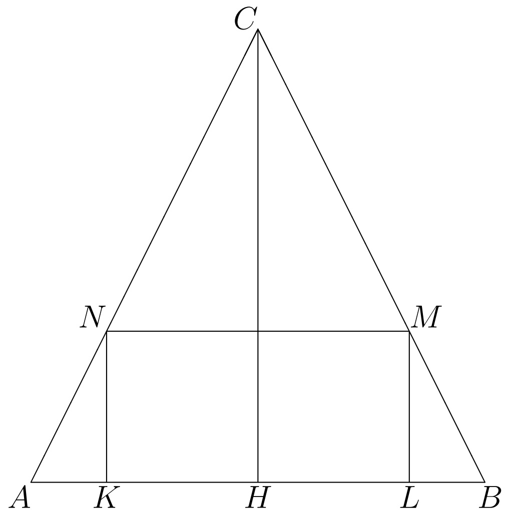
$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2\cdot\frac{2(\cos\alpha+\sin\alpha)(-\sin\alpha+\cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha+\sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \ \Rightarrow (\cos\alpha+\sin\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)\left(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\right) = 0.$$

С учётом $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ имеем $S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \ \Rightarrow \alpha = \dfrac{\pi}{4}.$

Задача 14. На плоскости зафиксирован прямоугольник $KLMN$, где $KL = MN = 2KN = 2ML$. Этот прямоугольник вписан в равнобедренный треугольник ABC, причем K и L принадлежат основанию AB треугольника, вершины N и M прямоугольника принадлежат сторонам AC и, соответственно, BC. Найдите отношение длин сторон AC и AB если известно, что площадь треугольника ABC является наименьшей из возможных.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{\cos x}{2}, \\ NK = ML = a, \\ \angle BAC = \alpha. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AH = a \operatorname{ctg} \alpha + a = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha}, \\ AC = \dfrac{AH}{\cos\alpha} = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}, \\ CH = AH \cdot \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}, \\ S_{\triangle ABC} = \dfrac{AB \cdot AC}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\sin\alpha} \cdot \dfrac{a(\cos\alpha + \sin\alpha)}{\cos\alpha}. \end{cases}$$

$$S_{\triangle ABC}(\alpha) = \frac{a^2(\cos\alpha + \sin\alpha)^2}{\sin\alpha\cos\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = a^2 \cdot \frac{2(\cos\alpha + \sin\alpha)(-\sin\alpha + \cos\alpha)\sin\alpha\cos\alpha - (\cos\alpha + \sin\alpha)^2\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}.$$

$$S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \Rightarrow (\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha)\left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right) = 0.$$

С учётом $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$ имеем $S'_{\triangle ABC}(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = \dfrac{\pi}{4}$. **Ответ:** $\boxed{\dfrac{\sqrt{2}}{4}}$

Решение задачи 15.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.

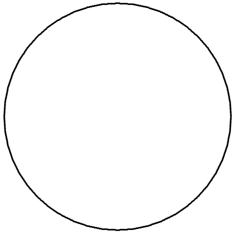
Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.

Сначала построим чертёж.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

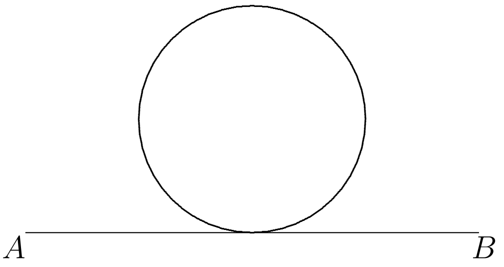
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

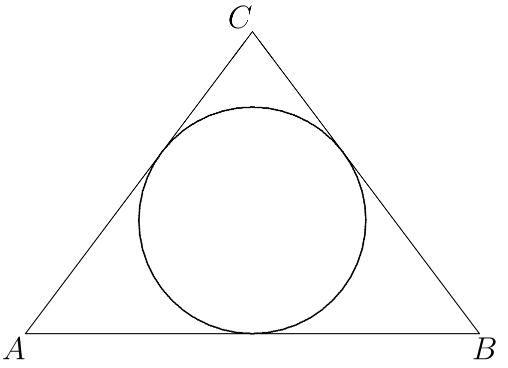
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

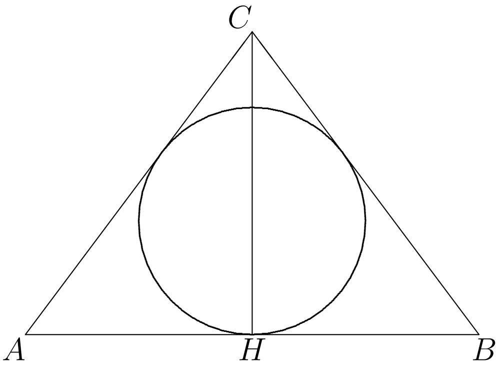
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

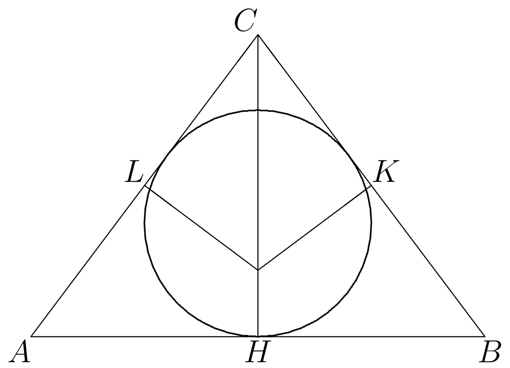
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

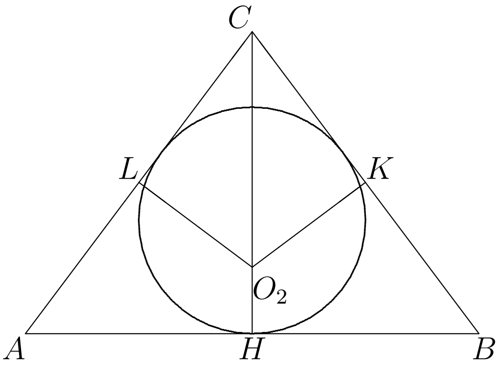
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

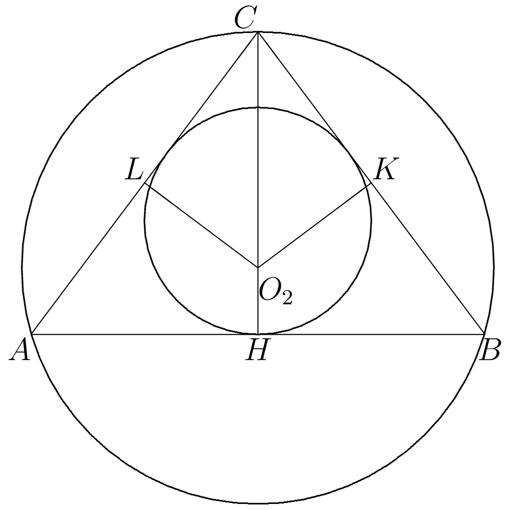
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

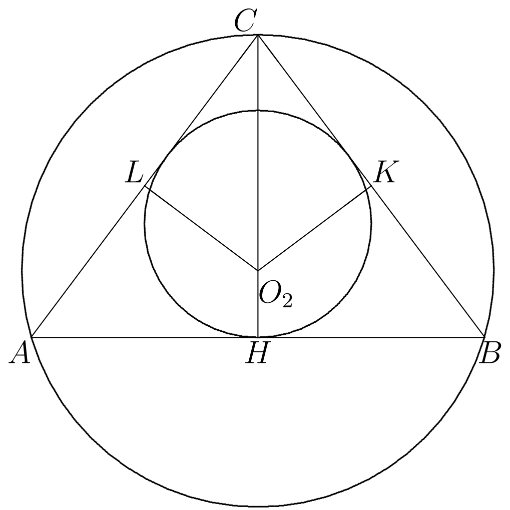
Ответ.



Сначала построим чертёж.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

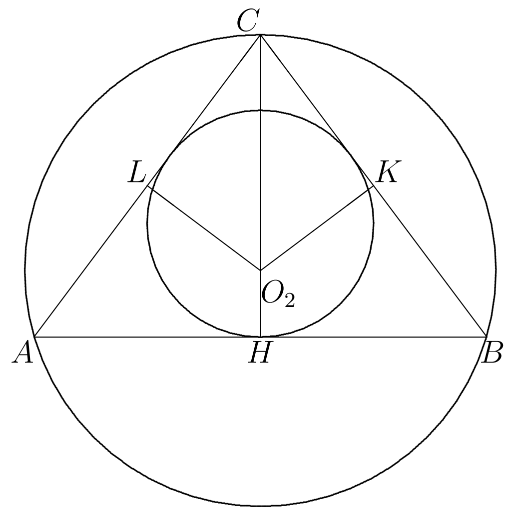
Ответ.



Положим $\left\{ \vphantom{\begin{matrix} a\\ b\\ c\\ d \end{matrix}} \right.$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

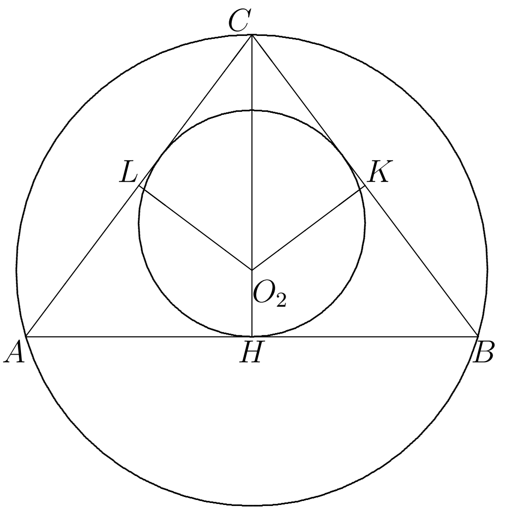
Ответ.



$$\text{Положим} \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

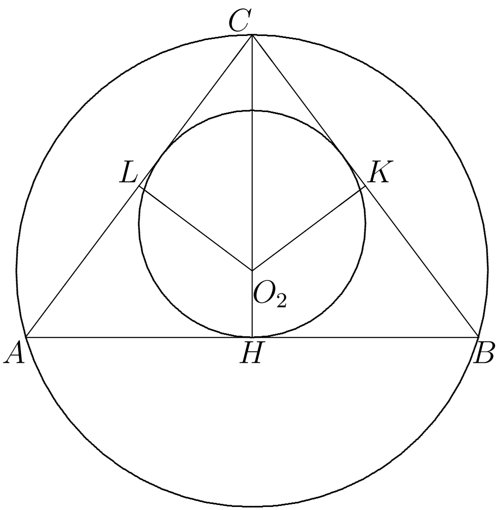
Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ \end{cases}$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

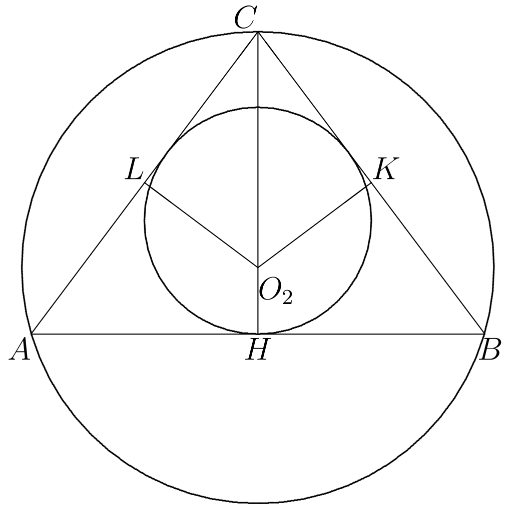
Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.

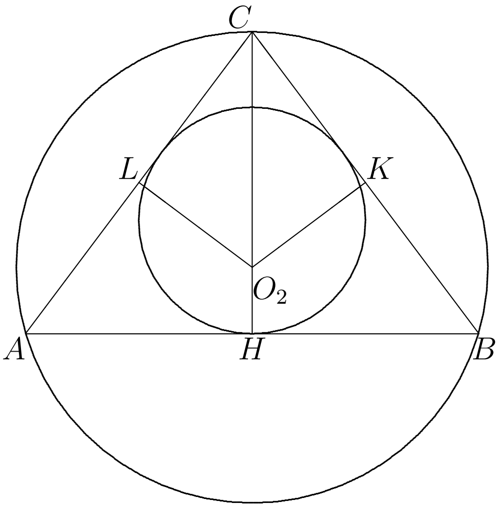


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\left\{ \right.$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.

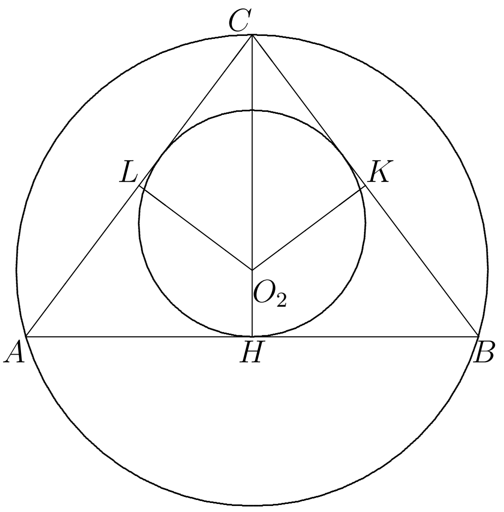


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ \\ \end{cases}$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.

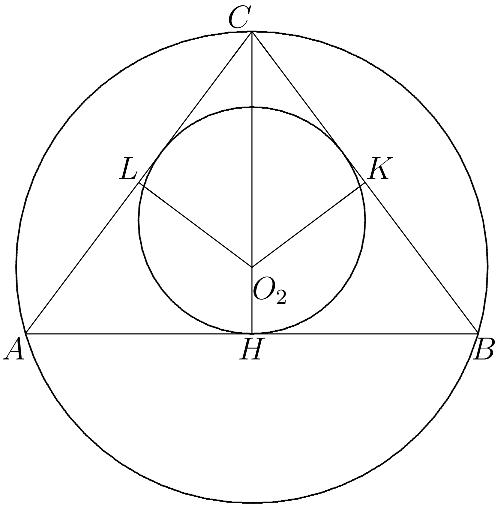


Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ \end{cases}$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



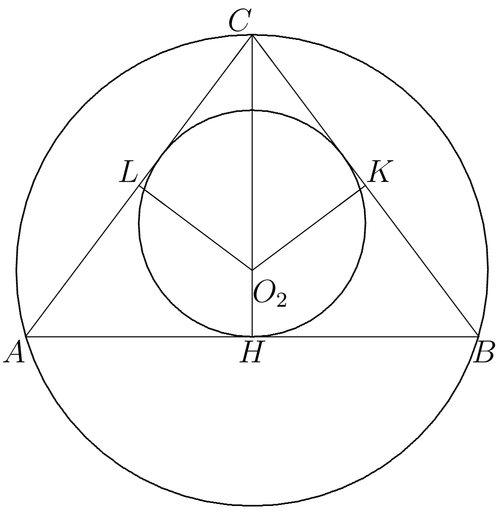
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ \end{cases}$$

Применим формулы, связывающие площадь треугольника и радиусы вписанной и описанной окружностей.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

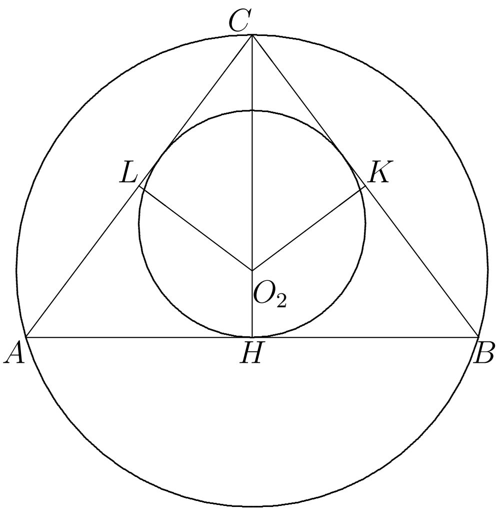
$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ \end{cases}$$

$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

Применим формулы, связывающие площадь треугольника и радиусы вписанной и описанной окружностей.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



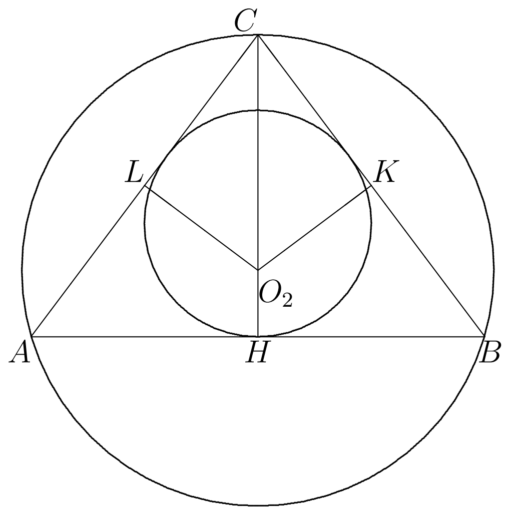
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



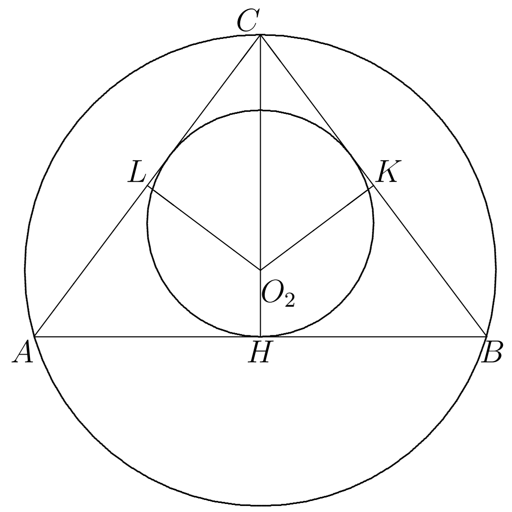
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



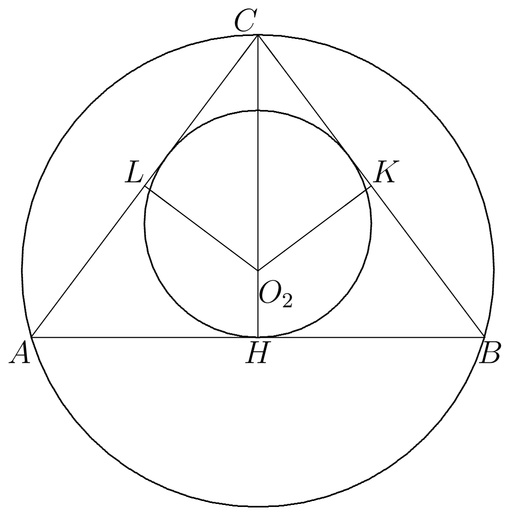
Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

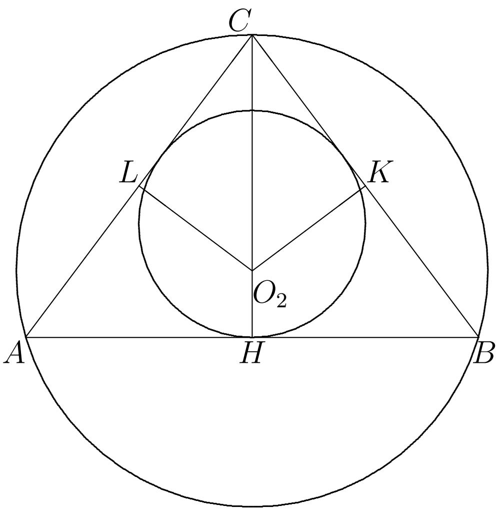
$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} =$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

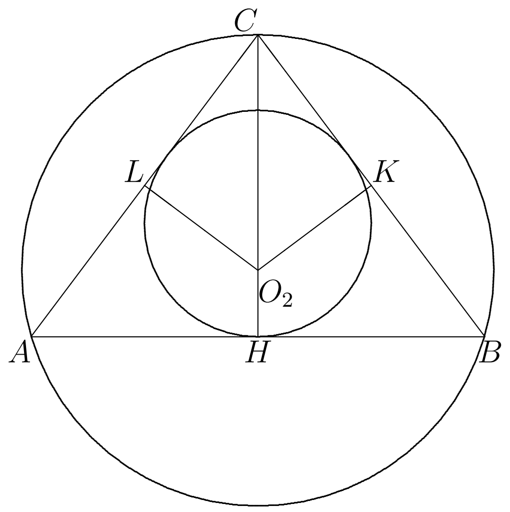
$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2 - 1}} \cdot \frac{1 + 2x}{a\sqrt{4x^2 - 1}} = \frac{2x^2(1 + 2x)}{(4x^2 - 1)} =$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

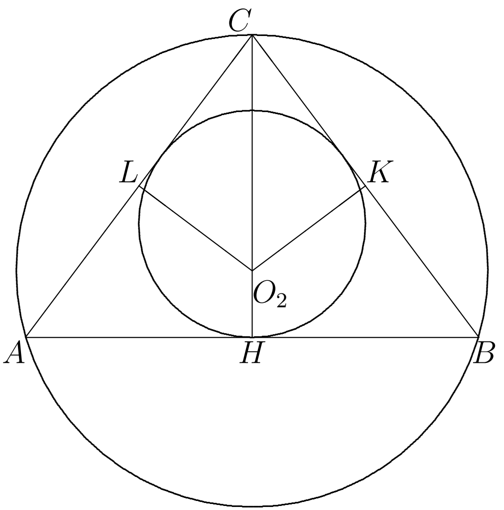
$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

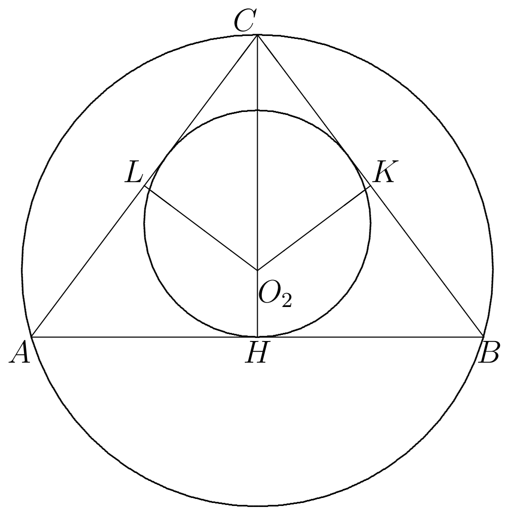
$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2 - 1}} \cdot \frac{1 + 2x}{a\sqrt{4x^2 - 1}} = \frac{2x^2(1 + 2x)}{(4x^2 - 1)} = \frac{2x^2}{2x - 1}.$$

$$k'(x) =$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

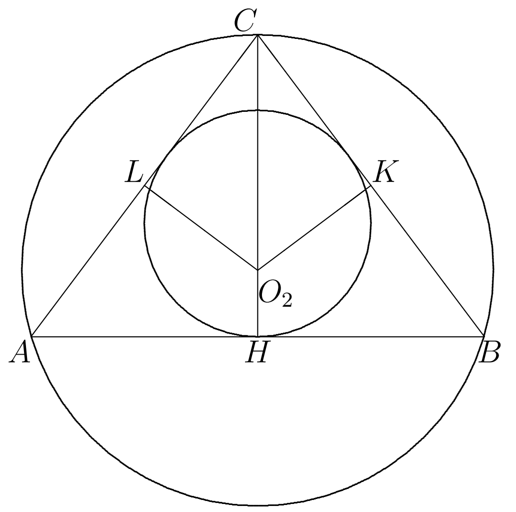
$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2 - 1}} \cdot \frac{1 + 2x}{a\sqrt{4x^2 - 1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2 - 1)} = \frac{2x^2}{2x - 1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} =$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

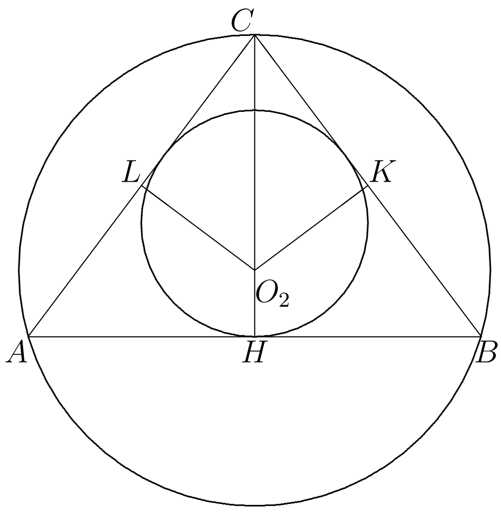
$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

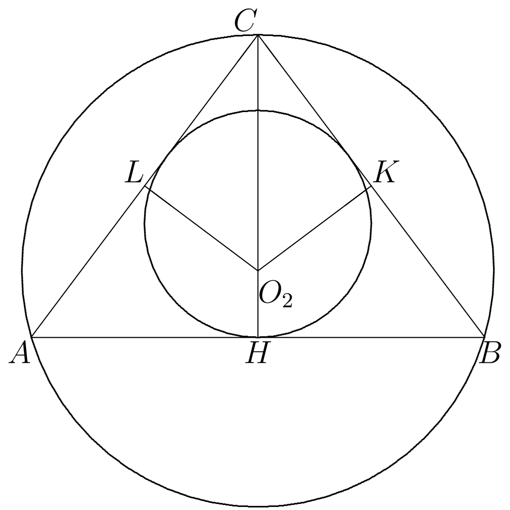
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\Bigg[$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

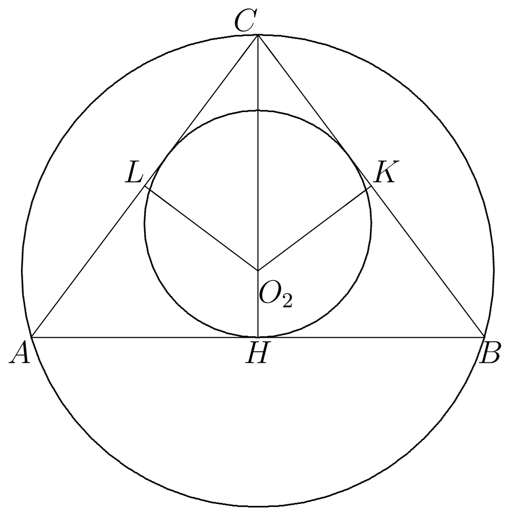
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ \\ \end{array} \right.$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

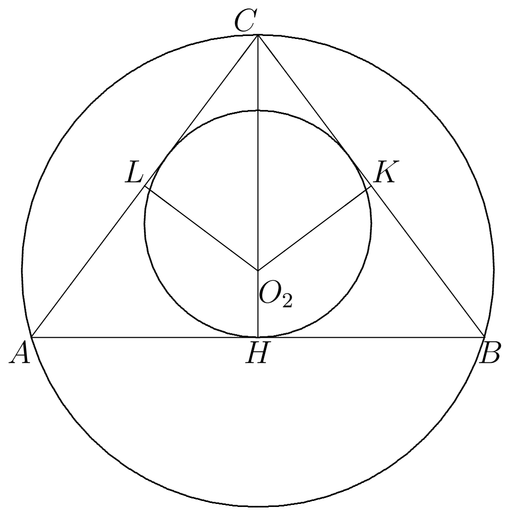
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ \end{array} \right.$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

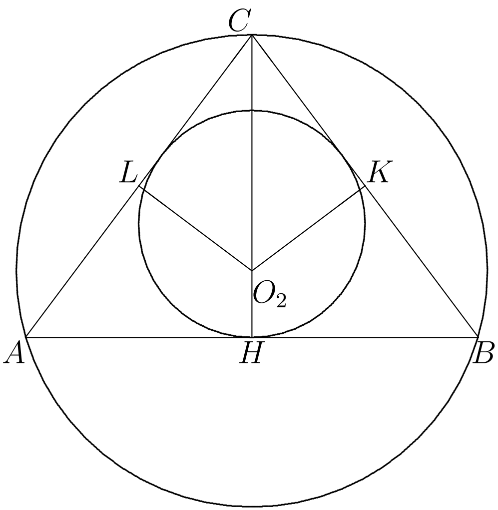
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ x = 1. \end{array}\right.$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

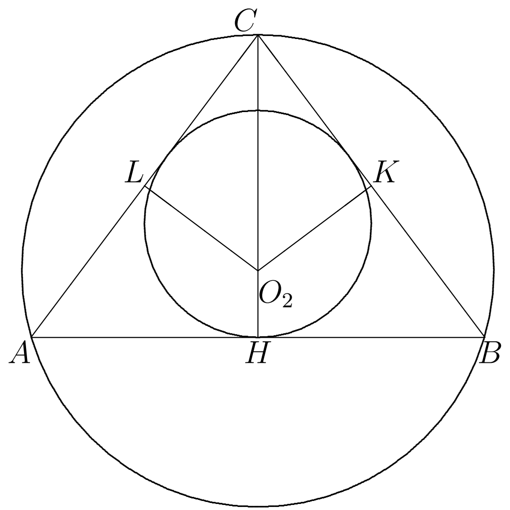
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ x = 1. \end{array}\right.$ По условию и в силу неравенства треугольника

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

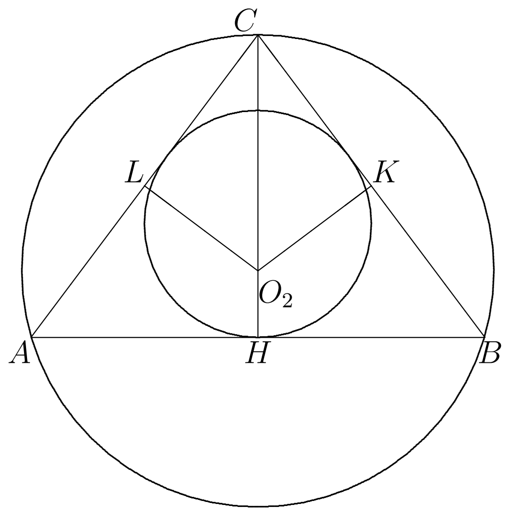
$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ x = 1. \end{array}\right.$ По условию и в силу неравенства треугольника $x > \dfrac{1}{2}$.

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a \cdot \sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a \cdot 2ax \cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}} \cdot \frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

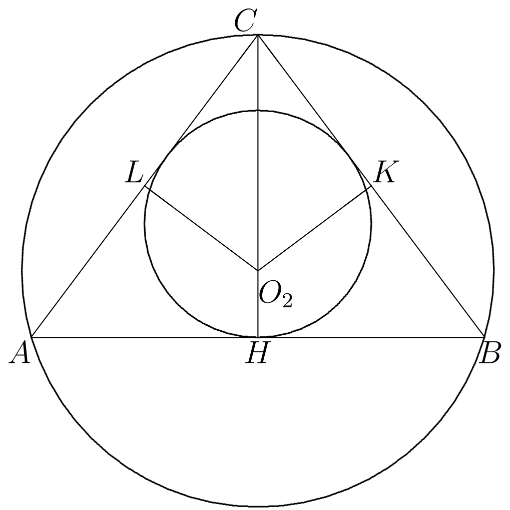
$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ x = 1. \end{array}\right.$ По условию и в силу неравенства треугольника $x > \dfrac{1}{2}$.

Ответ: $\boxed{1}$

Задача 15. Найдите отношение длины боковой стороны AC к длине основания AB равнобедренного треугольника ABC, если известно, что для него отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности является наименьшим.

Ответ.



Положим $\begin{cases} x = \dfrac{AC}{AB}, \\ k = \dfrac{O_2A}{O_1H} = \dfrac{R}{r}, \\ AH = BH = a. \end{cases}$ Тогда

$$\begin{cases} AB = 2a, \\ AC = 2ax, \\ a(1+2x)r = a\cdot\sqrt{4a^2x^2 - a^2} = \dfrac{2a\cdot 2ax\cdot 2ax}{4R}. \end{cases}$$

$$r\frac{AB+BC+AC}{2} = \frac{AB\cdot CH}{2} = \frac{AB\cdot BC\cdot AC}{4R}.$$

$$k(x) = \frac{2ax^2}{\sqrt{4x^2-1}}\cdot\frac{1+2x}{a\sqrt{4x^2-1}} = \frac{2x^2(1+2x)}{(4x^2-1)} = \frac{2x^2}{2x-1}.$$

$$k'(x) = \frac{4x(2x-1) - 2x^2\cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

$k'(x) = 0$ или k' не существует при $\left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = 1/2, \\ x = 1. \end{array}\right.$ По условию и в силу неравенства треугольника $x > \dfrac{1}{2}$.

Ответ: $\boxed{1}$ Искомый треугольник — равносторонний!

Решение задачи 16.

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ.

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta =$$

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) +$$

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) -$$

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} -$$

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta =$$

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1p_2.$$

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta =$$

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1 p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \ \Rightarrow$$

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1+\frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1+\frac{p_2}{100}\right) - 25\cdot\frac{p_1}{100}\cdot 20\cdot\frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \;\Rightarrow \Delta =$$

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}\left(p_1 - 10\right)^2 - 1.$$

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1+\frac{p_1}{100}\right)+20\left(1+\frac{p_2}{100}\right)-25\cdot\frac{p_1}{100}\cdot 20\cdot\frac{p_2}{100}-40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1+\frac{1}{5}p_2-\frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \ \Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}\left(p_1-10\right)^2-1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет ____ долларов.

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1 p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}(p_1 - 10)^2 - 1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет 1000 долларов.

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1+\frac{p_1}{100}\right)+20\left(1+\frac{p_2}{100}\right)-25\cdot\frac{p_1}{100}\cdot 20\cdot\frac{p_2}{100}-40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1+\frac{1}{5}p_2-\frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \;\Rightarrow\; \Delta = \frac{1}{20}(p_1-10)^2 - 1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет 1000 долларов.
При $0 \le p_1 \le$ ________ и при ________ $\le p_1 \le 20$ сделка будет выгодной,

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1+\frac{p_1}{100}\right)+20\left(1+\frac{p_2}{100}\right)-25\cdot\frac{p_1}{100}\cdot 20\cdot\frac{p_2}{100}-40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}\left(p_1 - 10\right)^2 - 1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет 1000 долларов.
При $0 \le p_1 \le 10 - 2\sqrt{5}$ и при $10 + 2\sqrt{5} \le p_1 \le 20$ сделка будет выгодной,

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1+\frac{p_1}{100}\right)+20\left(1+\frac{p_2}{100}\right)-25\cdot\frac{p_1}{100}\cdot 20\cdot\frac{p_2}{100}-40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1+\frac{1}{5}p_2-\frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1+p_2=20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2-p_1+4 \;\Rightarrow\; \Delta = \frac{1}{20}\left(p_1-10\right)^2-1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет 1000 долларов.
При $0 \le p_1 \le 10-2\sqrt{5}$ и при $10+2\sqrt{5} \le p_1 \le 20$ сделка будет выгодной,
максимальная выгода составляет ____________________

Задача 16. Бизнесмен Вася купил две автомашины по 20 тыс. долларов и перепродал их. При перепродаже первой машины прибыль составила p_1 %, второй — p_2 %, причем $p_1 + p_2 = 20$. О второй сделка Вася не сообщил в налоговую инспекцию, и с него взяли штраф, составляющий $25p_1$ % прибыли, полученной от продажи второго автомобиля. Каковы максимальные потери бизнесмена Васи? Какова могла быть максимально возможная выгода?

Ответ. Разница Δ между суммой, вложенной Васей в покупку автомобиля, и суммой, оставшейся у Васи после продажи автомобилей и уплатой штрафа, равна

$$\Delta = 20\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) + 20\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) - 25 \cdot \frac{p_1}{100} \cdot 20 \cdot \frac{p_2}{100} - 40,$$

т.е.

$$\Delta = \frac{1}{5}p_1 + \frac{1}{5}p_2 - \frac{1}{20}p_1p_2.$$

Учитывая, что $p_1 + p_2 = 20$, получаем

$$\Delta = \frac{1}{20}p_1^2 - p_1 + 4 \Rightarrow \Delta = \frac{1}{20}(p_1 - 10)^2 - 1.$$

Значит, максимально возможная потеря составляет 1000 долларов.
При $0 \le p_1 \le 10 - 2\sqrt{5}$ и при $10 + 2\sqrt{5} \le p_1 \le 20$ сделка будет выгодной, максимальная выгода составляет 4 тысячи долларов.

Решение задачи 17.

Задача 17. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Задача 17. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ.

Задача 17. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $\text{Ц}(t) =$

Задача 17. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $\text{Ц}(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$.

Задача 17. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) =$$

Задача 17. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $\text{Ц}(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$\text{Ц}'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} =$$

Задача 17. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} = \frac{(10+t)(2t-10)}{(5+2t)^2}.$$

Задача 17. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} = \frac{(10+t)(2t-10)}{(5+2t)^2}.$$

Ответ: спустя минут после начала процесса стоимость раствора станет минимальной, равной __ рублей.

Задача 17. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} = \frac{(10+t)(2t-10)}{(5+2t)^2}.$$

Ответ: спустя $\dfrac{2}{0.4} =$ минут после начала процесса стоимость раствора станет минимальной, равной __ рублей.

Задача 17. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} = \frac{(10+t)(2t-10)}{(5+2t)^2}.$$

Ответ: спустя $\dfrac{2}{0.4}$ =5 минут после начала процесса стоимость раствора станет минимальной, равной __ рублей.

Задача 17. В 10 % раствор соли массой 10 кг равномерно добавляют 40 % раствор соли со скоростью литр в минуту. Стоимость килограмма раствора обратно пропорциональна его концентрации, и в начальный момент была равна 2 рубля за килограмм. Найдите, в какой момент времени стоимость раствора в емкости была минимальна, если известно, что емкость не переполняется. Чему равна эта минимальная стоимость?

Ответ. Стоимость раствора в момент времени t равна $Ц(t) = \dfrac{(10+t)^2}{5+2t}$. Тогда

$$Ц'(t) = \frac{2(10+t)(5+2t) - 2(10+t)^2}{(5+2t)^2} = \frac{(10+t)(2t-10)}{(5+2t)^2}.$$

Ответ: спустя $\dfrac{2}{0.4}$ =5 минут после начала процесса стоимость раствора станет минимальной, равной 15 рублей.

Решение задачи 18.

Задача 18. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Задача 18. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ.

Задача 18. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m =$ ____________

Задача 18. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v - 600} \cdot kv^2$.

Задача 18. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v - 600} \cdot kv^2.$

$m' =$

____

Задача 18. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2$.

$$m' = k \cdot \frac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}.$$

Задача 18. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2$.

$$m' = k \cdot \frac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}.$$

Производная обращается в 0 при _________

Задача 18. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2$.

$$m' = k \cdot \frac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}.$$

Производная обращается в 0 при $v = 1200$.

Задача 18. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2$.

$m' = k \cdot \dfrac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}$.

Производная обращается в 0 при $v = 1200$.

Ответ: скорость, оптимальная по расходу топлива, равна ____ км/час.

Задача 18. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2.$

$$m' = k \cdot \frac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}.$$

Производная обращается в 0 при $v = 1200$.

Ответ: скорость, оптимальная по расходу топлива, равна 1200 км/час.

Задача 18. Ракета догоняет цель, находящуюся от нее на расстоянии 1 километр, летящую со скоростью 600 км/час. Расход топлива (т.е. масса топлива, расходуемая в единицу времени) у ракеты пропорционален квадрату ее скорости. Какова должна быть скорость ракеты для того, чтобы она истратила наименьшее количество топлива, догнав цель?

Ответ. $m = \dfrac{1}{v-600} \cdot kv^2.$

$$m' = k \cdot \frac{2v \cdot (v-600) - v^2}{(v-600)^2}.$$

Производная обращается в 0 при $v = 1200$.

Ответ: скорость, оптимальная по расходу топлива, равна 1200 км/час.

Решение задачи 19.

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ.

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ.

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения*.
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение
$$\frac{10\cdot 0.1+tv\cdot v/2}{1+tv}=\frac{5}{100},$$

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение
$\dfrac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \dfrac{5}{100}$, откуда

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения*.
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение
$$\frac{10\cdot 0.1+tv\cdot v/2}{1+tv}=\frac{5}{100},\quad \text{откуда}\quad t(v)=\frac{19}{v-10v^2}.$$

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения*.
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции:

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) =$

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения*.
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v - 1)}{(v - 10v^2)^2}$,

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения*.
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v-1)}{(v-10v^2)^2}$,

откуда

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения*.
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение
$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$
Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v - 1)}{\left(v - 10v^2\right)^2}$,

откуда $t'(v) = 0 \ \Leftrightarrow$

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения*.
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение
$$\frac{10\cdot 0.1+tv\cdot v/2}{1+tv}=\frac{5}{100},\quad \text{откуда}\quad t(v)=\frac{19}{v-10v^2}.$$
Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v)=\dfrac{19(20v-1)}{\left(v-10v^2\right)^2}$,

откуда $t'(v)=0 \;\Leftrightarrow v=\dfrac{1}{20}$.

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*

Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.

В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.

Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1+tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v - 10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v-1)}{(v-10v^2)^2}$,

откуда $t'(v) = 0 \ \Leftrightarrow v = \dfrac{1}{20}$.

Нетрудно проверить, что при этом значении скорости поступления раствора значение функции t минимально.

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения*.
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение

$$\frac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1+tv} = \frac{5}{100}, \quad \text{откуда} \quad t(v) = \frac{19}{v-10v^2}.$$

Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v-1)}{\left(v-10v^2\right)^2}$,

откуда $t'(v) = 0 \ \Leftrightarrow v = \dfrac{1}{20}$.

Нетрудно проверить, что при этом значении скорости поступления раствора значение функции t минимально.

Ответ: минимальное время равно   минут.

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение
$\dfrac{10 \cdot 0.1 + tv \cdot v/2}{1 + tv} = \dfrac{5}{100}$, откуда $t(v) = \dfrac{19}{v - 10v^2}$.
Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v) = \dfrac{19(20v-1)}{(v-10v^2)^2}$,
откуда $t'(v) = 0 \Leftrightarrow v = \dfrac{1}{20}$.
Нетрудно проверить, что при этом значении скорости поступления раствора значение функции t минимально.

Ответ: минимальное время равно $\dfrac{19}{v - 10v^2} =$ минут.

Задача 19. В ёмкости находился один литр 10 % раствора соли. В ёмкость равномерно поступает раствор, концентрация которого пропорциональна скорости поступления воды, причем, если за 2 минуты поступает 1 литр воды, то концентрация поступающего раствора равна 10 %. Каков минимальный срок с момента начала поступления раствора в ёмкость до момента, когда в ёмкости концентрация раствора станет равной 5 %, если ёмкость за время эксперимента не переполняется?

Ответ. Оптимизировать надо *время заполнения.*
Обозначим через t мин время от начала эксперимента до момента, когда в емкости концентрация раствора станет равной 5 %.
В качестве параметра возьмем скорость поступления раствора в емкость, т.е. пусть за минуту в емкость поступает v литров.
Вычисляя двумя способами концентрацию соли в растворе к моменту t, получаем уравнение
$$\frac{10\cdot 0.1+tv\cdot v/2}{1+tv}=\frac{5}{100},\quad \text{откуда}\quad t(v)=\frac{19}{v-10v^2}.$$
Найдем минимальное значение этой функции: $t'(v)=\dfrac{19(20v-1)}{\left(v-10v^2\right)^2}$,

откуда $t'(v)=0 \ \Leftrightarrow v=\dfrac{1}{20}$.
Нетрудно проверить, что при этом значении скорости поступления раствора значение функции t минимально.

Ответ: минимальное время равно $\dfrac{19}{v-10v^2}$ =760 минут.

Решение задачи 20.

Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

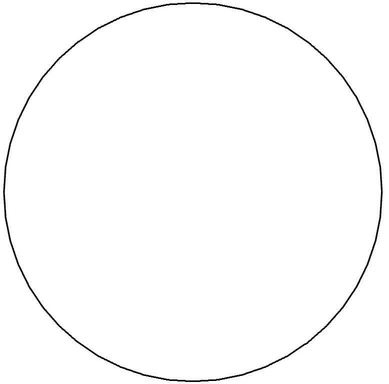
Ответ.

Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

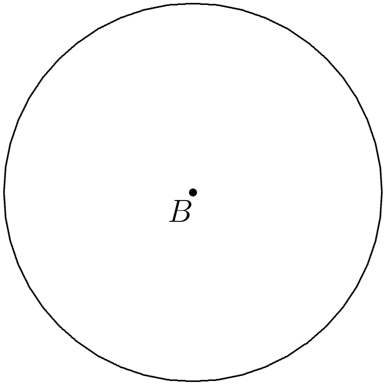
Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.



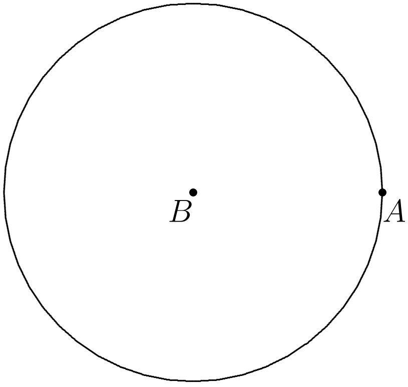
Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.



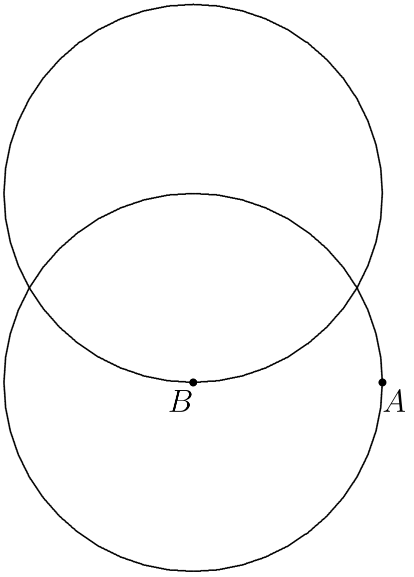
Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.



Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

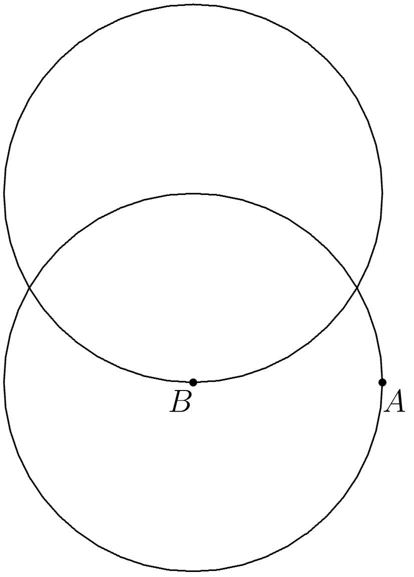
Ответ.



Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

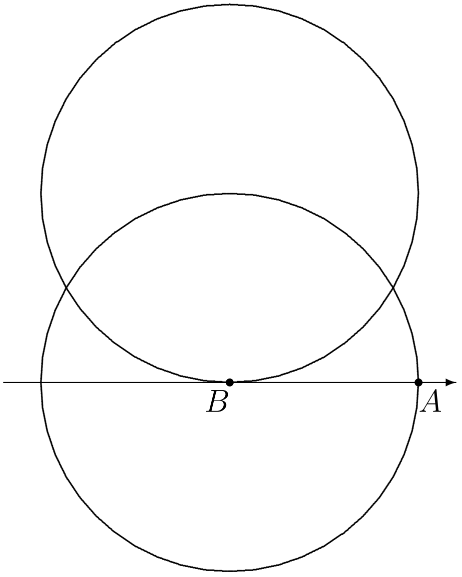
Введем систему координат, поместив начало координат в точку, в которой находилась B в начальный момент времени и направив ось Ox в направлении первоначального положения точки A.



Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Введем систему координат, поместив начало координат в точку, в которой находилась B в начальный момент времени и направив ось Ox в направлении первоначального положения точки A.

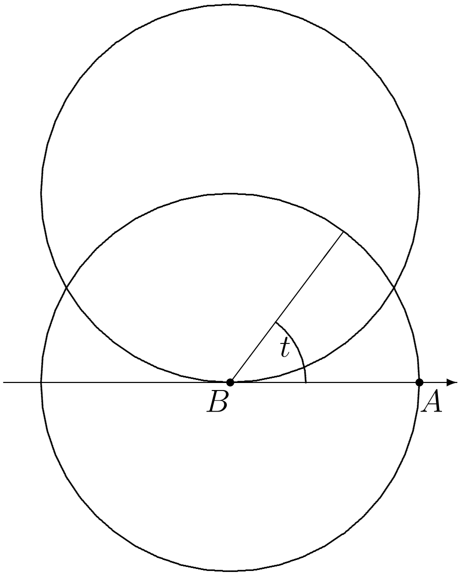


Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

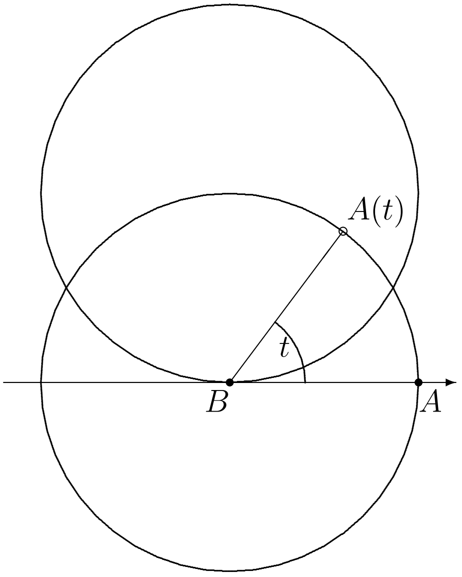


Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

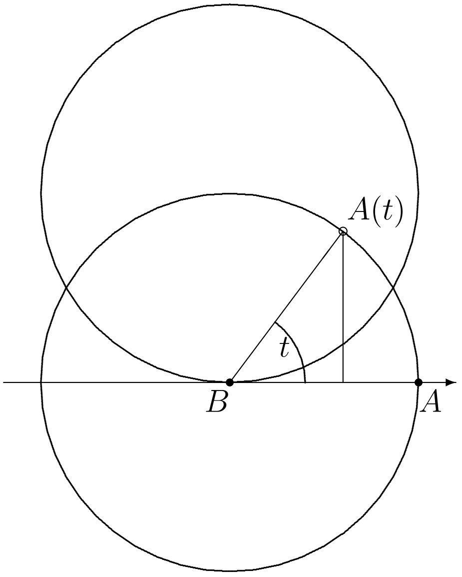


Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

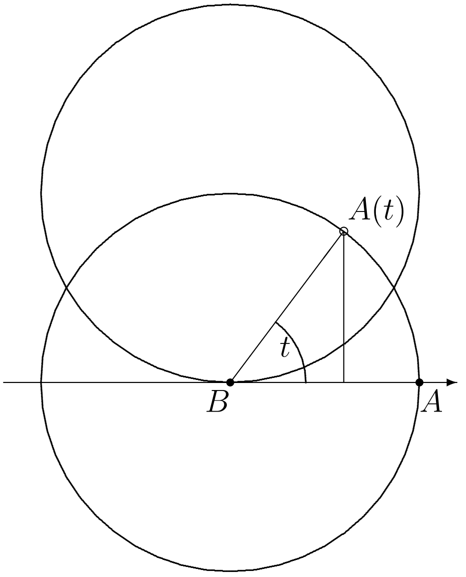


Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A: \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \end{cases} \qquad B: \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

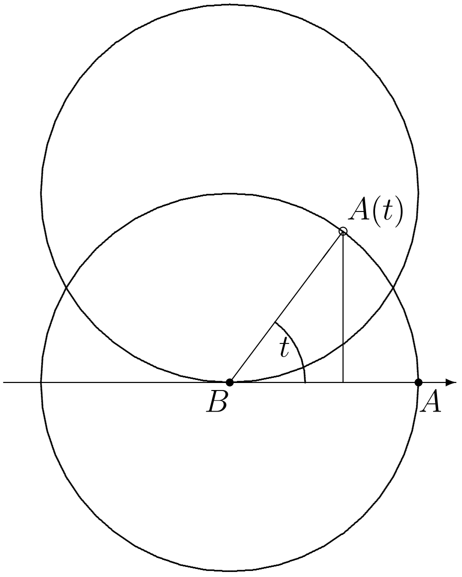


Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \sin\alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

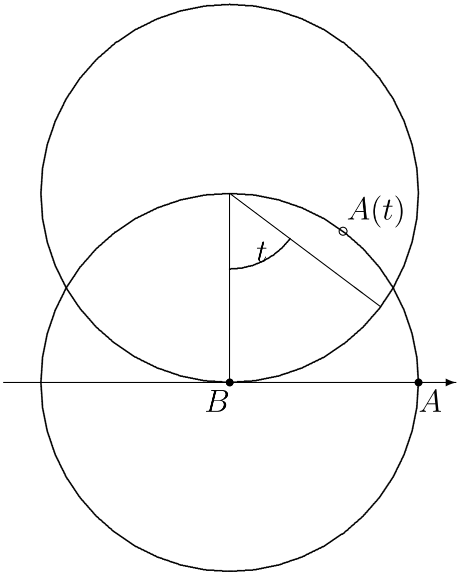


Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

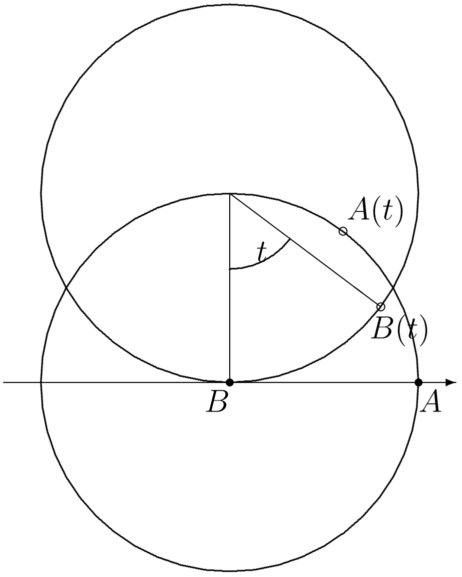


Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

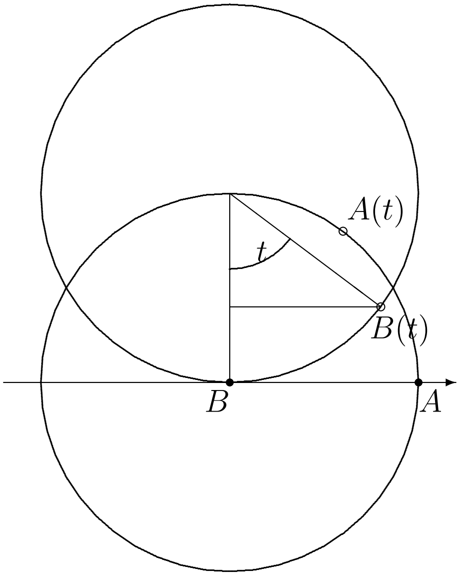


Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \\ y = \end{cases}$$

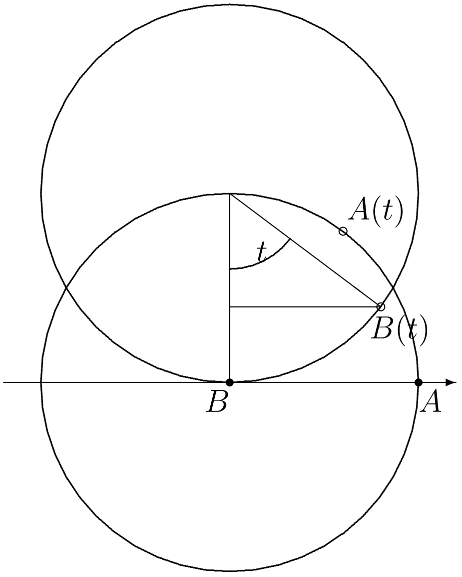


Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A: \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B: \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = \end{cases}$$

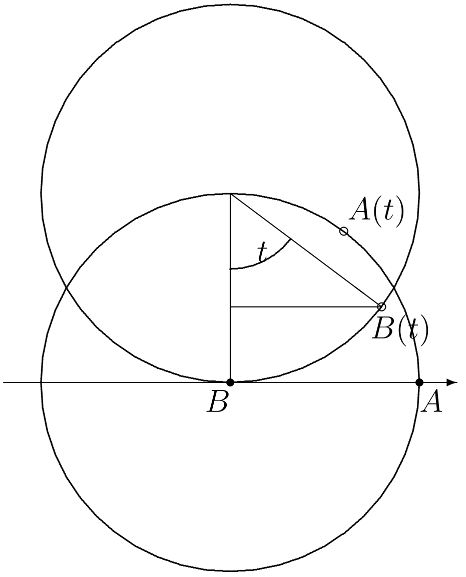


Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \sin\alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin\alpha t, \\ y = 1 - \cos\alpha t. \end{cases}$$



Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

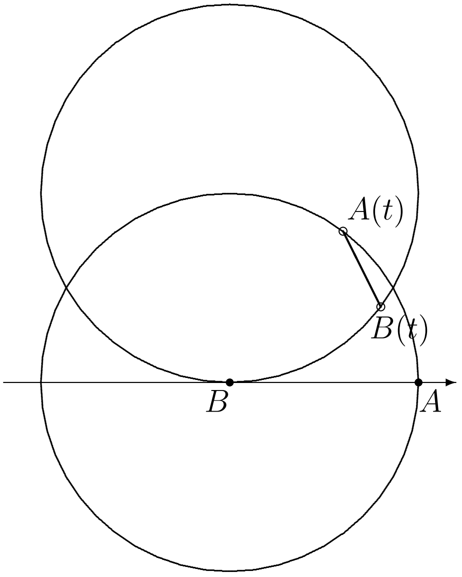
Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A:\begin{cases} x=\cos\alpha t, \\ y=\sin\alpha t, \end{cases} \qquad B:\begin{cases} x=\sin\alpha t, \\ y=1-\cos\alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t)=$$



Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

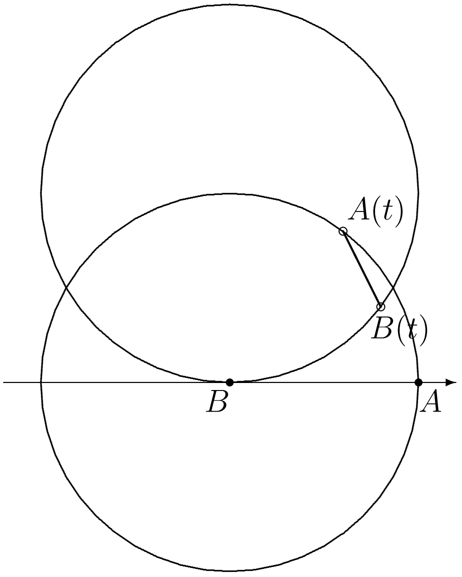
Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = 1 - \cos \alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos \alpha t - \sin \alpha t)^2 + (\sin \alpha t - (1 - \cos \alpha t))^2}$$



Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

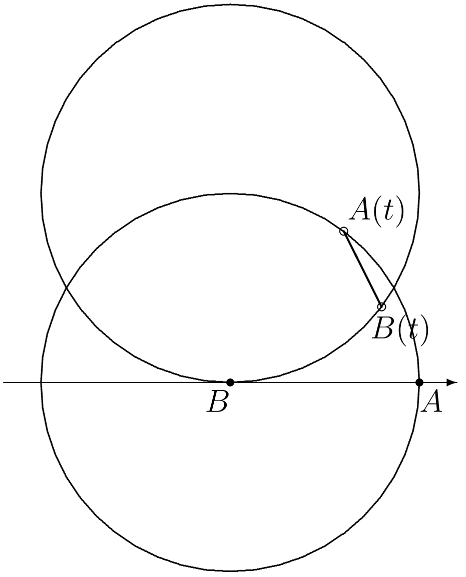
Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = 1 - \cos \alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos \alpha t - \sin \alpha t)^2 + (\sin \alpha t - (1 - \cos \alpha t))^2}$$

Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.



Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

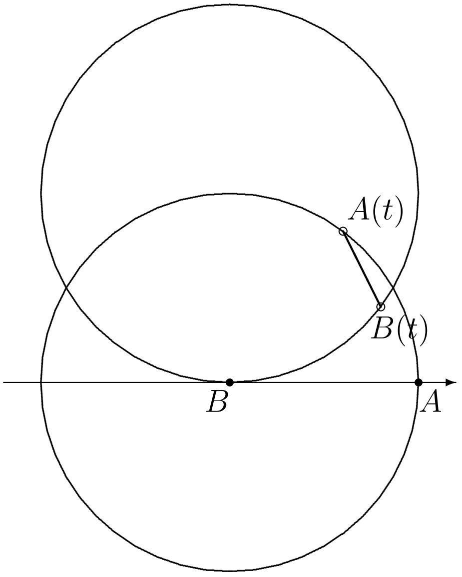
Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos\alpha t, \\ y = \sin\alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin\alpha t, \\ y = 1 - \cos\alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos\alpha t - \sin\alpha t)^2 + (\sin\alpha t - (1 - \cos\alpha t))^2}$$



Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) =$$

Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

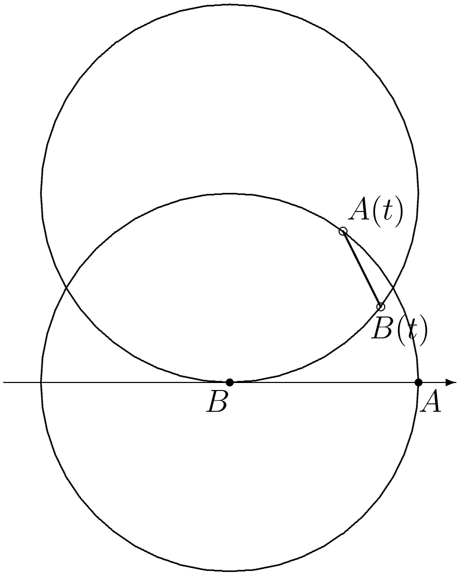
$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = 1 - \cos \alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos \alpha t - \sin \alpha t)^2 + (\sin \alpha t - (1 - \cos \alpha t))^2}$$

Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) = 3 - 2 \sin \alpha t - 2 \cos \alpha t.$$



Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

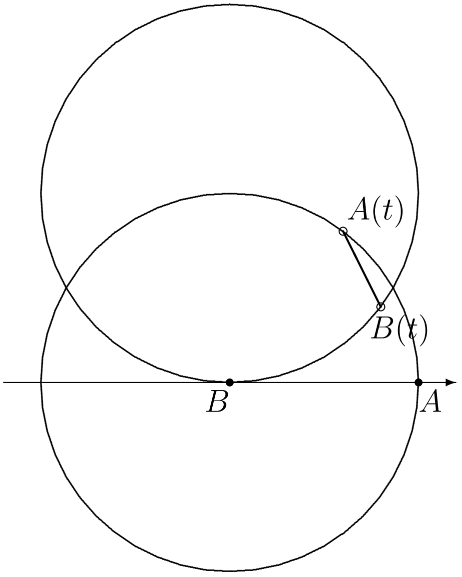
Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = 1 - \cos \alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos \alpha t - \sin \alpha t)^2 + (\sin \alpha t - (1 - \cos \alpha t))^2}$$



Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) = 3 - 2\sin \alpha t - 2\cos \alpha t.$$

Имеем $f'(t) = 0$ тогда и только тогда, когда

Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

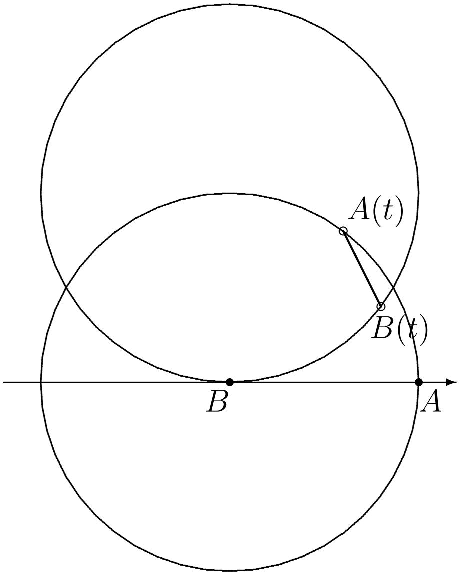
Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = 1 - \cos \alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos \alpha t - \sin \alpha t)^2 + (\sin \alpha t - (1 - \cos \alpha t))^2}$$



Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) = 3 - 2 \sin \alpha t - 2 \cos \alpha t.$$

Имеем $f'(t) = 0$ тогда и только тогда, когда $\alpha\left(-\cos \alpha t + \sin \alpha t\right) = 0.$

Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

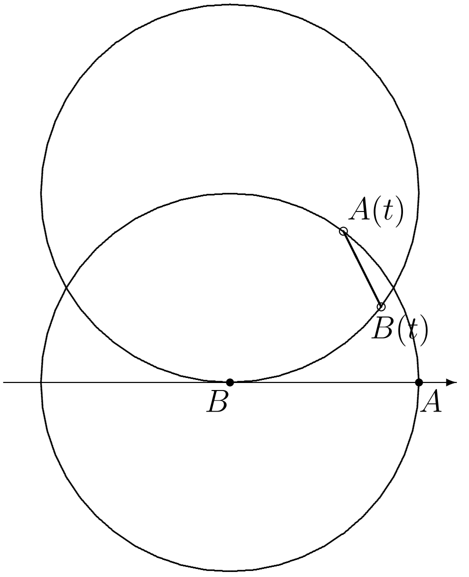
Ответ.

Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = 1 - \cos \alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos \alpha t - \sin \alpha t)^2 + (\sin \alpha t - (1 - \cos \alpha t))^2}$$



Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) = 3 - 2 \sin \alpha t - 2 \cos \alpha t.$$

Имеем $f'(t) = 0$ тогда и только тогда, когда
$\alpha \left(- \cos \alpha t + \sin \alpha t\right) = 0.$

Ответ: минимальное расстояние между точками A и B равно

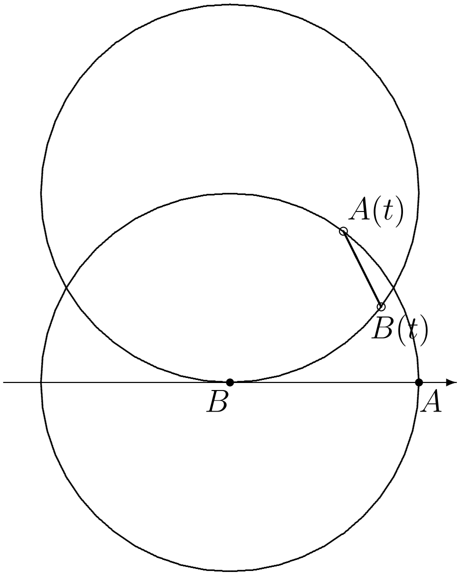
Задача 20. Точка A вращается по окружности радиуса 1 против часовой стрелки, точка B вращается против часовой стрелки по другой окружности того же радиуса с той же скоростью. В начальный момент времени точка B находилась в центре первой окружности и вектор скорости был направлен в сторону точки A. Найдите минимальное расстояние между точками.

Ответ.
Уравнения движения точек имеют вид:

$$A : \begin{cases} x = \cos \alpha t, \\ y = \sin \alpha t, \end{cases} \qquad B : \begin{cases} x = \sin \alpha t, \\ y = 1 - \cos \alpha t. \end{cases}$$

Расстояние между точками в момент t равно

$$R(t) = \sqrt{(\cos \alpha t - \sin \alpha t)^2 + (\sin \alpha t - (1 - \cos \alpha t))^2}$$



Оптимизировать удобнее квадрат расстояния, ясно, минимум у функций R и R^2 достигается при одном и том же значении аргумента.

$$f(t) = R^2(t) = 3 - 2 \sin \alpha t - 2 \cos \alpha t.$$

Имеем $f'(t) = 0$ тогда и только тогда, когда
$\alpha\left(- \cos \alpha t + \sin \alpha t\right) = 0$.
Ответ: минимальное расстояние между точками A и B равно $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$.

Решение задачи 21.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\left(ab+8-4a-4b\right)=0$,

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $\ b = 4m$,

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$,

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда $(2k-1)(4m-4)=4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1)=2(2m-1)$.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е. $(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 =$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда $(2k-1)(4m-4)=4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1)=2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m-1=2n$, значит,

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k - 1)(4m - 4) = 4(4m - 2)$, т.е.

$(2k - 1)(m - 1) = 2(2m - 1)$. Значит, $(2k - 1)(m - 1)$ — четное число,

Но $(2k - 1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k - 1)2n = 2(4n + 1)$, т.е.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\left\{ \begin{array}{l} n = 1, \\ \end{array} \right.$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = \\ b = \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k-1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k - 1)(4m - 4) = 4(4m - 2)$, т.е.

$(2k - 1)(m - 1) = 2(2m - 1)$. Значит, $(2k - 1)(m - 1)$ — четное число,

Но $(2k - 1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k - 1)2n = 2(4n + 1)$, т.е. $(2k - 1)n = (4n + 1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n + 1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2:

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $\ b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $\quad a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2,$

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2).$

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда $(2k-1)(4m-4)=4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1)=2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m-1=2n$, значит, $(2k-1)2n=2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n=(4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1)=1$, поэтому $\begin{cases} n=1, \\ 2k-1=4n+1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a=5, \\ b=12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a=2k, \\ b=2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2)=2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\Bigg\{$ либо

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2,$

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2).$

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ \end{cases}$ либо

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2,$

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2).$

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k - 1)(4m - 4) = 4(4m - 2)$, т.е.

$(2k - 1)(m - 1) = 2(2m - 1)$. Значит, $(2k - 1)(m - 1)$ — четное число,

Но $(2k - 1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k - 1)2n = 2(4n + 1)$, т.е. $(2k - 1)n = (4n + 1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n + 1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m - 2) = 2(m - 1)$.

Числа $(m - 2)$ и $m - 1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k - 1)(4m - 4) = 4(4m - 2)$, т.е. $(2k - 1)(m - 1) = 2(2m - 1)$. Значит, $(2k - 1)(m - 1)$ — четное число,

Но $(2k - 1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k - 1)2n = 2(4n + 1)$, т.е. $(2k - 1)n = (4n + 1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n + 1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m - 2) = 2(m - 1)$.

Числа $(m - 2)$ и $m - 1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m - 1). \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k - 1)(4m - 4) = 4(4m - 2)$, т.е.

$(2k - 1)(m - 1) = 2(2m - 1)$. Значит, $(2k - 1)(m - 1)$ — четное число,

Но $(2k - 1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k - 1)2n = 2(4n + 1)$, т.е. $(2k - 1)n = (4n + 1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n + 1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m - 2) = 2(m - 1)$.

Числа $(m - 2)$ и $m - 1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m - 1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a = \\ b = \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b - 4) = 4(b - 2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k - 1)(4m - 4) = 4(4m - 2)$, т.е. $(2k - 1)(m - 1) = 2(2m - 1)$. Значит, $(2k - 1)(m - 1)$ — четное число,

Но $(2k - 1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k - 1)2n = 2(4n + 1)$, т.е. $(2k - 1)n = (4n + 1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n + 1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m - 2) = 2(m - 1)$.

Числа $(m - 2)$ и $m - 1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m - 1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a = 6, \\ b = \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m-1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a = 6, \\ b = 8, \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m-1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a = 6, \\ b = 8, \end{cases}$ либо $\begin{cases} a = \\ b = \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a+b+\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{ab}{2}$.

$4a^2+4b^2=a^2b^2+4a^2+4b^2+8ab-4a^2b-4ab^2$,

$ab\,(ab+8-4a-4b)=0, \quad a(b-4)=4(b-2)$.

Случай 1: $a=2k-1$. Тогда $b=4m$, откуда $(2k-1)(4m-4)=4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1)=2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m-1=2n$, значит, $(2k-1)2n=2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n=(4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1)=1$, поэтому $\begin{cases} n=1, \\ 2k-1=4n+1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a=5, \\ b=12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a=2k, \\ b=2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2)=2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m-2=2, \\ k=m-1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m-2=1, \\ k=2(m-1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a=6, \\ b=8, \end{cases}$ либо $\begin{cases} a=8, \\ b= \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m-1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a = 6, \\ b = 8, \end{cases}$ либо $\begin{cases} a = 8, \\ b = 6. \end{cases}$

Задача 21. Найдите все такие прямоугольные треугольники с целочисленными длинами сторон, у каждого из которых периметр численно равен его площади.

Ответ. Пусть a, b — длины катетов искомого треугольника.

Надо найти все натуральные решения уравнения $a + b + \sqrt{a^2 + b^2} = \dfrac{ab}{2}$.

$4a^2 + 4b^2 = a^2b^2 + 4a^2 + 4b^2 + 8ab - 4a^2b - 4ab^2$,

$ab\,(ab + 8 - 4a - 4b) = 0, \quad a(b-4) = 4(b-2)$.

Случай 1: $a = 2k - 1$. Тогда $b = 4m$, откуда $(2k-1)(4m-4) = 4(4m-2)$, т.е.

$(2k-1)(m-1) = 2(2m-1)$. Значит, $(2k-1)(m-1)$ — четное число,

Но $(2k-1)$ — число нечетное.

Поэтому $m - 1 = 2n$, значит, $(2k-1)2n = 2(4n+1)$, т.е. $(2k-1)n = (4n+1)$.

Н.О.Д.$(n, 4n+1) = 1$, поэтому $\begin{cases} n = 1, \\ 2k - 1 = 4n + 1, \end{cases}$ откуда $\begin{cases} a = 5, \\ b = 12. \end{cases}$

Случай 2: $\begin{cases} a = 2k, \\ b = 2m. \end{cases}$ Тогда $k(m-2) = 2(m-1)$.

Числа $(m-2)$ и $m-1)$ являются взаимно простыми, поэтому

либо $\begin{cases} m - 2 = 2, \\ k = m - 1, \end{cases}$ либо $\begin{cases} m - 2 = 1, \\ k = 2(m-1). \end{cases}$ Значит, либо $\begin{cases} a = 6, \\ b = 8, \end{cases}$ либо $\begin{cases} a = 8, \\ b = 6. \end{cases}$

Ответ: имеется только два таких треугольника, длины сторон равны $5, 12, 13$ или $6, 8, 10$.

Решение задачи 22.

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ.

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. а) $t\,dt =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. а) $t\,dt = d\left(\qquad\right).$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. а) $t\,dt = d\left(\quad t^2 \right).$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. а) $t\,dt = d\left(\dfrac{1}{2}t^2\right)$.

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. **б)** $t^3\,dt =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. б) $t^3\,dt = d\left(\qquad\right).$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. б) $t^3\,dt = d\left(\quad t^4\right)$.

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. б) $t^3\,dt = d\left(\dfrac{1}{4}t^4\right).$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. в) $\sqrt{t}\,dt =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. в) $\sqrt{t}\,dt = t^{1/2}dt =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. **в)** $\sqrt{t}\,dt = t^{1/2}dt = d\left(\qquad\quad\right)$.

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. в) $\sqrt{t}\,dt = t^{1/2}dt = d\left(\quad t^{3/2}\right).$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. в) $\sqrt{t}\,dt = t^{1/2}dt = d\left(\dfrac{2}{3}t^{3/2}\right).$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. г) $\dfrac{dt}{t} =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. г) $\dfrac{dt}{t} = d\ln|t|.$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. д) $\dfrac{dt}{t^3} =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. д) $\dfrac{dt}{t^3} = t^{-3}dt =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. д) $\dfrac{dt}{t^3} = t^{-3}dt = d\left(\qquad t^{-2} \right) =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. д) $\dfrac{dt}{t^3} = t^{-3}dt = d\left(-\dfrac{1}{2}\,t^{-2}\right) =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. д) $\dfrac{dt}{t^3} = t^{-3}dt = d\left(-\dfrac{1}{2}\,t^{-2}\right) = d\left(-\dfrac{1}{2t^2}\right)$.

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. е) $\dfrac{dt}{\cos^2 t} =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. е) $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = d\,(\operatorname{tg} t)\,.$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. ё) $\cos t\,dt =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. **ё)** $\cos t\,dt = d\sin x$.

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. к) $\sin t\,dt =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. к) $\sin t\,dt = d(-\cos x)$.

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. л) $2^t dt =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. **л)** $2^t dt = d\left(\qquad\quad\right).$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. л) $2^t dt = d\left(\qquad 2^t\right)$.

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. **л)** $2^t dt = d\left(\dfrac{1}{\ln 2} 2^t\right)$.

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots$; **б)** $t^3\,dt = \ldots$; **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots$; **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots$; **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots$; **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots$; **ё)** $\cos t\,dt = \ldots$; **к)** $\sin t\,dt = \ldots$; **л)** $2^t dt = \ldots$; **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. м) $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\ dt = \ldots;$ **б)** $t^3\ dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\ dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\ dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\ dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. м) $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = t^{-1/2}dt =$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = \ldots;$ **б)** $t^3\,dt = \ldots;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = \ldots;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = \ldots;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = \ldots;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = \ldots;$ **ё)** $\cos t\,dt = \ldots;$ **к)** $\sin t\,dt = \ldots;$ **л)** $2^t dt = \ldots;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = \ldots$

Ответ. м) $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = t^{-1/2}dt = d\left(\ \sqrt{t}\right).$

Задача 22. Занести под знак дифференциала: **а)** $t\,dt = ...;$ **б)** $t^3\,dt = ...;$ **в)** $\sqrt{t}\,dt = ...;$ **г)** $\dfrac{dt}{t} = ...;$ **д)** $\dfrac{dt}{t^3} = ...;$ **е)** $\dfrac{dt}{\cos^2 t} = ...;$ **ё)** $\cos t\,dt = ...;$ **к)** $\sin t\,dt = ...;$ **л)** $2^t dt = ...;$ **м)** $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = ...$

Ответ. м) $\dfrac{dt}{\sqrt{t}} = t^{-1/2}dt = d\left(2\sqrt{t}\right).$

Решение задачи 23.

Задача 23. **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$;

Задача 23. **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$;

Ответ.

Задача 23. а) $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x \, dx =$

Задача 23. а) $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \right| =$

Задача 23. **а)** $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x \, dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln x \\ dv = \end{array} \right| =$

Задача 23. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x \\ dv = dx \end{matrix} \qquad\qquad\qquad \right| =$

Задача 23. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x \ln x\,dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \ln x & du = \\ dv = dx & \end{array} \right| =$

Задача 23. а) $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = dx & \end{array} \right| =$

Задача 23. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = dx & v = \end{array} \right| =$

Задача 23. а) $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| =$

Задача 23. а) $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x \, dx = \left| \begin{array}{lr} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| = x \ln x - \int$

Задача 23. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\,dx = \left| \begin{array}{ll} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| = x\ln x - \int \frac{1}{x}\cdot x\,dx + C =$

Задача 23. а) $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$;

Ответ.

а) $\int \ln x\, dx = \left| \begin{array}{lr} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = dx & v = x \end{array} \right| = x \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot x\, dx + C = x \ln x - x + C.$

Задача 23. а) $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$;

Ответ.

б) $\int x \ln x\, dx =$

Задача 23. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x \ln x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x \ln x\,dx = \left| \begin{array}{l} u = \\ dv = \end{array} \right| =$

Задача 23. а) $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$;

Ответ.

б) $\int x \ln x\, dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln x \\ dv = \end{array} \right| =$

Задача 23. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$;

Ответ.

б) $\int x \ln x\, dx = \left| \begin{array}{l} u = \ln x \\ dv = x\, dx \end{array} \right| =$

Задача 23. а) $\int \ln x \, dx$;   **б)** $\int x \ln x \, dx$;

Ответ.

б) $\int x \ln x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \ln x & du = \\ dv = x \, dx & \end{array} \right| =$

Задача 23. а) $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$;

Ответ.

б) $\int x \ln x\, dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = x\, dx & \end{matrix} \right| =$

Задача 23. **а)** $\int \ln x\, dx$; **б)** $\int x \ln x\, dx$;

Ответ.

б) $\int x \ln x\, dx = \begin{vmatrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = x\, dx & v = \end{vmatrix} =$

Задача 23. а) $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = x\,dx & v = x^2/2 \end{matrix} \right| =$

Задача 23. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = x\,dx & v = x^2/2 \end{matrix} \right| = \dfrac{x^2}{2}\cdot \ln x - \displaystyle\int$

Задача 23. а) $\int \ln x \, dx$; **б)** $\int x \ln x \, dx$;

Ответ.

б) $$\int x \ln x \, dx = \left| \begin{array}{ll} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = x \, dx & v = x^2/2 \end{array} \right| = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2} dx + C =$$

Задача 23. **а)** $\int \ln x\,dx$; **б)** $\int x\ln x\,dx$;

Ответ.

б) $\int x\ln x\,dx = \left| \begin{matrix} u = \ln x & du = dx/x \\ dv = x\,dx & v = x^2/2 \end{matrix} \right| = \dfrac{x^2}{2}\cdot \ln x - \displaystyle\int \frac{1}{x}\cdot\frac{x^2}{2}dx + C = \dfrac{x^2\ln x}{2} - \dfrac{x^2}{4} + C.$

Решение задачи 24.

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ.

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left|\begin{array}{ll} p = & \qquad\qquad x = \\ dx = & \end{array}\right| =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x= \\ dx= & \end{array} \right| =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left|\begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx= & \end{array}\right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx = 2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{array}{ll} u= & du= \\ dv= & v= \end{array} \right| =$$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p\cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du= \\ dv= & v= \end{array} \right| =$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du= \\ dv=\sin p\,dp & v= \end{array} \right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v= \end{array} \right| =$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| =$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p\cos p - 2\int(-\cos p)\,dp =$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p\cos p - 2\int(-\cos p)\,dp = -2p\cos p + 2\sin p \ldots$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{array}{lr} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p\cos p - 2\int(-\cos p)\,dp = -2p\cos p + 2\sin p + C =$$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x-2} & x=p^2+2 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int \sin p \cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p\cos p - 2\int(-\cos p)\,dp = -2p\cos p + 2\sin p + C =$

$= 2\left(\sin\sqrt{x-2} - \sqrt{x-2}\cos\sqrt{x-2}\right) + C.$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p = & x = \\ dx = & \end{array} \right| =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x+3} \qquad x= \qquad\qquad\qquad \\ dx= \end{matrix} \right| =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} \qquad x=p^2-3 \\ dx= \end{array} \right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u= & du= \\ dv= & v= \end{array} \right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left|\begin{matrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix}\right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left|\begin{matrix} u=p^2 & du= \\ dv= & v= \end{matrix}\right| =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left|\begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array}\right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left|\begin{array}{ll} u=p^2 & du= \\ dv=\sin p\,dp & v= \end{array}\right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p \cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v= \end{array} \right| =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{matrix} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{matrix} \right| =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{matrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{matrix} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{matrix} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{matrix} u= & du= \\ dv= & v= \end{matrix} \right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du= \\ dv= & v= \end{array} \right| =$$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du= \\ dv=\cos p\,dp & v= \end{array} \right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v= \end{array} \right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left|\begin{matrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{matrix}\right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left|\begin{matrix} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{matrix}\right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left|\begin{matrix} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{matrix}\right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{array} \right| =$

$= -2p^2\cos p + 4\left(p\sin p - \int(\sin p)\,dp\right) =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{array} \right| =$

$= -2p^2\cos p + 4\left(p\sin p - \int(\sin p)\,dp\right) = -2p^2\cos p + 4p\sin p + 4\cos p \ldots$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{array} \right| =$

$= -2p^2\cos p + 4\left(p\sin p - \int(\sin p)\,dp\right) = -2p^2\cos p + 4p\sin p + 4\cos p + C =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \begin{vmatrix} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{vmatrix} = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$$= \begin{vmatrix} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{vmatrix} = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \begin{vmatrix} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{vmatrix} =$$

$$= -2p^2\cos p + 4\left(p\sin p - \int(\sin p)\,dp\right) = -2p^2\cos p + 4p\sin p + 4\cos p + C =$$

$$= -2(x+3)\cos\sqrt{x+3} + 4\sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3} + 4\cos\sqrt{x+3} + C =$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx = \left| \begin{array}{ll} p=\sqrt{x+3} & x=p^2-3 \\ dx=2p\,dp & \end{array} \right| = \int p\sin p\cdot 2p\,dp =$

$= \left| \begin{array}{ll} u=p^2 & du=2p\,dp \\ dv=\sin p\,dp & v=-\cos p \end{array} \right| = -2p^2\cos p - 2\int(-\cos p)2p\,dp = \left| \begin{array}{ll} u=p & du=dp \\ dv=\cos p\,dp & v=\sin p \end{array} \right| =$

$= -2p^2\cos p + 4\left(p\sin p - \int(\sin p)\,dp\right) = -2p^2\cos p + 4p\sin p + 4\cos p + C =$

$= -2(x+3)\cos\sqrt{x+3} + 4\sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3} + 4\cos\sqrt{x+3} + C =$

$= 4\sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3} - (2x+2)\cos\sqrt{x+3} + C.$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left|\begin{array}{ll} x = & p = \\ dx = & \end{array}\right| =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left|\begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & p = \\ dx = & \end{array}\right| =$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left|\begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx= & \end{array}\right| =$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **в)** $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & \quad p = \arcsin\frac{3}{5}x \\ dx = \frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| =$$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & p = \arcsin\frac{3}{5}x \\ dx = \frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}.$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **в)** $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp =$$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp =$$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp =$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & p = \arcsin\frac{3}{5}x \\ dx = \frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p -$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p \ldots$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p + C =$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left|\begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & p = \arcsin\frac{3}{5}x \\ dx = \frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array}\right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p + C =$$

$$= -3\frac{\cos p}{\sin p} - 3p + C =$$

Задача 24. **а)** $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x = \frac{5}{3}\sin p & p = \arcsin\frac{3}{5}x \\ dx = \frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p + C =$$

$$= -3\frac{\cos p}{\sin p} - 3p + C = -3\frac{\sqrt{1-\sin^2 p}}{\sin p} - 3p + C =$$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; **б)** $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left| \begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array} \right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p + C =$$

$$= -3\frac{\cos p}{\sin p} - 3p + C = -3\frac{\sqrt{1-\sin^2 p}}{\sin p} - 3p + C = -3\frac{\sqrt{1-\frac{9}{25}x^2}}{\frac{3}{5}x} - 3\arcsin\frac{3}{5}x + C =$$

Задача 24. а) $\int \sin\sqrt{x-2}\,dx$; б) $\int \sqrt{x+3}\sin\sqrt{x+3}\,dx$; в) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx$;

Ответ. в) $$\int \frac{\sqrt{25-9x^2}}{x^2}\,dx = \left|\begin{array}{ll} x=\frac{5}{3}\sin p & p=\arcsin\frac{3}{5}x \\ dx=\frac{5}{3}\cos p\,dp & \end{array}\right| = \int \frac{5\cos p}{\frac{25}{9}\sin^2 p}\cdot\frac{5}{3}\cos p\,dp =$$

$$= \int \frac{3\cos^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1-\sin^2 p}{\sin^2 p}\,dp = 3\int \frac{1}{\sin^2 p}\,dp - 3\int dp = -3\operatorname{ctg} p - 3p + C =$$

$$= -3\frac{\cos p}{\sin p} - 3p + C = -3\frac{\sqrt{1-\sin^2 p}}{\sin p} - 3p + C = -3\frac{\sqrt{1-\frac{9}{25}x^2}}{\frac{3}{5}x} - 3\arcsin\frac{3}{5}x + C =$$

$$= -\frac{\sqrt{25-9x^2}}{x} - 3\arcsin\frac{3x}{5} + C.$$

Решение задачи 25.

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ.

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{}{x-2}+$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{\qquad}{x-2}+\frac{\qquad}{x+1}.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{}{x+1}.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\qquad \frac{3x-18}{x+1} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\frac{3x-18}{x+1} = A+$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\qquad \frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $A =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\quad A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\quad A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$
Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$
Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».
Умножим обе части на $(x-2)$: $\frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2)$.
Подставим $x=2$: $A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4$.
Умножим обе части на $(x+1)$:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\frac{3x-18}{x-2} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\quad A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\quad \frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1)+$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\quad A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\quad \frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1) + B.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2)$.

Подставим $x=2$: $A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4$.

Умножим обе части на $(x+1)$: $\frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1) + B$.

Подставим $x=-1$:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \displaystyle\frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\quad \displaystyle A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\quad \displaystyle\frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1) + B.$

Подставим $x=-1$: $\quad B =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\quad A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\quad \frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1) + B.$

Подставим $x=-1$: $\quad B = \frac{3\cdot(-1)-18}{-1-2} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x+1} = A+\frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\displaystyle A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\displaystyle\frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1)+B.$

Подставим $x=-1$: $\displaystyle B = \frac{3\cdot(-1)-18}{-1-2} = 7.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} = \int \left(\frac{7}{x+1} - \frac{4}{x-2}\right) dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\quad \frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2).$

Подставим $x=2$: $\quad A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4.$

Умножим обе части на $(x+1)$: $\quad \frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1) + B.$

Подставим $x=-1$: $\quad B = \frac{3\cdot(-1)-18}{-1-2} = 7.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\,\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. а) $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)} = \int \left(\frac{7}{x+1} - \frac{4}{x-2}\right)\,dx = 7\ln|x+1| - 4\ln|x-2| + C$.

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{3x-18}{(x-2)\,(x+1)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1}.$$

Для нахождения значений A и B применим «метод сокращения».

Умножим обе части на $(x-2)$: $\frac{3x-18}{x+1} = A + \frac{B}{x+1}(x-2)$.

Подставим $x=2$: $A = \frac{3\cdot 2-18}{2+1} = -4$.

Умножим обе части на $(x+1)$: $\frac{3x-18}{x-2} = \frac{A}{x-2}(x+1) + B$.

Подставим $x=-1$: $B = \frac{3\cdot(-1)-18}{-1-2} = 7$.

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1)$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x = 1$:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\;(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x = 1:$ $\qquad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)(x^2-4x-1)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x = 1$: $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3)$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1$: $\qquad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3(x-6)\,dx}{(x-2)(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)(x^2-4x-1)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3) + B.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3) + B.$$

Подставим $x=3:$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x = 1:$ $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3) + B.$$

Подставим $x = 3:$ $\qquad B =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\quad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3) + B.$$

Подставим $x=3:$ $\quad B = \dfrac{7\cdot 3-17}{3-1} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1} + \frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1) + \frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A + \frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1$: $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3) + B.$$

Подставим $x=3$: $\qquad B = \frac{7\cdot 3-17}{3-1} = 2.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx = \int \left(\frac{5}{x-1}+\frac{2}{x-3}\right)dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1}+\frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1)+\frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A+\frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A = \dfrac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3)+B.$$

Подставим $x=3:$ $\qquad B = \dfrac{7\cdot 3-17}{3-1} = 2.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. б) $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx = \int \left(\frac{5}{x-1}+\frac{2}{x-3}\right)\,dx = 5\ln|x-1|+2\ln|x-3|+C.$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x-17}{x^2-4x+3} = \frac{7x-17}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-3} = \frac{5}{x-1}+\frac{2}{x-3}.$$

Напрашивается вновь применить метод сокращения:

Умножим на $(x-1)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-1) = \frac{A}{x-1}(x-1)+\frac{B}{x-3}(x-1) \qquad \frac{7x-17}{x-3} = A+\frac{B}{x-3}(x-1).$$

Подставим $x=1:$ $\qquad A = \frac{7\cdot 1-17}{1-3} = 5.$

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{7x-17}{(x-1)(x-3)}(x-3) = \frac{A}{x-1}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3) \qquad \frac{7x-17}{x-1} = \frac{A}{x-1}(x-3)+B.$$

Подставим $x=3:$ $\qquad B = \frac{7\cdot 3-17}{3-1} = 2.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} +$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} +$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3}$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\;(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\;(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\;(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\;(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2)+\frac{B}{x-3}(x+2)+\frac{C}{x+3}(x+2)$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2) + \frac{B}{x-3}(x+2) + \frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2)+\frac{B}{x-3}(x+2)+\frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A+\frac{B}{x-3}(x+2)-\frac{C}{x+3}(x+2).$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2) + \frac{B}{x-3}(x+2) + \frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A + \frac{B}{x-3}(x+2) - \frac{C}{x+3}(x+2).$$

Подставим $x =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2) + \frac{B}{x-3}(x+2) + \frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A + \frac{B}{x-3}(x+2) - \frac{C}{x+3}(x+2).$$

Подставим $x=-2$:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2)+\frac{B}{x-3}(x+2)+\frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A+\frac{B}{x-3}(x+2)-\frac{C}{x+3}(x+2).$$

Подставим $x=-2:\quad A=$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2)+\frac{B}{x-3}(x+2)+\frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A+\frac{B}{x-3}(x+2)-\frac{C}{x+3}(x+2).$$

Подставим $x=-2$: $\quad A = \frac{4\cdot(-2)^2+22\cdot(-2)+18}{(-2-3)(-2+3)} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3}$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2) + \frac{B}{x-3}(x+2) + \frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A + \frac{B}{x-3}(x+2) - \frac{C}{x+3}(x+2).$$

Подставим $x=-2:$ $\quad A = \dfrac{4\cdot(-2)^2+22\cdot(-2)+18}{(-2-3)(-2+3)} = 2.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+2)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+2) = \frac{A}{x+2}(x+2)+\frac{B}{x-3}(x+2)+\frac{C}{x+3}(x+2)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x-3)(x+3)} = A+\frac{B}{x-3}(x+2)-\frac{C}{x+3}(x+2).$$

Подставим $x=-2$: $\quad A = \frac{4\cdot(-2)^2+22\cdot(-2)+18}{(-2-3)(-2+3)} = 2.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} +$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\,\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\;(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\;(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\;(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\;(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} +$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) + \frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\;(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\;(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\;(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\;(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} +$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) + \frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3) + B + \frac{C}{x+3}(x-3).$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3)+B+\frac{C}{x+3}(x-3).$$

Подставим $x =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3)+B+\frac{C}{x+3}(x-3).$$

Подставим $x=3$:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3)+B+\frac{C}{x+3}(x-3).$$

Подставим $x=3:\quad B=$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+$$
Применим метод сокращения.
Умножим на $(x-3)$:
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3)+B+\frac{C}{x+3}(x-3).$$
Подставим $x=3:\quad B = \frac{4\cdot 3^2+22\cdot 3+18}{(3+2)(3+3)} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} +$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3) + \frac{B}{x-3}(x-3) + \frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3) + B + \frac{C}{x+3}(x-3).$$

Подставим $x=3$: $\quad B = \frac{4\cdot 3^2+22\cdot 3+18}{(3+2)(3+3)} = 4.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x-3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x-3) = \frac{A}{x+2}(x-3)+\frac{B}{x-3}(x-3)+\frac{C}{x+3}(x-3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{x+2}(x-3)+B+\frac{C}{x+3}(x-3).$$

Подставим $x=3:\quad B = \frac{4\cdot 3^2+22\cdot 3+18}{(3+2)(3+3)} = 4.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} + \frac{4}{x-3} +$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\ (x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\, dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\, dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\ (x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\ (x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\ (x^2-2x+2)}\, dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\, dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} + \frac{4}{x-3} +$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + \frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\;(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\;(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\;(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\;(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} + \frac{4}{x-3} +$$
Применим метод сокращения.
Умножим на $(x+3)$:
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + \frac{C}{x+3}(x+3)$$
$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + C.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+C.$$

Подставим $x =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+C.$$

Подставим $x=-3$:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2} + \frac{4}{x-3} +$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + \frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + C.$$

Подставим $x=-3:\quad C=$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+C.$$

Подставим $x=-3$: $\quad C = \dfrac{4\cdot(-3)^2+22\cdot(-3)+18}{(-3+2)(-3-3)} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+\frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3)+\frac{B}{x-3}(x+3)+C.$$

Подставим $x=-3:\quad C = \frac{4\cdot(-3)^2+22\cdot(-3)+18}{(-3+2)(-3-3)} = -2.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+\frac{-2}{x+3}.$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + \frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + C.$$

Подставим $x=-3$: $\quad C = \dfrac{4\cdot(-3)^2+22\cdot(-3)+18}{(-3+2)(-3-3)} = -2.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \int \frac{2\,dx}{x+2} + \int \frac{4\,dx}{x-3} - \int \frac{2\,dx}{x+3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+\frac{-2}{x+3}.$$

Применим метод сокращения.

Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + \frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + C.$$

Подставим $x=-3:\quad C = \frac{4\cdot(-3)^2+22\cdot(-3)+18}{(-3+2)(-3-3)} = -2.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \int \frac{2\,dx}{x+2} + \int \frac{4\,dx}{x-3} - \int \frac{2\,dx}{x+3} =$
$= 2\ln|x+2| + 4\ln|x-3| - 2\ln|x+3| + C.$
Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{2(x+1)(2x+9)}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{x+3} = \frac{2}{x+2}+\frac{4}{x-3}+\frac{-2}{x+3}.$$

Применим метод сокращения.
Умножим на $(x+3)$:

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)(x+3)}(x+3) = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + \frac{C}{x+3}(x+3)$$

$$\frac{4x^2+22x+18}{(x+2)(x-3)} = \frac{A}{x+2}(x+3) + \frac{B}{x-3}(x+3) + C.$$

Подставим $x=-3:\quad C = \frac{4\cdot(-3)^2+22\cdot(-3)+18}{(-3+2)(-3-3)} = -2.$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} +$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} +$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3}$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}+\frac{C}{(x+1)^3}+\frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} +$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$
Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} + \int \frac{2\,dx}{(x+1)^2} +$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} + \int \frac{2\,dx}{(x+1)^2} + \int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3} +$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\,\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,\,dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} + \int \frac{2\,dx}{(x+1)^2} + \int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3} + \int \frac{-2\,dx}{x-1} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} + \int \frac{2\,dx}{(x+1)^2} + \int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3} + \int \frac{-2\,dx}{x-1} =$

$= 3\ln|x+1| -$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} + \int \frac{2\,dx}{(x+1)^2} + \int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3} + \int \frac{-2\,dx}{x-1} =$

$= 3\ln|x+1| - 2\ln|x-1| -$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$
Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1} + \int \frac{2\,dx}{(x+1)^2} + \int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3} + \int \frac{-2\,dx}{x-1} =$

$= 3\ln|x+1| - 2\ln|x-1| - \frac{2}{x+1} +$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3} = \int \frac{3\,dx}{x+1}+\int \frac{2\,dx}{(x+1)^2}+\int \frac{-4\,dx}{(x+1)^3}+\int \frac{-2\,dx}{x-1} =$

$\displaystyle = 3\ln|x+1|-2\ln|x-1|-\frac{2}{x+1}+\frac{2}{(x+1)^2}+C.$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{x^3-x^2-13x-3}{(x-1)(x+1)^3} = \frac{A}{x+1}+\frac{B}{(x+1)^2}+\frac{C}{(x+1)^3}+\frac{D}{x-1}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\left(x-6\right)\,dx}{\left(x-2\right)\left(x+1\right)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{\left(x+3\right)\left(x^2-4x-1\right)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{\left(x+1\right)\left(x^2-2x+5\right)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\left(x^2-2x+2\right)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{\left(x+1\right)\left(x^2-2x+5\right)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{\left(x+1\right)\left(x^2-2x+5\right)} = \frac{A}{x+1}+$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$
Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $$\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$
Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $$\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$$

$$= \int \frac{(\qquad\qquad)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$$= \int \frac{(\quad(2x-2)+\qquad)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$$= \int \frac{(2(2x-2)+\qquad)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)**
$$\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$$
$$= \int \frac{(2(2x-2)+4+\quad)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$$
Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$
Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$$= \int \frac{(2(2x-2)+4+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;

в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;

е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$\displaystyle= \int \frac{(2(2x-2)+4+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =2\ln\left(x^2-2x+5\right)+$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5} + \int \frac{3\,dx}{x+1} =$

$$= \int \frac{(2(2x-2)+4+1)\,dx}{x^2-2\,x+5} + \int \frac{3\,dx}{x+1} = 2\ln\left(x^2-2x+5\right) + \frac{5}{2}\operatorname{arctg}\frac{2x-2}{4} +$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **д)** $$\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \int \frac{(4x+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} =$$
$$= \int \frac{(2(2x-2)+4+1)\,dx}{x^2-2\,x+5}+\int \frac{3\,dx}{x+1} = 2\ln\left(x^2-2x+5\right)+\frac{5}{2}\operatorname{arctg}\frac{2x-2}{4}+3\ln|x+1|+C.$$
Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)} = \frac{A}{x+1}+\frac{Bx+C}{x^2-2x+5}.$$
Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$; **в)** $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$; **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} =$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{\quad}{x^2-2x+2}+$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\left(x-6\right)\,dx}{\left(x-2\right)\left(x+1\right)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\left(x^2-4x-1\right)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\left(x^2-2x+5\right)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\left(x^2-2x+2\right)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\left(x^2-2x+2\right)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\left(x^2-2x+2\right)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\left(x-6\right)\,dx}{\left(x-2\right)\left(x+1\right)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{\left(x+3\right)\left(x^2-4x-1\right)\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{\left(x+1\right)\left(x^2-2x+5\right)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\left(x^2-2x+2\right)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\left(x^2-2x+2\right)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\left(x^2-2x+2\right)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{}{(x-1)^2}.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{(x-1)^2}.$$

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx+$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} +$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\,\,dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\,\,dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(\qquad\qquad)\,dx}{x^2-2x+2} + \int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$
Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\ dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\ dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)**
$$\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$$
$$= \int \frac{(2x \qquad +1)\,dx}{x^2-2x+2} + \int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:
$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$
Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x-2 \quad +1)\,dx}{x^2-2x+2} + \int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx$.

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x-2+2+1)\,dx}{x^2-2x+2} + \int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx+\int \frac{2\,dx}{x-1}+\int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x-2+2+1)\,dx}{x^2-2x+2}+\int \frac{2\,dx}{x-1}-\int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

$$= \ln\left(x^2-2x+2\right)+$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2}+\frac{C}{x-1}+\frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x-2+2+1)\,dx}{x^2-2x+2} + \int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

$$= \ln\left(x^2-2x+2\right) + 3\,\mathrm{arctg}\,\frac{2x-2}{2} +$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$= \int \frac{(2x-2+2+1)\,dx}{x^2-2x+2} + \int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$

$= \ln\,(x^2-2x+2) + 3\,\mathrm{arctg}\,\frac{2x-2}{2} + 2\ln|x-1| +$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Задача 25. Вычислите интегралы: **а)** $\displaystyle\int \frac{3\,(x-6)\;dx}{(x-2)\,(x+1)}$; **б)** $\displaystyle\int \frac{7x-17}{x^2-4x+3}\,dx$;
в) $\displaystyle\int \frac{2(x+1)(2x+9)\,dx}{(x-3)(x+2)(x+3)}$; **г)** $\displaystyle\int \frac{(x+3)\,(x^2-4x-1)\;dx}{(x-1)(x+1)^3}$; **д)** $\displaystyle\int \frac{7x^2-x+16}{(x+1)\,(x^2-2x+5)}$;
е) $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx.$

Ответ. **е)** $\displaystyle\int \frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)}\,dx = \int \frac{2x+1}{x^2-2x+2}\,dx + \int \frac{2\,dx}{x-1} + \int \frac{-3\,dx}{(x-1)^2} =$

$$= \int \frac{(2x-2+2+1)\,dx}{x^2-2x+2} + \int \frac{2\,dx}{x-1} - \int \frac{3\,dx}{(x-1)^2} =$$

$$= \ln\left(x^2-2x+2\right) + 3\,\mathrm{arctg}\,\frac{2x-2}{2} + 2\ln|x-1| + \tfrac{3}{x-1} + C.$$

Разложим в сумму простейших дробей:

$$\frac{4x^3-12x^2+14x-9}{(x-1)^2\,(x^2-2x+2)} = \frac{Ax+B}{x^2-2x+2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{(x-1)^2}.$$

Коэффициенты придется искать так же, как и в **примере 27.**

Решение задачи 26.

Задача 26. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx.$

Задача 26. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению определенного интеграла**.

Задача 26. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x} e^{\sqrt{x}}\, dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается. *Второй этап.* Подынтегральная фукнция не является дробно-рациональной. *Третий этап.* Проводим замену переменной или интегрируем по частям.

Задача 26. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left|\begin{array}{cc} t=\sqrt{x} & x=t^2 \\ & dx = 2t\,dt \\ \multicolumn{2}{c}{x=0 \mapsto t=0} \\ \multicolumn{2}{c}{x=\ln^2 2 \mapsto t=\ln 2} \end{array}\right| = \int\limits_0^{\ln 2} t\,e^t\,2t\,dt = \left|\begin{array}{cc} u=2t^2 & dv=e^t dt \\ du=4t\,dt & v=e^t \end{array}\right| =$$

$$= 2t^2e^t\Big|_0^{\ln 2} - \int\limits_0^{\ln 2} e^t\,4t\,dt = \left|\begin{array}{cc} u=4t & dv=e^t dt \\ du=4\,dt & v=e^t \end{array}\right| = 2\ln^2 2\cdot\underbrace{e^{\ln 2}}_{=2} - 4t\,e^t\Big|_0^{\ln 2} + \int\limits_0^{\ln 2} 4e^t\,dt =$$

$$= 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 4e^t\Big|_0^{\ln 2} = 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 4.$$

Задача 26. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_0^{\ln^2 2} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\,dx = \left|\begin{array}{cc} u = x & dv = e^{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array}\right| = 2x\,e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} - \int\limits_0^{\ln^2 2} 2e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= \left|\begin{array}{cc} u = 2\sqrt{x} & dv = e^{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x}}\,dx \\ du = \dfrac{1}{\sqrt{x}}dx & v = 2e^{\sqrt{x}} \end{array}\right| = 4\ln^2 2 - 4\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} + \int\limits_0^{\ln^2 2} \frac{2}{\sqrt{x}}\,e^{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$= 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 4e^{\sqrt{x}}\Big|_0^{\ln^2 2} = 4\ln^2 2 - 8\ln 2 + 4.$$

Результат совпадает со значением, полученным первым способом. На первый взгляд, все замечательно, но, как показывает **замечание**, все не так уж безоблачно... Суть проблемы прояснится при изучении темы «несобственные интегралы».

Решение задачи 27.

Задача 27. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Задача 27. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению определенного интеграла**.

Задача 27. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается. *Второй этап.* Подынтегральная фукнция не является дробно-рациональной. *Третий этап.* Проводим замену переменной или интегрируем по частям.

Задача 27. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \left| \begin{array}{c} \sqrt{x+1}=t \\ x=t^2-1 \qquad dx=2t\,dt \\ x=-1 \mapsto t=0 \\ x=0 \mapsto t=1 \end{array} \right| = \int\limits_{0}^{1} \left(t^2-1\right) t\,2t\,dt = \int\limits_{0}^{1} \left(2t^4-2t^2\right)\,dt =$$

$$= \left(\frac{2}{5}t^5 - \frac{2}{3}t^3\right)\Bigg|_0^1 = -\frac{4}{15}.$$

Задача 27. Вычислите интеграл $\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_{-1}^{0} x\sqrt{x+1}\,dx = \int\limits_{-1}^{0} (x+1-1)\sqrt{x+1}\,dx = \int\limits_{-1}^{0} (x+1)\sqrt{x+1}\,dx - \int\limits_{-1}^{0} \sqrt{x+1}\,dx =$$

$$= \int\limits_{-1}^{0} (x+1)^{3/2}\,d(x+1) - \int\limits_{-1}^{0} \sqrt{x+1}\,d(x+1) = \frac{2}{5}(x+1)^{5/2}\Big|_{-1}^{0} - \frac{2}{3}(x+1)^{3/2}\Big|_{-1}^{0} = -\frac{4}{15}.$$

Решение задачи 28.

Задача 28. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Задача 28. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению определенного интеграла**.

Задача 28. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается. *Второй этап.* Подынтегральная функция не является дробно-рациональной. *Третий этап.* Проводим замену переменной или интегрируем по частям.

Задача 28. Вычислите интеграл $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$.

Ответ. С помощью таблицы рекомендуемых замен, и таблицы неопределенных интегралов, получаем, что для вычисления интеграла $\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$ можно сделать замену $x = 2\sin t$. Учитывая, что при $-\dfrac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \dfrac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\cos t \geqslant 0$, получаем

$$\int\limits_{-2}^{2} x^2\sqrt{4-x^2}\,dx = \left|\begin{array}{c} x = 2\sin t \qquad dx = 2\cos t\,dt \\ x = -2 \mapsto t = -\dfrac{\pi}{2} \\ x = 2 \mapsto t = \dfrac{\pi}{2} \\ \sqrt{4-x^2} = \sqrt{4-4\sin^2 t} = \cos t \end{array}\right| = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} 4\sin^2 t\cos t\cos t\,dt =$$

$$= \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 2t\,dt = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4t\right)\,dt = \frac{1}{2}\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{1}{8}\sin 4t\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = 1.$$

Решение задачи 29.

Задача 29. Вычислите интеграл $\int\limits_0^1 \frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)}\,dx$.

Задача 29. Вычислите интеграл $\int\limits_0^1 \frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)}\,dx$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению определенного интеграла**.

Задача 29. Вычислите интеграл $\int\limits_0^1 \frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается. *Второй этап.* Подынтегральная функция является дробно-рациональной. Поэтому сначала разложим ее в сумму простейших дробно-рациональных функций:

$$\frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{Mx+N}{x^2+x+1}.$$

Приводя выражение в правой части равенства к общему знаменателю, получаем тождество

$$\frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)} =$$

$$= \frac{(A+M)x^3+(2A+B+2M+N)x^2+(2A+B+M+2N)x+A+B+N}{(x+1)^2\,(x^2+x+1)}. \qquad (9)$$

Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях x в числителе и в знаменателе, получаем систему уравнений

$$\left|\begin{array}{l|l} x^3 & A+M=4 \\ x^2 & 2A+B+2M+N=4 \\ x^1 & 2A+B+M+2N=1 \\ x^0 & A+B+N=-2 \end{array}\right.$$

Решим ее методом Гаусса[1]

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right) \overset{\substack{\text{прямой}\\ \text{ход}}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -7 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \overset{\substack{\text{обр.}\\ \text{ход}}}{\sim} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right).$$

---

[1] Вообще-то коэффициент B можно найти так называемым *методом сокращения*. Для этого умножим левую и правую части уравнения (9) на $(x+1)^2$, после сокращений получим

$$\frac{4x^3+4x^2+x-2}{x^2+x+1} = B + (x+1)\left(A + \frac{Mx+N}{x^2+x+1}\right).$$

Подставим $x=-1$, получится $B = \dfrac{-4+4-1-2}{1-1+1} = -3$. Сравните с найденным «по-честному» значением!

«Расшифровывая» уравнения с помощью последней матрицы, получаем $\begin{cases} A = 2 \\ B = -3 \\ C = 2 \\ D = -1 \end{cases}$, то есть

$$\frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\left(x^2+x+1\right)} = \frac{2}{x+1} - \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{2x-1}{x^2+x+1}.$$

Следовательно,

$$\int\limits_0^1 \frac{4x^3+4x^2+x-2}{(x+1)^2\left(x^2+x+1\right)}\,dx = \int\limits_0^1 \frac{2}{x+1}\,dx - \int\limits_0^1 \frac{3}{(x+1)^2}\,dx + \int\limits_0^1 \frac{2x-1}{x^2+x+1}\,dx =$$

$$= 2\ln|x+1|\Big|_0^1 + \frac{3}{x+1}\Big|_0^1 + \int\limits_0^1 \frac{\overbrace{2x+1}^{\text{производная знаменателя}} \quad -2}{x^2+x+1}\,dx =$$

$$= 2\ln 2 + \frac{3}{2} - 3 + \ln\left|x^2+x+1\right|\Big|_0^1 - 2\int\limits_0^1 \frac{dx}{x^2+x+1} =$$

$$= 2\ln 2 - \frac{3}{2} + \ln 3 - 2\int\limits_0^1 \frac{dx}{\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}} = \ln 4 + \ln 3 - \frac{3}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}/2}\operatorname{arctg}\frac{x+\dfrac{1}{2}}{\sqrt{3}/2}\Bigg|_0^1 =$$

$$= \ln 12 - \frac{3}{2} - \frac{4}{\sqrt{3}}\left(\operatorname{arctg}\sqrt{3} - \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \ln 12 - \frac{3}{2} - \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\pi}{6}.$$

Решение задачи 30.

Задача 30. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx.$

Задача 30. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению определенного интеграла**.

Задача 30. Вычислите интеграл $\int\limits_{2}^{5} \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается. *Второй этап.* Подынтегральная фукнция не является дробно-рациональной. *Третий этап.* Проводим замену переменной или интегрируем по частям.

Задача 30. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \dfrac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый способ.* С помощью С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, и **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \left| \begin{array}{c} \sqrt{x-1} = y \\ x = y^2+1 \quad dx = 2y\,dy \\ x = 2 \mapsto t = 1 \\ x = 5 \mapsto t = 2 \end{array} \right| = \int\limits_1^2 \frac{y^2+1}{\cancel{y}}\, 2\,\cancel{y}\,dy =$$

$$= \left(\frac{2}{3}y^3 + 2y\right)\Bigg|_1^2 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} + 4 - 2 = \frac{20}{3}.$$

Задача 30. Вычислите интеграл $\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

Ответ. *Второй способ.*

$$\int\limits_2^5 \frac{x}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1+1}{\sqrt{x-1}}\,dx = \int\limits_2^5 \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}\,dx + \int\limits_2^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}}\,dx =$$

$$= \int\limits_2^5 \sqrt{x-1}\,d(x-1) + 2\sqrt{x-1}\Big|_2^5 = \frac{2}{3}(x-1)^{3/2}\Big|_2^5 + 4 - 2 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} + 2 = \frac{20}{3}.$$

Решение задачи 31.

Задача 31. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Задача 31. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению определенного интеграла**.

Задача 31. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ. *Первый этап.* Упростить интеграл «занесением» какого-то выражения «под знак дифференциала» не удается. *Второй этап.* Подынтегральная фукнция не является дробно-рациональной. *Третий этап.* Проводим замену переменной или интегрируем по частям.

Задача 31. Вычислите интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$.

Ответ. С помощью **таблицы рекомендуемых замен**, следует, что для вычисления интеграла $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx$ можно сделать замену $x = \frac{1}{\cos t}$. Учитывая, что при $t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ имеет место неравенство $\operatorname{tg} t \geqslant 0$, с помощью **таблицы неопределенных интегралов**, получаем

$$\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}\,dx = \left| \begin{array}{c} x = \frac{1}{\cos t} \qquad dx = \frac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt \\ x = \sqrt{2} \mapsto t = \frac{\pi}{4} \\ x = 2 \mapsto t = \frac{\pi}{3} \\ \sqrt{x^2-1} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 t} - 1} = \operatorname{tg} t \end{array} \right| = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/6} \frac{}{\cos^2 t \operatorname{tg} t} \cdot \frac{\sin t}{\cos^2 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/6} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt.$$

Воспользуемся **рекомендациями для проведения замены в интеграле с тригонометрическими функциями**:

$$\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^3 t}\,dt = \int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos t}{\cos^4 t}\,dt = \left| \begin{array}{c} \sin t = y \qquad \cos t\,dt = dy \\ \cos^2 t = 1 - \sin^2 t = 1 - y^2 \\ t = \frac{\pi}{4} \mapsto y = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ t = \frac{\pi}{3} \mapsto y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right| = \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{(1-y^2)^2}\,dy.$$

Согласно **теореме о разложении дробно-рациональной функции в сумму простейших**, получаем

$$\frac{1}{(1-y)^2(1+y)^2} = \frac{A}{1-y} + \frac{B}{(1-y)^2} + \frac{C}{1+y} + \frac{D}{(1+y)^2} =$$
$$= \frac{A(1-y)(1+y)^2 + B(1+y)^2 + C(1+y)(1-y)^2 + D(1-y)^2}{(1-y)^2(1+y)^2}.$$

Соберем коэффициенты при одинаковых степенях y:

$$\begin{array}{l|l} y^3 & -A+C=0 \\ y^2 & -A+B-C+D=0 \\ y^1 & A+2B-C-2D=0 \\ y^0 & A+B+C+D=1 \end{array}$$

Решим эту систему уравнений методом Гаусса[2]:

$$\left(\begin{array}{rrrr|r} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \overset{\text{прямой ход}}{\sim} \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \end{array}\right) \overset{\text{обр. ход}}{\sim} \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1/4 \end{array}\right).$$

[2] Коэффициенты B, D можно найти методом сокращения, но мы здесь этого делать не будем.

Таким образом, $A = B = C = D = \dfrac{1}{4}$. Поэтому

$$\int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{\left(1-y^2\right)^2}\,dy =$$

$$= \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1-y)}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1-y)^2}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1+y)}\,dy + \int\limits_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{1}{4\,(1+y)^2}\,dy =$$

$$= -\frac{\ln|1-y|}{4}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} + \frac{1}{4(1-y)}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} + \frac{\ln|1+y|}{4}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} - \frac{1}{4(1+y)}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} =$$

$$= \frac{1}{4}\ln\left|\frac{1+y}{1-y}\right|\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} + \frac{y}{2\,(1-y^2)}\bigg|_{\sqrt{2}/2}^{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{4}\ln\left|\frac{7+4\sqrt{3}}{3+2\sqrt{2}}\right| + \sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Решение задачи 32.

Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

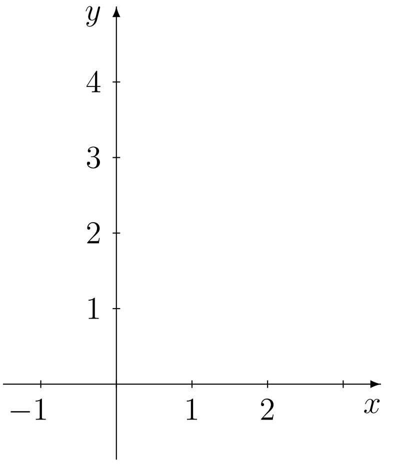
Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.
Сначала выполним рисунок.

Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

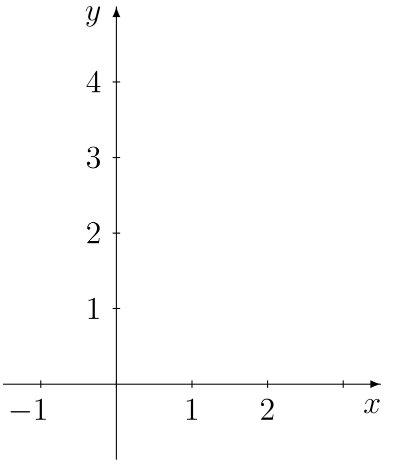
Ответ.

Сначала выполним рисунок.



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.
Сначала выполним рисунок.
Построим границы области.



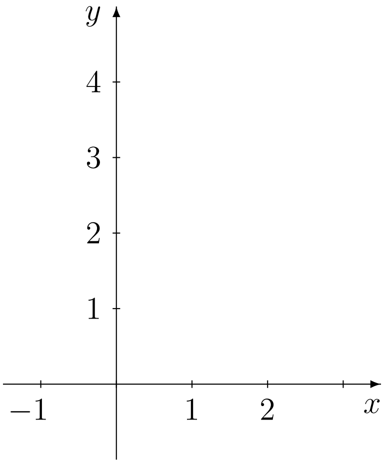
Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это



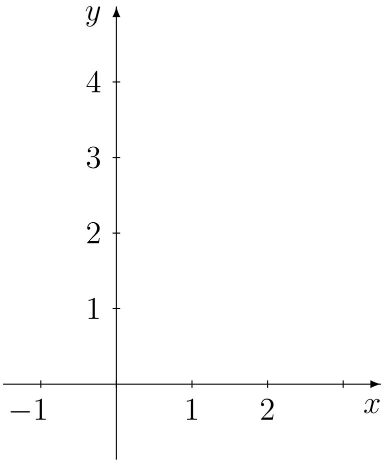
Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.



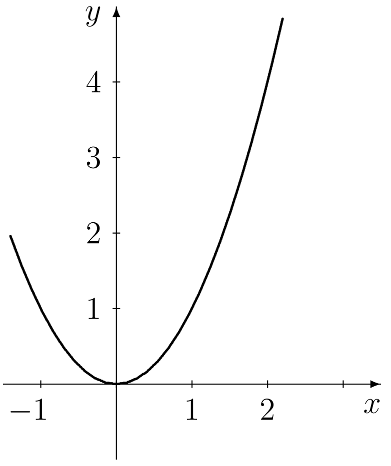
Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

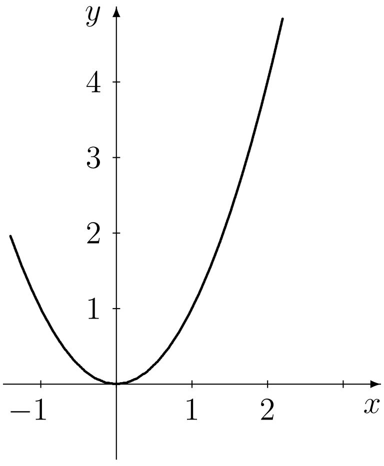
Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y уменьшать
увеличивать



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

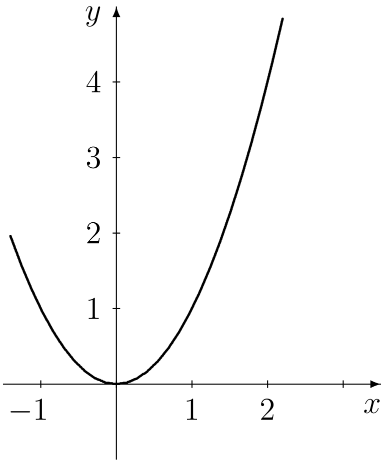
Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

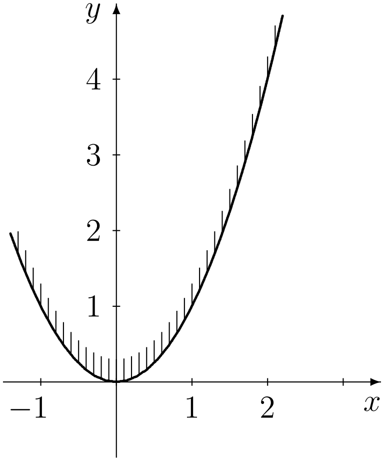
Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

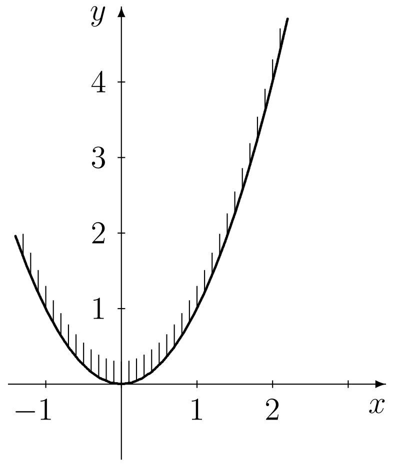
Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.

Граница фигуры $y \leqslant x + 2$ — это



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

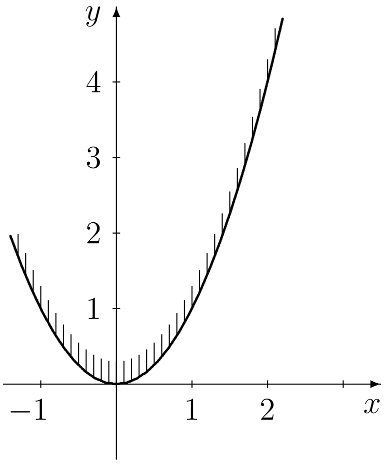
Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.

Граница фигуры $y \leqslant x + 2$ — это прямая.



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

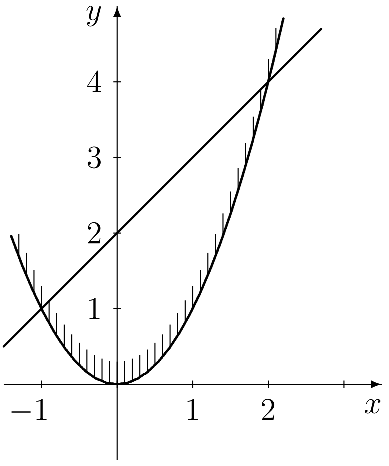
Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

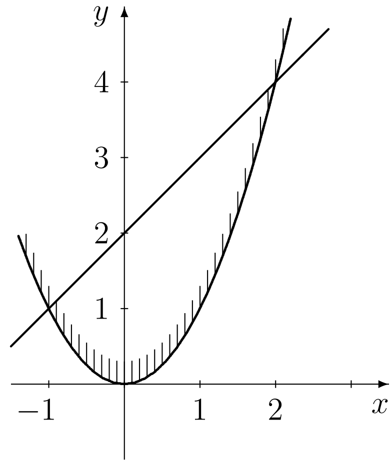
Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.

Граница фигуры $y \leqslant x+2$ — это прямая.



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.



Сначала выполним рисунок.
Построим границы области.
Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.
Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.
Граница фигуры $y \leqslant x + 2$ — это прямая.
Если взять точку на границе $y = x + 2$, то для того, чтобы точка оставалась в полуплоскости $y \leqslant x + 2$,
надо значение y уменьшать
увеличивать

Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

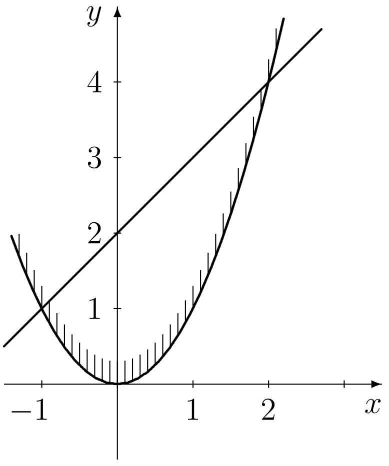
Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.

Граница фигуры $y \leqslant x+2$ — это прямая.

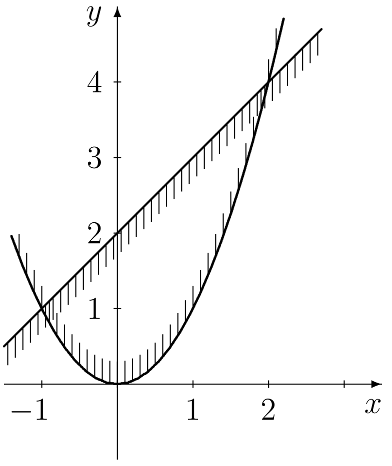
Если взять точку на границе $y = x+2$, то для того, чтобы точка оставалась в полуплоскости $y \leqslant x+2$,

надо значение y уменьшать.



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.



Сначала выполним рисунок.
Построим границы области.
Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.
Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.
Граница фигуры $y \leqslant x + 2$ — это прямая.
Если взять точку на границе $y = x + 2$, то для того, чтобы точка оставалась в полуплоскости $y \leqslant x + 2$,

надо значение y уменьшать.

Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

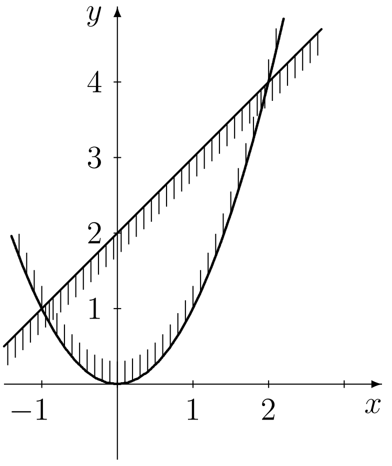
Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.

Граница фигуры $y \leqslant x + 2$ — это прямая.

Если взять точку на границе $y = x + 2$, то для того, чтобы точка оставалась в полуплоскости $y \leqslant x + 2$,

надо значение y уменьшать.

Осталось построить полуплоскость $x \geqslant 0$.



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Сначала выполним рисунок.

Построим границы области.

Граница фигуры $y \geqslant x^2$ — это парабола.

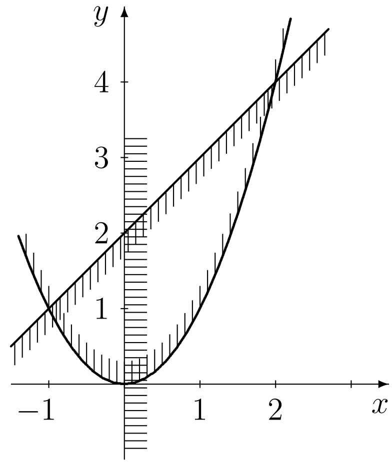
Если взять точку на границе $y = x^2$, то для того, чтобы точка оставалась в области $y \geqslant x^2$, надо значение y увеличивать.

Граница фигуры $y \leqslant x + 2$ — это прямая.

Если взять точку на границе $y = x + 2$, то для того, чтобы точка оставалась в полуплоскости $y \leqslant x + 2$,

надо значение y уменьшать.

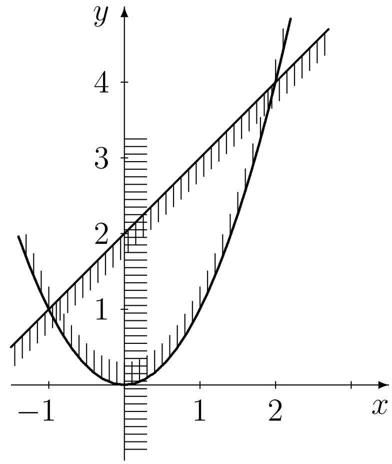
Осталось построить полуплоскость $x \geqslant 0$.



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x + 2$, $x \geqslant 0$.

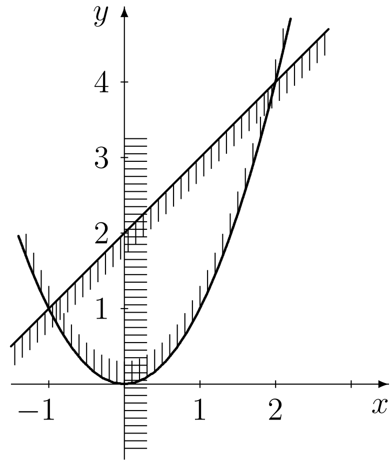
Ответ.

Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

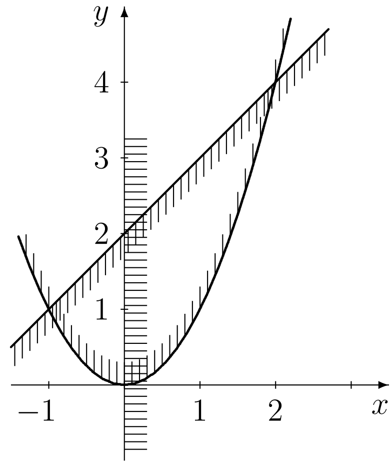


Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^2 \left(x+2-x^2\right)\,dx =$$

Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

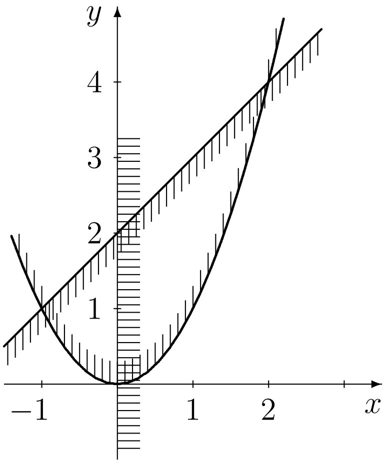


Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^2 \left(x+2-x^2\right)\, dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 +$$

Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.



Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

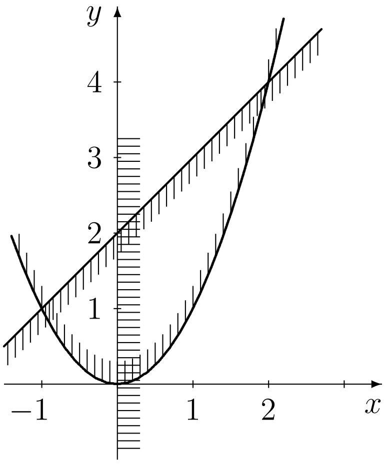
$$\int_0^2 \left(x+2-x^2\right)\, dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 + 2x\Big|_0^1 -$$

Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^2 \left(x+2-x^2\right)\,dx = \frac{x^2}{2}\bigg|_0^1 + 2x\bigg|_0^1 - \frac{x^3}{3}\bigg|_0^1 =$$

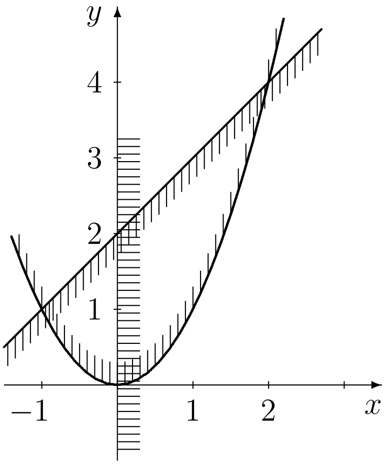


Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.

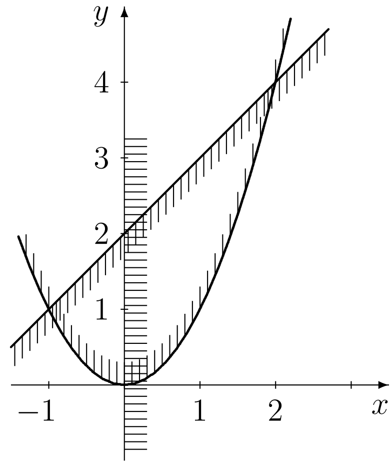
Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^2 \left(x+2-x^2\right)\, dx = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 + 2x\Big|_0^1 - \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{3} =$$



Задача 32. Найдите площадь фигуры, заданной системой неравенств $x^2 \leqslant y \leqslant x+2$, $x \geqslant 0$.

Ответ.



Согласно **теореме о площади плоской фигуры** искомая площадь равна

$$\int_0^2 \left(x+2-x^2\right)\,dx = \frac{x^2}{2}\bigg|_0^1 + 2x\bigg|_0^1 - \frac{x^3}{3}\bigg|_0^1 = \frac{1}{2}+2-\frac{1}{3} = \frac{13}{6}.$$

Решение задачи 33.

Задача 33. Вычислите длину части графика функции $f(x) = \operatorname{ch} x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ для $0 \leqslant x \leqslant \ln 4$.

Задача 33. Вычислите длину части графика функции $f(x) = \operatorname{ch} x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ для $0 \leqslant x \leqslant \ln 4$.

Ответ. Воспользуемся **рекомендациями по вычислению определенного интеграла**.

Задача 33. Вычислите длину части графика функции $f(x)=\operatorname{ch}x=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$ для $0\leqslant x\leqslant \ln 4$.

Ответ. Можно считать, что линия задана параметрическими уравнениями $\begin{cases} x=x \\ y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2} \end{cases}$. Равенство $x=x$ можно воспринимать, как указание на то, что x является параметром. Если Вас все-таки что-то смущает в этой системе уравнений, можете записать ее в виде $\begin{cases} x=t \\ y=\dfrac{e^t+e^{-t}}{2} \end{cases}$. Согласно **формуле для вычисления дуги линии**, в силу $\begin{cases} \dfrac{d}{dx}x=1 \\ \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}\right)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}=\operatorname{sh}x \end{cases}$, искомая длина равна

$$L=\int\limits_0^{\ln 4}\sqrt{1+\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2}\,dx=\int\limits_0^{\ln 4}\sqrt{1+\frac{e^{2x}-2+e^{-2x}}{4}}\,dx=$$

$$=\int\limits_0^{\ln 4}\sqrt{\frac{e^{2x}+2+e^{-2x}}{4}}\,dx=\int\limits_0^{\ln 4}\sqrt{\frac{(e^x+e^{-x})^2}{4}}\,dx=\int\limits_0^{\ln 4}\frac{e^x+e^{-x}}{2}\,dx=$$

$$=\left.\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right|_0^{\ln 4}=\frac{15}{4}.$$

Решение задачи 34.

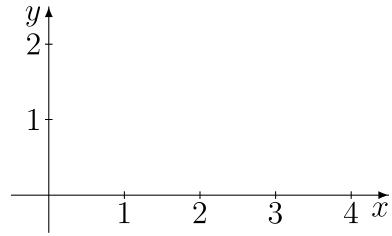
Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

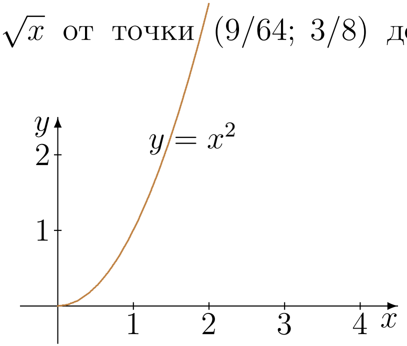
Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



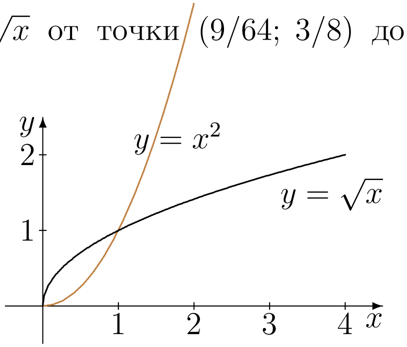
Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



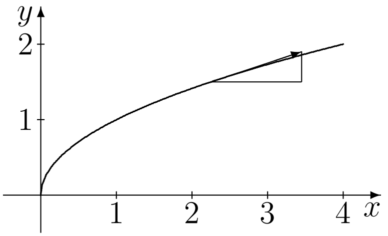
Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



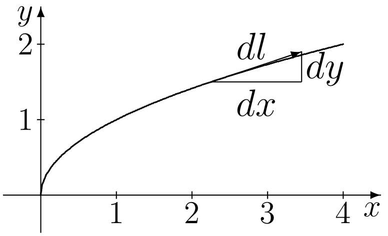
Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

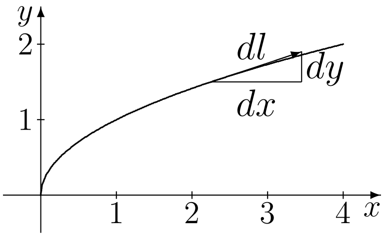
Ответ.



Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

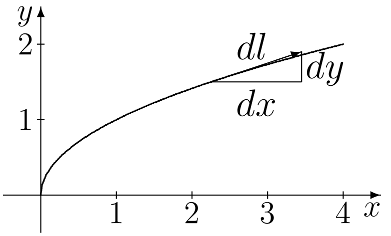
Ответ.

Мы еще раз выведем **формулу вычисления длины дуги с помощью интеграла**.



Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

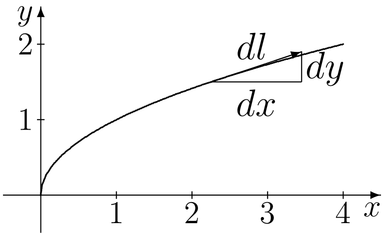
Ответ.



$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl =$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

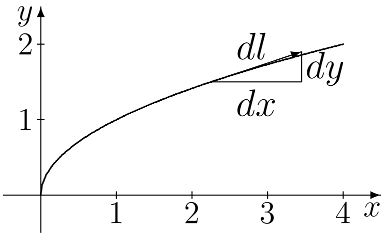
Ответ.



$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} =$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

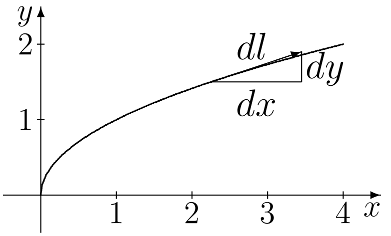


$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} =$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

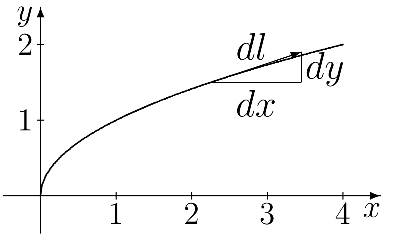
Ответ.

$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$



Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

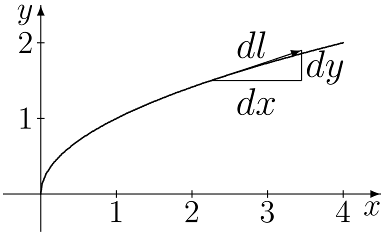


$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

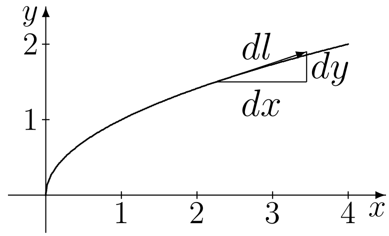


$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx =$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



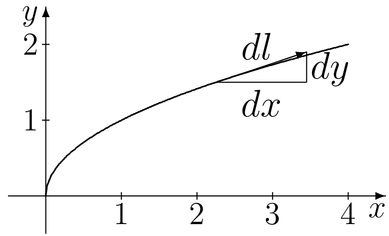
$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

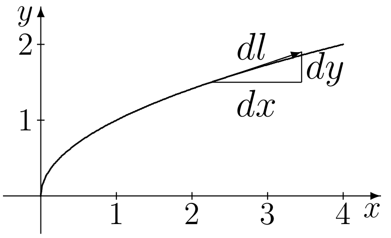


$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\Bigg|\qquad\qquad\qquad\Bigg|=\int\limits_{???}^{???}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

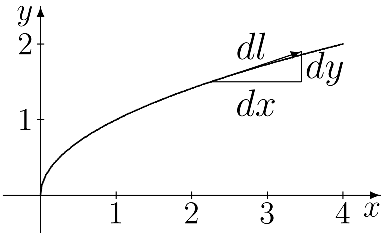
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t= \\ \\ \\ \end{array}\right|=\int\limits_{???}^{???}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$

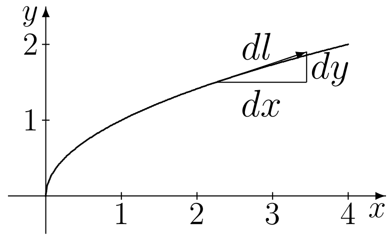


$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

$$= \left| \; t = \sqrt{\frac{4x+1}{4x}} \qquad \right| = \int\limits_{???}^{???}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

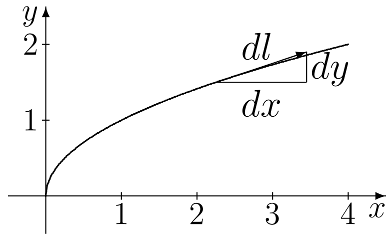
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x= \end{array}\right| =\int\limits_{???}^{???}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$



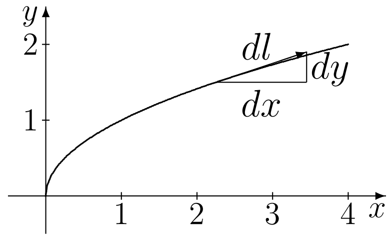
$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

$$= \left|\begin{array}{l} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x = \dfrac{1}{4\left(t^2 - 1\right)} \end{array}\right| = \int\limits_{???}^{???}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$

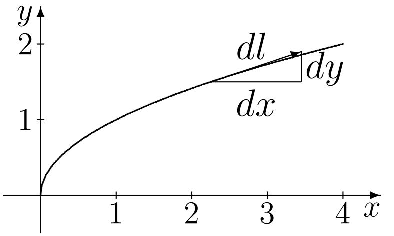


$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x = \dfrac{1}{4\left(t^2 - 1\right)} \quad dx = \end{array} \right| = \int\limits_{???}^{???}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

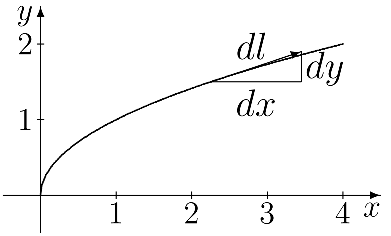
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{???}^{???}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



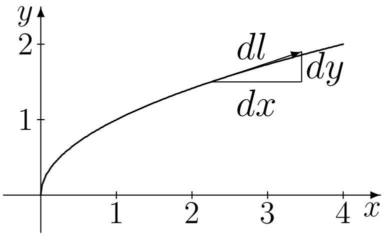
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

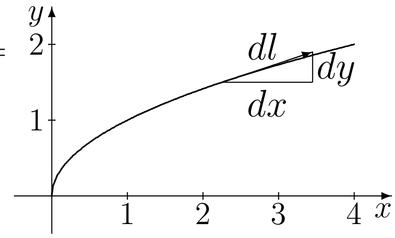


$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

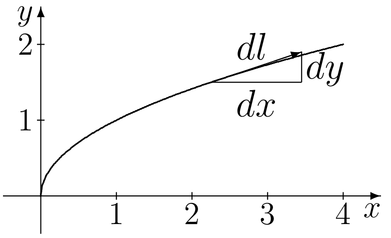
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



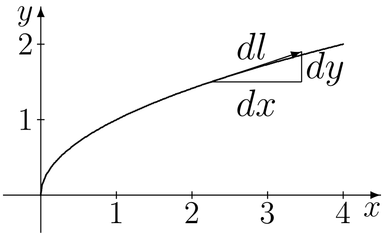
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

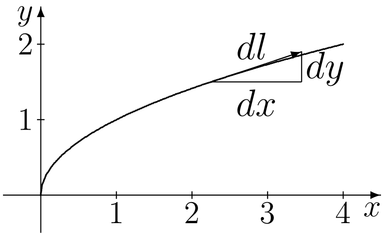
$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2}\left(\mathbf{t^2-1}\right)^{\mathbf{2}}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



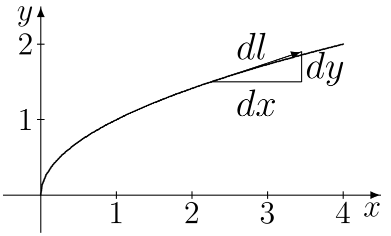
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2}\left(\mathbf{t^2-1}\right)^{\mathbf{2}}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

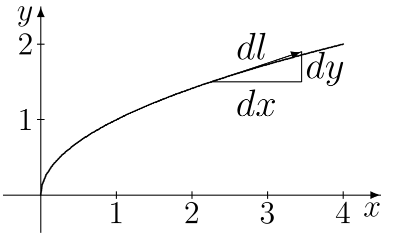
$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



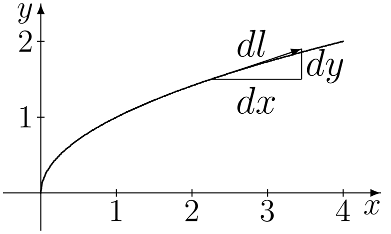
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

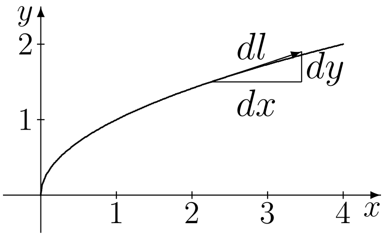
$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{\qquad\qquad}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

$$= \left| \begin{array}{ll} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x = \dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx = -\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\, dt \end{array} \right| = \int\limits_{5/3}^{5/4} \mathbf{t} \cdot \left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right) \mathbf{dt} =$$

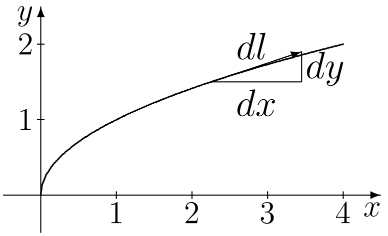
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2} = \frac{A}{t-1} + \frac{B}{(t-1)^2} + \frac{C}{t+1} + \frac{D}{(t+1)^2} =$$

$$= \frac{A(t-1)(t+1)^2 +}{(t-1)^2(t+1)^2} =$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

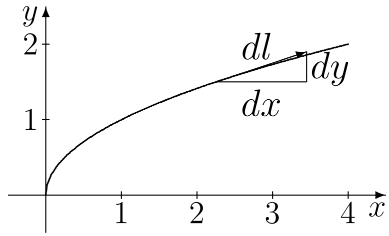
$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

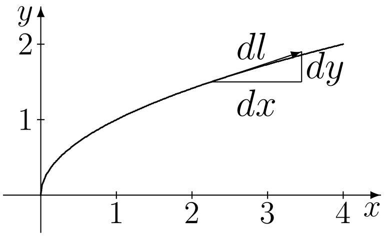
$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

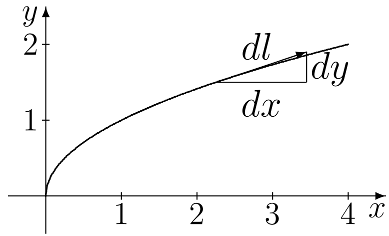
$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

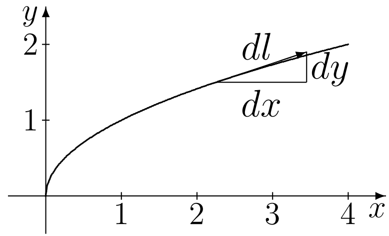
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(\qquad\qquad)+B(\qquad\qquad)+C(\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

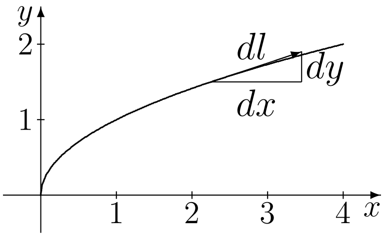
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3\qquad\qquad)+B(\qquad\qquad)+C(\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2}\left(\mathbf{t^2-1}\right)^{\mathbf{2}}}\right)\mathbf{dt}=$$

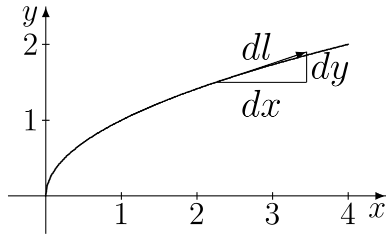
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2\qquad)+B(\qquad\qquad)+C(\qquad\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

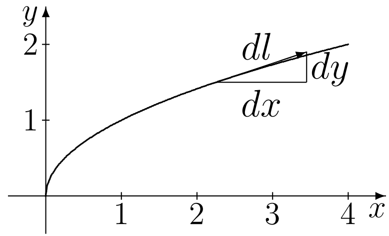
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t\qquad)+B(\qquad\qquad)+C(\qquad\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

$$= \left| \begin{matrix} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x = \dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx = -\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\, dt \end{matrix} \right| = \int\limits_{5/3}^{5/4} \mathbf{t} \cdot \left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}} \right) \mathbf{dt} =$$

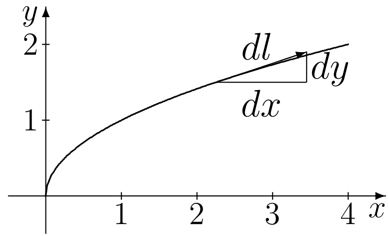
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2} = \frac{A}{t-1} + \frac{B}{(t-1)^2} + \frac{C}{t+1} + \frac{D}{(t+1)^2} =$$

$$= \frac{A(t-1)(t+1)^2 + B(t+1)^2 + C(t-1)^2(t+1) + D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2} =$$

$$= \frac{A(t^3+t^2-t-1) + B(\qquad\qquad) + C(\qquad\qquad\qquad) + D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

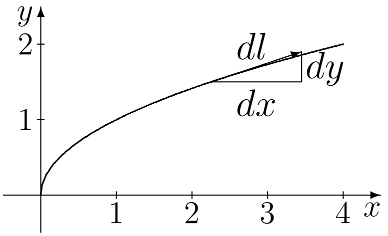
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2\qquad\qquad)+C(\qquad\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



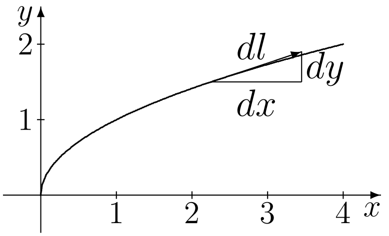
$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt\end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t\qquad)+C(\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

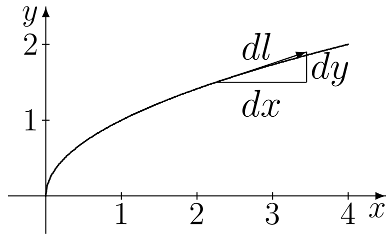
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(\qquad\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

$$= \left|\begin{array}{ll} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x = \dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx = -\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\, dt \end{array}\right| = \int\limits_{5/3}^{5/4} \mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt} =$$

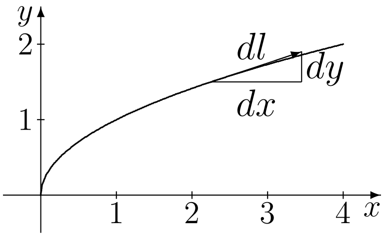
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2} = \frac{A}{t-1} + \frac{B}{(t-1)^2} + \frac{C}{t+1} + \frac{D}{(t+1)^2} =$$

$$= \frac{A(t-1)(t+1)^2 + B(t+1)^2 + C(t-1)^2(t+1) + D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2} =$$

$$= \frac{A(t^3+t^2-t-1) + B(t^2+2t+1) + C(t^3 \qquad\qquad) + D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\,(t^2-1)} & dx=-\dfrac{t}{2\,(t^2-1)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\,(t^2-1)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

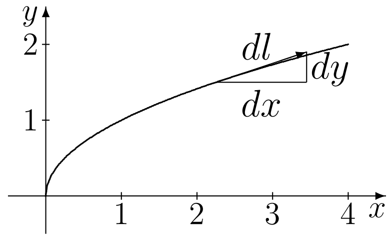
$$\frac{-t^2/2}{(t^2-1)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

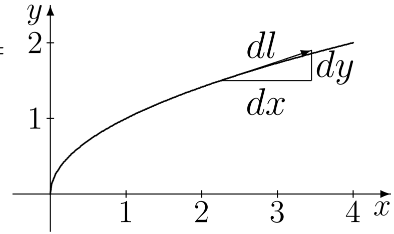
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t\qquad)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

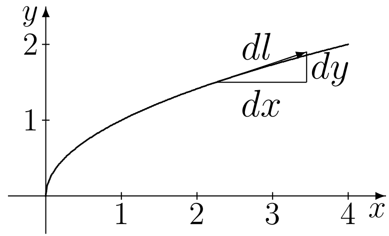
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

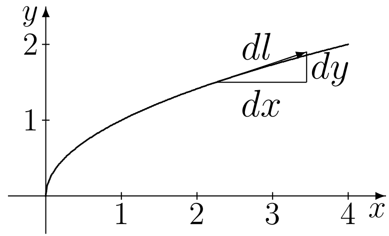
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2\qquad\qquad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

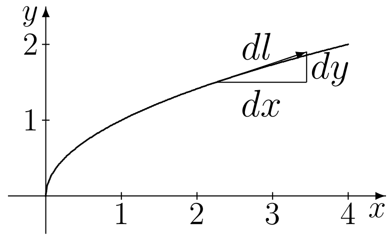
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t\quad)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

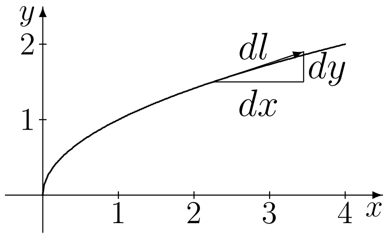
$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

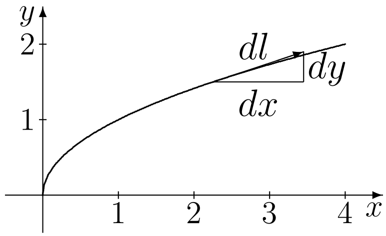
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} \qquad\qquad\qquad\qquad & t^3\\ & t^2\\ & t\\ & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

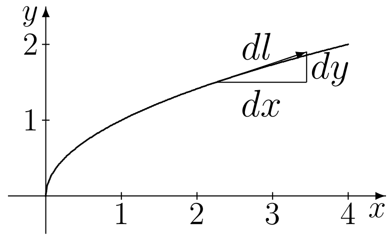
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} \quad\quad =0, & \Big| \; t^3 \\ & \Big| \; t^2 \\ & \Big| \; t \\ & \Big| \; t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

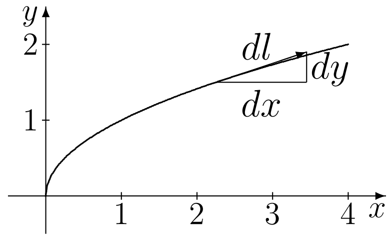
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} A & =0, & t^3\\ & & t^2\\ & & t\\ & & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

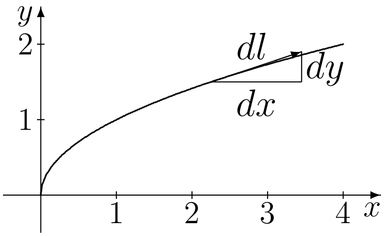
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ & t^2\\ & t\\ & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

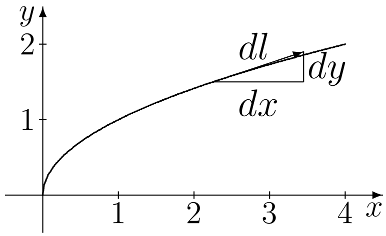
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} A+C=0, & \\ & =-1/2 \\ & \\ & \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} t^3 \\ t^2 \\ t \\ t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

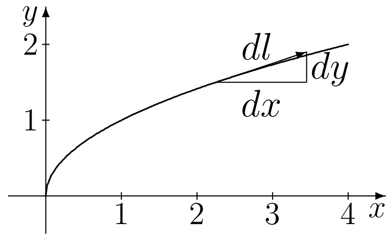
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{lr|l} A+C=0, & & t^3 \\ A & =-1/2 & t^2 \\ & & t \\ & & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

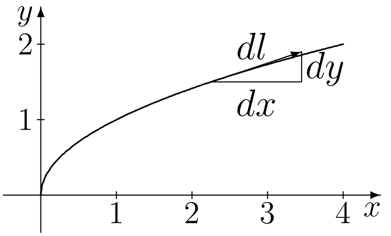
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} A+C=0, & & t^3\\ A+B & =-1/2 & t^2\\ & & t\\ & & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y = \sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L = \int\limits_{9/64}^{2/3} dl = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \mathbf{dy}^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{dx^2 + \acute{y}^2\, dx^2} = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \acute{y}^2}\, dx =$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\, dx = \int\limits_{9/64}^{2/3} \sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\, dx =$$

$$= \left| \begin{array}{l} t = \sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x = \dfrac{1}{4\,(t^2-1)} \quad dx = -\dfrac{t}{2\,(t^2-1)^2}\, dt \end{array} \right| = \int\limits_{5/3}^{5/4} \mathbf{t} \cdot \left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\,(t^2-1)^2}}\right) \mathbf{dt} =$$

$$\frac{-t^2/2}{(t^2-1)^2} = \frac{A}{t-1} + \frac{B}{(t-1)^2} + \frac{C}{t+1} + \frac{D}{(t+1)^2} =$$

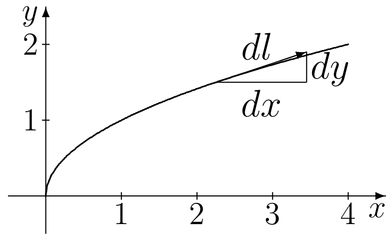
$$= \frac{A(t-1)(t+1)^2 + B(t+1)^2 + C(t-1)^2(t+1) + D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2} =$$

$$= \frac{A(t^3+t^2-t-1) + B(t^2+2t+1) + C(t^3-t^2-t+1) + D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\begin{cases} A + C = 0, \\ A + B - C \qquad = -1/2 \\ \\ \\ \end{cases} \left| \begin{array}{l} t^3 \\ t^2 \\ t \\ t^0 \end{array} \right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

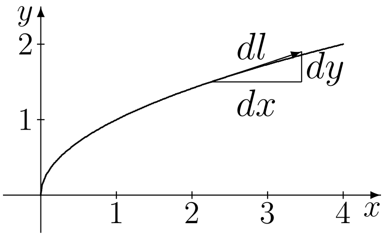
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=0,\\ A+B-C+D=-1/2\\ \\ \\ \end{array}\right.\left|\begin{array}{l} t^3\\ t^2\\ t\\ t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

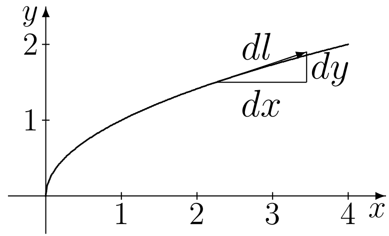
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{r|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ =0 & t\\ & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

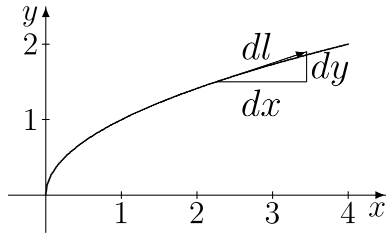
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} A+C=0, & \\ A+B-C+D=-1/2 & \\ -A & =0 \\ & \end{array}\right.\left|\begin{array}{l} t^3 \\ t^2 \\ t \\ t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

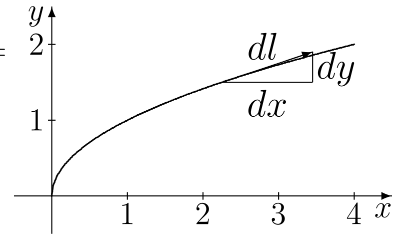
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{ll|l} A+C= 0, & & t^3\\ A+B-C+D= -1/2 & & t^2\\ -A+2B & =0 & t\\ & & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

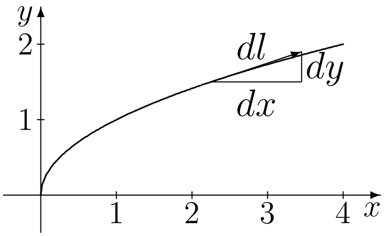
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3 \\ A+B-C+D=-1/2 & t^2 \\ -A+2B-C\qquad=0 & t \\ & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt\end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

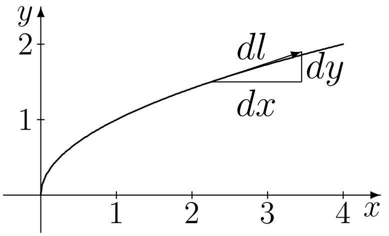
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ & t^0\end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

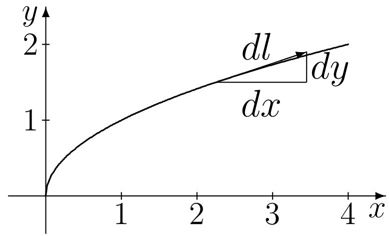
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{r|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ =0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

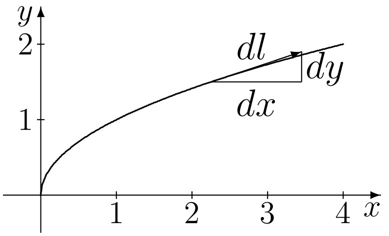
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ -A\qquad\qquad\quad =0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

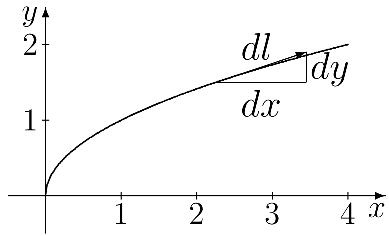
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ -A+B\qquad\qquad=0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

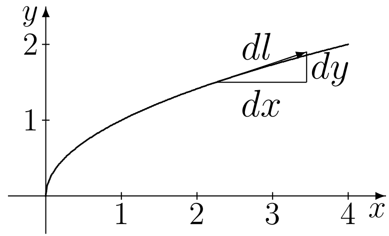
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3 \\ A+B-C+D=-1/2 & t^2 \\ -A+2B-C-2D=0 & t \\ -A+B+C\qquad=0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

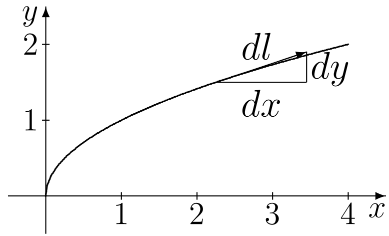
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ -A+B+C+D=0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2}\left(\mathbf{t^2-1}\right)^{\mathbf{2}}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

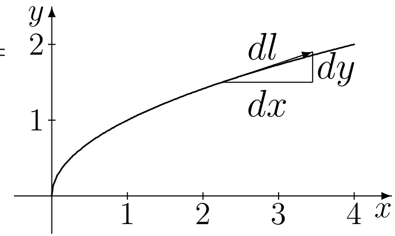
$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ -A+B+C+D=0 & t^0 \end{array}\right.$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2}\left(\mathbf{t^2-1}\right)^{\mathbf{2}}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

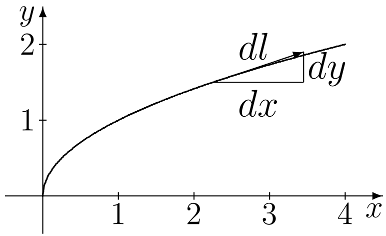
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3 \\ A+B-C+D=-1/2 & t^2 \\ -A+2B-C-2D=0 & t \\ -A+B+C+D=0 & t^0 \end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt\end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

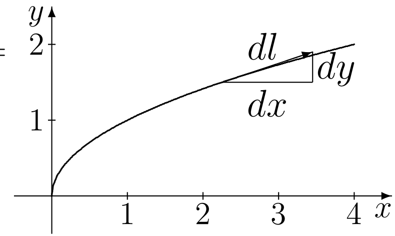
$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

$$\left\{\begin{array}{l|l} A+C=0, & t^3\\ A+B-C+D=-1/2 & t^2\\ -A+2B-C-2D=0 & t\\ -A+B+C+D=0 & t^0\end{array}\right.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt\end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$\frac{-t^2/2}{\left(t^2-1\right)^2}=\frac{A}{t-1}+\frac{B}{(t-1)^2}+\frac{C}{t+1}+\frac{D}{(t+1)^2}=$$

$$\left\{\begin{array}{l} A+C=0, \\ A+B-C+D=-1/2 \\ -A+2B-C-2D=0 \\ -A+B+C+D=0\end{array}\right.\left|\begin{array}{l} t^3 \\ t^2 \\ t \\ t^0\end{array}\right.$$

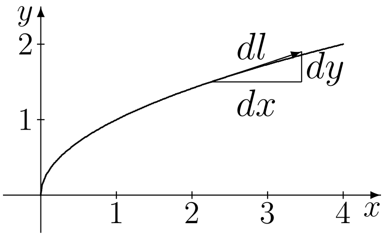
$$=\frac{A(t-1)(t+1)^2+B(t+1)^2+C(t-1)^2(t+1)+D(t-1)^2}{(t-1)^2(t+1)^2}=$$

$$=\frac{A(t^3+t^2-t-1)+B(t^2+2t+1)+C(t^3-t^2-t+1)+D(t^2-2t+1)}{(t-1)^2(t+1)^2}.$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

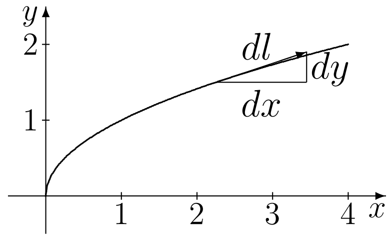
$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt\end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

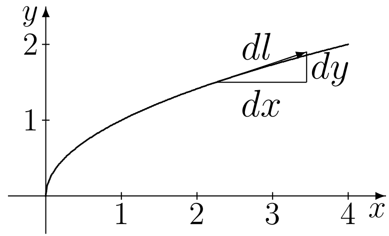
$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

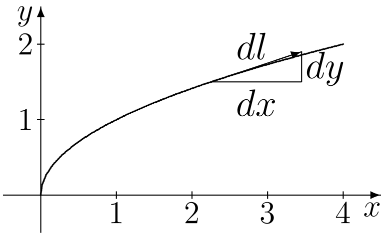
$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

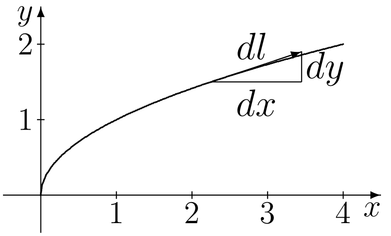
$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int_{9/64}^{2/3} dl=\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

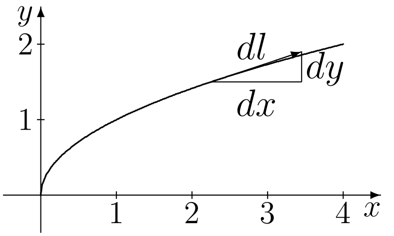
$$=\int_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Big|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Big|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Big|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Big|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

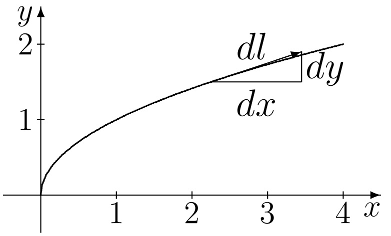
$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{16}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{l} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} \quad dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

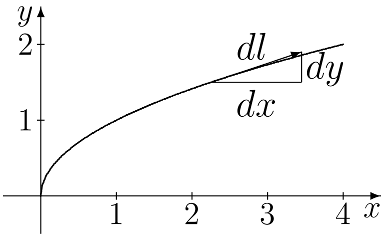
$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{16}+\frac{\ln(9/4)}{8}-\frac{\ln(8/3)}{8}$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t\cdot\left(-\frac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\right)\,dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

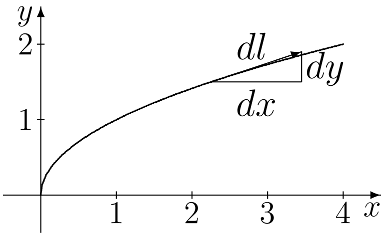
$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{16}+\frac{\ln(9/4)}{8}-\frac{\ln(8/3)}{8}+\frac{1}{18}-\frac{3}{64}=$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.

$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\acute{y}^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\acute{y}^2}\,dx=$$



$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

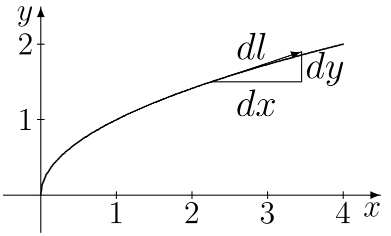
$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{16}+\frac{\ln(9/4)}{8}-\frac{\ln(8/3)}{8}+\frac{1}{18}-\frac{3}{64}=\frac{\ln(9/4)}{8}+$$

Задача 34. Найдите длину участка графика функции $y=\sqrt{x}$ от точки $(9/64;\ 3/8)$ до $(4/9;\ 2/3)$.

Ответ.



$$L=\int\limits_{9/64}^{2/3} dl=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+\mathbf{dy}^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{dx^2+y'^2\,dx^2}=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+y'^2}\,dx=$$

$$\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^2}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}\,dx=\int\limits_{9/64}^{2/3}\sqrt{\frac{\mathbf{4x+1}}{\mathbf{4x}}}\,dx=$$

$$=\left|\begin{array}{ll} t=\sqrt{\dfrac{4x+1}{4x}} & \\ x=\dfrac{1}{4\left(t^2-1\right)} & dx=-\dfrac{t}{2\left(t^2-1\right)^2}\,dt \end{array}\right|=\int\limits_{5/3}^{5/4}\mathbf{t}\cdot\left(-\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{2\left(t^2-1\right)^2}}\right)\mathbf{dt}=$$

$$=\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{t-1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t-1)^2}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{dt/8}{t+1}+\int\limits_{5/3}^{5/4}\frac{-dt/8}{(t+1)^2}=$$

$$=-\frac{\ln|t-1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t-1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{\ln|t+1|}{8}\Bigg|_{5/3}^{5/4}+\frac{1}{8(t+1)}\Bigg|_{5/3}^{5/4}=$$

$$=-\frac{\ln(1/4)}{8}+\frac{\ln(2/3)}{8}+\frac{1}{2}-\frac{3}{16}+\frac{\ln(9/4)}{8}-\frac{\ln(8/3)}{8}+\frac{1}{18}-\frac{3}{64}=\frac{\ln(9/4)}{8}+\frac{185}{576}.$$

Решение задачи 35.

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ.

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) =$

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} =$

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\ \overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\ \overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\ \overrightarrow{\mathbf{j}}$.

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) =$

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt =$

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.
При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt.$

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt.$

Поэтому

Согласно **формуле**, искомая длина равна

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.
При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| =$

Согласно **формуле**, искомая длина равна

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| =$

Согласно **формуле**, искомая длина равна

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt.$

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$

Согласно **формуле**, искомая длина равна

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt$.

Согласно формуле, искомая длина равна

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt$.

Согласно **формуле**, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt =$$

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt.$

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt.$

Согласно **формуле**, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \int_0^1 \sqrt{9t + 16}\,dt =$$

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt$.

Согласно формуле, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \int_0^1 \sqrt{9t + 16}\,dt = \frac{1}{9}\int_0^1 \sqrt{9t + 16}\,d(9t + 16) =$$

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\, dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\, dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\, dt$.

Согласно **формуле**, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\, dt = \int_0^1 \sqrt{9t+16}\, dt = \frac{1}{9}\int_0^1 \sqrt{9t+16}\, d(9t+16) = \frac{1}{9}\cdot\frac{2}{3}\cdot(9t+16)^{3/2}\Big|_0^1 =$$

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.
При $dt > 0$ имеем $d\,\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right) dt$.
Поэтому $\left|d\,\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt$.
Согласно формуле, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \int_0^1 \sqrt{9t+16}\,dt = \frac{1}{9}\int_0^1 \sqrt{9t+16}\,d(9t+16) = \frac{1}{9}\cdot\frac{2}{3}\cdot(9t+16)^{3/2}\Big|_0^1 =$$

$$= \frac{2}{27}\left(25^{3/2} - 16^{3/2}\right) =$$

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt$.

Согласно формуле, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \int_0^1 \sqrt{9t + 16}\,dt = \frac{1}{9}\int_0^1 \sqrt{9t + 16}\,d(9t + 16) = \frac{1}{9}\cdot\frac{2}{3}\cdot(9t + 16)^{3/2}\Big|_0^1 =$$

$$= \frac{2}{27}\left(25^{3/2} - 16^{3/2}\right) = \frac{2}{27}(125 - 64) =$$

Задача 35. Вычислите длину линии $\begin{cases} x = 2t^{3/2}, \\ y = 4t, \end{cases}$ где $t \in [0;\ 1]$.

Ответ. Данную линию можно задать параметрическим уравнением для радиуса-вектора любой точки этой линии: $\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = x(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}} = 2t^{3/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4t\,\overrightarrow{\mathbf{j}}$.

При $dt > 0$ имеем $d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t) = \left(x'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + y'(t)\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt = \left(3t^{1/2}\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + 4\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right)\,dt$.

Поэтому $\left|d\overrightarrow{\mathbf{r}}(t)\right| = \left|\acute{x}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{i}} + \acute{y}(t)\,dt\,\overrightarrow{\mathbf{j}}\right| = \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \sqrt{\left(3\sqrt{t}\right)^2 + 4^2}\,dt$.

Согласно формуле, искомая длина равна

$$\int_0^1 \sqrt{\acute{x}^2(t) + \acute{y}^2(t)}\,dt = \int_0^1 \sqrt{9t+16}\,dt = \frac{1}{9}\int_0^1 \sqrt{9t+16}\,d(9t+16) = \frac{1}{9}\cdot\frac{2}{3}\cdot(9t+16)^{3/2}\Big|_0^1 =$$

$$= \frac{2}{27}\left(25^{3/2} - 16^{3/2}\right) = \frac{2}{27}(125-64) = \frac{122}{27}.$$

Решение задачи 36.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt{n+5}-\frac{10}{\sqrt{n+5}}\right)=$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+5} - \frac{10}{\sqrt{n+5}}\right) = \infty$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+5} - \frac{10}{\sqrt{n+5}} \right) = \infty \neq 0.$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+5} - \frac{10}{\sqrt{n+5}} \right) = \infty \neq 0.$$

Значит, по **необходимому признаку сходимости** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5-10}{\sqrt{n+5}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n+5} - \frac{10}{\sqrt{n+5}} \right) = \infty \neq 0.$$

Значит, по **необходимому признаку сходимости** ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$ расходится.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}}=0.$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} = 0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} = 0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}}=0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} = 0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{\alpha}} : \frac{\sqrt{n+1}}{n+5} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}}=0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^\alpha}:\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+5}{n^\alpha\cdot\sqrt{n+1}}=$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}}=0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}:\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+5}{n^{\alpha}\cdot\sqrt{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+5/n}{n^{\alpha-0{,}5}\cdot\sqrt{1+1/n}}.$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} = 0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^\alpha} : \frac{\sqrt{n+1}}{n+5} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+5}{n^\alpha \cdot \sqrt{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+5/n}{n^{\alpha-0,5} \cdot \sqrt{1+1/n}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha =$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} = 0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^\alpha} : \frac{\sqrt{n+1}}{n+5} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+5}{n^\alpha \cdot \sqrt{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+5/n}{n^{\alpha-0,5} \cdot \sqrt{1+1/n}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 0,5$.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}n+5=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}}=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}}=0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}:\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+5}{n^{\alpha}\cdot\sqrt{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+5/n}{n^{\alpha-0,5}\cdot\sqrt{1+1/n}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=0,5$.

Согласно **решению примера 45**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+1}n+5 = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{n+1}{(n+5)^2}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{\frac{(1/n)+(1/n^2)}{(1+5/n)^2}} =0.$$

В принципе, ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^\alpha} : \frac{\sqrt{n+1}}{n+5} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+5}{n^\alpha \cdot \sqrt{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+5/n}{n^{\alpha-0,5} \cdot \sqrt{1+1/n}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 0,5$.

Согласно **решению примера 45**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ расходится.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin \frac{n}{n^2+1} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right) =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin \frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin \frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\sin\frac{1}{n+1/n}=\sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\sin\frac{1}{n+1/n}=\sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\sin\frac{1}{n+1/n}=\sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\dfrac{n}{n^2+1}}{1/n^{\alpha}} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\sin\frac{1}{n+1/n}=\sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{n}{n^2+1}}{1/n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n+1/n}}{\dfrac{1}{n+1/n}}\cdot\frac{n^{\alpha}}{n+1/n}=$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin \frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin \frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \sin \frac{n}{n^2+1} : \frac{1}{n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin \dfrac{n}{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin \dfrac{1}{n+1/n}}{\dfrac{1}{n+1/n}} \cdot \frac{n^\alpha}{n+1/n} =$$

Используя **первый замечательный предел**, получаем...

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\sin\frac{1}{n+1/n}=\sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}:\frac{1}{n^\alpha}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{n}{n^2+1}}{1/n^\alpha}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n+1/n}}{\dfrac{1}{n+1/n}}\cdot\frac{n^\alpha}{n+1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{1-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Используя **первый замечательный предел**, получаем...

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{n}{n^2+1}}{1/n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{1}{n+1/n}}{\frac{1}{n+1/n}} \cdot \frac{n^{\alpha}}{n+1/n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{1-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha =$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} : \frac{1}{n^\alpha} = \lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{n}{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n+1/n}}{\dfrac{1}{n+1/n}}\cdot\frac{n^\alpha}{n+1/n} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{1-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 1$.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} : \frac{1}{n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{n}{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{1}{n+1/n}}{\frac{1}{n+1/n}} \cdot \frac{n^\alpha}{n+1/n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{1-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 1$.

Согласно **решению примера 45**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty} \sin\frac{1}{n+1/n} = \sin\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \sin\frac{n}{n^2+1} : \frac{1}{n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{n}{n^2+1}}{1/n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\frac{1}{n+1/n}}{\frac{1}{n+1/n}} \cdot \frac{n^\alpha}{n+1/n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{1-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 1$.

Согласно **решению примера 45**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\frac{n}{n^2+1}$ расходится.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1/n}\right) =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1/n}\right) = 0.$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1} : \frac{1}{n^\alpha} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}}=$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}}\cdot\frac{n^{\alpha}}{n^2+1/n}=$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}}\cdot\frac{n^{\alpha}}{n^2+1/n}=$$

Используя **первый замечательный предел**, получаем...

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}}\cdot\frac{n^{\alpha}}{n^2+1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{2-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Используя **первый замечательный предел**, получаем...

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}}\cdot\frac{n^{\alpha}}{n^2+1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{2-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^\alpha}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^\alpha}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}}\cdot\frac{n^\alpha}{n^2+1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{2-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=2$.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n}=\operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right)=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}}\cdot\frac{n^{\alpha}}{n^2+1/n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^{2-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=2$.

Согласно **решению примера 45**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд
$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответет. **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1} = \lim_{n\to\infty} \operatorname{tg}\frac{1}{n^2+1/n} = \operatorname{tg}\left(\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2+1/n}\right) = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{tg}\frac{n}{n^3+1} : \frac{1}{n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}}{1/n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sin\dfrac{1}{n^2+1/n}}{\dfrac{1}{n^2+1/n}} \cdot \frac{n^\alpha}{n^2+1/n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^{2-\alpha}+1/n^{\alpha+1}}.$$

Этот предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 2$.

Согласно **решению примера 45**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$ сходится.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} : \frac{1}{n^\alpha} =$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}}\leq$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}} \leq \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} : \frac{1}{n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}} \leq \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Последний предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha =$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^\alpha}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} : \frac{1}{n^\alpha} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}} \le \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Последний предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 3/2$.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin\dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}=0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}:\frac{1}{n^{\alpha}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}}\leq\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Последний предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha=3/2$.

Согласно **решению примера 45**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2}{n\sqrt{n}}$ сходится.

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\sqrt{n+1}}{n+5}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \dfrac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \dfrac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}} \leq \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Последний предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 3/2$.

Согласно **решению примера 45**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2}{n\sqrt{n}}$ сходится.

По **признаку сравнения** исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$

Задача 36. Исследовать на сходимость ряды: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n-5}{\sqrt{n+5}}$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n+5}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n}{n^2+1}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{n}{n^3+1}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Ответ. **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$.

Сначала применим **необходимый признак сходимости ряда**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} = 0.$$

Ряд может сходиться.

Попробуем применить **признак сравнения**.

Сначала подберём эталонный ряд вида $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}} : \frac{1}{n^{\alpha}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\sin n}{n^{(3/2)-\alpha}} \leq \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n^{(3/2)-\alpha}}.$$

Последний предел будет числом, отличным от нуля, только при $\alpha = 3/2$.

Согласно **решению примера 45**, (или **интегральному признаку Коши**) эталонный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\sqrt{n}}$ сходится.

По **признаку сравнения** исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sin n}{n\sqrt{n}}$ сходится.

Решение задачи 37.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|2^{n+1}(x-3)^{n+1}|}{|2^n(x-3)^n|} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|2^{n+1}(x-3)^{n+1}|}{|2^n(x-3)^n|} = 2|x-3|.$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|2^{n+1}(x-3)^{n+1}|}{|2^n(x-3)^n|} = 2|x-3|.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $|x-3| < \frac{1}{2}$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|3^{n+1}(x+5)^{2(n+1)}\right|}{\left|3^n (x+5)^{2n}\right|} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|3^{n+1}(x+5)^{2(n+1)}\right|}{\left|3^n(x+5)^{2n}\right|} = 3|x+5|^2.$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|3^{n+1}(x+5)^{2(n+1)}\right|}{\left|3^n(x+5)^{2n}\right|} = 3|x+5|^2.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $-\frac{1}{\sqrt{3}} < x+5 < \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\dfrac{(x-1)^n}{n^2}\right|} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\dfrac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\frac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)}{(1+\frac{1}{n})^2}\right| =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\dfrac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)}{(1+\frac{1}{n})^2}\right| = |x-1|\,.$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\frac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)}{(1+\frac{1}{n})^2}\right| = |x-1|\,.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $|x-1| < 1$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\frac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)}{(1+\frac{1}{n})^2}\right| = |x-1|\,.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $|x-1| < 1$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{(x-1)^{(n+1)}}{(n+1)^2}\right|}{\left|\frac{(x-1)^n}{n^2}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)\cdot n^2}{(n+1)^2}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-1)}{(1+\frac{1}{n})^2}\right| = |x-1|\,.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $|x-1| < 1$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-2)^{(n+1)}}{\sqrt{n+1}}\right|}{\left|\dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}\right|} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-2)^{(n+1)}}{\sqrt{n+1}}\right|}{\left|\dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}\right| =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-2)^{(n+1)}}{\sqrt{n+1}}\right|}{\left|\dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)}{(\sqrt{1+\frac{1}{n}}}\right| =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x-2)^{(n+1)}}{\sqrt{n+1}}\right|}{\left|\dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)}{(\sqrt{1+\frac{1}{n}}}\right| = |x-2|\,.$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. г) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\frac{(x-2)^{(n+1)}}{\sqrt{n+1}}\right|}{\left|\frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)\cdot\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x-2)}{(\sqrt{1+\frac{1}{n}}}\right| = |x-2|\,.$$

Значит, область сходимости ряда можно задать неравенством $|x-2| < 1$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|(n+1)!(x-4)^{n+1}|}{|n!(x-4)^n|} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|(n+1)!(x-4)^{n+1}|}{|n!(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n(n+1)(x-4)^{n+1}|}{|1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n(x-4)^n|} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|(n+1)!(x-4)^{n+1}|}{|n!(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n(n+1)(x-4)^{n+1}|}{|1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} |x-4|\cdot n.$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|(n+1)!(x-4)^{n+1}|}{|n!(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n(n+1)(x-4)^{n+1}|}{|1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} |x-4|\cdot n.$$

Последний предел является числом тогда и только тогда, когда $|x-4| = 0$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. д) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{|(n+1)!(x-4)^{n+1}|}{|n!(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} \frac{|1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n(n+1)(x-4)^{n+1}|}{|1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n(x-4)^n|} = \lim_{n\to\infty} |x-4|\cdot n.$$

Последний предел является числом тогда и только тогда, когда $|x-4| = 0$.

Значит, область сходимости ряда состоит из одной точки $x = 4$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x+1)^{n+1}}{(n+1)!}\right|}{\left|\dfrac{(x+1)^n}{n!}\right|} =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x+1)^{n+1}}{(n+1)!}\right|}{\left|\dfrac{(x+1)^n}{n!}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)\cdot 1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n}{1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n\cdot (n+1)}\right| =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n (x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n (x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x+1)^{n+1}}{(n+1)!}\right|}{\left|\dfrac{(x+1)^n}{n!}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)\cdot 1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)}{n+1}\right| =$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x+1)^{n+1}}{(n+1)!}\right|}{\left|\dfrac{(x+1)^n}{n!}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)\cdot 1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)}{n+1}\right| = 0.$$

Задача 37. Найти радиусы сходимости рядов: **а)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n(x-3)^n$; **б)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 3^n(x+5)^{2n}$; **в)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-1)^n}{n^2}$; **г)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x-2)^n}{\sqrt{n}}$; **д)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!(x-4)^n$; **е)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Ответ. е) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(x+1)^n}{n!}$.

Применим **признак д'Аламбера абсолютной сходимости произвольных рядов**:

$$1 > \lim_{n\to\infty} \frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)} = \lim_{n\to\infty} \frac{\left|\dfrac{(x+1)^{n+1}}{(n+1)!}\right|}{\left|\dfrac{(x+1)^n}{n!}\right|} = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)\cdot 1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{(x+1)}{n+1}\right| = 0.$$

Значит, областью сходимости ряда является все множество действительных чисел $\mathbb{R}$.

Список литературы

[1] *Мельников, Ю.Б.* Алгебра и теория чисел. Изд-е 4-е, испр. и доп. [Электронный ресурс]/ Ю. Б. Мельников/ Издательство УрГЭУ, Екатеринбург, 2010 г., 70 уч.-изд.л. [режим доступа свободный] http://lib.usue.ru/resource/free/12/MelnikovAlgebra4/index.html

[2] Мельников, Ю.Б. Элементарная математика [Электронный ресурс] : учеб. пособие/ Ю. Б. Мельников ; М-во образования и науки РФ, Урал. гос. экон. ун-т. Екатеринбург : Изд-во Урал. гос. экон. ун-та, 2014, 27 уч.-изд.л. http://lib.usue.ru/resource/free/14/MelnikovAlgebra5/index.html

[3] Мельников, Ю.Б. Алгебраический подход к математическому моделированию и обучению математической и «предматематической» деятельности / Ю.Б. Мельников, К.С. Поторочина/ Ярославский педагогический вестник, 2010, № 3: Физико-математические и естественные науки. с.19-24.

[4] Мельников Ю.Б. Алгебраический подход к созданию учебных презентаций по математике / Ю.Б. Мельников / Образование и наука, № 5(84), 2011, с. 129-141.

[5] Мельников Ю.Б. Мультиплатформенная система подготовки обучающих ресурсов, основанная на реализации алгебраического подхода/ Ю.Б. Мельников, Н.В. Мельников, А.О. Богданов/ Ярославский педагогический вестник — 2013 — № 3 — Том III (Естественные науки).— С. 80-83.

Спасибо

за внимание!

e-mail: UriiMelnikov58@gmail.com.ru, melnikov@k66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Перейти к лекциям?

Компьютерная верстка *Ю. Б. Мельников*

Подписано в свет 31.03.2015. Поз. 30. Уч.-изд. л. 26,6.

Издательство Уральского государственного экономического университета
620144, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/Народной Воли, 62/45