Министерство образования и науки РФ
Уральский государственный экономический университет

Ю. Б. Мельников

# Отображения. Функции

Приложение к **электронному учебнику** для сопровождения практического занятия

*Изд. 4-е, испр. и доп.*

e-mail: melnikov@k66.ru,
melnikov@r66.ru
сайты:
http://melnikov.k66.ru,
http://melnikov.web.ur.ru

Екатеринбург
2012

**Пример 1.** *Если* $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *— множества, то можно считать, что множество* $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ *состоит из всевозможных функций* $f$ *с областью определения* $\{1, 2, \ldots, n\}$ *и таких, что* $f(k) \in A_k$.

**Пример 1.** *Если* $A_1, A_2, \ldots, A_n$ — *множества, то можно считать, что множество* $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ *состоит из всевозможных функций* $f$ *с областью определения* $\{1, 2, \ldots, n\}$ *и таких, что* $f(k) \in A_k$.

В самом деле, кортеж $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ можно рассматривать как нижнюю строку таблицы значений функции $f$:

| $k$ | $1$ | $2$ | $\ldots$ | $n$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(k)$ | $a_1$ | $a_2$ | $\ldots$ | $a_n$ |

.

**Пример 1.** *Если* $A_1, A_2, \ldots, A_n$ *— множества, то можно считать, что множество* $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ *состоит из всевозможных функций* $f$ *с областью определения* $\{1, 2, \ldots, n\}$ *и таких, что* $f(k) \in A_k$.

Например, можно считать, что $\{\alpha, \beta\} \times \{0, a\}$ равно не множеству кортежей $\{(\alpha; 0),\ (\alpha; a),\ (\beta; 0),\ (\beta; a)\}$, а множеству функций $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$, определенных таблицей значений

| $k$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| $f_1(k)$ | $\alpha$ | $0$ |
| $f_2(k)$ | $\alpha$ | $a$ |
| $f_3(k)$ | $\beta$ | $0$ |
| $f_4(k)$ | $\beta$ | $a$ |

Такая интерпретация является довольно популярной в алгебре.

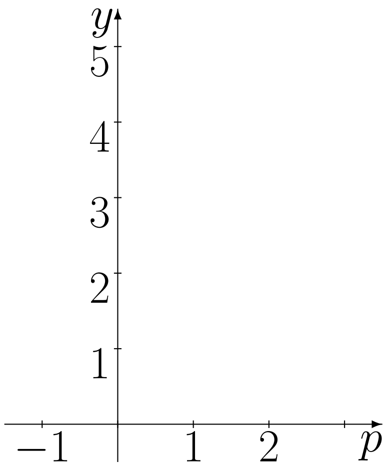
**Вернёмся к лекции?**

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |



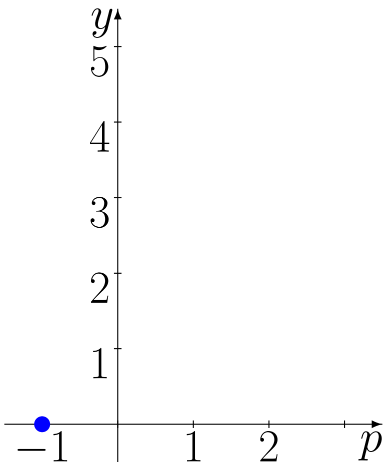

**Решение.** Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) =$

$$A = \{ M'(-1;\quad); \qquad \} .$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |



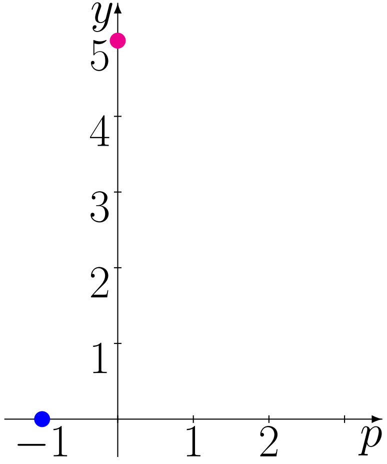

**Решение.** Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) =$

$$A = \{M'(-1;\ \ );\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |



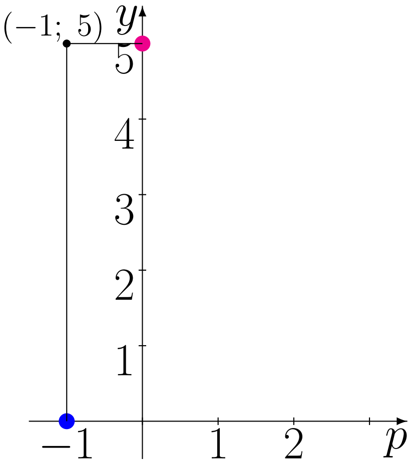
**Решение.** Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) = 5.$

$$A = \{M'(-1;5); \qquad \}.$$

**Пример 2.** *Постройте график* $A$ *функции* $\alpha$, *заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |



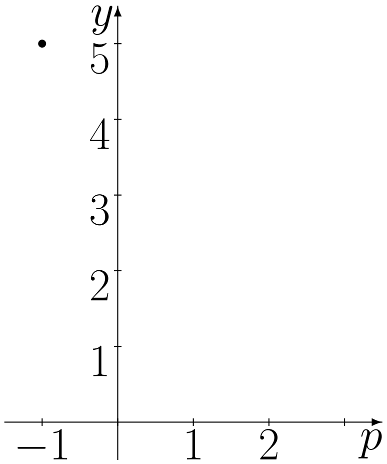

**Решение.** Начнём, например, с наименьшего значения аргумента:

$\alpha(-1) = 5.$

$$A = \{M'(-1; 5); \qquad \}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |



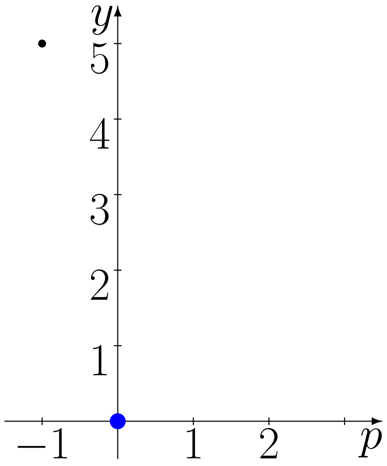

**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

$$A = \Big\{ M'(-1; 5); \qquad\qquad \Big\}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

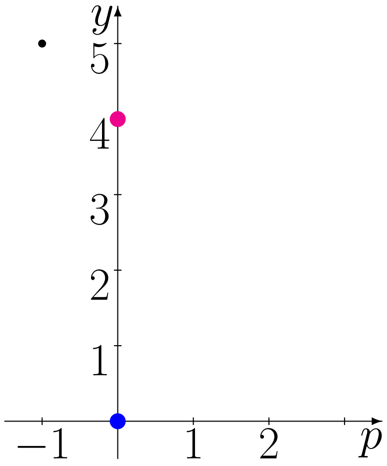
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) =$

$$A = \{M'(-1;5);\ M''(0;\quad);\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

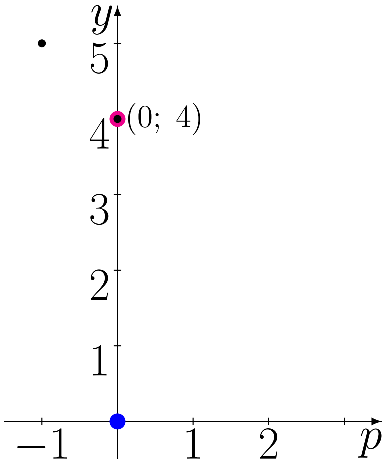
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

$$A = \{M'(-1;5);\ M''(0;\quad);\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

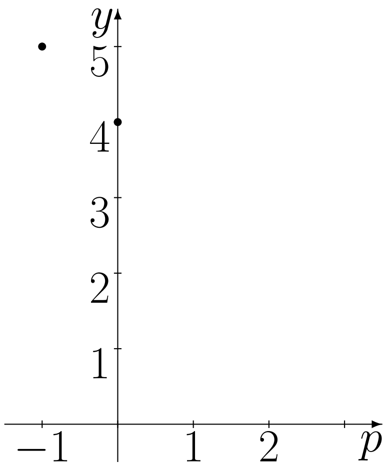
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

$$A = \{M'(-1; 5);\ M''(0; 4);\qquad\qquad\}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

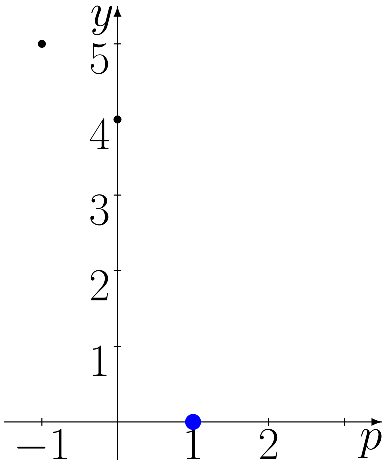
$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

$$A = \left\{ M'(-1;5);\;\; M''(0;4); \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

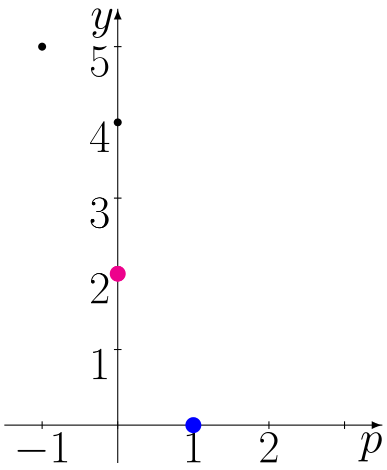
$\alpha(0) = 4,$

$\alpha(1) =$

$$A = \{M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;\ \ );\ \ \} .$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

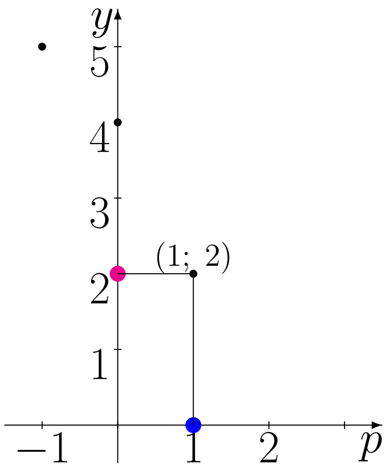
$\alpha(0) = 4,$

$\alpha(1) = 2,$

$$A = \{ M'(-1; 5);\ M''(0; 4);\ M'''(1;\ \ );\qquad\qquad \}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

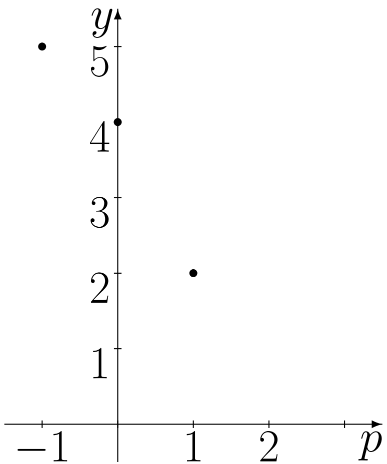
$\alpha(0) = 4,$

$\alpha(1) = 2,$

$$A = \left\{ M'(-1; 5);\ M''(0; 4);\ M'''(1; 2); \qquad\qquad \right\}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

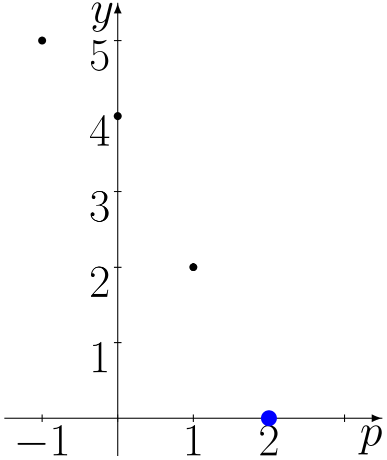
$\alpha(0) = 4,$

$\alpha(1) = 2,$

$$A = \left\{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2); \qquad\qquad \right\}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

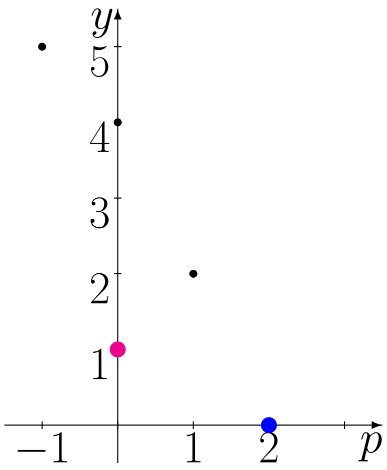
$\alpha(1) = 2,$

$\alpha(2) =$

$$A = \left\{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2);\ M^{(IV)}(2;\ \ ) \right\}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

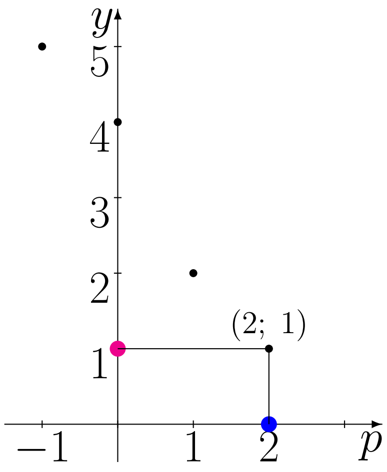
$\alpha(1) = 2,$

$\alpha(2) = 1.$

$$A = \left\{ M'(-1; 5);\ M''(0; 4);\ M'''(1; 2);\ M^{(IV)}(2;\ \ ) \right\}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5,$

$\alpha(0) = 4,$

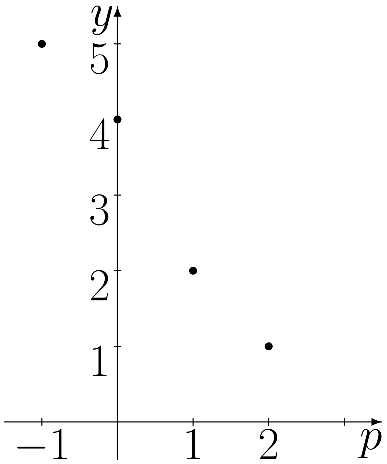
$\alpha(1) = 2,$

$\alpha(2) = 1.$

$$A = \left\{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2);\ M^{(IV)}(2;1) \right\}.$$

**Пример 2.** *Постройте график $A$ функции $\alpha$, заданной таблицей значений:*

| $p$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha(p)$ | $5$ | $4$ | $2$ | $1$ |




**Решение.**

$\alpha(-1) = 5$,

$\alpha(0) = 4$,

$\alpha(1) = 2$,

$\alpha(2) = 1$.

Итак, график функции $\alpha$ представляет собой множество из четырёх точек.

$$A = \left\{ M'(-1;5);\ M''(0;4);\ M'''(1;2);\ M^{(IV)}(2;1) \right\}.$$

**Вернёмся к лекции?**

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции, пересечение и объединение множеств $D(g)$ и $E(g)$.*

**Решение**. В данном примере используется переход от **динамической** модели функции к ее **статической** модели.

**Пример 3.** *Функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = 3x^2 - 1$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$*. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции, пересечение и объединение множеств* $D(g)$ *и* $E(g)$*.*

**Решение**. По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции, пересечение и объединение множеств $D(g)$ и $E(g)$.*

**Решение**. По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1), g(0), g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \{2, -1\}\,.$$

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции, пересечение и объединение множеств $D(g)$ и $E(g)$.*

**Решение**. По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1), g(0), g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \{2, -1\}\,.$$

Поэтому $D(g) \cup E(g) = \{-1, 0, 1, 2\}$, $D(g) \cap E(g) = \{-1\}$.

**Пример 3.** *Функция $g$ задана формулой $g(x) = 3x^2 - 1$ на множестве $\{-1, 0, 1\}$. Задайте ее таблицей значений. Найдите область определения и область допустимых значений этой функции, пересечение и объединение множеств $D(g)$ и $E(g)$.*

**Решение**. По условию $D(g) = \{-1, 0, 1\}$,

$$E(g) = \{g(-1), g(0), g(1)\} = \left\{3 \cdot (-1)^2 - 1, 3 \cdot 0^2 - 1, 3 \cdot 1^2 - 1\right\} =$$

$$= \{2, -1\}\,.$$

Поэтому $D(g) \cup E(g) = \{-1, 0, 1, 2\}$, $D(g) \cap E(g) = \{-1\}$.

Таблица значений функции $g$ имеет вид:

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $3x^2 - 1$ | $2$ | $-1$ | $2$ |

.

**Вернёмся к лекции?**

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.**

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(\mathbf{3}) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(\mathbf{3}) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,
$f(\mathbf{3}) = \mathbf{3}^2 - \mathbf{3}$,

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(\mathbf{t}) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(\mathbf{t}) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(\mathbf{t}) = \mathbf{t}^2 - \mathbf{t},$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(\mathbf{p+1}) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(\mathbf{p+1}) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(\mathbf{p+1}) = (\mathbf{p+1})^2 - (\mathbf{p+1}),$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(\mathbf{2n}) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(\mathbf{2n}) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(\mathbf{2n}) = (\mathbf{2n})^2 - (\mathbf{2n}),$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x)=x^2-x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x)=x^2-x$,

$f(3)=3^2-3, \quad f(3)=6,$

$f(t)=t^2-t,$

$f(p+1)=(p+1)^2-(p+1),$

$f(2n)=(2n)^2-(2n),$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(\mathbf{x} + \mathbf{y}) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(\mathbf{x}+\mathbf{y}) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^2 - \mathbf{x}$,

$f(3) = 3^2 - 3$, $\quad f(3) = 6$,

$f(t) = t^2 - t$,

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1)$,

$f(2n) = (2n)^2 - (2n)$,

$f(\mathbf{x}+\mathbf{y}) = (\mathbf{x}+\mathbf{y})^2 - (\mathbf{x}+\mathbf{y})$,

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,
$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$
$f(t) = t^2 - t,$
$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$
$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$
$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

$f(2(\alpha-1)) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

$f(2(\alpha-1)) = (2(\alpha-1))^2 - (2(\alpha-1)), \quad f(2(\alpha-1)) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha - 1))$, $f(3(a - x) + 1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

$f(2(\alpha - 1)) = (2(\alpha - 1))^2 - (2(\alpha - 1)), \quad f(2(\alpha - 1)) = 4\alpha^2 - 4\alpha + 6,$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

$f(2(\alpha-1)) = (2(\alpha-1))^2 - (2(\alpha-1)), \quad f(2(\alpha-1)) = 4\alpha^2 - 4\alpha + 6,$

$f(3(a-x)+1) =$

**Пример 4.** *Для функции, заданной формулой* $f(x) = x^2 - x$, *выразите* $f(3)$, $f(t)$, $f(p+1)$, $f(2n)$, $f(x+y)$, $f(2(\alpha-1))$, $f(3(a-x)+1)$.

**Решение.** $f(x) = x^2 - x$,

$f(3) = 3^2 - 3, \quad f(3) = 6,$

$f(t) = t^2 - t,$

$f(p+1) = (p+1)^2 - (p+1),$

$f(2n) = (2n)^2 - (2n),$

$f(x+y) = (x+y)^2 - (x+y),$

$f(2(\alpha-1)) = (2(\alpha-1))^2 - (2(\alpha-1)), \quad f(2(\alpha-1)) = 4\alpha^2 - 4\alpha + 6,$

$f(3(a-x)+1) = (3(a-x)+1)^2 - (3(a-x)+1).$

**Вернёмся к лекции?**

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**а)** $s(y) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**а)** $s(y) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**а)** $s(y) = y - 2y^3.$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

б) $s(n) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3-s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

**Решение.**

б) $s(n) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**б)** $s(n) = n - 2n^3$.

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**в)** $s(y+n) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**в)** $s(y+n) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**в)** $s(y+n) = (y+n) - 2(y+n)^3$.

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3 - s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

**Решение.**

**г)** $s(2y) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

**Решение.**

**г)** $s(2y) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**г)** $s(2y) = 2y - 2(2y)^3$.

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

д) $s(2-y) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

д) $s(2-y) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

д) $s(2-y) = (2-y) - 2(2-y)^3$.

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**е)** $s(1-y^2) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

е) $s(1-y^2) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3 - s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

**Решение.**

е) $s(1-y^2) = \left(1 - y^2\right) - 2\left(1 - y^2\right)^3.$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$...

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

ё) $s(t(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$...

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$...

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y + n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2 - y)$; ***е)*** $s(1 - y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n + 1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$, осталось «раскрыть» выражение $t$.

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 =$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$, осталось «раскрыть» выражение $t$.

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3.$

Первый вариант: сначала подставим выражение для $s$, осталось «раскрыть» выражение $t$.

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3$.

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$...

**ё)** $s(t(n)) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3.$

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$...

**ё)** $s(t(n)) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3$.

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$...

**ё)** $s(t(n)) = s\left(2n + \sqrt{n}\right) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3$.

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$, осталось «раскрыть» выражение $s$.

**ё)** $s(t(n)) = s\left(2n + \sqrt{n}\right) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3.$

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$, осталось «раскрыть» выражение $s$.

**ё)** $s(t(n)) = s\left(2n + \sqrt{n}\right) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ё)** $s(t(n)) = t(n) - 2(t(n))^3 = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3.$

Второй вариант: сначала «раскроем» выражение $t$, осталось «раскрыть» выражение $s$.

**ё)** $s(t(n)) = s\left(2n + \sqrt{n}\right) = 2n + \sqrt{n} - 2\left(2n + \sqrt{n}\right)^3.$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$...

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$...

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$...

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$, осталось «избавиться от $t$».

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y);$ ***б)*** $s(n);$ ***в)*** $s(y+n);$ ***г)*** $s(2y);$ ***д)*** $s(2-y);$ ***е)*** $s(1-y^2);$ ***ё)*** $s(t(n));$ ***ж)*** $t(s(n));$ ***з)*** $t(3 - s(n+1));$ ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n)).$

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) =$

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$, осталось «избавиться от $t$».

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Первый вариант: сначала подставим, например, выражение для $s$, осталось «избавиться от $t$».

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$»,

**ж)** $t(s(n)) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n-2n^3) = 2\left(n-2n^3\right) + \sqrt{n-2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$»,

**ж)** $t(s(n)) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(\mathbf{x}) = 2\mathbf{x} + \sqrt{\mathbf{x}}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$»,

**ж)** $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$»,

осталось подставить выражение для $t$.

**ж)** $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4+s^2(n-t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n-2n^3) = 2\left(n-2n^3\right) + \sqrt{n-2n^3}.$

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$»,

осталось подставить выражение для $t$.

**ж)** $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(\mathbf{x}) = \mathbf{x} - 2\mathbf{x}^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**ж)** $t(s(n)) = t(n - 2n^3) = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

Второй вариант: сначала «избавимся от $t$»,

осталось подставить выражение для $t$.

**ж)** $t(s(n)) = 2s(n) + \sqrt{s(n)} = 2\left(n - 2n^3\right) + \sqrt{n - 2n^3}$.

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) =$

Допустим, сначала «избавимся от $s$»...

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$

Допустим, сначала «избавимся от $s$»...

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}$.

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**з)** $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Другой вариант:

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Другой вариант:

з) $t(3 - s(n+1)) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3-s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Другой вариант:

з) $t(3 - s(n+1)) = 2(3 - s(n+1)) + \sqrt{(3 - s(n+1))} =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

з) $t(3 - s(n+1)) = t\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

Другой вариант:

з) $t(3 - s(n+1)) = 2(3 - s(n+1)) + \sqrt{(3 - s(n+1))} =$
$= 2\left(3 - \left((n+1) - 2(n+1)^3\right)\right) + \sqrt{(3 - ((n+1) - 2(n+1)^3))}.$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \Big((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\Big)^2 =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \left((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\right)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3$, $t(x) = 2x + \sqrt{x}$. *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \left((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\right)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

Другой вариант:

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \big((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\big)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \ (2(4n) + \sqrt{4n})\right) - 2\left(n - \ (2(4n) + \sqrt{4n})\right)^3\right)^2.$$

Другой вариант:

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + s^2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) =$

**Пример 5.** *Пусть* $s(x) = x - 2x^3, \quad t(x) = 2x + \sqrt{x}.$ *Найдите* ***а)*** $s(y)$; ***б)*** $s(n)$; ***в)*** $s(y+n)$; ***г)*** $s(2y)$; ***д)*** $s(2-y)$; ***е)*** $s(1-y^2)$; ***ё)*** $s(t(n))$; ***ж)*** $t(s(n))$; ***з)*** $t(3 - s(n+1))$; ***и)*** $4 + s^2(n - t(4n))$.

**Решение.**

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + \left((n - t(4n)) - 2(n - t(4n))^3\right)^2 =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

Другой вариант:

**и)** $4 + s^2(n - t(4n)) = 4 + s^2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) =$

$$= 4 + \left(\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right) - 2\left(n - \left(2(4n) + \sqrt{4n}\right)\right)^3\right)^2.$$

**Вернёмся к лекции** или рассмотрим **другой пример?**

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение.**

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ.

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ. Надо задать *функцию*. В математике обычно применяется один из трех способов:

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ. Надо задать *функцию*. В математике обычно применяется один из трех способов: *выражение*, *таблица* и *график*.

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. В соответствии со **стратегией составления уравнений** сначала внимательно читаем, что надо найти.

Итак, надо найти *функцию*.

Следующий этап: ищем, в каком виде можно представить ответ. Надо задать *функцию*. В математике обычно применяется один из трех способов: *выражение*, *таблица* и *график*.

Суперпозиция определялась с помощью выражений, и функции $f$ и $g$ также заданы выражениями, поэтому ответ данной задачи мы представим в виде выражений.

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Подробно опишем процесс вычисления функции $f \circ g$, а для остальных случаев просто приведем результат.

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$.

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) =$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$.

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении, задающем функцию $g$, то есть в выражении $g(x) = x^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении, задающем функцию $g$, то есть в выражении $g(x) = x^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$. Если Вас смущает тот факт, что буква $x$ имеет слишком много разных значений (правильно, кстати, смущает), можно в выражении для $g$ сначала заменить букву $x$ на другую букву, например, на $y$. Получим $g(y) =$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении, задающем функцию $g$, то есть в выражении $g(x) = x^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$. Если Вас смущает тот факт, что буква $x$ имеет слишком много разных значений (правильно, кстати, смущает), можно в выражении для $g$ сначала заменить букву $x$ на другую букву, например, на $y$. Получим $g(y) = y^2$.

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) =$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$.

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x+1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x+2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x+1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x+1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x+1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x+1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x+1$. Получим $g(x+1) = (x+1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x+1) = (x+1)^2.$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x+1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x+2$, $h_2(x) = x^2+4x+5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x+1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x+1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x+1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x+1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x+1$. Получим $g(x+1) = (x+1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x+1) = (x+1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x + 1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x + 1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x + 1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x + 1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x + 1$. Получим $g(x + 1) = (x + 1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x+1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x+2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x+1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x+1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x+1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x+1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x+1$. Получим $g(x+1) = (x+1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x+1) = (x+1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 = f^2(x) =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x+1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x+2$, $h_2(x) = x^2+4x+5$.

**Решение**. Итак, для того чтобы вычислить $f \circ g(x)$, надо вычислить $g\left(f(x)\right)$. По условию задачи, в этом выражении слово $f(x)$ можно заменить на слово $x+1$, при этом получим
$g\left(f(x)\right) = g(x+1)$. Для того, чтобы вычислить последнее выражение, в выражении $g(y) = y^2$ слово $x$ можно заменить словом $x+1$.

Теперь для того чтобы вычислить $g(x+1)$, надо вместо $y$ подставить слово $x+1$. Получим $g(x+1) = (x+1)^2$. Итак,

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = g(x+1) = (x+1)^2.$$

Можно иначе:

$$f \circ g(x) = g(f(x)) = (f(x))^2 = f^2(x) = (x+1)^2.$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$h_2(x) =$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$h_2(x) = (x+2)^2+1 =$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 =$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 =$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$

$$= g(f(f(x)) + 1 =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$

$$= g(f(f(x)) + 1 = f(g(f(f(x)))) =$$

**Пример 6.** *Пусть* $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. *Найдите* $f \circ g$, $g \circ f$. *Выразите суперпозицией функций* $f$ *и* $g$ *функции* $h_1(x) = x + 2$, $h_2(x) = x^2 + 4x + 5$.

**Решение**. Аналогично получаем:

$$g \circ f(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 + 1;$$

$$h_1(x) = (x + 1) + 1 = f(x) + 1 = f(f(x)) = f \circ f(x);$$

$$h_2(x) = (x+2)^2+1 = ((x+1)+1)^2+1 = (f(x)+1)^2+1 = f(f(x))^2+1 =$$

$$= g(f(f(x)) + 1 = f(g(f(f(x)))) = f \circ f \circ g \circ f(x).$$

**Вернёмся к лекции** или рассмотрим **другой пример?**

**Пример 7.** *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение**.

**Пример 7.** *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение**. Сначала найдем таблицы значений функций $h_1$ и $h_2$. Так как $h_1(x) = g\left(f(x)\right)$, то для того чтобы можно было найти значение $h_1$ на элементе $x_0$, надо, чтобы можно было вычислить $f(x_0)$, то есть значение $x_0$ переменной $x$ должно принадлежать множеству $D(f) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

**Пример 7.** *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение**. Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | | | | | |

,

**Пример 7.** *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение**. Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | $-$ | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | $-$ |

,

**Пример 7.** *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение**. Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | — | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | — |

, т.е.

| $x$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $h_1(x)$ | 1 | 0 | 1 |

.

**Пример 7.** *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение**. Построим таблицу значений «в два этапа», устроив промежуточную строку значений:

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |
| $g(f(x))$ | — | $1^2$ | $0^2$ | $(-1)^2$ | — |

, т.е.

| $x$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $h_1(x)$ | 1 | 0 | 1 |

.

Отметим, что $g\big(f(0)\big) = g(2) = g\big(f(4)\big)$ вычислить нельзя, так как, по условию, $2 \notin D(g) = \{-1, 0, 1\}$.

**Пример 7.** *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $2$ |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение**. Теперь найдем таблицу значений функции $h_2(x) = f(g(x))$. Можно было бы начать с того, что $D(h_2) \subseteq D(g)$, но мы, ради разнообразия (чтобы Вы случайно не заскучали) начнем с области допустимых значений функции $h_2$. Для этого вновь придется заняться функцией $f$, так как $E(h_2) \subseteq E(f)$. Таким образом, известно, что во *второй* строке таблицы значений функции стоят только элементы из $E(f) = \{2, 0, -1\}$. Поэтому для того чтобы получить искомому таблицу значений, надо решить уравнения $f\big(g(x)\big) = y$, где $y \in \{2, 0, -1\}$.

**Пример 7.** *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $2$ |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение**. Начнем с уравнения $f\left(g(x)\right) = 2$. Из таблицы значений функции $f$ получаем, что либо $g(x) = 0$, либо $g(x) = 4$. Так как $g(x) = x^2$, то в первом случае $x = 0$ (все в порядке). Во втором случае $x = 2$ или $x = -2$. Но оба полученных значения не входят в область определения функции $g$ (по условию примера $D(g) = \{-1, 0, 1\}$). Значит, значение 2 у функции $h_2$ появляется только на аргументе, равном 0.

**Пример 7.** *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $1$ | $0$ | $-1$ | $2$ |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение**. Теперь рассмотрим уравнение $h_2(x) = 0$, то есть $f\big(g(x)\big) = 0$. Из таблицы значений функции $f$ получаем $g(x) = 2$. Но числа $\sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$ не входят в область определения функции $g$, поэтому уравнение $h_2(x) = 0$ решений не имеет.

**Пример 7.** *Найдите таблицы значений функции* $h_1 = f \circ g$ *и* $h_2 = g \circ f$, *где отображение* $f$ *задано таблицей:*

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 2 | 1 | 0 | $-1$ | 2 |

*и функция* $g$ *задана формулой* $g(x) = x^2$ *на множестве* $\{-1, 0, 1\}$. *Найдите* $D(h_1)$ *и* $E(h_1)$.

**Решение**. Аналогично рассуждая, получаем, что уравнение $h_2(x) = -1$ не имеет решений. Таким образом, таблица значений функции $h_2$ имеет вид:

| $x$ | 0 |
|---|---|
| $h_2(x)$ | 2 |

. Значит, функция $h_1$ — функция-константа, принимающая только значение 2 на единственном элементе ее области определения, равной $D(h_2) = \{0\}$.

**Вернёмся к лекции?**

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение**.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение**. Так как область $D$, в которой к функции $f$ надо найти обратную, не указана, то либо предполагается, что $D = D(f)$, либо мы должны указать все обратные функции на промежутках, которые еще предстоит найти.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение**. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Знак $\equiv$ применяется для обозначения тождества, то есть равенства, справедливого для любого значения переменной, принадлежащего области определения функции.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение**. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Но, например, $f(-1) = 2 = f(1)$, поэтому *однозначно* определить, чему должна быть равна функция $f^{-1}$ нельзя, то есть обратная функция к $f$ не существует (во *всей* области определения функции $f$).

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение**. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Обратная функция к $f$ определена только в каждой из областей $x \le 0$ и $x \ge 0$. Найдем эти обратные функции. Фактически надо решить уравнение $x \equiv f(f^{-1}(x))$ относительно $f^{-1}(x)$.

Процедура решения уравнения в некотором смысле является обратной к процедуре вычисления суперпозиции функций. При вычислении значения выражения $x^2+1$ сначала необходимо вычислить $x^2$, а потом к результату прибавить единицу. То есть при вычислении значения сложной функции мы на каждом шаге в очередную «составляющую ее функцию» последовательно «упаковываем» результат предыдущего вычисления. При решении уравнения все делаем в обратном порядке, «снимаем» со значения функции «обертку» в последовательности, обратной к последовательности вычисления, пока не получим «чистое ядрышко» — искомое значение аргумента.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение**. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Обратная функция к $f$ определена только в каждой из областей $x \leq 0$ и $x \geq 0$. Найдем эти обратные функции. Фактически надо решить уравнение $x \equiv f(f^{-1}(x))$ относительно $f^{-1}(x)$.

Имеем $x \equiv f(f^{-1}(x)) \equiv (f^{-1}(x))^2 + 1$, то есть сначала надо «убрать прибавление единицы»: $x - 1 \equiv (f^{-1}(x))^2$. Теперь осталось «убрать возведение в квадрат». Поэтому на неположительной полуоси, т.е. при $f^{-1}(x) \leq 0$, получаем $f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}$, а на неотрицательной полуоси, т.е. при $f^{-1}(x) \geq 0$, получаем $f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}$.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* 1) $h(x) = g(x)$; 2) $g(x) = g(x-2)$.

**Решение**. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Обратная функция к $f$ определена только в каждой из областей $x \le 0$ и $x \ge 0$. Найдем эти обратные функции. Фактически надо решить уравнение $x \equiv f(f^{-1}(x))$ относительно $f^{-1}(x)$.

Найти обратную к функции $g$ проще. Но сначала надо ответить на вопрос: что значит «найти функцию»? Это означает — задать ее некоторым «стандартным» способом. Обычно это означает — формулой. Но в нашем случае более естественно найти ее таблицу.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

. *Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение**. Согласно определению обратной функции должны выполняться тождества $f^{-1}(f(x)) \equiv x$ и $f(f^{-1}(y)) \equiv y$. Обратная функция к $f$ определена только в каждой из областей $x \leq 0$ и $x \geq 0$. Найдем эти обратные функции. Фактически надо решить уравнение $x \equiv f(f^{-1}(x))$ относительно $f^{-1}(x)$.

Получаем

| $t$ | 5 | 9 | 2 |
|---|---|---|---|
| $g^{-1}(t)$ | 3 | 2 | 0 |

.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение**. Осталось решить уравнения. Сначала зададим функцию $h$ формулой. Имеем $h(x) = f(x-1) = (x-1)^2 + 1$. Решим уравнение $h(x) = g(x)$. Область определения функции $g$ представляет собой трехэлементное множество $\{3, 2, 0\}$. Поэтому можно просто сравнить значения функций $h$ и $g$ в этих точках. Получаем $h(3) = 5$, $g(3) = 5$ (то есть $x = 3$ — решение), $h(2) = 2$, $g(2) = 9$ ($x = 2$ не подходит), $h(0) = 2$, $g(0) = 2$ ($x = 0$ — тоже решение). Таким образом, имеется два решения уравнения $h(x) = g(x)$: $x = 3$ и $x = 0$. Можно записать и так: $\Big\{x \,\Big|\, f(x) = g(x)\Big\} = \{0, 3\}$.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение**. Для того чтобы решить уравнение $g(x) = g(x-2)$, найдем таблицу значений функции, заданной выражением $g^*(x) = g(x-2)$. Так как ОДЗ$(g^*) \subseteq E(g) = \{2, 5, 9\}$, то для нахождения таблицы значений функции $g^*$ надо решить уравнения $g(x-2) = 2$, $g(x-2) = 5$ и $g(x-2) = 9$. Из таблицы значений функции $g$ для первого уравнения получаем, $x - 2 = 0$, то есть $x = 2$, поэтому $g^*(2) = 2$. Для второго уравнения $x - 2 = 3$, поэтому $x = 5$. Наконец, для $g(x-2) = 9$ имеем $x - 2 = 2$.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей*

| $x$ | 3 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | 5 | 9 | 2 |

*. Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$*, и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$*;* *2)* $g(x) = g(x-2)$*.*

**Решение**. Для того чтобы решить уравнение $g(x) = g(x-2)$, найдем таблицу значений функции, заданной выражением $g^*(x) = g(x-2)$.

$$\begin{aligned}
g(x-2) = 2 \;\Rightarrow\; x - 2 = 0 \;\Rightarrow\; x = 2 \;\Rightarrow\; g^*(2) = 2,\\
g(x-2) = 5 \;\Rightarrow\; x - 2 = 3 \;\Rightarrow\; x = 5 \;\Rightarrow\; g^*(5) = 5,\\
g(x-2) = 9 \;\Rightarrow\; x - 2 = 2 \;\Rightarrow\; x = 4 \;\Rightarrow\; g^*(4) = 9,
\end{aligned}$$

следовательно,

| $t$ | 2 | 5 | 4 |
|---|---|---|---|
| $g^*(t)$ | 2 | 5 | 9 |

.

**Пример 8.** *Пусть* $f(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = f(x-1)$ *и функция* $g$ *задана таблицей* $\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline x & 3 & 2 & 0 \\ \hline g(x) & 5 & 9 & 2 \\ \hline\end{array}$. *Найти функции, обратные к* $h$ *и к* $g$, *и решения уравнений:* *1)* $h(x) = g(x)$; *2)* $g(x) = g(x-2)$.

**Решение**. $\begin{array}{|c|c|c|c|}\hline t & 2 & 5 & 4 \\ \hline g^*(t) & 2 & 5 & 9 \\ \hline\end{array}$.

Из сравнения столбцов таблиц значений функций $g$ и $g^*$ получаем, что равенство $g(x) = g(x-2)$ не выполняется ни при каких $x$.

**Вернёмся к лекции?**

**Задача I.1.** (Ответ приведен на стр.226.) Известно, что $D(f) = \{-1, 0, 1\}$, причем $f(-1) = 2$, $f(1) = 2 \cdot f(-1)$, $f(0) = f(1) + f(-1)$. Задайте функцию $f$ таблицей значений.

**Задача I.2.** (Ответ приведен на стр.228.) Функции $f$ и $g$ заданы таблицами значений:

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-2$ |

,

| $s$ | $-1$ | $1$ | $0$ |
|---|---|---|---|
| $g(s)$ | $2$ | $-2$ | $1$ |

.

Выясните, равны ли функции $f$ и $g$, постройте их графики. Перебором всех вариантов решите уравнение $f(x) = -2x$.

**Задача I.3.** (Ответ приведен на стр.230.) Пусть $D(f) = \{0, 1, 2, 3\}$ и в области определения функции $f$ выполняется равенство $f(x) = 1 - x^2$. Задайте функцию $f$ таблицей. Найдите $E(f)$. Является ли функция $f$ *взаимно* однозначной?

**Задача I.4.** (Ответ приведен на стр.232.) Пусть функция $f$ каждому слову из списка $\{$сорока, грач, жук, акула$\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция $g$ — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции $f$ и $g$ (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию $h$, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции $f$ и $g$ *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

**Задача I.5.** (Ответ приведен на стр.235.) Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $D(g) = D(k) = \{-1, 0, 1\}$ и в своей области определения функции $f, g$ и $k$ заданы формулами $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = x^2 + x$, $k(t) = t^2 + t$. Найдите таблицы значений функций $f$, $g$ и $k$. Выясните, какие из функций $f, g, h, k$ равны, если $h$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(t)$ | $0$ | $0$ | $2$ |

.

[1] Функция $g$ называется **ограничением** функции $f$ на множество $\{-1, 0, 1\}$.

**Задача I.6.** (Ответ приведен на стр.237.) Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{0, 1, 3\}$. Найдите функцию $f$, если для любого $x$ из области ее определения имеет место неравенство $2 - x < f(x)$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача I.7.** (Ответ приведен на стр.239.) Пусть функция $f$ каждому подмножеству $X$ множества $\{1, 2\}$ ставит в соответствие множество $X \cap \{2, 3, 4\}$, а функция $g$ — множество $X \cup \{2, 3, 4\}$. Задайте функции $f$ и $g$ таблицами. Непосредственной проверкой выясните, для любого ли $X \subseteq \{1, 2\}$ выполняется включение $f(X) \subseteq g(X)$. Являются ли функции $f$ и $g$ взаимно однозначными?

**Задача I.8.** (Ответ приведен на стр.241.) Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{2, 6, 10\}$, $f(1) = 6$ и $f(2) < 5$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача I.9.** (Ответ приведен на стр.243.) Пусть $D(f) = \{0, 1, 2\}$, $E(f) = \{0, -1, 2\}$ и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $x - 2 < f(x) < x^2$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача I.10.** (Ответ приведен на стр.245.) Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $E(f) = \{-2, 0, 2, 4\}$, функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $-3$ | $-1$ | $2$ | $1$ | $3$ |

и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $g(x) < f(x) < g(x) + 3$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача II.11.** (Ответ приведен на стр.247.) Функция $f$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-1$ | $1$ |

. Найдите таблицы значений функций $p(x) = f(-x)$, $q(x) = -f(x)$, $r(x) = -f(-x)$, $g(x) = f(2x)$, $h(x) = 2f(x)$.

**Задача II.12.** (Ответ приведен на стр.249.) Пусть

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(t)$ | $2$ | $0$ | $1$ | $1$ | $-1$ |

,

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $q(p(s))$ | $3$ | $2$ | $2$ | $-1$ |

и $D(q) \subseteq E(p)$. Найдите функцию $q$.

**Задача II.13.** (Ответ приведен на стр.251.) Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(x) = q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

,

| $y$ | $1$ | $3$ | $5$ |
|---|---|---|---|
| $q(y)$ | $-1$ | $4$ | $2$ |

и $D(p) = D(h)$. Найдите функцию $p$.

**Задача II.14.** (Ответ приведен на стр.253.) Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $p$ задана формулой $p(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $q$.

**Задача II.15.** (Ответ приведен на стр.255.) Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $q$ задана формулой $q(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $p$.

**Задача II.16.** (Ответ приведен на стр.257.) Пусть

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $1$ | $2$ | $-1$ | $1$ | $-3$ |

,

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $q(x)$ | $1$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $-1$ |

и

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|
| $r(q(p(x)))$ | $5$ | $-2$ | $-2$ | $5$ |

Найдите функцию $r$.

**Задача II.17.** (Ответ приведен на стр.259.) Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Задача II.18.** (Ответ приведен на стр.261.) Пусть $p(x) = 2x - 1$, $q(p(x)) = 4x^2 - 8x + 5$. Найдите функцию $q$.

**Задача II.19.** (Ответ приведен на стр.263.) Пусть известно, что для любого неотрицательного вещественного числа $t$ имеем $p(t) \leq 0, \quad q(t) \geq 0, \quad r(y) = y^2 - 1, \quad r(p(x)) = r(q(x)) = x + 2\sqrt{x}$. Найдите функции $p, q$.

**Задача II.20.** (Ответ приведен на стр.265.) Решите уравнение $q(p(x)) = p(q(x))$, если $p(x) = x^2 + 1$ и $q(x) = 2x$.

**Задача II.21.** (Ответ приведен на стр.267.) Пусть $f(x) = x + 1$ и $g(f(t)) = t^2 + 2t + 2$. Найдите функцию $g$.

**Задача III.22.** (Ответ приведен на стр.269.) Известно, что уравнение $f(x) = x$ имеет два решения. Что можно сказать о количестве решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$?

**Задача III.23.** (Ответ приведен на стр.271.) Функция $f$ задана таблицей

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-1$ | $-2$ | $-1$ | 2 | 7 |

. Найдите таблицу функции $g$, заданной формулой $g(1-2x)=f(2+x)$.

**Задача III.24.** (Ответ приведен на стр.273.) Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Задача III.25.** (Ответ приведен на стр.279.) Найдите обратную к суперпозиции функций $f(t) = 2t - 1$ и $g$, заданной таблицей

| $t$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $g(t)$ | 1 | 2 | 0 |

.

**Задача III.26.** (Ответ приведен на стр.281.) Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d, \quad g(b) = c, \quad g(c) = b, \quad g(d) = a.$

а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию $g$ таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Задача III.27.** (Ответ приведен на стр.286.) Проверьте, какая из функций: $f_1(x) = 3 \cdot 10^x - 5$, $f_2(x) = (3x)^{10} + 5$, $f_3(x) = 10^{3x} - 5$ является обратной к функции $g(y) = \dfrac{1}{3}\lg(y + 5)$ на луче $y > -5$.

**Задача III.28.** (Ответ приведен на стр.288.) Функция $f$ задана таблицей

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(s)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

Найдите обратную к функции $g$, где $g(t) = 2 \cdot f(t-1)$. Постройте графики функций $g$ и $g^{-1}$.

**Задача III.29.** (Ответ приведен на стр.290.) Функции $f$ и $g$ заданы таблицами

| $p$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(p)$ | $2$ | $3$ | $1$ | $0$ | $-2$ |

,

| $q$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(q)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

.

Найдите таблицы значений функций $(f \circ g)^{-1}$, $(g \circ f)^{-1}$, $f^{-1} \circ g^{-1}$ и $g^{-1} \circ f^{-1}$.

**Задача III.30.** (Ответ приведен на стр.292.) Проверьте, является ли функция, заданная формулой $f(x) = 2x - 3$, обратной к функции, заданной формулой $g(y) = 0.5y + 1.5$.

**Задача III.31.** (Ответ приведен на стр.294.) Пусть $E(p) = E(q)$ и

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $2$ | $3$ | $1$ |

,

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q^{-1}\big(p(x)\big)$ | $3$ | $2$ | $0$ |

.

Найдите функцию $q$.

**Задача III.32.** (Ответ приведен на стр.296.) Найдите обратную к функции $f(x) = 10^{2x} + 10^x + 2$.

**Задача III.33.** (Ответ приведен на стр.298.) Найдите обратные (с указанием множеств, на которых найдены обратные функции) к функциям: $f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$, $g(x) = \exp(5x^5 - 3)$, $h(x) = \lg^2\big((2x+4)^3 + 2\big)$, $k(x) = 4^x + 2^x - 2$, $m(x) = 10^{x-2} + 10$.

# Ответы и решения

# Решение задачи 1.

**Задача 1.** Известно, что $D(f) = \{-1, 0, 1\}$, причем $f(-1) = 2$, $f(1) = 2 \cdot f(-1)$, $f(0) = f(1) + f(-1)$. Задайте функцию $f$ таблицей значений.

**Задача 1.** Известно, что $D(f) = \{-1, 0, 1\}$, причем $f(-1) = 2$, $f(1) = 2 \cdot f(-1)$, $f(0) = f(1) + f(-1)$. Задайте функцию $f$ таблицей значений.

**Ответ.**

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $2$ | $6$ | $4$ |

.

# Решение задачи 2.

**Задача 2.** Функции $f$ и $g$ заданы таблицами значений:

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-2$ |

,

| $s$ | $-1$ | $1$ | $0$ |
|---|---|---|---|
| $g(s)$ | $2$ | $-2$ | $1$ |

.

Выясните, равны ли функции $f$ и $g$, постройте их графики. Перебором всех вариантов решите уравнение $f(x) = -2x$.

**Задача 2.** Функции $f$ и $g$ заданы таблицами значений:

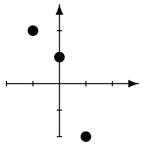
| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-2$ |

,

| $s$ | $-1$ | $1$ | $0$ |
|---|---|---|---|
| $g(s)$ | $2$ | $-2$ | $1$ |

.

Выясните, равны ли функции $f$ и $g$, постройте их графики. Перебором всех вариантов решите уравнение $f(x) = -2x$.

**Ответ.** $f = g$,  , $\left\{x \,\middle|\, f(x) = -2x\right\} = \{-1, 1\}$.

# Решение задачи 3.

**Задача 3.** Пусть $D(f) = \{0, 1, 2, 3\}$ и в области определения функции $f$ выполняется равенство $f(x) = 1 - x^2$. Задайте функцию $f$ таблицей. Найдите $E(f)$. Является ли функция $f$ *взаимно* однозначной?

**Задача 3.** Пусть $D(f) = \{0, 1, 2, 3\}$ и в области определения функции $f$ выполняется равенство $f(x) = 1 - x^2$. Задайте функцию $f$ таблицей. Найдите $E(f)$. Является ли функция $f$ *взаимно* однозначной?

**Ответ.**

| $t$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | 1 | 0 | $-3$ | $-8$ |

, $E(f) = \{-8, -3, 0, 1\}$. Согласно **критерию**, функция $f$ является взаимно однозначной, так как для любого $y$ из $E(f)$ уравнение $f(x) = y$ имеет единственное решение.

# Решение задачи 4.

**Задача 4.** Пусть функция $f$ каждому слову из списка $\{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}, \text{акула}\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция $g$ — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции $f$ и $g$ (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию $h$, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции $f$ и $g$ *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

**Задача 4.** Пусть функция $f$ каждому слову из списка $\{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}, \text{акула}\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция $g$ — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции $f$ и $g$ (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию $h$, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции $f$ и $g$ *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

**Ответ.**

| $t$ | сорока | грач | жук | акула |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | 3 | 3 | 2 | 2 |
| $g(t)$ | 3 | 1 | 1 | 3 |

,

$$D(f) = D(g) = \{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}, \text{акула}\}\,,$$

$$E(f) = \{2, 3\}\,, \quad E(g) = \{1, 3\}\,.$$

**Задача 4.** Пусть функция $f$ каждому слову из списка $\{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}, \text{акула}\}$ ставит в соответствие количество содержащихся в нем согласных букв, а функция $g$ — количество содержащихся в нем гласных букв. Найдите функции $f$ и $g$ (то есть задайте их стандартным образом), а также функцию $h$, заданную выражением $h(x) = 2 \cdot f(x) - 3$. Найдите $D(f)$, $E(f)$, $D(g)$,$E(g)$, $D(h)$, $E(h)$. Являются ли функции $f$ и $g$ *взаимно* однозначными? Решите уравнения и неравенства: **1**) $f(x) < g(x)$; **2**) $f(y) > g(y)$; **3**) $f(z) \geq g(z)$; **4**) $f(t) = g(t)$.

**Ответ.** $f$ и $g$ — не взаимно однозначные функции, так как, например, $f(\text{сорока}) = f(\text{грач})$ и $g(\text{грач}) = g(\text{жук})$. Решения уравнений и неравенств: $x = \text{акула}$, $y \in \{\text{грач}, \text{жук}\}$, $z \in \{\text{сорока}, \text{грач}, \text{жук}\}$, $t = \text{сорока}$.

# Решение задачи 5.

**Задача 5.** Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $D(g) = D(k) = \{-1, 0, 1\}$ и в своей области определения функции $f, g$ и $k$ заданы формулами $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = x^2 + x$, $k(t) = t^2 + t$. Найдите таблицы значений функций $f$, $g$ и $k$. Выясните, какие из функций $f, g, h, k$ равны, если $h$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(t)$ | $0$ | $0$ | $2$ |

.

**Задача 5.** Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $D(g) = D(k) = \{-1, 0, 1\}$ и в своей области определения функции $f, g$ и $k$ заданы формулами $f(x) = x^2 + x$, $g(x) = x^2 + x$, $k(t) = t^2 + t$. Найдите таблицы значений функций $f$, $g$ и $k$. Выясните, какие из функций $f, g, h, k$ равны, если $h$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(t)$ | $0$ | $0$ | $2$ |

.

**Ответ.** $g = h = k$,

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $0$ | $0$ | $2$ | $6$ |

.

# Решение задачи 6.

**Задача 6.** Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{0, 1, 3\}$. Найдите функцию $f$, если для любого $x$ из области ее определения имеет место неравенство $2 - x < f(x)$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача 6.** Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{0, 1, 3\}$. Найдите функцию $f$, если для любого $x$ из области ее определения имеет место неравенство $2 - x < f(x)$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Ответ.**

| $t$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $f(t)$ | 3 | 1 | 0 |

. Функция $f$ является взаимно однозначной в силу **критерия**.

# Решение задачи 7.

**Задача 7.** Пусть функция $f$ каждому подмножеству $X$ множества $\{1, 2\}$ ставит в соответствие множество $X \cap \{2, 3, 4\}$, а функция $g$ — множество $X \cup \{2, 3, 4\}$. Задайте функции $f$ и $g$ таблицами. Непосредственной проверкой выясните, для любого ли $X \subseteq \{1, 2\}$ выполняется включение $f(X) \subseteq g(X)$. Являются ли функции $f$ и $g$ взаимно однозначными?

**Задача 7.** Пусть функция $f$ каждому подмножеству $X$ множества $\{1,2\}$ ставит в соответствие множество $X \cap \{2,3,4\}$, а функция $g$ — множество $X \cup \{2,3,4\}$. Задайте функции $f$ и $g$ таблицами. Непосредственной проверкой выясните, для любого ли $X \subseteq \{1,2\}$ выполняется включение $f(X) \subseteq g(X)$. Являются ли функции $f$ и $g$ взаимно однозначными?

**Ответ.**

| $t$ | $\emptyset$ | $\{1\}$ | $\{2\}$ | $\{1,2\}$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $\emptyset$ | $\emptyset$ | $\{2\}$ | $\{2\}$ |
| $g(t)$ | $\{2,3,4\}$ | $\{1,2,3,4\}$ | $\{2,3,4\}$ | $\{1,2,3,4\}$ |

. Включение $f(X) \subseteq g(X)$ выполняется для любого $X \subseteq \{1,2\}$. Функции $f$ и $g$ не являются взаимно однозначными, так как, например, $f(\emptyset) = f(\{1\})$ и $g(\emptyset) = g(\{2\})$.

# Решение задачи 8.

**Задача 8.** Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{2, 6, 10\}$, $f(1) = 6$ и $f(2) < 5$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача 8.** Пусть $D(f) = \{1, 2, 3\}$, $E(f) = \{2, 6, 10\}$, $f(1) = 6$ и $f(2) < 5$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Ответ.**

| $s$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $f(s)$ | 6 | 2 | 10 |

. Функция $f$ является взаимно однозначной в силу **критерия**.

# Решение задачи 9.

**Задача 9.** Пусть $D(f) = \{0, 1, 2\}$, $E(f) = \{0, -1, 2\}$ и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $x - 2 < f(x) < x^2$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача 9.** Пусть $D(f) = \{0, 1, 2\}$, $E(f) = \{0, -1, 2\}$ и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $x - 2 < f(x) < x^2$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Ответ.**

| $s$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $f(s)$ | $-1$ | $0$ | $2$ |

. Функция $f$ является взаимно однозначной в силу **критерия**.

# Решение задачи 10.

**Задача 10.** Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $E(f) = \{-2, 0, 2, 4\}$, функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $-3$ | $-1$ | $2$ | $1$ | $3$ |

и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $g(x) < f(x) < g(x) + 3$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Задача 10.** Пусть $D(f) = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $E(f) = \{-2, 0, 2, 4\}$, функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $-3$ | $-1$ | $2$ | $1$ | $3$ |

и в области определения функции $f$ выполняются неравенства $g(x) < f(x) < g(x) + 3$. Найдите функцию $f$. Является ли функция $f$ взаимно однозначной?

**Ответ.**

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-2$ | $0$ | $4$ | $2$ | $4$ |

. Функция $f$ не является взаимно однозначной, так как $f(0) = f(2)$.

# Решение задачи 11.

**Задача 11.** Функция $f$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-1$ | $1$ |

. Найдите таблицы значений функций $p(x) = f(-x)$, $q(x) = -f(x)$, $r(x) = -f(-x)$, $g(x) = f(2x)$, $h(x) = 2f(x)$.

**Задача 11.** Функция $f$ задана таблицей значений

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(t)$ | $2$ | $1$ | $-1$ | $1$ |

. Найдите таблицы значений функций $p(x) = f(-x)$, $q(x) = -f(x)$, $r(x) = -f(-x)$, $g(x) = f(2x)$, $h(x) = 2f(x)$.

**Ответ.**

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $1$ | $-1$ | $1$ | $2$ | $-$ |
| $q(x)$ | $-$ | $-2$ | $-1$ | $1$ | $-1$ |
| $r(x)$ | $-1$ | $1$ | $-1$ | $-2$ | $-$ |
| $h(x)$ | | $4$ | $2$ | $-2$ | $2$ |

,

| $t$ | $-1/2$ | $0$ | $1/2$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $-1$ | $1$ |

.

# Решение задачи 12.

**Задача 12.** Пусть

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(t)$ | $2$ | $0$ | $1$ | $1$ | $-1$ |

,

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $q(p(s))$ | $3$ | $2$ | $2$ | $-1$ |

и $D(q) \subseteq E(p)$. Найдите функцию $q$.

**Задача 12.** Пусть

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(t)$ | $2$ | $0$ | $1$ | $1$ | $-1$ |

,

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $q(p(s))$ | $3$ | $2$ | $2$ | $-1$ |

и $D(q) \subseteq E(p)$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

| $t$ | $0$ | $1$ | $-1$ |
|---|---|---|---|
| $q(t)$ | $3$ | $2$ | $-1$ |

.

# Решение задачи 13.

**Задача 13.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(x)=q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

,

| $y$ | $1$ | $3$ | $5$ |
|---|---|---|---|
| $q(y)$ | $-1$ | $4$ | $2$ |

и $D(p)=D(h)$. Найдите функцию $p$.

**Задача 13.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $h(x) = q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

,

| $y$ | $1$ | $3$ | $5$ |
|---|---|---|---|
| $q(y)$ | $-1$ | $4$ | $2$ |

и $D(p) = D(h)$. Найдите функцию $p$.

**Ответ.**

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $p(t)$ | $3$ | $5$ | $1$ |

.

# Решение задачи 14.

**Задача 14.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $p$ задана формулой $p(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $q$.

**Задача 14.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $p$ задана формулой $p(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

| $t$ | $-3$ | $-1$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(t)$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

.

# Решение задачи 15.

**Задача 15.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $q$ задана формулой $q(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $p$.

**Задача 15.** Пусть

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q(p(x))$ | $4$ | $2$ | $-1$ |

и функция $q$ задана формулой $q(x) = 2x - 1$. Найдите функцию $p$.

**Ответ.**

| $t$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $p(t)$ | $2.5$ | $1.5$ | $0$ |

.

# Решение задачи 16.

**Задача 16.** Пусть

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $1$ | $2$ | $-1$ | $1$ | $-3$ |

,

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $q(x)$ | $1$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $-1$ |

и

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|
| $r(q(p(x)))$ | $5$ | $-2$ | $-2$ | $5$ |

Найдите функцию $r$.

**Задача 16.** Пусть

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $1$ | $2$ | $-1$ | $1$ | $-3$ |

,

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $q(x)$ | $1$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $-1$ |

и

| $x$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|
| $r(q(p(x)))$ | $5$ | $-2$ | $-2$ | $5$ |

Найдите функцию $r$.

**Ответ.**

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $r(t)$ | $-2$ | $-2$ | $5$ |

.

# Решение задачи 17.

**Задача 17.** Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Задача 17.** Пусть $p(x) = x^2$, $q(p(x)) = 2x^4 - x^2 + 1$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.** $q(t) = 2t^2 - t + 1$.

# Решение задачи 18.

**Задача 18.** Пусть $p(x) = 2x - 1$, $q(p(x)) = 4x^2 - 8x + 5$. Найдите функцию $q$.

**Задача 18.** Пусть $p(x) = 2x - 1$, $q(p(x)) = 4x^2 - 8x + 5$. Найдите функцию $q$.

**Ответ.** $q(y) = y^2 - 2y + 3$.

# Решение задачи 19.

**Задача 19.** Пусть известно, что для любого неотрицательного вещественного числа $t$ имеем $p(t) \leq 0, \quad q(t) \geq 0, \quad r(y) = y^2 - 1,$ $r(p(x)) = r(q(x)) = x + 2\sqrt{x}$. Найдите функции $p, q$.

**Задача 19.** Пусть известно, что для любого неотрицательного вещественного числа $t$ имеем $p(t) \leq 0, \quad q(t) \geq 0, \quad r(y) = y^2 - 1$, $r(p(x)) = r(q(x)) = x + 2\sqrt{x}$. Найдите функции $p, q$.

**Ответ.** $p(x) = \sqrt{x} + 1$, $q(x) = -\sqrt{x} - 1$.

# Решение задачи 20.

**Задача 20.** Решите уравнение $q(p(x)) = p(q(x))$, если $p(x) = x^2 + 1$ и $q(x) = 2x$.

**Задача 20.** Решите уравнение $q(p(x)) = p(q(x))$, если $p(x) = x^2 + 1$ и $q(x) = 2x$.

**Ответ.** $x \in \left\{-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$.

# Решение задачи 21.

**Задача 21.** Пусть $f(x) = x + 1$ и $g(f(t)) = t^2 + 2t + 2$. Найдите функцию $g$.

**Задача 21.** Пусть $f(x) = x + 1$ и $g(f(t)) = t^2 + 2t + 2$. Найдите функцию $g$.

**Ответ.** $g(y) = y^2 + 1$.

# Решение задачи 22.

**Задача 22.** Известно, что уравнение $f(x) = x$ имеет два решения. Что можно сказать о количестве решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$?

**Задача 22.** Известно, что уравнение $f(x) = x$ имеет два решения. Что можно сказать о количестве решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$?

**Ответ.** Пусть $a$ — решение уравнения $f(f(x)) = f(x)$. Если положить $b = f(a)$, то из $f(f(a)) = f(a)$ получим $f(b) = b$. Таких значений $b$, по условию, ровно два. Но уравнение $f(a) = b$ относительно $a$ может иметь сколько угодно решений. Таким образом, количество решений уравнения $f(f(x)) = f(x)$ не меньше 2.

# Решение задачи 23.

**Задача 23.** Функция $f$ задана таблицей

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-1$ | $-2$ | $-1$ | 2 | 7 |

.

Найдите таблицу функции $g$, заданной формулой $g(1-2x) = f(2+x)$.

**Задача 23.** Функция $f$ задана таблицей

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-1$ | $-2$ | $-1$ | 2 | 7 |

. Найдите таблицу функции $g$, заданной формулой $g(1-2x) = f(2+x)$.

**Ответ.**

| $t$ | 3 | 1 | $-1$ | $-3$ | $-5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $-1$ | $-2$ | $-1$ | 2 | 7 |

.

# Решение задачи 24.

**Задача 24.** Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Задача 24.** Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Ответ. Решение с помощью таблицы значений.**

| $s$ | $-5$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(3+s)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |
| $f(2s) = 1 - 2s$ | $11$ | $9$ | $7$ | $5$ | $3$ |

.

Получаем ответ $\left\{ t \,\middle|\, f(2t) = g(3+t) \right\} = \{-2\}$.

**Задача 24.** Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Ответ. Решение с помощью задания функции $g$ выражением**: $(3+t)^2 + 2(3+t) + 2 = 1 - 2t$, откуда $t^2 + 10t + 16 = 0$, $t \in \{-2, -8\}$. Так как замена функции $g$ выражением $g(x) = x^2 + 2x + 2$ не являлась эквивалентным преобразованием уравнения (ОДЗ уравнения могла увеличиться), то требуется провести отбор корней.

**Задача 24.** Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Ответ.** При $t = -2$ :

$$\begin{cases} g(t+3) = g(-2+3) = g(1) = 5 \\ f(2t) = f(-4) = 1 - (-4) = 5 \end{cases} \Rightarrow g(-2+3) = f(2 \cdot (-2)).$$

**Задача 24.** Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Ответ.** При $t = -8$:

$$\begin{cases} g(t+3) = g(-8+3) = g(-5) \text{ — не определено}, \\ f(2t) = f(-16) = 1 - (-16) = 17. \end{cases}$$

**Задача 24.** Решите уравнение $f(2t) = g(3+t)$, если функция $g$ задана таблицей

| $t$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $2$ | $1$ | $2$ | $5$ | $10$ |

, а функция $f$ задана формулой $f(x) = 1 - x$. Найдите область определения функции $g$. Докажите, что в области определения функции $g$ эта функция может быть задана формулой $g(x) = x^2 + 2x + 2$. Решите исходное уравнение аналитически, используя задание функции g формулой.

**Ответ.** Значит, $-8$ не является решением уравнения $f(2t) = -g(3+t)$. Таким образом, единственным решением этого уравнения является число $-2$.

# Решение задачи 25.

**Задача 25.** Найдите обратную к суперпозиции функций $f(t) = 2t - 1$ и $g$, заданной таблицей

| $t$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $g(t)$ | 1 | 2 | 0 |

.

**Задача 25.** Найдите обратную к суперпозиции функций $f(t) = 2t - 1$ и $g$, заданной таблицей

| $t$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $1$ | $2$ | $0$ |

.

**Ответ.**

| $x$ | $1/2$ | $1$ | $3/2$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ | $1$ | $2$ |
| $h(x) = g(f(x))$ | $1$ | $2$ | $0$ |

, поэтому

| $y$ | $1$ | $2$ | $0$ |
|---|---|---|---|
| $h^{-1}(y)$ | $1/2$ | $1$ | $3/2$ |

.

# Решение задачи 26.

**Задача 26.** Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d$, $\quad g(b) = c$, $g(c) = b$, $\quad g(d) = a$.

а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию $g$ таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Задача 26.** Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d, \quad g(b) = c, \quad g(c) = b, \quad g(d) = a$.

а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию $g$ таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Ответ.** а) $f$ — функция, но обратной у нее нет, так как она не является взаимно однозначной.

**Задача 26.** Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d,\quad g(b) = c,$ $g(c) = b,\quad g(d) = a.$

а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию $g$ таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Ответ.** б)

| $t$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $d$ | $c$ | $b$ | $a$ |

.

**Задача 26.** Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d$, $\quad g(b) = c$, $g(c) = b$, $\quad g(d) = a$.

а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию $g$ таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Ответ.** в)

| $t$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f \circ g(t) = g(f(t))$ | $b$ | $b$ | $d$ | $c$ |

,

| $t$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $g \circ f(t) = f(g(t))$ | $b$ | $a$ | $c$ | $c$ |

.

**Задача 26.** Пусть $f$ задана таблицей

| $x$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ |

и область определения функции $g$ равна $\{a, b, c, d\}$, причем $g(a) = d$, $\quad g(b) = c$, $g(c) = b$, $\quad g(d) = a$.

а) является ли $f$ функцией? Если возможно, то найдите обратную функцию;;

б) задайте функцию $g$ таблицей значений;

в) найдите суперпозиции $f \circ g$ и $g \circ f$;

г) решите уравнение $f(x) = g(x)$ (перебором всех значений аргумента).

**Ответ.** г) $\left\{x \,\middle|\, f(x) = g(x)\right\} = \{b\}$.

# Решение задачи 27.

**Задача 27.** Проверьте, какая из функций: $f_1(x) = 3 \cdot 10^x - 5$, $f_2(x) = (3x)^{10} + 5$, $f_3(x) = 10^{3x} - 5$ является обратной к функции $g(y) = \frac{1}{3}\lg(y+5)$ на луче $y > -5$.

**Задача 27.** Проверьте, какая из функций: $f_1(x) = 3 \cdot 10^x - 5$, $f_2(x) = (3x)^{10} + 5$, $f_3(x) = 10^{3x} - 5$ является обратной к функции $g(y) = \frac{1}{3}\lg(y+5)$ на луче $y > -5$.

**Ответ.** $g^{-1} = f_3$.

# Решение задачи 28.

**Задача 28.** Функция $f$ задана таблицей

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(s)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

Найдите обратную к функции $g$, где $g(t) = 2 \cdot f(t-1)$. Постройте графики функций $g$ и $g^{-1}$.

**Задача 28.** Функция $f$ задана таблицей

| $s$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $f(s)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

Найдите обратную к функции $g$, где $g(t) = 2 \cdot f(t-1)$. Постройте графики функций $g$ и $g^{-1}$.

**Ответ.**

| $t$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(t)$ | $6$ | $-2$ | $2$ | $-4$ |

,

| $t$ | $-4$ | $-2$ | $2$ | $6$ |
|---|---|---|---|---|
| $g^{-1}(t)$ | $3$ | $1$ | $2$ | $0$ |

.

# Решение задачи 29.

**Задача 29.** Функции $f$ и $g$ заданы таблицами

| $p$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(p)$ | $2$ | $3$ | $1$ | $0$ | $-2$ |

,

| $q$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(q)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

.

Найдите таблицы значений функций $(f \circ g)^{-1}$, $(g \circ f)^{-1}$, $f^{-1} \circ g^{-1}$ и $g^{-1} \circ f^{-1}$.

**Задача 29.** Функции $f$ и $g$ заданы таблицами

| $p$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(p)$ | $2$ | $3$ | $1$ | $0$ | $-2$ |

,

| $q$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $g(q)$ | $3$ | $-1$ | $1$ | $-2$ |

.

Найдите таблицы значений функций $(f \circ g)^{-1}$, $(g \circ f)^{-1}$, $f^{-1} \circ g^{-1}$ и $g^{-1} \circ f^{-1}$.

**Ответ.**

| $p$ | $-2$ | $1$ | $-1$ |
|---|---|---|---|
| $g^{-1} \circ f^{-1}(p) = (f \circ g)^{-1}(p)$ | $-2$ | $0$ | $1$ |

,

| $p$ | $3$ | $0$ | $2$ |
|---|---|---|---|
| $f^{-1} \circ g^{-1}(p) = (g \circ f)^{-1}(p)$ | $0$ | $1$ | $2$ |

.

# Решение задачи 30.

**Задача 30.** Проверьте, является ли функция, заданная формулой $f(x) = 2x - 3$, обратной к функции, заданной формулой $g(y) = 0.5y + 1.5$.

**Задача 30.** Проверьте, является ли функция, заданная формулой $f(x) = 2x - 3$, обратной к функции, заданной формулой $g(y) = 0.5y + 1.5$.

**Ответ.** Является, так как $g(f(x)) = 0.5 \cdot (2x - 3) + 1.5 = x$ и $f(g(y)) = 2 \cdot (0.5y + 1.5) - 3 = y$.

# Решение задачи 31.

**Задача 31.** Пусть $E(p) = E(q)$ и

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $2$ | $3$ | $1$ |

,

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q^{-1}\big(p(x)\big)$ | $3$ | $2$ | $0$ |

.

Найдите функцию $q$.

**Задача 31.** Пусть $E(p) = E(q)$ и

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $p(x)$ | $2$ | $3$ | $1$ |

,

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
|---|---|---|---|
| $q^{-1}\big(p(x)\big)$ | $3$ | $2$ | $0$ |

.

Найдите функцию $q$.

**Ответ.**

| $y$ | $3$ | $2$ | $0$ |
|---|---|---|---|
| $q(y)$ | $2$ | $3$ | $1$ |

.

# Решение задачи 32.

**Задача 32.** Найдите обратную к функции $f(x) = 10^{2x} + 10^{x} + 2$.

**Задача 32.** Найдите обратную к функции $f(x) = 10^{2x} + 10^{x} + 2$.

**Ответ.** $f^{-1}(t) = \lg\left(\sqrt{4t-7} - 1\right) - \lg 2.$

# Решение задачи 33.

**Задача 33.** Найдите обратные (с указанием множеств, на которых найдены обратные функции) к функциям: $f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$, $g(x) = \exp(5x^5 - 3)$, $h(x) = \lg^2\big((2x+4)^3 + 2\big)$, $k(x) = 4^x + 2^x - 2$, $m(x) = 10^{x-2} + 10$.

**Задача 33.** Найдите обратные (с указанием множеств, на которых найдены обратные функции) к функциям: $f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$, $g(x) = \exp(5x^5 - 3)$, $h(x) = \lg^2\big((2x+4)^3 + 2\big)$, $k(x) = 4^x + 2^x - 2$, $m(x) = 10^{x-2} + 10$.

**Ответ.**

| | | |
|---|---|---|
| $f(x) = (x^3 - 5)^{1/5}$ | $x \in \mathbb{R}$ | $f^{-1}(z) = \left(x^5 + 5\right)^{1/3}$ |
| $g(x) = \exp(5x^5 - 3)$ | $x \in \mathbb{R}$ | $g^{-1}(t) = \left(\dfrac{3 + \ln t}{5}\right)^{1/5}$ |
| $h(x) = \lg^2\big((2x+4)^3 + 2\big)$<br>$h(x) = \lg^2\big((2x+4)^3 + 2\big)$ | $x \geq -1$<br>$\begin{cases} -2 - \dfrac{1}{\sqrt[3]{4}} < x \\ x \leq -1 \end{cases}$ | $h^{-1}(y) = \frac{1}{2}\left(10^{\sqrt{y}} - 2\right)^{1/3} - 2$<br>$h^{-1}(y) = \frac{1}{2}\left(10^{-\sqrt{y}} - 2\right)^{1/3} - 2$ |
| $k(x) = 4^x + 2^x - 2$ | $x \in \mathbb{R}$ | $k^{-1}(s) =$ $\log_2\left(\sqrt{4s+9} - 1\right) - 1$ |
| $m(x) = 10^{x-2} + 10$ | $x \in \mathbb{R}$ | $m^{-1}(y) = 2 + \lg(y - 10)$ |

# Спасибо за внимание!

e-mail: melnikov@k66.ru, melnikov@r66.ru
сайты: http://melnikov.k66.ru, http://melnikov.web.ur.ru

Вернёмся к основному учебнику?

Другие электронные книги автора:

«Алгебра и теория чисел» или «Элементарная математика»